

УДК 519.766.2: 629.7-519

DOI: 10.15587/1729-4061.2018.140641

## Трансформація операцій з нечіткими множинами для розв'язку задач оптимального руху безекіпажних безпілотних апаратів

О. М. Трунов

Поставлено та проаналізовано розв'язок оптимізаційної задачі про мінімум часу руху безпілотного безекіпажного апарату (ББА). Встановлено зв'язок між проекціями вектору швидкості, як умовою розв'язку задачі про мінімум часу переміщення, запропоновано будувати алгоритм корегування параметрів оптимальної траєкторії. Продемонстровано, якщо на траєкторії обрано як масштаб величину "с" між поперечними похідними від модуля вектора швидкості за двома ортогональними напрямками, а також забезпечено дію сил, які з тим же масштабом "с" зв'язують другі похідні від координат за цими напрямками, то така траєкторія мінімізує загальний час руху. Розділення рухів утворює можливість керування на підставі відеозображень за умов дотримання обмежень на величину масштабу "с" та накладає обмеження на роботу двигунів - приводів рушіїв. Встановлено, що калібрування рушіїв дозволяє визначити константу "с".

Сформовано керуючі впливи: сили та моменти для гідродинамічної моделі ББА. Запропоновано представлення керуючих впливів через число обертів валу рушія – пропелера. Представлено керуючі впливи через функцію належності та мінімальне і максимальне паспортне число обертів валу пропелеру рушія.

Введено нові якісні поняття, що задано функцією належності: швидкості обертання валу рушія до таких значень, які можуть бути реалізовані двигуном  $\mu_i(n_s/n_{max})$ ; сили упору, яка забезпечує прискорений рух ББА за паспортом  $\mu_{sx}(x^*, t)$ ; підйомної сили, яка забезпечуватиме надлишок підйомної сили  $\mu_{sy}(x^*)$ ; швидкості обертання валу рушія, яка забезпечить механічну потужність при економічному споживанні електричної енергії.

Промодельовано процес вибору швидкості обертання валу рушіїв під час просторового руху безпілотного, безекіпажного апарату з урахуванням впливу таких якісних факторів. Продемонстровано спрощення процесу вибору відносної швидкості обертання валу рушія під час керування ББА. Показано на числових прикладах незалежність і стійкість величини розрозрахованої функції належності перетину та обраної відносної частоти обертання валів рушіїв від вибору кутів орієнтації вісей рушіїв

Ключові слова: оптимальна траєкторія, розділення рухів, керуючі впливи, нечіткі множини, трансформація операцій

### 1. Вступ

Розвиток повітряних [1–3] та підводних [4–6] безекіпажних та безпілотних апаратів (ББА) створює передумови розвитку дронів-трансформерів, що здатні переміщуватись для виконання поставлених задач як у повітрі, над водою, так і

під водою [7]. Така різноманітність конструктивних типів і умов роботи вимагає інтелектуальної перебудови конструктивних форм моделей [8], але суттєве збільшення трудомісткості процесу проектування стимулює пошук нових підходів. Останнє приводить до відмови від використання традиційної парадигми керування “опису” і заміни її на парадигму “припису” [9]. Як показано у роботах [10, 11] таку парадигму доцільно реалізовувати відповідно теоретичних основ координації [12] та апарату теорії нечітких множин. Однак класичний апарат динаміки твердого тіла є непридатним для умов нечітко заданих сил моментів та траєкторій руху і як наслідок такі апарати аналізу є не сумісними.

Одним з існуючих класичних прикладів варіаційної постановки та розв’язку задач про не визначену оптимізацію траєкторії руху та оптимізацію її параметрів є задача розповсюдження променя світла у площині [13]. В ній для розв’язку такої нелінійної задачі методом квазілінеаризації зроблено припущення про пропорційність модуля вектора швидкості величині координати  $u$ . Практична реалізація останнього припущення ускладнена обмеженими можливостями роботи приводів двигунів-рушіїв [6]. Загально відомі моделі, що описують рух підводних дронів [8, 14–17] та застосовуються для синтезу керуючих впливів. Аналіз структури математичних детермінованих моделей підводних дронів та повітряних свідчить, що моделі їх руху теж зводяться до системи шести нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку, а відмінними є величини сил Архимеда, опору, коефіцієнтів приєднаних мас і опорів [8]. Однак, незважаючи на таку схожість, головними не розв’язаними проблемами є розв’язок системи нелінійних рівнянь або наближене зведення до рекурентної послідовності аналітичних виразів та формування нечіткого керуючого впливу при наявності нечітко визначених впливів і параметрів.

Необхідність сумісного застосування класичного апарату математичного аналізу, що застосовує операції субстанційних, повних та частинних похідних, та не сумісного з ним апарату нечітких множин з операціями перетину та об’єднання, визначає актуальність дослідження.

## **2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми**

Ефективність феномену злагодженості дій у проявах самоорганізації стадних тварин і в угрупованнях людей все глибше вивчається та переноситься в сферу досягнення цілей навіть при реалізації за допомогою не живих техногенних систем [18]. Сьогодні цей принцип все ширше використовується при побудові гетерогенних мереж подвійного призначення та визначення технічних та технологічних параметрів [18]. Одним з прикладів його застосування є ББА – повітряного, наземного, надводного та підводного функціонування [18]. Особливо слід очікувати, що впровадження теоретичних основ координації [10], як всеохоплюючої процедури, разом із сучасними інструментами [12]: адекватність, ефективність, вектор індикатор та інтелектуалізоване розвинення у ряд Тейлора, відкриє нові можливості [12]. Внаслідок цього буде докорінно змінена наша уява про неможливі, за поглядами сьогодення, функції та сформується уява про нові, неочікувані варіанти застосування, які розкриються завтра [12]. Підґрунтям та передумовами для таких висновків і очікувань є результати до-

