

УДК 532.135.66.012

DOI: 10.15587/1729-4061.2019.171445

## Дослідження додаткових похибок вимірювання засобів контролю методом інтегрального функціоналу

Й. І. Стенцель, О. В. Поркуян, К. А. Літвінов, Т. Г. Сотнікова

Дослідженнями встановлено, що у промислових умовах достатньо рідко уводиться поправка до результату поточних вимірювань при відхиленні впливового параметра від нормованого значення. У загальному випадку методика визначення додаткової похибки вимірювання складається з двох етапів. На першому етапі за виміряним значенням впливового параметра визначається ступінь його відхилення від нормованого значення. На другому – розраховується поправка як добуток цього ступеня на нормоване значення додаткової похибки.

Такий спосіб розрахунку поправки є не точним, так як не враховує нелінійну залежність додаткової похибки від зміни впливового параметра, а також поточного значення вихідного сигналу засобу контролю. Для визначення дійсного значення вимірювального параметра та додаткової похибки вимірювання в промислових умовах експлуатації засобів контролю запропоновано метод інтегрального функціоналу. Суть методу полягає у визначенні різниці площин під номінальною та поточною частинами статичної характеристики, обмеженої діапазоном вимірювання. Різниця площин є функцією вихідного сигналу засобу контролю, вимірювального параметра та зміни впливового фактора. Показано, що запропонований метод дозволяє виконувати розрахунок дійсних значень технологічного параметра тільки за його виміряним та впливовими параметрами. Встановлені закономірності між дійсним значенням вимірювального параметра, поточним значенням вихідного сигналу засобу контролю та виміряним значенням впливового параметра. Запропонований метод є важливим і цінним для роботи комп'ютерно-інтегрованих систем контролю за технологічними параметрами, так як дозволяє визначати дійсні значення вимірювального параметра за відповідним алгоритмом без розрахунку поправок

Ключові слова: засіб контролю, додаткова похибка, впливовий параметр, інтегральний функціонал, вимірювання, статична характеристика

### 1. Вступ

Ефективність технологічних процесів визначається точністю підтримування технологічних параметрів на заданому рівні, котрий нормується відповідним регламентом. Для забезпечення цієї вимоги технологічні параметри підлягають контролю з допомогою технічних засобів. Останні передають результат вимірювання у формі вихідного сигналу для візуалізації, наприклад, на монітор реального часу комп'ютерно-інтегрованої системи контролю. Вихідний сигнал таких засобів нормується на стадії промислового

випуску шляхом установлення діапазону вимірювання та класу точності. Окрім того в документації на технічний засіб вказуються додаткові похибки вимірювання (ДПВ), котрі зумовлюються відхиленнями впливових параметрів від нормованих значень. До основних впливових параметрів, як правило, відносять температуру навколишнього середовища, атмосферний тиск, вологість повітря, напруга живлення, частота струму та деякі інші. При сталому вимірювальному параметрі вихідний сигнал засобу контролю змінюється в більшу або меншу сторону на деяку величину за рахунок відхилення впливового параметра від нормованого значення. Таким чином, зміна вихідного сигналу є функцією зміни впливового параметра. Робочий діапазон зміни основних впливових параметрів вказується в технічній документації на засіб контролю, а ДПВ – тільки на певну його зміну.

Дослідженнями встановлено, що залежність ДПВ від відхилення впливового параметра від нормованого значення у загальному випадку є нелінійною, котра збільшується з підвищенням коефіцієнта чутливості за каналом дії цього параметра. Окрім того встановлено, що при збільшенні впливового параметра від нормованого значення ДПВ є значно меншою, ніж при його зменшенні на таку ж величину. При цьому збільшується і нелінійність залежності ДПВ від зменшення впливового параметра. В умовах промислової експлуатації засоби контролю формують вихідний сигнал, за котрим при зворотному градуюванні отримується значення технологічного параметра. Так як на первинний вимірювальний перетворювач чинять вплив як внутрішні, так і зовнішні впливові параметри, то вихідний сигнал не відповідає дійсному значенню вимірювального технологічного параметра, а є зміщеним на величину ДПВ. Так як за дійсне значення вимірювального технологічного параметра приймається показання засобу контролю за його градуюваною шкалою, то при цьому не враховується ДПВ, котра зумовлена тим ч и іншим впливовим параметром. Тому перед обслуговуючим персоналом завжди стоїть проблема щодо визначення цієї похибки з найбільшою точністю з метою уведення відповідної поправки до результату вимірювання. На даний час ДПВ визначають, як правило, двома методами. Найбільш точним є метод порівняння з мірою, при котрому робочий засіб контролю знаходиться в реальних умовах експлуатації, а взірцевий при умовах градуювання робочого. До другого методу відноситься розрахунковий, котрий заснований на визначенні ДПВ за виміряними значеннями поточного впливового параметра при відомому коефіцієнті перетворення за каналом його дії. Як правило, цей метод є наближеним і не враховує характеру розподілення ДПВ як за діапазоном вимірювання технологічного параметра, так і за зміною впливового параметра. Так як при експлуатації засобів контролю на промисловому об'єкті мір і взірцевих засобів немає, то, як правило, використовується другий метод визначення ДПВ. У більшості випадків за другим методом нормуються ДПВ у нормативно-технічній документації на засіб контролю. Суть його полягає в тому, що в технічних умовах вказується ДПВ, яка зумовлюється при відхиленні впливового параметра на деяку нормовану зміну, наприклад, при відхиленні температури на кожні  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  від нормальної рівної  $(20\pm 5)\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Якщо робочий

діапазон зміни впливового параметра є достатньо великим, наприклад, для зміни температури від мінус 40 °С до плюс 120 °С, то залежність температурної ДПВ від відхилення температури на кожні 10 °С є нелінійною. Це приводить до того, що поправка до результату вимірювання визначається з похибкою, котра може перевищувати її значення. При цьому розраховане дійсне значення вимірювального параметра (ДЗВП) є заниженим (або завищеним), що приводить до неправильної оцінки якості вироблюваного продукту або роботи системи автоматичного регулювання. Таким чином, актуальність роботи полягає в розробці методу, з допомогою котрого можна за відповідним алгоритмом визначати ДЗВП за поточним значенням вихідного сигналу засобу контролю та виміряним поточним значенням впливового параметра.

