

# ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВДОСКОНАЛЕНОГО ПОЗДОВЖНЬОГО ПРОФІЛЮ ХРЕСТОВИН СТРІЛОЧНИХ ПЕРЕВОДІВ

**В. В. Ковальчук**

Кандидат технічних наук\*

E-mail: kovalchuk.diiit@gmail.com

**М. П. Сисин**

Кандидат технічних наук, доцент

Кафедра «Проектування залізничної інфраструктури»

Дрезденський Технічний Університет

Гетнерштрассе, 3/353, м. Дрезден, Німеччина, D-01069

E-mail: mykola.sysyn@tu-dresden.de

**Ю. Г. Соболевська**

Кандидат технічних наук, доцент

Кафедра «Фундаментальні дисципліни»\*\*

E-mail: sobolevskiy@gmail.com

**О. С. Набоченко**

Кандидат технічних наук\*

E-mail: olganabochenko@gmail.com

**Б. З. Парнета**

Кандидат технічних наук, доцент\*\*\*

E-mail: f\_termit@yahoo.com

**А. Я. Пенцак**

Кандидат технічних наук, доцент\*\*\*

E-mail: apentsak1963@gmail.com

\*Кафедра «Рухомий склад і колія»\*\*

\*\*Львівська філія Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна

вул. І. Блажкевич, 12а, м. Львів, Україна, 79052

\*\*\*Кафедра «Будівельне виробництво»

Національний університет «Львівська політехніка»

вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013

*Розроблений комплексний метод підвищення терміну служби хрестовин стрілочних переводів, що базується на врахуванні поздовжнього профілю хрестовини, величини динамічних сил та нормальних напружень.*

*Удосконалено поздовжній профіль хрестовини марки 1/11 проекту 1740 методом виконання наплавки у польових умовах експлуатації. Уклони траєкторії після проходження середньостатичного колеса запропонованим профілем сягають 3,7‰, замість 10‰ у заводського профілю хрестовини.*

*Встановлено, що збільшення навантаження на хрестовину до 60 % за рахунок просадки під брусом хрестовини призводить до прискореного розладнання хрестовини, внаслідок виникнення втомних дефектів на поверхні кочення, при цьому витрати на експлуатацію хрестовини збільшуються у п'ять разів.*

*Проведено моделювання динамічної взаємодії рухомого складу із заводським та запропонованим поздовжніми профілями хрестовин. Розрахунки динамічних процесів нелінійної взаємодії рухомого складу залізниць із хрестовиною заводського профілю і профілю відновленого наплавкою показали, що величина сил у запропонованій хрестовині при швидкості руху 150 км/год є на 50 % нижчою порівняно із заводським поздовжнім профілем. При лінійному моделюванні динамічних добавок сил величина сил зменшується у запропонованого профілю до 30 %.*

*Розраховано графічним методом величини осьових моментів інерції та моментів опору у характерних перерізах хрестовини. Проведено оцінку напружено-деформованого стану хрестовини із використанням рівнянь п'яти моментів для нерозрізної балки на пружних точкових опорах. Встановлено, що напруження при статичному розрахунку хрестовини є невисокими і набагато меншими за гранично допустиму величину напружень для даної марки сталі. Тому можна стверджувати, що хрестовина працює під навантаженням за рахунок використання наявних резервів міцності*

*Ключові слова: хрестовина, стрілочний перевід, рухомий склад залізниць, поздовжній профіль, динамічні сили*

## 1. Вступ

На залізницях України на даний час експлуатується понад 53 тис. стрілочних переводів та глухих пересічень. Більшість з них (98 %) – це поодинокі звичайні стрілочні переводи. Основними конструкціями стрілочних переводів, що мають найбільш поширене розповсюдження на дорогах Укрзалізниці після 1990 року, є переводи

типу Р65 М1/11 та 1/9 проектів проектно-технологічного конструкторського бюро центрального управління Міністерства шляхів сполучення (ПТКБ ЦП МПС) – 1740 та 2215 на залізобетонних брусах. На даний час ці базові моделі переводів суттєво модифіковані. Модифікації стосувались окремі конструктивні вузли хрестовини, скріплення, або контррейки. Проте основні геометричні розміри хрестовин залишалися без змін.

З початку 2000-го року в зв'язку з вимогами до залізничного господарства Укрзалізниці щодо збільшення швидкості руху вантажних і пасажирських поїздів значною мірою почала відчуватись невідповідність діючих конструкцій верхньої будови колії новим умовам експлуатації. У результаті всебічного аналізу стану колійного господарства Укрзалізниці було виявлено недостатній швидкісний потенціал стрілочних переводів для впровадження прискореного руху поїздів. Зростання вантажонапруженості, збільшення швидкостей руху і підвищення осьових навантажень привели до зменшення терміну служби хрестовин. Зріс вихід з ладу хрестовин, як по зносу, так і за дефектами. При цьому велика частина хрестовин вилучалася з колії в результаті утворення дефектів контактної-втомного характеру.

При організації швидкісного руху поїздів на залізницях необхідно в обов'язковому порядку займатись удосконаленням та оптимізацією параметрів стрілочних переводів [1]. Вони вимагають обмеження швидкостей руху поїздів по станціях не більше 120 км/год (при застосуванні звичайних конструкцій переводів, зі збірними або суцільнолитими хрестовинами). Тому реалізувати високі швидкості поїздів на перегонах (до 160+200 км/год) не можна без вирішення задачі про збільшення швидкостей руху поїздів по стрілочних переводах на станціях [1].

Особливості конструкції стрілок та хрестовин створюють нерівності на шляху кочення коліс як у вертикальній, так і в горизонтальній площинах. У зв'язку зі змінністю конструкції стрілочного переводу по довжині та ширині також змінюється по довжині переводу ширина колії, жорсткість рейкових ниток і підрейкової основи під ними. Усе це породжує додаткові динамічні сили, котрі в деяких випадках мають ударний характер. Вони призводять до більш швидкого зносу металевих частин стрілочних переводів, а відтак і накопичення залишкових деформацій і тому потребують більше витрат на утримання і ремонт.

Підвищений рівень силової взаємодії несучих елементів переводу з ходовими частинами рухомого складу являється однією з найважливіших особливостей роботи стрілочних переводів. Так, величини динамічних сил взаємодії на стрілочних переводах можуть у кілька разів перевищувати рівень динамічних сил на звичайній колії. Ці сили можуть викликати передчасні розлади і вихід конструкцій з ладу. У випадку невідповідності їх потужності експлуатаційним навантаженням, або навпаки, при перебільшенні потужності та жорсткості конструкцій – будуть мати місце підвищений знос і розлади рухомого складу [2].

Це у свою чергу викликає підвищені вимоги щодо міцності, стійкості, надійності та довговічності стрілочних переводів. Тому конструкція стрілочних переводів у цілому і окремих вузлів зокрема повинна завжди відповідати умовам експлуатації та забезпечувати безпеку руху поїздів зі встановленими швидкостями. Конструкції стрілочних переводів повинні враховувати умови експлуатації, які постійно змінюються, втілювати в собі сучасні досягнення вітчизняної і закордонної науки й техніки та повинні відповідати рівню світових стандартів.

