

## Геометричне моделювання плетіння сіткоплатна в невагомості за допомогою інерційного розкриття подвійного маятника

Л. М. Куценко, О. М. Семків, Л. Л. Запольський, О. В. Шоман,  
А. А. Калиновський, М. М. Піксасов, І. Ю. Адашевська, І. Б. Шеліхова,  
О. С. Сидоренко

*Запропоновано спосіб виготовлення у невагомості металевого сіткоплатна за допомогою коливань ряду подвійних маятників. Коливання виникають завдяки впливу на вузли елементів маятника імпульсів двох реактивних двигунів, тим самим забезпечуючи його інерційне розкриття. Опис процесу інерційного розкриття маятника виконано за допомогою рівняння Лагранжа другого роду. Результати доцільно використати при проектуванні масштабних сіткоплатен, наприклад активних поверхонь антен довгохвильового діапазону, та їх виготовлення в умовах невагомості*

*Ключові слова: геометричне моделювання, сіткоплатно, подвійний маятник, розкриття антени, рівняння Лагранжа другого роду*

### 1. Вступ

Сучасні тенденції розвитку космічних систем телекомунікації вимушують створювати великогабаритні та високоефективні антени [1]. У більшості випадків рефлекторні антени мають вигляд жорсткого каркасу, який може трансформуватися і тим самим приймати розраховану форму конструкції. Каркас тримає гнучку радіовідбивальну поверхню, яка формується із металевого трикотажного сіткоплатна – тобто матеріалу, витканого з тонких металевих дротів [2, 3]. Відомо, що на поверхні Місяця при польоті американського корабля Аполлон-11 була розгорнута параболічна антена, діаметром близько 3 метрів. Поверхня була виготовлена із трикотажного сіткоплатна, виконаного зі сталевих ниток, покритої золотом.

Як вихідний матеріал при плетінні металевих сіткоплатен використовуються позолочені сталеві, вольфрамові, молібденові, мідні й інші нитки діаметром 30...90 мкм з розмірами клітин осередків від 1 мм до 3 мм. Такі матеріали передбачається використовувати в перспективних конструкціях космічних антен великого діаметра, що трансформуються. Радіовідбивальна поверхня сіткоплатна повинна мати високий коефіцієнт відбиття радіохвиль в робочому діапазоні частот. Крім того, плетена структура повинна задовольняти мінімальним зусиллям на розтягнення, високій стабільності фізико-механічних і електрофізичних характеристик при зберіганні й тривалому строку експлуатації [4].

Космічні антени працюють у широкому діапазоні довжин хвиль і частот. Існує залежність між довжиною електромагнітної хвилі й розміром клітини як плетеного осередку металотрикотажного сіткоплатна відбиваючої поверхні антени. Для створення високого коефіцієнта відбиття електромагнітних хвиль

розмір клітин у сіткопалотні повинен бути у 15–20 разів менше довжини хвилі [5]. Структура сіткопалотна вибирається відповідно до заданих параметрів електромагнітної хвилі. Зі збільшенням частоти електромагнітної хвилі зменшується довжина хвилі й необхідно використовувати сіткопалотна із все меншими розмірами осередків.

З іншої сторони, при зменшенні частоти електромагнітної хвилі збільшується довжина хвилі й виникає можливість використовувати сіткопалотна з більшими розмірами клітин осередків та більшими діаметрами проволочи. Але тут виникає проблема забезпечення спорудження масштабних космічних антен протяжністю десятки метрів, або навіть кілометрів. Це дозволяє використовувати сіткопалотна зі значними розмірами клітин осередків. Великогабаритні конструкції в наш час транспортуються на орбіту у складеному вигляді, а потім розкриваються, набуваючи запланованої конструктором форми. Керування розкриттям великогогабаритних конструкцій у просторі є складною науково-технічною задачею механіки, яка не має аналогів у наземній техніці [6]. Крім того, створення масштабних конструкцій, що трансформуються у космосі, пов'язано з рішенням ряду проблем техніки і механіки, обумовлених унікальністю об'єктів. Характерною рисою для них є поєднання суперечливих вимог стосовно суттєвого збільшення габаритних розмірів і забезпечення достатньої жорсткості при досить обмеженій масі силового каркаса.

Виходом з цього кола протиріч буде розробка способу спорудження масштабних сіткопалотен безпосередньо на орбіті в космосі. Тому актуальною є проблема розробки способу плетіння сіткопалотна в невагомості. Початковим етапом розв'язання має бути зрозуміла і коректна геометрична модель формування просторових форм елементів сіткопалотна.

## **2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми**

На даний час всі громіздкі компоненти космічних апаратів проектуються таким чином, щоб їх можна було виготовити на Землі, а потім скласти до розмірів ракети й розкривати на орбіті. Зрозуміло, що такий підхід накладає обмеження на виробництво компонентів, в першу чергу надлишковий запас міцності, і вимагає більших грошових витрат. Існуючі сучасні способи спрямовані переважно на реалізацію такої схеми. В роботі [7] наводиться загальний підхід до побудови математичних моделей для аналізу процесу розкриття конструкцій космічних антен. В роботі [8] приводиться огляд результатів чисельного моделювання рефлекторів параболічних антен різноманітних конструкцій. Вказується на складність дотримання геометричної форми відбивальної поверхні при розкритті каркасу антени великих розмірів. При цьому згадується можливість споруджувати антени на орбіті. В роботі [9] розглянуто геометричну модель, що містить інформацію про форму й розміри великогогабаритної стержневої конструкції, що розкривається. Для побудови рівнянь руху можуть бути використані різні методи, деякі з них представлені в роботі [10], де зазначаються особливості розрахунку розкриття космічних стержневих конструкцій.

Для експлуатації сіткопалотен на високих частотах на орбіті необхідно враховувати міцність, еластичність, стійкість до зім'ятості, поверхневий елект-

ричний опір, максимальну ізотропність механічних і радіофізичних властивостей. Зі зменшенням розміру осередків у сіткополотні задані показники складніше дотримуватися при розкритті антени. Крім того [11], для зменшення контактних опорів дроти слід покривати золотом та іншими матеріалами. Це суттєво збільшує вартість доставленої у згорнутому вигляді антени, порівняно зі сплетеною на орбіті. Підкреслюється, що структуру сіткополотна необхідно вибирати відповідно до заданих параметрів електромагнітної хвилі.

При проектуванні сіткополотен антен для низьких частот (тобто наддовгих хвиль) допустимо створювати сіткополотневі структури з великими клітинами осередків. Це вказує на можливість виготовлення таких сіткополотен безпосередньо на орбіті. На актуальність досліджень в цьому напрямку вказує те, що використання космічних антен діапазону наддовгих хвиль є доцільним при розв'язанні низки прикладних завдань. Серед них: дослідження земних рослинних покривів, задач гідрології, гляціології, геології, океанографії [12].