сліджень, що демонструють роботу стерео зору та лазерної одометрії, на гелікооптерах при роботі в зонах мертвих для GPS [19]. Другим досягненням є повітряні мікро транспортні засоби, керування які базуються на відео, що передається у реальному часі [20]. Також яскравим прикладом подальшого розвитку є навігаційна система квадрокоптерів низької вартості, яка продемонстрована наприклад у роботі [21]. Іншими важливими рисами, які теж створюють необхідні умови розвитку, є одночасне формування і запам'ятовування траєкторії та побудова карти місцевості [22]. Остання також допускає її додатково використання як платформи для робототехнічних досліджень і навчання [23]. При цьому в роботах все більше рекомендується використовувати системи локалізації і додаткового контролю [24]. Для означення в них положення дрону пропонуються такі, наприклад, засоби, як система інфрачервоного випромінювання для мобільних роботів у гнучко перебудовуваних виробництвах [25]. Як показано в роботі [26], введення невизначеностей та застосування методів теорії нечітких множин та прийняття рішень дозволяє спростувати побудову траєкторії і реалізовувати керування рухом. Не менш ефективним є комбінування методу прямої відносної орієнтації [27] та методу визначення восточного крайнього кута [28] з калмановською фільтрацією потоків інформації [29]. Багатообіцяючим є також метод подвійної медіанної фільтрації для реалізації навігації на основі аналізу потоків оптичних зображень [30]. Подальший розвиток отримали методи, що спираються на розробки алгоритмів активного визначення координат безпосередньо за відео потоком камер та які у свою чергу базуються на багатоагентному наближенні [31]. Реалізованість таких алгоритмів у більшій мірі залежить від успіхів в області підвищення якості і захищеності процесів кодування [32], декодування відео-фреймів та ефективності стиснення або подання через операції матричної алгебри [33]. Крім того, реалізованість таких систем навігації визначає забезпеченість стабільності бездротового зв'язку між рухомими агентами кібер-фізичних систем [34]. Останнє в більшій мірі забезпечується завдяки розробці апаратно орієнтованого програмного продукту для архітектур кодування – декодування швидкої дії [35].

Таким чином, невизначеність як головна перешкода і негативна риса, що безумовно при такому розвитку технічних рішень буде привалювати найближчим часом як головна нерозв'язана проблема. Розвиток і провадження фази систем, прикладами успішного застосування яких є системи підтримки і прийняття рішень у морських технологіях демонструє потенціальні можливості [36]. Незважаючи на те, що останнє супроводжується безумовним переходом від однорідних мереж до нейронних мереж з фракційними механізмами породження структур [37], проблеми невизначеності та ускладнень, які вносять розриви похідної за часом від вхідних величин, не вичерпуються. Одночасно з нечіткими регуляторами необхідно впроваджувати рухомий контроль дискретних рівнів разом із самотестуванням [38]. Особливу роль при цьому надаватиметься нейронно-нечіткому оглядувачу, прикладом-прототипом реалізації якого слугує проект роботи [39] та який буде також вимагати звуження бібліотек нечітких комп'ютерних аналітичних моделей для операцій з нечіткими асиметричними числами [40]. Простота побудови програмного забезпечення, що ґрунтується на

впровадженні нечітко множинних регуляторів та практичного керування прискоренням і підйомною силою такого дрону, продемонстрована у роботі [41]. Однак, незважаючи на загальну ефективність нечітко множинного керування одним апаратом, головною не розв'язаною проблемою для групи апаратів, особливо при роботі у строю, лишається розв'язок задачі нелінійної динаміки [18]. Остання, незважаючи на розвиток аналітичних інструментів [42] і аналітичного методу рекурентної апроксимації, ефективність якого все більше доводиться для різних технічних та біологічних систем [43], стримується не аналітичністю функцій належності, що підтверджується у роботах [44, 45]. Об'єднання переваг двох парадигм, перша з яких ґрунтується на нечітко множинному підході, а друга на детерміновано аналітичному представленні інформаційних потоків [12], є закономірним логічно обґрунтованим завданням [46]. Розвиток означеного напрямку проектування систем керування мобільними колективними кібер-структурами з використанням спеціальних інструментів калібрування стане ефективним [47].

Однак сумісне впровадження аналітичних і нечітко множинних методів наштовхується на не аналітичність і не диференційованість функцій належності. Крім того, застосування ускладнюється саме формою операцій об'єднання та перетину при формуванні розв'язків систем та рівнянь аналітичними методами [41].

### 3. Мета та задачі дослідження

Метою дослідження є підвищення ефективності математичного апарату операцій над нечіткими множинами, що забезпечить аналітичне формування величини керуючого впливу на підставі оптимального вибору траєкторії нелінійної моделі, завдання та зовнішніх збурень з урахуванням невизначеності.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати задачі:

- побудувати алгоритм корегування параметрів оптимальної траєкторії;
- сформулювати керуючі впливи за умов наявної гідродинамічної моделі дрону;
- ввести нові операції над нечіткими множинами у формі операторів, образи від дії яких утворюють неперервні функції, які допускають операції класичного математичного аналізу над ними, у тому числі диференціювання.

