

## Визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів

А. Я. Карвацький, Є. М. Панов, Г. М. Васильченко, В. М. Витвицький, К. М. Короленко

Розроблено методику визначення ефективних теплофізичних властивостей сипких матеріалів різного гранулометричного та матеріального складу, що базується на поєднанні дискретного і континуального уявлень про середовище. Сформульовано задачу механотермічного стану циліндричного шару сипкого матеріалу для визначення його ефективних теплофізичних властивостей. На базі дискретно-континуальних уявлень про сипке середовище запропоновано підхід та розроблено методику розв'язання поставленої задачі. Розроблено алгоритм визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів. Числову реалізацію розробленої методики виконано з використанням вільно відкритого програмного забезпечення (LIGGGHTS, ParaView). Пропонована методика дає змогу визначити ефективні значення теплофізичних властивостей сипкого матеріалу (насної густини, ефективного коефіцієнта теплопровідності та ефективного значення ізобарної масової теплоємності) довільного матеріального й гранулометричного складу. У цьому разі потрібне проведення мінімального обсягу складних і витратних експериментальних досліджень з наступним числовим моделюванням процесу механотермічного стану досліджуваного сипкого матеріалу. При цьому істинні фізичні властивості можна брати з довідників. На прикладі модельного матеріалу визначено ефективні теплофізичні властивості сипких матеріалів за різного гранулометричного складу та проведено верифікацію розробленої методики. Встановлено, що дані розрахунків ефективної теплопровідності за розробленою методикою відрізняються від даних, отриманих за осередненими теоретичними залежностями, в межах 0,8–9,0 %. Результати дослідження є корисними для числового аналізу в континуальному наближенні теплових режимів процесів та обладнання, де застосовуються сипкі матеріали

*Ключові слова:* сипкий матеріал, дискретна і континуальна моделі, ефективні теплофізичні властивості, матеріальний і гранулометричний склад

### 1. Вступ

Сипкі матеріали, зокрема зернисті та гранульовані, набули широкого поширення в багатьох галузях промисловості, зокрема в хімічній, металургійній, теплоенергетичній, будівельній, харчовій, електронній.

Зазначені матеріали застосовуються як паливо, сировина, напівфабрикати, а також готова продукція. Завдяки широкому спектру унікальних властивостей такі матеріали використовуються для створення композиційних матеріалів

різного призначення [1, 2]. При цьому сипкі матеріали в технологічному та допоміжному обладнанні, передусім під час транспортування та оброблення, беруть участь у різноманітних процесах: механічних, гідромеханічних, теплових, масообмінних, хімічних, а також їхніх комбінаціях.

Розробка ефективних процесів оброблення сипких матеріалів, а також поводження з ними передбачає необхідність наявності даних або методів визначення певних властивостей цих матеріалів, одними з основних серед яких є теплофізичні. Особливого значення ці властивості набувають під час проектування обладнання для одержання й перероблення сипких матеріалів, а також їх транспортування, дозування тощо. Це є вкрай важливим для визначення енергоефективних параметрів обладнання й режимів його роботи [3].

До теплофізичних властивостей матеріалів передусім відносять густину, теплопровідність, теплоємність і температуропровідність. Проте, якщо для багатьох речовин істинні теплофізичні властивості відомі [4], то для сипких матеріалів відповідні ефективні властивості зазвичай потрібно розраховувати [3]. У загальному випадку зазначені властивості залежать від якісного й кількісного складу матеріалу. Також ці властивості залежать від характеру взаємодії компонентів між собою, які повною мірою врахувати під час аналітичного визначення їхніх значень дуже важко або навіть неможливо [5, 6].

Тому розробка нових методів прогнозування ефективних теплофізичних властивостей сипких матеріалів різного матеріального та гранулометричного складу з метою мінімізації обсягу складних і витратних експериментальних досліджень є актуальною задачею.

## **2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми**

Визначенню ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів, на відміну від значень оптичних, електричних, магнітних або хімічних властивостей [3, 5–9], присвячено не так багато досліджень. При цьому дослідження останніх років переважно стосуються сипких наноматеріалів, властивості яких істотно відрізняються від традиційних сипких матеріалів з макроскопічними частинками [10, 11].

Для визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів застосовуються як експериментальні [12], так і теоретичні методи [3, 5, 6], які базуються на аналітичних залежностях і розв'язанні зворотних задач [13].

Зокрема у праці [12] наведено опис експериментальних установок для дослідження ефективного коефіцієнта теплопровідності і питомого електричного опору гранульованих вуглевмісних матеріалів розміром до 15 мм в інтервалі температур до 1300 К. Наведено результати експериментальних досліджень температурних залежностей коефіцієнта теплопровідності та питомого електроопору гранульованих вуглецевих матеріалів різного фракційного та структурного складу. Виконано оцінку похибки експериментальних досліджень, яка для коефіцієнта теплопровідності не перевищує 12 %, а для питомого електричного опору – 15 %. Також наведено приклад застосування результатів вимірювання властивостей фізичних величин

для числового аналізу теплоелектричного стану печей графітування з метою підвищення їх енергоефективності. Недоліком зазначеного підходу є потреба у виконанні додаткових експериментальних досліджень у разі зміни фракційного та структурного складу сипкого матеріалу.

У праці [13] розглянуто методику числового розв'язання зворотної коефіцієнтної задачі теплопровідності, яка дає змогу одночасно відновлювати ефективні теплофізичні властивості. Розроблено програмний код для розв'язання зворотної коефіцієнтної задачі теплопровідності для визначення коефіцієнта теплопровідності і масової ізобарної теплоємності сипких вуглецевих матеріалів. При цьому були використані експериментальні дані квазістаціонарного методу циліндричного шару або коаксіальних циліндрів. Незважаючи на те, що цей підхід дає змогу додатково визначити теплоємність, він потребує виконання значного обсягу експериментальних досліджень сипкого матеріалу.

Таким чином, до невирішених питань визначення теплофізичних властивостей сипких матеріалів відноситься мінімізація обсягу експериментальних досліджень, які як відомо потребують значних ресурсів.

У той же час теоретичні методи, що базуються на аналітичних залежностях [3, 5, 6], мають суттєві обмеження. Ці методи застосовуються переважно для монодисперсних матеріалів і не враховують контактні ефекти між частинками сипкого матеріалу.

Варіантом подолання зазначених труднощів може бути альтернативний підхід, що ґрунтується на математичному моделюванні механотермічної поведінки сипких матеріалів у дискретно-континуальному наближенні. Це має істотно прискорити і здешевити одержання відповідних результатів.

Тому до перспективного напрямку досліджень можна віднести:

- розробку алгоритму визначення ефективних значень теплофізичних властивостей, що не потребує складних і витратних експериментальних досліджень;
- розробку відповідних числових моделей та їх верифікацію.

### **3. Мета і завдання дослідження**

Метою дослідження є розробка методики визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів на підставі дискретно-континуальних уявлень про сипке середовище з використанням істинних фізичних властивостей. Це надасть можливість застосування континуальних моделей для числового моделювання теплових режимів процесів та обладнання де застосовуються сипкі матеріали.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- поставити задачу для визначення ефективних теплофізичних властивостей сипких матеріалів;
- розробити методику та алгоритм визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів;
- визначити ефективні теплофізичні властивості сипких матеріалів за різного гранулометричного складу на прикладі модельного матеріалу;

– виконати верифікацію методики.

