

Аналітичні оцінки інерційних властивостей зігнутої ділянки бурильної колони при її обертанні

Я. С. Гриджук, І. І. Чудик, А. С. Величкович, А. В. Андрусяк

Запропоновано підходи щодо аналітичних оцінок моменту інерції зігнутих ділянок бурильної колони при її обертанні. Дослідження обертання криволінійних ділянок бурильної колони на даний час пов'язані з певними труднощами, які виникають через відсутність точних виразів для оцінки моментів інерції зігнутої труби за параметрами її деформації. Вирішення таких завдань є важливими для аналізу динамічної стійкості бурильних колон при роторному і роторно-турбінному способах буріння при дослідженнях напружено-деформованого стану її елементів, уточнення енергетичних затрат на процес обертання зігнутих ділянок у свердловині, а також аналізу критичних частот обертання. Проведено дослідження моменту інерції зігнутої ділянки бурильної колони на моделях із зосередженими та розподіленими масами. На основі цього встановлено точні та асимптотичні аналітичні залежності для визначення інерційних характеристик криволінійних ділянок бурильної колони та подано рекомендації щодо застосування цих залежностей.

Сучасною тенденцією розвитку і модернізації бурового обладнання є застосування бурильних труб, виготовлених із нетрадиційних матеріалів. Враховуючи науковий і практичний інтерес до застосування цих матеріалів, проведено розрахунки моментів інерції для зігнутих ділянок бурильних колон, що можуть комплектуватися сталевими, алюмінієвими, титановими чи склопластиковими бурильними трубами. Аналітичне оцінювання моменту інерції зігнутих ділянок відноситься до різного масштабу деформованого стану бурильної колони. Формула моменту інерції, встановлена на простих моделях, є коректною у тих випадках, коли криволінійна ділянка бурильної колони зазнає великих переміщень. У випадку малих переміщень слід застосовувати аналітичний результат, здобутий на моделі із розподіленими параметрами. Встановлені закономірності є важливими для аналізу динаміки бурильної колони в глибоких умовно вертикальних, похило-скерованих чи горизонтальних свердловинах із складним гірничо-геологічним профілем

Ключові слова: бурильна колона, бурильна труба, зігнутий стержень, зосереджена маса, розподілена маса, момент інерції

1. Вступ

На сьогодні у світі є популярним та продовжує розвиватись скероване буріння глибоких нафтових та газових свердловин, за якого вісь свердловини часто виявляється просторовою кривою. В цьому разі колона бурильних труб представляє собою доволі складну просторову систему з розподіленими параметрами. Залежно від величин зовнішніх та об'ємних навантажень, а також

умов контактної взаємодії зі стінкою свердловини в колоні чи на її окремих ділянках можуть виникати явища, які є притаманними класичним пружним стрижням. Зокрема, колона може набувати спіралеподібної форми, зазнавати локальних втрат стійкості, здійснювати поздовжні, крутильні чи поперечні коливання. Крім того, в порожнині криволінійної свердловини бурильна колона піддається впливу фрикційних та контактних сил, сил інерції промивної рідини тощо. Перелічені явища створюють негативний вплив на елементи бурильної колони, долота, вибійні двигуни та загалом призводять до втрат енергії та зниження техніко-економічних показників буріння [1–4].

Для уточнення параметрів навантаженості та напружено-деформованого стану бурильної колони необхідно мати чітку методику визначення моментів інерції її зігнутих ділянок. Тому дослідження інерційних властивостей криволінійної колони труб при обертанні є актуальною задачею теорії динамічної стійкості пружних систем. Вирішення такої задачі потрібне для коректного проведення динамічного аналізу бурильних колон при роторному та роторно-турбінному способах буріння.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Розрахункові підходи теорії стрижнів розроблені досить добре, однак при дослідженні процесів обертання зігнутих частин бурильної колони виникають певні труднощі через відсутність точних виразів для оцінки моменту інерції зігнутої труби за параметрами її деформації. Знаходження розв'язків таких задач потрібне для оцінки динамічної стійкості та податливості бурильної колони в умовах нестационарного вібраційного навантажування при бурінні глибоких свердловин та особливо свердловин зі складними гірничо-геологічними умовами [4–6].

Переважно дослідники намагались уникнути врахування впливу криволінійності ділянок бурильної колони на її інерційні властивості при обертанні, зовсім нехтуючи цим впливом, або застосовуючи низку припущень [2, 4]. Це спричинило проблему динамічного аналізу довгомірних колон при обертанні через певну невідповідність реальних об'єктів і математичних моделей [7]. Надмірна схематизація поведінки таких механічних систем спрощує розв'язок задач, але знижує точність результатів і навпаки. В такому разі кожна запропонована інженерна модель, яка базується на низці гіпотез та припущень потребує верифікації за допомогою числових методів [8] чи експерименту [9].

Особливості підходів до динамічного аналізу бурильної колони залежать від форми її пружної рівноваги, яка внаслідок різноманіття техніко-технологічних та гірничо-геологічних чинників може бути як плоскою так і просторовою [10]. У статті [11] розкрита аналогія між явищами втрати стійкості при стисканні довгих стрижнів та досягненні критичних частот обертання гнучких валів, а також подано підходи щодо практик недопущення цих небезпечних станів. За результатами досліджень запропоновано способи створення безкритичних роторів, безрезонансних конструкцій і стрижнів, які не втрачають стійкість при стисканні.

Деякі автори [5, 12] вважають зниження вібрацій бурильного інструменту запорукою збереження динамічної стійкості бурильної колони загалом. Актуальні проблеми конструювання віброзахисних пристроїв для довгомірних структур (бурильних колон, насосно-компресорних штанг) розглядали у працях [13–15]. Зокрема, в роботі [13] представлено конструкції інерційних пристроїв для регулювання динамічного режиму бурильної колони, які водночас виконують роль обважнених бурильних труб. Вони виконані у вигляді односекційного чи багатосекційного порожнистого корпусу частково заповненого сипучим середовищем. Стаття [14] присвячена розробці оболонкових пружних елементів для колон насосно-компресорних штанг. Особливістю пропонуванних конструкцій є оптимальне поєднання амортизаційних та демпфувальних властивостей, що дозволяє суттєво знизити динамічні навантаження на колону штанг. Автори праці [15], використовуючи ефекти, які базуються на явищі антирезонансу, розробили широкосмуговий віброгасник для довгомірних елементів конструкцій.

Моделювання контактної взаємодії в оболонково-стержневих системах (типу стержень – жорстка обойма, пружне тіло – циліндрична оболонка) при немонотонному навантаженні задля визначення міцності, жорсткості та демпфувальної здатності цих систем здійснено в працях [16–19]. Бурові амортизатори із суцільними оболонками розглянуто в роботі [16], гідроелеватори та кільцеві компенсатори в працях [17, 18], автори статті [19] розглядали демпфери, які сконструйовані на основі розрізаних оболонок.

