

УДК 65.011.56:622.7.01

DOI: 10.15587/1729-4061.2018.119646

Синтез робастних регуляторів систем керування технологічними агрегатами рудозбагачувальних фабрик

В. С. Моркун, Н. В. Моркун, В. В. Тронь, С. М. Грищенко

Для керування процесами збагачувального виробництва в умовах зміни параметрів технологічних агрегатів, як об'єктів керування, досліджено можливість застосування робастних регуляторів. Встановлено, що за показниками номінальної і робастної якості керування доцільним є застосування робастного μ -регулятора, для зниження порядку якого виконано апроксимація з застосуванням Ганкелевої норми

Ключові слова: робастний регулятор, автоматизоване керування, збагачення руди, субоптимальний регулятор, частотні характеристики

1. Вступ

Гірничо-металургійний комплекс України є однією з найважливіших складових вітчизняної промисловості. Зокрема, експорт чорних металів і виготовлених з них виробів складає майже чверть від загальної вартості експортованої продукції. Однак протягом останніх десятиліть змінення якості залізорудної сировини має негативну динаміку, що знижує конкурентоспроможність продукції українських підприємств на міжнародному ринку. Водночас, невирішеним залишається також проблема підвищення енергоефективності технологічних процесів на гірничих підприємствах.

Численні дослідження доводять, що найбільш перспективним підходом до підвищення ефективності технологічних процесів збагачення залізорудної сировини є комплексна автоматизація процесів керування. Тобто, системи автоматизації мають охоплювати як окремі агрегати, стадії, цикли, так і всю технологічну лінію чи підприємство [1, 2].

При автоматизації процесів керування збагаченням залізорудної сировини, представленої різними мінералого-технологічними різновидами, необхідно вирішувати завдання оперативного відстеження зміни стану об'єктів керування і виконувати швидкий перехід системи в стан динамічної рівноваги. Найбільші зміни в процесі збагачення залізорудної сировини зазнає гранулометричний склад і розподіл корисного компонента по класах крупності подрібненої руди. Відхилення значень цих показників від технологічно обґрунтованих призводить до втрат корисного компонента, зниження продуктивності технологічної лінії і підвищення питомих витрат електроенергії.

Водночас, через наявність циклічних зв'язків агрегати технологічної лінії збагачення працюють переважно в перехідних режимах, які характеризуються значними відхиленнями регульованих змінних від заданих значень. Наприклад, оптимальні режими роботи млина, який працює у замкнутому циклі з класифікатором або гідроциклоном, перебувають поблизу критичної області. Дана об-

ласть характеризується втратою технологічної стійкості процесу подрібнення-класифікації руди і пов'язаним із цим різким збільшенням розкиду параметрів вихідного продукту циклу. У таких умовах доцільне застосування методів побудови локальних систем робастного регулювання окремих технологічних параметрів. Завданням синтезу даного типу систем є пошук закону керування, що зберігав би вихідні змінні системи і сигнали помилки в заданих припустимих межах, незважаючи на наявність невизначеностей у контурі керування.

На даний момент запропонована значна кількість підходів до розв'язання проблеми автоматизації технологічних процесів з використанням оптимального, адаптивного й робастного керування ієрархічними структурами збагачувального виробництва. Однак одним з основних факторів, що ускладнюють реалізацію таких підходів, є нестационарність параметрів і режимів роботи при численних зовнішніх і внутрішніх збуреннях, що носять як систематичний, так і випадковий характер.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

У дослідженнях [1, 3, 4] технологічні агрегати збагачувальної фабрики, як об'єкти керування, з достатнім ступенем точності представлено передавальними функціями першого і другого порядку із запізнюванням, зокрема:

– передавальна функція млина по каналу «продуктивність – вихід твердого в розвантаження»:

$$W_{Q_v}^{(m)}(p) = \frac{1}{T_{Q-v} + 1}, \quad (1)$$

де T_{Q-v} – стала часу млина, що залежить від гідравлічних процесів у барабані млина;

– передавальна функція млина по каналу «продуктивність – вихід великих класів у розвантаження»:

$$W_{Q-v_{kr}}^{(m)}(p) = \frac{k_{Q-v_{kr}}}{T_{Q-v_{kr}} + 1}, \quad (2)$$

де $k_{Q-v_{kr}} = (\alpha_{kr} k_g) / (k_{kr} + k_g)$ – передавальний коефіцієнт; $T_{Q-v_{kr}} = 1 / (k_{kr} + k_g)$ – стала часу, що залежить від гідравлічних процесів у барабані млина; α_{kr} – відносний вміст класу крупності у вхідній руді; k_{kr} – відносна швидкість подрібнення класу; k_g – коефіцієнт, обумовлений гідравлічними процесами в барабані млина;

– передавальна функція класифікатора по каналу «витрати води в класифікатор – об'ємні витрати зливу»:

$$W_{Q_{sh.v.}-Q_d}^{(kl)}(p) = \frac{1}{T_{Q_{sh.v.}-Q_d} + 1}, \quad (3)$$

де $T_{Q_{sh.v.}-Q_d}$ – постійна часу класифікатора, що залежить від гідравлічних властивостей класифікатора;

– передавальна функція гідроциклону по каналу «вміст заліза на вході – вміст заліза в продукті»:

$$W_{\beta'-\beta}^{(hz)}(p) = \frac{1}{T_{\beta'-\beta} + 1}, \quad (4)$$

де $T_{\beta'-\beta}$ – постійна часу гідроциклону, що залежить від його гідравлічних властивостей;

– передавальна функція дешламатора по каналу «витрати води в дешламатор – вихід класу -0,074 мм»:

$$W_{Q_{\alpha-\gamma}}^{(ds)}(p) = \frac{k_{Q_{\alpha-\gamma}}}{T_{Q_{\alpha-\gamma}} + 1}, \quad (5)$$

де $k_{Q_{\alpha-\gamma}}$ – передавальний коефіцієнт; $T_{Q_{\alpha-\gamma}}$ – постійна часу дешламатора, що залежить від його гідравлічних властивостей;

– передавальна функція магнітного сепаратора по каналу «вміст заліза в руді – вміст заліза в концентраті»:

$$W_{\alpha-\beta}^{(ms)}(p) = \frac{k_{\alpha-\beta}}{T_{\alpha-\beta} + 1}, \quad (6)$$

де $T_{\alpha-\beta} = V/Q$ – постійна часу; $k_{\alpha-\beta} = \beta_u/\alpha$ – передавальний коефіцієнт; V – обсяг робочої зони, м³; Q – об'ємні витрати пульпи, м³/хв.;

– передавальна функція замкнутого циклу подрібнення по каналу "продуктивність – вихід твердого в злив" описується виразом:

$$W^{(zc)}(p) = \frac{W_{Q_{\gamma kr}}^{(m)}(p) W_1^{(kl)}(p) e^{-p\tau_1}}{1 - W_{Q_{\gamma kr}}^{(m)}(p) W_2^{(kl)}(p) e^{-p(\tau_1 + \tau_2)}}, \quad (7)$$

де $W_1^{(kl)}(p)$ – передавальна функція класифікатора по каналу «витрати твердого в класифікатор – об'ємні витрати твердого зі зливом»; $W_2^{(kl)}(p)$ – передавальна функція класифікатора по каналу «витрати твердого в класифікатор – об'ємні витрати твердого з пісками»; τ_1 і τ_2 – час транспортування подрібненого продукту в класифікатор та пісків до млину відповідно.

У праці [2] для керування об'єктами збагачувального виробництва розглянуто евристичний підхід. Запропоновані методики моделювання і оптимізації системи керування, включаючи метод найменших середніх квадратів і генетичні алгоритми. Однак не враховано повною мірою невизначеність параметрів об'єкта керування.

При розв'язанні задачі синтезу робастного регулятора, що розв'язується у [5], виконано аналіз ряду модифікацій алгоритмів робастного керування. Найбільш прийнятним підходом визнано формування вимог до системи у ви-

гляді частотних обмежень на сингулярні числа передатної функції замкнутої системи.

Результати порівняння робастних регуляторів в умовах різних видів вхідних сигналів представлено у роботі [6]. Встановлено, що найкращим при вхідному впливі у вигляді білого шуму є H_2 -регулятор. Водночас, при аналогічних умовах анізотропійний регулятор нівелює білий шум з меншими енерговитратами керування порівняно з H_∞ -субоптимальним регулятором. Загалом H_∞ -субоптимальний регулятор забезпечує найкращу якість керування при будь-якому вхідному сигналі. Недоліком застосування даного регулятора є висока енергоємність керування.

У праці [7] показано, що в умовах керування нелінійними технологічними об'єктами можуть бути використано метод H_∞ формування контуру (ФК) та метод μ -синтезу. Відзначено, що обидва регулятори забезпечують високу якість керування. Разом з тим, перевагу рекомендовано віддати регулятору нижчого порядку, синтезованому за методом H_∞ формування контуру.

Результати дослідження систем робастного керування висвітлено у [8,9]. Показано, що методи H_∞ -оптимізації можуть бути використані при розв'язанні задач робастної стабілізації в умовах параметричної невизначеності у передатних функціях.

Метод робастного керування, що забезпечує задану якість керування в умовах невизначеності параметрів об'єкта, представлено у роботі [10]. Обґрунтовано переваги модифікованого методу H_∞ -оптимізації при вирішенні задач синтезу керування.

Метод синтезу робастного регулятора, що забезпечує задані характеристики субоптимального регулятора, представлено у праці [11]. Пропонований метод передбачає вирішення двох алгебраїчних рівнянь Ріккати, кожне з яких має такий самий порядок, як система. Отже синтез регулятора для систем вищих порядків є ускладненим.

У праці [12] неточність параметрів об'єкта керування представлено як структурну невизначеність. Для синтезу робастного регулятора використано аналіз і синтез структурованого сингулярного значення (μ). Розроблений регулятор має низький порядок і може добре працювати в умовах різних вхідних сигналів. Отже, дана схема синтезу регулятора є перспективною в тому сенсі, що вона може адаптуватися до широкого кола параметрів системи без істотного збільшення складності, що підтверджується також результатами досліджень [13–15].

Застосування інтелектуальних систем до керування технологічними процесами збагачення руди запропоновано у працях [16, 17]. В основі даного підходу знаходиться застосування нейронних мереж для моделювання і керування технологічними процесами. Недоліком такого підходу є значний час, необхідний для навчання нейромережених структур при змінні параметрів об'єкта керування.

При дослідженні динамічних об'єктів керування та їх моделей в умовах збагачувального виробництва [18] відзначається їх нелінійний та нестационарний характер. У праці [19] зазначено, що нестационарність характерна не лише

для об'єктів керування, а й для характеристик технологічних потоків, що ускладнює синтез керування процесами збагачення руди.