### 4. Оптимізація траєкторії руху

Мінімізація часу переміщення між двома заданими точками представиться у тривимірному просторі як одна з задач оптимізації (рис. 1) наступним чином:

$$\min_{f(x,y,z)} J(x, y, z, t) = \min_{f(x,y,z)} \int_{x_0}^{x_1} \frac{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}}{v(x, y, z, t)} dx. \quad (1)$$

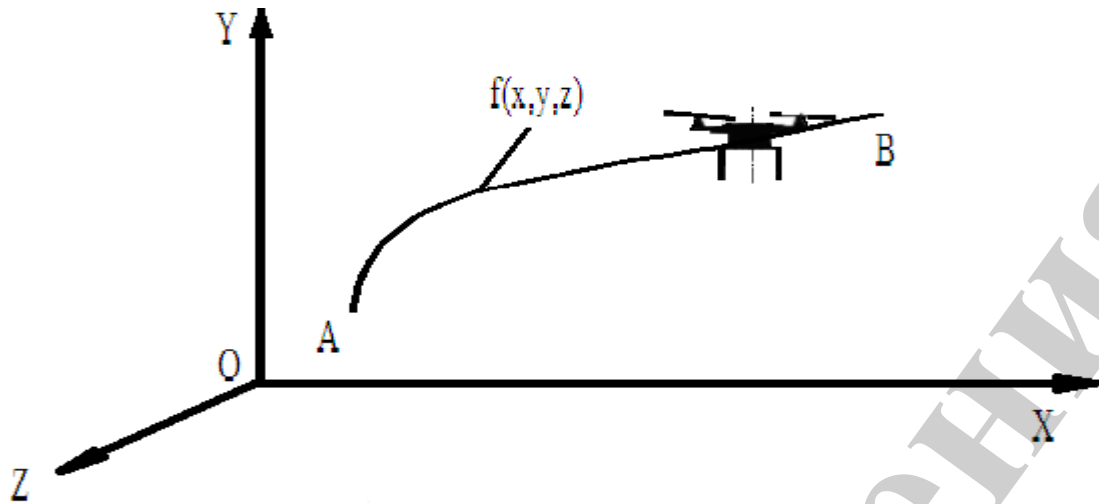


Рис. 1. Схема руху ББА за оптимальною траєкторією

Рівняння Ейлера при параметричному завданні руху вздовж вісі  $OY$  та  $OZ$  для цієї задачі зведеться до диференційного рівняння:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}}{v(x, y, z)} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}}{v(x, y, z)} \right] - \frac{d}{dx} \left\{ \frac{\partial}{\partial y'} \left[ \frac{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}}{v(x, y, z)} \right] + \frac{\partial}{\partial z'} \left[ \frac{\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}}{v(x, y, z)} \right] \right\} = 0.$$

або до системи яку після диференціювання та алгебраїчних перетворень запишемо:

$$\begin{cases} \frac{1}{v(x, y, z)} \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} + \frac{y''}{(1 + y'^2 + z'^2)} = 0; \\ \frac{1}{v(x, y, z)} \frac{\partial v(x, y)}{\partial z} + \frac{z''}{(1 + y'^2 + z'^2)} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

що у свою чергу еквівалентно

$$\frac{y''}{\frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y}} - \frac{z''}{\frac{\partial v(x, y, z)}{\partial z}} = 0. \quad (3)$$

Слід зазначити, що розділення руху на два взаємо ортогональні рівноприскоренні рухи у двох взаємо ортогональних площинах забезпечується, якщо:

$$\frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y} = c \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial z},$$

де  $c$  – довільна незалежна ні від координати  $x$  та ні від часу функція, яку умовно далі називатимемо: константа  $c$ . За цих умов з (3) випливає  $y'' = cz''$ . Останнє, спрощує розуміння її фізичного змісту як масштабу прискорень за вісю  $Y$  та  $Z$ . Крім того, цей результат демонструє, що якщо на траєкторії забезпечено зв'язок між двома поперечними похідними від модуля вектора швидкості за двома ортогональними напрямками, як масштаб величиною “ $c$ ”, а також забезпечено дію сил, які з тим же масштабом величиною  $c$  зв'язують другі похідні від координат за цими напрямками, то така траєкторія мінімізує загальний час руху.

Таким чином, здійснено перехід, що зменшив кількість змінних до трьох, убираючи явну залежність від часу, але забезпечуючи мінімум часу при переході до нового положення. Останнє дозволить користуватись картинками відеопотоку тільки за аналізом особливості місцевості [19] без урахування часу, відповідно до вимог практики [20].

Коригування параметрів необхідно здійснювати за допомогою константи  $c$ , що обирається при проектуванні з урахуванням схеми включення двигунів на маневрі, кута нахилу вісей рушіїв та рівняння зв'язку, утворені з (3). На етапі пускових випробувань вона уточнюється експериментально шляхом калібрування просторового руху ББА, умов рівноваги, які детально описані, наприклад у роботах [14–17].

## 5. Формування керуючих впливів для доповнення трансформованої моделі руху апарату

У роботах [14–17] доведено, що сила упору одного рушія гвинта-пропелера має вигляд:

$$\bar{R}_i^y = C_T \rho n^2 d^4 \left( \frac{\bar{\omega}}{\omega} \right), \quad (4)$$

де  $C_T$  – коефіцієнт упору  $\omega$ ,  $n$ ,  $d$  – кутова швидкість, частота обертання та діаметр гвинта. Коефіцієнт упору залежить від конструктивних особливостей самого гвинта, його кроку та кута набігання потоку. Характеристики гвинта суттєво покращуються за рахунок застосування насадки. Загальний упор дорівнює:

$\bar{R}^y = \sum_{i=1}^N \bar{R}_i^y$ . Загальний момент, обумовлений упором гвинта:

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^N \bar{r}_i \times \bar{R}_i^y, \quad (5)$$

де  $\bar{r}_i$  – радіус-вектор, визначаючий положення точки прикладення сили відносно центру зв'язаної системи координат. Останнє еквівалентне моменту, що створюється за рахунок різної швидкості обертання пар діаметрально протилежних пропелерів

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^N C_T \rho n_i^2 d^4 \bar{r}_i \times \begin{pmatrix} \bar{\omega}_i \\ \omega_i \end{pmatrix} \quad (6)$$

Керуючі сили створюються як рушіями, так і кермами і окремими системами типу: крено-диферентної, кормового насадку та інші. Алгоритми-розрахунку добре описані в [3–8] та не є предметом даної статті.