Тому всі «космічні» країни світу приділяють увагу цьому напрямку. Для спорудження гігантських космічних об'єктів безпосередньо на орбіті заплановано інноваційний проект SpiderFab (павукова робота), який фінансується NASA [13]. Демонстраційна версія його повинна бути готова вже до 2020 року. Автоматизовані роботи проекту SpiderFab матимуть вигляд павуків, які за допомогою космічних 3D-принтерів будуть ткати «павутину» з вуглеволокна, доставленого з Землі. У міру росту «павутини» робот переміщатиметься по ньому, як і справжній павук [14]. «Павутиння» буде основою для спорудження космічних антен, дзеркал та інших інфраструктурних частин космічних апаратів. Можливий зовнішній вигляд апарата представлений на рис. 1.

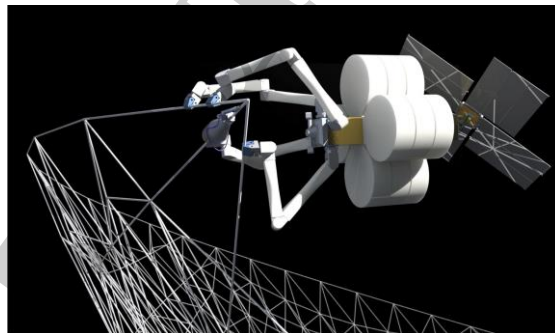


Рис. 1. Технічний вигляд SpiderFab [15]

Реалізацію таких планів покладено на Вашингтонську технологічну компанію Tethers Unlimited Inc. Вихідні матеріали у вигляді котушок волокон або блоків полімерів планується заготовляти на Землі, а потім доставляти їх ракетними носіями для виробництва на орбіту. Автоматизовані роботи SpiderFab будуть використовувати матеріали для створення гігантських структур, конструкції яких будуть оптимізовані для космічного простору, а не для забезпечення перевантажень при старті ракети.

SpiderFab використовуватиме для космічних споруджень робот-Trusselator, який являтиме своєрідну помісь 3D-принтера й в'язальної машини [16]. На од-

ній стороні циліндричного корпусу буде розташована котушка з ниткою (наприклад, вуглеволоконном чи іншим полімером). На другій стороні циліндричного корпусу знаходитиметься екструдер, через який видавлюватимуться труби майбутніх стержневих конструкцій. У підсумку, пристрій Trusselator довжиною біля метра може створити стержневу конструкцію довжиною в десятки метрів. Передбачається, що робот-Trusselator за допомогою маніпулятора зможе з'єднувати вихідні стержневі конструкції в більшій складні структури й покривати сонячними панелями, світло- чи радіовідбиваючою плівкою й виконувати інші операції, залежно від цілей місії.

В роботах [17, 18] наведено спосіб розкриття в невагомості стержневої конструкції – аналогу багатоланкового маятника. Цю ідею з використанням маятникових коливань у невагомості можна використати і для створення моделі плетіння сіткоплатна. Для цього коливання системи маятників слід скоординувати так, щоб при переміщенні у просторі траєкторії вантажів окреслювали зигзагоподібні лінії, які б за геометричною формою визначали елементи сіткоплатна. В якості прикладу доцільно обрати подвійний маятник. Отже, для створення моделі плетіння сіткоплатна у невагомості будемо використовувати коливання подвійного маятника. Планується дослідити лише геометричну модель формоутворення сіткоплатна. В роботі [19] вказано на можливість застосування рівнянь Лагранжа другого роду за умови невагомості (тобто у разі відсутності сили тяжіння), і, як наслідок, «нульової» потенціальної енергії механічної системи. Ці результати доцільно використати на практиці для геометричного моделювання коливань подвійного маятника в невагомості, що буде базою моделі плетіння сіткоплатна у невагомості.

А саме, ще не зайнятою науковою нішею виявився спосіб виготовлення на орбіті сіткоплатна за допомогою коливання подвійного маятника. Це дозволило сформулювати наступну проблему досліджень. З використанням ефекту інерційного розкриття подвійного маятника на уявній площині розробити геометричну модель процесу плетіння сіткоплатна у невагомості. При цьому вважати, що рух подвійного маятника здійснюється завдяки двом реактивним двигунам, встановленим у вузлових елементах. При цьому, уявна площина повинна паралельно переміщатися у просторі у напрямку своєї нормалі, а дріт має надходити з прикінцевого вузлового елемента маятника. Наявність протяжних ланок конструкції не повинна принципово впливати на загальність реалізації плетіння сіткоплатна у невагомості.

### **3. Ціль та задачі дослідження**

Метою статті є розробка геометричної моделі процесу плетіння у невагомості сіткоплатна за допомогою інерційного розкриття системи подвійних маятників на уявній площині. Уявна площина має паралельно переміщатися у просторі у напрямку своєї нормалі, а дріт надходити з прикінцевих вузлових елементів маятників. Рух кожного з маятників здійснюється завдяки двом реактивним імпульсним двигунам, встановленим у його вузлових елементах.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

– скласти та розв’язати систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для опису плоских коливань в невагомості подвійного маятника на платформі;

– розробити схему ініціювання коливань маятника шляхом впливу імпульсами реактивних двигунів на кожний з двох його вузлових елементів;

– визначити значення початкових умов коливання в невагомості подвійного маятника, які б забезпечили переміщення його другого вантажу вздовж платформи;

– розробити схему просторової геометричної моделі процесу плетіння сіткопалотна шляхом коливання системи подвійних маятників на уявній площині (платформі), коли ця площина паралельно переміщується, а дроти надходять з прикінцевих вузлових елементів маятників;

– навести тестові приклади геометричної моделі процесу плетіння сіткопалотна за допомогою інерційного розкриття системи подвійних маятників у невагомості залежно від параметрів.

#### **4. Розробка геометричної моделі процесу плетіння сіткопалотна за допомогою інерційного розкриття подвійного маятника**

##### **4.1. Пояснення загальної схеми процесу плетіння сіткопалотна**

Обґрунтування вибору конструктивних параметрів процесу плетіння сіткопалотна й підтвердження реальності цього процесу пов’язане з проведенням детального геометричного моделювання з використанням ефективної математичної моделі.

Для пояснення ідеалізованої схеми процесу плетіння сіткопалотна в невагомості було створено анімаційний фільм, з яким можна ознайомитися на ресурсі [20]. На рис. 2, а, б наведено кадри цього фільму.

Нехай розташовані в ряд на масивній платформі подвійні маятники здійснюють коливання у межах уявної площини. На рис. 2, а, б в якості прикладу зображено лише два з них. Нерухомі точки маятників (позначені блакитним кольором) закріплені на масивній платформі, яка разом з уявною площиною переміщується паралельно в напрямку своєї нормалі. Лінією чорного кольору позначено «стартове» положення платформи, а лінією жовтого кольору – поточне положення в процесі переміщення. В результаті дотримання необхідних значень початкових умов процес коливання подвійного маятника можна забезпечити так, щоб його другий вантаж переміщався вздовж платформи. Тоді зигзагоподібні елементи сітки в процесі формування (позначені червоним кольором) будуть створюватися за допомогою дротів, які надходять з прикінцевих вантажів подвійних маятників (рис. 2, а). Початкове положення дротів фіксується іншою платформою, розташованою на місці «старту» поточної платформи. Зеленим кольором позначено вантаж баласту, який можна використати для технологічних потреб.