#### 4. Методи дослідження теплофізичних властивостей сипких матеріалів

В основі методики визначення ефективних теплофізичних властивостей сипких матеріалів є числове розв'язання такої задачі. Нехай, маємо циліндричний об'єм діаметром  $d$  і висотою  $2\delta$ , який спочатку заповнюється частинками сипкого матеріалу до стану механічної рівноваги. На початку процесу урівноваження температури в циліндрі його нижня частина  $(0; -\delta)$  піддається температурі  $T_{cold}$ , а верхня  $(0; +\delta) - T_{hot} (T_{hot} > T_{cold})$  (рис. 1, а). Далі відбувається адіабатний процес урівноваження температури по висоті циліндра. У результаті отримуємо рівноважну температуру  $T_m$  і час  $\delta_{est}$ , за який ця температура встановилася (рис. 1, б).

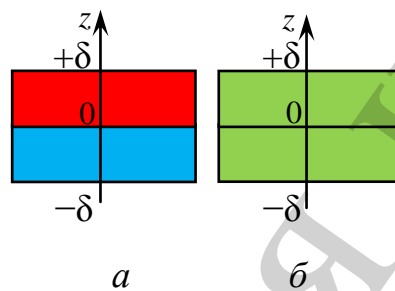


Рис. 1. Схема теплообміну між гранулами в шарі сипкого матеріалу:  
а – на початку процесу; б – урівноважений стан

При цьому вважається, що частинки сипкого матеріалу мають сферичну форму, а їхні фізичні властивості приймаються ізотропними.

На першому етапі розрахунків моделюється механічний процес заповнення циліндричного шару (рис. 1) частинками сипкого матеріалу різного гранулометричного складу під дією гравітаційних сил до стану механічної рівноваги. Зазначена процедура виконується за допомогою розв'язання системи дискретних рівнянь методу дискретного елемента (МДЕ) вигляду [14–19]:

$$\begin{cases} m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{d\tau} = m_i \mathbf{b} + \sum_{j=1}^k \mathbf{F}_{ij}; \\ I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{d\tau} = \sum_{j=1}^k (\mathbf{T}_{ij} + \mathbf{M}_{ij}), \end{cases} \quad (1)$$

де  $m_i$  – маса  $i$ -ї частинки, кг;  $\tau$  – час, с;  $i$  – індекс частинки, відносно якої розглядається система рівнянь (1);  $\mathbf{v}_i$  – вектор лінійної швидкості центра маси частинки, м/с;  $I_i$  – момент інерції, кг·м<sup>2</sup>;  $\boldsymbol{\omega}_i$  – вектор кутової швидкості, рад/с;  $\mathbf{b}$  – вектор масової сили, Н/кг;  $\mathbf{F}_{ij}$  – вектор зовнішньої сили, що діє на частинку  $i$  через контакт з частинкою  $j$ , Н;  $j$  – індекс частинки, що взаємодіє з частинкою  $i$ ;

$k$  – кількість частинок, що перебувають у контакті з частинкою  $i$ ;  $T_{ij}$  – зовнішній крутний момент, пов'язаний з контактною взаємодією частинок  $i$  та  $j$ , Н·м;  $M_{ij}$  – момент опору коченню, Н·м.

Розрахунки за системою рівнянь (1) виконуються з використанням відомих значень механічних властивостей гранул сипкого матеріалу:  $E$ ,  $\nu$ ,  $e$ ,  $\nu_s$ ,  $\nu_r$ ,  $\nu$ .

Далі виконуються розрахунки теплообміну в циліндрі, що заповнено сипким матеріалом, з відомими істинними значеннями теплофізичних властивостей гранул:  $c_p$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$ . Дискретне рівняння теплопередачі для сипкого середовища, що складається з окремих частинок, має вигляд [20]

$$m_{pi} c_{pi} \frac{dT_{pi}}{d\tau} = \sum_{\text{contacts } i-j} \dot{Q}_{pi-pj}, \quad (2)$$

де  $m_{pi}$  – маса  $i$ -ї частинки, кг;  $c_{pi}$  – теплоємність  $i$ -ї частинки, Дж/(кг·К);  $T_{pi}$  – абсолютна температура  $i$ -ї частинки, К;  $\dot{Q}_{pi-pj} = h_{ci-j} \Delta T_{pi-pj}$  – кількість теплоти, що передається крізь контакти між частинкою  $i$  та  $j$ -и частинками, Дж/с (Вт);

$h_{ci-j} = \frac{4\lambda_{pi}\lambda_{pj}}{\lambda_{pi} + \lambda_{pj}} \sqrt{A_{\text{contact } i-j}}$  – коефіцієнт теплопередачі між частинками крізь їх контакти, Вт/К;  $\alpha_{pi}$  – коефіцієнт теплопровідності  $i$ -ї частинки, Вт/(м·К);

$A_{\text{contact } i-j}$  – площа контакту між частинками  $i$  та  $j$ , м<sup>2</sup>.

Величина  $\frac{\sum_{\text{contacts } i-j} \dot{Q}_{pi-pj}}{V_{pi}}$  (Вт/м<sup>3</sup>) є дивергенцією густини теплового потоку

$i$ -ї частинки, де  $V_{pi}$  – об'єм  $i$ -ї частинки, м<sup>3</sup>. Тому для визначення потужності теплового потоку частинок сипкого матеріалу, наприклад, у верхній частині циліндра (рис. 1) можна скористатися простим підсумовуванням

$$N = \sum_{k=1}^K \left( \sum_{\text{contacts } i-j} \dot{Q}_{pi-pj} \right)_k, \quad (3)$$

де  $K$  – кількість частинок сипкого матеріалу.

Для розрахунків ефективних значень  $a$ ,  $\lambda$ ,  $c_p$  використовується аналітичний розв'язок нестационарного рівняння теплопровідності для половини необмеженої пластини за граничних умов першого роду і адіабатної умови на середині пластини в континуальному наближенні.

Одновимірне рівняння нестационарної лінійної теплопровідності суцільного середовища має вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (4)$$

де  $T$  – абсолютна температура, К;  $\tau$  – час, с;  $a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$  – температуропровідність, м<sup>2</sup>/с;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К);  $c_p$  – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К);  $\rho$  – густина, кг/м<sup>3</sup>;  $z$  – повздовжня координата, м.

Початкові умови для (4):

$$T(z)|_{\tau=0} = T_0, \quad (5)$$

де  $T_0 = T_{hot}$  – початкова температура, К.

Граничні умови (4) для  $\delta > 0$ :

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=\pm\delta} = 0, \quad (6)$$

$$T|_{z=0} = T_c, \quad (7)$$

де  $T_c$  – температура стінки (або рівноважна температура  $T_m$ ), К.

Аналітичний розв'язок Фур'є (4)–(7) за Ликовим [21] для визначення розподілу температури має вигляд

$$T(z, \tau) = T_c + (T_0 - T_c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n} \cos\left(\mu_n \frac{z}{\delta}\right) \exp(\mu_n^2 Fo), \quad (8)$$

де  $\mu_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2}$ ;  $\delta$  – половина висоти циліндра, м;  $Fo = \frac{a\tau}{\delta^2}$  – число Фур'є.