Керуючі сили та моменти, що створюються гвинтами, можуть бути розраховані за співвідношеннями виду (4)–(6) з урахуванням кутів крену та диференту, що отримуються, і з розв'язку рівнянь руху [14], або як рекурентні послідовності [8].

## 6. Формування додаткових операцій над функціями належності та їх властивості

У роботі [41] продемонстровані приклади застосування нечітких правил до керування повітряними безпілотними апаратами з чотирма пропелерами. Разом з тим, вибір дискретних значень функцій належності, відповідно до динамічних властивостей апаратів та зовнішніх впливів, лишається не розв'язаною задачею. Крім того, формування самих функцій належності та застосування у обчисленнях оптимальних впливів ускладнено, оскільки вони не є неперервними та аналітичними функціями. Саме таке дискретне подання, яке здається на перший погляд спрощенням, при формуванні різних типів правил приводить до не аналітичних висновків та до збільшення обсягів сформованих правил і вимагає корегування [32]. Останнє обґрунтовує доцільність введення нового набору елементарних операцій над нечіткими множинами.

У зв'язку з означенням, введемо три операції над нечіткими множинами.

Припустимо, що нормальна нечітка множина  $A$  та нормальна нечітка множина  $B$  задані аналітичними функціями належності  $\mu_A(x)$  та  $\mu_B(x)$  в унормованому просторі дійсних чисел на інтервалі від 0 до 1 тобто  $x \in [0,1]$ .

Введемо операцію доповнення.

*Визначення 1.* Доповненням нечіткої множини  $A$ , що визначена та функція належності якої  $\mu_A(x)$  задана на чисельній множині в унормованому просторі дійсних чисел на інтервалі  $x \in [0,1]$  називається операція, позначена знаком інверсії  $\mu_{AD}(x)$  та яка обчислюється як:  $\mu_{AD}(x) = 1 - \mu_A(x)$ .

Введемо операцію трансформованого об'єднання.

*Визначення 2.* Трансформованим об'єднанням нечіткої множини  $A$  та  $B$ , що задані функціями належності  $\mu_A(x)$  та  $\mu_B(x)$  на універсальній чисельній множині  $x$  в унормованому просторі дійсних чисел на інтервалі  $x \in [0,1]$ , називається опе-

рація, яку умовно позначимо  $\mu_{TA \cup B}(x)$ , що є доповненням алгебраїчного добутку доповнень  $\mu_A(x)$  та  $\mu_B(x)$ . Вона може позначатись знаком  $\mu_{TA \cup B}(x)$  інверсії, або обчислюватись як  $\mu_{TA \cup B}(x) = 1 - \mu_{AD}(x) \cdot \mu_{BD}(x)$ .

*Теорема 1.* Якщо на інтервалі існування чисельної множини задано дві нормальні нечіткі множини, для яких задані аналітично функції належності, то доповнення алгебраїчного добутку, що побудовано для інверсій, має нижню границю, яка є найбільшим значенням, обраним із значень функцій належності.

*Доведення.* Як відомо за визначенням для нормальних множин, застосування операції доповнення у точці  $x \in [0,1]$  дає відрізок, від ординати значення функції належності до одиниці, який  $0 \leq \mu_{AD}(x) \leq 1$ ,  $0 \leq \mu_{BD}(x) \leq 1$ . Тоді, якщо у довільній точці  $x^*$ ,  $\mu_A(x^*) \geq \mu_B(x^*)$ , то  $\mu_{AD}(x^*) \leq \mu_{BD}(x^*)$  та  $\mu_{AD}(x^*) \cdot \mu_{BD}(x^*) \leq \mu_{BD}(x^*)$ . У протилежному випадку, якщо у довільній точці  $x^*$ ,  $\mu_A(x^*) \leq \mu_B(x^*)$ , то  $\mu_{AD}(x^*) \geq \mu_{BD}(x^*)$  та  $\mu_{AD}(x^*) \cdot \mu_{BD}(x^*) \leq \mu_{AD}(x^*)$ . Таким чином, у обох випадках відрізок, що дорівнює добутку доповнень, є меншим за менше значення, а його доповнення значить буде більшим за більше з двох значень функції належності у цій точці. Останнє запишемо:

$$\mu_{TA \cup B}(x) = 1 - \mu_{AD}(x) \cdot \mu_{BD}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x).$$

Введемо операцію трансформованого перетину.

*Визначення 3.* Трансформованим перетином нечіткої множини  $A$  та  $B$ , що визначені та задані як  $\mu_A(x)$  та  $\mu_B(x)$  на чисельній множині  $x$  в унормованому просторі дійсних чисел на інтервалі  $x \in [0,1]$ , називається операція, яку умовно позначимо  $\mu_{TA \cap B}(x)$  та яка є алгебраїчним добутком доповнень, або яка обчислюється як  $\mu_{TA \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$ .

*Теорема 2.* Якщо на інтервалі існування чисельної множини задано дві нормальні нечіткі множини, для яких задані аналітично функції належності, то найменше значення є верхньою границею добутку  $\mu_{TA \cap B}(x)$ .