Дослідженнями [1, 2] встановлено, що головним збуджуючим чинником, що визначає формування сил інерції невіднесених мас, являється вертикальна нерівність у зоні поверхні кочення хрестовини.

Характеристики цієї вертикальної нерівності для системи «колія-екіпаж» фактично і визначають рівень динамічної силової взаємодії між колесами рухомого складу та колією.

Утворення нерівностей в зоні жолобчастих хрестовин, як відомо, пов'язане, перш за все, з умовами перекочування коліс з вусовика на осердя (і навпаки), що супроводжується передачею тиску від коліс на малі контактні площі вусовика та осердя. Тому на ділянці перекочування з вусовика на осердя (чи навпаки) ці елементи найінтенсивніше зношуються. Робота верхніх шарів металу супроводжується пластичними деформаціями зминання, або розплющування. І внаслідок високого контактного тиску в цій зоні накопичуються дефекти контактного характеру.

Викладені факти свідчать про необхідність активізації робіт в області продовження терміну служби хрестовин, збільшення зносостійкості і стійкості до дефектоутворення.

## 2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Проблемою підвищення терміну служби хрестовин займається багато вчених у різних науково-дослідних інститутах України і у провідних науково-дослідних інститутах Німеччини, Нідерландів, Франції та Російської Федерації. Завдання продовження терміну служби хрестовин стрілочних переводів вирішувалося і вирішується на даний час різними шляхами. Найбільш прогресивні методи продовження терміну служби хрестовини, це:

- вдосконалення існуючих і розробка нових конструкцій хрестовин;
- вдосконалення технології та пошук ефективних регулюючих добавок і нових марок сталей для виготовлення хрестовин;
- зміцнення поверхонь кочення хрестовин;
- вдосконалення системи ведення стрілочного господарства та розробка нових і вдосконалення існуючих методів відновлення хрестовин.

Удосконалення існуючих та розробка нових конструкцій хрестовин стрілочних переводів полягає у створенні монолітної конструкції хрестовини. Першим етапом цієї роботи був перехід від збірнорейкових до збірних хрестовин типу загальної відливки сердечника із більшою площею зношення частини вусовиків. В останні роки розроблені проекти суцільнолитих хрестовин марки 1/11 і 1/18, які рекомендується використовувати при швидкостях руху поїздів до 160 км/год [2].

Створення більш монолітної конструкції хрестовини покращує характеристики і збільшує стійкість до дії динамічних і вібраційних навантажень. Тим самим суттєво поліпшуються експлуатаційні характеристики хрестовин і збільшується термін служби, особливо при високих швидкостях руху поїздів. Суцільнолиті хрестовини отримали широке розповсюдження на залізницях Франції і США [3].

Найбільш перспективним напрямком у розвитку конструкції хрестовин є створення хрестовин з безперервною поверхнею кочення, тобто з рухомими елементами. Такі хрестовини були укладені на дорогах Франції. У подальшому варіанти конструкцій хрестовин з рухомими елементами випробовувалися в Росії, США, Франції, Австрії, Японії, Німеччині, Англії та інших країнах [3]. Більшість з досліджуваних конструкцій мали суттєві недоліки і від них відмовились. Кращі експлуатаційні характеристики з усіх конструкцій хрестовин з рухомими елементами показали хрестовини з рухомим осердям. Значно краще задовольняють пред'явленим до хрестовини вимогам при швидкостях руху поїздів до 200 км/год по прямому напрямку руху [3]. Цією обставиною обу-

мовлюється широке застосування хрестовин з рухомих сердечником на швидкісних лініях Японії і Франції.

Поряд з розробкою нових конструкцій хрестовин ведеться великий обсяг робіт щодо вдосконалення геометричних параметрів існуючих конструкцій. Досліджуються поздовжній і поперечний профілі поверхонь кочення вусовиків і сердечника, розміри і конфігурація жолобів, ширина колії в хрестовині і інші параметри [4, 5].

Наступний етап – це удосконалення технології виготовлення хрестовин. На Дніпровському стрілочному заводі це завдання вирішують за допомогою продувки сталі аргоном в процесі виплавки [3]. В Японії виплавляють високомарганцеву сталь для хрестовин зі зниженим вмістом фосфору.

Значний вплив на стійкість хрестовин надає мікро- і макроструктура металу. Величина зерна, форма та спрямованість кристалів та наявність включень впливають на інтенсивність утворення дефектів. Покращенням мікро- і макроструктури сталі є лиття сердечника, механічна обробка поверхонь кочення, термообробка та вишукування ефективних легируючих добавок і нових марок сталей для виготовлення хрестовин [3]. Експлуатаційні випробування проходили хрестовини леговані нікелем, молібденом, ніобієм, хромом, алюмінієм, титаном, бором і ін. [6, 7].

У даний час у Європейському Союзі і на багатьох залізницях світу найбільшого поширення для виготовлення хрестовин отримала високо- марганцевиста сталь. Ця сталь має властивість самоущільнюватися і тому добре працює в умовах підвищених динамічних навантажень. У процесі експлуатації хрестовин з цієї сталі поверхні кочення вусовиків і сердечника отримують наклеп, що призводить до зниження інтенсивності стирання і змінання металу. Однак стійкість хрестовин з високомарганцевистої сталі до утворення контактно-втомних дефектів у даний час є недостатньою. І цей факт породжує пошуки нових марок сталей для виготовлення хрестовин стрілочних переводів. У країнах Європейського Союзу взагалі заборонено виготовлення хрестовин із високомарганцевих сталей із екологічних міркувань.

Метою доексплуатаційного зміцнення поверхонь кочення вусовиків і сердечника в зоні перекочування колеса є підвищення твердості металу і, як наслідок, зменшення інтенсивності стирання і змінання його. В експериментальних дослідженнях зміцнення поверхонь кочення хрестовин досягалося наступними способами: накатка роликком, наклеп, кування, напилення шару більш твердого металу [3]. Однак ці способи зміцнення не дали бажаного результату, так як при накатці роликком і куванні інтенсивно викришувалися поверхні кочення, а при використанні інших способів товщина зміцненого шару металу виходила недостатньою.

Значного ефекту можна добитися при зміцненні зношуваних частин вусовиків і сердечника імпульсним навантаженням, яке створюється накладним зосередженим зарядом вибухової речовини [3, 6]. Досліджувалися методи зміцнення вибухом у різних середовищах, а також способи поетапного зміцнення.

За кордоном в області зміцнення поверхні кочення хрестовин вибухом домоглися великих успіхів. У США і Канаді розроблені і експлуатуються промислові установки для зміцнення хрестовин вибуховою хвилею. Необхідна вели-

чина зміцнення досягається за три цикли. Термін служби хрестовин збільшується у 2,5–3 рази.

