УДК 519.6: 629.7-519
DOI: 10.15587/1729-4061.2019.181866

Формування методології перетворення моделі як основи розширення її інформаційності

О. М. Трунов

Поставлена та розв'язана задача побудови методології перетворення неявної форми моделі, що підвищує ефективність заміни складних нелінійних форм математичних моделей зведенням їх до рекурентної послідовності у вигляді аналітичних виразів, які допускають швидкі експрес обчислення.

Запропоновано нові явні форми моделей, що дозволяють застосовувати рекурентні послідовності для представлення розв'язку задачі і формування виразу оцінки похибки та іншої додаткової інформації. У зв'язку з тим, що утворюючими для багатьох ознак є роз'язок та оцінка похибки, аналітичність виразів відкриває нові властивості і можливості. Грунтуючись на таких факторах як достовірність, точність, глибина, суттєвість та повнота, адекватність моделі представлено єдиним аналітичним виразом, що дозволить у подальшому спрощувати процес порівняння, за рахунок застосування кількісних методів. Представлення перетворень, відповідно до яких встановлено зв'язок між похибкою двох послідовних наближеннь та залежністю від номеру наближення, зумовлено необхідністю аналізу динаміки збіжності за номером наближення. Другим не менш важливим варіантом, що може характеризувати динаміку збіжності, є зв'язок похибки першого наближення та довільного. На підставі загального розвинення неявної форми моделі та теореми про середнє встановлено зв'язок між двома послідоними похибками або нормами. Продемонстровано, що якщо похибка або норма похибки задана, то оцінки першої та другої похідних дозволять визначати граничний номер ітерації, починаючи з якої похибка менша за задану.

Наведено приклад виводу оцінки для загальної моделі величини максимально можливої похибки, граничного номеру ітерації, починаючи з якої похибка набуває значення менше за задане. Виведено також комплексну аналітичну оцінку адекватності за єдиним виразом.

Представлення інформаційних ознак у кількісній формі обумовлено новими можливостями, що буде утворено за рахунок отриманих інструментів для кількісного аналізу.

Проведено чисельне моделювання та досліджено характер динаміки нових інформаційних показників та ознак. Представлені дані для дев'яти ітерацій демонструють ефективність та повноту інформації. для швидкого аналізу і висновку. На підставі динаміки кількісних ознак відносної похибки та нових, що пропонуються за результатами імплементації методології перетворення моделі, показано, що відкриваються можливості швидкого аналізу і висновку. Продемонстровано, що введені ознаки розширюють інформаційність реаліза-

ції методології для подальшого представлення нелінійної моделі у вигляді рекурентної послідовності.

Ключові слова: нелінійна вектор-функція, рекурентна модель, інформаційні ознаки, аналітичні вирази, оцінка похибки, гранична ітерація, оцінка адекватності.

1. Вступ

Загально відомо, що дослідження об’єкту, структур, процесів передбачає формування спрощеної уяви про них у вигляді моделі [1]. Різноманітні форми представлення моделей в автоматизованих системах зводяться до елементарного бінарного числового відображення та визначенного набору математичних операцій [2]. Незважаючи на формальну простоту таких наборів, їх сукупність у своїй більшості для моделей реальних процесів [3] має складні лінійні або нелінійні математичні форми [4]. У процесі роботи з моделями виникає необхідність швидкого обчислення за результатами вимірювань параметрів у реальному часі [5]. Прогнозування характеристик, оцінка похибки, оцінка впливу похибки та оцінка ризику хибного прогнозу – ось далеко не повний перелік задач [6], що супроводжує проекти побудови і експлуатації сучасних виробництв [7]. Особливо це спостерігається у автоматизованих системах [8]. За цих умов, вибір типу моделей на підставі інформації про їх властивості є одним з ефективних напрямків розвитку систем підтримки прийняття рішень [6–9]. Скорочення часу завдяки простоті і аналітичності моделей, що дозволяє реалізацію експрес обчисленнь [6] та успіхи впровадження алгоритмів операцій з довгими числами [10], відкривають шлях впровадження довгих чисел. Впровадження останніх дозволить представляти інформаційний образ моделі у вигляді одного числа, що має упорядковану структуру [11]. Очевидно, що такий інфоормаційний опис результатів моделювання і кодування [12] повинен задовольняти умові повноти. Таким чином, внаслідок розв’язку оначених задач відкривається можливість і необхідність збільшення повноти опису, формування інформаційного доповнення за сукупністю ознак [13]. Успіхи створення баз даних та баз знань на сьогоднішній день демонструють нові можливості та здатні задовольняти висунуті вимоги до реалізації нової парадигми припису [14] та розширення інформаційності даних про модель для ефективного моделювання [15].

Означене і є обґрунтуванням необхідності створення передумов для перегляду та пошуку методів, що здатні представити складні неявні та нелінійні форми аналітичними виразами, придатними до експрес обчислень. Низка інформаційних ознак як доповнень [15] та інтеграція даних мультісервісної корпоративної мережі з класами постреляційної СКБД Caché [16] разом із застосуванням і розвитком алгебри предикатів [3] відкриває нові можливості формалізації та координаційного керування [5]. Однак успішна реалізація координаційного керування вимагає наявності явних математичних моделей і їх інформаційних ознак для структурних елементів системи [15]. У зв’язку з цим дослідження процесу перетворення неявної форми моделі до явної та формалізація ознак, що здатні кількісно описати модель і представити у формах, які допускають кількісний вимір, є актуальним напрямом пошуку.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Аналіз сучасного стану проблеми претворення моделі та теоретичних обгрунтувань є не можливим без відзначення ретроспективи робіт, що покладено у основу функціонального аналізу. Аналіз метричних просторів як основа представлення неявних форм моделі та операції в них є головні результати роботи, що стали основовою нового напряму [17]. Однак подальший пошук зв'язку лінійних операторів різної вимірності та зведення їх до одновимірних, у тому числі в банахових просторах, – ось один з напрямів спроб пошуку, що було здійснено у роботі [18]. Однак обмеженість практичних застосувань стимулює розвиток методів лінійного наближення [19]. Необхідно зазначити, що незважаючи на успіхи при дослідженні операторів у застосуванні похідних Фреше, Гато, розвиненні лінійних і нелінійних операторів, виявилася нездатність методу нерухомої точки до розв'язку практичних задач перетворення моделі [20]. Разом з тим, успіхи теорії подвійності Куна-Таккера у сукупності з теорією позитивних і монотонних операторів та теорією узагальненої опуклості і диференційних нерівностей стають обгрунтуванням нових цілей [21]. Робота [22] проводить аналіз і демонструє розвиток непрямих методів математичної фізики та формує уяву про їх застосовність і обмеженість.