Проблему урахування змінення параметрів об'єктів керування на гірничих підприємствах при формуванні автоматизованого керування розглянуто у працях [20]. Складність вирішення даної проблеми обумовлюється також наявністю прямих та зворотних зв'язків (рециклів) між технологічними агрегатами збагачувальної фабрики [21, 22].

Запропоновані у працях методи адаптивного керування в умовах нестаціонарності параметрів окремих об'єктів, розглянуті у роботах [23, 24], не дозволяють досягти достатньої якості керування системою взаємопов'язаних об'єктів. Отже, у даному випадку доцільним є дослідження методів робастного керування.

У праці [25] розглянуто можливість застосування робастного нелінійного прогнозного регулятора і досліджено питання, пов'язані з впровадженням такого контролера у виробничих умовах. Схожа методологія, що базується на робастному підході до керування із застосуванням μ -синтезу запропоновано у праці [26]. Невизначеність основних параметрів процесу задано як діапазон значень цих параметрів. У праці [27] для розроблення цифрового робастного регулятора при наявності параметричної невизначеності використано кількісну теорію зворотного зв'язку. Регулятор синтезовано із застосуванням методу дельта-перетворення для дискретних систем. Ефективність даних підходів підтверджено експериментальними результатами.

Отже, для керування окремими параметрами агрегата у технологічній лінії збагачення використано схему з робастним регулятором (рис. 1). Узагальнена структурна схема даної системи з робастним регулятором крім об'єкта керування і регулятора містить у собі вагові функції, які залежать від частоти [5].

Синтез робастної системи у частотній області припускає вибір регулятора, при якому чутливість замкненої системи була б менше деякого припустимого значення. Водночас, мінімізація чутливості вимагає вибору такого регулятора, щоб даний показник дорівнював або наближався до мінімального значення [5]. Надалі формується такий регулятор, щоб мінімізувати норму $\|z_1 z_2 z_3\|_\infty$ [6]. Вибір вагових матриць w_1, w_2, w_3 є нетривіальним завданням і вимагає врахування особливостей об'єкта керування. Зокрема, необхідно враховувати інформацію про діапазон робочих частот замкненої системи, про ступінь зменшення зовнішніх збурень, про найбільші прогнози мультиплікативних збурень.

Замкнуті цикли подрібнення руди є основними технологічними структурами, що визначають розкриття корисного компонента. Дані цикли найбільшою мірою, у порівнянні з іншими технологічними агрегатами, піддаються впливу факторів збурення, що викликані зміною характеристик вхідної руди і стану обладнання. Тому як модельний приклад розглянемо синтез робастного регулятора для локальної САР параметрів вихідного продукту гідроциклону другої стадії подрібнення по каналу «тиск на вході – вихід класу $-0,074$ мм».

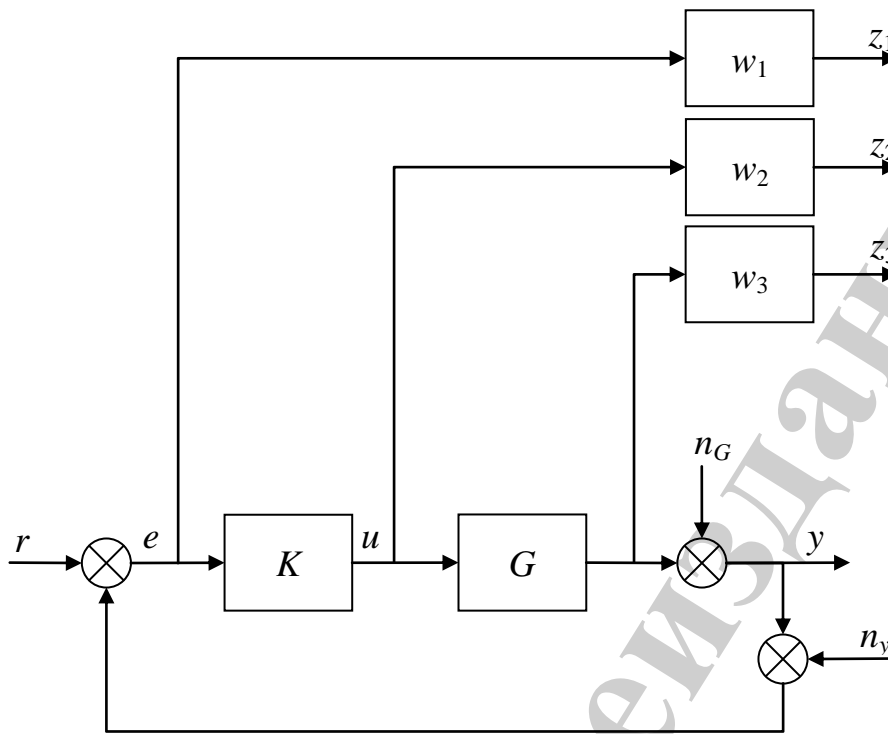


Рис. 1. Узагальнена структурна схема САР з робастним регулятором: G – об’єкт керування, K – робастний регулятор, r – завдання, n_G – збурення, що прикладене до об’єкта, n_y – завади вимірювання, e – помилка регулювання, u – керуючий вплив, w_1, w_2, w_3 – функції, що залежать від частоти.

У загальному виді математичний вираз розглянутого об’єкта керування другого порядку можна записати у такий спосіб [1, 3, 4]:

$$\mu \ddot{x}(t) + \theta \dot{x}(t) + \kappa x(t) = u(t). \quad (8)$$

У реальній системі параметри об’єкта керування μ , θ , κ точно не відомі. Тому, можна припустити, що дані значення знаходяться у межах певних інтервалів [7]:

$$\begin{aligned} \mu &= \bar{\mu}(1 + p_\mu \delta_\mu); \\ \theta &= \bar{\theta}(1 + p_\theta \delta_\theta); \\ \kappa &= \bar{\kappa}(1 + p_\kappa \delta_\kappa), \end{aligned} \quad (9)$$

де $\bar{\mu}$, $\bar{\theta}$, $\bar{\kappa}$ – номінальні значення параметрів; $p_\mu, p_\theta, p_\kappa, \delta_\mu, \delta_\theta, \delta_\kappa$ – можливі відхилення параметрів.

3. Мета і задачі дослідження

Метою виконаних досліджень є дослідження та синтез робастних регуляторів у локальних системах керування технологічними збагачувальними агрегатами для підвищення ефективності та якості керування в умовах нестационарності параметрів і режимів роботи при численних зовнішніх і внутрішніх збуреннях. Сформульована мета роботи зумовила необхідність розв'язання таких задач:

- синтезувати і дослідити робастну стійкість систем керування збагачувальними агрегатами із використанням різних типів регуляторів;
- дослідити робастну якість керування, сформованого із застосуванням різних типів робастних регуляторів;
- обґрунтувати вибір робастного регулятора для керування технологічними збагачувальними агрегатами в умовах невизначеності параметрів.

4. Матеріали і методи дослідження якості керування сформованого різними типами робастних регуляторів

4. 1. Основні принципи побудови робастного керування об'єктами збагачувального виробництва

Відповідно до підходу, запропонованого у роботі [7], з урахуванням невизначеності параметрів μ , θ , κ доцільно представити їх двома блоками, отриманими із застосуванням дробово-лінійного перетворення і підключенням зверху відповідних блоків δ_μ , δ_θ , δ_κ . Для цього виконаємо перетворення:

$$\frac{1}{\bar{\mu}} = F_V(M_\mu, \delta_\mu) = \frac{1}{\bar{\mu}(1 + p_\mu \delta_\mu)} = \frac{1}{\bar{\mu}} - \frac{p_\mu}{\bar{\mu}(1 + p_\mu \delta_\mu)}, \quad (10)$$

де

$$M_\mu = \begin{bmatrix} -p_\mu & (\bar{\mu})^{-1} \\ -p_\mu & (\bar{\mu})^{-1} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Аналогічним чином представимо:

$$\bar{\theta} = F_V(M_\theta, \delta_\theta); \quad \bar{\kappa} = F_V(M_\kappa, \delta_\kappa), \quad (12)$$

де

$$M_\theta = \begin{bmatrix} 0 & \bar{\theta} \\ p_\theta & \bar{\theta} \end{bmatrix}; \quad M_\kappa = \begin{bmatrix} 0 & \bar{\kappa} \\ p_\kappa & \bar{\kappa} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

З урахуванням даних перетворень блок-схема об'єкта керування прийме вид, представлений на рис. 2.

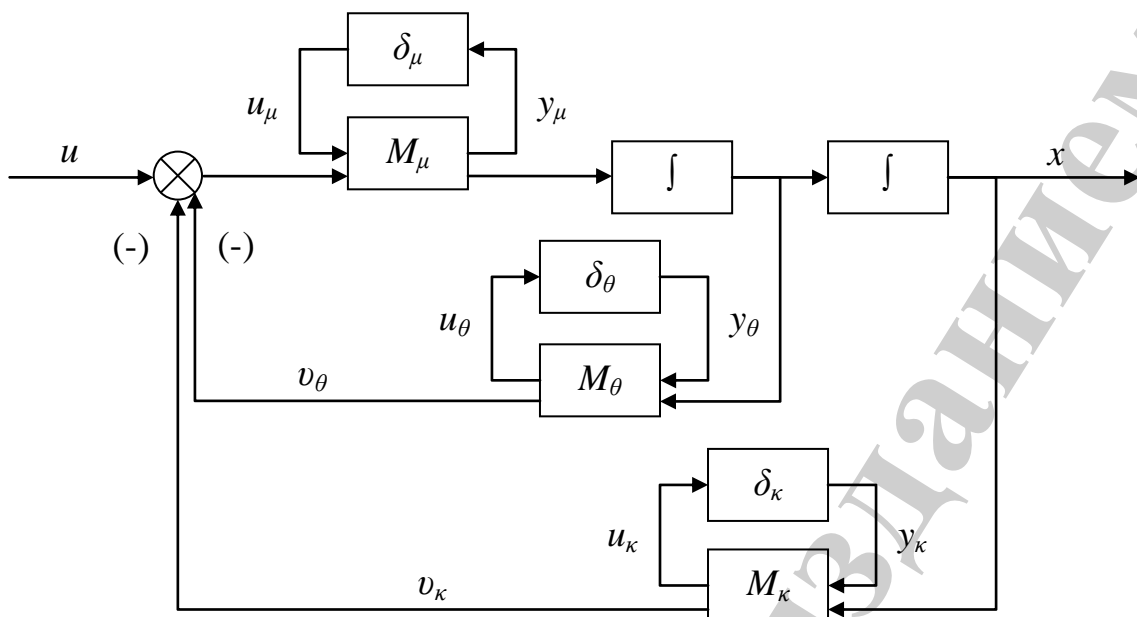


Рис. 2. Блок-схема об'єкта керування другого порядку з невизначеними параметрами

З урахуванням виконаних перетворень вихідні сигнали блоків параметрів з невизначеністю запишуться як:

$$\begin{bmatrix} y_\mu \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_\mu & 1/\bar{\mu} \\ -p_m & 1/\bar{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\mu \\ u - v_\theta - v_\kappa \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} y_\theta \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{\theta} \\ p_\theta & \bar{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\theta \\ \dot{x} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} y_\kappa \\ v_\kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{k} \\ p_k & \bar{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\kappa \\ x \end{bmatrix},$$

$$u_\mu = \delta_\mu y_\mu, \quad u_\theta = \delta_\theta y_\theta, \quad u_\kappa = \delta_\kappa y_\kappa, \quad (14)$$