Феномен контактної взаємодії елементів бурильної колони зі стінкою свердловини є ключовим чинником, який визначає енергоємність процесу буріння при обертанні колон. У цьому напрямку актуальними залишаються питання математичного моделювання статички та динаміки стержневих систем стосовно задач ліквідації прихоплень бурильної колони [20–22]. Уточнення моделей взаємодії поверхні стержня з пружним або непружним середовищем потрібне задля безпечної експлуатації довгомірних об'єктів. Використання таких моделей актуальне для трубопроводів в зонах зсуву ґрунту [23], в місцях руху пошкодженої основи [24] та перетину активного розлому [25, 26]. Аналогічні моделі контакту тіл застосовні для підвищення довговічності бурильних колон [27, 28] та забезпечення якісного центрування обсадних труб [29].

Зокрема в роботі [30] проаналізовано динамічну поведінку трубопроводів як стрижневої системи з допомогою методу динамічних жорсткостей. Показано, що для криволінійних стрижнів доцільно застосовувати модель, яка складається з прямих ділянок та безінерційних поворотних елементів.

Аналітичні та експериментальні дослідження динаміки обертання гнучкого валу в рухомих опорах подані в роботі [31]. Вал моделюється у вигляді гнучкого стрижня, маса якого представлена у вигляді циліндра, розташованого у місці найбільшого прогину стрижня. Момент інерції такої системи визначається як для циліндра, вісь обертання якого паралельна його центральній осі. Подібні дослідження мають місце і в [32].

На даний час відомі моделі, в яких бурильну колону представляють звичайним крутильним маятником, а компоновка низу колони розглядається як маховик [4]. Також відомі моделі із зосередженими масами, які враховують

зв'язок між коливаннями різних класів [2, 4]. Доволі добре розроблено моделі, котрі враховують як вібрацію бурильної колони так і так звані ефекти затримки [2]. Вибрані області застосування мають нелінійні моделі бурильної колони [3], а також моделі, які з більшою чи меншою точністю враховують взаємодію між колоною і стінками свердловини [4, 33, 34].

Не зважаючи на різноманіття механіко-математичних рішень, в усіх відомих моделях не враховуються зміни інерційних характеристик бурильної колони, які відбуваються за рахунок згину труб. Власне тому, врахування зазначених характеристик можливе шляхом встановлення та дослідження аналітичних залежностей для визначення моментів інерції зігнутих ділянок бурильної колони при її обертанні.

3. Мета і задачі досліджень

Метою роботи є отримання та апробація аналітичних залежностей для визначення моментів інерції зігнутих ділянок бурильної колони при її обертанні.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

- дослідити інерційні властивості зігнутої ділянки бурильної колони при обертанні на моделях із зосередженими масами;
- дослідити інерційні властивості зігнутої ділянки бурильної колони при обертанні на моделі з розподіленими масами;
- обґрунтувати рекомендації щодо області застосування точних та асимптотичних результатів дослідження;
- здійснити числові розрахунки та провести порівняльний аналіз моментів інерції криволінійних колон, укомплектованих бурильними трубами з різних матеріалів.

4. Дослідження інерційних властивостей зігнутої ділянки бурильної колони при її обертанні на моделях із зосередженими масами

Нехай маса трубчастого стержня рівномірно розподілена по кривій S (рис. 1, *a*), форма осі якої описується довільною функцією $y(x)$. Наприклад, це може бути синусоїдальна чи косинусоїдальна функція, якщо бурильні труби знаходяться у стиснутій частині колони, гіперболічна функція, якщо в розтягнутій тощо. Крива S обертається навколо осі x з довільною кутовою швидкістю. Для визначеності приймемо, що обрис осі кривої S описується синусоїдальною функцією:

$$y(x) = f \sin \frac{\pi x}{L}, \quad (1)$$

де L – довжина півхвилі прогину; f – величина максимального прогину.

У подальших розрахунках представимо цю матеріальну криву у вигляді невагомої кривої із зосередженою масою (рис. 1, *б*). Суть пропонованої моделі полягає в наступному. Величину зосередженої маси \tilde{M} потрібно підібрати так,

щоб інерційні властивості моделі із зосередженою масою при обертанні відносно осі x були еквівалентними моделі із розподіленими параметрами.

Спочатку визначимо масу дуги S (рис. 1, *a*):

$$M = \int_0^S m(s) ds = \int_0^L m(x) \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx = m \int_0^L \sqrt{1 + \left(f \frac{\pi}{L}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)} dx, \quad (2)$$

де $m(s)$ – маса одиниці довжини стержня; $ds = \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx$ – диференціал дуги кривої $y(x)$;

$$y'(x) = \frac{dy(x)}{dx} = f \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{\pi}{L}x\right).$$

Момент інерції дуги S відносно осі x :

$$\begin{aligned} J_x &= \int_0^L y^2(x) m(x) \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx = \\ &= mf^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sqrt{1 + \left(f \frac{\pi}{L}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)} dx. \end{aligned} \quad (3)$$

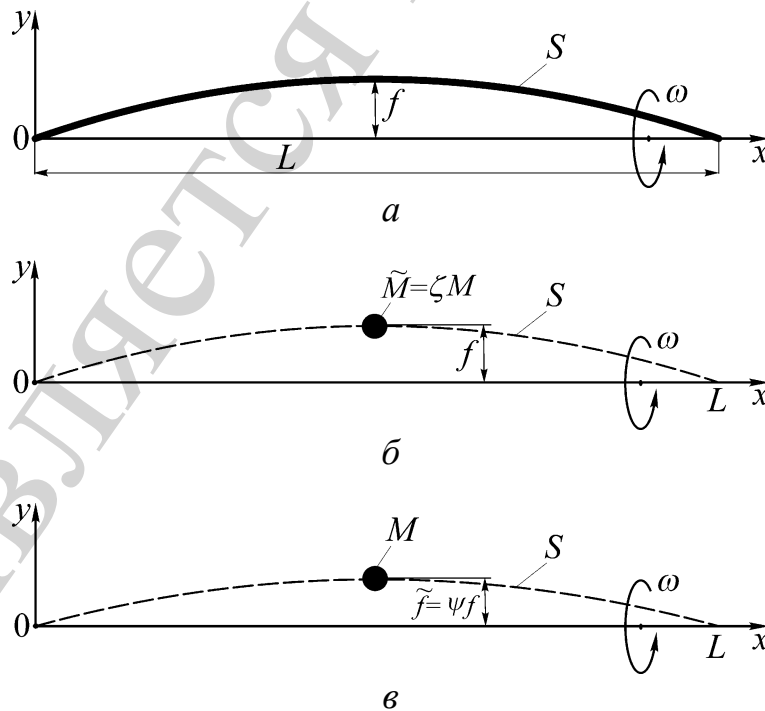


Рис. 1. Моделі зігнутого суцільного стержня: *a* – матеріальна крива; *б* – невагома крива з еквівалентною зосередженою масою; *в* – невагома крива із зосередженою масою та еквівалентною стрілою підйому

Тепер розглянемо невагому криву S із еквівалентною зосередженою масою \tilde{M} (рис. 1, б). Еквівалентний момент інерції для системи із зосередженою масою подамо таким чином:

$$\tilde{J}_x = \tilde{M}f^2 = \zeta Mf^2, \quad (4)$$

де \tilde{M} – еквівалентна зосереджена маса; ζ – коефіцієнт зведення маси.