## **2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми**

Як відомо [1], додатковою похибкою засобу вимірювання називається складова похибки, котра виникає внаслідок відхилення якої-небудь з впливових величин від нормального її значення або внаслідок її виходу за межі нормальної області значень. Робоча область значень кожної впливової величини, в межах котрої нормують додаткові похибки або зміну показань засобу вимірювання (контролю) вказується в його технічних умовах на той чи інший засіб окремо. Як правило, приймається, що ДПВ розподіляється рівномірно вздовж всієї робочої області зміни кожної впливової величини, а ця похибка нормується на деяку установлену частину цієї області. При максимально дозволеному відхиленню впливової величини ДПВ визначається за добутком нормованої ДПВ на ступінь відхилення впливової величини від нормованого значення. Основним недоліком методу є те, що не враховується поточне значення вихідного сигналу засобу контролю та нелінійність його статичної характеристики як від зміни впливового так і вимірювального параметрів. У роботах [2, 3] розглядається вплив зміни коефіцієнта перетворення засобу контролю при дії на нього відхилення впливового параметра від нормованого значення, а також приводиться алгоритм визначення поправки до результату вимірювання. Запропонований алгоритм реалізується за такими етапами:

- калібрування термометрів в калібрувальній лабораторії при нормальних умовах і визначення його функції перетворення;
- визначення функції перетворення в робочих умовах експлуатації шляхом візування термометрів декількох значень температури, відтворюваних еталонним випромінювачем у робочих умовах;
- обчисленні відхилень значень температури, визначених за функцією перетворення, встановленої за нормальних умов, та визначеною за реальною температурою в робочих умовах виробництва; визначення поправок у декількох фіксованих точках температури;
- визначення температурної залежності поправок для вихідного сигналу термометра відповідно до умов виробництва шляхом інтерполяції значень поправок;
- уведення поправок до значення температури, визначених відкаліброваним термометром.

Позитивним в роботі [2] є те, що встановлена функціональна залежність поправки між відхиленням впливового параметра від нормованого значення, котра є нелінійною, а також залежність значення поправки від вимірювального параметра. Основним недоліком роботи [3] є складність алгоритму розрахунку поправки та її незалежність від поточного значення вимірювального параметра.

У роботах [4, 5] для дослідження ДПВ запропоновано CFD-метод моделювання. Згідно з методом, який описується в [4], визначається корегувальний коефіцієнт, котрий змінює коефіцієнт перетворення при поточному значенні вихідного сигналу засобу контролю. Позитивним у роботі [5] є те, що за відомими впливовими конструктивними параметрами визначається корегувальний коефіцієнт для тої чи іншої перетворюючої ланки засобу контролю. Значення корегувального коефіцієнта уводиться у відповідний алгоритм, за котрим обчислюється дійсне значення вимірювального параметра.

Основним недоліком методу є складність обчислень корегувального коефіцієнта та для засобів контролю з нелінійними статичними характеристиками, а поправка уводиться не до результату поточного вимірювання, а до коефіцієнта перетворення. У роботі [6] показано, що різноманітні впливові параметри викликають зміну коефіцієнтів перетворення і для визначення ДЗВП пропонується виконувати калібрування таких засобів безпосередньо в робочих умовах експлуатації. Перевагою є висока точність визначення ДПВ, незалежність її від нелінійності статичної характеристики. До недоліків методу слід віднести, по-перше, необхідність на робочому місці мати зразковий переносний засіб контролю, по-друге, метод є періодичним і непридатним для поточного уведення поправки до результату вимірювання.

Метод тестових впливів [7] є найбільш придатним для використання в комп'ютерно інтегрованих системах контролю та управління. Згідно з цим методом, за виміряними поточними значеннями впливових параметрів можна розраховувати поправки до результату вимірювання та корегувати програми тестів. Метод тестових впливів є достатньо складним, потребує багато часу на розрахунок поправки та формує тільки мультиплікативну складову поправки до результату вимірювання та не враховує впливу нелінійної.

У багатьох випадках вихідний сигнал засобу контролю має коливальний характер з різною частотою та амплітудою коливань, а також ДПВ, зумовлену відхиленням впливового параметра від нормованого значення. Для оцінки якості точності та стабільності характеристик, котрі використовуються для управління технологічними процесами та регламентовані нормативними документами, передбачають визначення верхньої та нижньої межі вихідного сигналу за формулами [8]

– для верхньої межі

$$UCL_i = \mu_{0i} + z_{(1-\alpha/2)} \sigma_i;$$

– нижньої межі

$$LCL_i = \mu_{0i} - z_{(1-\alpha/2)} \sigma_i,$$

$$z = (x_o \cdot m_o) / \alpha / \sqrt{n},$$

де  $\mu_{0i}$ ,  $\sigma_i$  – середнє значення та середнє квадратичне відхилення, які визначені за результати попередніх досліджень тренда вихідного сигналу;  $z_{(1-\alpha/2)}$  – коефіцієнт значущості.

У цьому випадку область розсіювання допустимих значень результуючого вектора вихідного сигналу визначаються як різниця  $\mathcal{R} = UCL_i - LCL_i$  а коефіцієнт значущості за формулою

де  $x_o$  – середнє значення за контрольною картою Шухарта [9];  $n$  – статистична вибірка. Так як задача дослідження ДПВ відноситься до двопараметричної, то оцінку стабільності технологічного процесу пропонується виконувати за картами Хотеллінга [10], згідно з котрим розраховується коефіцієнт кореляції. Останній враховується в результаті поточних значень вихідного сигналу. Метод є складним, відноситься до статистичних, вимагає достатньо велику кількість досліджень і не може бути використаним для автоматичного введення поправки до результату поточних вимірювань.