зробивши заміну $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $y = x_1$ і виключивши змінні v_θ і v_κ отримаємо:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ y_\mu \\ y_\theta \\ y_\kappa \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{k}/\bar{\mu} & -\bar{\theta}/\bar{\mu} & -p_m & -p_\theta/\bar{\mu} & -p_\kappa/\bar{\mu} & 1/\bar{\mu} \\ -\bar{k}/\bar{\mu} & -\bar{\theta}/\bar{\mu} & -p_m & -p_\theta/\bar{\mu} & -p_\kappa/\bar{\mu} & 1/\bar{\mu} \\ 0 & \bar{\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ u_\mu \\ u_\theta \\ u_\kappa \\ u \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} u_\mu \\ u_\theta \\ u_\kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_\mu & 0 & 0 \\ 0 & \delta_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \delta_\kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_\mu \\ y_\theta \\ y_\kappa \end{bmatrix}.$$

(15)

Отже, динамічна модель гідроциклону по приведеному каналу регулювання з урахуванням невизначеності параметрів матиме чотири вхідні змінних ($u_\mu, u_\theta, u_\kappa, u$), чотири вихідні змінні ($y_\mu, y_\theta, y_\kappa, y$) і дві змінні стану (x_1, x_2). У просторі станів модель G_1 гідроциклону прийме вид:

$$G_1 = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

де

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\bar{k}/\bar{\mu} & -\bar{\theta}/\bar{\mu} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -p_\mu & -p_\theta/\bar{\mu} & -p_\kappa/\bar{\mu} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/\bar{\mu} \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -\bar{k}/\bar{\mu} & -\bar{\theta}/\bar{\mu} \\ 0 & \bar{\theta} \\ \bar{k} & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} -p_\mu & -p_\theta/\bar{\mu} & -p_\kappa/\bar{\mu} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 1/\bar{\mu} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = [1 \ 0], \quad D_{21} = [0 \ 0 \ 0], \quad D_{22} = 0.$$

Представимо невизначеність моделі гідроциклону двома блоками, отриманими із застосуванням дробово-лінійного перетворення і підключенням зверху діагонального блоку ($\delta_\mu, \delta_\theta, \delta_\kappa$) [7].

Модель гідроциклону, як одновимірною об'єкта з невизначеними параметрами, запишеться в такий спосіб:

$$y = F_v(G_1, \Delta)u, \quad (17)$$

де Δ – діагональна матриця невизначеностей ($\delta_\mu, \delta_\theta, \delta_\kappa$). Сімейство діаграм Боде для різних значень невизначених параметрів ($\delta_\mu, \delta_\theta, \delta_\kappa$) наведено на рис. 3.

Представлення збагачувальних агрегатів як об'єктів керування може бути отримано за допомогою математичної моделі з невизначеними параметрами.

Для комп'ютерного моделювання процесів збагачення залізорудної сировини використані можливості програмного пакета Grinding Circuit Toolbox v.2001. Розроблену модель використано при порівняльному аналізі синтезованих регуляторів для локальної системи робастного керування гідроциклоном другої стадії подрібнення, що працює в замкнутому циклі з кульовим млином по каналу «тиск на вході – вихід класу – 0,074 мм».

Наступним етапом є обґрунтування критерію і синтез робастного керування об'єктами збагачувального виробництва в умовах нестационарності.

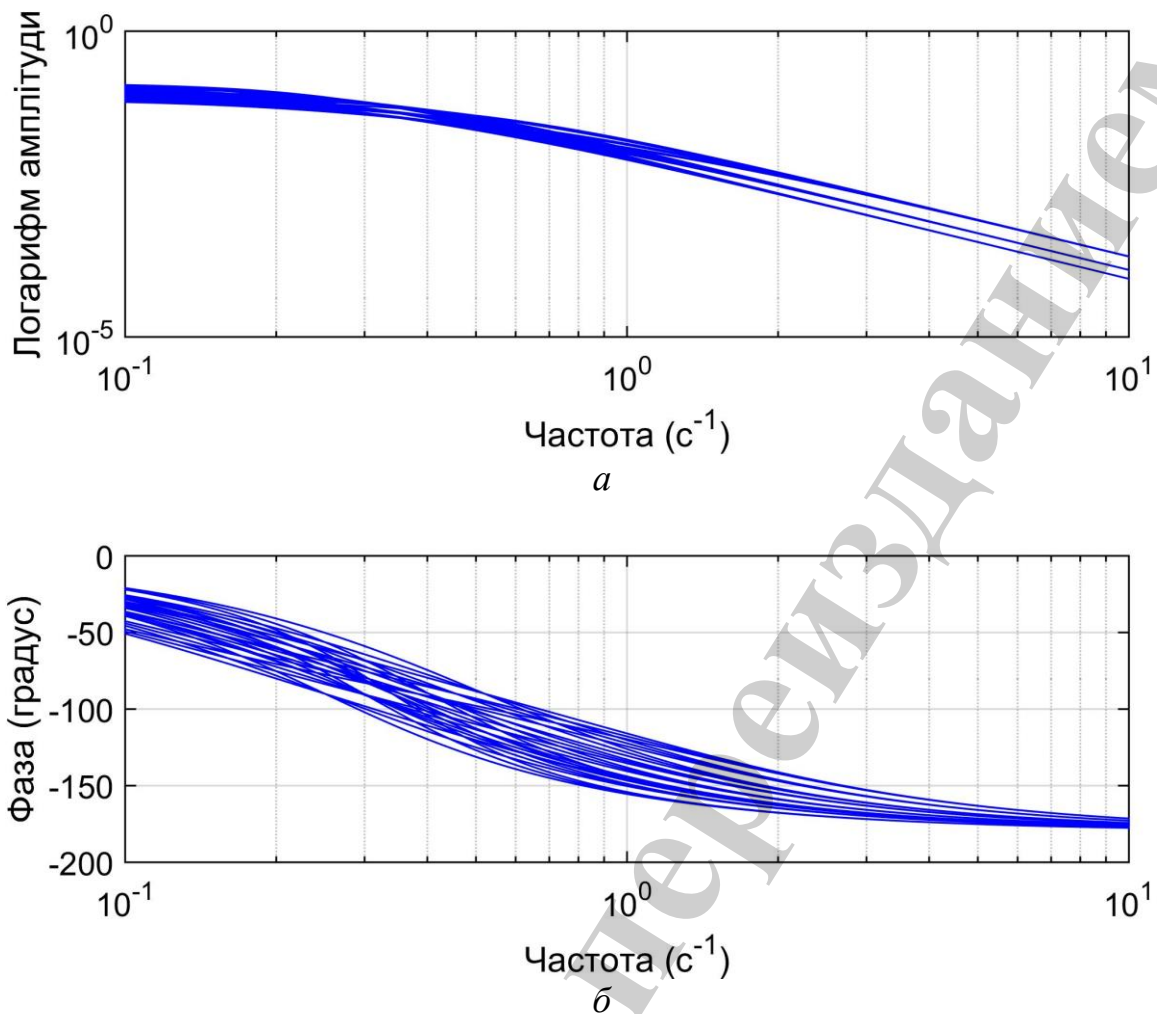


Рис. 3. Діаграма Бодє розімкнутої системи керування гідроциклоном в умовах змінних характеристик руди і стану технологічного обладнання:
a – логарифмічна амплітудо-частотна характеристика;
б – логарифмічна фазо-частотна характеристика

4. 2. Синтез робастного керування з використанням принципів H_∞ -оптимізації змішаної чутливості

Аналіз результатів досліджень робастних систем керування [6–8] дозволяє зробити висновок про доцільність використання в синтезі керування комбінації декількох функцій вартості. Для якісного відстеження сигналу завдання, а також для його обмеження в процесі реалізації керування в умовах мінливих характеристик і масового співвідношення мінералого-технологічних різновидів руди, представлена узагальнена схема системи робастного керування з використанням принципів H_∞ -оптимізації змішаної чутливості.

Завдання змішаної чутливості має такий вигляд:

$$\min_{K_g} \left\| \begin{array}{c} (I+GK)^{-1} \\ K(I+GK)^{-1} \end{array} \right\|_\infty. \quad (18)$$

де G – номінальний об'єкт керування; K – регулятор.

Для розв'язку завдання синтезу зосередженого локального керування окремими агрегатами технологічної лінії збагачення функцію вартості (18) необхідно переписати відповідно до стандартної схеми H_∞ -оптимізації (рис. 4). Для цього було здійснене дробово-лінійне перетворення [7] і групування сигналів у набори.

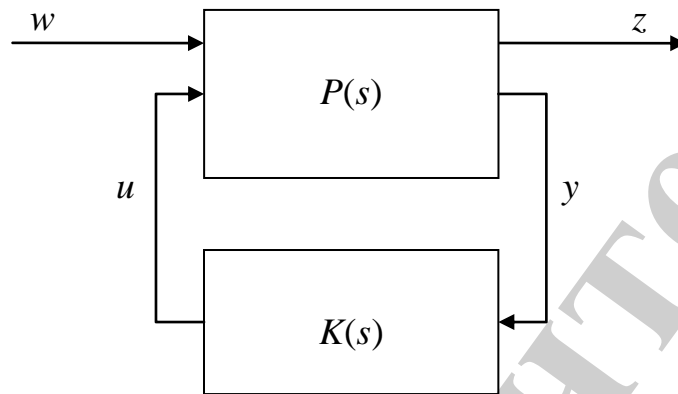


Рис. 4. Стандартна схема робастної системи на основі H_∞ -оптимізації

Завдання полягає в тому, щоб знайти стабілізуючий регулятор K , який мінімізує енергію виходу z , за умови, що енергія w менше або дорівнює 1, тобто в мінімізації H_∞ -норми передавальної функції по каналу $w \rightarrow z$. З урахуванням декомпозиції узагальненого об'єкта P :

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

отримаємо:

$$z = \left[P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \right] w =: F_l(P, K)w, \quad (20)$$

де $F_l(P, K)$ – нижнє дробово-лінійне перетворення P і K .

Отже завдання синтезу локального керування технологічними агрегатами лінії збагачення залізородної сировини формулюється як завдання H_∞ -оптимізації і приймає вид:

$$\min_{K_g} \|F_l(P, K)\|_\infty, \quad (21)$$

де P – узагальнений об'єкт керування; K – регулятор.