Диференціюючи (8) можна отримати розподіл градієнта температури у напівпластині

$$\frac{dT(z, \tau)}{dz} = (T_0 - T_c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{\delta} \sin\left(\mu_n \frac{z}{\delta}\right) \exp(\mu_n^2 Fo), \quad (9)$$

Звідки розподіл густини теплового потоку знаходиться за формулою

$$q(z, \tau) = -\lambda \frac{dT(z, \tau)}{dz}. \quad (10)$$

Розглянута методика визначення ефективних теплофізичних властивостей сипких матеріалів (1)–(10) не передбачає врахування теплообміну конвекцією та випромінюванням.

## 5. Алгоритм визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів

Алгоритм розв'язання сформульованої задачі може бути таким:

1) Розв'язання системи рівнянь (1) з моделювання механічного процесу заповнення циліндричного шару (рис. 1) частинками сипкого матеріалу різного гранулометричного складу до стану механічної рівноваги за умови однакової температури. Визначення насипної густини шару сипкого матеріалу за формулою

$$\rho_{bulk} = \frac{\sum_{m=1}^M \rho_m N_m V_m}{2\delta A}, \quad (11)$$

де  $\rho_m$  – істинна густина гранул, кг/м<sup>3</sup>;  $A$  – площа основи циліндра, м<sup>2</sup>;  $2\delta$  – висота циліндра, м;  $M$  – кількість розмірів частинок у гранулометричному складі сипкого матеріалу;  $N_m$  – кількість частинок  $m$ -го розміру, м<sup>3</sup>;  $V_m = \frac{4}{3}\pi r_m^3$  – об'єм частинок  $m$ -го розміру, м<sup>3</sup>;  $r_m$  – радіус частинок  $m$ -го розміру, м.

Формула (11) передбачає її застосування як для моно- так і полідисперсного шару (для однакового або різних діаметрів частинок). Щодо фракційного складу досліджуваних модельних сумішей, то його структуру наведено далі за текстом (рис. 3, 5, 6).

2) Присвоєння верхній половині циліндра (рис. 1, а) температури  $T_{hot}$ , а нижній –  $T_{cold}$ . Розв'язання нестационарної задачі теплопровідності (2) з моделювання адіабатного процесу урівноваження температури в циліндричному шарі сипкого матеріалу і побудова графіків зміни температури частинок (дискретного середовища) залежно від координати  $z$  і часу  $T^D(z, \square)$ ,  $\square < \square_{est}$ . Визначення потужності теплового потоку частинок сипкого матеріалу у верхній та нижній частинах циліндричного шару сипкого матеріалу за формулою (3) для моменту часу  $\square < \square_{est}$ .

3) Знаходження ефективного значення коефіцієнта теплопровідності  $a_{eff}$  континуального середовища за допомогою побудови еквівалентного до  $T^D(z, \square)$  графіка  $T(z, \square)$  (апроксимуючої функції) за формулою (8) з

використанням умови  $\max_{[0;+\delta]} R^2$ . Тут  $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (T_i^D - T_i)^2}{\sum_{i=1}^N (T_i^D - \bar{T}^D)^2}$  – коефіцієнт

детермінації;  $N$  – кількість частинок на інтервалі  $[0;+\square]$ ;  $T_i^D$  – температури частинок сипкого матеріалу на інтервалі  $[0;+\square]$ , визначені за розв'язком дискретного рівняння (2), К;  $T_i$  – континуальне поле температури на інтервалі  $[0;+\square]$ , отримане за (8), К;  $\bar{T}^D = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i^D$  – середнє арифметичне, К.

Визначення градієнта температури  $\text{grad}T|_{z=0+}$  за формулою (9).

4) Визначення для моменту часу  $\tau < \tau_{est}$ :  
– густини теплового потоку за формулою

$$q(0, \tau) = \frac{N(\tau)}{A}, \quad (12)$$

де  $N(\tau)$  – потужність теплового потоку частинок сипкого матеріалу у верхній половині циліндричного шару (рис. 1), що визначається за формулою (3), Вт;  
 $A = \pi R^2$  – площа основи циліндра, м<sup>2</sup>;

– ефективного коефіцієнта теплопровідності (10)

$$\lambda_{eff} = - \frac{q(0, \tau)}{\text{grad}T|_{z=0+}}; \quad (13)$$

– ефективного значення ізобарної масової теплоємності

$$c_{p\,eff} = \frac{\lambda_{eff}}{\alpha_{eff} \rho_{bulk}}. \quad (14)$$

Наведений алгоритм (11)–(14) визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів доцільно реалізувати з використанням МДЕ.

## 6. Результати числових досліджень із визначення ефективних теплофізичних властивостей сипких матеріалів. Верифікація методики

Для визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів використовується вільно відкритий програмний код LIGGGHTS [22], що побудований на методі МДЕ [14–20]. При цьому для спрощення математичного опису статички і динаміки сипкого середовища гранули приймаються частинками сферичної форми з відповідними еквівалентними діаметрами згідно гранулометричного складу.

Визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипкого матеріалу проведено на прикладі модельного матеріалу різного гранулометричного складу.

Розрахункові значення істинних фізичних властивостей модельного матеріалу взяті такими:

- модуль пружності –  $E=5,0$  МПа;
- коефіцієнт Пуассона –  $\nu=0,45$ ;
- коефіцієнт реституції –  $e=0,7$ ;
- коефіцієнт тертя ковзання –  $\mu_s=0,05$ ;



- коефіцієнт тертя кочення –  $\mu_r=0,0$ ;
- густина –  $\rho=2000 \text{ кг/м}^3$ ;
- коефіцієнт теплопровідності –  $\lambda=5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ;
- масова ізобарна теплоємність –  $c_p=500 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

Результати числових досліджень механотермічного стану циліндричного шару сипкого середовища за дискретною і континуальною моделями наведено на рис. 2–6. Для візуалізації динаміки фізичних полів під час адіабатного урівноваження температури в шарі сипкого матеріалу (рис. 2, 3) використовуються файли стандарту \*.vtk і вільно відкритий графічний пакет для інтерактивної візуалізації ParaView [23].