*Доведення.* Доведемо, що традиційна операція перетину дає результат, який є верхньою границею для введеної операції за визначенням 3. За традиційним визначенням операції перетину:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cap \mu_B(x) = \min[\mu_A(x); \mu_B(x)],$$

тоді, якщо у довільній точці  $x^*$ ,  $\mu_A(x^*) \leq \mu_B(x^*)$ , то:

$$\min[\mu_A(x^*); \mu_B(x^*)] = \mu_A(x^*).$$



За введеним визначенням

$$\mu_{TA \cap B}(x^*) = \mu_A(x^*) \bullet \mu_B(x^*).$$

Звідки завжди за умов нормальності нечітких множин, оскільки

$$\mu_B(x^*) \leq 1,$$

то

$$\mu_{TA \cap B}(x^*) = \mu_A(x^*) \bullet \mu_B(x^*) \leq \mu_A(x^*) = \mu_A(x^*) \cap \mu_B(x^*).$$

Оскільки у випадку коли, у довільній точці  $x^*$ ,  $\mu_B(x^*) \leq \mu_A(x^*)$ , другий множник добутку менше або дорівнює одиниці, то добуток є меншим за найменше, тобто:

$$\mu_{TA \cap B}(x^*) = \mu_A(x^*) \bullet \mu_B(x^*) \leq \mu_B(x^*) = \mu_A(x^*) \cap \mu_B(x^*).$$

Таким чином, якщо застосовувати аналітичні функції належності то введені операції над ними утворюють теж аналітичні функції належності. Крім того, визначення операції перетину є верхньою границею операції за її новим визначенням, а якщо додатково застосувати операцію нормалізації:

$$\mu_{TA \cap B}(x^*) = \mu_A(x^*) \bullet \mu_B(x^*) / \sup(\mu_A(x^*) \bullet \mu_B(x^*)),$$

то множина буде нормальною.

## 7. Моделивання вибору швидкості обертання валу рушіїв під час руху ББА та обговорення результатів

Схема квадрокоптера містить чотири двигуна, то для керування такою машиною необхідно формувати одночасно узгоджені напруги  $U_i$ , що подаються мікроконтролером після підсилення на обмотки чотирьох двигунів [41]. Оскільки мінімальні та максимальні кутові швидкості є відомими паспортними величинами для усіх двигунів, то доцільно використовувати чотири вхідні параметри прискорення, швидкість, переміщення та підйомна сила та чотири вихідні – швидкості обертання чотирьох пропелерів. Діаметр пропелера обирається за номінальною частотою обертання валу  $n$ , що розвиває потужність  $N$  першого рушія за умови рівності підйомної сили  $R$  і сили ваги  $mg$ . Вал другого рушія протилежно обертається з однаковою за модулем швидкістю. Площина вісей третього і четвертого рушія орієнтовані під кутом  $\Theta$ , що змінюється від  $60^\circ$  до

90°, а кут нахилу до вертикальної площини  $XOY$  фіксований  $\Psi=35.3125^\circ$ . За цих позначень константа  $c$  буде визначатись:

$$c = \frac{y''}{z''} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\frac{d^2z}{dx^2}} = \frac{\frac{d^2y}{dt^2}m}{\frac{d^2z}{dt^2}m} = \frac{R + 2R \sin \psi \cos \theta}{2R \sin \theta} = \frac{1 + 2 \sin \psi \cos \theta}{2 \sin \theta}, \quad (7)$$

а за умов і значень кутів  $\Psi \in [0^\circ, 35.312^\circ]$ ,  $\Theta \in [30^\circ, 90^\circ]$  її величина буде належати інтервалу  $c \in [0.5, 2]$ .

Для моделювання вибору швидкості обертання валу рушіїв під час руху ББА визначимо поняття функцій належності.

*Визначення 4.* Функція належності швидкості обертання валу рушія до діапазону значень, що можуть бути реалізовані данним двигуном, має вигляд  $\mu_i(x^*) = (x^* - n_{i\min}) / (n_{i\max} - n_{i\min})$ .

*Визначення 5.* Функція належності швидкості обертання валу рушія, що належать до діапазону значень, які забезпечують прискорений рух апарату масою  $m$  з прискоренням  $a_x$  у напрямі вісі  $X$ , має вигляд  $\mu_{sx}(x^*, t) = ma_x / R_x$ .

*Визначення 6.* Функція належності швидкості обертання валу рушія, що належать до діапазону значень, які забезпечиватимуть рівноважне значення підйомної сили  $R_y$ , має вигляд  $\mu_{sy}(x^*) = 1 - R_y / mg$ .

*Визначення 7.* Функція належності швидкості обертання валу рушія, що належать до діапазону значень, які забезпечиватимуть механічну потужність  $N$  при економічному споживанні електричної енергії  $I\dot{U}$ , має вигляд  $\mu_{sny}(x^*) = N / I\dot{U}$ .

Данні про ББА подані у табл. 1, а вплив функцій належності на вибір швидкості обертання валу рушіїв під час руху ББА наведений у табл. 2.

Таблиця 1  
Характеристики ББА

№	маса, $m$ , кг	діаметр пропелеру, $d$ , м	Мінімальна кутова швидкість, $\omega_{\min}$ , рад/с	максимальна кутова швидкість, $\omega_{\max}$ , рад/с	момент інерції ротора, $J$ , $\text{кгм}^2$	потужність, $N$ , Ват
1	3.2	0.2	100	300	$1.2 \times 10^{-4}$	50

Таблиця 2

Вплив функцій належності на вибір швидкості обертання валу рушіїв під час руху ББА

$c=2$						
$s$	$n_s/n_{\max}$	$\mu_i(n_s/n_{\max})$	$\mu_{sx}(x^*, t)$	$\mu_{sy}(x^*)$	$\mu_{\text{спв}}(x^*)$	$\mu_n(n_s/n_{\max})$
1	0.55	0	0.891403594	0	0.3	0
2	0.6	0.07496252	0.932203799	0	0.33	0
3	0.65	0.14992504	0.960259111	0	0.43	0
4	0.7	0.22488756	0.978548858	0	0.6	0
5	0.75	0.29985007	0.989655121	0.125	0.7	0.026
6	0.8	0.37481259	0.995762737	0.28	0.88	0.092
7	0.85	0.44977511	0.998659304	0.445	0.89	0.1779
8	<b>0.9</b>	<b>0.52473763</b>	<b>0.999735171</b>	<b>0.62</b>	<b>0.65</b>	<b>0.2114</b>
9	0.95	0.59970015	0.999983448	0.805	0.35	0.169
10	1	0.67466267	1	1	0.2	0.1349