Поставивши у відповідність моменту інерції дуги S еквівалентний момент інерції системи із еквівалентною зосередженою масою \tilde{M} із (4) матимемо:

$$\zeta = \frac{J_x}{Mf^2},$$

а з урахуванням правих частини виразів (2) і (3) отримаємо:

$$\zeta = \frac{\int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sqrt{1 + \left(f \frac{\pi}{L}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)} dx}{\int_0^L \sqrt{1 + \left(f \frac{\pi}{L}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)} dx}. \quad (5)$$

Коефіцієнт зведення маси залежить від геометричних параметрів та деформованого стану стержня. Отже, для заміни системи (рис. 1, а) її одномасовим еквівалентом (рис. 1, б) необхідно виконати наступне. Спершу обчислити масу матеріальної кривої M за формулою (1). Пізніше визначити коефіцієнт приведення маси, використовуючи вираз (5). І нарешті знайти еквівалентну зосереджену масу $\tilde{M} = \zeta M$.

У випадку коли $L \gg f$ результат розв'язку поставленої задачі із високим ступенем точності вдається здобути аналітично. Так вирази (2) та (3) після інтегрування набудуть вигляду

$$M = mL \left(1 + \frac{1}{4} \left[\frac{f\pi}{L} \right]^2 + C \left[\frac{f\pi}{L} \right]^4 \right), \quad (6)$$

$$J_x = \frac{mf^2L}{2} \left(1 + \frac{1}{8} \left[\frac{f\pi}{L} \right]^2 + C \left[\frac{f\pi}{L} \right]^4 \right), \quad (7)$$

де C – невизначена величина, якою ми знехтуємо, оскільки при $L \gg f$ множник $(f\pi/L)^4$ є дуже малим.

Коефіцієнт зведення маси в такому разі матиме вигляд

$$\zeta = \frac{1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\pi f}{L} \right)^2}{2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi f}{L} \right)^2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi f}{L} \right)^2 \right). \quad (8)$$

На другому етапі, намагаючись розв'язати поставлену задачу власне для випадків коли $L \gg f$ застосуємо дещо інший підхід. Прийемо за варіативний параметр не масу зігнутого стержня, а стрілу підйому дуги його зігнутої осі f . Еквівалентна система представлена на рис. 1, в. В цьому разі еквівалентний момент інерції одномасової моделі запишеться так:

$$\tilde{J}_x = M \tilde{f}^2 = M (\psi f)^2, \quad (9)$$

де ψ – коефіцієнт зведення стріли прогину.

$$M (\psi f)^2 = J_x \Rightarrow \psi = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{J_x}{M}}. \quad (10)$$

З урахуванням (2) і (3) коефіцієнт зведення стріли підйому

$$\psi = \frac{\sqrt{\int_0^L \sin^2 \left(\frac{\pi x}{L} \right) \sqrt{1 + \left(f \frac{\pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{L} x \right) dx}}{\int_0^L \sqrt{1 + \left(f \frac{\pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{L} x \right) dx}}. \quad (11)$$

Залежності (9)–(11) слід застосовувати для точних розрахунків моментів інерції зігнутих ділянок колони. Подальше числове тестування залежностей (5) та (8) показує високу збіжність результатів. Тому для наближених розрахунків при $f / L < 1 / 20$ можна ствердно використовувати формули (6)–(8).

5. Дослідження інерційних властивостей зігнутої ділянки бурильної колони при її обертанні на моделі з розподіленими масами

На цьому етапі дослідження уточнимо постановку задачі. Для цього надамо матеріальній кривій реальних поперечних розмірів. Розглянемо зігнутий заповнений трубчастий стержень завдовжки s , який обертається навколо осі x . Густина матеріалу стержня та заповнювача – відповідно ρ_1 та ρ_2 , радіус поперечного перерізу стержня – r , а товщина стінки – h . Пружна лінія стержня описується довільною аналітичною функцією $y(x)$, яку вважаємо відомою. Нехай ця

функція представлена виразом (1). Потрібно обчислити момент інерції J_x такого об'єкта при його обертанні навколо осі x .

Вважатимемо, що стержень складений із неоднорідних жорстких тонких дисків, які при деформуванні стержня можуть зазнавати кутових та лінійних переміщень (рис. 2). Самі ж диски при цьому залишаються перпендикулярними осі стержня, а тому оскільки розглядатимемо малі прогини, то викривленнями поперечних перерізів та овалізацією нехтуємо.

Момент інерції довільного диска відносно осі x_1 (рис. 2) представимо в такому вигляді:

$$J_{x\xi} = J_{x1} \cos^2 \alpha = \frac{J_{x1}}{1 + y'^2}, \quad (12)$$

де

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + y'^2}.$$

Тоді момент інерції довільного диска відносно осі x буде:

$$J_x = \frac{J_{x1}}{1 + y'^2} + my^2. \quad (13)$$

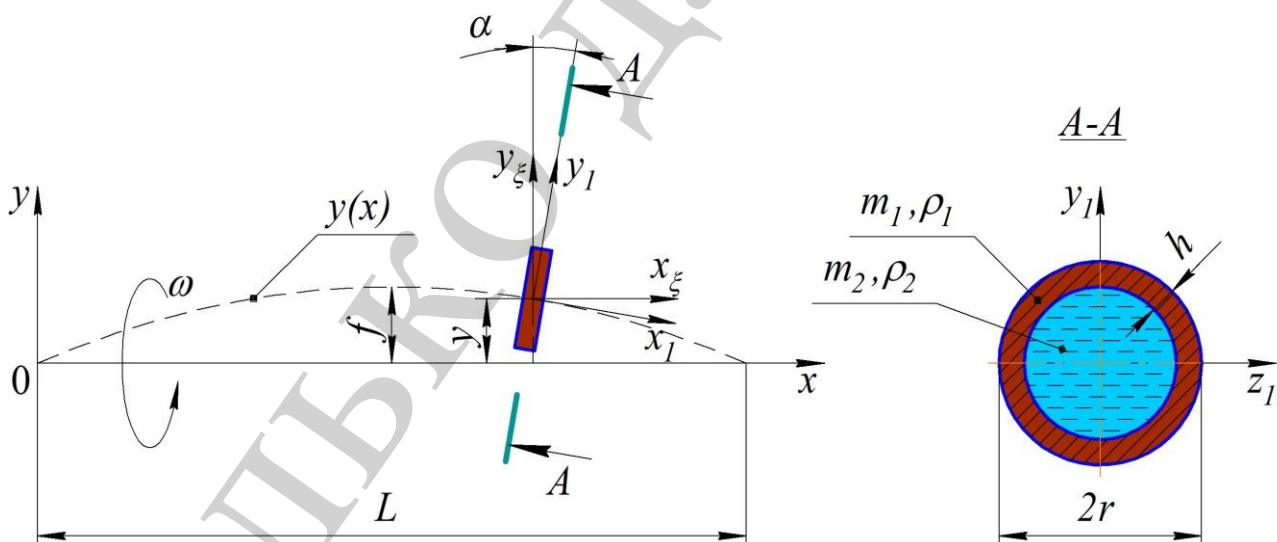


Рис. 2. Модель заповненого трубчастого стержня

Момент інерції зігнутого стержня:

$$J_x = \int_s \left(\frac{J_{x1}}{1 + y'^2} + my^2 \right) ds \quad (14)$$

або

$$J_x = \int_L \left(\frac{J_{x1}}{1 + y'^2} + my^2 \right) \sqrt{1 + y'^2} dx, \quad (15)$$