Розв'язок даного завдання оптимізації (21) для скалярного випадку описано в роботах [9, 10]. Через відсутність аналітичних формул для розв'язку достатньо знайти такий стабілізуючий регулятор K , при якому H_∞ -норма передавальної функції замкнутого контуру буде менше заданого числа:

$$\|F_L(P,K)\|_\infty < \gamma, \quad (22)$$

де γ – задане додатне число.

Шляхом послідовного зменшення значення γ , починаючи з відносно великого числа, забезпечують знаходження субоптимального розв'язку. Необхідні і достатні умови існування H_∞ -субоптимального розв'язку, а також необхідні обмеження представлені в роботі [11]. У цьому разі регулятори $K(s)$, що задовольняють $\|F_L(P,K)\|_\infty < \gamma$ знаходяться з виразу:

$$K(s) = F_L(M, \Phi), \quad (23)$$

де M – взаємопов'язана передатна матриця; $\Phi(s) \in H_\infty$ і задовольняє умові:

$$\|\Phi(s)\|_\infty < \gamma. \quad (24)$$

Формула центрального ($\Phi(s)=0$) субоптимального регулятора локальної системи керування процесом збагачення руди має такий вигляд у просторі станів:

$$K_o(s) = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}_1 \\ \hat{C}_1 & \hat{D}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BF + \hat{B}_1 \hat{D}_{21}^{-1} \hat{C}_2 & -ZL_2 + \hat{B}_2 \hat{D}_{12}^{-1} \hat{D}_{11} \\ F_2 + \hat{D}_{11} \hat{D}_{21}^{-1} \hat{C}_2 & \hat{D}_{11} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

де F – матриця зворотного зв'язку; L – матриця коефіцієнтів підсилення спостерігача; \hat{D}_{11} , \hat{D}_{12} , \hat{D}_{21} – матриці, отримані за допомогою розкладання Холецького, які відповідно визначаються з виразів:

$$F := -R_n^{-1} (D_r^T C_1 + B^T X) =: \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} =: [F_{11} \quad F_{12} \quad F_2]^T, \quad (26)$$

$$L := -(B_1 D_1^T + Y C^T) R_n^{-1} =: [L_1 \quad L_2 = [L_{11} \quad L_{12} \quad L_2]], \quad (27)$$

$$\hat{B}_2 = Z(B_2 + L_{12}) \hat{D}_{12}, \quad \hat{C}_2 = -\hat{D}_{21} (C_2 + F_{12}), \quad \hat{B}_1 = -ZL_2 + \hat{B}_2 \hat{D}_{12}^{-1} \hat{D}_{11},$$

$$\hat{C}_1 = F_2 + \hat{D}_{11} \hat{D}_{21}^{-1} \hat{C}_2, \quad A = A + BF + \hat{B}_1 \hat{D}_{21}^{-1} \hat{C}_2, \quad Z = (I - \gamma^{-2} YX)^{-1}. \quad (28)$$

За цих обставин згідно зі зробленим вище припущенням [11] система $P(s)$ є нормованою.

Субоптимальний регулятор мінімізує H_∞ -норму матричної передавальної функції $F_L(P,K)$ номінальної замкнутої системи по каналу «збурення – помилка» (« $dist - [e_p \ e_u]^T$ ») на множині стабілізуючих регуляторів K . Для цього необхідно отримати з моделі відповідну матричну передавальну функцію P .

Інтервал зміни γ обрано між 0,1 і 10 з допуском 0,001. Розрахунковим шляхом отримана матрична передавальна функція замкнутої системи по каналу

«збурення–помилка». У результаті 15 ітерацій був отриманий регулятор 6-го порядку.

Перевірка робастної стійкості і робастної якості була виконана з використанням μ -аналізу, що дозволило визначити верхню та нижню границю сингулярного значення. Аналіз частотних характеристик верхньої і нижньої μ -границь (рис. 5) дозволяє зробити висновок, що замкнута система з розрахованим субоптимальним регулятором є робастно стійкою. Максимальне значення структурного сингулярного числа μ становить 0,4057, це означає допустимість у системі структурованих збурень із нормою, що не перевищує $1/0,4057=2,4649$, тобто система зберігає стабільність для всіх Δ таких, що $\|\Delta\|_{\infty} < 2,4649$. Слід зазначити, що виходячи з границі H_{∞} -норми, яка перевищує значення 1 на інтервалі частот порядку $[0,05;10] \text{ c}^{-1}$, робастна стійкість не зберігається для випадку неструктурованої невизначеності.

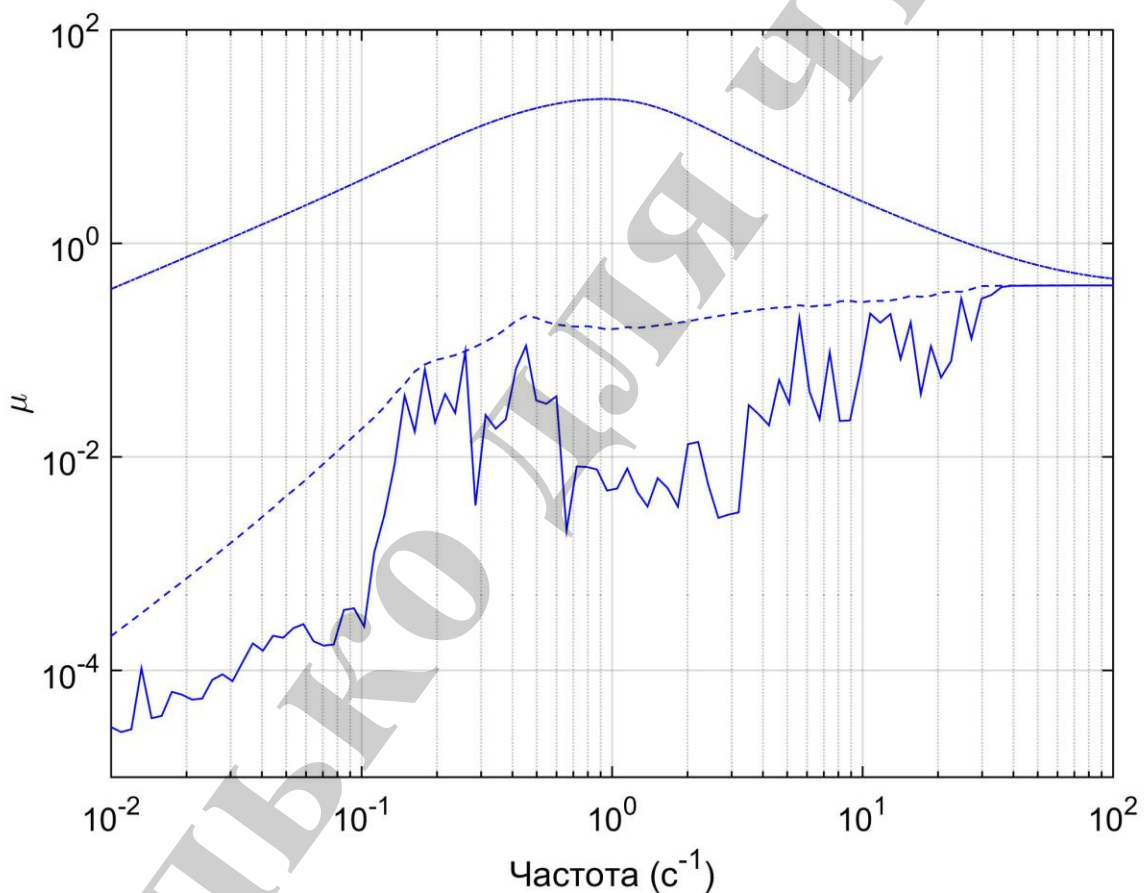


Рис. 5. Робастна стійкість локальної системи керування гідроциклоном другої стадії подрібнення: «—» — верхня границя; «- - -» — нижня границя; «- · - · -» — границя H_{∞} -норми

Розглянемо результати оцінки робастної якості керування в замкнутій системі із субоптимальним регулятором. Із чотирьох входів і п'яти виходів замкнutoї системи перші три входи-виходи відповідають трьом каналам невизначеності Δ . Отже, для здійснення μ -аналізу робастної якості в схему аналізованої

системи необхідно включити блок невизначеностей Δ (3×3) і блок якості (1×2) [7]:

$$\Delta_p := \left\{ \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_F \end{bmatrix} : \Delta \in R^{3 \times 3}, \Delta_F \in C^{1 \times 2} \right\}, \quad (29)$$

де Δ – блок невизначеностей, розмірністю 3×3 ; Δ_F – блок якості, розмірність якого становить 1×2 .

Ознакою досягнення робастної якості є виконання умови строгого не перевищення $\mu(\cdot)$ значення одиниці на всьому діапазоні частот.

Згідно з отриманими результатами (рис. 6) система керування з розробленим регулятором не задовольняє критерію робастної якості, оскільки максимальне значення μ -функції дорівнює 1,711.

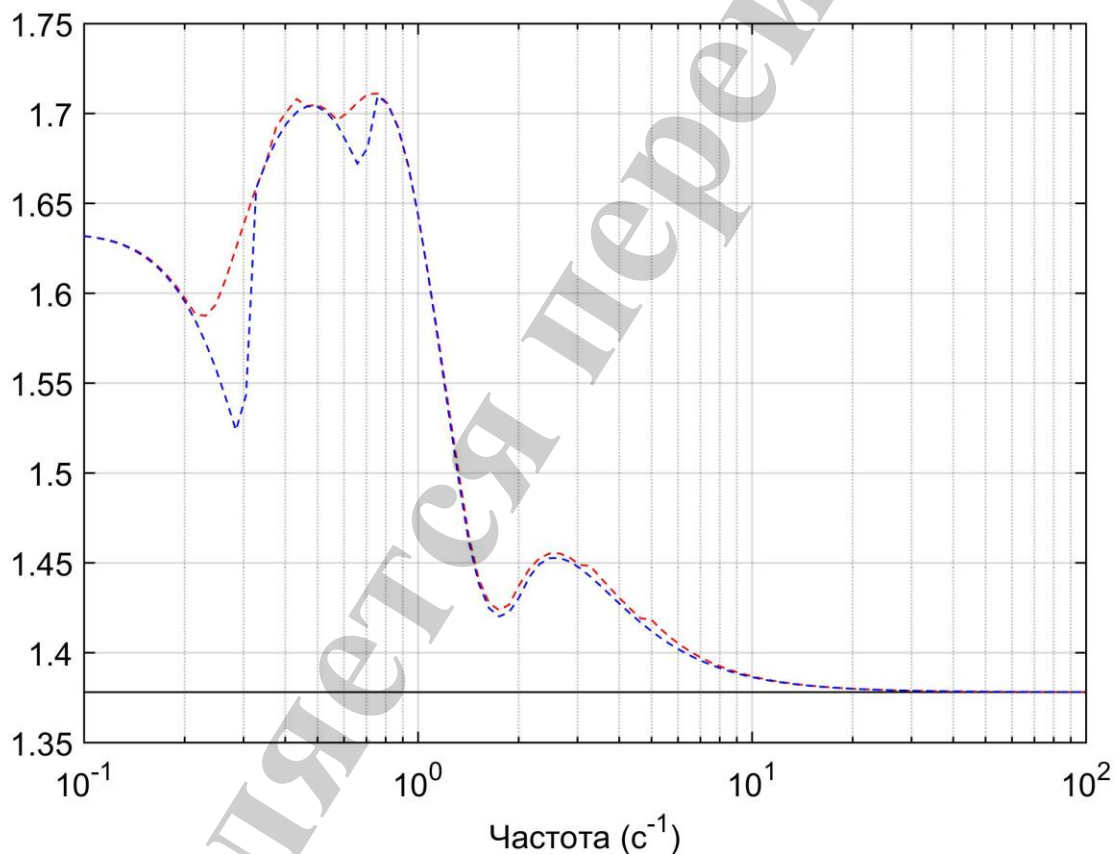


Рис. 6. Робастна якість системи керування з регулятором:
 «—» – номінальна якість; «- -» – робастна якість