Як видно з результатів аналізу, ДПВ визначаються за різницею показань засобів контролю при нормальних та поточних значеннях впливових параметрів. При цьому ДПВ досліджуються, як правило, для конкретного засобу контролю, а ДЗВП визначається за алгебраїчною сумою поточного значення вимірювального сигналу та ДПВ. Якщо поточне значення вимірювального параметра є відомим, то ДПВ необхідно розраховувати за відповідною методикою, котра в багатьох випадках є недосконалою. Практично у всіх випадках ДПВ для робочого діапазону зміни впливового параметра визначається за лінійним принципом. У більшості випадків залежність ДПВ від зміни впливового параметра є нелінійною, що приводить до появи нелінійних складових похибки, визначення котрих є достатньо складною задачею. Проблема дослідження ДПВ, як правило, пов'язана з визначенням ДЗВП, так як за рахунок дії на засіб контролю різноманітних внутрішніх та зовнішніх факторів нормовані значення ДПВ в умовах експлуатації у більшості випадків змінюються. Тому виникає задача, котра полягає в тому, щоб визначати ДЗВП визначати тільки за поточним значенням вихідного сигналу засобу контролю та вимірним значенням впливового параметра.

### **3. Мета і завдання дослідження**

Метою роботи є дослідження додаткових похибок засобів контролю методом інтегрального функціоналу. Це дасть можливість на кожний цикл опитування комп'ютерно-інтегрованої системи контролю та управління визначати ДПВ та вводити відповідні поправки до результату вимірювання.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- обґрунтувати метод інтегрального функціоналу для дослідження ДПВ засобів контролю;
- визначити дію впливових параметрів на зміну інтегрального функціоналу засобу контролю;
- розробити методику для розрахунку дійсних значень вимірювального параметра за відомим значенням вихідного сигналу засобу контролю та впливового параметра.

#### 4. Обґрунтування методу інтегрального функціоналу для дослідження додаткових похибок вимірювання засобів контролю

Систематизація результатів дозволяє рахувати, що існуючі підходи до розв'язання проблеми визначення ДПВ є індивідуальними та базуються на методах, котрі характерні тільки для тих чи інших засобів контролю. Подібні підходи дозволяють знаходити ДПВ тільки у тому випадку, коли метрологічні характеристики засобів контролю є відомими. Як правило, засоби контролю описуються експериментально-статистичними або детермінованими методами, котрі не дозволяють отримувати об'єктивні математичні моделі розподілення ДПВ як за діапазоном вимірювання, так і за робочим діапазоном зміни впливового параметра. Окрім того, більшість методів не враховує кореляційного зв'язку між вимірювальним та впливовим параметрами, котрі можуть бути значними та змінювати вихідний сигнал засобу контролю, як показано на рис. 1.

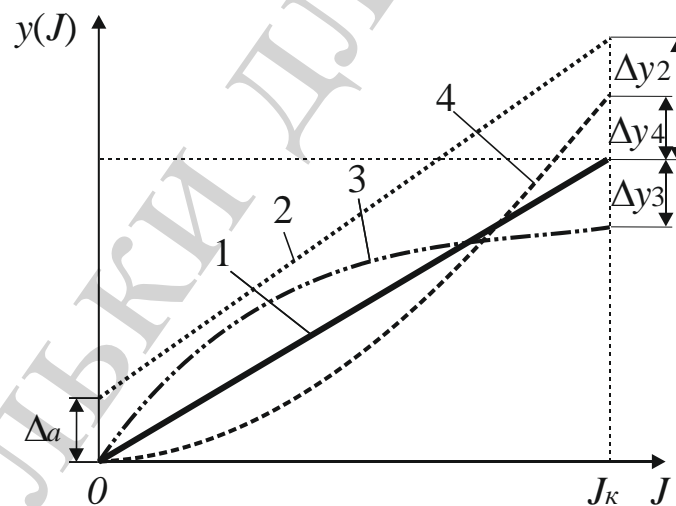


Рис. 1. Залежність вихідного сигналу засобу контролю при відхиленні впливового параметра: 1 – градуйована статична характеристика; 2, 3, 4 – поточні статичні характеристики при відхиленні впливового параметра від нормованого значення (відповідно лінійна, експоненціальна, параболічна)

Діапазон вимірювання обмежений нульовим і кінцевим  $J_k$  значенням вимірювального параметра та є сталим, установленим при градуюванні засобу контролю. При відхиленні впливового параметра від нормованого значення

вихідний сигнал засобу контролю може змінювати пропорційно зміні вимірювального параметра або непропорційно. При цьому в кінці діапазону вимірювання появляються абсолютні похибки відповідно  $\Delta y_2$ ,  $\Delta y_3$  і  $\Delta y_4$ .

Відхилення впливового параметра від нормованого значення може викликати тільки адитивну складову похибки  $\Delta a$ . У цьому разі виникає проблема щодо зменшення ДПВ та їх оптимізації вздовж діапазону вимірювання. Для дослідження ДПВ пропонується метод інтегрального функціоналу, суть котрого полягає в тому, що визначається різниця площин під нормованою та поточною статичними характеристиками засобу контролю, котрі мають місце після дії впливового параметра. Відомо, що в результаті вимірювання вихідний сигнал засобу контролю змінюються від попередніх до нових. Причому така зміна може бути викликана як відхиленням вимірювального, так і впливового параметрів. Якщо ДЗВП є відомим, то абсолютне значення ДПВ дорівнюватиме

$$\Delta y(J, z) = y(J, z) - y_H(J_\partial, z_H), \quad (1)$$

де  $y(J_\partial, z)$  і  $y_H(J_\partial, z_H)$  – поточне та нормоване значення вихідного сигналу;  $J_\partial, J$  – дійсне та поточне значення вимірювального параметра відповідно;  $z_H, z$  – нормоване та поточне значення впливового параметра відповідно.