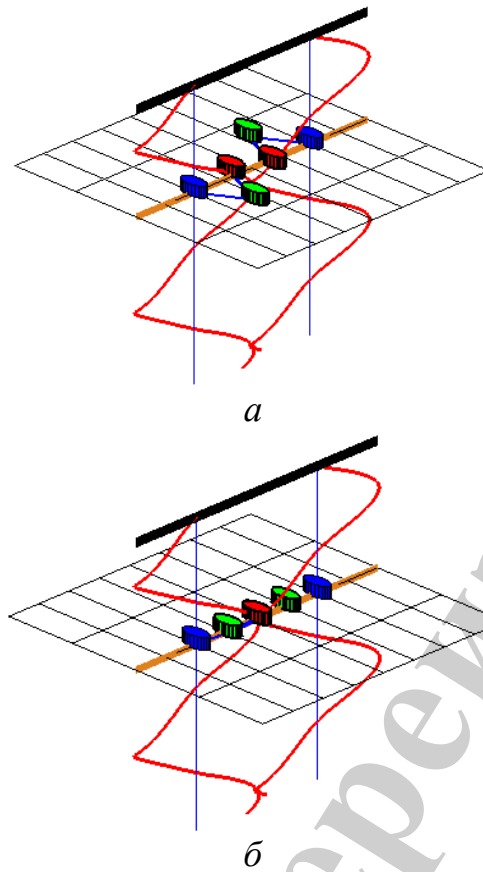


Рис. 2. Переміщення подвійних маятників: *а* – поточне положення вантажів; *б* – положення в момент дотику прикінцевих вантажів

Рухами кожного з маятників є пара імпульсних реактивних двигунів, приєднаних до вузлових елементів. За допомогою таких же двигунів здійснюється переміщення у невагомості масивної платформи з маятниками. Для створення зигзагів сітки необхідно, щоб прикінцеві вантажі кожного з маятників переміщувалися вздовж платформи, а відстань між точками кріплення маятників забезпечувала можливість дотику. Тоді завдяки розрахованим співвідношенням між параметрами коливання подвійних маятників та швидкістю переміщення платформи можна налагодити процес так, щоб у просторі утворилася сітка. Зигзагоподібні елементи сітки між собою закріплюються за допомогою точкового зварювання в моменти контакту прикінцевих вантажів (рис. 2, *б*). Перед цим, що важливо, вантажі будуть рухатися назустріч один одному, а момент контакту (по суті, удару), доцільно використати для спрацювання датчиків включення автоматичного точкового зварювання.

Наведена схема процесу плетіння сіткоплатна прийнятна для довільної кількості маятників, розташованих на лінійці. Наведений спосіб плетіння сіткоплатна не є критичним до його розмірів, адже «в ширину» він визначається кількістю маятників на платформі, а «в довжину» – запасами дроту в прикінцевих вантажах маятників.

## 4. 2. Опис коливання подвійного маятника у невагомості за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду

Зафіксуємо в умовах невагомості уявну площину з декартовими координатами  $Oxy$  і розглянемо на ній ідеалізовану математичну модель подвійного маятника. Вважатимемо, що маятник, складається з невагомих нерозтяжних стержнів довжин  $d_1$  і  $d_2$ , і шарнірно сполучених між собою вузловими точками, на яких закріплено вантажі масами  $m_1$  і  $m_2$ . Рух шарніру повинен забезпечувати переміщення вантажів лише у межах обраної площини. Вважатимемо, що точка кріплення маятника нерухома у системі координат площини завдяки тому, що вона приєднана до платформи, маса якої на порядки більша маси вантажів у вузлах. На всіх подальших рисунках статті у системі координат площини нерухома точка подвійного маятника позначена чорним кольором.

Нехай початок першої ланки маятника збігається з початком координат. У якості напрямку відліку оберемо вісь  $y$ . Узагальненими координатами вважатимемо кути  $u(t)$  і  $v(t)$ , утворені відповідними ланками напрямком осі  $y$  на площині (рис. 3).

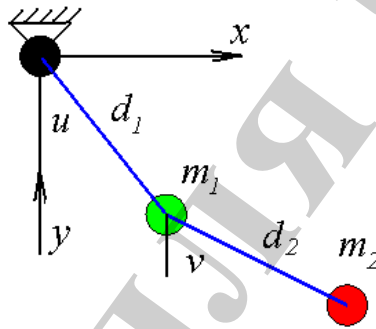


Рис. 3. Схема подвійного маятника

Для визначення у часі взаємного положення елементів подвійного маятника за умови відсутності дисипативних сил використаємо [21] рівняння Лагранжа другого роду.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial u'} \right) - \frac{\partial L}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial v'} \right) - \frac{\partial L}{\partial v} = 0, \quad (1)$$

де  $L$  – лагранжіан,  $u' = \frac{d}{dt}u(t)$  і  $v' = \frac{d}{dt}v(t)$  – похідні від функцій опису узагальненої координати (тобто значення «стартової» миттєвої швидкості збільшення відповідного кута).

За допомогою узагальнених координат обчислюємо координати вузлів маятника:

$$x_1(t) = d_1 \sin(u(t)); \quad y_1(t) = d_1 \cos(u(t));$$

$$x_2(t) = x_1(t) + d_2 \sin(v(t)); \quad y_2(t) = y_1(t) + d_2 \cos(v(t)); \quad (2)$$

Лагранжیان обчислимо, прирівнявши його до кінетичної енергії:

$$L = 0,5[m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)]. \quad (3)$$

Після підстановки формули (3) у вирази рівнянь (1) одержимо систему з двох диференціальних рівнянь відносно функцій  $u(t)$  і  $v(t)$  (з причини громіздкості тут не наведено). При розв'язанні слід враховувати значення початкових кутів відхилень  $u(0)$  і  $v(0)$ , а також значення початкових швидкостей  $u'(0)$ ,  $v'(0)$ , наданих кутам відхилень. Тоді систему рівнянь Лагранжа другого роду можна розв'язати в середовищі пакету `maple` наближено методом Рунге-Кутти, і одержані наближені розв'язки позначити символами  $U(t)$ ,  $V(t)$ .

Визначаємо координати вузлових точок в момент часу  $t$  на площині системи координат  $Oxy$ . Для цього скористаємося виразами (2) для обчислення координат вузлів маятника за допомогою узагальнених координат, замінивши там малі літери  $u$  і  $v$  на великі  $U$  і  $V$ . За допомогою `maple` програми крім переміщення вузлових точок можна визначити швидкості, що дає можливість будувати відповідні фазові траєкторії переміщення, аналізуючи тим самим динаміку процесу в цілому.