Отже, необхідно обмежити норму $\|\Delta\|_{\infty} \leq (1/1,711)$ для того щоб функція якості задовольняла обмеженню:

$$\left\| \begin{bmatrix} W_p (I + F_v(G, \Delta_C)K)^{-1} \\ W_u K (I + F_v(G, \Delta_C)K)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \leq 1, \quad (30)$$

де W_p , W_u – вагові функції; $F_v(G, \Delta_G)$ – модель об'єкта керування з урахуванням невизначеності; G_1 – номінальний об'єкт керування; Δ_G – діагональна матриця, що враховує невизначеність об'єкта керування.

Таким чином, для розв'язання задачі синтезу робастного керування збагачувальними агрегатами необхідно виконати дослідження альтернативних методів.

4. 3. Синтез робастного керування шляхом формування контуру керування за допомогою методу H_∞

Розглянемо процес формування контуру (ФК) керування за допомогою методу H_∞ [7]. Відповідно до даного методу в контур розімкнутої системи керування включаються спеціальні вагові блоки (рис. 7), які забезпечують якість «зваженої» замкнутої системи керування. Після цього здійснюється синтез робастного регулятора, що забезпечує стійкість системи.

За допомогою включення в контур керування прекомпенсатора W_1 і посткомпенсатора W_2 сингулярне значення номінального об'єкта керування G змінюється до бажаної форми.

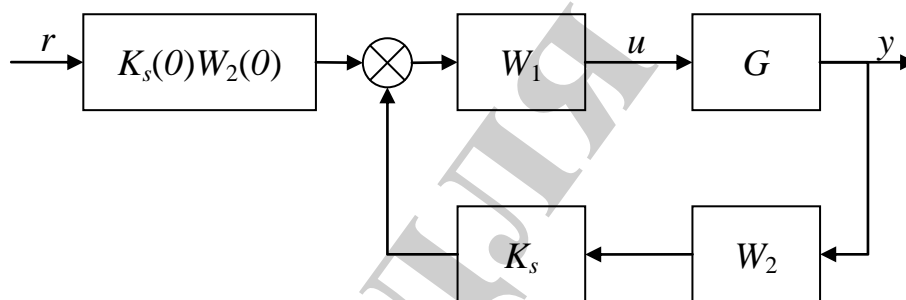


Рис. 7. Контур керування одновимірної системи з одним ступенем свободи

Як правило, найменше сингулярне значення зваженої системи повинно бути більшим у низькочастотному діапазоні для досягнення високої якості керування. Водночас найбільше сингулярне значення у високочастотному діапазоні повинно бути малим у діапазоні високих частот. Також, нахил сингулярних значень поблизу смуги пропускання не повинний бути занадто крутим. У результаті модель зваженої системи G_s не містить прихованих нестабільних режимів і має вигляд:

$$G_s = W_2 G W_1, \quad (31)$$

де W_1 і W_2 – передатні функції прекомпенсатора і посткомпенсатора відповідно.

Регулятор зворотного зв'язку K_s синтезується так, щоб забезпечувати робастну стійкість нормалізованою лівою взаємно простою факторизацією матриці G_s , з запасом стійкості ε . Остаточний вигляд регулятора зворотного зв'язку K_f , отриманого з H_∞ регулятора K_s з ваговими функціями W_1 і W_2 має вигляд:

$$K_f = W_1 K_s W_2, \quad (32)$$

де K_s – H_∞ -регулятор зворотного зв'язку.

Оскільки сигнал завдання поступає у контур системи керування між блоками K_s і W_1 у схему необхідно включити пропорційну ланку $K_s(0)W_2(0)$, яка визначається виразом:

$$K_s(0)W_2(0) = \lim_{s \rightarrow 0} K_s(s)W_2(s). \quad (33)$$

Передавальна функція замкнутої системи керування гідроциклоном другої стадії по каналу «завдання – вихід» (r – y) має вигляд:

$$Y = [I - G(s)K_f(s)]^{-1} I - G(0)W_2(0)R(s), \quad (34)$$

де K_f – регулятор зворотного зв'язку.

У результаті розрахунків була отримана наступна матриця регулятора K_{lsh} , 6-го порядку, що забезпечує запас стійкості $\epsilon_{\max} = 0,4953$.

Функції робастної якості замкнутої системи керування з регулятором K_{lsh} та частотні характеристики верхньої і нижньої μ -границь представлено на рис. 8.

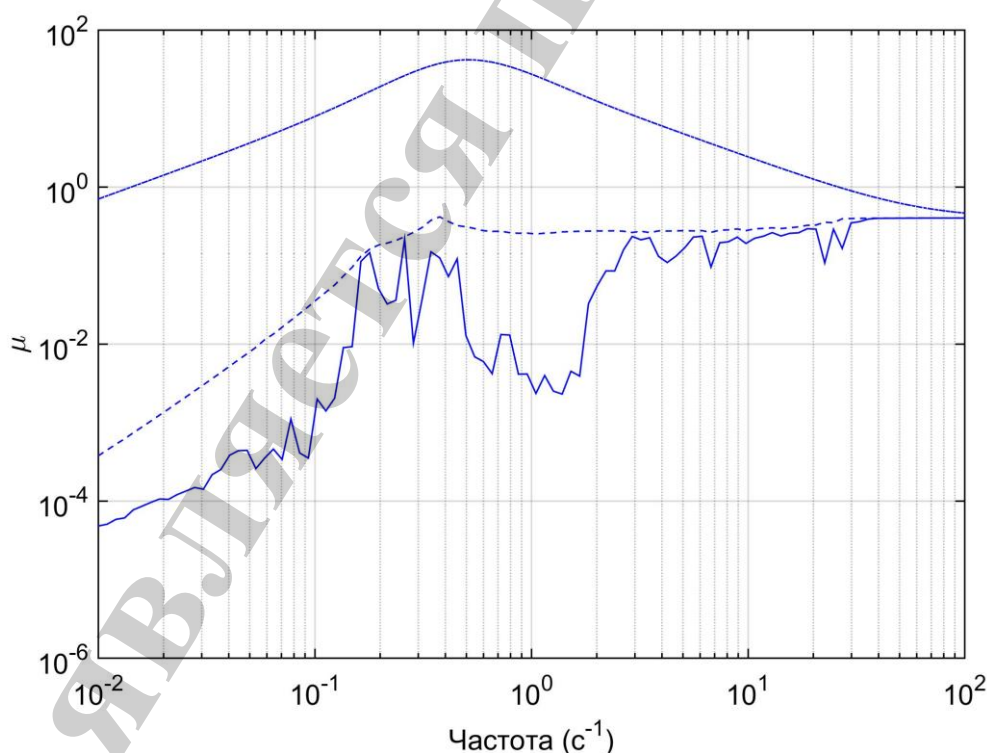


Рис. 8. Робастна якість системи керування гідроциклоном другої стадії
 подрібнення: «—» – верхня границя; «- - -» – нижня границя;
 «- · - · -» – границя H_∞ -норми

На підставі отриманих результатів можна зробити висновок, що замкнута система з розрахованим субоптимальним регулятором є робастно стійкою. Максимальне значення μ становить 0,4176, що означає допустимість у системі структурованих збурень із нормою, що не перевищує $1/0,4176=2,3946$, тобто система зберігає стабільність для всіх Δ таких, що $\|\Delta\|_\infty < 2,3946$.

4. 4. Синтез робастного керування за допомогою μ -синтезу на основі алгоритму D – K ітерацій

При дослідженні μ -синтезу на основі алгоритму D – K ітерацій для формування керування основними технологічними агрегатами лінії збагачення прийнято припущення про те, що блок Δ_p матричної передавальної функції розімкнutoї системи $P(s)$ має вигляд [7]:

$$\Delta_p := \left\{ \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_p \end{bmatrix} : \Delta \in R^{3 \times 3}, \Delta_p \in C^{1 \times 2} \right\}, \quad (35)$$

де Δ , Δ_p – блоки невизначеності.

Перший блок невизначеності Δ структурованої матриці (35) є діагональним і відповідає невизначеності, що використовується при моделюванні технологічного збагачувального обладнання. Другий блок Δ_p є блоком невизначеності, що вводиться для представлення вимог до якості керування в рамках μ -підходу [7, 12, 13].

Наступне завдання оптимізації формується таким чином, щоб мінімізувати верхню границю значень μ , що у свою чергу зменшує максимальне значення μ [7]:

$$\min_K \min_{D_i(s), D_r(s)} \|D_i(s) F_L(P, K) D_r^{-1}(s)\|_\infty, \quad (36)$$

де

$$D_i(s) = \begin{bmatrix} d_1(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4(s) I_2 \end{bmatrix},$$

$$D_r(s) = \begin{bmatrix} d_1(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4(s) \end{bmatrix},$$

де $d_1(s)$, $d_2(s)$, $d_3(s)$, $d_4(s)$ – масштабуючі передавальні функції.

Метою μ -синтезу є пошук мінімального значення цільової функції і формування регулятора K , який дозволив би досягти досить близького до оптимального рівня якості керування. Тобто регулятор K повинен бути таким, щоб для кожної частоти $\omega \in [0, \infty]$ структуроване сингулярне значення задовольняло умові:

$$\mu_{\Delta_p}[F_L(P,K)(j\omega)] < 1, \quad (37)$$

що забезпечує виконання умови (30).

У результаті розв'язку завдання оптимізації отримано регулятор K_{μ} , 16-го порядку. Графіки частотних характеристик верхньої і нижньої μ -границь представлені на рис. 9.