На термін служби стрілочних переводів в цілому і хрестовин зокрема в значній мірі впливає удосконалення системи ведення стрілочного господарства [7, 8], тобто виконання комплексу заходів поточного утримання. До даних заходів належить: впровадження системи контролю і огляду хрестовин, своєчасне виконання робіт з поточного утримання хрестовин, комплексний ремонт хрестовин у стаціонарних умовах. Однак у цих заходах не здійснено комплексний підхід до дослідження системи ведення стрілочного господарства і не визначені раціональні варіанти цієї системи [7, 9]. Рішення цього питання може бути реалізовано тільки при врахуванні всіх факторів, що впливають, і можливих заходів за допомогою математичних методів оптимізації.

Основні зміни, внесені до конструкції збірних хрестовин, що експлуатуються в Україні, – це введення косою з'єднання рейкової частини вусовика з литою замість прямого з'єднання. Цей спосіб використовується майже на всіх варіантах модифікованих переводів моделі 1740. Одночасно в них є варіанти (перевід Дн330) зі зміною поверхні кочення за рахунок введення на вусовику поперечного ухилу 1/7 (тобто зроблена так звана безударна поверхня кочення). Є варіант хрестовини зі зменшенням підняттям поверхні кочення вусовика в січenni 20 мм з 6,7 мм до 4,7 мм (проект У1740-06) [10, 11].

У результаті досліджень [5] хрестовин марки 1/11 проекту 1740 різних модифікацій кількість вилучених хрестовин за критерієм вертикального зносу сердечника і вусовиків складає 57 %, а за дефектами 43 % (рис. 1). Найбільша кількість вилучених хрестовин становить по фактору вертикального зносу сердечника.

Основна причина вилучення елементів хрестовин для проекту 1740 є вертикальний знос сердечника 22 % та вусовика 11 %. У зоні перекочування колеса із вусовика на сердечник, через підвищену динамічну взаємодію, дефекти викришування металу на поверхні кочення вусовика і сердечника становлять 22 %. Крім зазначених дефектів у хрестовині присутні дефекти виколювання металу по лінії врізання на голівці через недоліки конструкції 14 %, викришування наплавленого шару металу литої частини вусовика і сердечника 6 %.

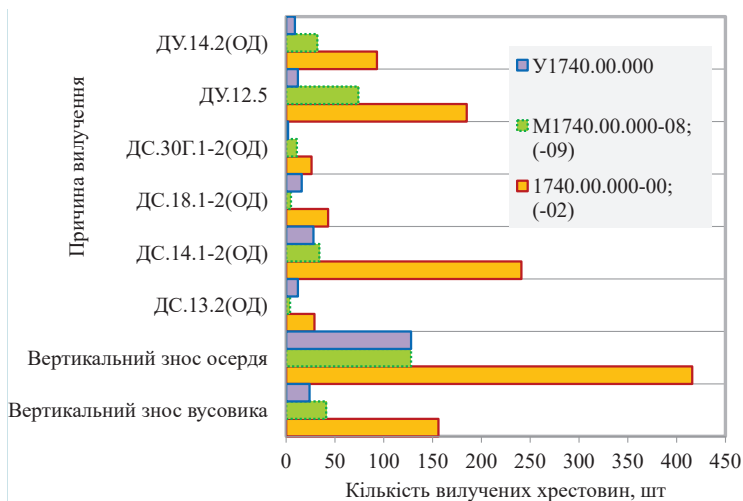


Рис. 1. Розподіл вилучених хрестовин проекту 1740 по видах дефектів

Однією із причин вилучення елементів хрестовин для проекту М1740 є вертикальний знос сердечника 35 % та вертикальний знос вусовика 10 %. Дефекти викришування металу на поверхні кочення вусовика і сердечника в зоні перекочування через підвищену динамічну дію складають 19 %. Виколування металу по лінії врізання на голівці через недоліки конструкції складають 8 %, а викришування наплавленого шару металу литої частини вусовика і сердечника 4 %.

Для проекту У1740 основною причиною вилучення хрестовини є вертикальний знос сердечника, що складає 46 %. При цьому вертикальний знос вусовика складає 6 %, викришування металу на поверхні кочення вусовика і сердечника – 11 %, виколування металу по лінії врізання на голівці через недоліки конструкції – 8 %.

Отже, актуальність підвищення терміну служби хрестовин залишається перспективною задачею, як із сторони забезпечення безпеки руху поїздів, так і економічної. Своєчасне прийняття рішення щодо доцільності продовження використання існуючих проектів стрілочних переводів та елементів і впровадження дослідних конструкцій дозволить суттєво зменшити витрати колійного господарства. Збільшення терміну служби стрілочних переводів тільки на 5 % надає економію понад 10 млн. грн. в рік [12].

Із проведеного аналізу науково-дослідних робіт видно, що на сьогоднішній день питання удосконалення поздовжнього профілю хрестовин не приділяється належної уваги. Проте враховуючи технічний стан хрестовин актуальність підвищення їх терміну служби залишається перспективною задачею. Для цього необхідно розробити такий поздовжній профіль, який би зменшив динамічну добавку сил, яка має прямий вплив на вихід хрестовин із експлуатації.

### 3. Ціль та задачі дослідження

Метою роботи є розробка та обґрунтування ефективності застосування удосконаленого поздовжнього профілю хрестовин стрілочних переводів марки 1/11 проекту 1740 для підвищення терміну служби хрестовин.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

- розробити новий поздовжній профіль хрестовини після відновлення наплавкою;
- розробити математичну модель для оцінки величини динамічної добавки сил на хрестовину;
- провести оцінку напружено-деформованого стану хрестовини із використанням методу п'яти моментів.

### 4. Розробка нового поздовжнього профілю хрестовини

Одним із методів продовження терміну служби хрестовин стрілочних переводів є метод наплавки [12, 13]. Технологія проведення робіт та вимоги до вибору матеріалу наплавки хрестовин стрілочних переводів у польових умовах наведені у нормативному документі [14]. У результаті виконання робіт по наплавці хрестовин геометрію заводського профілю можна корегувати. Тому запропонований удосконалений поздовжній профіль хрестовини (рис. 2). У даного профілю висота сердечника проти перерізу 20 мм підвищена до 3 мм замість 2 мм у типового профілю хрестовини. Це підвищення зберігається до перерізу сердечника хрестовини рівного 30 мм. Далі профіль сердечника понижується і в перерізі 60 мм стає рівним 0.