У колонках 2-6 табл. 2 наведені розраховані за визначеннями 4–7 дані про відносну частоту обертання та функції належності:

- швидкості обертання валу рушія до таких значень, які можуть бути реалізовані двигуном  $\mu_i(n_s/n_{\max})$ ;
- сили упору, яка забезпечує прискорений рух ББА за паспортом  $\mu_{sx}(x^*, t)$ ;
- підйомної сили, яка забезпечуватиме надлишок підйомної сили  $\mu_{sy}(x^*)$ ;
- швидкості обертання валу рушія, яка забезпечить механічну потужність при економічному споживанні електричної енергії,

У колонці 7 табл. 2 наведені розраховані за визначенням 3 значення функції належності  $\mu_n(n_s/n_{\max})$ , що дозволяє знайти найкраще значення функції належності  $\mu_n(n_s/n_{\max})=0.2114$  та відносну швидкість  $n_s/n_{\max}=0.9$ . Ці значення одночасно задовольняють вимозі переваги за перерахованими чотирма ознаками (позначено жирним). Такі результати безперечно демонструють переваги нової операції перетину

Для аналізу впливу константи  $c$  для різних значень параметрів кутів нахилу вісей валів рушіїв  $\Theta$  та  $\Psi$  проведемо аналогічні розрахунки та узагальнемо їх результати у табл. 3.

Таблиця 3

Вплив конструктивних параметрів рушіїв на швидкість обертання їх валу під час руху ББА

№	$\Theta$ , град	$\Psi$ , град	$c$	$\mu_n(n_s/n_{\max})$	$n_s/n_{\max}$
1	90	35.313	0.495284	0.2896	0.895
2	70	35.313	0.738054	0.2896	0.895
3	60	35.313	0.906597	0.2895	0.895
4	40	35.313	1.461445	0.2894	0.895
5	30	35.313	1.994753	0.2893	0.895
6	90	25.313	0.496515	0.2896	0.895

7	70	25.313	0.684171	0.2896	0.895
8	60	25.313	0.820499	0.2895	0.895
9	40	25.313	1.28279	0.2894	0.895
10	30	25.313	1.734821	0.2894	0.895
11	71	32.05	<b>0.719693</b>	0.2896	0.895
12	40	32.05	<b>1.410461</b>	0.2894	0.895

Як свідчать дані таблиці 3, значення функції належності та відносної швидкості практично не змінні і не залежать від величини константи  $c$ . Конструктивні обмеження, що накладаються на зміну кутів  $\Theta$  та  $\Psi$ , у свою чергу дозволяють звужити діапазон вибору проектних значень константи  $c \in [0.71, 1.41]$ . Останнє зменшує девіації кутів  $\Theta$  та  $\Psi$  під час маневрів, а значить покращує умови зйомки для камери. Як продемонструвало практичне застосування операцій, що введено за визначеннями 1–3, аналітичність виразів операторів, за умов аналітичності самих функцій належності, дозволяє спростити алгоритм розрахунку відносної частоти. Особливо це актуально у задачах пошуку оптимального часу та формування траєкторії руху або як розв'язок стратегічної задачі оптимізації [12]. Таким чином, продемонстровано практичну можливість одночасного застосування теорії нечітких множин та класичних методів аналізу задач нелінійної динаміки.

## 8. Обговорення результатів дослідження застосовності методів нелітких множин та класичного математичного аналізу

Проведене моделювання вибору відносної частоти обертання валу рушіїв трьохвимірному руху апарату за трансформованими моделями [8] та шляхом формування функцій належності для керуючих впливів за визначеннями 1–3. Результати вибору частоти обертання валу рушіїв при узгодженому попарному підключенні продемонстрували простоту та стійкість алгоритмів. За умов вибору константи  $c \in [0.5, 2]$  реалізуються практично розв'язані рухи. Так, при фіксованому  $\Psi = 35.312^\circ$  кут  $\Theta$  практично не обмежений ( $\Theta \in [30^\circ, 90^\circ]$  табл. 3).

Максимальна швидкість руху апарату, розподільча здатність та швидкодія камери, що застосовується для навігації, формує вимоги до зменшення девіації кутів  $\Theta$  та  $\Psi$ . За результатами обчислень видно, що діапазон вибору константи  $c \in [0.5, 2]$  можна звужити до інтервалу  $c \in [0.71, 1.41]$ . За такого стиснення обмеження проектування на діапазон зміни кутів  $\Theta$  та  $\Psi$  стає не значно жорсткіше (при  $\Psi \in [32^\circ, 35^\circ]$  кут  $\Theta \in [40^\circ, 71^\circ]$ ). Саме таке звуження покращує умови роботи камер та проектні вимоги до техніко-економічних показників. Безумовно, що можливість, яка відкривається завдяки одночасній мінімізації часу та розділенню керування взаємо ортогональними рухами є перевагою і позитивним результатом дослідження. Крім того, необхідно зазначити, що аналітичність операторів, якими задано трансформовані операції перетину та об'єднання, і

властивості ланцюгового правила диференціювання, обумовлює диференційовність результату його дії.

Слід зазначити, що реалізація означених переваг нового переліку операцій досягається тільки за умов побудови функцій належності, як єдиних аналітичних виразів, що задовільняють умові неперервності і диференційовності. Останнє і є головною задачею наступних досліджень.