Роботи [23, 24] продемонстрували практичну привабливість для розв'язку нелінійних задач. Завдяки представленню у роботі [23] розв'язку у вигляді числової послідовності за умов обмежень, що накладаються на другі похідні, доводиться збіжність таких послідовностей. Дослідження нового підходу кусково-лінійних ланцюгових наближень, що теоретично обґрунтовано для розв'язку нелінійних алгебраїчних та диференціальних форм, подано у роботі [24]. Однак вид оператору, що розглядається, є обмеженим. Впровадження існуючих методів Ньютона-Канторовича [19] або квазілінеаризації Р. Беллмана-Р. Калаби [24] для узагальненого виду операторів реалізовує ідею запровадження єдиного підходу до аналізу нелінійних моделей [25]. Завдяки використанню кусково-лінійної апроксимації нелінійного оператора у функціональному просторі [26] рішення нелінійних рівнянь представляється через послідовність лінійних рішень. Ефективність такого підходу неодноразово демонструвалася для задач знаходження кореня, крайових задач і варіаційних задач [24]. Однак застосовність методу Ньютона-Канторовича [19], а отже і квазілінеаризації, була обмежена вимогою монотонності і строгої опуклості [26]. При цьому вимога лінійності апроксимації входить у суперечність з вимогою точності на кожному кроці рекурентного наближення [27]. Крім того, рівність нулю першої похідної від образу, що утворено дією оператору на прообраз, робить неможливим їх застосування до деяких видів оператору, а особливо для осцилюючих [28]. Особливо актуальними є моделі, що розглянуто у роботі [29] та які пов'язані з аналізом осцилюючих часових ЕКГ рядів. Одночасне застосування прийомів побудови і перетворення моделі і формування ознак за інформаціонної технологією дозволило проводити аналіз і діагностувати відхилення стану пацієнтів на початкових стадіях розвитку хвороб [29]. Разом з тим розвиток методів інтегрального перетворення Лапласа та інших [30] і косинус та синус перетвореннь Фурьє, Ганкеля дозволяли представляти інтегрально диференціальні моделі у вигляді систем алгебраїчних рівнянь. Такі перетворення суттєво спрощують моделі [30]. Останнім часом активно досліджуються і інші типи перетворення на основі узагальнених атеб сінус та косинус функцій [31]. Їх застосовність до спрощення моделей, а саме створення фільтрів Габора, є ефективною для моделей систем інформаційної безпеки [31]. Не менш важливим є результат синтезу сигналів з низьким рівнем шуму [32]. Крім того, формування модульованної скринінгової технології призводить до спрощення зображень в моделях графічного представлення, що має на сьогоднішній день і інше застосування – забезпечує якісний друк [33]. Однак, незважаючи на означені переваги, застосування інтегральних перетворень обмежується тільки випадками, коли змінні у моделях, зв'язок між якими подано у вигляді диференційних рівняннь з частинними похідними, вдається розділити [18]. Безумовно, що така властивість залежить як від виду рівняння, так і від вибору виду перетворення [30], і є перешкодою, яка ускладнює застосування інтегральних перетворень.

У роботі [28] запропоновано і досліджено підхід, що засновано на кусково-нелінійній апроксимації. Там же продемонстровано переваги застосування апарата кінцево-інтегральних перетворень до рішення нелінійних крайових задач та представлення їх у аналітичному вигляді, що допускає експрес обчислення.

Також у роботі [28] досліджувалась збіжність для різних схем лінійної та квадратичної апроксимації та встановлено зв'язок між оцінкою похибок першого та наступних наближень. Вивчено вплив на похибку власних чисел задачі. Запропонована рекурентна послідовність для представлення похибки як рішення лінійних крайових задач. Досліджено її збіжність. Така рекурентна апроксимація з'єднала дві суперечливі вимоги лінійності і збіжності з нелінійним оператором на всій області їх визначення. При цьому продемонстровано, що зберігається максимум простоти і спільність алгоритму розв’язку задач моделювання [15]. Однак, як показує подальший аналіз, кусково-лінійна апроксимація непридатна до застосування для задач з непростим коренем. Даний підхід автору роботи [15] вдалось удосконалити та застосувати у випадку, якщо область значень першої похідної на інтервалі визначення містить нульові значення, тобто образ, утворений внаслідок дії оператора, має не прості корені або локальні екстремуми.

Таким чином, можуть бути створені передумови для моделювання технологічних комплексів і робото-технічних систем на стадії проектування [5]. Відкриваються можливості для розробки алгоритмів функціонування на основі аналітичних наближених рішень спеціально лінеаризованих систем рівнянь у частинних похідних при особливому виборі ядер методами кінцево-інтегральних перетворень [28]. Одночасно з тим виникає необхідність у ефективній оцінці похибки таких моделей та у формуванні інформації про швидкість збіжності наближень і скороченні трудомісткості моделювання [6]. Прикладом успішного інтегрування моделей на стадії проектування технічних засобів є робота [34]. В роботі впроваджено разом із застосуванням перетворених моделей методи стиснення даних, що дозволило авторам істотно спростити алгоритм керування адаптивними технологічними комплексами екопіролізу. Не менш актуальною є задача спрощення алгоритмів руху зграї, що здійснюються для безпілотних апаратів на основі графоаналітичних моделей [35]. Важливими для створення і налаштування таких систем прийняття рішень для ефективного менеджменту є наявність додаткових інформаційних ознак [36], що розробляються на основі парадигми координаційного керування [5].

Знаковими з точки зору потреби у перетворених моделях є також автоматизовані геоінформаційні системи високого рівня безпеки особливо важливих об'єктів [37]. Так, у роботі [38] у ході динамічного відображення сцен успішно використовуються швидкі перетворення візуальних моделей шляхом пришвидчення повороту складних символьних образів.

Пошук методів перетворення неявної форми моделей на явну супроводжується і одночасним пошуком методів наближеної побудови виразів для норми похибки довільного ядра кінцево-інтегрального перетворення або для синус та косинус кінцево-інтегрального перетворення. Проблема представлення похибки у вигляді рекурентної послідовності стає актуальною у зв'язку з необхідностю обґрунтованого вибору моделі. Особливо важливою така задача стає для гібридних систем прийняття рішень, оскільки застосування норм похибки у якості критеріїв для прийняття рішення про вид обраної моделі є приоритетною при внесені її до бази знань [6].

Проаналізовані роботи свідчать, що сучасні методи точного або наближеного розв'язку нелінійних задач мають за мету тільки представити модель як функцію параметрів задачі та у кращіх випадках представляють оцінку похибки [18–28]. Означене є суттєвим недоліком, що ускладнює подальше використання таких моделей. Розвиток теорії побудови моделі [1–6] демонструє потребу представити до складу моделі також додатково і інші інформаційні ознаки, що є необхідними для її аналізу, відбору та роботи [9]. У літературі демонструється [24], що існуючі види моделей у основному зводяться до нелінійного алгебраїчного рівняння, системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, нелінійних крайових задач та системи нелінійних диференційних рівнянь [24, 28].

Осциляції, що спостерігаються при функціонуванні об'єктів з АСК і моделей, що їх описують, унеможливлюють застосування методів Ньютона-Канторовича та квазі-лінеаризації Р. Белмана і Р. Калаби. Як показано автором у роботі [39], одночасне застосування декількох схем наближень з наступною перевіркою відповідності отриманих значень величини у точці кожного наближення до кореня виключає помилкове визначення кореня. Чисельні експерименти для наведеного [24, 39, 40] та інших випадків, у яких образи утворенні дією оператору, містять декілька локальних екстремумів, свідчать про неможливість прямого застосування лінійних та квадратичних схем наближень. Застосування методу Ньютона – Рафсона – Канторовича, квазілінеаризації [23, 24], Галлея [27] є неможливим. У зв'язку з цим задача модифікації та пошуку нових підходів [28, 39, 41] є актуальною і вимагає подальших досліджень шляхів трансформації немонотонних моделей. На прикладі розв'язку задачі знаходження кореня осцилюючих функцій [39], шляхом інтелектуалізації процесу продемонстровано один з перспективних напрямів дослідження, що впроваджує компаративіську ідею [3]. Так, у роботах [6, 9], запропоновано ввести правило спрацьовування трирівневого компаратору, за аналогією з дворівневої компаративіською ідеєю [3]. Крім того, у роботі [39] показано, що впроваження трирівневих компараторів з одночасним введенням трійкової системи числення розширює можливості опису та функції і режими роботи нейроних мереж і автоматизованих систем керування [40].