#### 4. 3. Пояснення ідеї ініціювання коливань у невагомості

Для забезпечення необхідного переміщення елементів подвійного маятника в невагомості слід вплинути на його вузли двома імпульсами двох реактивних двигунів. Тобто ініціювання коливань маятника здійснюємо шляхом вибору координат вектора початкових швидкостей, наданих кожному з двох кутів відхилень. Наприклад,  $\{u'(0), v'(0)\}$  означає, що першому вантажу масою  $m_1$  надано імпульс величиною  $m_1 u'(0)$ , а другому вантажу масою  $m_2$  надано імпульс величиною  $m_2 v'(0)$ . Вектори напрямку надання швидкостей будуть розташовані перпендикулярно відповідній ланці маятника у прикінцевих точках (рис. 4).

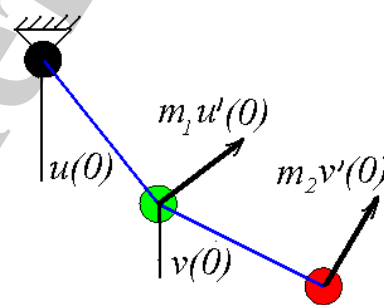


Рис. 4. До ініціювання коливань подвійного маятника

Обране ініціювання коливань є геометричною інтерпретацією дії імпульсних реактивних двигунів. З врахуванням наданої реактивними двигунами вузловим елементам швидкостей  $u'(0)$  і  $v'(0)$ , маятникова система далі має розкритися за інерцією. Це пояснює термін «інерційна система розкриття». Таким чином, величини імпульсів першого та другого реактивних двигунів можна



пов'язати зі значеннями  $u'(0)$  і  $v'(0)$  відповідно. Слід звернути увагу на те, що у складеному стані початкове положення можливо масивного реактивного двигуна знаходиться в зоні кріплення маятника до платформи, що є зручним для транспортування.

## 5. Комп'ютерне моделювання розкриття подвійного маятника

### 5.1. Визначення необхідних значень початкових швидкостей кутів відхилень подвійного маятника.

Двохланкова каркасна конструкція маятника має доставлятися на орбіту у складеному вигляді. Тоді вектор значень початкових кутів відхилень у тривіальному випадку матиме координати  $\{0, \pi\}$ . Розкриття подвійного маятника залежатиме від значень довжин ланок  $d_1$  і  $d_2$ ; мас вантажів  $m_1$  і  $m_2$ ; початкових положень ланок  $u(0)=0$  і  $v(0)=\pi$ , а також початкових швидкостей  $u'(0)$  і  $v'(0)$  розкриття кутів. Найбільш доступними при підборі параметрів будуть початкові швидкості  $u'(0)$  і  $v'(0)$ . Адже при такій зміні не треба вносити корективи в конструкцію маятника, а лише необхідно забезпечити величину імпульсу реактивного двигуна. Далі вважатимемо всі значення параметрів в умовних величинах, тому що розглядатиметься лише геометрична модель утворення сіткоплатна (а не реальна конструкція пристрою).

В теоретичному плані цікавими будуть результати, пов'язані з обчисленням значень початкових швидкостей розкриття кутів, які б забезпечили нехаотичну траєкторію руху прикінцевого вантажу. В якості прикладу оберемо такі значення параметрів  $d_1=0.5$ ;  $d_2=1$ ;  $m_1=100$ ;  $m_2=1$ ;  $u(0)=0$ ;  $v(0)=\pi$ ;  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=0.417$ . Величини цих параметрів забезпечують існування нехаотичної траєкторії другого вантажу маятника на уявній площині в невагомості (рис. 5)

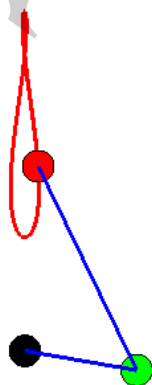


Рис. 5. Приклад нехаотичної траєкторії другого вантажу маятника на уявній площині в невагомості

Для другого прикладу оберемо такі параметри:  $d_1=1$ ;  $d_2=1$ ;  $m_1=1$ ;  $m_2=1$ ;  $u(0)=0$ ;  $v(0)=\pi$ ;  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-0.65$ . Саме завдяки знайденим значенням таким початкових швидкостей кутів відхилень можна забезпечити наближене переміщення другого вантажу вздовж платформи. На рис. 6 зображено траєкторію пе-

реміщення другого вантажу за умови, що платформа розташована горизонтально.

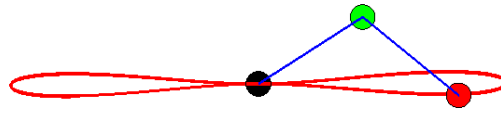


Рис. 6. Траєкторія переміщення прикінцевого вантажу у невагомості за умови  $u'(0)=1; v'(0)=-0.65$

Для порівняння зазначимо, що з тими ж самими параметрами, але в полі земного тяжіння, коливання подвійного маятника матимуть вигляд, зображений на рис. 7.

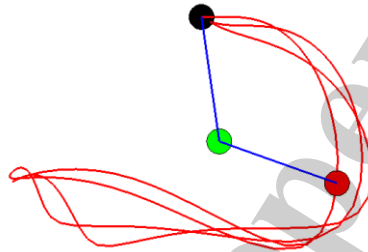


Рис. 7. Траєкторія переміщення прикінцевого вантажу у полі земного тяжіння

Отже, впливати на розкриття подвійного маятника можна за допомогою значень початкових швидкостей  $u'(0)$  і  $v'(0)$  вузлових елементів, які доцільно пов'язати з величинами імпульсів реактивних двигунів.

## 5. 2. Тестові приклади геометричного моделювання плетіння сіткоплатна

В результаті виконання складеної програми для обраного моменту часу  $t$  одержимо наближені значення поточних величин кутів  $u(t)$ ,  $v(t)$ , а також їх похідних. За допомогою цієї інформації будуть побудовані фазові траєкторії координатних функцій. Цю інформацію можна використати при подальших розрахунках, пов'язаних з динамікою та міцністю конструкцій.

Приклад 1. Ланки подвійного маятника однакові; параметри мають значення:  $d_1=1; d_2=1; m_1=1; m_2=1; u(0)=0; v(0)=\pi; u'(0)=1; v'(0)=-0.65$ .

На рис. 6. зображено траєкторію переміщення прикінцевого вантажу у невагомості для цих параметрів (з головною умовою  $u'(0)=1; v'(0)=-0.65$ ). На рис. 8, 9 наведено фазові траєкторії координатних функцій прикладу 1.