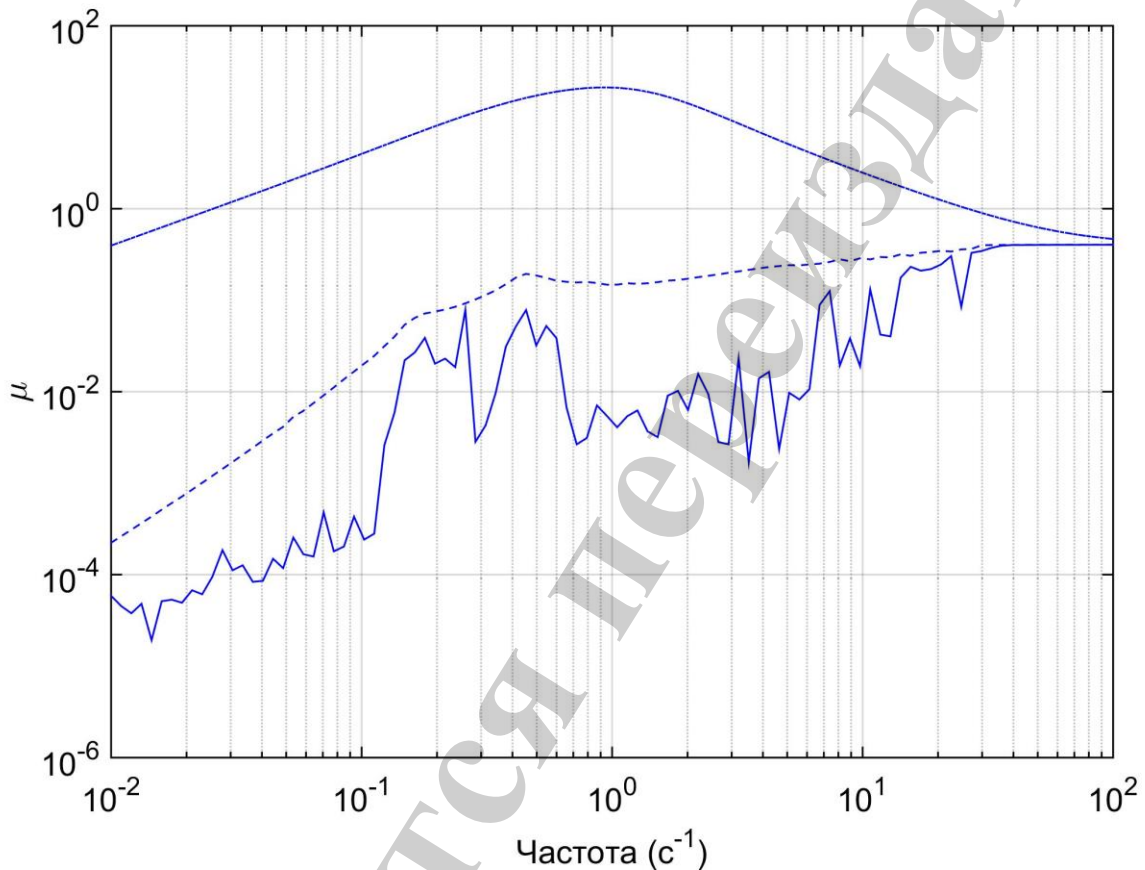


Рис. 9. Робастна стійкість системи керування технологічним агрегатом з регулятором: «—» — верхня границя; «- - -» — нижня границя; «- · - · -» — границя H_{∞} -норми

На підставі отриманих результатів можна зробити висновок, що замкнута система з розрахованим регулятором є робастно стійкою.

6. Обговорення результатів дослідження методів оптимального робастного керування об'єктами збагачувального виробництва

Розглянемо частотні характеристики систем з регуляторами, побудованими з використанням методів субоптимальної H_{∞} -оптимізації, формування контуру і μ -синтезу. Аналіз частотних характеристик (рис. 10) показує, що H_{∞} -регулятор і μ -регулятор характеризуються більшим посиленням в порівнянні із ФК-регулятором, починаючи з частоти 10 c^{-1} і вище.

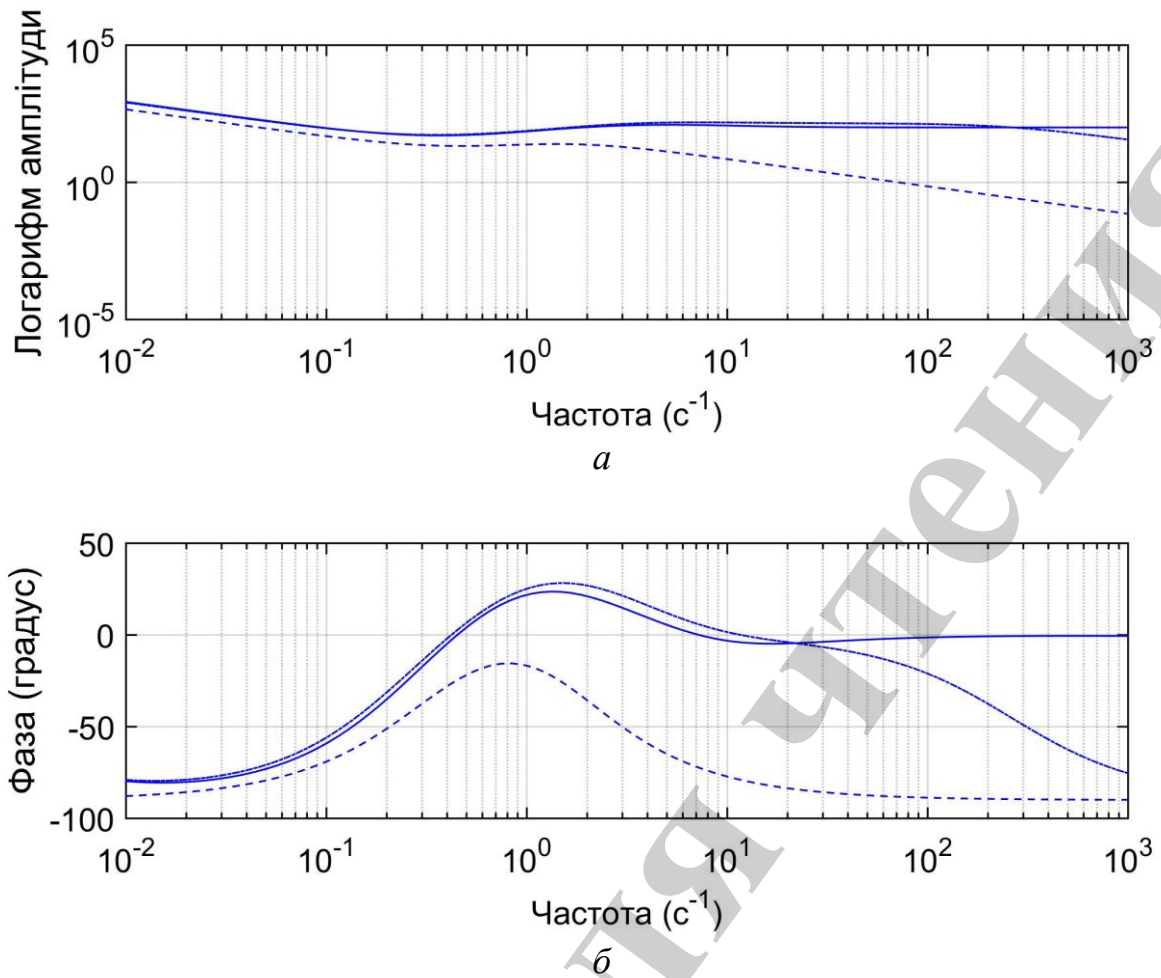


Рис. 10. Діаграма Бодє регуляторів: «—» – H_{∞} -регулятора; «- - -» – ФК-регулятора; «- · - · -» – μ -регулятора: a – логарифмічна амплітудо-частотна характеристика; b – логарифмічна фазо-частотна характеристика

Починаючи з частоти $0,2 \text{ c}^{-1}$, зсув фаз у системах з H_{∞} -регулятором і μ -регулятором починає суттєво перевищувати аналогічне значення для системи з ФК-регулятором. Водночас, починаючи з частоти 30 c^{-1} зсув фаз у системі з μ -регулятором зменшується, наближаючись до фазово-частотної характеристики системи з ФК-регулятором.

Результати розрахунків робастної стійкості представлені на рис. 11. Найбільшою робастною стійкістю характеризуються системи керування з H_{∞} -регулятором і з μ -регулятором.

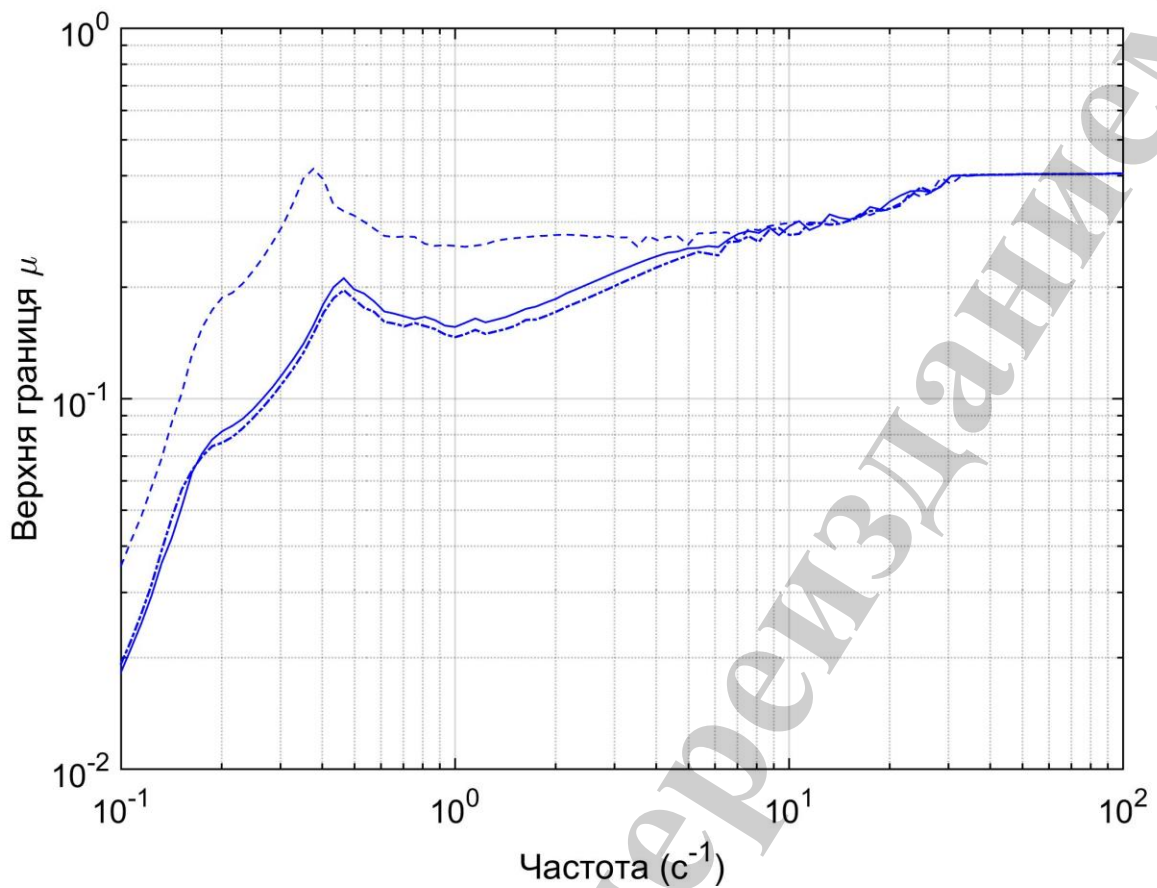


Рис. 11. Робастна стійкість систем керування: «—» — з H_∞ -регулятором;
«- - -» — з ФК-регулятором; «- · - · -» — з μ -регулятором

Результати розрахунків номінальної якості замкнутих систем керування представлені на рис. 12. Найкращі результати отримані при використанні в системах керування H_∞ -регулятора і μ -регулятора.