При експлуатації засобів контролю у промислових умовах ДЗВП є невідомим. Тому визначити ДПВ є достатньо складною задачею, так як зміна вихідного сигналу може бути викликана як зміною вимірювального, так і впливового параметрів. У цьому випадку поточне значення ДПВ  $\Delta y(J, z)$  є залежною функцією одночасно від двох змінних – поточного значення вимірювального параметра  $J$  і впливового  $z$ . Дійсні значення відхилення основних впливових параметрів (наприклад, температура, атмосферний тиск, вологість повітря, напруга живлення, частота струму та інші) від їх нормованих значень можуть бути визначені шляхом безпосереднього їх вимірювання. Але при цьому необхідно знати, яким чином ДПВ розподіляються вздовж діапазону вимірювання при зміні вимірювального параметра. Якщо зміна впливового параметра викликає вздовж діапазону вимірювання тільки адитивну чи мультиплікативну складові ДПВ, то її визначити достатньо просто. Для цього досить знати коефіцієнт перетворення  $k_z$  засобу за каналом впливового параметра. Розкладемо функцію  $y(J, z)$  у ряд Тейлора за змінними  $J$  і  $z$ . У результаті для ДПВ маємо

$$\begin{aligned} y(J_\partial, z) = & y_H(J_\partial, z_H) + \frac{dy_H(J_\partial, z_H)}{dz} \Delta z + \\ & + \frac{1}{2} \frac{d^2 y_H(J_\partial, z_H)}{dz^2} \Delta z^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3 y_H(J_\partial, z_H)}{dz^3} \Delta z^3 + \dots + \\ & + \frac{d^2 y_H(J_\partial, z_H)}{dJ_\partial dz} \Delta J_\partial \Delta z + \frac{1}{2} \frac{d^3 y_H(J_\partial, z_H)}{dJ_\partial dz^2} \Delta J_\partial \Delta z^2 + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $y_H(J_\partial, z_H)$  – функція статичної характеристики при нормованому значенні впливового параметра  $z_H$ ;  $y_z(J_\partial, z_H)$  – функція вихідного сигналу засобу контролю при зміні вимірювального та впливового параметрів;  $J_\partial$  – дійсне значення вимірювального параметра;  $\Delta z$  – відхилення впливового параметра від нормованого значення;  $\Delta J_\partial$  – відхилення вимірювального параметра.

У загальному вигляді ДПВ описується наступним рівнянням

$$\begin{aligned} \Delta y_\partial(J_\partial, z) = & \frac{dy_z(J_\partial, z_H)}{dz} \Delta z + \frac{1}{2} \frac{d^2 y_z(J_\partial, z_H)}{dz^2} \Delta z^2 + \\ & \frac{1}{6} \frac{d^3 y_z(J_\partial, z_H)}{dz^3} \Delta z^3 + \dots + \frac{1}{2} \frac{d^2 y_H(J_\partial, z_H)}{dJ_\partial dz} \Delta J_\partial \Delta z + \\ & + \frac{1}{2} \frac{d^3 y_H(J_\partial, z_H)}{dJ_\partial dz^2} \Delta J_\partial \Delta z^2 + \dots + \frac{1}{6} \frac{d^4 y_H(J_\partial, z_H)}{dJ_\partial dz^3} \Delta J_\partial \Delta z^3 + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Похідні в рівнянні (3) є коефіцієнтами перетворення засобу контролю. З метою приведення коефіцієнтів перетворення до однієї розмірності позначимо:

$$k_\mu = dy_H(J, z_H)/dz,$$

$$k_{v2} = (1/2) d^2 y_z(J, z_H)/dz^2,$$

$$k_{v3} = (1/6) d^3 y_z(J, z_H)/dz^3,$$

$$k_{J\mu} = (1/2 J_\partial) d^2 y_H(J, z_H)/dJ dz$$

і

$$k_{Jv} = (1/6 J_\partial) d^3 y_H(J, z_H)/dJ dz^2.$$

Тоді рівняння (3) приймає таку форму

$$\begin{aligned} \Delta y_\partial(J_\partial, z) = & k_\mu \Delta z_\mu + k_{v2} \Delta z_{v2}^2 + \\ & + k_{v3} \Delta z_{v3}^3 + \dots + k_{J\mu} \delta J_\partial \Delta z_\mu + \\ & + k_{Jv2} \delta J_\partial \Delta z_{v2}^2 + \dots + k_{Jv3} \delta J_\partial \Delta z_{v3}^3 + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $k_\mu \Delta z_\mu$ ,  $k_{v2} \Delta z_{v2}^2$ ,  $k_{v3} \Delta z_{v3}^3$  – мультиплікативна, нелінійна квадратична та нелінійна кубічна складові ДПВ, котрі є незалежними від вимірювального параметра;  $k_{J\mu} \delta J_\partial \Delta z_\mu$ ,  $k_{Jv2} \delta J_\partial \Delta z_{v2}^2$ ,  $k_{Jv3} \delta J_\partial \Delta z_{v3}^3$  – мультиплікативна, нелінійна квадратична та нелінійна кубічна складові ДПВ, котрі є одночасно залежними



як від зміни вимірювального так і впливового параметрів;  $\delta J_{\partial} = \Delta J_{\partial} / J_{\partial}$  – відносна зміна вимірювального параметра.

У координатах  $J_{\partial} \rightarrow z$  добуток  $\delta J_{\partial} \Delta z$  є деякою елементарною площиною  $\Delta S$ , зумовленою зміною вимірювального та впливового параметрів. Враховуючи обумовлене, у рівнянні (4) позначимо  $\Delta S_{\mu} = \delta J_{\partial} \Delta z_{\mu}$ ,  $\Delta S_{v2} = \delta J_{\partial} \Delta z_{v2}$ , і  $\Delta S_{v3} = \delta J_{\partial} \Delta z_{v3}$ . У результаті отримуємо

$$\begin{aligned} \Delta y_{\partial}(J_{\partial}, z) = & k_{\mu} \Delta z_{\mu} + k_{v2} \Delta z_{v2}^2 + \\ & + k_{v3} \Delta z_{v3}^3 + \dots + k_{Jz\mu} \Delta S_{\mu} + \\ & + k_{Jzv2} \Delta S_{v2} \Delta z_{v2} + \dots + k_{Jzv3} \Delta S_{v3} \Delta z_{v3}^2 + \dots, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $\Delta S_{\mu}$ ,  $\Delta S_{v2}$  і  $\Delta S_{v3}$  – мультиплікативна, нелінійна квадратична та нелінійна кубічна складові приросту площин, зумовлених відхиленням відповідних складових впливового параметра від нормованого значення.