де

$$J_{x1} = \frac{1}{2} m_2 (r - h)^2 + m_1 r^2; \quad m_1 = 2\pi r h \rho_1;$$

$$m_2 = \pi (r - h)^2 \rho_2; \quad m = m_1 + m_2.$$

Для отримання конкретних числових результатів приведемо остаточну формулу:

$$J_x = \int_L \left(\frac{\frac{1}{2} m_2 (r - h)^2 + m_1 r^2}{1 + \left(f \frac{\pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{L} x \right)} + m \left(f \sin \frac{\pi x}{L} \right)^2 \right) \sqrt{1 + \left(f \frac{\pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{L} x \right)} dx. \quad (16)$$

Формула (16) є точною, хоча і громіздкою. Для практичних розрахунків на основі (15) виведемо спрощену формулу. У разі малих прогинів та кутів повороту стержня припускаємо виконання нерівностей:

$$\max_x \frac{y(x)}{r} \ll 1, \quad y'(x) \leq 1, \quad x \in [0, L].$$

Тоді:

$$\frac{1}{1 + y'^2} \approx 1 - y'^2, \quad \sqrt{1 + y'^2} \approx 1 + \frac{1}{2} y'^2.$$

Зберігаючи у асимптотичних розкладах виразу (15) лише величини порядку y'^2 та y^2 , отримаємо:

$$\begin{aligned} J_x &= \int_L \left(\frac{J_{x1}}{1 + y'^2} + my^2 \right) \sqrt{1 + y'^2} dx \approx \int_L \left(J_{x1} (1 - y'^2) + my^2 \right) \left(1 + \frac{1}{2} y'^2 \right) dx \approx \\ &\approx J_{x1} \int_L \left(1 - \frac{1}{2} y'^2 + \frac{m}{J_{x1}} y^2 \right) dx, \end{aligned}$$

остаточно

$$J_x \approx J_{xI} \int_L \left(1 - \frac{1}{2} y'^2 + \frac{y^2}{i_{xI}^2} \right) dx, \quad (17)$$

де $i_{xI} = \sqrt{\frac{J_{xI}}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} m_2 (r-h)^2 + m_1 r^2}{m_1 + m_2}}$ – радіус інерції неоднорідного поперечного перерізу стержня.

Нехай, як і раніше, пружна лінія стержня описується функцією (1), тоді за формулою (17) асимптотичний вираз моменту інерції матиме такий вигляд

$$J_x \approx J_{xI} \int_L \left(1 - \frac{1}{2} \left(f \frac{\pi}{L} \cos \left(\frac{\pi}{L} x \right) \right)^2 + \frac{\left(f \sin \frac{\pi x}{L} \right)^2}{i_{xI}^2} \right) dx,$$

а після інтегрування

$$J_x \approx J_{xI} \left(L - \left(f \frac{\pi}{L} \right)^2 \frac{L}{4} + \left(\frac{f}{i_{xI}} \right)^2 \frac{L}{2} \right). \quad (18)$$

Порівняльний аналіз залежностей (16) і (18) показує, що різниця між ними спостерігається при стрілі прогину більше 2,5м (рис. 3).

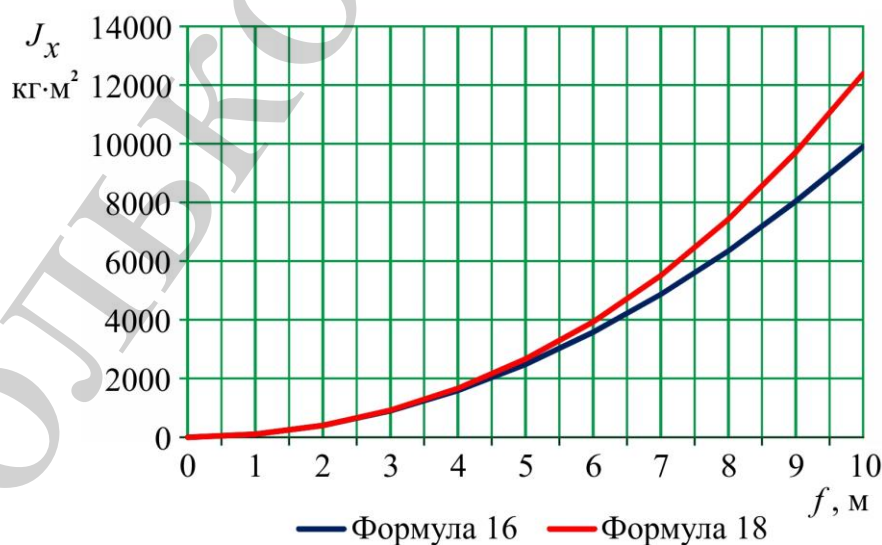


Рис. 3. Залежність моменту інерції бурильної труби □ 60 мм від величини прогину ділянки бурильної колони

Зазвичай, максимальний прогин бурильної колони у свердловині є значно меншим за 2,5 м. На основі цього можна зробити висновок про те, що при практичних розрахунках, коли $L/f > 10$, для визначення моментів інерції прогнутих ділянок бурильної колони можна широко застосовувати і спрощену (асимптотичну) формулу (18).

6. Числова апробація результатів аналітичного дослідження

Як бачимо, момент інерції зігнутої ділянки бурильної колони як в (16) так і в (18) залежить від параметрів, що визначають як геометрію її форми, так і розміри поперечного перерізу. Тому для практичних розрахунків також потрібно оцінити величину максимального прогину ділянки бурильної колони в залежності від її діаметра. Для цього скористаємось відомими співвідношеннями між діаметрами бурильних труб (БТ), обважнених бурильних труб (ОБТ) та долота:

$$\left. \begin{aligned} d_{\text{ОБТ}}/D_{\text{д}} &= 0,75 \div 0,85 \quad \text{при } D_{\text{д}} \leq 295,3 \text{ мм;} \\ d_{\text{ОБТ}}/D_{\text{д}} &= 0,65 \div 0,75 \quad \text{при } D_{\text{д}} > 295,3 \text{ мм;} \\ d_{\text{БТ}}/d_{\text{ОБТ}} &= 0,75 \div 0,8, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

де $d_{\text{ОБТ}}$, $d_{\text{БТ}}$, $D_{\text{д}}$ – відповідно діаметр ОБТ, БТ та долота.

Стріла прогину ділянки бурильної колони у свердловині:

$$f = (D_{\text{с}} - d_3)/2; \quad (20)$$

$D_{\text{с}}$, d_3 – відповідно діаметр свердловини та бурильного замка.