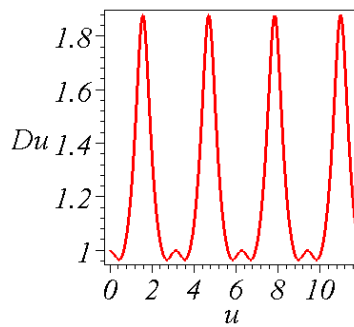


Рис. 8. Фазова траєкторія координати  $u(t)$  прикладу 1

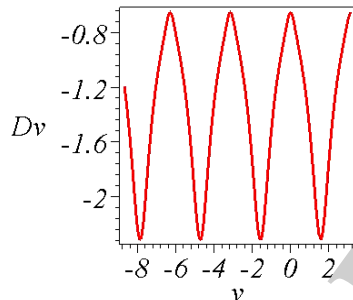


Рис. 9. Фазова траєкторія координати  $v(t)$  прикладу 1

Одержані залежності для  $u(t)$  і  $v(t)$  дозволяють здійснити геометричне моделювання способу плетіння сіткополотна за допомогою розкриття двохланкового маятника. Розроблений комплекс програм демонструє послідовність  $N$  кадрів анімаційних зображень залежно від часу розкриття множини подвійних маятників, розташованих на платформі [20]. На рис. 10 наведено аксонометричне зображення фази руху одного маятника в процесі розкриття. Зигзаг антени одержується як слід від переміщення у просторі прикінцевого вантажу маятника (позначено червоним кольором). Вважається, що з прикінцевого вантажу надходить дріт зі швидкістю, погодженої зі швидкістю переміщення платформи.

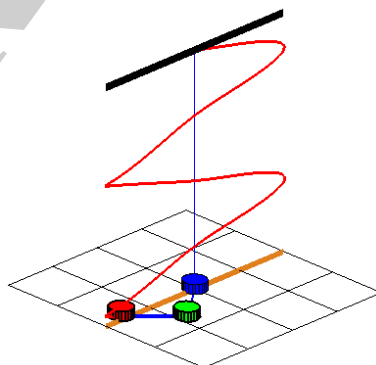


Рис. 10. Фаза руху розкриття подвійного маятника прикладу 1

Для фіксації зигзагів у просторі необхідно використати розкриття декількох подвійних маятників. При цьому сусідні маятники мають коливатися у про-

тифазі. На рис. 11 зображено одну із фаз розкриття трьох подвійних маятників. Автоматичне точкове зварювання дротів виконуються в моменти дотиків між собою прикінцевих вантажів маятників.

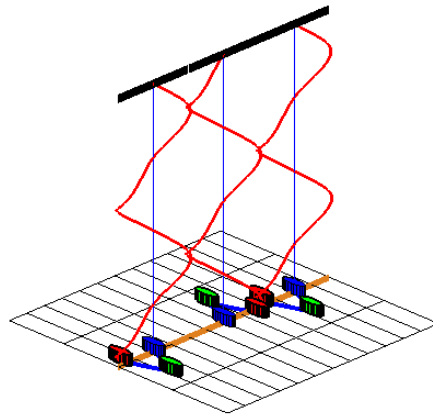


Рис. 11. Фаза руху розкриття трьох подвійних маятників прикладу 1

Модифікована схема плетіння сіткоплатна використовує розкриття двох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення. На рис. 12 зображено одну із фаз розкриття двох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення.

На рис. 13 наведено фази руху розкриття чотирьох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення.

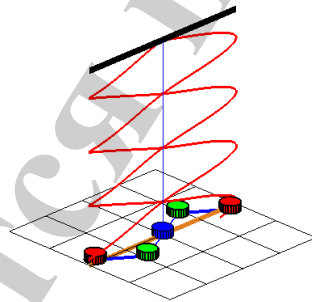


Рис. 12. Фаза руху розкриття двох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення прикладу 1

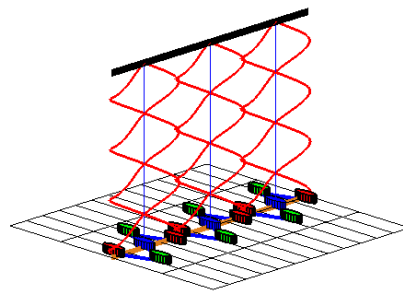


Рис. 13. Фаза руху розкриття чотирьох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення прикладу 1

Приклад 2. Друга ланка подвійного маятника вдвічі менша першої ланки. Параметри мають значення:  $d_1=1$ ;  $d_2=0.5$ ;  $m_1=1$ ;  $m_2=1$ ;  $u(0)=0$ ;  $v(0)=\pi$ ;  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-0.045$ .

На рис. 14. зображено траєкторію переміщення прикінцевого вантажу у невагомості для цих параметрів (з головною умовою  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-0.045$ ). На рис. 15, 16 наведено фазові траєкторії координатних функцій прикладу 2.

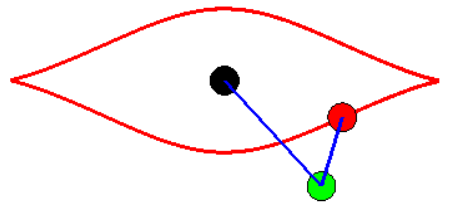


Рис. 14. Траєкторія переміщення прикінцевого вантажу у невагомості за умови  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-0.045$

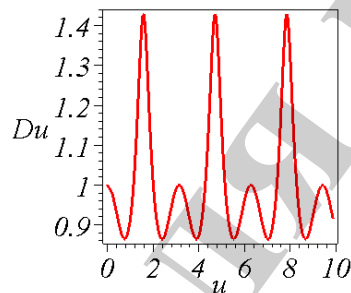


Рис. 15. Фазова траєкторія координати  $u(t)$  прикладу 2

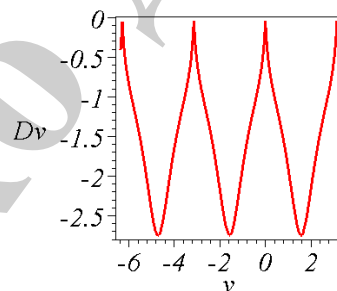


Рис. 16. Фазова траєкторія координати  $v(t)$  прикладу 2

В цьому і подальших прикладах будемо посилатись на відповідні коментарі першого прикладу. На рис. 17 наведено аксонометричні зображення фази руху одного маятника в процесі розкриття. На рис. 18–20 зображено комбіновані маятники.

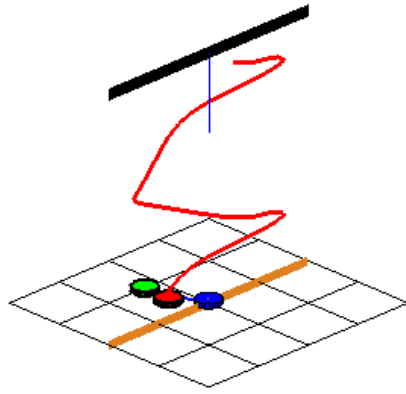


Рис. 17. Фаза руху розкриття подвійного маятника прикладу 2

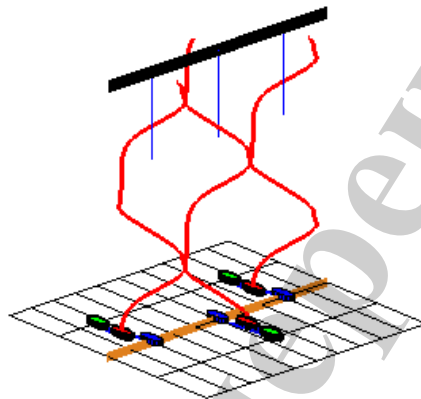


Рис. 18. Фаза руху розкриття трьох подвійних маятників прикладу 2

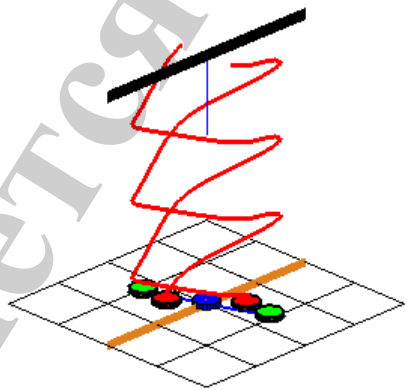


Рис. 19. Фаза руху розкриття двох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення прикладу 2