Позначимо у рівнянні (5)

$$\Delta y_z(z) = k_{\mu} \Delta z_{\mu} + k_{v2} \Delta z_{v2}^2 + k_{v3} \Delta z_{v3}^3,$$

$\Delta y_z(z)$  – складова ДПВ, яка зумовлена відхиленням впливового параметра від нормованого значення;

$$\Delta y_{Jz}(\delta J_{\partial}, \Delta z) = k_{Jz\mu} \Delta S_{\mu} + k_{Jzv2} \Delta S_{v2} \Delta z_{v2} + k_{Jzv3} \Delta S_{v3} \Delta z_{v3}^2,$$

$\Delta y_{Jz}(\delta J_{\partial}, \Delta z)$  – складова ДПВ, яка зумовлена одночасною зміною вимірювального та впливового параметрів. Тоді рівняння (5) приймає наступну форму

$$\Delta y_{\partial}(J_{\partial}, z) = \Delta y_z(\Delta z) + \Delta y_{Jz}(\delta J_{\partial}, \Delta z). \quad (6)$$

З рівняння (6) випливає важливий висновок, котрий свідчить про те, що ДПВ є сумою складової, зумовленої зміною впливового параметра, та складової, котра пропорційна площині  $\Delta S_{\mu}(\delta J_{\partial}, \Delta z)$ , обмеженої приростом вимірювального та впливового параметрів (рис. 2). Так як вихідний сигнал засобу контролю змінюється як при зміні вимірювального параметра, так і при відхиленні впливового параметра від нормованого значення, то складова ДПВ  $\Delta y_{Jz}(\delta J_{\partial}, \Delta z)$  існує завжди, коли  $\Delta z \neq 0$ .

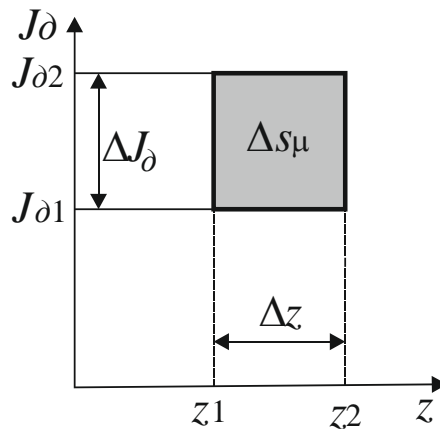


Рис. 2. Графічне пояснення методу площин

У даний час ДПВ визначають при умові, що вимірювальний параметр  $J_{\delta} = \text{const}$ . У промислових умовах експлуатації засобів контролю, наприклад при вимірюванні витрати матеріальних потоків (наприклад, витрати газу), одночасно можуть змінюватися як вимірювальний, так і впливовий параметри. В таких випадках складова ДПВ  $y_{Jx}(\delta J_{\delta}, \Delta z)$  може значно перевищувати складову  $\Delta y_z(\Delta z)$ . Особливо важливим є вимірювання витрати турбулентних газових потоків. З цього випливає, що для промислових умов вимірювання витрати матеріальних потоків найбільш ефективним є метод площини, котрий дозволяє одночасно враховувати як зміну вимірювального, так і впливових параметрів. Так як статична характеристика є залежністю вихідного сигналу  $y(J_{\delta}, z)$  засобу контролю від дійсного значення вимірювального параметра  $J_{\delta}$ , то площа під цією характеристикою

$$dS_y [f(J_{\delta}, z)] = \int_{J_{\delta 1}}^{J_{\delta 2}} \int_{z_1}^{z_2} f(J_{\delta}, z) dJ_{\delta} dz, \quad (7)$$

де  $J_{\delta 1}, J_{\delta 2}$  – початкове та кінцеве значення вимірювального параметра;  $z_1, z_2$  – початкове та кінцеве значення впливового параметра.

Якщо прийняти, що для промислових умов експлуатації засобу контролю діапазон зміни вихідного сигналу відносно дійсного значення вимірювального та впливового параметрів є лінійним, то для одиначної ступінчастої функції, коли  $f(J_{\delta}, z) = 1$ , рівняння (7) приймає наступну форму

$$\Delta S_y [f(J_{\delta}, z), z] = \Delta J_{\delta} \int_{z_1}^{z_2} f(J_{\delta}, z) dz = \Delta J_{\delta} \Delta z. \quad (8)$$

Приймаючи до уваги, що відхилення вихідного сигналу засобу контролю  $\Delta y(J_{\delta}, z) = k_H \Delta J_{\delta}$ , то рівняння (8) приводиться до такого вигляду

$$k_H \Delta S_y [y(J_{\delta}, z), z] = \Delta y_z(J_{\delta}, z) \Delta z, \quad (9)$$

де  $k_H$  – коефіцієнт перетворення за каналом вимірювального параметра;  $\Delta y_z(J_{\partial}, z)$  – додаткова похибка вимірювання, яка зумовлена зміною впливового параметра  $z$ .

З рівняння (9) випливає, що ДПВ повністю визначається площиною, котра дорівнює добуткові ДПВ на відхилення  $\Delta z$  впливового параметра від нормованого значення. Так як  $\Delta z = z - z_H$ , де  $z, z_H$  – поточне, котре підлягає вимірюванню, і нормоване значення впливового параметра відповідно, то для визначення ДПВ достатньо знати приріст площини  $\Delta S_y[y(J_{\partial}, z), z]$ . З метою розв'язання цієї задачі в роботі запропоновано метод інтегрального функціоналу.