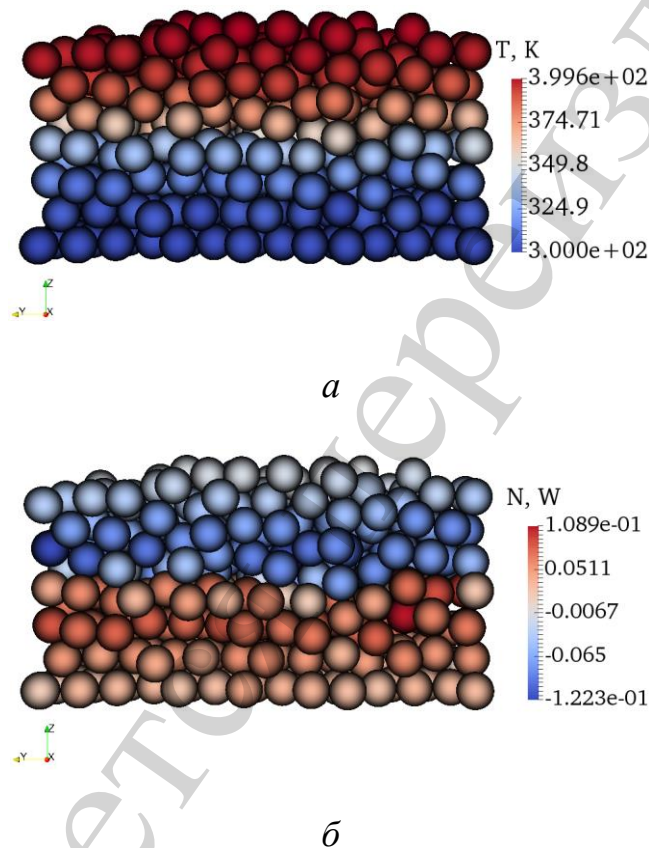
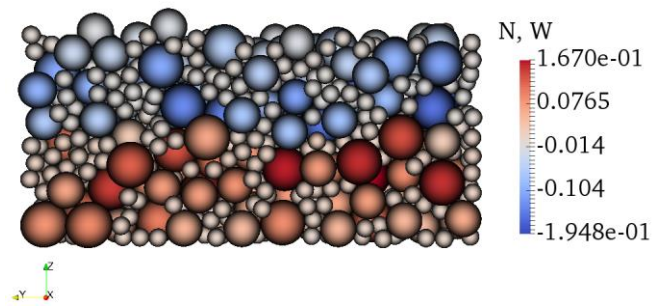
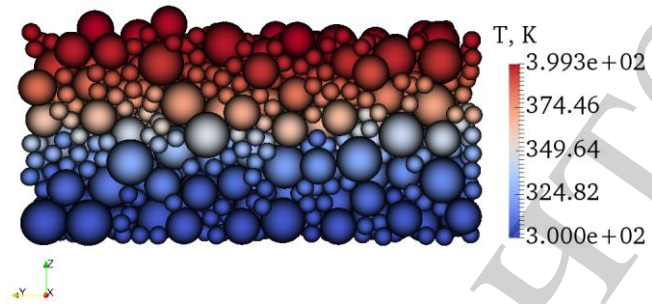


Рис. 2. Результати числового моделювання теплообміну між частинками сипкого матеріалу під час процесу адіабатного урівноваження температури за умови  $\tau=40 \text{ с}$ ;  $d=8 \text{ мм}$  (100 %): *a* – температура, К; *б* – потужність теплового потоку

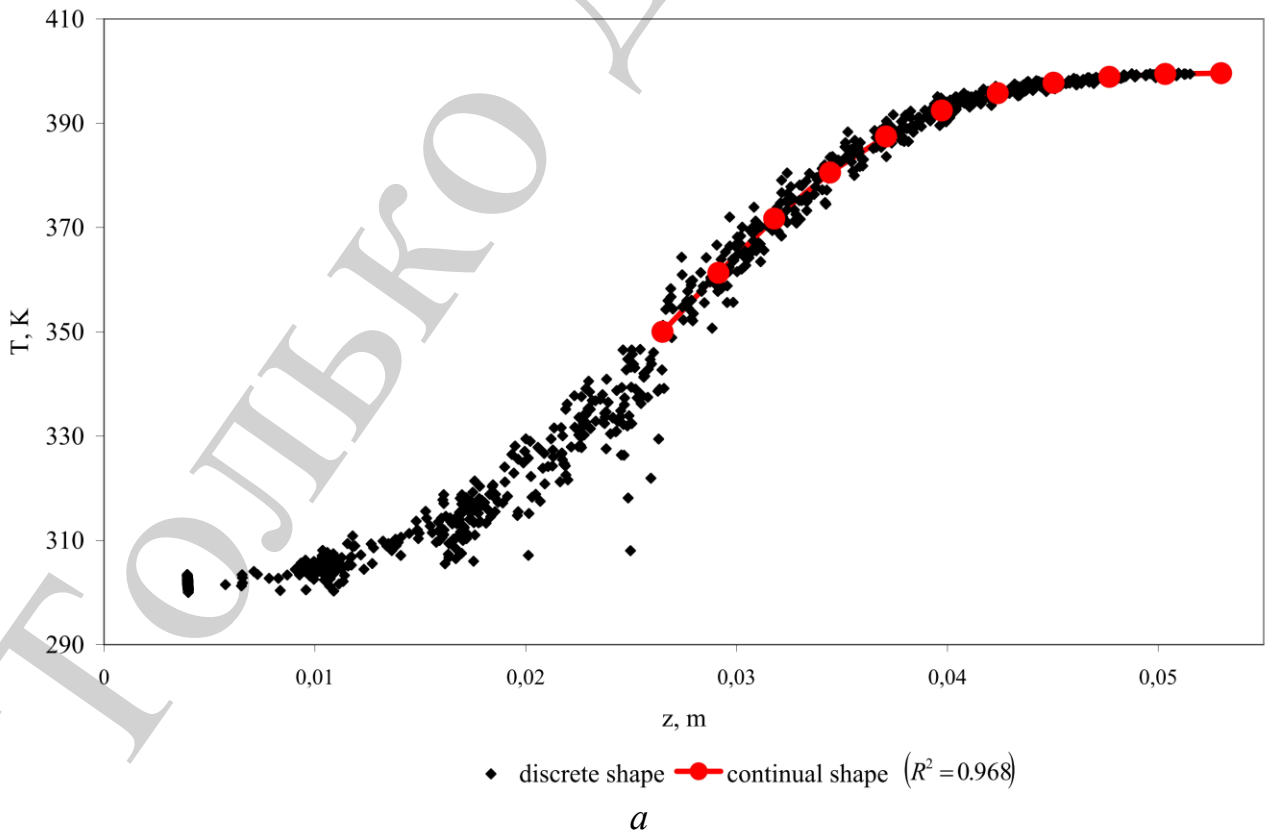


*a*



*б*

Рис. 3. Результати числового моделювання теплообміну між частинками сипкого матеріалу під час процесу адіабатного урівноваження температури за умови  $\tau=40$  с;  $d=4$  мм (30 %),  $d=8$  мм (40 %),  $d=10$  мм (30 %): *a* – температура, К; *б* – потужність теплового потоку