Зробимо наступне припущення, що $D_{\text{с}} \approx D_{\text{д}}$; $d_3 \approx d_{\text{БТ}}$. Співставивши (19) і (20) після відповідних перетворень отримаємо:

– для ділянки БТ:

$$\left. \begin{aligned} f_{\text{БТ}} &= (0,236 \div 0,393) d_{\text{БТ}} \quad \text{при } D_{\text{д}} \leq 295,3 \text{ мм;} \\ f_{\text{БТ}} &= (0,333 \div 0,521) d_{\text{БТ}} \quad \text{при } D_{\text{д}} > 295,3 \text{ мм;} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

– для ділянки ОБТ:

$$\left. \begin{aligned} f_{\text{ОБТ}} &= (0,177 \div 0,314) d_{\text{ОБТ}} \quad \text{при } D_{\text{д}} \leq 295,3 \text{ мм;} \\ f_{\text{ОБТ}} &= (0,250 \div 0,417) d_{\text{ОБТ}} \quad \text{при } D_{\text{д}} > 295,3 \text{ мм.} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Проведемо кількісну та якісну апробацію виразу (16) використовуючи дані по бурильних трубах, виготовлених з різних матеріалів. На даний час у розвитку та модернізації бурового обладнання для виготовлення бурильних труб намітилась тенденція застосування нетрадиційних матеріалів – титану та склоплас-

тику. Враховуюючи науковий і практичний інтерес до їх подальшого використання, проведено розрахунки моментів інерції для прогнутих ділянок як сталевих і алюмінієвих, так і титанових та склопластикових бурильних труб. Відповідно середні значення густини матеріалів труб прийнято такими: сталі $\rho_{ст} = 7850 \text{ кг/м}^3$, титану $\rho_{т} = 4500 \text{ кг/м}^3$, алюмінію $\rho_{а} = 2700 \text{ кг/м}^3$, склопластику $\rho_{ск} = 2000 \text{ кг/м}^3$. Густина бурового розчину $\rho_p = 1300 \text{ кг/м}^3$. На підставі (21) і (22) величини максимальних прогинів ділянок відповідно задамо: для ступені БТ $f_{БТ} \approx r_{БТ}$, для ступені ОБТ $f_{ОБТ} \approx 0,8r_{ОБТ}$. Довжини півхвиль прогину наступні: для ступені БТ $L_{БТ} = 20 \div 80 \text{ м}$, для ступені ОБТ $L_{ОБТ} = 10 \div 30 \text{ м}$. Результати числових розрахунків моментів інерції прогнутих ділянок бурильних та обважнених бурильних труб наведені в табл. 1, 2. Аналіз формули (16) та графіки на рис. 4 і 5 показують, що для певної довжини півхвилі прогину ділянки колони її момент інерції перебуває в квадратичній залежності від величини прогину. В той же час із формули (18) випливає, що при фіксованій стрілі прогину момент інерції прогнутої ділянки залежить від довжини півхвилі лінійно (рис. 6).

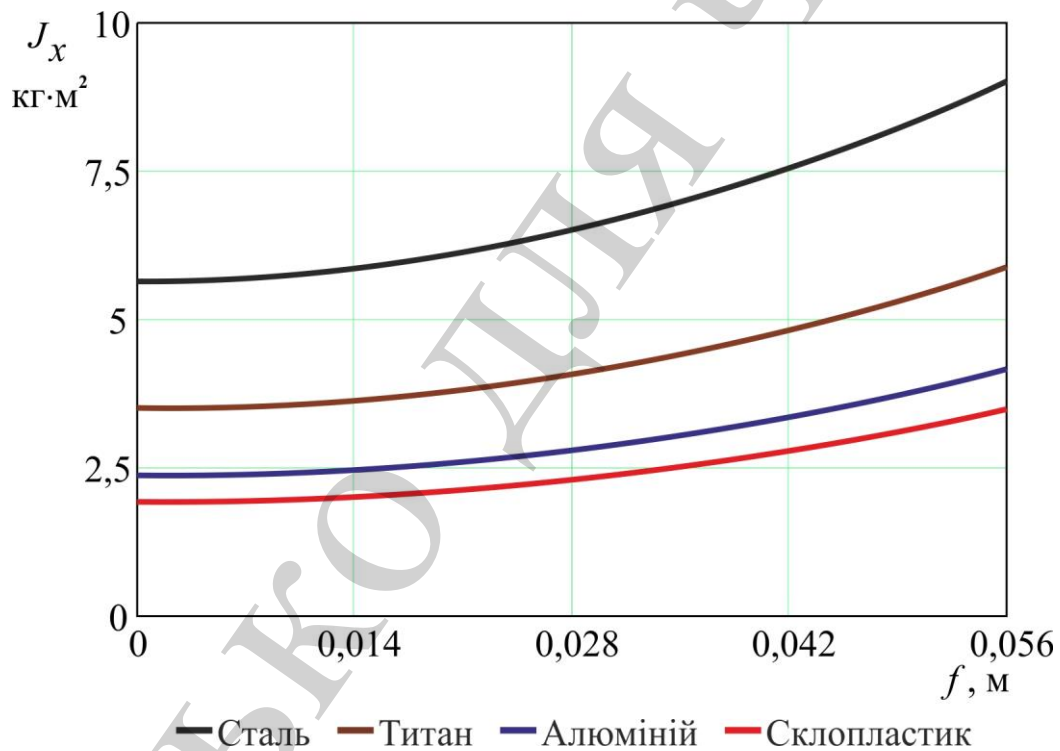


Рис. 4. Залежність моментів інерції прогнутих ділянок БТ ($\square 114 \text{ мм}$) від стріли прогину

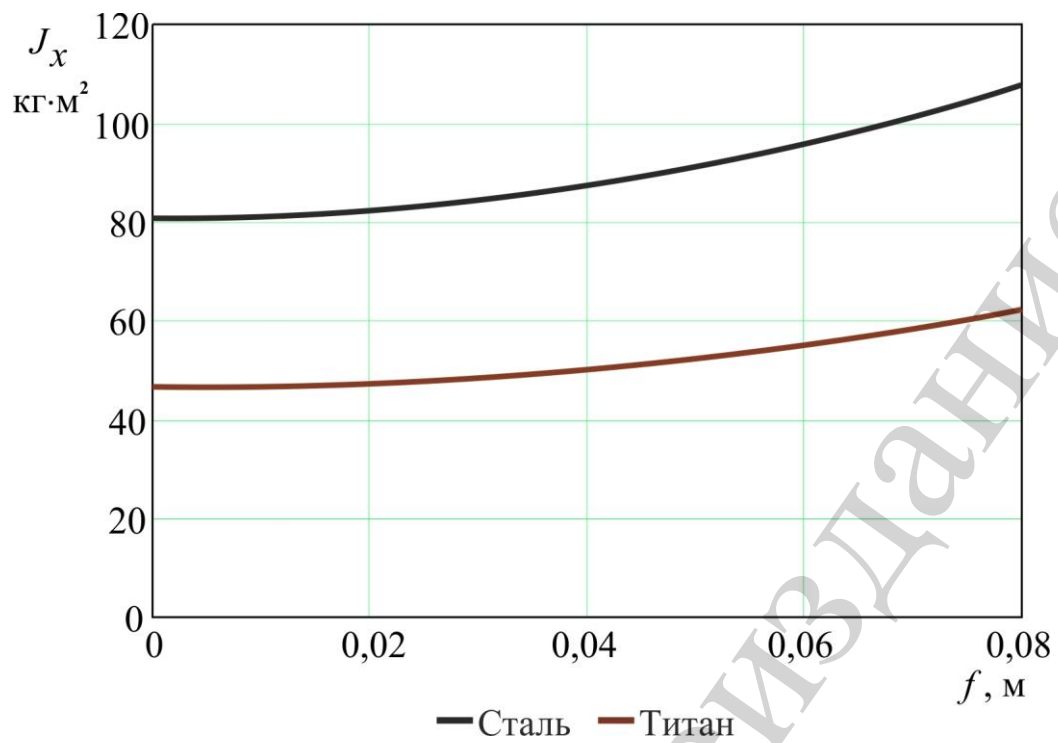


Рис. 5. Залежність моментів інерції прогнутих ділянок ОБТ (□203 мм) від величини прогину