Особливо слід зазначити, як показано в роботі [40], що основною перевагою, яка утворена завдяки аналітичності перетворених виразів моделей, незалежно від фізичного виду об’єкту, є розширення переліку задач. Навіть для таких специфічних процесів як активація гемостазу [41], аналітичність виразів перетворених моделей аналітично визначає умови відриву електрону фотоакцепторів. В роботі [42] також явна форма та аналітичність як властивість моделі, що отримана внаслідок рекурентного представлення, дозволяє прогнозувати умови, за яких ймовірність відриву буде найбільшою. Іншим прикладом, що демонструє актуальність застосування перетворених моделей до аналітичного навчання рекурентної мережі та калібрування датчиків зворотних зв’язків, є автоматизовані системи та інтерактивні тренажери або імітатори [43].

Таким чином, перетворення моделей, що мають кількісну аналітичну форму опису, здійснюється методами кусково-лінійного, кусково-квадратичного наближення [24–28] або методами, що використовують попереднє розвинення у ряд Тейлора. Відсутність методології перетворення моделі до аналітичного виразу та побудови таких інформаційних аналітичних виразів-ознак як похибка, адекватність, номер ітерації, її створення, є основною не розв’язаною задачею. Розв’язок задачі побудови аналітичного явного представлення моделі та ознак забезпечить вибір і застосування моделі у різних процесах аналізу і експлуатації. При цьому головною перешкодою такого перетворення і подальшого застосування є вимога диференційованості. Додаткова інформованість про об’єкт або модель дозволяє уникати у окремих випадках областей, що мають невизначену диференційованість. Слід зазначити, що інформованість про поведінку моделі, її адекватність у вигляді єдиного аналітичного виразу [44] до перетворення та після, лишається на сьогоднішній день недостатньо вивченою. Таким чином, додаткове глибоке вивчення та переосмислення процесів перетворень неявних, нелінійних моделей є невідємною передумовою та частиною побудови уніфікованої методології перетворення моделі. Утворення явних форм моделі, що подано у аналітичному вигляді, разом із представленням у аналітичній формі виразів інформаційних ознак, є головною не розв’язанною задачею.

3. Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є підвищення ефективності перетворень складних нелінійних форм математичних моделей зведенням їх до рекурентної послідовності у вигляді аналітичних виразів, що допускають швидкі експрес обчислення. Очикується, що за допомогою таких послідовностей будуть отримані нові форми для представлення додаткової інформації про властивості вихідної моделі за аналітичними виразами.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

– дослідити застосовність розвинення у рекурентний ряд та визначити умови розвинення моделі, що подано у неявній формі нелінійної вектор-функції у рекурентну послідовність;

– розв’язати задачу про розвинення моделі, що подано у неявній формі, для нелінійної вектор-функції у рекурентну послідовність, яка допускає як числове так і аналітичне представлення;

– отримати оцінки норми похибки у вигляді, придатному для експрес обчислення;

– представити вираз для експрес обчислення значення адекватності моделі;

– отримати вираз експрес обчислення номеру граничної ітерації, починаючи з якої похибка буде менше за обрану або задану.

4. Постановка та розв'язок задачі про формування методології перетворення, що забепечить збільшення інформативності моделі

4. 1. Постановка задачі про розвинення моделі, що подано у неявній формі нелінійної вектор-функції у рекурентну послідовність

Розглянемо у *n* вимірному метричному просторі область, у яку відображається *n* вимірний вектор статегій $\bar{X}(t)$ та для якого задано вираз визначення відстані

$$d = \left[\sum_{i=1}^{n} \left(x_{i2}^{2} - x_{i1}^{2} \right) \right]^{1/2} \tag{1}$$

і норми

$$\|N\| = \left[\int_{0}^{1} x_i^2 d x_i \right]^{1/2}. \tag{2}$$

У цей простір відображаються вектор-функції обмежень, які виокремлюють у ньому області можливих розв'язків та поділяють його на півпростори. Припустимо також, що задано додатково *m* вимірний простір, у якій відображається *m* вимірний вектор керуючих впливів $\bar{Y}(t)$ та у якому діють ідентичні вирази визначення відстані (1) і норми (2). Усі компоненти векторів стратегій та керуючих впливів унормовані та є безрозмірними, а їх модулі змінюються у діапазоні від нуля до одиниці. Таким чином, простір, у який відображається вектор керуючих впливів, є теж метричним і обмеженим. Припустимо, що узагальнена модель є нелінійною та подана у одній з неявних форм:

$$F(\bar{X}(t), \bar{Y}(\bar{X}(t), t), A, \Omega(t)) = 0, \tag{3}$$

де A матриця параметрів, а $\Omega(t)$ – функція-матриця збурень. Припустимо також, що вектор-функція у правій частині рівняння (3) допускає розвинення у ряд Тейлора. Таким чином, у області визначення задачі повинні виконуватись умови існування, неперервності і диференційвності.

4. 2. Зведення моделі, що подано у неявній формі нелінійної вектор-функції до рекурентної послідовності

Припустимо, що модель представлена в узагальненній неявній формі виду (3). Відповідно до особливих властивостей форми (3), може бути обраним один з методів Ньютона-Канторовича, квазілінеаризації Белмана-Калаби, Гелея, що дозволяє представити розв'язок наближено. Однак, як це встановлено у роботах [23, 24, 27], наявність не простих коренів обмежує застосування таких підходів. У зв'язку з цим припустимо можливість існування не простих коренів і осціляції вектор-функції. За цих вихідних умов розкладемо вектор функцію відповідно до методу рекурентної апроксимації у вигляді [28]:

$$\begin{aligned} &\bar{F}(\bar{X}(t), \bar{Y}(\bar{X}(t),t), A, \Omega(t)) = \bar{F}(\bar{X}(t), \bar{Y}(\bar{X}(t),t), A, \Omega(t))\Big|_{\Delta x=0} + \\ &+\|B\|\Delta\bar{X}(t) + \frac{1}{2}\|C\|\Delta\bar{X}(t), \end{aligned} \tag{4}$$

де $\|B\|$ та $\|C\|$ позначено значення квадратних матриць розмірності *nxn* у точці розкладу $\bar{X}(t)$:

$$\|B\| = \left\|\nabla_x^T F_k\right\|_{\Delta\bar{x}=0}; \qquad \|C\| = \left\|\sum_{j=1}^{n}\Delta x_j \frac{\partial}{\partial x_j}\nabla_x^T F_k\Big|_{x_i}\right\|_{\Delta\bar{x}=0}. \tag{5}$$