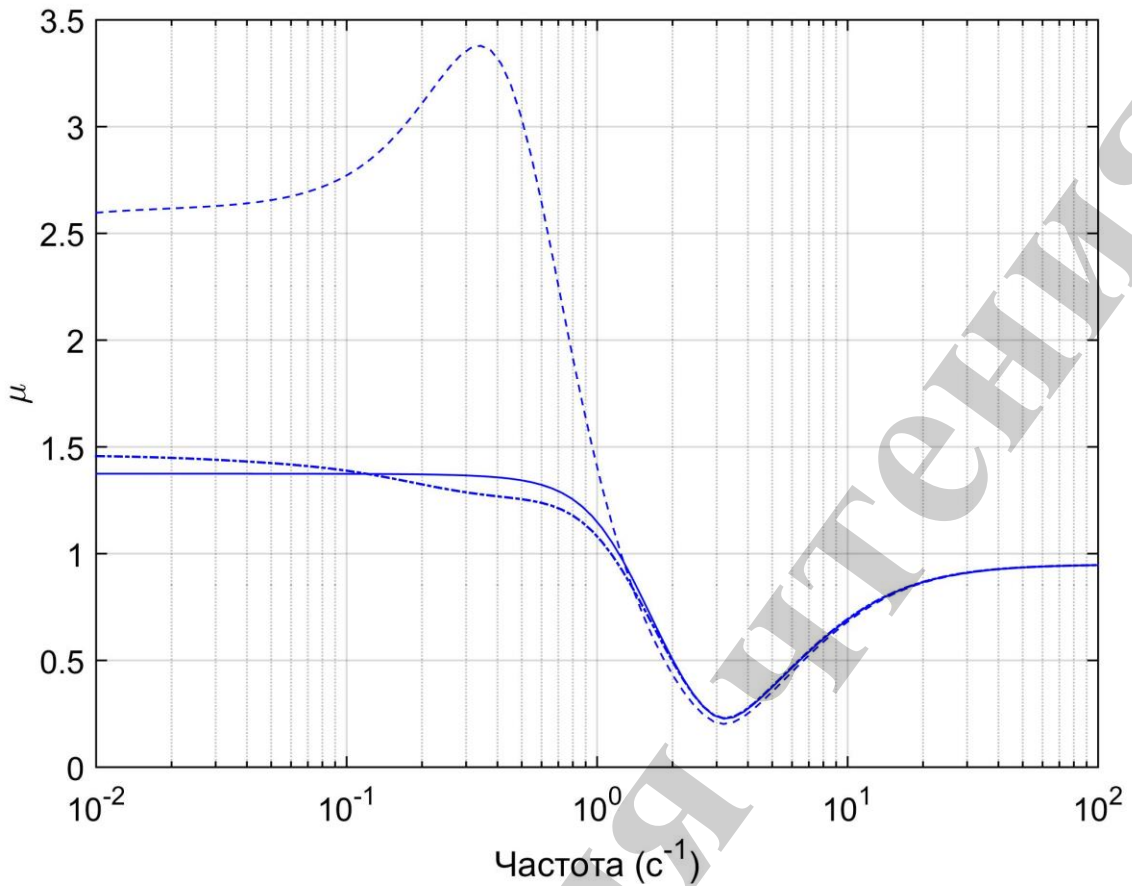


Рис. 12. Номінальна якість замкнутих систем керування:
 «—» — з H_{∞} -регулятором; «- -» — з ФК-регулятором;
 «- · - ·» — з μ -регулятором

Графіки показників робастної якості замкнутих систем керування представлені на рис. 13. Найкращі результати в цьому разі отримані при використанні в системах керування H_{∞} -регулятора і μ -регулятора.

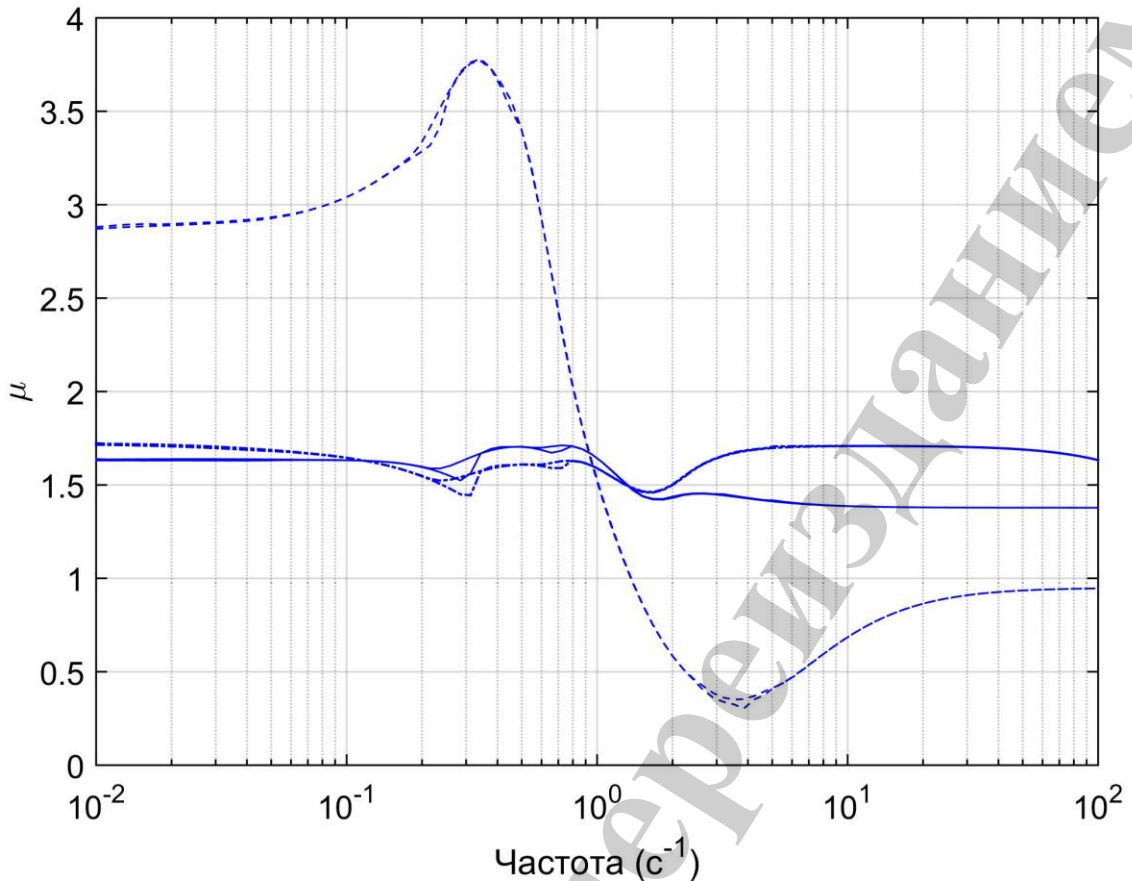


Рис. 13. Робастна якість замкнутих систем керування:
 «—» — з H_∞ -регулятором; «- -» — з ФК-регулятором;
 «- · - ·» — з μ -регулятором

Усі три розглянутих типів регуляторів забезпечують гарантовану стійкість замкнутої системи по відношенню до параметричних збурень, які включені в діагональну матрицю невизначеностей, розмірністю (3×3) . Однак якість керування за цих обставин варіюється в значних межах.

Результати розрахунків показників якості систем керування в найгіршому разі представлені на рис. 14. Приблизно однакові темпи погіршення якості керування продемонстрували системи з H_∞ -регулятором і з μ -регулятором, показавши водночас значно кращі результати в порівнянні з ФК-регулятором.

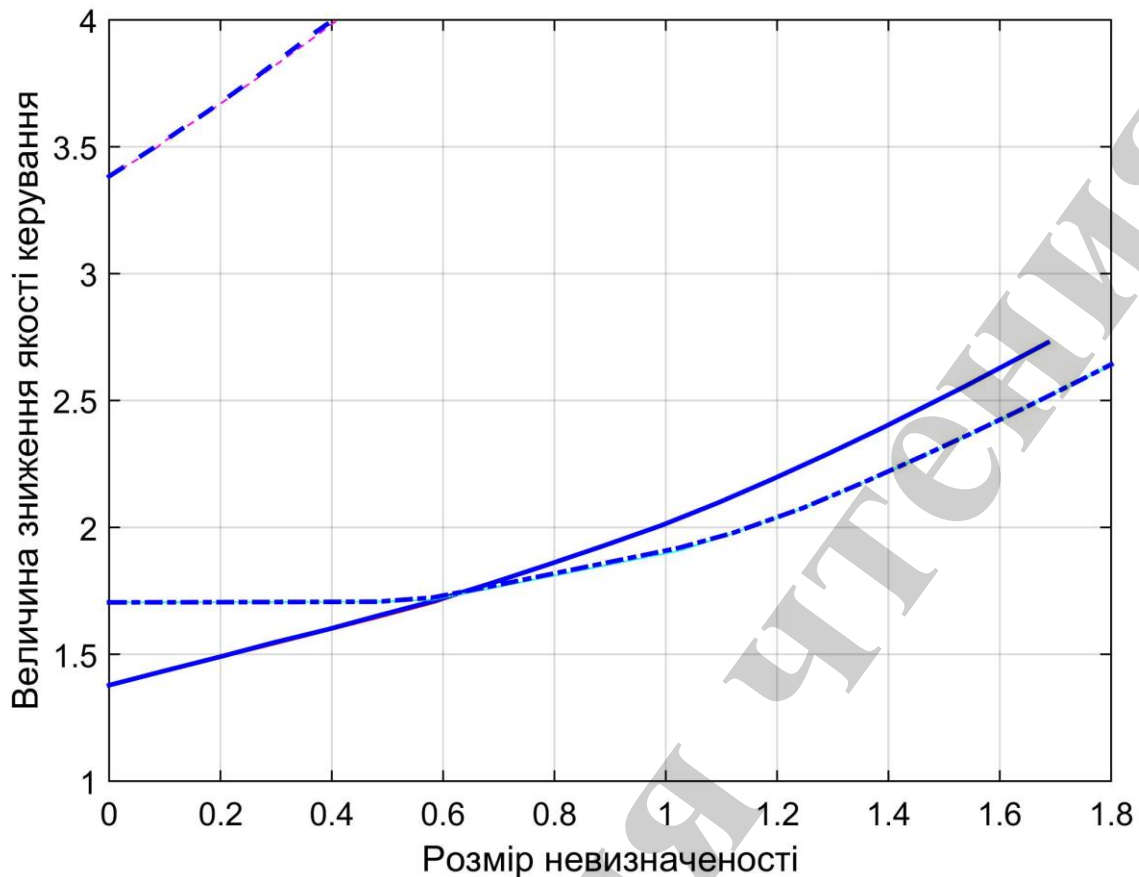


Рис. 14. Якість замкнутих систем керування при рості невизначеності:
 «—» — з H_∞ -регулятором; «---» — з ФК-регулятором;
 «-·-·-» — з μ -регулятором