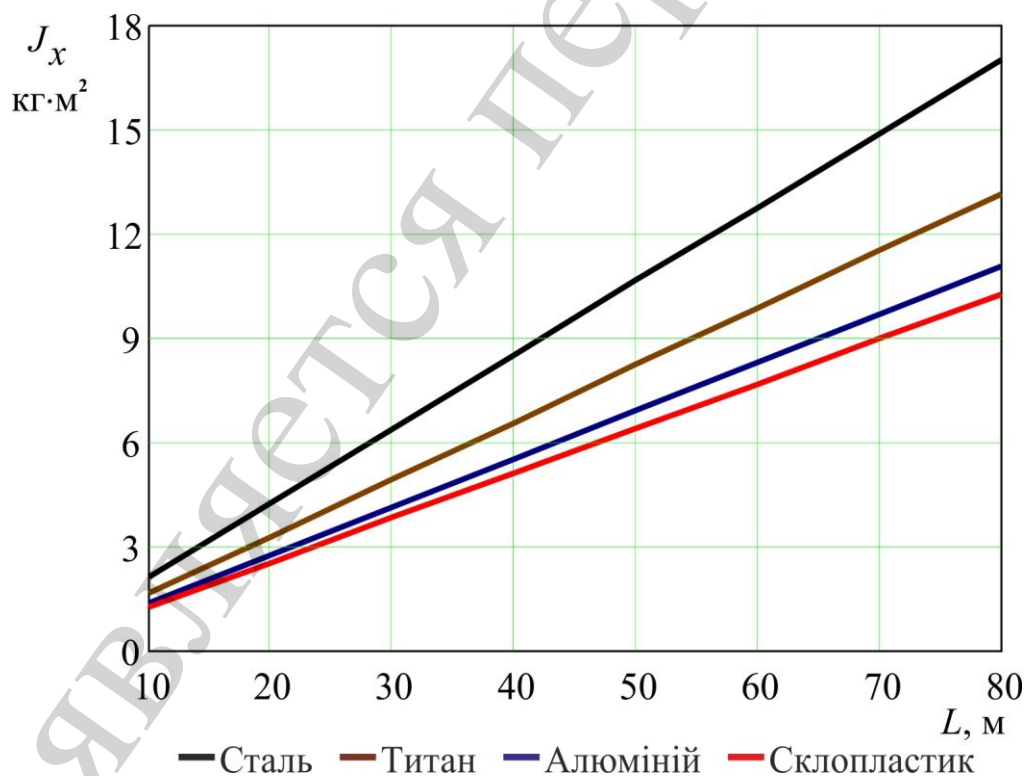


Рис. 6. Залежність моментів інерції прогнутих ділянок БТ (□114 мм) від довжини півхвилі

Таблиця 1

Моменти інерції прогнутих ділянок ступені ОБТ

$L_{\text{ОБТ}}=10 \text{ м}$						
f	$d_{\text{ОБТ}}=108 \text{ мм}$		$d_{\text{ОБТ}}=120 \text{ мм}$		$d_{\text{ОБТ}}=146 \text{ мм}$	
	Сталь	Титан	Сталь	Титан	Сталь	Титан
0	2,413	1,386	3,004	1,731	6,946	3,998
0,2r	2,463	1,415	3,067	1,769	7,090	4,083
0,4r	2,611	1,501	3,255	1,880	7,522	4,339
0,6r	2,858	1,646	3,568	2,066	8,242	4,764
0,8r	3,204	1,848	4,007	2,327	9,251	5,360
$L_{\text{ОБТ}}=20 \text{ м}$						
f	$d_{\text{ОБТ}}=146 \text{ мм}$		$d_{\text{ОБТ}}=178 \text{ мм}$		$d_{\text{ОБТ}}=203 \text{ мм}$	
	Сталь	Титан	Сталь	Титан	Сталь	Титан
0	13,892	7,996	30,766	17,708	53,884	30,994
0,2r	14,180	8,166	31,404	18,085	54,998	31,650
0,4r	15,044	8,677	33,319	19,216	58,340	33,618
0,6r	16,485	9,529	36,509	21,101	63,909	36,899
0,8r	18,503	10,721	40,976	23,740	71,707	41,492
$L_{\text{ОБТ}}=30 \text{ м}$						
f	$d_{\text{ОБТ}}=203 \text{ мм}$		$d_{\text{ОБТ}}=245 \text{ мм}$		$d_{\text{ОБТ}}=273 \text{ мм}$	
	Сталь	Титан	Сталь	Титан	Сталь	Титан
0	80,826	46,491	150,875	87,032	275,717	158,479
0,2r	82,497	47,475	154,035	88,914	281,395	161,813
0,4r	87,510	50,428	163,513	94,562	298,429	171,813
0,6r	95,865	55,349	179,310	103,975	326,819	188,481
0,8r	107,562	62,239	201,426	117,154	366,566	211,815

Таблиця 2

Моменти інерції прогнутих ділянок ступені БТ

$L_{\text{БТ}}=20 \text{ м}$								
f	$d_{\text{БТ}}=60,3 \text{ мм}$				$d_{\text{БТ}}=73,0 \text{ мм}$			
	Сталь	Титан	Алюм.	Склопл	Сталь	Титан	Алюм	Склопл
0	0,251	0,148	0,092	0,070	0,455	0,271	0,172	0,133
0,25r	0,260	0,153	0,096	0,073	0,471	0,281	0,179	0,139
0,5r	0,286	0,169	0,106	0,082	0,519	0,312	0,201	0,157
0,75r	0,329	0,196	0,125	0,097	0,600	0,364	0,237	0,187
r	0,390	0,234	0,150	0,118	0,712	0,436	0,287	0,229
$L_{\text{БТ}}=40 \text{ м}$								
f	$d_{\text{БТ}}=89,0 \text{ мм}$				$d_{\text{БТ}}=101,6 \text{ мм}$			
	Сталь	Титан	Алюм.	Склопл	Сталь	Титан	Алюм	Склопл
0	1,694	1,027	0,668	0,528	2,577	1,584	1,050	0,842
0,25r	1,756	1,067	0,697	0,554	2,673	1,648	1,098	0,884
0,5r	1,941	1,190	0,786	0,629	2,960	1,843	1,242	1,009