Окремо зазначимо, що загальний вираз рядка матриці $\|B\|$ є значення транспонованого градієнта у точці $\bar{X}_n(t)$ для n-ого наближення. Загальним елементом матриці $\|C\|$ є значення у точці $\bar{X}_n(t)$ n-ого наближення суми добутків других змішанних похідних по компоненті вектору x_j та x_i від кожної з компонент градієнту для *k*-ої компоненти вектор-функції $\bar{F}_k$ на Δx_j, обчисленої для *n-1*-ого наближення. Таким чином, розв'язок задачі моделювання формально подамо як розв'язок задачі (4) у вигляді рекурентної послідовності [28]:

$$\bar{X}_{n+1} = \bar{X}_n - \left[\|B\| + \frac{1}{2}\|C\|\right]^{-1}\bar{F}(\bar{X}(t), \bar{Y}(\bar{X}(t),t), A, \Omega(t))\Big|_{\Delta x=0}. \tag{6}$$

Таке подання допускає як аналітичне, так і числове представлення, яке за своєю суттю обмежується здатністю подати початкове наближення вектора-стратегій у вигляді функцій часу $\bar{X}_n(t)$. Практична реалізація розв’язку у вигляді (6) зіткається із проблемою побудови матриць $\|B\|$ та $\|C\|$, що зумовлено диференційованістю неявною формою вихідної нелінійної моделі їх оберненням та множенням.

4. 3. Побудова оцінки норми похибки у вигляді, придатному для експрес обчислення

Збіжність послідовності (6), яка представляє у явному вигляді вихідну неявну модель, оцінюється за виразом різниці двох послідовних наближень, що знайдені за розвиненням (4):

$$2\bar{\delta}(\bar{X}(t),\bar{Y}(\bar{X}(t),t),A,\Omega(t)) = \left[2\|B\|+\|C\|\right]\left[\Delta\bar{X}_{n+1}(t)-\Delta\bar{X}_n(t)\right],$$

де введено позначення

$$\bar{\delta}(\bar{X}_n(t),\bar{Y}(\bar{X}_n(t),t),A,\Omega(t)) =$$
$$= \bar{F}(\bar{X}_{n+1}(t),\bar{Y}(\bar{X}_{n+1}(t),t),A,\Omega(t)) - \bar{F}(\bar{X}_n(t),\bar{Y}(\bar{X}_n(t),t),A,\Omega(t)).$$

Застосування норми, що визначена за виразом (2), дозволить оцінювати величину верхньої границі та динаміку збіжності вектора стратегій за змінами вихідної форми (3) та її диференціальними властивостями. Таким чином, оцінка норми похибки у загальному вигляді, придатному для експрес обчислення, представиться:

$$\left\|\left[\Delta\bar{X}_{n+1}(t)-\Delta\bar{X}_n(t)\right]\right\| \le \left\|2\left|\bar{\delta}(\bar{X}(t),\bar{Y}(\bar{X}(t),t),A,\Omega(t))\right|\right\|\left[2\|B\|+\|C\|\right]^{-1}\Big|_{\min}. \qquad (7)$$

Наряду із властивостями самої моделі, характерними ознаками, що визначають вплив на величину норми похибки явної моделі, є компоненти векторів градієнтів першого та другого порядку. Матриці (5), які утворено за значеннями їх компонент у точках *n–1*-ого, *n*-ого, *n*+1-ого наближення, визначать зміни норми похибки на інтервалі, що розширює зальну інформованість про властивості моделі за новою формою рекурентної послідовності.

4. 4. Адекватність рекурентної послідовності до вихідної узагальненої форми моделі

Відомо, що процес створення моделі розглядається як один з видів технологічних процесів [44]. Його ефективність – адекватність – оцінюється по відношенню до об’єкту за властивостями створеної моделі. На сьогодні загально прийнято адекватність оцінювати основними показниками з групи: достовірність, точність та повнота, глибина та суттєвість, простота та застосовність до зручного розв’язку задачі дослідження явища [45]. Обґрунтування уніфікованого методу утворення комплексного критерію у вигляді єдиного виразу для даної технології вже обговорювалось у роботі [44].

Так, якщо використовувати для оцінки достовірності різні види мір та оцінювати норму відхилення від змін декількох похідних, то за цих умов адекватність оцінимо як таку, що враховує одночасно декілька норм:

$$E=\sum_{j=1}^{1+k_{ji\,max}} P_{mj}\left\{\left(\frac{\sigma_{mj}}{X^{(mj)}(\bar{Y},...)_{j\,max}}\right)^{-2}\right\}^{0,5}\sum_{m=1}^{N_{m\,max}}\left(1+k_{mj\,max}\right)\frac{N_{mjmax}}{N}\frac{\left|\dfrac{\partial X^{(j)}(\bar{Y},...)}{\partial x_i}\Delta x_i\right|}{N_{m\,max}\left|X^{(j)}(\bar{Y},...)\right|_{j\,max}}, \qquad (8)$$

де m – позначає поточний номер норми, що визначає точність, а M – позначено кількість норм, які одночасно використовуються при побудові моделі *j*-тої похідної та *i*-того фактору. Крім того, введено позначення:

$N_{m\,max}$ – загальне число факторів, які впливають на фізичну величину,

N_{mjmax} – кількість факторів, що буде враховано математичною моделлю,

$X^{(mj)}(\bar{Y},...)$ – формалізований запис моделі, яка будується, що визначається після перетворення моделі за (6) $X^{(mj)}(\bar{Y},...)_{max}$,

$X^{(mj)}(\bar{Y},...)_{j\,max}$ – найбільші значення фізичної величини та її похідної відповідно, які описується моделлю, а

σ_j – середнє квадратичне відхилення значень похідної порядку j фізичної величини,

P_j – довірча ймовірність того факту, що довірчий інтервал накриває значення похідної порядку j фізичної величини,

$k_{ji\,max}$ – максимальний порядок похідної, що обрано із загального числа її значень для кожного фактору із переліку врахованих $N_{mji\,max}$, як найбільша величина $k_{ji\,max}=sup\left\{k_{ji}, i=\overline{1,N_{max}}\right\}$.

4. 5. Побудова виразу для експрес обчислення номеру граничної ітерації, починаючи з якої похибка буде менше за обрану.

Слід зазначити, якщо норма похибки використовується як параметр безумовного виконання, то її максимально можлива похибка буде визначена сумнівним розрядом. За цих умов загальна ефективність суттєво збільшується, оскільки фактична похибка є завжди меншою за максимально можливу. Крім того, слід зазначити, що у цьому випадку – коли забезпечується умова рівності незалежно від виду норми – довірча ймовірність набуває свого найбільшого значення – одиниці. В зв'язку з поставленою задачею оцінити ефективність перетворення вихідної узагальненої форми моделі (3), будемо здійснювати застосувавши представлення (4) для різниці двох наближень з урахуванням теореми про середнє [20]:

$$\begin{aligned}&\bar{F}(\bar{X}_{n+1}(t),\bar{Y}(\bar{X}_{n+1}(t),t),A,\Omega(t))-\bar{F}(\bar{X}_{n}(t),\bar{Y}(\bar{X}_{n}(t),t),A,\Omega(t))=\\&=\left[\bar{X}_{n}(t)-\bar{X}_{n-1}(t)\right]^{T}\left\{\nabla\left[\|B\|+\frac{1}{2}\|C\|\right]\right\}\Bigg|_{\bar{X}_{n-1}}\left[\bar{X}_{n}(t)-\bar{X}_{n-1}(t)\right]+\\&+\left[\|B\|+\frac{1}{2}\|C\|\right]\Bigg|_{\bar{X}_{n}}\left[\bar{X}_{n+1}(t)-\bar{X}_{n}(t)\right].\end{aligned} \qquad (9)$$