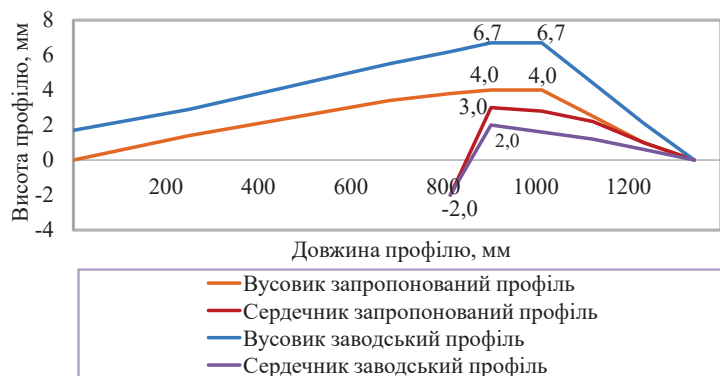


Рис. 2. Заводський та запропонований поздовжній профіль хрестовини

Поздовжній профіль вусовиків у перерізі 20 мм понижується до відмітки 4,0 мм замість 6,7 мм у типовому профілі і далі поздовжній профіль до перетину сердечника понижується до 0 мм.

За методикою, наведеною у роботі [5], було отримано траєкторію руху центра мас колеса заводським та запропонованим профілями (рис. 3). У загальному вигляді траєкторію руху колеса по хрестовині можна записати у вигляді залежності

$$y(x) = f\{P(x), W(x), \delta\}, \tag{1}$$

де  $y(x)$  – траєкторія перекочування колеса по хрестовині у вертикальній площині;  $P(x)$  – профіль хрестовини;  $W(x)$  – поперечний профіль бандажа колеса;  $\delta$  – величина зазору між робочою гранню колеса та робочою гранню вусовика (сердечника).

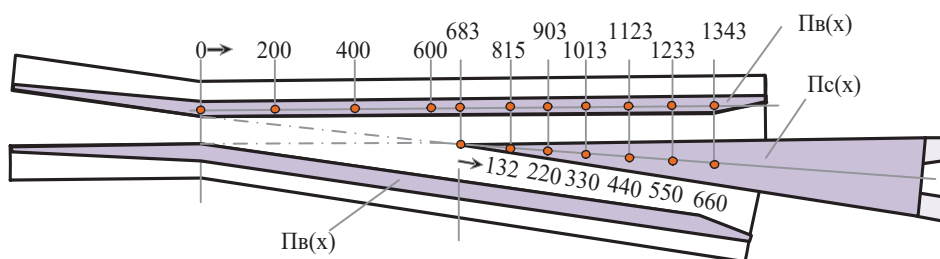


Рис. 3. Поздовжній профіль хрестовин марки 1/11





$$\begin{aligned}
 & E_2 I_2 \frac{\partial^4 z_2(x,t)}{\partial x^4} + m_2 \frac{\partial^2 z_2(x,t)}{\partial t^2} + \\
 & + f_2 \left( \frac{\partial z_2(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial z_3(x,t)}{\partial t} \right) + U_2(x)(z_2(x,t) - z_3(x,t)) = \\
 & = U_1(x)(z_1(x,t) - z_2(x,t)) + f_1 \left( \frac{\partial z_1(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial z_2(x,t)}{\partial t} \right); \\
 & E_3 I_3 \frac{\partial^4 z_3(x,t)}{\partial x^4} + m_3 \frac{\partial^2 z_3(x,t)}{\partial t^2} + f_3 \frac{\partial z_3(x,t)}{\partial t} + \\
 & + U_3(x)z_3(x,t) = U_2(x)(z_2(x,t) - z_3(x,t)) + \\
 & + f_2 \left( \frac{\partial z_2(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial z_3(x,t)}{\partial t} \right).
 \end{aligned}$$

Позначення, що прийняті у схемі на рис. 5 та системі диференціальних рівнянь (2):  $M_B$  – надресорна маса вагона, приведена до одного колеса;  $C_{pec}$  – жорсткість підвіски, приведена до одного колеса;  $f_{pec}$  – демпфірування у підвісці, приведене до одного колеса;  $M_K$  – неідресорна маса вагона, приведена до одного колеса;  $C_{hz}$  – жорсткість у контактні колеса та рейки;  $f_{hz}$  – демпфірування у контактні колеса та рейки;  $m_1, m_2, m_3$  – приведені до осей відповідних балок вздовж колії маси рейки, шпал зі скріпленням, баластного шару із земляним полотном;  $z_B, z_K, z_1, z_2, z_3$  – переміщення мас вагона, колеса, рейки, шпал зі скріпленням, баластного шару із земляним полотном відповідно;  $E_1, E_2, E_3$  – приведені до осей відповідних балок модулі пружності відповідних елементів;  $I_1, I_2, I_3$  – приведені до осей відповідних балок моменти інерції відповідних елементів;  $U_2(x), U_3(x)$  – функції коефіцієнта постелі, який враховує можливість існування неоднорідної пружності у баласті чи земляному полотні, тобто силову нерівність;  $U_1(x)$  – кусочна функція, яка показує зміну коефіцієнта постелі у шарі скріплення і є нульовою у міжшпальному просторі;  $f_2, f_3$  – демпфірування у з’єднуючих елементах шпал, баластного шару та земляного полотна;  $f_1$  – демпфірування у шарі скріплення (є нульовим у міжшпальному просторі);  $l_{ш}$  – відстань між осями шпал;  $y_{нер}$  – глибина геометричної ізольованої нерівності на рейці;  $l_{нер}$  – довжина геометричної ізольованої нерівності на рейці;  $R_i$  – реакції в’язей між елементами системи та рухомого складу, що мають пружні

та демпфіруючі властивості;  $g$  – прискорення вільного падіння.

Перші два рівняння системи (2) відображають переміщення дискретних мас, три останні – вертикальні переміщення континуальних балок. Система складається з двох звичайних диференціальних рівнянь та трьох рівнянь у частинних похідних. Розв’язання такої системи рівнянь пропонується числовим способом із використанням методу Гюна [22] для інтегрування протягом заданого інтервалу часу, що відповідає проходженню зовнішнього навантаження по всій довжині балки, у т.ч. нерівності.

Практична реалізація розрахунку виконується за допомогою пакету програм Matlab 10 [23].

Для прикладу розрахунку наведемо результати моделювання руху вагона ділянкою колії довжиною 22 м, на якій є хрестовина. При виконанні обчислень задавались наступні вихідні дані:  $M_B=11600$  кг;  $M_K=990$  кг;  $m_1=65$  кг/м;  $m_2=250$  кг/м;  $m_3=700$  кг/м;  $E_1=2,1 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>;  $I=3548 \cdot 10^{-8}$  м<sup>4</sup>;  $C_{pec}=80 \cdot 10^9$  Н/м. Усі величини зусиль вздовж хрестовини, які виникають у з’єднуючих пружнодисипативних шарах моделі, що відповідають скріпленню, баласту та земляному полотну приведені, як інтенсивність навантаження, або сила дії на 1 м вздовж осі хрестовини (рис. 6). У точці контакту колеса та хрестовини зусилля змінюються неперервно, при цьому на нерівності вони збільшуються у залежності від параметрів нерівності.

Для порівняння сил динамічної взаємодії рухомого складу і хрестовини задавалася швидкість руху від 60 км/год до 150 км/год. На хрестовині є геометрична нерівність при русі колеса по заводському повздовжньому профілю хрестовини та профілю хрестовини оптимізованому при наплавці. Відстань між осями брусів приймається 0,55 м.