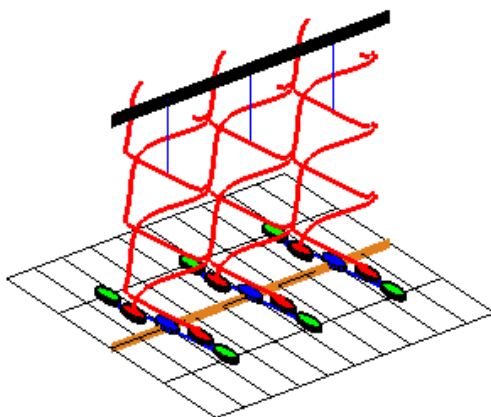


Рис. 20. Фаза руху розкриття чотирьох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення прикладу 2

*Приклад 3.* Перша ланка подвійного маятника вдвічі менша другої ланки. Параметри мають значення:  $d_1=0.5$ ;  $d_2=1$ ;  $m_1=1$ ;  $m_2=1$ ;  $u(0)=0$ ;  $v(0)=\pi$ ;  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-1.54$ .

На рис. 21 зображено траєкторію переміщення прикінцевого вантажу у невагомості для цих параметрів (з головною умовою  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-1.54$ ). На рис. 22, 23 наведено відповідні фазові траєкторії координатних функцій прикладу 3.

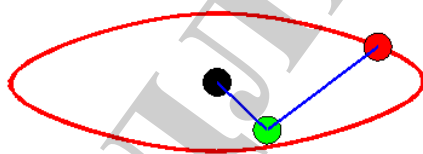


Рис. 21. Траєкторія переміщення прикінцевого вантажу у невагомості за умови  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-1.54$ .

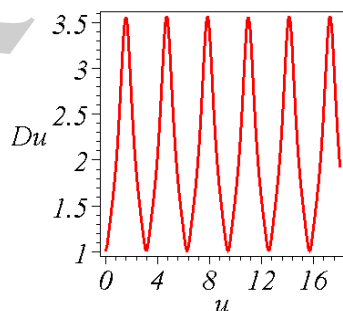


Рис. 22. Фазова траєкторія координати  $u(t)$  прикладу 3

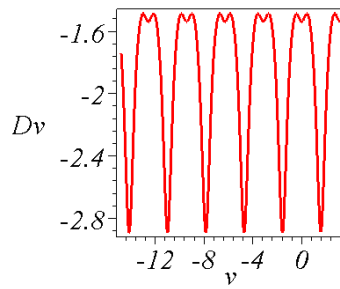


Рис. 23. Фазова траєкторія координати  $v(t)$  прикладу 3

На рис. 24–27 зображені фази руху розкриття подвійного маятника та його модифікацій.

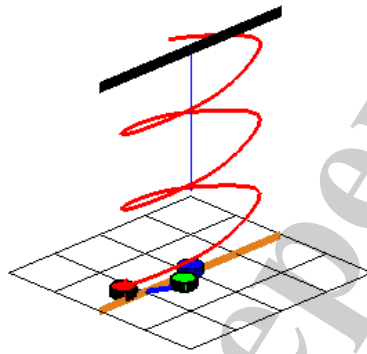


Рис. 24. Фаза руху розкриття подвійного маятника прикладу 3

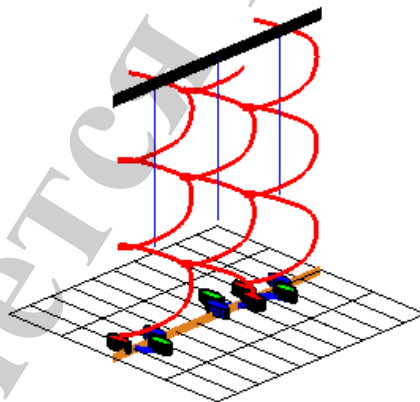


Рис. 25. Фаза руху розкриття трьох подвійних маятників прикладу 3



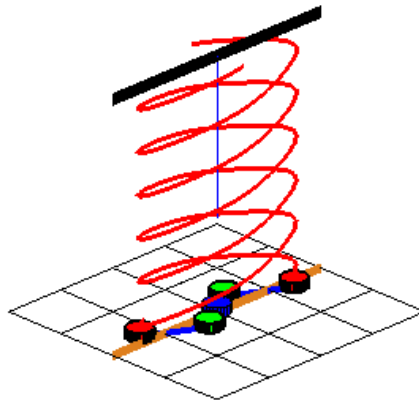


Рис. 26. Фаза руху розкриття двох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення прикладу 3

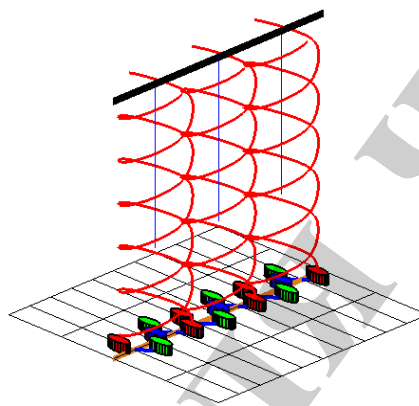


Рис. 27. Фаза руху розкриття чотирьох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення прикладу 3

*Приклад 4.* Ланки подвійного маятника однакові. Маса другого вантажу на два порядки більша маси першого вантажу. Параметри мають значення:  $d_1=1$ ;  $d_2=1$ ;  $m_1=1$ ;  $m_2=100$ ;  $u(0)=0$ ;  $v(0)=\pi$ ;  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-0.9$ .

На рис. 28 зображено траєкторію переміщення прикінцевого вантажу у невагомості для цих параметрів (з головною умовою  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-0.9$ ). На рис. 29, 30 наведено фазові траєкторії координатних функцій прикладу 3.

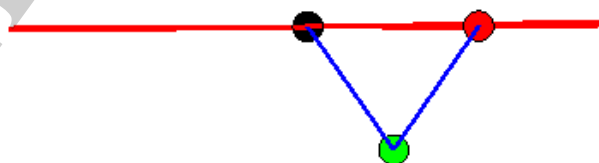


Рис. 28. Траєкторія переміщення прикінцевого вантажу у невагомості за умови  $u'(0)=1$ ;  $v'(0)=-0.9$ .