Таким чином, середнє квадратичне відхилення може бути оцінено через значення прямих та обернених матриць $\|B\|$ та $\|C\|$ у точках *n-1*-ого, *n*-ого та *n+1*-ого наближень. Якщо позначити

$$\sigma_{n+1} = \left[\bar{X}_{n+1}(t) - \bar{X}_{n}(t)\right],$$

то, у загальному вигляді, запишемо:

$$\sigma_{n+1} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\delta}(\bar{X}_{n+1}(t), \bar{Y}(\bar{X}_{n+1}(t), t), A, \Omega(t)) - \\ -\left[\bar{X}_{n}(t) - \bar{X}_{n-1}(t)\right]^{T} \left\{ \nabla\left[\|B\| + \frac{1}{2}\|C\|\right] \right\}\Big|_{\bar{X}_{n-1}} \left[\bar{X}_{n}(t) - \bar{X}_{n-1}(t)\right] \end{array} \right\} \left\{ \left[\|B\| + \frac{1}{2}\|C\|\right]\Big|_{\bar{X}_{n}} \right\}^{-1}. \quad (10)$$

Зазначимо крім того, що для заданого значення величини похибки моделі, яка подана у неявному вигляді (3), після перетвореня до явного вигляду (6) похибка має вигляд вектора і обчислюється за (10), у тому числі з використанням норми (2). Одночасність застосування операцій возведення у квадрат і визначеного інтегрування на заданому проміжку та вилучення квадратного кореню приводить до формування величини середньо інтегральної квадратичної похибки:

$$\sigma_{n+1} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\delta}(\bar{X}_{n+1}(t), \bar{Y}(\bar{X}_{n+1}(t), t), A, \Omega(t)) - \\ -\left[\bar{X}_{n}(t) - \bar{X}_{n-1}(t)\right]^{T} \left\{ \nabla\left[\|B\| + \frac{1}{2}\|C\|\right] \right\}\Big|_{\bar{X}_{n-1}} \left[\bar{X}_{n}(t) - \bar{X}_{n-1}(t)\right] \end{array} \right\} \times$$
$$\times \left[\bar{F}(\bar{X}_{n}(t), \bar{Y}(\bar{X}_{n}(t), t), A, \Omega(t)) - \bar{F}(\bar{X}_{n-1}(t), \bar{Y}(\bar{X}_{n-1}(t), t), A, \Omega(t))\right]^{-1} \sigma_{n}. \quad (11)$$

Таке представлення похибки двох послідовних наближень доцільно подати через похибку першого наближення та номер наближення:

$$\sigma_{n+1} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\delta}(\bar{X}_{n+1}(t), \bar{Y}(\bar{X}_{n+1}(t), t), A, \Omega(t)) - \\ -\left[\bar{X}_{n}(t) - \bar{X}_{n-1}(t)\right]^{T} \left\{ \nabla\left[\|B\| + \frac{1}{2}\|C\|\right] \right\}\Big|_{\bar{X}_{n-1}} \left[\bar{X}_{n}(t) - \bar{X}_{n-1}(t)\right] \end{array} \right\} \times$$
$$\times \left[\bar{F}(\bar{X}_{n}(t), \bar{Y}(\bar{X}_{n}(t), t), A, \Omega(t)) - \bar{F}(\bar{X}_{n-1}(t), \bar{Y}(\bar{X}_{n-1}(t), t), A, \Omega(t))\right]^{-1} \sigma_{1}^{n}, \quad (12)$$

що дозволяє обчислювати номер наближення, починаючи з якого похибка стане менше за задану. Так, номер ітерації обчислиться за виразом:

$$n = \frac{\ln \sigma_{n+1} - \ln \bar{\delta}_{n}^{-1} - \ln \left\{ \begin{array}{l} \bar{\delta}(\bar{X}_{n+1}(t), \bar{Y}(\bar{X}_{n+1}(t), t), A, \Omega(t)) - \\ -\left[\bar{X}_{n}(t) - \bar{X}_{n-1}(t)\right]^{T} \left\{ \nabla\left[\|B\| + \frac{1}{2}\|C\|\right] \right\}\Big|_{\bar{X}_{n-1}} \left[\bar{X}_{n}(t) - \bar{X}_{n-1}(t)\right] \end{array} \right\}}{\ln \sigma_{1}}. \quad (13)$$

Таким чином, додатково визначена ще одна із складових ознак, що описує властивості перетвореної моделі. Означена сукупність властивостей дає більш повну уяву про поведінку та представляє її у вигляді послідовності, що за бажанням має аналітичний вигляд. Крім того, подає єдиними виразами інфомацію про її такі властивості, як оцінка похибки, адекватність, номер ітерації, починаючи з якої похибка буде менша за задану.

5. Моделювання збіжності та аналіз результатів для окремих випадків моделей електричних процесів

Останнім часом моделювання динаміки безконтактних електродвигунів постійного струму набуло виключної важливості для таких галузей техніки як маніпулятори та приводи різного призначення робото-технічних систем, дронів, квадрокоптерів [45]. У зв'язку з цим оберемо для чисельного есперименту модель електричних процесів у обмотках безконтактних електродвигунів постійного струму [46]. Особливу актуальльність таке дослідження набуває у зв'язку з необхідністю створення приладів силової фізіотерапії [40] та роботами, що розвивають мобільні фізіотерапевтичні комплекси раньої діагностики, профілактики та лікування хвороб хребта [41]. Таку модель з урахуванням динамічної складової індуктивності представимо:

$$u - L\frac{di}{dt} - \left(R + \mu_0 n^2 Sl\frac{d\mu}{di}\right)i - K_w\frac{d\alpha}{dt} = 0, \tag{14}$$

введено позначення u – спад напруги на обмотці електродвигуна, i – сила струму, $R, L,\ n, S, l$ – опір, індуктивність, кількість витків на одиницю довжини, площа перерізу та довжина обмотки відповідно. Крім того, застосовано позначення $\mu,\ K_w,\ \frac{d\alpha}{dt}$ – відносної магнітної проникнености речовини осередця, коефіцієнта взаємо-індуктивності та кутової швидкості вала двигуна відповідно. В табл. 1 представлено результати моделювання для безколекторного двигуна постійного струму.