Результати лінійного та нелінійного моделювання сили дії колеса на хрестовину в точці їх контакту при різних поздовжніх профілях хрестовин та змінних швидкостях руху рухомого складу залізниць наведено на рис. 7.

Із рис. 7 видно, що при моделюванні взаємодії хрестовини із рухомим складом без просадки під брусом хрестовини максимальна величина динамічної добавки сил виникає при швидкості рухомого складу 100 км/год. величина у заводського профілю складає 216,1 кН, а у профілю, відновленого методом наплавки, – 153,4 кН.

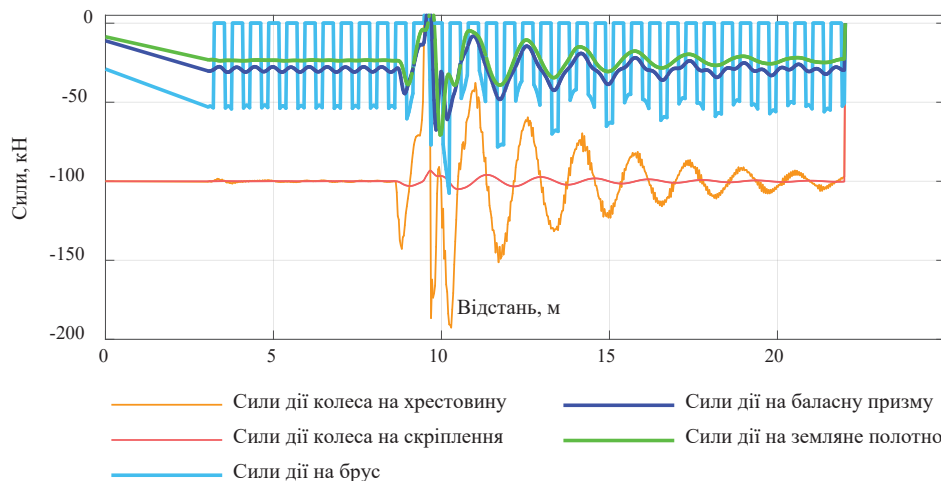


Рис. 6. Параметри взаємодії колії з рухомим складом при проходженні нерівності на хрестовині

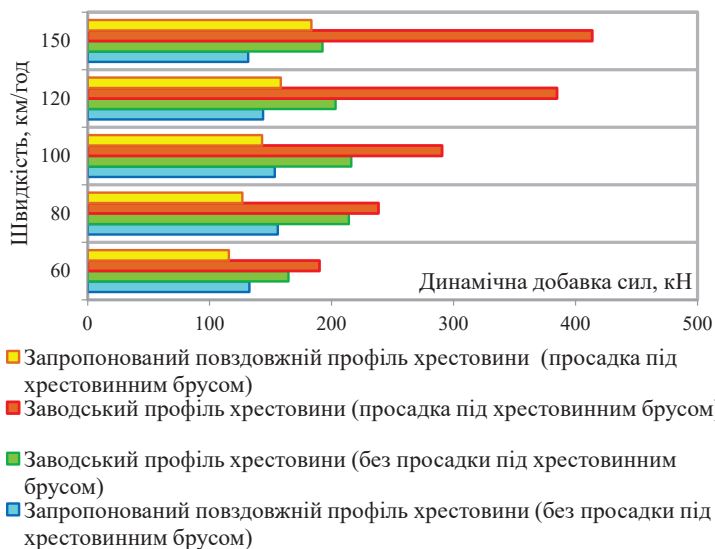


Рис. 7. Порівняння сили дії колеса на хрестовину при заводському і наплавленому профілях

У результаті задання просадки під брусом, отримуємо нелінійну модель. Величина сил взаємодії при швидкості 150 км/год у заводського профілю складає 413,7 кН, а у профілю відновленого методом наплавки – 183,4 кН.

Отже, величина сил у запропонованій хрестовині при швидкості руху 150 км/год є на 50 % нижчою порівняно із заводським поздовжнім профілем.

При лінійному моделюванні динамічних добавок сил величина зменшується у запропонованого профілю до 30 % порівняно із заводським.

Згідно із даними [6] встановлено вплив експлуатаційних факторів на розладнання всіх елементів колії, враховуючи навіть пошкодження елементів верхньої будови колії. При цьому вплив експлуатаційних факторів може значно підсилюватися у залежності від геометричного стану колії. Організацією ORE було виконано ряд досліджень по визначенню впливу цих факторів. Комітет ORE D141 розвинув метод кількісного розрахунку, при якому припускається, що розладнання геометрії колії є функцією степеню навантаження відповідно до формули (3):

$$E = kT^\alpha P^\beta V^\gamma, \tag{3}$$

де  $E$  – зростання витрат на експлуатацію колії через розладнання після відновлення або останньої операції утримання;  $T$  – пропущений тоннаж;  $P$  – повне осьове навантаження (статичне+динамічне);  $V$  – швидкість руху;  $k, \alpha, \beta, \gamma$  – константи. Параметри  $\alpha, \beta$  були визначені емпірично комітетами ORE D141 та ORE D17. Значення факторів розладнання для пошкодження поверхні хрестовини становлять  $\alpha=1,0$  та  $\beta=3,5$ .

Частка відношення максимальних динамічних сил, що виникають у заводського профілю хрестовини до запропонованого при лінійному моделюванні складає 1,4, при цьому коефіцієнт витрат становить 3,2. При нелінійному моделюванні частка відношення максимальних динамічних сил, що виникають у заводського профілю хрестовини до запропонованого складає 2,26, при цьому коефіцієнт витрат становить 17,2. Отже, при збільшенні навантаження відбувається прискорене розладнання хрестовини, внаслідок виникнення втомних дефектів на поверхні ко-

чення хрестовини. А це у свою чергу призводить до збільшення витрат на експлуатацію хрестовин стрілочних переводів. Вартість є обернено пропорційною до пропущеного навантаження в момент поточного утримання. Як наслідок, відношення вартості  $E_{216,1}/E_{153,4}$  дорівнює:

$$\frac{E_{216,1}}{E_{153,4}} = \left[ \frac{P_{216,1}}{P_{153,4}} \right]^{\beta/\alpha} \tag{4}$$

На практиці, відношення вартостей для розподілу навантаження повинні бути розраховані за формулою:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\sum_i n_{2i} P_i^{\beta/\alpha}}{\sum_i n_{1i} P_i^{\beta/\alpha}}, \tag{5}$$

де  $n_{1i}, n_{2i}$  – частка впливу однієї групи навантаження;  $P_i$  – середній рівень силового навантаження на групу навантаження при заводському і запропонованому профілях.

### 5. Розробка методики розрахунку напружено-деформованого стану хрестовини методом п'яти моментів

Розрахункову схему хрестовини прийемо у вигляді нерозрізної балки змінного поперечного перерізу, яка спирається на бруси в 6 перерізах, розташованих на рівних відстанях один від одного (рис. 8).