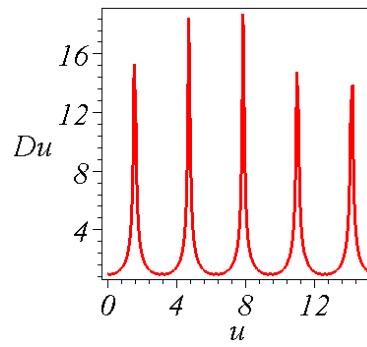


Рис. 29. Фазова траєкторія координати  $u(t)$  прикладу 4

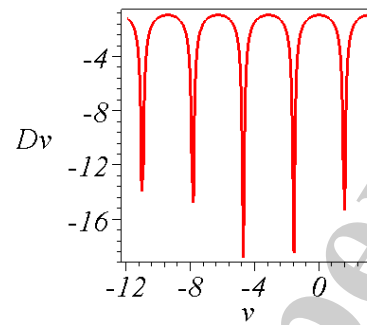


Рис. 30. Фазова траєкторія координати  $v(t)$  прикладу 4

На рис. 31–34 наведено аксонометричні зображення фази руху маятників в процесі розкриття.

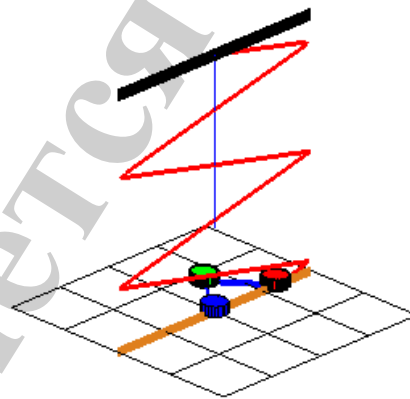


Рис. 31. Фаза руху розкриття подвійного маятника прикладу 4

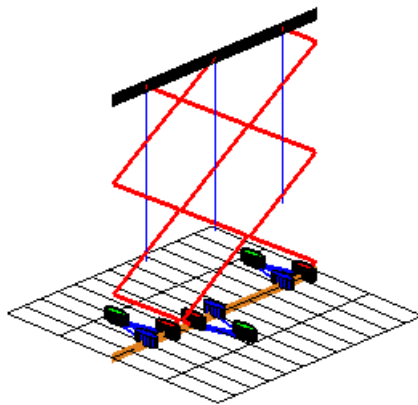


Рис. 32. Фаза руху розкриття трьох подвійних маятників прикладу 4

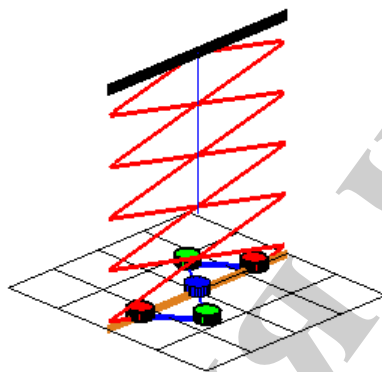


Рис. 33. Фаза руху розкриття двох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення прикладу 4

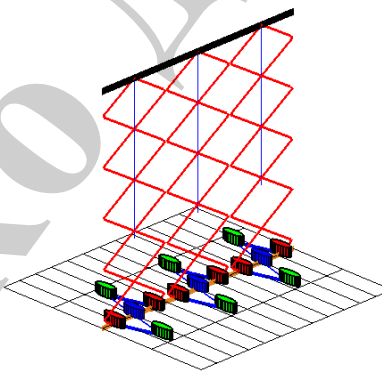


Рис. 34. Фаза руху розкриття чотирьох подвійних маятників зі спільною точкою кріплення прикладу 4

Порівнюючи результати, наведені у прикладах, слід зазначити, що найбільш прийнятним є варіант маятника з ланками однакової довжини, адже швидкість руху другого вантажу буде меншою порівняно з іншими варіантами. Це має позитивно відзначитися на динаміці конструкції. Хоча сіткopolотно з кращими формами клітин одержано в четвертому прикладі, де швидкість руху другого вантажу буде найбільшою.

Підводячи підсумки слід зазначити, що можливі і інші варіанти реалізації моделі процесу плетіння сіткопалотна за допомогою інерційного розкриття подвійного маятника на уявній площині. В результаті проведених досліджень побудовано геометричну модель створення у невагомості просторової форми клітин сіткопалотна. Розроблена ідеалізована геометрична модель виготовлення сіткопалотен для космічних антен призначена для ілюстрації основних етапів розрахунків таких масштабних конструкцій.

## **6. Обговорення результатів дослідження геометричної моделі плетіння сіткопалотна за допомогою інерційного розкриття подвійного маятника**

Отримані результати можна пояснити можливістю застосувати варіаційний принцип Лагранжа до розрахунку механічних конструкцій з урахуванням кінематичних зв'язків та використанням «нульової» потенціальної енергії механічної системи. Це дозволило використати рівняння Лагранжа другого роду для опису руху подвійних маятників у невагомості.

Зрозуміло, що наведена геометрична модель утворення елементів сіткопалотен в невагомості потребує подальших досліджень для її наближення до реальної конструкції. По-перше, необхідно врахувати моменти інерції при обертанні елементів маятника. По-друге, слід врахувати затухання у часі коливань подвійного маятника, і зменшення маси прикінцевого вантажу з причини витрати дроту. Цікавим буде питання дослідження впливу зменшення маси прикінцевого вантажу на параметри затухання коливань. І, по-третє, необхідне одночасне спрацювання реактивних двигунів, встановлених на вантажах маятників та платформі. Вони б забезпечили дію імпульсів розрахованих величин «для розгону» маятників.

Розвиток даного напрямку досліджень полягатиме у розробці радіального способу плетіння сіткопалотна, а також способу плетіння сіткопалотна у вигляді «панчохи». Також цікавим буде замість інерційного розкриття дволанкових маятників дослідити можливість використання електричних двигунів для обертання ланок маятників. Цей напрямок буде можливий за умови енергетичного забезпечення платформи з маятниками.

Труднощі розвитку досліджень в цьому напрямку пов'язані, в основному, з питаннями способу зварювання. Адже існують відмінності космічних умов від земних – насамперед невагомість і глибокий вакуум при практично необмеженій швидкості дифузії газів із зони зварювання. Все це потребує подальших досліджень.

Перевага запропонованого способу плетіння сіткопалотна у невагомості полягає у наступному:

– спосіб плетіння сіткопалотна за допомогою інерційного розкриття системи подвійних маятників дозволить розв'язати задачу створення на орбіті масштабних сіткопалотен, які «в ширину» визначатимуться кількістю маятників на платформі, а «в довжину» – запасами дроту в прикінцевих вантажах маятників;

– зустрічні рухи та моменти дотику (як ударів) прикінцевих вантажів маятників можна використати для спрацювання датчиків включення автоматичного точкового зварювання суміжних зигзагоподібних елементів сітки;

– завдяки використанню попарно поєднаних подвійних маятників зі спільною точкою кріплення та коливаннями ланок у протифазі, можна намагатись послабити (або навіть усунути) обертові моменти конструкції в цілому;

– для подвійного маятника початкове розташування реактивного двигуна знаходиться в зоні його кріплення до платформи, що є зручним при доставці та монтажні конструкції.