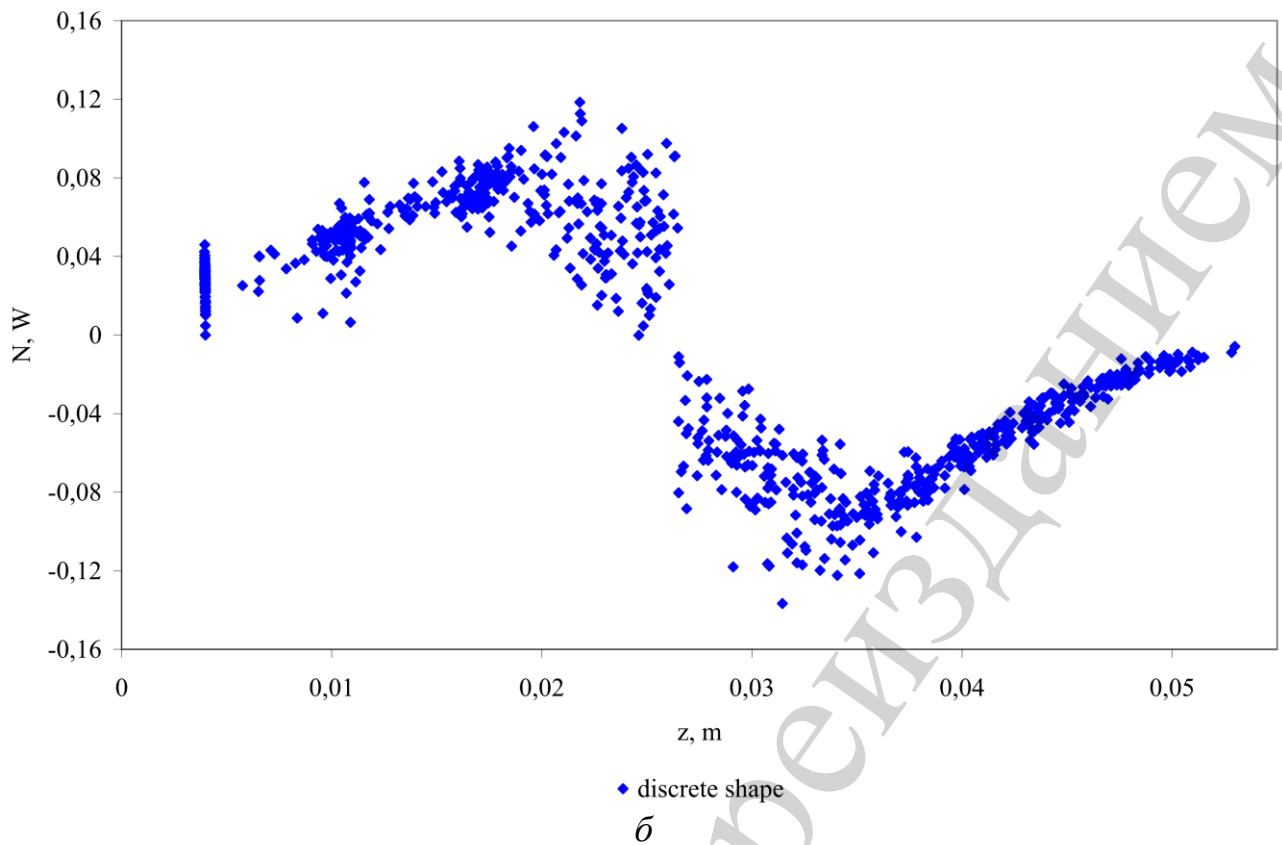
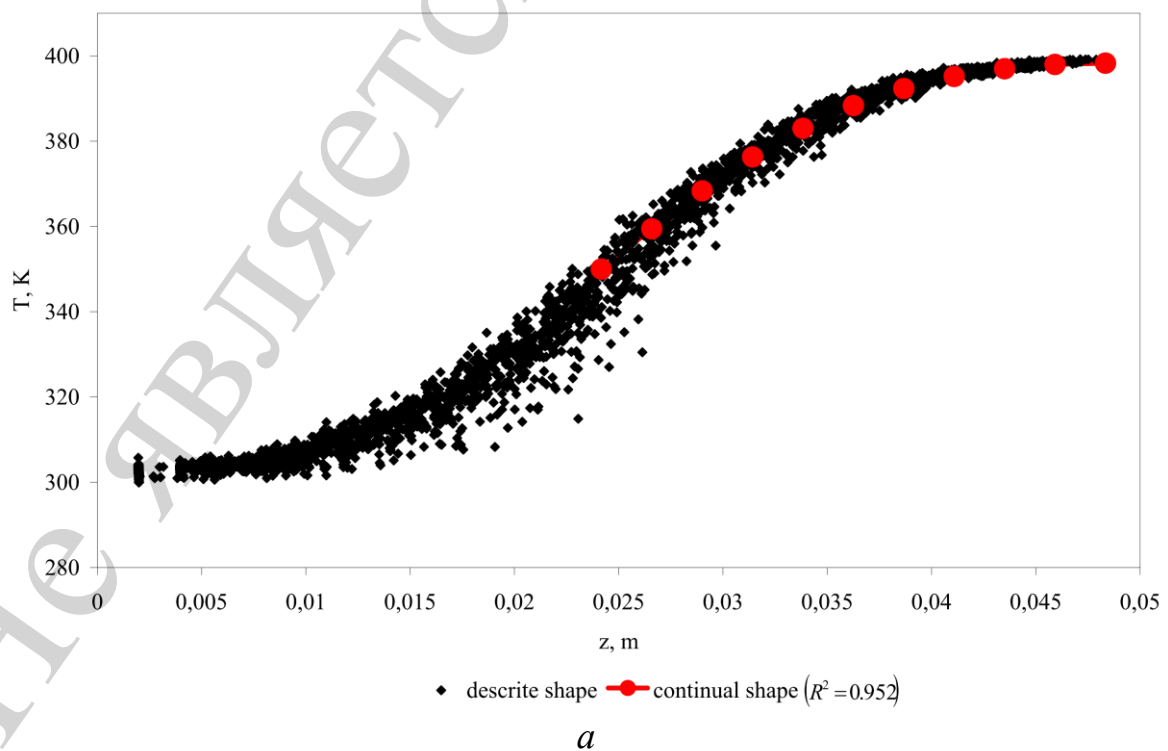


Рис. 4. Результати розрахунків теплообміну між частинками сипкого матеріалу під час процесу адіабатного урівноваження температури ( $\tau=40$  с) за гранулометричного складу  $d=8$  мм (100 %):  $a$  – поле температури (дискретна і континуальна форми);  $\bar{\delta}$  – потужність теплового потоку частинок (дискретна форма)