Одна з опор вважається шарнірно – нерухомою для сприйняття осьового навантаження, решта шарнірно – рухомими [24]. Для утворення основної системи розміщуємо шарніри в перерізах балки над проміжними опорами.

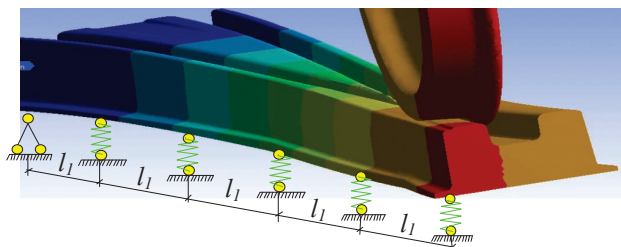


Рис. 8. Розрахункову схему хрестовини

Невідомими методу сил при такому виборі основної системи будуть згинальні моменти в опорних перерізах балки:  $X_1=M_1, X_2=M_2, X_3=M_3, X_4=M_4$ .

Вважається, що в межах кожного прогону балка має сталій переріз.

Припускається, що основа хрестовини є пружною за рахунок прокладки та зміщення опор пропорційні опорним реакціям [24]:

$$y_n = k_n R_n. \tag{6}$$

При цьому враховуємо, що повна реакція  $R_n$  в опорі з номером  $n$  визначається як сума реакції статично визначуваної балки від дії прикладеного в межах прогонів

відомого навантаження  $R_n^0$  та реакції від дії заздалегідь невідомих опорних моментів:

$$R_n = R_n^0 - (M_n - M_{(n-1)})/l_n + (M_{(n+1)} - M_n)/l_{(n+1)}. \quad (7)$$

Внаслідок зміщення опор з номерами  $(n-1)$ ,  $n$  та  $(n+1)$  відповідно на  $y_{n-1}$ ,  $y_n$  та  $y_{n+1}$  балки основної системи з номерами  $n$  та  $(n+1)$  повернуться на кути, які розраховуємо за формулами:

$$\theta_n = \frac{y_n - y_{n-1}}{l_n}, \quad \theta_{n+1} = \frac{y_{n+1} - y_n}{l_{n+1}}. \quad (8)$$

Взаємний кут повороту перерізів в опорі  $n$  складатиме  $\theta_{n+1} - \theta_n$ , і рівняння трьох моментів набудуть вигляду:

$$X_{n-1} \frac{l_n}{l_n} + 2X_n \left( \frac{l_n}{l_n} + \frac{l_{n+1}}{l_{n+1}} \right) + X_{n+1} \frac{l_{n+1}}{l_n} = -6E(\theta_{n+1} - \theta_n), \quad (9)$$

де  $n=1..4$ .

Після підстановки виразів для кутів повороту (8) з урахуванням (6) та (7) у рівняння трьох моментів (9) отримуємо рівняння п'яти моментів.

$$\begin{aligned} & X_1 \left[ 2 \left( \frac{l_1}{l_1} + \frac{l_2}{l_2} \right) + 6E \frac{k_0}{l_1^2} + 6Ek_1 \left( \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) + 6Ek_2 \frac{1}{l_1^2} \right] + \\ & + X_2 \left[ \frac{l_2}{l_2} - 6Ek_1 \frac{1}{l_2} \left( \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) - 6Ek_2 \frac{1}{l_2} \left( \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) \right] + \\ & + 6E \frac{k_2}{l_2 l_3} X_3 = -6E \left( \Delta_{1F} - k_1 \left( \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) R_1^0 + \frac{k_2}{l_2} R_2^0 + \frac{k_0}{l_1} R_0^0 \right). \\ & X_1 \left[ \frac{l_2}{l_2} - 6Ek_1 \cdot \frac{1}{l_2} \left( \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) - 6Ek_2 \cdot \frac{1}{l_2} \left( \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) \right] + \\ & + X_2 \left[ 2 \left( \frac{l_2}{l_2} + \frac{l_3}{l_3} \right) + 6Ek_1 \frac{1}{l_2^2} + 6Ek_2 \left( \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) + 6Ek_3 \frac{1}{l_3^2} \right] + \\ & + X_3 \left[ \frac{l_3}{l_3} - 6Ek_2 \cdot \frac{1}{l_3} \left( \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) - 6Ek_3 \frac{1}{l_3} \left( \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4} \right) \right] + \\ & + X_4 \left[ 6E \frac{1}{l_3 l_4} k_3 \right] = -6E \left( \Delta_{2F} + \frac{k_1}{l_2} R_1^0 - k_2 \left( \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) R_2^0 + \frac{k_3}{l_3} R_3^0 \right). \\ & X_1 \left( 6E \frac{1}{l_2 l_3} k_2 \right) + X_2 \left[ \frac{l_3}{l_3} - 6Ek_2 \frac{1}{l_3} \left( \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) - 6Ek_3 \frac{1}{l_3} \left( \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4} \right) \right] + \\ & + X_3 \left[ 2 \left( \frac{l_3}{l_3} + \frac{l_4}{l_4} \right) + 6E \frac{1}{l_3^2} k_2 - 6Ek_3 \left( \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4} \right) + 6Ek_4 \frac{1}{l_4^2} \right] + \\ & + X_4 \left[ \frac{l_4}{l_4} - 6E \frac{1}{l_4} k_3 \left( \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4} \right) - 6E \frac{1}{l_4} k_4 \left( \frac{1}{l_4} + \frac{1}{l_5} \right) \right] = \\ & = -6E \left( \Delta_{3F} + \frac{1}{l_3} k_2 R_2^0 - k_3 R_3^0 \left( \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4} \right) + \frac{1}{l_4} k_4 R_4^0 \right). \\ & X_2 6E \frac{k_3}{l_3 l_4} + X_3 \left[ \frac{l_4}{l_4} - 6E \frac{1}{l_4} k_3 \left( \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4} \right) - 6Ek_3 \frac{1}{l_4} \left( \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4} \right) \right] + \\ & + X_4 \left[ 2 \left( \frac{l_4}{l_4} + \frac{l_5}{l_5} \right) + 6E \frac{k_3}{l_4^2} + 6Ek_4 \left( \frac{1}{l_4} + \frac{1}{l_5} \right) + 6E \frac{k_5}{l_5^2} \right] = \\ & = -6E \left( \Delta_{4F} + \frac{k_3}{l_4} R_3^0 - k_4 R_4^0 \left( \frac{1}{l_4} + \frac{1}{l_5} \right) + \frac{k_5}{l_5} R_5^0 \right), \end{aligned}$$

де  $\Delta_{iF}$  – переміщення основної системи за напрямками відкинутих в'язей від дії заданого зовнішнього навантаження (або взаємні кути повороту опорних перерізів основної системи від дії заданого зовнішнього навантаження);  $l_n$  – відстані між опорами на які опирається хрестовина;  $I_n$  – осьові моменти інерції поперечних перетинів хрестовини;  $k$  – жорсткість основи хрестовини;  $E$  – модуль пружності металу хрестовини;  $R_n$  – реакція опори під навантаженням.