## 5. Дослідження додаткових похибок вимірювання засобів контролю методом інтегрального функціоналу

Інтегральний функціонал широко використовується для оптимізації руху систем автоматичного управління та описується наступним рівнянням

$$v[x(t)] = \int_{t_0}^{t_1} F[t, x(t), x'(t)] dt, \quad (10)$$

де  $x(t)$  – функція руху за час  $t$ ;  $F[x(t), x'(t)]$  – деяка функція, котра пов'язана з функцією руху на інтервалі часу від  $t_0$  до  $t_1$ ;  $x'(t)$  – похідна функції руху.

Прийmemo, що змінна  $t$  є поточним вимірювальним технологічним параметром  $J_{\partial i}$ . Тоді вихідний сигнал засобу контролю є функцією як вимірювального параметра  $J_{\partial i}$ , так і величини відхилення  $\Delta z$  впливового параметра від його нормованого значення  $z_H$ .

Нехай функція нормованого вихідного сигналу  $y_H = y(J_{\partial i}, z_H)$  є номінальною статичною характеристикою засобу контролю, а  $y_z = y(J_{\partial i}, z)$  – поточною. Варіація

$$\Delta y_z(J_{\partial i}, \Delta z) = y_H(J_{\partial i}, z_H) - y_z(J_{\partial i}, z)$$

є функцією відхилення впливового параметра від нормованого значення (наприклад, відхилення температури навколишнього середовища від нормованої 20 С. Так як діапазон вимірювання є незмінним, а похідна  $dy_z/dz$  дорівнює нулю тільки при  $z = z_H$ , то рівняння для інтегрального функціоналу приймає наступну форму

$$v[y_z(J_{\partial i}, \Delta z)] = \int_{z_H}^{\Delta z} F[\Delta z, y(J_{\partial i}, \Delta z)] \Delta J_{\partial i} dz. \quad (11)$$

Так як підінтегральна функція  $F[\Delta z, y(J_{\partial i}, \Delta z)]$  при  $z = z_H$  дорівнює площині під кривою  $y_H = y(J_{\partial i}, z_H)$ , а при  $z = z_H + \Delta z$  – площині під кривою  $y_z = y(J_{\partial i}, z)$ , то їх різниця є нічим іншим як приростом площини між ними. Діапазон вимірювання

є сталим, а відхилення впливового параметра від нормованого значення можуть змінюватися в достатньо широких межах. Тоді зміна площини між номінальною та поточною статичними характеристиками визначатиметься тільки відхиленням впливового параметра. Причому для одного і того ж вимірювального та впливового параметрів приріст площини буде однаковим. Таким чином, приріст площини  $\Delta S_z(\delta J_{\partial i}, \Delta z)$  буде однаковим як при зміні дійсного значення вимірювального, так і впливового параметра та описуватися наступними рівняннями:

– при відхиленні впливового параметра від нормованого значення

$$v[y_z(J_{\partial i}, \Delta z)] = k_{\Pi} \int_{-\Delta z_{\partial}}^{\Delta z_{\partial}} \Delta S[\Delta y(J_{\partial i}, \Delta z), \Delta J_{\partial i}] dz, \quad (12)$$

де  $\Delta z_{\partial}$  – відхилення впливового параметра при його зменшенні та збільшенні від нормованого значення відповідно;  $k_{\Pi}$  – коефіцієнт, котрий рівний степені характеристичного рівняння підінтегральної функції;

– при зміні вимірювального параметра вздовж діапазону вимірювання

$$v[y_z(J_{\partial i}, \Delta z)] = k_{\Pi} \int_{J_{\partial 0}}^{J_{\partial i}} \Delta S[\Delta y(J_{\partial i}, \Delta z), \Delta z] dJ_{\partial i}, \quad (13)$$

де  $J_{\partial 0}$ ,  $J_{\partial i}$  – початок і кінець діапазону вимірювання відповідно.

У загальному випадку приріст площини визначається добутком зміни вихідного сигналу засобу контролю на зміну дійсного значення вимірювального або впливового параметра, тобто

$$\Delta S_J[\Delta y(J_{\partial i}, \Delta z), \Delta z] = \Delta y_J(J_{\partial i}, \Delta z) \cdot \Delta J_{\partial i} \quad (14)$$

або

$$\Delta S_z[\Delta y(J_{\partial i}, \Delta z), \Delta z] = \Delta y_z(J_{\partial i}, \Delta z) \cdot \Delta z, \quad (15)$$

де  $\Delta y_J(J_{\partial i}, \Delta z)$ ,  $\Delta y_z(J_{\partial i}, \Delta z)$  – зміна вихідного сигналу, яка зумовлена приростом вимірювального та впливового параметрів відповідно.

З рівнянь (14) і (15) видно, що  $\Delta y_J(J_{\partial i}, \Delta z) = \Delta y_z(J_{\partial i}, \Delta z)$ , коли  $\Delta z = k_J \Delta J_{\partial i}$ , де  $k_J$  – коефіцієнт пропорційності. Для лінійної номінальної статичної характеристики вихідний сигнал

$$y(J_{\partial i}, z) = y_H(J_{\partial i}, z_H) - \delta y_z(J_{\partial i}, z) = k_H J_{\partial i} - k_z \Delta z, \quad (16)$$

де  $J_{\partial i}$ ,  $z_H$  – дійсне значення вимірювального та номінальне значення впливового параметра відповідно.

Якщо діапазон вимірювання починається з нуля, то з врахуванням (16) рівняння (13) приймає такий вигляд

$$v[y(J_{\partial i}, \Delta z)] = k_{\Pi} \left[ \int_0^{J_{\partial i}} (k_H J_{\partial i} - k_z \Delta z) dJ_{\partial i} \right]. \quad (17)$$

Рівняння (17) перепишемо наступним чином

$$v[y(J_{\partial i}, \Delta z)] = k_{\Pi 1} \int_0^{J_{\partial i}} k_H J_{\partial i} dJ_{\partial i} - k_{\Pi 2} \int_0^{J_{\partial i}} k_z \Delta z dJ_{\partial i}. \quad (18)$$