## **7. Висновки**

Складено та розв'язано систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для опису плоских коливань подвійного маятника у невагомості, що дало змогу визначити його параметри для забезпечення нехаотичних (періодичних) коливань.

Розроблено схему ініціювання коливань маятника шляхом впливу імпульсами реактивних двигунів на кожний з двох його вузлових елементів, що дозволило суттєво спростити конструкцію засобів руху порівняно, наприклад, з використанням крокових електродвигунів.

Визначено значення початкових умов коливання у невагомості варіантів подвійного маятника, які б забезпечили переміщення його другого вантажу вздовж мобільної платформи, що дозволило формувати з дроту зигзагоподібні елементи сіткоплатна.

Розроблено схему просторової геометричної моделі процесу плетіння сіткоплатна шляхом коливання системи подвійних маятників на уявній площині (платформі), коли ця площина паралельно переміщається, а дроти надходить з прикінцевих вузлових елементів маятників, що дозволило створювати сіткоплатна з різноманітними формами клітин залежно від параметрів подвійних маятників.

Наведені тестові приклади геометричної моделі процесу плетіння сіткоплатна за допомогою інерційного розкриття системи подвійних маятників у невагомості пояснюють можливість наочної ілюстрації способу створення сіткоплатен у разі його впровадження на практиці.

## **Література**

1. Design, Integration, and Deployment of the TerreStar 18-meter Reflector / Semler D., Tulintseff A., Sorrell R., Marshburn J. // 28th AIAA International Communications Satellite Systems Conference (ICSSC-2010). 2010. doi: 10.2514/6.2010-8855

2. Єрмоленко І. В. Новий аспект використання основ'язаних сіткоплатен // Вісник Хмельницького національного університету. Сер.: Технічні науки. 2013. № 3. С. 73–78.

3. Заваруев В. А., Беляев О. Ф., Халиманович В. И. Использование текстильных технологий для создания отражающей поверхности трансформируемых космических антенн // Современные задачи инженерных наук: сборник на-

учных трудов VI-ого Международного научно-технического Симпозиума «Современные энерго- и ресурсосберегающие технологии СЭТТ – 2017». Т. 4. М.: ФГБОУ ВО «РГУ им. А. Н. Косыгина», 2017. С. 915–919.

4. Заваруев В. А., Котович О. С. Исследование влияния типов петель основязаного трикотажа из металлических нитей на его физико-механические и электрофизические свойства // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2007. № 3С (302). С. 91–93.

5. Трикотажные металлические сетеполотна для отражающей поверхности трансформируемых наземных и космических антенн / Беляев О. Ф., Заваруев В. А., Кудрявин Л. А., Подшивалов С. Ф., Халиманович В. И. // Технический текстиль. 2007. № 16.

6. Пономарев С. В. Трансформируемые рефлекторы антенн космических аппаратов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2011. № 4 (16). С. 110–119.

7. Особенности расчета раскрытия крупногабаритных трансформируемых конструкций различных конфигураций / Зимин В. Н., Крылов А. В., Мешковский В. Е., Сдобников А. Н., Файзуллин Ф. Р., Чурилин С. А. // Наука и образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2014. № 10. С. 179–191. doi: 10.7463/1014.0728802

8. Зимин В. Н. Особенности расчета раскрываемой ферменной космической конструкции // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2005. № 1. С. 20–25.

9. Проблемы создания в космосе крупногабаритных конструкций / Мельников В. М., Матюшенко И. Н., Чернова Н. А., Харлов Б. Н. // Электронный журнал Труды МАИ. 2017. № 78. URL: <http://trudymai.ru/upload/iblock/b87/b87ab54fb2066fe8ae55665c93427b09.pdf>

10. Мешковский В. Е. Геометрическая модель раскрываемой крупногабаритной космической ферменной конструкции // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. 2009. № 4. С. 56–71.

11. Кудрявин Л. А., Заваруев В. А., Беляев О. Ф. Использование трикотажных металлических сетеполотен для отражающей поверхности трансформируемых наземных и космических антенн // Применение новых текстильных и композитных материалов в техническом текстиле. Казань: Изд-во КНИТУ, 2013. С. 92–97.

12. Горячкин О. В., Маслов И. В. Особенности конструкции антенной системы для космического радиолокатора с синтезированной апертурой антенны L- и Р-диапазона // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2016. Т. 15, № 3. С. 153–162. doi: 10.18287/2541-7533-2016-15-3-153-162

13. SpiderFab: An Architecture for Self-Fabricating Space Systems / Hoyt R. P., Cushing J. I., Slostad J. T., Jimmerson G., Moser T., Kirkos G. et. al. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. 17 p. URL: [http://www.tethers.com/papers/SPACE2013\\_SpiderFab.pdf](http://www.tethers.com/papers/SPACE2013_SpiderFab.pdf)

14. SpiderFab™: Process for On-Orbit Construction of Kilometer Scale Apertures / Hoyt R., Cushing J., Jimmerson G., Slostad J., Dyer R., Alvarado S. //

URL: [https://www.nasa.gov/sites/default/files/atoms/files/niac\\_hoyt\\_spiderfab\\_ph\\_2\\_finalreport\\_tagged.pdf](https://www.nasa.gov/sites/default/files/atoms/files/niac_hoyt_spiderfab_ph_2_finalreport_tagged.pdf)

15. SpiderFab™ Orbital Manufacturing and Construction Technologies. URL: <http://www.tethers.com/SpiderFab.html>

16. Archinaut. URL: <https://singularityhub.com/2016/03/02/archinaut-a-3d-printing-robot-to-make-big-structures-in-space>

17. Geometrical modeling of the inertial unfolding of a multi-link pendulum in weightlessness / Kutsenko L., Shoman O., Semkiv O., Zapolsky L., Adashevskaya I., Danylenko V. et. al. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 6, Issue 7 (90). P. 42–50. doi: 10.15587/1729-4061.2017.114269

18. Куценко Л. М. Ілюстрації до геометричного моделювання інерційного розкриття багатоланкового маятника у невагомості // URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/4868>

19. Szuminski W. Dynamics of multiple pendula without gravity // Chaotic Modeling and Simulation. 2014. Issue 1. P. 57–67. URL: [http://www.cmsim.eu/papers\\_pdf/january\\_2014\\_papers/7\\_CMSIM\\_Journal\\_2014\\_Szuminski\\_1\\_57-67.pdf](http://www.cmsim.eu/papers_pdf/january_2014_papers/7_CMSIM_Journal_2014_Szuminski_1_57-67.pdf)

20. Куценко Л. М. Ілюстрації до геометричного моделювання плетіння сіткополотна в невагомості за допомогою інерційного розкриття подвійного маятника // URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/5143>

21. Куценко Л. М., Адашевська І. Ю. Геометричне моделювання коливань багатоланкових маятників. Харків: «НТМТ», 2008. 176 с.