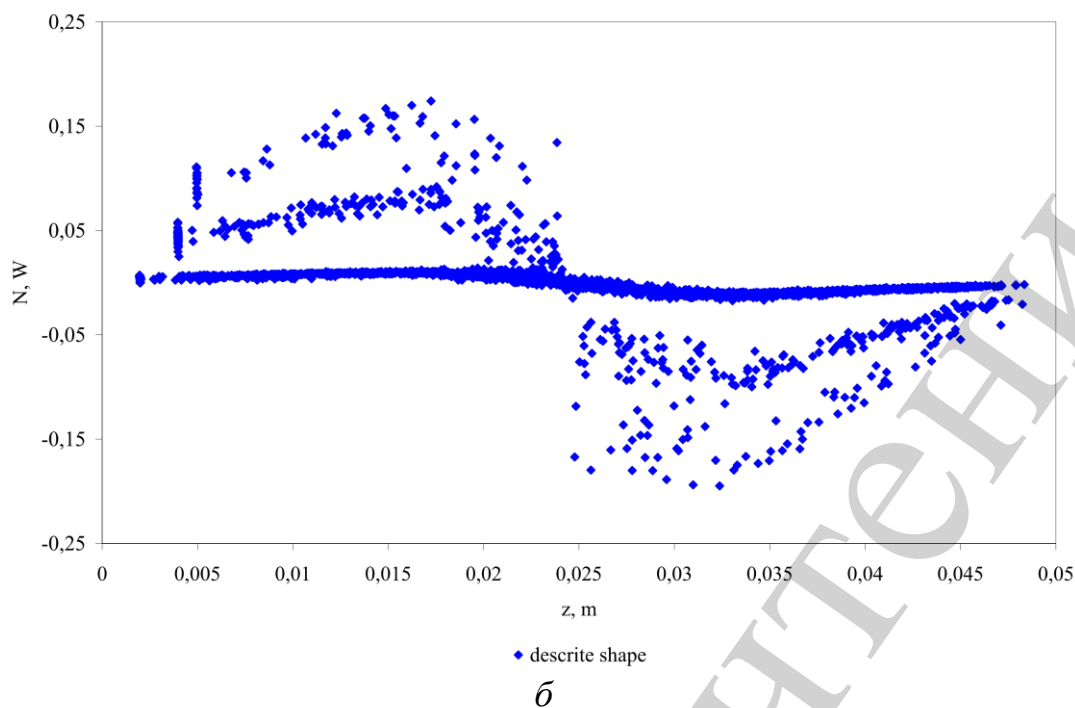


Рис. 5. Результати розрахунків теплообміну між частинками сипкого матеріалу під час процесу адиабатного урівноваження температури ( $\tau=40$  с) за полідисперсного гранулометричного складу  $d=4$  мм (30 %),  $d=8$  мм (40 %),  $d=10$  мм (30 %); *a* – поле температури (дискретна і континуальна форми); *б* – потужність теплового потоку частинок (дискретна форма)

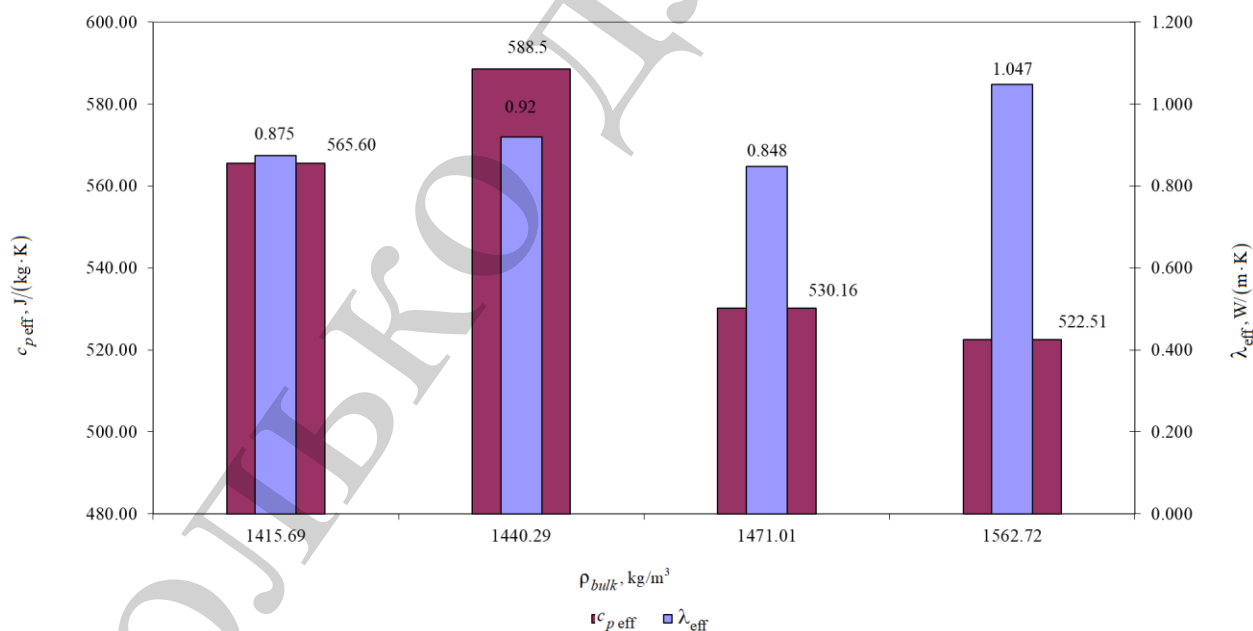


Рис. 6. Результати розрахунків ефективних значень теплофізичних властивостей сипкого матеріалу залежно від гранулометричного складу:  $d=8$  мм (100 %) –  $\rho_{bulk}=1415,69$  кг/м<sup>3</sup>;  $d=10$  мм (100 %) –  $\rho_{bulk}=1440,29$  кг/м<sup>3</sup>;  $d=6$  мм (100 %) –  $\rho_{bulk}=1471,01$  кг/м<sup>3</sup>;  $d=4$  мм (30 %),  $d=8$  мм (40 %),  $d=10$  мм (30 %) –  $\rho_{bulk}=1562,72$  кг/м<sup>3</sup>

Для верифікації запропонованої методики використано формули для визначення ефективних значень коефіцієнтів провідності сумішей Замотринської [24] і Дульнева [25]

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda \left( 1 - \frac{1 - \alpha}{1/(1 - \nu) - \alpha/3} \right), \quad (15)$$

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda \left( C^2 + \nu(1 - C)^2 + \frac{2\nu C(1 - C)}{\nu C + 1 - C} \right), \quad (16)$$

де  $\nu = \lambda_{\text{air}}/\lambda$ ;  $\lambda_{\text{air}}$  – коефіцієнт теплопровідності повітря, Вт/(м·К);  $\lambda$  – істинний коефіцієнт теплопровідності сипкого матеріалу, Вт/(м·К);  $\alpha$  – об'ємна частка повітря в сипкому матеріалі;  $\nu$  – об'ємна частка частинок сипкого матеріалу;  $C$  – параметр сипкого матеріалу, що визначається з рівняння  $2C^3 - 3C^2 + 1 = \alpha$ .

Результати порівняння наведено в табл. 1 та на рис. 7.

Таблиця 1

Порівняння результатів розрахунків ефективних значень коефіцієнта теплопровідності сипкого матеріалу

Методика розрахунку	$d=6$ мм, $\alpha=0,736$	$d=8$ мм, $\alpha=0,708$	$d=10$ мм, $\alpha=0,722$	$d=4$ мм (30 %), $d=8$ мм (40 %), $d=10$ мм (30 %), $\alpha=0,781$
$\lambda_{\text{eff}}$ (Вт/(м·К)), методика (1)–(14)	0,848	0,878	0,921	1,047
$\lambda_{\text{eff}}^{(15)}/\delta\lambda$ (Вт/(м·К)/%), формула (15)	0,989/16,72	1,101/25,45	1,045/13,46	0,811/22,54
$\lambda_{\text{eff}}^{(16)}/\delta\lambda$ (Вт/(м·К)/%), формула (16)	0,597/29,54	0,668/23,86	0,632/31,33	0,485/53,64
$\lambda_{\text{eff}}^m/\delta\lambda$ (Вт/(м·К)/%), середнє по формулам (15),(16)	0,793/6,49	0,885/0,79	0,838/9,01	0,648/38,11

Примітка:  $\delta\lambda = \frac{\lambda_{\text{eff}} - \lambda_{\text{eff}}^{(15)}}{\lambda_{\text{eff}}} 100$ ,  $\lambda_{\text{eff}}^m = \frac{\lambda_{\text{eff}}^{(15)} + \lambda_{\text{eff}}^{(16)}}{2}$ .