Так як підінтегральна функція першої складової рівняння (18) є другого порядку, то коефіцієнт  $k_{\Pi 1}=2$ . Підінтегральна функція другої складової цього рівняння є першого порядку, то коефіцієнт  $k_{\Pi 2}=1$ . Тоді після інтегрування отримуємо рівняння для інтегрального функціоналу в такій формі

$$v[y(J_{\partial i}, \Delta z)] = k_H J_{\partial i}^2 - k_z J_{\partial i} \Delta z. \quad (19)$$

Інтегральний функціонал є добутком вихідного сигналу на дійсне значення вимірювального технологічного параметра, тобто  $v[y(J_{\partial i}, \Delta z)] = y(J_{\partial i}, \Delta z) J_{\partial i}$ . А так як градування засобу контролю виконується в одиницях вимірювання вимірювального параметра, то  $y(J_{\partial i}, \Delta z) = J_B$ , де  $J_B$  – значення вихідного сигналу за шкалою засобу контролю. З врахуванням сказаного рівняння (19) приймає наступну форму:

$$J_B \cdot (k_H J_{\partial i}) = k_H J_{\partial i}^2 - k_z J_{\partial i} \Delta z.$$

Або виміряне значення вимірювального параметра

$$J_B = J_{\partial i} - (k_z / k_H) \Delta z. \quad (20)$$

Так як абсолютне значення відхилення впливового параметра  $\Delta z = z_H - z = z_H \delta_z$ , де  $z_H$ ,  $z$  – нормоване та поточне значення впливового параметра відповідно, а  $\delta_z = \Delta z / z_H$  – його відносне відхилення, то ДЗВП визначається за формулою

$$J_{\partial i} = J_B \pm z_H (k_z / k_H) \delta_z. \quad (21)$$

З (21) видно, що для лінійної статичної характеристики рівняння для ДПВ має вигляд

$$\Delta J_z = z_H (k_z / k_H) \delta z. \quad (22)$$

Аналіз рівняння (22) показує, що ДПВ не залежить від вимірювального параметра і пропорціональна відхиленню впливового параметра від нормованого значення. Коефіцієнти  $k_z$  і  $k_H$ , як правило, є відомими та установлюються при випробуваннях дослідних зразків засобів контролю на підприємстві. Таким чином, з (21) видно, що дійсне значення вимірювального технологічного параметра може бути визначеним за відомим виміряним його значенням і поточним значенням впливового параметрів. Практичну зацікавленість викликає задача визначення ДПВ, коли вимірювальний параметр не змінюється, а має місце відхилення впливового параметра від нормованого значення. Для такого випадку рівняння (12) запишемо в наступній формі

$$v[y(J_{\partial i}, \Delta z)] = k_{\Pi} \left[ \int_0^{\Delta z_{\partial}} (k_H J_{\partial i} \pm k_z \Delta z) d(k_z z) \right]. \quad (23)$$

де  $\Delta z_{\partial}$  – допустиме відхилення впливового параметра від нормованого значення.

Рівняння (23) перепишемо в такому вигляді

$$v[y(J_{\partial i}, \Delta z)] = k_{\Pi 1} \int_0^{\Delta z_{\partial}} k_H J_{\partial i} d(k_z z) \pm k_{\Pi 2} \int_0^{\Delta z_{\partial}} k_z \Delta z d(k_z z). \quad (24)$$

Після інтегрування рівняння (24) за зміною впливового параметра  $\Delta z$ , а також приймаючи до уваги, що  $k_{\Pi 1}=1$  і  $k_{\Pi 2}=2$ , маємо

$$v[y(J_{\partial i}, \Delta z)] = (k_H J_{\partial i})(k_z \Delta z_{\partial}) \pm k_z^2 \Delta z_{\partial}^2. \quad (25)$$

При цьому можуть мати місце два варіанти. Перший варіант, коли інтегральний функціонал є площиною між зміною вихідного сигналу засобу контролю, та вимірювальним параметром, тобто  $v[y(J_{\partial i}, \Delta z)] = (\Delta J_z)(k_H J_{\partial i})$ . Другий варіант – коли інтегральний функціонал є площиною між вихідним сигналом засобу контролю та відхиленням впливового параметра від нормованого значення  $y(J_{\partial i}, \Delta z) = k_H J_{\partial i} \Delta z$ .

Для першого варіанту маємо

$$(\Delta J_z) \cdot (k_H J_{\partial i}) = (k_H J_{\partial i})(k_z \Delta z_{\partial}) + k_z^2 \Delta z_{\partial}^2. \quad (26)$$

Так як  $\Delta J_z = J_{\partial i} - J_B$ , то рівняння (26) приводиться до наступного рівняння другого порядку

$$J_{\partial i}^2 - J_{\partial i} (J_B + k_z \Delta z_{\partial}) + \frac{k_z}{k_H} \Delta z_{\partial}^2 = 0. \quad (27)$$

З (27) знаходимо рівняння для розрахунку ДЗВП

$$J_{\partial i} = \frac{1}{2} (J_B + k_z \Delta z_{\partial}) \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{4k_z \Delta z_{\partial}^2}{k_H (J_B + k_z \Delta z_{\partial})^2}} \right]. \quad (28)$$

Для другого варіанту, коли інтегральний функціонал  $y(J_{\partial i}, \Delta z) = k_H J_B \cdot k_z \Delta z$  з рівняння (25) отримуємо

$$J_{\partial i} = J_B + k_z \Delta z_{\partial}. \quad (29)$$

Порівнюючи рівняння (28) і (29), бачимо, що перший варіант дозволяє оцінити нелінійність реальної статичної характеристики, зумовленої відхиленням впливового параметра від нормованого значення. У більшості випадків відношення  $k_z/k_H \ll 1$ . Тоді можна прийняти, що відношення  $4k_z \Delta z_{\partial}^2 / k_H (J_B + k_z \Delta z_{\partial})^2 \ll 1$  і ним можна знехтувати.