Одночасно з цим, вона і є головною перешкодою, оскільки проблема пошуку єдиного універсального виразу закону на усьому інтервалі визначення, що наближається до множини точок значень, а через окремі проходить абсолютно точно, є проблемою узгодження. Фактично мова йде про необхідність узгодження протиріч, що не можуть бути узгодженими за своєю природою.

Крім того, аналітичність функцій належності дозволить застосовувати додаткові нечіткі описи не повністю описаних об'єктів, що у свою чергу дозволить ставити задачі координиції і синтезу керуючих впливів при моделюванні роботи окремих ланок мобільних кіберсистем.

## 9. Висновки

1. Побудований алгоритм корегування параметрів оптимальної траєкторії, як розв'язок задачі про мінімум часу, встановлює умови, що забезпечують розділення рухів та обмеження на роботу двигунів-приводів рушіїв введенням константи ( $c \in [0.5, 2]$ ).

2. Сформовані керуючі впливи – сили та моменти разом з нелінійною гідродинамічною моделю ББА і системою нових операцій та визначень функцій належності – дозволяють реалізовувати швидко діючі алгоритми вибору частоти обертання рушіїв при керуванні за зворотнім відео зв'язком і звужити діапазон зміни кутів  $\Theta$  та  $\Psi$  за рахунок звуження у двічі границь вибору константи  $c$  ( $c \in [0.71, 1.41]$  для сучасних камер навігації).

3. Запропоновані нові форми операції над нечіткими множинами, що визначені на унормованому просторі на інтервалі дійсних чисел  $[0, 1]$ , є аналітичними і допускають операції класичного математичного аналізу, за умов аналітичності введених функцій належностей (визначення (4)–(7)), на інтервалі  $[0, 1]$ .

## Література

1. Future trends, newest drone tech revealed at CES 2016. URL: <https://www.directionsmag.com/article/1178>
2. Drones in 2018: Thought Leaders Make Predictions. URL: <https://dronelife.com/2018/01/02/drones-2018-thought-leaders-predict-new-trends/>
3. Austin R. Unmanned Aircraft Systems: UAVS Design, Development and Deployment. Wiley, 2010. 372 p.
4. Aleksandrow M. N., Trunow A. N. Metody i srodky adaptacyjnego sterowania w technice glebokowodnej // Materialy V Konferencji: Projektowanie I Budowa Obiektow Oceanotechniki. Szczecin, 1989. P. 53–54

5. Блинцов В. С. Привязные подводные системы. Киев: Наукова думка, 1998. 231 с.
6. Разработка и испытание адаптивного подводного робота / Ястребов В. С., Гарбуз Е. И., Филатов А. М., Блинцов В. С., Иванишин Б. П., Трунов А. Н., Павлов А. П. // Сборник научных трудов института Океанологии им. П. П. Ширшова АН СССР. 1990. С. 98–112.
7. Trunov A. Criteria for the evaluation of model's error for a hybrid architecture DSS in the underwater technology ACS // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 6, Issue 9 (84). P. 55–62. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.85585>
8. Trunov A. Recurrent transformation of the dynamics model for autonomous underwater vehicle in the inertial coordinate system // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 2, Issue 4 (86). P. 39–47. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.95783>
9. Фрадков А. Л. О применении кибернетических методов в физике // УФН. 2005. Т. 175, № 2. С. 113–138.
10. Ходаков В. Е., Соколова Н. А., Кирийчук Д. Л. О развитии основ теории координации сложных систем // Проблемы інформаційних технологій. 2014. № 2. С. 12–21.
11. Петров Э. Г., Косенко Н. В. Координационное управление (менеджмент) процессами реализации решений // Системы обработки інформації. 2014. Вып. 8. С. 160–163.
12. Trunov A. Realization of the paradigm of prescribed control of a nonlinear object as the problem on maximization of adequacy // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 4, Issue 4 (82). P. 50–58. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.75674>
13. Bellman R. E., Kalaba R. E. Quasilinearization and nonlinear boundary – value problems. American Elsevier Publishing Company, 1965. 206 p.
14. Лукомский Ю. А., Чугунов В. С. Системы управления морскими подвижными объектами. Л.: Судостроение, 1988. 272 с.
15. Иконников И. Б. Самоходные необитаемые подводные аппараты. Л.: Судостроение, 1986. 264 с.
16. Король Ю. М. Уравнение движения телеуправляемых подводных аппаратов // Збірник наукових праць УДМТУ. 2002. № 2. С. 16–25.
17. Слижевский Н. Б. Ходкость и управляемость подводных технических средств. Николаев, 1998. 148 с.
18. Zhuravska I., Kulakovska I., Musiyenko M. Development of a method for determining the area of operation of unmanned vehicles formation by using the graph theory // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 2, Issue 3 (92). P. 4–12. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.128745>
19. Stereo vision and laser odometry for autonomous helicopters in GPS-denied indoor environments / Achtelik M., Bachrach A., He R., Prentice S., Roy N. // Unmanned Systems Technology XI. 2009. doi: <https://doi.org/10.1117/12.819082>
20. Localization and stabilization of micro aerial vehicles based on visual features tracking / Chudoba J., Saska M., Baca T., Preucil L. // 2014 International

Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). 2014. doi: <https://doi.org/10.1109/icuas.2014.6842304>

21. Engel J., Sturm J., Cremers D. Camera-based navigation of a low-cost quadcopter // 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2012. doi: <https://doi.org/10.1109/iros.2012.6385458>

22. Klein G., Murray D. Parallel Tracking and Mapping for Small AR Workspaces // 2007 6th IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality. 2007. doi: <https://doi.org/10.1109/ismar.2007.4538852>

23. AR-Drone as a Platform for Robotic Research and Education / Krajník T., Vonásek V., Fišer D., Faigl J. // Communications in Computer and Information Science. 2011. P. 172–186. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-642-21975-7\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-642-21975-7_16)