Моделювання проведемо для сукупності параметрів: $K_w = 0,04Вс/рад; \frac{d\alpha}{dt} = 300 рад/с; R = 0,4Ом; L = 0,004Гн; u = 27В; n = 5\bullet 10^4 вит/м; Sl = 6\bullet 10^{-6} м^3$ та закону зміни відносної магнітної проникнености речовини осередця: $\mu = \mu_{нас} - (\mu_{нас} - \mu_{\min})e^{-f(ni)}$, властивості якого може бути отримано шляхом апроксимації даних за методами, що викладено, наприклад, в роботах [47, 48]. За цих умов величина сили струму представиться рекурентною послідовністю у аналітичному вигляді:

$$i_{n+1} = i_n + \frac{\left[u - L\frac{di}{dt} - \left(R + \mu_0 n^2 Sl\frac{d\mu}{di}\right)i - K_w\frac{d\alpha}{dt}\right]\Bigg|_{i_n} - L\Delta\frac{di}{dt}}{\left(R + \mu_0 n^2 Sl\frac{d\mu}{di}\right) + \mu_0 n^2 Sl\frac{d^2\mu}{di^2}i_n + \left(2\mu_0 n^2 Sl\frac{d^2\mu}{di^2} + \mu_0 n^2 Sl\frac{d^3\mu}{2di^3}i_n\right)\Delta i_n}. \tag{15}$$

Таблиця 1
Залежності наближень сили струму та додаткових інформаційних параметрів нелінійних електричних процесів.

№	i_3, A	i_4, A	i_5, A	i_6, A	i_7, A	ε_6	E_6	E_7
1	0,25051	0,25142	0,25120	0,25125	0,25124	0,00088	2069,859	263508,1
2	0,25205	0,25353	0,25317	0,25326	0,25324	0,00142	1278,8194	157883,1
3	0,25434	0,25549	0,25521	0,25528	0,25526	0,00112	1620,3532	194936,5
4	0,25811	0,25709	0,25736	0,25729	0,25731	0,00104	1752,6513	207422,1
5	0,26442	0,25783	0,25972	0,25926	0,25939	0,00731	248,85914	29482,55
6	0,27468	0,25650	0,26249	0,26113	0,26150	0,02282	79,664225	9781,877
7	0,29056	0,25004	0,26571	0,26284	0,26368	0,05899	30,822639	4309,477
8	0,31368	0,23051	0,26798	0,26475	0,26583	0,13982	13,003805	3368,113
9	0,34477	0,17556	0,25856	0,27211	0,26638	0,32101	5,6639568	633,8321
10	0,38232	0,00582	0,17167	0,33048	0,21359	0,96608	1,8820195	31,11004
11	12,5016	22,2599	22,0522	23,1925	32,6321	0,00942	193,05917	0,385225
12	7,93713	7,16059	8,14159	12,1624	11,4224	0,12049	15,089578	4,913611
13	7,86429	7,09902	8,08080	12,0782	11,3323	0,12150	14,965086	4,874903
14	54,4919	60,4871	57,8263	61,7019	57,1048	0,04601	39,513673	0,791000
15	37,5	37,5	37,5	37,5	37,5	2,6E-12	6,82 E+11	3,6E+10
16	37,5	37,5	37,5	37,5	37,5	2,6E-12	6,81E+11	3,6E+10

Дані про результати моделювання у вигляді залежностей величини сили струму відносної похибки ε_n та адекватності E_n подані у табл. 1. Для чотирьох наближень величини сили струму, які розраховані за рекурентним виразом (15) як функції часу, преставлені у колонках 2–6. Тут же у колонках 7 та 8 подані значення відносної похибки та адекватності для шостого наближення. У дев'ятій колонці представлено значення адеватності для сьомого наближення. Аналіз характеру наближення свідчить про те, що незважаючи на деякі осциляції значень між наближеннями, їх амплітуда швидко зменшується. Зазвичай за пять–шість наближень досягається необхідна точність. Однак для окремих значень такий спосіб вимагає збільшення кількості наближень. Так, експерименти, наприклад рядки 8–9 та 12–13, вимагають збільшення кількості наближень до восьми або застосування спеціальних засобів інтелектуалізації процессу розвинення у ряд Тейлора, як пропонувалося у роботах [9, 39]. Наявність тепер такої інформаційної ознаки, як номер ітерації, починаючи з якої величина похибки буде менше за задану, що обчислюється за виразом (13), суттєво доповнює інформаційну складову побудованої методології перетворення моделі. Доповнення даних табл. 1 про динаміку інформаційних параметрів представлено у табл. 2.

Дані чисельного експерименту, що подано у табл. 2, демонструють, як зростання номера наближення n впливає на відносну похибку ε_n та на адекватність перетвореної моделі E_n для випадків гіршої збіжності. Номери експериментів збережено як у табл. 1. З аналізу даних видно, що практично за три наближення (з шостого по 9) відносна похибка спадає до величини меншої за відсоток, а адекватність росте на два три порядки. Останнє за своєю чутливістю надає цим величинам ознак індікаторів, а їх сукупність за своїми тенденціями змін тільки підвищує достовірність прогнозованих ознак у ході моделювання. Крім того, адекватність, незважаючи на свою комплексність за змістом визначення, є більш чутливим показником, ніж звичайна відносна похибка двох ітерацій, що послідовно визначені. Номер ітерації n, що позначено у табл. 1, 2 нижнім індексом величин, за своєю сутністю визначає трудоміскість обсягів обчислень. У звязку з цим, значення кількості ітерацій (13), що визначено зазделегідь та пов'язано однозначно з величиною похибки без виконання обчислень, теж є інформаційною ознакою. Особливо, коли вказує межу, починаючи з якої похибка буде менша за задану.

Таблиця 2
Залежності інформаційних параметрів перетворенної моделі нелінійних електричних процесів

№	ε_6	E_6	ε_7	E_7	ε_8	E_8	ε_9	E_9
6	0,0228	79,6642	0,001422	1278,973	0,000369	4925,5	9,70E-05	18743,
7	0,0590	30,8226	0,003200	568,1609	0,000831	2189,0	0,00022	8221,5
8	0,1398	13,0038	0,004061	447,6739	0,001062	1711,5	0,00029	6354,4
9	0,3210	5,66396	0,021538	84,41901	0,006323	287,57	0,00164	1107,3
10	0,9661	1,88202	0,547243	3,322437	0,208484	8,7210	4,89E-05	37139
11	0,0094	193,059	0,289273	6,285344	0,006405	283,86	0,03339	54,444
12	0,1205	15,0896	0,064790	28,06251	0,073529	24,727	0,23766	7,650
13	0,1215	14,9651	0,065824	27,62189	0,073736	24,658	0,236753	7,6797
14	0,0460	39,5136	0,080504	22,58493	0,040611	44,771	0,157621	11,536

6. Обговорення результатів дослідження-формування методології перетворення моделі як основи розширення її інформаційності

Одночасна наявність сукупності чотирьох величин (аналітичний вираз самої послідовності (6), вираз оцінки похибки (7), вираз номера граничної ітерації (13), вираз адекватності (8)) збільшує інформованість про властивості моделі. Означене робить пропоновану методологію представлення нелінійних моделей у вигляді рекурентної послідовності (6) та додаткових інформаційних параметрів (7)–(8) та (12)–(13) привабливою для вибору моделі із бази знань. Крім отриманих можливостей представити інформацію про залежності цільової функції або вектор стратегій, не менш важливим є інформаційний простір, що кількісно представляє модель у вигляді додаткового набору параметрів. Особливо важливими є можливості, що відкриваються для реалізації наприклад методу самоорганизації моделей складних систем [49]. Слід очікувати, що міркування на підставі порівнянь, як процесу узгодження результатів дедуктивного аналізу за пропонованим набором кількісних інформаційних показників (7)–(8) та (12)–(13) у системах вибору варіантів і оцінювання результатів [50], буде суттєво спрощуватись.