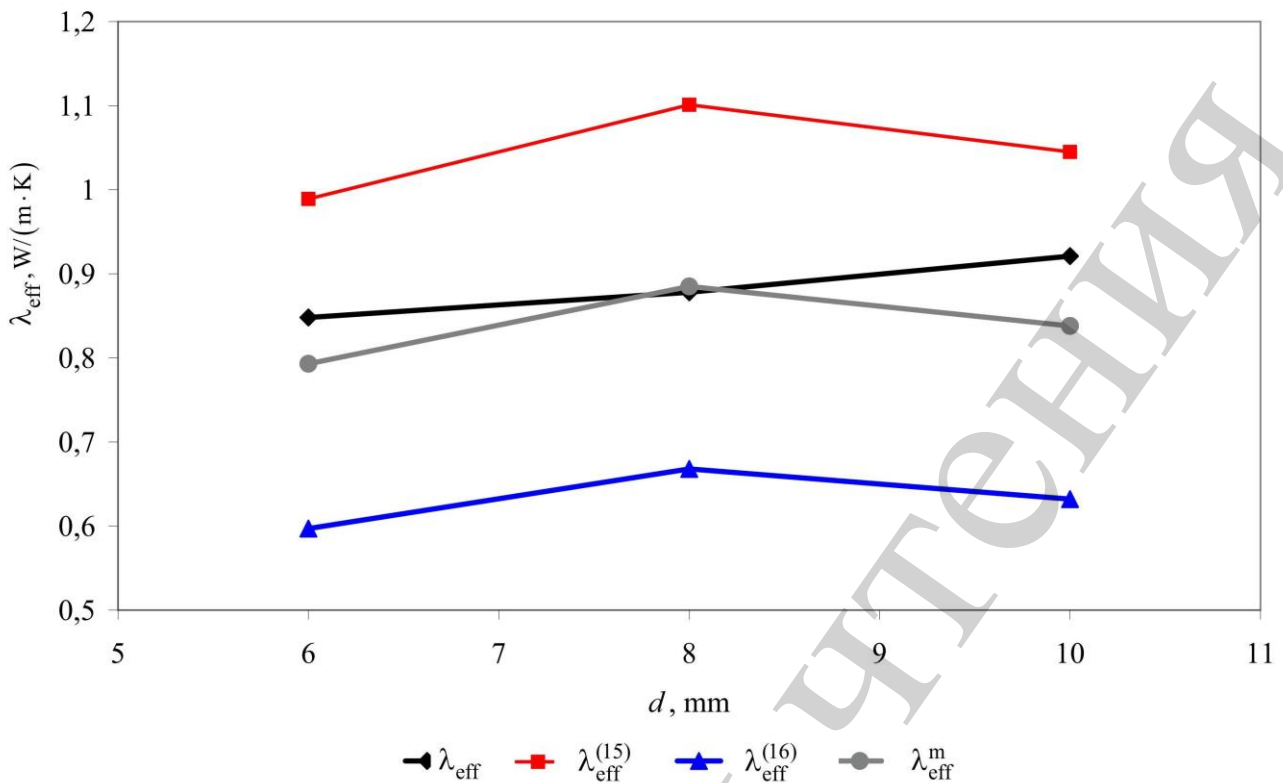


Рис. 7. Результати розрахунків ефективних значень коефіцієнта теплопровідності монодисперсного сипкого матеріалу залежно від діаметра сферичних гранул

На відміну від рівняння (2) у формулах (15), (16) явно не враховується гранулометричний склад та контактні пари з безпосередньою взаємодією між частинками сипкого матеріалу з певним термічним опором. Саме ці чинники істотно впливають на ефективне значення коефіцієнта теплопровідності дискретної системи.

За результатами верифікації впливає, що дані розрахунків ефективної теплопровідності за розробленою методикою (1)–(14) відрізняються від даних, отриманих за осередненими теоретичними залежностями (15), (16), в межах 0,8–9,0%. Враховуючи те, що насипна густина сипкого матеріалу за представленою методикою визначається точно, то оцінка похибки визначення ефективної ізобарної масової теплоємності повинна бути не гірше за ефективний коефіцієнт теплопровідності.

## 7. Обговорення результатів числового моделювання фізичних полів шахтної електропечі

Під час визначення ефективних теплофізичних властивостей сипкого матеріалу заповнений ним циліндричний об'єм необхідно брати за умови його діаметра не менше від 20 величин еквівалентного розміру частинок найбільшої фракції. При цьому співвідношення його висоти до діаметра повинно становити від 0,5 до 1,5.

Аналіз отриманих результатів показав, що потужність теплового потоку залежить від розміру частинок шару сипкого матеріалу (див. рис. 3, б; 5, б). При цьому чітко спостерігається розшарування шару сипкого матеріалу за величиною потужності теплового потоку залежно від розміру частинок. Таким чином полідисперсний сипкий матеріал характеризується більшою температурною неоднорідністю (рис. 5, а) порівняно з монодисперсним матеріалом (рис. 4, а).

Показано, що зі зростанням розміру сферичних частинок монодисперсного сипкого модельного матеріалу від 6 мм до 10 мм ефективний коефіцієнт теплопровідності зростає на 8,6 %, а ізобарна масова теплоємність навпаки зменшується на 11,0 % (рис. 6).

До переваг проведених досліджень можна віднести:

– пропонується методика дає змогу визначити ефективні значення теплофізичних властивостей сипкого матеріалу (насипної густини, ефективного коефіцієнта теплопровідності та ефективного значення ізобарної масової теплоємності) довільного матеріального й гранулометричного складу. Це надає можливість обмежитись проведенням мінімального обсягу складних і витратних експериментальних досліджень, замінивши їх числовим моделюванням процесу механотермічного стану досліджуваного сипкого матеріалу. При цьому істинні фізичні властивості можна брати з довідників [26];

– врахування контактного термічного опору між частинками сипкого матеріалу;

– числову реалізацію розробленої методики виконано на вільно відкритому програмному забезпеченні (LIGGGHTS, ParaView).

До недоліків досліджень можна віднести:

– розглянута методика визначення ефективних теплофізичних властивостей сипких матеріалів не передбачає врахування теплообміну конвекцією та випромінюванням, тому її використання обмежується рівнем температур, близьких до кімнатних;

– використання найпростішої сферичної форми еквівалентного діаметру для гранул (частинок) сипкого матеріалу.

Результати дослідження є корисними для числового аналізу теплових режимів процесів та обладнання в континуальному наближенні, де застосовуються сипкі матеріали і є продовженням попередніх досліджень [12, 13, 19, 27, 28].

Подальші дослідження плануються виконати у напрямках врахування теплообміну конвекцією та випромінюванням для прогнозування ефективних теплофізичних властивостей за високих температур та відмінної від сферичної форми гранул.

## **8. Висновки**

1. Сформульовано нестационарну задачу механотермічного стану циліндричного шару сипкого матеріалу для визначення його ефективних теплофізичних властивостей. На відміну від багатьох експериментальних підходів така постановка задачі дає змогу одночасного дослідження двох

теплофізичних властивостей: коефіцієнта теплопровідності та ізобарної масової теплоємності.

2. На базі дискретно-континуальних уявлень про сипке середовище сформульовано теоретичні основи методики поставленої задачі та виконано розробку алгоритму визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів. За наявності в довідниках даних з істинних значень фізичних властивостей матеріалів пропонується методика, яка дає змогу відмовитись від проведення складних та витратних експериментальних досліджень.