0,75r	2,249	1,394	0,934	0,755	3,439	2,166	1,482	1,216
r	2,681	1,679	1,141	0,932	4,109	2,619	1,819	1,507
$L_{BT}=60$ м								
f	$d_{BT}=114,3$ мм				$d_{BT}=127,0$ мм			
	Сталь	Титан	Алюм.	Склопл	Сталь	Титан	Алюм	Склопл
0	5,630	3,509	2,369	1,925	7,901	4,990	3,427	2,818
0,25r	5,843	3,656	2,480	2,023	8,205	5,204	3,592	2,964
0,5r	6,484	4,097	2,814	2,315	9,120	5,846	4,087	3,402
0,75r	7,550	4,832	3,371	2,803	10,644	6,915	4,912	4,133
r	9,044	5,861	4,151	3,486	12,778	8,412	6,067	5,155
$L_{BT}=80$ м								
f	$d_{BT}=139,7$ мм				$d_{BT}=168,3$ мм			
	Сталь	Титан	Алюм.	Склопл	Сталь	Титан	Алюм	Склопл
0	14,342	9,178	6,402	5,323	26,372	17,341	12,489	10,602
0,25r	14,905	9,579	6,717	5,604	27,441	18,129	13,125	11,179
0,5r	16,593	10,783	7,661	6,446	30,650	20,491	15,032	12,909
0,75r	19,406	12,789	9,233	7,851	35,998	24,428	18,211	15,793
r	23,345	15,598	11,435	9,816	43,486	29,940	22,661	19,831

Користуючись числовими даними табл. 1, 2, слід вказати наступне. Збільшення густини матеріалу бурильних труб зігнутої ділянки призводить до непропорційного збільшення її моменту інерції. Це можна пояснити, виходячи з таких міркувань. Візьмемо для першого випадку співвідношення між густиною сталі та склопластику, яке становить 3,9 рази. В цей же час, співвідношення між моментами інерції двох ділянок відповідно із сталевих та склопластикових бурильних труб є меншим. Наприклад, для БТ $\square 89$ мм ($L=40$ м) – $2,9 \square 3,2$; для БТ $\square 114$ мм ($L=60$ м) – $2,6 \square 3,0$; для БТ $\square 139$ мм ($L=80$ м) – $2,4 \square 2,7$. Розглянемо другий випадок, коли густина сталі у 2,25 рази є більшою за густину титану. При цьому співвідношення між моментами інерції двох ділянок відповідно із сталевих та титанових обважених бурильних труб також є меншим. Наприклад, для ОБТ $\square 203$ мм ($L=20$ м) – $1,72 \square 1,74$; для ОБТ $\square 273$ мм ($L=30$ м) – $1,73 \square 1,74$.

На основі такого аналізу можна стверджувати, що зміна моменту інерції зігнутих ділянок колони в першу чергу залежить від густини матеріалу труб, з яких вона укомплектована. Зміна моментів інерції цих ділянок в залежності від довжини півхвилі прогину відбувається ж пропорційно.

7. Обговорення результатів досліджень моменту інерції зігнутої ділянки бурильної колони при її обертанні

Запропоновані аналітичні підходи для оцінки моментів інерції зігнутих ділянок бурильної колони при її обертанні можна реалізовувати двома способами. Перевагами цих способів є відносно нескладний математичний апарат, а також і те, що результати одного способу завжди можна підтвердити результатами іншого. Отримані результати розрахунків моментів інерції зігнутих ділянок укомплектованих сталевими, алюмінієвими, титановими чи склопластиковими

трубами можна використовувати при подальших дослідженнях. Важливими в цьому плані є аналіз напружено-деформованого стану елементів бурильної колони, уточнення енергетичних затрат на процес обертання зігнутих ділянок у свердловині, а також аналіз критичних частот обертання.

В реальних умовах ексцентричне обертання зігнутих ділянок колони на частотах, близьких до критичних, характеризується переходом в нестійке положення, яке зумовлюється появою поперечних коливань та “біжучих” хвиль. Наближення до критичних частот завжди призводить до збільшення числа півхвиль прогину, а значить – і кількості прогнутих ділянок бурильної колони. Нове стійке положення із збільшеним числом півхвиль прогину утворюється при частоті обертання, яка перевищує критичну. Тому для визначення різниці між “робочою” та критичною частотами обертання деформованої бурильної колони в майбутньому планується провести подальші дослідження.

Недоліком проведених досліджень є відсутність практичної перевірки встановлених аналітичних залежностей експериментальним шляхом. Це пояснюється відсутністю спеціального вимірювального свердловинного обладнання та неможливістю його застосування в промислових умовах. Проте отримані результати досліджень на моделі із розподіленою масою добре узгоджуються із результатами досліджень, які проводилися в [31, 32] методом кінцевих елементів.

Перевагою встановлених в ході досліджень залежностей є висока точність результатів та простота їх застосування при практичних розрахунках на бурових підприємствах. З їх допомогою можна більш точно оцінити динамічну стійкість та податливість бурильної колони в умовах вібраційного навантажування при роторному і роторно-турбінному способах буріння. Дослідження такого плану доцільно розвивати в плані уточнення величини затрат механічної енергії на проштовхування та повертання зігнутих ділянок бурильної колони та пошуку енергоощадних режимів її роботи. У цьому напрямку складними та актуальними залишаються питання аналітичного та числового моделювання коливальних процесів бурильної колони при бурінні умовно-вертикальних, похило-скерованих та горизонтальних свердловин.

8. Висновки

Аналіз отриманих результатів досліджень засвідчує, що збільшення густини матеріалу зігнутої ділянки ОБТ у 2,25 рази призводить до збільшення її моментів інерції у 1,7 рази, в той же час збільшення густини матеріалу зігнутої ділянки БТ у 3,9 рази в середньому збільшує її момент інерції у $2,4 \div 3,2$ рази.

Проведені дослідження також показали, що аналітичне оцінювання інерційних властивостей зігнутих ділянок відносяться до різного масштабу руху чи масштабу деформованого стану бурильної колони. Виявилось, що результати здобуті на простих моделях придатні лише у випадках, коли криволінійна ділянка бурильної колони зазнає великих переміщень (стріла підйому більша, або значно більша за поперечний габарит колони). Тільки в такому разі можна отримати значення моментів інерції з достатнім ступенем точності. У випадку малих переміщень (коли стріла підйому криволінійної ділянки менша чи спів-

розмірна з поперечним габаритом колони) слід користуватись залежностями, які отримані на моделі з розподіленими параметрами.