Разом з розвитком індуктивних, навчаючих алгоритмів для комплексних систем моделювання [51], завдяки отриманим у роботі кількісним можливостям додаткового двох- [52] або багаторівневого моніторингу [53], процес моделювання за представленими показниками (7)–(8) та (12)–(13) наповниться додатковим інформаційним змістом.

Тепер навіть у задачах, що грунтуються на останніх досягненнях нечіткої логіки [54], з'являться додаткові можливості перетворювати моделі. У зв'язку з цим, успіхи застосувань таких перетворених моделей, разом з аналітичними функціями належності та перетвореними операціями [55], набудуть нові застосування у порівнянні із такими, що вже добре себе зарекомендовали [56]. Підвищенна чутливість комплексного критерію адекватності (8) та встановлений зв'язок між властивостями неявної вихідної моделі і явної із заданою точністю (12) та наявність виразу про номер граничної ітерації (13) утворить обґрунтовані вимоги, що забезпечать завадостійкість процесів моделювання [57]. Безумовно, що основною перешкодою подальшого впровадження лишається наявність областей та точок не диференційованості.

Практична реалізація розв'язку у вигляді (6) зіткається із проблемою побудови матриць $\|B\|$ та $\|C\|$, що зумовлено диференційованістю неявної форми вихідної нелінійної моделі, їх оберненням та множенням при побудові виразів перетвореної і нових ознак (7)–(8), (10) та (12)–(13). Безумовно, що в ході формування методології перетворення і практичної реалізації результатів (15), диференційованість нелілійних форм операторів або образів, що ними утворено, лишалась головною перешкодою. Очевидно, що пошук інших підходів, при реалізації яких не використовуються частинні похідні або похідні Фреше чи Гато, відкриє нові можливості і особливо в задачах оптимізації. Пошук шляхів, що розширять застосування методології перетворення до аналізу не детермінованих, наприклад стахостичних моделей, також є однією з перспективних напрямів подальшого розвитку. Останє скоріш за все стане розвиватись ґрунтуючись на загальній теорії похибок у тому числі і випадкових.

7. Висновки

1. Методологія перетворення нелінійної моделі, що пропонується, зводить початкову неявну нелінійну форму до явної у вигляді рекурентної послідовності методом рекурентної апроксимації і допускає як числове, так і аналітичне представлення.

2. Отриманий за методологією перетворення моделі аналітичний вираз послідовності, як рекурентний розв'язок задачі про розвинення моделі, дозволяє, завдяки аналітичності, формувати вирази інформаційних ознак. Наведені вирази оцінки похибки, номера граничної ітерації, адекватності збільшують інформаційну повноту опису моделі за сукупнісю чотирьох комплексних ознак.

3. Оцінки норми похибки, що отримано для узагальненої, нелінійної, неявної моделі та застосовані для безконтактних електродвигунів постійного струму, наочно демонструють характер залежності збіжності за номером ітерації та їх інформаційну дієвість.

4. Комплексна величина адекватності, що представлена єдиним виразом, є більш чутливою за загально уживану відносну похибку двох ітерацій, що послідовно визначені.

5. Вираз номеру граничної ітерації (13), як межі, починаючи з якої похибка буде менше за обрану, є інформаційною ознакою, що характеризує швидкість наближень.

Подяка

Автор висловлює вдячність доктору технічних наук, професору Л. М. Дихті, чиї дискусії та роботи стимулювали дане дослідження.

Автор висловлює шану, вдячність та низький уклін своїм шкільним вчителям математики Есфірь Яківні Геллер, Людмілі Петрівні Курочкіній та старшим викладачам висщої математики Миколаївського кораблебудівного інституту ім. адмирала С. О. Макарова: Інні Євгенівні Самецькій, Маргариті Арнольдівні Черьомушевій, Олександрі Георгієвні Івановій, що викладали висщу математику в університеті і прищепили жагу до пошуку та вдосконаленню наших уявлень про математичні операції різних форм і зв’язки між ними.

Література

1. Глушков, В. М. (1974). Введение в АСУ. Киев: Техника, 312.

2. Tolk, A. (2015). Learning Something Right from Models That Are Wrong: Epistemology of Simulation. Simulation Foundations, Methods and Applications, 87–106. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-15096-3_5

3. Петров, К. Э., Крючковский, В. В. (2009). Компараторная структурно-параметрическая идентификация моделей скалярного многофакторного оценивания. Херсон: Олди-плюс, 294.

4. Фисун, М. Т. (1987). Автоматизация процесов проектированя АСУП в судостроении. Л.: Судостроение, 78.

5. Ходаков, В. Е., Соколова, Н. А., Кирийчук, Д. Л. (2014). О развитии основ теории координации сложных систем. Проблеми інформаційних технологій, 2, 12–22.

6. Trunov, A. (2016). Criteria for the evaluation of model's error for a hybrid architecture DSS in the underwater technology ACS. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 6 (9 (84)), 55–62. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.85585

7. Kupin, A., Kuznetsov, D., Muzyka, I., Paraniuk, D., Serdiuk, O., Suvorov, O., Dvornikov, V. (2018). The concept of a modular cyberphysical system for the early diagnosis of energy equipment. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 4 (2 (94)), 71–79. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.139644

8. Журавська, І. М. (2017). Реєстрація великорозмірних вантажів за допомогою автоматизованої системи на базі пристроїв з обмеженими обчислювальними можливостями. Електротехнічні і комп'ютерні системи, 26, 60–67. doi: https://doi.org/10.15276/eltecs.26.102.2017.7

9. Trunov, A. (2017). Recurrent transformation of the dynamics model for autonomous underwater vehicle in the inertial coordinate system. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (4 (86)), 39–47. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.95783

10. Kudin, V., Onyshchenko, A., Onyshchenko, I. (2019). Algorithmizing the methods of basis matrices in the study of balace intersectoral ecological and economic models. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 3 (4 (99)), 45–55. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.170516

11. Fisun, M., Smith, W., Trunov, A. (2017). The vector rotor as instrument of image segmentation for sensors of automated system of technological control. 2017 12th International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT). doi: https://doi.org/10.1109/stc-csit.2017.8098828

12. Trunov, A., Fisun, M., Malcheniuk, A. (2018). The processing of hyperspectral images as matrix algebra operations. 2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelecrtronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). doi: https://doi.org/10.1109/tcset.2018.8336305

13. Фісун, М. Т., Кравець, І. О. Казмірчук, П. П., Ніколенко, С. Г. (2016). Інтелектуальний аналіз даних. Львів: Новий світ-2000, 160.

14. Фрадков, А. Л. (2005). О применении кибернетических методов в физике. Успехи физических наук, 175 (2), 113–138. doi: https://doi.org/10.3367/ufnr.0175.200502a.0113

15. Trunov, A. (2016). Realization of the paradigm of prescribed control of a nonlinear object as the problem on maximization of adequacy. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 4 (4 (82)), 50–58. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.75674

16. Фісун, М. Т., Журавська, І. М., Горбань, Г. В. (2011). Інтеграція даних мережевого трафіку мультісервісної корпоративної мережі з класами постреляційної СКБД Caché. Наукові праці, 173 (161), 105–110.

17. Банах, С. (1948). Курс функціонального аналізу (лінійні операції). Київ: Радянська школа, 216.