## 6. Обговорення результатів дослідження додаткових похибок вимірювання методом інтегрального функціоналу

У лабораторній практиці ДПВ визначається методом порівняння вихідного сигналу засобу контролю з взірцевим, а в реальних умовах – за його шкалою. Для визначення ДЗВП  $J_{\partial i}$  потрібно знати як вимірне значення  $J_{Bi}$ , так і похибку  $\Delta J_{Bi}$ , котра залежить від зміни того чи іншого впливового параметра. У випадку, коли  $J_{\partial i} = \text{const}$  та відомий коефіцієнт перетворення  $k_z$  за каналом дії впливового параметра ДПВ визначається за формулою  $\Delta J_{Bi} = k_z (z_B - z_H)$ , де  $z_B$  – вимірне значення впливового параметра, та уводиться у вигляді поправки до результату вимірювання. Такий метод підвищення точності вимірювання є наближеним і не дозволяє враховувати впливу нелінійних складових додаткової похибки. Окрім того, він не дозволяє визначати ДЗВП при нелінійній залежності від вихідного сигналу та впливового параметра. Особливо це стосується вимірювання технологічного параметра при одночасній зміні як вимірювального, так і впливового параметрів.

Метод інтегрального функціоналу одночасно пов'язує такі основні параметри, як вихідний сигнал засобу контролю, ДЗВП та впливовий параметр. Це дає можливість отримувати відповідні математичні моделі, котрі дозволяють визначати ДЗВП та ДПВ за відомими значеннями вихідного сигналу і впливового параметра. Як показує практика, ДПВ у більшості випадків розподіляються нелінійно вздовж діапазону вимірювання. Для

практичного використання з метою підвищення точності контролю, як правило, використовується тільки мультиплікативна складова, так як її залежність від зміни вимірювального та впливового параметрів є лінійною. Перевагою запропонованого методу є можливість визначати ДЗВП за поточним значенням вихідного сигналу засобу контролю та впливового параметра. Метод не потребує попереднього розрахунку ДПВ та формування відповідної поправки. Це значно спрощує час обробки та підвищує точність вимірювальної інформації. Математичні моделі для визначення ДЗВП є загальними для всіх засобів контролю та відрізняються відносною простотою.

Метод інтегрального функціоналу є достатньо простим для впровадження у всі автоматизовані системи контролю та управління технологічними процесами як на стадії їх проектування, так і при промисловій експлуатації. Метод дозволяє одночасно визначати як дійсне значення вимірювального параметра, так і значення додаткової похибки вимірювання. Це дає можливість створювати алгоритми для спрацювання передаварійної сигналізації та аварійних блокувань як за поточним значенням контролюючого технологічного параметра, так і величиною додаткової похибки вимірювання, що суттєво підвищить метрологічну надійність систем контролю та управління. Обмеженням для практичного використання методу інтегрального функціоналу є робочі допустимі межі зміни впливових параметрів засобів контролю. При теоретичних дослідженнях засобів контролю межі використання методу не обмежені.

Подальшим напрямком роботи є використання методу інтегрального функціоналу для дослідження дійсних значень вимірювального параметра для засобів контролю з нелінійними діапазонами вимірювання.

## **7. Висновки**

1. Показано, що ДПВ можна визначати та оцінювати за зміною площини під статичною характеристикою засобу контролю, котра обмежена діапазоном вимірювання, і являє собою добуток зміни вихідного сигналу та вимірювального параметра. Показано, що приріст площини здійснюється як при зміні вимірювального параметра, так і при відхиленні впливового параметра від нормованого значення.

2. Доказано, що приріст площини при зміні впливового параметра являє собою інтегральний функціонал, котрий характеризує додаткову похибку вимірювання. Приріст площини є функцією вимірювального параметра, вихідного сигналу засобу контролю та впливового параметра. Це дозволяє не тільки визначати дійсне значення вимірювального параметра, але й додаткову похибку вимірювання.

3. Особливістю методу інтегрального функціоналу для дослідження додаткових похибок вимірювання є можливість визначати дійсне значення вимірювального параметра при одночасній зміні як вимірювального так і впливового параметра. Така особливість методу надзвичайно важливим при оцінюванні результатів вимірювання параметрів у промислових умовах експлуатації засобів контролю.



Метод інтегрального функціоналу дозволяє одночасно виконувати інтегрування вихідного сигналу як за зміною вимірювального, так і впливового параметрів, і визначати різницю результатів цього інтегрування. Це дозволяє розробляти аналітичні фільтри для підвищення точності вимірювальної інформації при коливальних змінах вихідного сигналу засобів контролю.

### Література

1. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. К.: Держстандарт України, 1995. 66 с.
2. Петриченко Г., Назаренко Л., Гоц Н. Методика визначення температурної залежності поправок для зменшення дії впливних факторів на результати вимірення температури за інфрачервоним випроміненням в умовах виробництва // Метрологія та прилади. 2014. № 4 (48). С. 8–12.
3. Calibration of Low-Temperature Infrared Thermometers // MSL Technical Guide 22. 2009. URL: <https://pdfs.semanticscholar.org/408a/354c752a4124f68369fa671d93f5acfba7fc.pdf>
4. Дослідження похибки ультразвукових витратомірів за умов спотвореної структури потоку на основі CFD-моделювання / Пістун Є., Матіко Ф., Роман В., Стеценко А. // Метрологія та прилади. 2014. № 4 (48). С. 13–23.
5. Turkowski M., Szufleński P. New criteria for the experimental validation of CFD simulations // Flow Measurement and Instrumentation. 2013. Vol. 34. P. 1–10. doi: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2013.07.003>
6. Random Number Generation and Testing. URL: <http://csrc.nist.gov/groups/ST/toolkit/rng/index.html>
7. Кондрашов С., Опришкіна М., Мацак О. Контроль метрологічного стану систем з нелінійними первинними перетворювачами за допомогою тестових впливів // Метрологія та прилади. 2015. № 2. С. 33–41.
8. Володарский Е., Кошечая Л., Добролюбова М. Оценивание качества многопараметрического технологического процесса при корреляции его показателей // Метрологія та прилади. 2017. № 5. С. 20–24.
9. ISO\IEC 17025-2005. General requirements for the competence of testing and calibration laboratories. International Organization for Standardization, 2005.
10. Montgomery D. C. Introduction to Statistical Quality Control. 6th Ed. John Wiley & Sons, 2009. 754 p.