Література

1. Unveiling complexity of drill–string vibrations: Experiments and modeling / Kapitaniak M., Vaziri Hamaneh V., Páez Chávez J., Nandakumar K., Wiercigroch M. // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 101-102. P. 324–337. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.07.008>
2. Zhu X., Tang L., Yang Q. A Literature Review of Approaches for Stick-Slip Vibration Suppression in Oilwell Drillstring // *Advances in Mechanical Engineering*. 2014. Vol. 6. P. 967952. doi: <https://doi.org/10.1155/2014/967952>
3. Gulyayev V. I., Hudoliy S. N., Glushakova O. V. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*. 2011. Vol. 225, Issue 2. P. 139–152. doi: <https://doi.org/10.1177/1464419311405571>
4. Ghasemloonia A., Geoff Rideout D., Butt S. D. A review of drillstring vibration modeling and suppression methods // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2015. Vol. 131. P. 150–164. doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2015.04.030>
5. Velichkovich A., Dalyak T., Petryk I. Slotted shell resilient elements for drilling shock absorbers // *Oil & Gas Science and Technology – Revue d'IFP Energies nouvelles*. 2018. Vol. 73, Issue 34. doi: <https://doi.org/10.2516/ogst/2018043>
6. Pryhorovska T. Rock heterogeneity numerical simulation as a factor of drill bit instability // *Engineering Solid Mechanics*. 2018. P. 315–330. doi: <https://doi.org/10.5267/j.esm.2018.8.002>
7. Голосков Е. Г., Филиппов А. П. Нестационарные колебания деформируемых систем. Киев: Наукова думка, 1977. 339 с.
8. Pukach P. Y. On the unboundedness of a solution of the mixed problem for a nonlinear evolution equation at a finite time // *Nonlinear Oscillations*. 2012. Vol. 14, Issue 3. P. 369–378. doi: <https://doi.org/10.1007/s11072-012-0164-6>
9. Velichkovich A. S., Popadyuk I. I., Shopa V. M. Experimental study of shell flexible component for drilling vibration damping devices // *Chemical and Petroleum Engineering*. 2011. Vol. 46, Issue 9-10. P. 518–524. doi: <https://doi.org/10.1007/s10556-011-9370-9>
10. Сесюнин Н. А. Об изгибе весомого стержня в наклонной цилиндрической полости // *Изв. вузов. Нефть и газ*. 1983. № 9. С. 22–25.
11. Ройзман В. П. О возможности создания безрезонансных конструкций, безкритических роторов и стержней, не теряющих устойчивости при сжатии // *Вибрации в технике и технологиях*. 2015. № 3 (79). С. 38–43.
12. Velichkovich A. S., Dalyak T. M. Assessment of Stressed State and Performance Characteristics of Jacketed Spring with a Cut for Drill Shock Absorber // *Chemical and Petroleum Engineering*. 2015. Vol. 51, Issue 3-4. P. 188–193. doi: <https://doi.org/10.1007/s10556-015-0022-3>

13. Some aspects of design and application of inertial dampers / Dutkiewicz M., Gołębiowska I., Shatskyi I., Shopa V., Velychkovych A. // MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 178. P. 06010. doi: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201817806010>
14. Velichkovich A. S. Shock Absorber for Oil-Well Sucker-Rod Pumping Unit // Chemical and Petroleum Engineering. 2005. Vol. 41, Issue 9-10. P. 544–546. doi: <https://doi.org/10.1007/s10556-006-0015-3>
15. Gołębiowska I., Dutkiewicz M. The effectiveness of vibration damper attached to the cable due to wind action // EPJ Web of Conferences. 2017. Vol. 143. P. 02029. doi: <https://doi.org/10.1051/epjconf/201714302029>
16. Frictional Interaction of a Cylindrical Shell with Deformable Filler Under Nonmonotonic Loading / Popadyuk I. Y., Shats'kyi I. P., Shopa V. M., Velychkovych A. S. // Journal of Mathematical Sciences. 2016. Vol. 215, Issue 2. P. 243–253. doi: <https://doi.org/10.1007/s10958-016-2834-x>
17. Panevnik D. A., Velichkovich A. S. Assessment of the stressed state of the casing of the above-bit hydroelevator // Oil Industry Journal. 2017. Vol. 1. P. 70–73.
18. Kukhar V., Balalayeva E., Nesterov O. Calculation method and simulation of work of the ring elastic compensator for sheet-forming // MATEC Web of Conferences. 2017. Vol. 129. P. 01041. doi: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201712901041>
19. Shatskyi I., Popadyuk I., Velychkovych A. Hysteretic Properties of Shell Dampers // Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. 2018. P. 343–350. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-96601-4_31
20. Shatskii I. P., Perepichka V. V. Shock-wave propagation in an elastic rod with a viscoplastic external resistance // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2013. Vol. 54, Issue 6. P. 1016–1020. doi: <https://doi.org/10.1134/s0021894413060163>
21. Shatskyi I., Perepichka V. Problem of Dynamics of an Elastic Rod with Decreasing Function of Elastic-Plastic External Resistance // Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. 2018. P. 335–342. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-96601-4_30
22. Levchuk K. G. Engineering Tools and Technologies of Freeing of the Stuck Metal Drilling String // METALLOFIZIKA I NOVEISHIE TEKHNOLOGII. 2018. Vol. 40, Issue 1. P. 45–137. doi: <https://doi.org/10.15407/mfint.40.01.0045>
23. Kryzhaniv's'kyi E. I., Rudko V. P., Shats'kyi I. P. Estimation of admissible loads upon a pipeline in the zone of sliding ground // Materials Science. 2004. Vol. 40, Issue 4. P. 547–551. doi: <https://doi.org/10.1007/s11003-005-0076-z>
24. Shats'kyi I. P., Struk A. B. Stressed state of pipeline in zones of soil local fracture // Strength of Materials. 2009. Vol. 41, Issue 5. P. 548–553. doi: <https://doi.org/10.1007/s11223-009-9165-9>
25. Vazouras P., Karamanos S. A., Dakoulas P. Mechanical behavior of buried steel pipes crossing active strike-slip faults // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2012. Vol. 41. P. 164–180. doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2012.05.012>

26. Zhang J., Liang Z., Han C. J. Finite element analysis of wrinkling of buried pressure pipeline under strike-slip fault // *Mechanics*. 2015. Vol. 21, Issue 3. doi: <https://doi.org/10.5755/j01.mech.21.3.8891>
27. Shats'kyi I. P., Lyskanych O. M., Kornuta V. A. Combined Deformation Conditions for Fatigue Damage Indicator and Well-Drilling Tool Joint // *Strength of Materials*. 2016. Vol. 48, Issue 3. P. 469–472. doi: <https://doi.org/10.1007/s11223-016-9786-8>
28. Improving the aluminum drill pipes stability by optimizing the shape of protector thickening / Vlasiy O., Mazurenko V., Ropyak L., Rogal A. // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 1, Issue 7 (85). P. 25–31. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.65718>
29. Vytvytskyi I. I., Seniushkovych M. V., Shatskyi I. P. Calculation of distance between elastic-rigid centralizers of casing // *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2017. Issue 5. P. 29–35.
30. Орыняк И. В., Радченко С. А., Батура А. С. Расчет собственных и вынужденных колебаний трубопроводной системы. Сообщение 1. Анализ колебаний пространственной стержневой системы // *Проблемы прочности*. 2007. № 1. С. 79–93.
31. Introduction to Rotor Dynamics. URL: http://www.springer.com/cda/content/document/cda_downloaddocument/9781447142393-c2.pdf?SGWID=0-0-45-1334803-p174512894
32. Tadeo A. T., Cavalca K. L. A Comparison of Flexible Coupling Models for Updating in Rotating Machinery Response // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2003. Vol. XXV, Issue 3. P. 235–246. URL: <http://www.scielo.br/pdf/jbsmse/v25n3/a04v25n3.pdf>
33. Developing a method for the assessment of axial load in arbitrary cross-sections of the column of pumping rods / Andrusyak A., Grydzhuk J., Dzhus A., Steliga I. // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 1, Issue 7 (85). P. 32–37. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.92860>
34. Сароян А. Е. Теория и практика работы буровой колонны. М.: Недра, 1990. 263 с.