На основі запропонованої математичної моделі визначалися згинальні моменти та найбільші нормальні напруження, що виникають у хрестовині внаслідок дії статичного прикладених амплітудних значень сил взаємодії між колесом і хрестовиною.

Для визначення максимальних нормальних напружень при згині жорсткість основи хрестовини приймалась  $k=7,5 \cdot 10^7$  кН/м, модуль пружності металу хрестовини –  $E=2,1 \cdot 10^5$  МПа.

Визначення величин осьових моментів інерції хрестовини марки 1/11 проекту 1740 було виконано графічним методом за допомогою САД програм. Параметри геометричних характеристик хрестовини наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Геометричні характеристики хрестовини

Геометричні характеристики	Характерні перетини хрестовини					
	10	20	30	40	50	60
Осьові моменти інерції, см <sup>4</sup>	9609	10130	10070	10226	11110	12100
Моменти опору, см <sup>3</sup>	1050	1083	1100	1075	1118	578

Максимальні значення згинальних моментів для заводського профілю при динамічній добавці сили 216,1 кН складають 15,59 кНм, а при – 413,7 кН згинальний момент рівний 33,47 кНм. Для профілю удосконаленого методом наплавки при динамічній добавці сили 153,4 кН величина максимального згинального моменту складає 10,67 кНм, а при 183,4 кН – 14,85 кНм. За розрахованими значеннями згинальних моментів та геометричних характеристик хрестовини розраховуємо нормальні напруження за формулою:

$$\sigma = \frac{M}{W}, \quad (10)$$

де  $M$  – згинальний момент;  $W$  – момент опору перерізу хрестовини.

Для максимальних значень згинальних моментів визначені максимальні нормальні напруження (рис. 9), що виникають при дії вертикального навантаження для заводського і запропонованого профілів хрестовини.

Результати розрахунку напруженого стану хрестовини показали, що від вантажного вагону при максимальному згинальному моменту у перерізі хрестовини 35 мм марки 1/11 проекту 1740 виникає напруження 33,47 МПа. Отже, напруження при статичному розрахунку хрестовини є невисокими і набагато меншими за гранично допустиму величину напружень для даної марки сталі, яка складає 210 МПа згідно технічних умов [14].



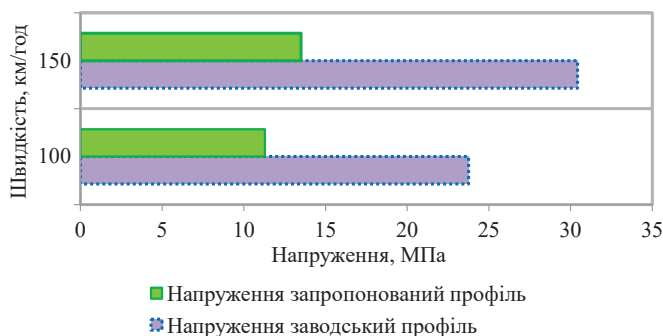


Рис. 9. Розподіл нормальних напружень і максимальних згинальних моментів у перетині сердечника хрестовини 35 мм

### 7. Обговорення результатів дослідження з метою формування оцінки стану міцності хрестовин стрілочних переводів

Через великі динамічні сили проходить інтенсивний знос елементів хрестовини (вусовиків, сердечників), що зменшує термін служби, а також сприяє розвитку дефектів у шпалах, що приводить до розтріскування. З метою продовження терміну служби хрестовин рекомендується використовувати метод наплавки із одночасною зміною поздовжнього профілю. При зміні поздовжнього профілю потрібно досягти близьку до прямолінійної траєкторію руху колеса. Необхідно забезпечити найбільшу довжину зони перекочування, що дасть змогу збільшити площу контакту колеса і хрестовини. Розподілити сили удару колеса у сердечник на більшу площу та забезпечити перекочування коліс під можливо меншим кутом до елементів стрілочного переводу.

Комітетом ORE D141 встановлено коефіцієнти впливу розладнання геометрії хрестовини на витрати під час поточного утримання. При частці відношення максимальних динамічних сил, що виникають у заводському профілю хрестовини до запропонованого, при лінійному моделюванні, що складає 1,4, коефіцієнт витрат згідно методики ORE D141 становить 3,2. При нелінійному моделюванні відношення сил становить 2,26, але при цьому коефіцієнт витрат уже досягає 17,2. Отже, при збільшенні навантаження відбувається прискорене розладнання хрестовини, внаслідок виникнення втомних дефектів на поверхні кочення. А це у свою чергу призводить до збільшення витрат на експлуатацію хрестовин стрілочних переводів.

Величина сил при контакті колеса і хрестовини залежить від параметрів вертикальної нерівності у зоні перекочування коліс рухомого складу по хрестовині. Для визначення рівня силової навантаженості стрілочних переводів не можуть застосовуватися розрахункові методики, які використовуються при визначенні сил взаємодії для звичайної колії. До останнього часу не було розроблено і запропоновано загально визнаного методу розрахунку динамічних сил, що виникають в межах стрілочних переводів або окремих частин. Для відповідних розрахунків найчастіше застосовувались плоскі розрахункові схеми у вигляді системи зосереджених мас, пов'язаних між собою пружно-дисипативними в'язями. При цьому багато подібних розрахункових схем не достатньо точно відображали фактичні умови взаємодії системи «колія-екіпаж».

Визначений напружений стан хрестовини при статичному розрахунку дозволив встановити, що рівень напружень є невисоким і набагато меншими за гранично допустиму величину напружень для даної марки сталі. Тому можна стверджувати, що хрестовина працює під навантаженням за рахунок використання наявних резервів міцності.

Із недоліків проведених досліджень є те, що отримані критерії ґрунтуються на оптимізації тільки поздовжнього профілю вусовиків та осердя хрестовини, а також на оцінці витрат утримання за виникненням несправностей при дії вертикальних динамічних навантажень. Крім цього важливими факторами при оптимізації хрестовин є форма та площа контактної поверхні та оцінка розладнань хрестовини за контактними напруженнями. Тому у подальшому необхідно продовжити удосконалювати комплексну методику збільшення життєвого циклу хрестовин із врахуванням вище наведених не врахованих факторів.

### 8. Висновки

1. Для продовження терміну служби хрестовин стрілочних переводів рекомендується застосовувати метод наплавки із одночасною зміною поздовжнього профілю хрестовини, у якому уклони траєкторії після проходу колеса із середньостатичним зносом повинні складати 3,7 %, замість 10 % у заводського профілю хрестовини.