18. Канторович, Л. В., Крылов, В. И. (1962). Приближенные методы высшего анализа. М.; Л.: Физматгиз, 708.

19. Акилов, Г. П., Канторович, Л. В. (1984). Функциональный анализ. М.: Наука, 752.

20. Коллатц, Л. (1969). Функциональний анализ и вычислительная математика. М.: Мир, 447.

21. Колмогоров, А. М., Фомін, С. В. (1974). Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. Київ: Вища школа, 455.

22. Лучка, А. Ю., Лучка, Т. Ф. (1985). Возникновение и развитие прямых методов математической физики. Киев: Наукова думка, 239.

23. Bellman, R. (1962). Quasi-linearization and upper and lower bounds for variational problems. Quarterly of Applied Mathematics, 19 (4), 349–350. doi: https://doi.org/10.1090/qam/130585

24. Bellman, R. E., Kalaba, R. E. (1965). Quasilinearization and nonlinear boundary-value problems. Elsiver, 218.

25. Трауб, Дж. (1985). Итерационные методы решения уравнений. М.: Мир, 264.

26. Дзядик, В. К. (1988). Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. Киев: Наук. думка, 304.

27. Halley, E. (1694). A new, exact, and easy method of finding the roots of any equations generally, and that without any previous reduction. Philos. Trans. Roy. Soc. London, 18, 136–145.

28. Трунов, О. М. (1999). Застосування методу рекурентної апроксимації до розв’язку нелінійних задач. Наукові праці, III, 135–142.

29. Shebanin, V., Atamanyuk, I., Kondratenko, Y., Volosyuk, Y. (2017). Canonical mathematical model and information technology for cardio-vascular diseases diagnostics. 2017 14th International Conference The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM). doi: https://doi.org/10.1109/cadsm.2017.7916170

30. Трантер, К. Д. (1956). Интегральные преобразования в математической физике. М.: Гостехиздат, 204.

31. Dronyuk, I., Nazarkevych, M., Poplavska, Z. (2017). Gabor Filters Generalization Based on Ateb-Functions for Information Security. Man-Machine Interactions 5, 195–206. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-67792-7_20

32. Dronyuk, I., Nazarkevych, M., Fedevych, O. (2016). Synthesis of Noise-Like Signal Based on Ateb-Functions. Distributed Computer and Communication Networks, 132–140. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-30843-2_14

33. Dronjuk, I., Nazarkevych, M., Troyan, O. (2016). The Modified Amplitude-Modulated Screening Technology for the High Printing Quality. Computer and Information Sciences, 270–276. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-47217-1_29

34. Kondratenko, Y. P., Kozlov, O. V. (2016). Mathematical Model of Ecopyrogenesis Reactor with Fuzzy Parametrical Identification. Studies in Fuzziness and Soft Computing, 439–451. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-32229-2_30

35. Zhuravska, I., Kulakovska, I., Musiyenko, M. (2018). Development of a method for determining the area of operation of unmanned vehicles formation by using the graph theory. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (3 (92)), 4–12. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.128745

36. Петров, Э. Г. (2014). Координационное управление (менеджмент) процессами реализации решений. Проблеми інформаційних технологій, 2, 6–11.

37. Васюхін, М. І., Васильєв, І. В., Лобанчикова, Н. М. (2007). Інтерактивна автоматизована геоінформаційна система високого рівня безпеки особливо важливих об’єктів. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація, 56–60.

38. Васюхин, М. И., Капштык, О. И., Креденцар, С. М. (2008). Метод ускоренного поворота сложного символа при построении динамической зрительной сцены в аэронавигационных геоинформационных системах реального времени. Вестник Херсонского национального технического университета, 30, 281–287.

39. Trunov, A. (2016). Recurrent approximation as the tool for expansion of functions and modes of operation of neural network. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 5 (4 (83)), 41–48. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.81298

40. Trunov, A., Belikov, A. (2015). Application of recurrent approximation to the synthesis of neural network for control of processes phototherapy. 2015 IEEE 8th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS). doi: https://doi.org/10.1109/idaacs.2015.7341389

41. Trunov, A. (2016). Peculiarities of the interaction of electromagnetic waves with bio tissue and tool for early diagnosis, prevention and treatment. 2016 IEEE 36th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). doi: https://doi.org/10.1109/elnano.2016.7493041

42. Trunov, A. (2017). Theoretical predicting the probability of electron detachment for radical of cell photo acceptor. 2017 IEEE 37th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). doi: https://doi.org/10.1109/elnano.2017.7939776

43. Trunov, A., Malcheniuk, A. (2018). Recurrent network as a tool for calibration in automated systems and interactive simulators. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2 (9 (92)), 54–60. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.126498

44. Трунов, О. М. (2015). Критерій адекватності як оцінка ефективності процесу побудови моделі. Восточно-Европейский журнал передовых технологий, 1 (4 (73)), 36–41. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.37204

45. Филаретов, В. Ф. (2000). Самонастраивающиеся системы управления маніпуляторами. Владивосток: изд-во ДВГТУ, 304.

46. Trunov, A. (2018). Transformation of operations with fuzzy sets for solving the problems on optimal motion of crewless unmanned vehicles. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 4 (4 (94)), 43–50. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.140641

47. Батунер, Л. А., Позин, М. Е. (1971). Математические методы в химической технике. Л.: Химия, 824.

48. Марчук, Г. И. (1977). Методы вычислительной математики. М.: Наука, 456.

49. Ивахненко, А. Г. (1981). Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. Киев: Наукова думка, 296.

50. Ивахненко, А. Г. (2005). Образное мышление как согласование результатов дедуктивного мышления и вариантов индуктивного мышления. Управляющие системы и машины, 2, 3–7.

51. Madala, H. R. (2019). Inductive learning algorithms for complex systems modeling. CRC Press, 380. doi: https://doi.org/10.1201/9781351073493

52. Ивахненко, А. Г., Савченко, Е. А., Ивахненко, Г. А., Синявский, В. Л. (2007). Проблемы индуктивного двухуровневого мониторинга сложных процессов. Управляющие системы и машины, 3, 13–21.

53. Krutys, P., Gomolka, Z., Twarog, B., Zeslawska, E. (2019). Synchronization of the vector state estimation methods with unmeasurable coordinates for intelligent water quality monitoring systems in the river. Journal of Hydrology, 572, 352–363. doi: https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.02.038

54. Gil-Lafuente, A. M. (2005). Fuzzy Logic In Financial Analysis. Springer. doi: https://doi.org/10.1007/3-540-32368-6

55. Dykhta, L., Kozub, N., Malcheniuk, A., Novosadovskyi, O., Trunov, A., Khomchenko, A. (2018). Construction of the method for building analytical membership functions in order to apply operations of mathematical analysis in the theory of fuzzy sets. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 5 (4 (95)), 22–29. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.144193

56. Solesvik, M., Kondratenko, Y., Kondratenko, G., Sidenko, I., Kharchenko, V., Boyarchuk, A. (2017). Fuzzy decision support systems in marine practice. 2017 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE). doi: https://doi.org/10.1109/fuzz-ieee.2017.8015471

57. Ивахненко, А. Г., Степашко, В. С. (1985). Помехоустойчивость моделирования. К.: Наукова думка, 216.