24. External localization system for mobile robotics / Krajník T., Nitsche M., Faigl J., Duckett T., Mejail M., Preucil L. // 2013 16th International Conference on Advanced Robotics (ICAR). 2013. doi: <https://doi.org/10.1109/icar.2013.6766520>

25. Krejsa J., Vechet S. Infrared Beacons based Localization of Mobile Robot // Electronics and Electrical Engineering. 2012. Vol. 117, Issue 1. doi: <https://doi.org/10.5755/j01.eee.117.1.1046>

26. Nickels K., Hutchinson S. Estimating uncertainty in SSD-based feature tracking // Image and Vision Computing. 2002. Vol. 20, Issue 1. P. 47–58. doi: [https://doi.org/10.1016/s0262-8856\(01\)00076-2](https://doi.org/10.1016/s0262-8856(01)00076-2)

27. Stewénus H., Engels C., Nistér D. Recent developments on direct relative orientation // ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. 2006. Vol. 60, Issue 4. P. 284–294. doi: <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2006.03.005>

28. Trajković M., Hedley M. Fast corner detection // Image and Vision Computing. 1998. Vol. 16, Issue 2. P. 75–87. doi: [https://doi.org/10.1016/s0262-8856\(97\)00056-5](https://doi.org/10.1016/s0262-8856(97)00056-5)

29. Welch G., Bishop G. An introduction to the kalman filter // In Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. 1995.

30. Development of double median filter for optical navigation problems / Musiyenko M. P., Denysov O. O., Zhuravska I. M., Burlachenko I. S. // 2016 IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP). 2016. doi: <https://doi.org/10.1109/dsmp.2016.7583535>

31. Burlachenko I., Zhuravska I., Musiyenko M. Devising a method for the active coordination of video cameras in optical navigation based on the multi-agent approach // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 1, Issue 9 (85). P. 17–25. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.90863>

32. Fisun M., Smith W., Trunov A. The vector rotor as instrument of image segmentation for sensors of automated system of technological control // 2017 12th International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT). 2017. doi: <https://doi.org/10.1109/stc-csit.2017.8098828>

33. Trunov A., Fisun M., Malcheniuk A. The processing of hyperspectral images as matrix algebra operations // 2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). 2018. doi: <https://doi.org/10.1109/tcset.2018.8336305>

34. Zhuravska I. M. Ensuring a stable wireless communication in cyber-physical systems with moving objects // Technology audit and production reserves. 2016. Vol. 5, Issue 2 (31). P. 58–64. doi: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2016.80784>
35. Hardware-oriented turbo-product codes decoder architecture / Krainyk Y., Perov V., Musiyenko M., Davydenko Y. // 2017 9th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS). doi: <https://doi.org/10.1109/idaacs.2017.8095067>
36. Fuzzy decision support systems in marine practice / Solesvik M., Kondratenko Y., Kondratenko G., Sidenko I., Kharchenko V., Boyarchuk A. // 2017 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE). 2017. doi: <https://doi.org/10.1109/fuzz-ieee.2017.8015471>
37. Gomolka Z., Dudek-Dyduch E., Kondratenko Y. P. From Homogeneous Network to Neural Nets with Fractional Derivative Mechanism // Lecture Notes in Computer Science. 2017. P. 52–63. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-59063-9\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-59063-9_5)
38. Computerized system for remote level control with discrete self-testing / Kondratenko Y. P., Kozlov O. V., Topalov A. M., Gerasin O. S. // ICTERI-2017, CEUR Workshop Proceedings Open Access. 2017. Vol. 1844. P. 608–619. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-1844/10000608.pdf>
39. Neuro-fuzzy observers of clamping force for magnetically operated movers of mobile robots / Kondratenko Y. P., Joachim R., Kozlov O. V., Zaporozhets Y. M., Gerasin O. S. // Tekhnichna Elektrodynamika. 2017. Vol. 2017, Issue 5. P. 53–61. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2017.05.053>
40. Kondratenko Y. P., Kondratenko N. Y. Reduced library of the soft computing analytic models for arithmetic operations with asymmetrical fuzzy numbers // Soft Computing: Developments, Methods and Applications. New York, 2016. P. 1–38.
41. Siahaan A. P. U. Uncertainty Estimation of Drone Propellers Acceleration and Stability // International Journal of Engineering Development and Research. 2016. doi: <https://doi.org/10.31227/osf.io/ghmns>
42. Trunov A. Recurrent approximation as the tool for expansion of functions and modes of operation of neural network // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 5, Issue 4 (83). P. 41–48. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.81298>
43. Trunov A., Belikov A. Application of recurrent approximation to the synthesis of neural network for control of processes phototherapy // 2015 IEEE 8th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS). 2015. doi: <https://doi.org/10.1109/idaacs.2015.7341389>
44. Trunov A. Peculiarities of the interaction of electromagnetic waves with bio tissue and tool for early diagnosis, prevention and treatment // 2016 IEEE 36th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). 2016. doi: <https://doi.org/10.1109/elnano.2016.7493041>
45. Trunov A. Theoretical predicting the probability of electron detachment for radical of cell photo acceptor // 2017 IEEE 37th International Conference on Elec-



tronics and Nanotechnology (ELNANO). 2017. doi: <https://doi.org/10.1109/elnano.2017.7939776>

46. Trunov, A. Recurrent Approximation in the Tasks of the Neural Network Synthesis for the Control of Process of Phototherapy // Computer Systems Healthcare and Medicine. Denmark, 2017. P. 213–248.

47. Trunov A., Malcheniuk A. Recurrent network as a tool for calibration in automated systems and interactive simulators // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 2, Issue 9 (92). P. 54–60. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.126498>

Тільки для читання