3. За розробленою методикою виконано числове дослідження ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів на прикладі модельного матеріалу. Показано, що зі зростанням розміру сферичних частинок монодисперсного сипкого модельного матеріалу від 6 мм до 10 мм ефективний коефіцієнт теплопровідності зростає на 8,6 %, а ізобарна масова теплоємність навпаки зменшується на 11,0 %.

4. Проведено верифікацію розробленої методики, яка показала збіжність результатів розрахунків з даними, отриманими за осередненими теоретичними залежностями в межах 0,8–9,0 %. Це дає підставу для застосування розробленої методики для числового аналізу теплових режимів у континуальному наближенні процесів та обладнання, де застосовуються сипкі матеріали.

#### **Подяка**

Автори висловлюють подяку професору Микуленку І. О. та старшому науковому співробітнику Лелека С. В. за неоціненну допомогу в підготовці матеріалів статті.

#### **Література**

1. Chung D. D. L. Composite Materials: Science and Applications. Springer, 2010. 349 p. doi: <https://doi.org/10.1007/978-1-84882-831-5>
2. Микулёнок И. О. Классификация термопластических композиционных материалов и их наполнителей // Пластические массы. 2012. № 9. С. 29–38.
3. Mikulenok I. O. Determining the Thermophysical Properties of Thermoplastic Composite Materials // International Polymer Science and Technology. 2013. Vol. 40, Issue 9. P. 23–28. doi: <https://doi.org/10.1177/0307174x1304000905>
4. Yaws C. L. Chemical properties handbook: physical, thermodynamic, environmental, transport, and health related properties for organic and inorganic chemicals. New York: The McGraw-Hill Companies, 1999. 779 p.
5. Пивень А. Н., Новиков В. В. Методы расчета тепло- и температуропроводности полимерных материалов. Киев: УМК ВО, 1989. 108 с.
6. Физикохимия многокомпонентных полимерных систем. Т. 1-2. Наполненные полимеры. Полимерные смеси и сплавы / ред. Ю. С. Липатов. Киев: Наук. думка, 1986. 376 с., 384 с.
7. Djellal L., Bouguelia A., Trari M. Physical and photoelectrochemical properties of p-CuInSe<sub>2</sub> bulk material // Materials Chemistry and Physics. 2008.



Vol. 109, Issue 1. P. 99–104. doi: <https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2007.10.038>

8. Magnetocaloric Properties of La(Fe, Co, Si)<sub>13</sub> Bulk Material Prepared by Powder Metallurgy / Katter M., Zellmann V., Reppel G. W., Uestuener K. // *IEEE Transactions on Magnetics*. 2008. Vol. 44, Issue 11. P. 3044–3047. doi: <https://doi.org/10.1109/tmag.2008.2002523>

9. Kleinke H. New bulk Materials for Thermoelectric Power Generation: Clathrates and Complex Antimonides // *Chemistry of Materials*. 2010. Vol. 22, Issue 3. P. 604–611. doi: <https://doi.org/10.1021/cm901591d>

10. Bulk Nanostructured Materials / M. J. Zehetbauer, Y. T. Zhu (Eds.). Wiley, 2009. 736 p. doi: <https://doi.org/10.1002/9783527626892>

11. Valiev R. Z., Zhilyaev A. P., Langdon T. G. Bulk Nanostructured Materials: Fundamentals and Applications. Wiley, 2014. 470 p. doi: <https://doi.org/10.1002/9781118742679>

12. Thermoelectric Properties of Granular Carbon Materials / Karvatskii A. Y., Vasilchenko G. M., Panov E. M., Leleka S. V., Lazarev T. V., Pedchenko A. Y., Chirka T. V. // *Advanced Thermoelectric Materials*. 2019. P. 437–467. doi: <https://doi.org/10.1002/9781119407348.ch10>

13. Відновлення теплофізичних властивостей сипких матеріалів за допомогою розв'язання зворотної задачі теплопровідності / Карвацький А. Я., Васильченко Г. М., Короленко К. М., Чирка Т. В. // *Вісник Хмельницького національного університету. Серія: Технічні науки*. 2017. № 4. С. 159–166.

14. Göncü F. Mechanics of granular materials: constitutive behavior and pattern transformation. Ipskamp Drukkers, 2012. 144 p.

15. Rao K. K., Nott P. R. An Introduction to Granular Flow. New York: Cambridge University Press, 2008. 490 p. doi: <https://doi.org/10.1017/cbo9780511611513>

16. Pöschel T., Schwager T. Computational granular dynamics. Models and algorithms. Springer, 2005. 322 p. doi: <https://doi.org/10.1007/3-540-27720-x>

17. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations / Ai J., Chen J.-F., Rotter J. M., Ooi J. Y. // *Powder Technology*. 2011. Vol. 206, Issue 3. P. 269–282. doi: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2010.09.030>

18. Granular packings: Nonlinear elasticity, sound propagation, and collective relaxation dynamics / Makse H. A., Gland N., Johnson D. L., Schwartz L. // *Physical Review E*. 2004. Vol. 70, Issue 6. doi: <https://doi.org/10.1103/physreve.70.061302>

19. Karvatskii A. Y., Lazarev T. V. Evaluation of the Discrete Element Method for Predicting the Behavior of Granular Media Using Petroleum Coke as an Example // *Chemical and Petroleum Engineering*. 2014. Vol. 50, Issue 3-4. P. 186–192. doi: <https://doi.org/10.1007/s10556-014-9877-y>

20. Chaudhuri B., Muzzio F. J., Tomassone M. S. Modeling of heat transfer in granular flow in rotating vessels // *Chemical Engineering Science*. 2006. Vol. 61, Issue 19. P. 6348–6360. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ces.2006.05.034>

21. Лыков В. И. Теория теплопроводности. Москва: Высшая школа, 1967. 600 с.

22. LIGGGHTS Open Source Discrete Element Method Particle Simulation Code. URL: <https://www.cfdem.com/liggghts-open-source-discrete-element-method-particle-simulation-code>

23. ParaView. An open-source, multi-platform data analysis and visualization application. URL: <http://www.paraview.org/>

24. Замотринская Е. А., Нестеров В. М., Михайлова Т. С. Об электропроводности смесей, содержащих компоненты с большой проводимостью // Известия вузов. Физика. 1979. № 9. С. 117–119.

25. Дульнев Г. Н., Заричняк Ю. П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Ленинград: Энергия, 1974. 264 с.

26. Физические величины: справочник / ред. И. С. Григорьев, Е. 3. Мейлихов. Москва: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

27. Making the Heat-Insulating Charge of Acheson Graphitization Furnaces More Efficient / Kutuzov S. V., Buryak V. V., Derkach V. V., Panov E. N., Karvatskii A. Y., Vasil'chenko G. N. et. al. // Refractories and Industrial Ceramics. 2014. Vol. 55, Issue 1. P. 15–16. doi: <https://doi.org/10.1007/s11148-014-9648-5>

28. Numerical analysis of the physical fields in the process of electrode blanks graphitization in the castner furnace / Karvatskii A., Leleka S., Pedchenko A., Lazariiev T. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 6, Issue 5 (84). P. 19–25. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.83191>