Коефіцієнти поліномів, що апроксимують траєкторію руху середньостатистичного колеса по поздовжніх профілях хрестовини марки 1/11 для заводського профілю мають значення:  $a_0=0,2484$ ,  $a_1=0,017$ ,  $a_2=0,0002$ ,  $a_3=5 \cdot 10^{-7}$ ,  $a_4=-9 \cdot 10^{-10}$ ,  $a_5=6 \cdot 10^{-13}$  та  $a_6=-2 \cdot 10^{-16}$ , а для удосконаленого профілю відновленого методом наплавки –  $a_0=-0,2499$ ,  $a_1=0,0064$ ,  $a_2=-4 \cdot 10^{-5}$ ,  $a_3=1 \cdot 10^{-7}$ ,  $a_4=-2 \cdot 10^{-10}$ ,  $a_5=1 \cdot 10^{-13}$  та  $a_6=-4 \cdot 10^{-17}$ .

2. Розроблений комплексний алгоритм визначення динамічної взаємодії рухомого складу і хрестовини, дозволив встановити наукові засади підвищення терміну служби хрестовин стрілочних переводів. Величина динамічних добавок сил у запропонованій хрестовині при швидкості руху 150 км/год є на 50 % нижчою порівняно із заводським поздовжнім профілем. При лінійному моделюванні динамічних добавок сил величина сил зменшується у запропонованого профілю до 30 %.

При збільшенні навантаження на хрестовину до 60 % за рахунок просадки під брусом хрестовини, відбувається

прискорене розладнання хрестовини, внаслідок виникнення втомних дефектів на поверхні кочення, а частка витрат на експлуатацію хрестовини збільшується при цьому у п'ять разів.

3. Визначений напружений стан хрестовини при статичному розрахунку методом п'яти моментів дозволив встановити, що рівень напружень є невисоким і наба-

гато меншими за гранично допустиму величину напружень для даної марки сталі. Тому можна стверджувати, що хрестовина працює під навантаженням за рахунок використання наявних резервів міцності. Максимальні нормальні напруження при заданих вихідних даних у перерізі хрестовини 35 мм марки 1/11 проекту 1740 складають 33,47 МПа.

### Література

1. Рибкін В. В., Панченко П. В., Токарев С. О. Історичний аналіз теоретичних та експериментальних досліджень динаміки колії, стрілочних переводів та рухомого складу // Збірник наукових праць Донецького ін-ту заліз. тр-ту. 2012. № 32. С. 277–288.
2. Даниленко Э. И., Кутах А. П., Тараненко С. Д. Стрелочные переводы железных дорог Украины. К.: Киевский институт железнодорожного транспорта, 2001. 296 с.
3. Інструкція з улаштування та утримання колії залізниць України / Даниленко Е. І., Орловський А. М., Курган М. Б., Яковлев В. О. та ін. К.: «НВП Поліграфсервіс», 2012. 395 с.
4. Орловський А. М., Каленик К. Л., Ковальчук В. В. Дослідження поздовжнього профілю жорстких хрестовин на залізобетонних брусах // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту зал. трансп. ім. ак. В. Лазаряна. 2012. Вип. 41. С. 130–135.
5. Geometrische Optimierung von Weichenherzstücken / Gerber U., Sysyn M. P., Kowaltschuk W. W., Nabotschenko O. S. // EIK Eisenbahningieur kompendium. Euralpres. Deutschland, Hamburg, 2017. P. 229–240.
6. Esveld C. Modern railway track. 2nd ed. MRT-Production, 2001. 653 p.
7. Kovalchuk V., Bal O., Sysyn M. Development of railway switch frog diagnostics system // 6th International Scientific Conference organized by Railway Research Institute and Faculty of Transport of Warsaw University of Technology. Warsaw, 2017.
8. Gerber U., Fengler W., Zoll A. Das Messsystem ESAH-M // In: EIK – Eisenbahningenieurkalender Jahrbuch für Schienenverkehr & Technik. 2016. P. 49–62.
9. Даниленко Е. І. Залізнична колія. Улаштування, проектування і розрахунки, взаємодія з рухомим складом. Т. 1. Київ: Ін-прес, 2010. 528 с.
10. Гарантійні строки служби та умови забезпечення гарантійної експлуатації металевих елементів стрілочних переводів / Даниленко Е. І., Карпов М. І., Бойко В. Д. та ін. К.: Транспорт України, 2007. 56 с.
11. Положення про нормативні строки служби стрілочних переводів у різних експлуатаційних умовах. К.: Транспорт України, 2003. 30 с.
12. Concluding Technical Report. INNOTRACK, Innovative Track Systems. URL: <http://www.charmec.chalmers.se/innotrack/>
13. Evaluation of the stressed-strained state of crossings of the 1/11 type turnouts by the finite element method / Kovalchuk V., Bolzhelarskyi Y., Parneta B., Pentsak A., Petrenko O., Mudryy I. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 4, Issue 7 (88). P. 10–16. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.107024>
14. ТУ У 27.3-26524137-1340:2005. Хрестовини залізничні старопридатні відремонтовані в колії наплавкою. Державна адміністрація залізничного транспорту України. К.: ВД «Мануфактура», 2006. 40 с.
15. Simulation of wheel–rail contact and subsequent material degradation in switches & crossings / Nicklisch D., Nielsen J. C. O., Ekh M., Johansson A., Pålsson B., Zoll A., Reinecke J. // Proceedings of the 21st International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks (IAVSD). Stockholm, Sweden, 2009.
16. The study of strength of corrugated metal structures of railroad tracks / Kovalchuk V., Markul R., Bal O., Milyanych A., Pentsak A., Parneta B., Gajda A. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 2, Issue 7 (86). P. 18–25. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.96549>
17. Dynamical response of railway switches and crossings / Salajka V., Smolka M., Kala J., Plášek O. // MATEC Web of Conferences. 2017. Vol. 107. P. 00018. doi: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201710700018>
18. Estimation of carrying capacity of metallic corrugated structures of the type Multiplate MP 150 during interaction with backfill soil / Kovalchuk V., Kovalchuk Y., Sysyn M., Stankevych V., Petrenko O. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 1, Issue 1 (91). P. 18–26. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.123002>
19. Kassa E. Dynamic train–turnout interaction: mathematical modelling, numerical simulation and field testing: PhD Thesis, Department of Applied Mechanics. Chalmers University of Technology, Göteborg, 2007.
20. Study of the stress-strain state in defective railway reinforced-concrete pipes restored with corrugated metal structures / Kovalchuk V., Markul R., Pentsak A., Parneta B., Gayda O., Braichenko S. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 5, Issue 1 (89). P. 37–44. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.109611>
21. Мямлин С. В. Моделирование динамики рельсовых экипажей. Днепропетровск: Новая идеология, 2002. 240 с.
22. Аладьев В. З., Богдьявичюс М. А. MAPLE 6: Решение математических, статистических и физико-технических задач. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. 824 с.
23. Метьюз Д. Г., Финк К. Д. Численные методы. Использование MATLAB. 3-е изд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. 720 с.
24. Гуле Ж. Сопротивление материалов: справ. пос. М.: Школа, 1985. 193 с.