Найкращі результати були отримані з використанням у системах керування μ -регулятора. Для практичного застосування порядок μ -регулятора, який є регулятором 16-го порядку знижений за допомогою алгоритмів редукції. У результаті апроксимації із застосуванням Ганкелевої норми регулятор 16-го порядку був знижений до 4-го порядку (рис. 15).

Частотні характеристики регулятора 4-го порядку, представлені на рис. 15, повторюють частотні характеристики базового регулятора 16-го порядку зі середньоквадратичною помилкою 0,027. Це дозволяє використовувати отриманий регулятор при побудові локальних систем керування розподілом корисного компонента по гранулометричній характеристиці руди, що переробляється, в процесі збагачення.

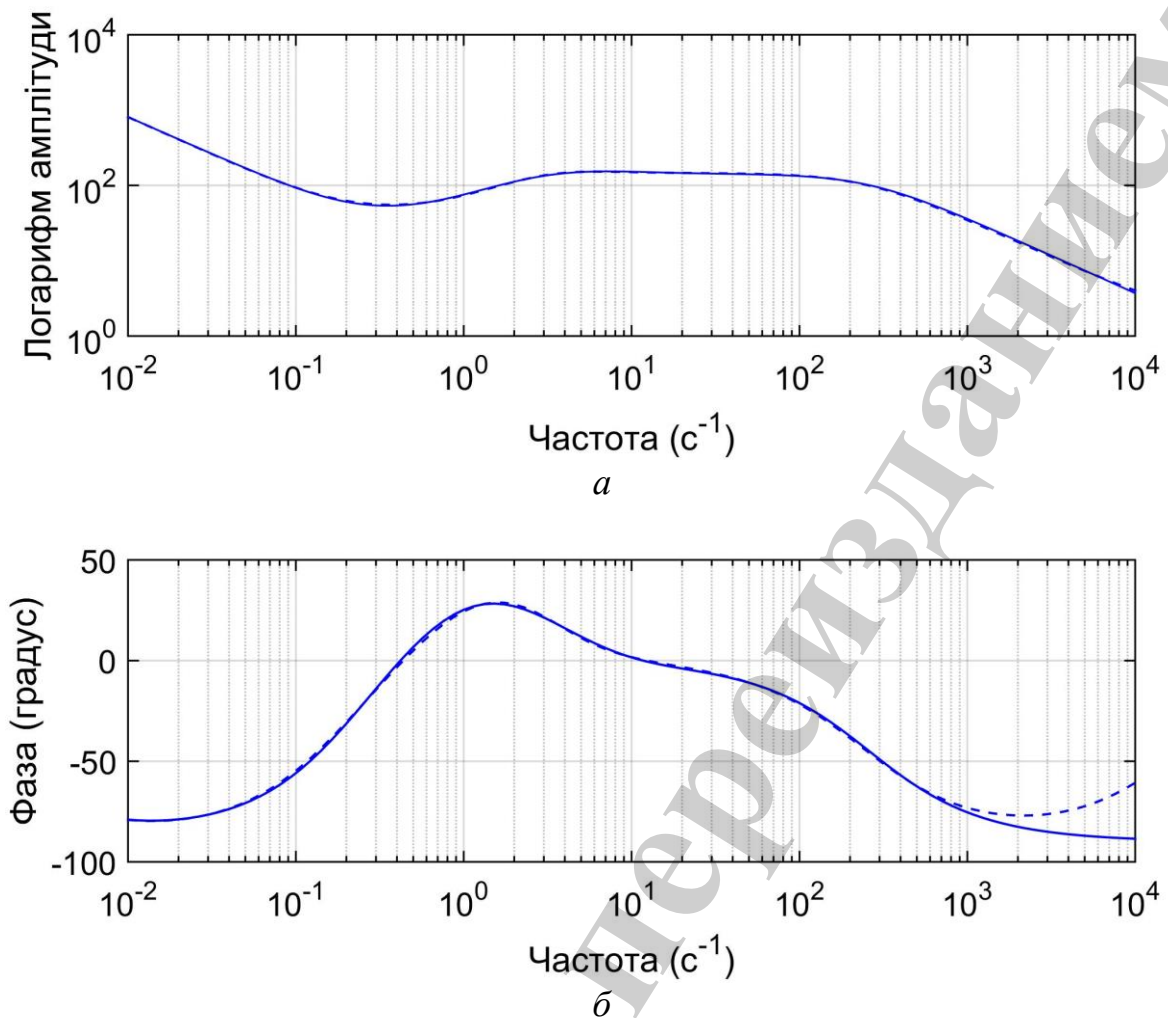


Рис. 15. Діаграма Бодє μ -регулятора: «—» – базовий регулятор 16-го порядку; «- - -» – отриманий регулятор 4-го порядку: *a* – логарифмічна амплітудо-частотна характеристика; *б* – логарифмічна фазо-частотна характеристика

7. Висновки

1. Обґрунтовано, що для керування технологічними агрегатами збагачувального виробництва в умовах невизначеності параметрів доцільно використовувати методи робастного керування з поданням невизначеності у вигляді підключеного зверху діагонального блоку.

2. Досліджено робастну стійкість систем керування збагачувальними агрегатами з H_∞ -субоптимальним регулятором. Максимальне значення структурного сингулярного числа μ становить 0,4057, що означає допустимість у системі структурованих збурень Δ з нормою $\|\Delta\|_\infty < 2,4649$. Досліджено робастну стійкість систем з регулятором, синтезованим із застосуванням H_∞ методу формування контуру. Максимальне значення структурного сингулярного числа становить $\mu = 0,4176$, що означає допустимість у системі структурованих збурень з нормою $\|\Delta\|_\infty < 2,3946$.

3. Виконано аналіз результатів дослідження показників якості керувань, сформованих на основі H_∞ -регулятора, ФК-регулятора і μ -регулятора в перехідних режимах. Найкращим підходом є застосування μ -регулятора, який забезпечує мінімальне значення перерегулювання 2 %.

4. На основі аналізу результатів дослідження номінальної і робастної якості керувань, сформованих на основі H_∞ -регулятора, ФК-регулятора і μ -регулятора встановлено, що для керування процесами збагачення залізородної сировини найбільш доцільним є використання μ -регулятора. Для зниження порядку якого до 4-го виконана апроксимація з застосуванням Ганкелевої норми. За такої умови середньоквадратична помилка відносно базового регулятора становить 0,027.

Литература

1. Марюта А. Н., Качан Ю. Г., Бунько В. А. Автоматическое управление технологическими процессами обогатительных фабрик. М.: Недра, 1983. 277 с.
2. Methods of modeling and optimization of work effects for chosen mineral processing systems / Tumidajski T., Saramak D., Foszcz D., Niedoba T. // Acta Montanistica Slovaca. 2005. Vol. 10, Issue 1. P. 115–120.
3. Нестеров Г. С. Технологическая оптимизация обогатительных фабрик. М.: Недра, 1976. 120 с.
4. Троп А. Е., Козин В. З., Прокофьев Е. В. Автоматическое управление технологическими процессами обогатительных фабрик. М.: Недра, 1986. 303 с.
5. Жукова Н. В., Пониткова Г. В. Синтез робастного регулятора системы автоматического сопровождения цели по дальности для радиолокационной станции // Наукові праці Донецького національного технічного університету. 2010. Вип. 14. С. 5–10.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 3. Синтез регуляторов систем автоматического управления: учеб. / под ред. Пупкова К. А., Егупова Н. Д. 2-е изд., перераб. и доп. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 616 с.
7. Gu D.-W., Petkov P. H., Konstantinov M. M. Robust Control Design with MATLAB. London: Springer-Verlag Limited, 2005. 403 p. doi: 10.1007/b135806
8. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
9. Zhou K., Doyle J. C., Glover K. Robust and Optimal Control. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995. 596 p.
10. Gu D.-W., Postlethwaite I., Tsai M.-C. H_∞ Super-Optimal Solutions // Control and Dynamic Systems. 1992. P. 183–246. doi: 10.1016/b978-0-12-012751-1.50011-2
11. Glover K., Doyle J. C. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to relations to risk sensitivity //

Systems & Control Letters. 1988. Vol. 11, Issue 3. P. 167–172. doi: 10.1016/0167-6911(88)90055-2

12. Yang N., McCalley J. D. μ -analysis and synthesis for the uncertainties in static load modeling // Electric Power Systems Research. 2000. Vol. 56, Issue 1. P. 17–25. doi: 10.1016/s0378-7796(00)00079-1

13. Morkun V., Morkun N., Tron V. Formalization and frequency analysis of robust control of ore beneficiation technological processes under parametric // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Issue 5. P. 7–11.

14. Metal deposits combined development experience / Golik V., Komashchenko V., Morkun V., Burdzieva O. // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Issue 6. P. 591–594.

15. Morkun V., Morkun N., Tron V. Identification of control systems for ore-processing industry aggregates based on nonparametric kernel estimators // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Issue 1. P. 14–17.

16. Kupin A. Neural Identification of Technological Process of Iron Ore Beneficiation // 2007 4th IEEE Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications. 2007. doi: 10.1109/idaacs.2007.4488409

17. Kupin A. Research of properties of conditionality of task to optimization of processes of concentrating technology is on the basis of application of neural networks // Metallurgical and Mining Industry. 2014. Issue 4. P. 51–55.

18. Morkun V., Morkun N., Tron V. Model synthesis of nonlinear nonstationary dynamical systems in concentrating production using Volterra kernel transformation // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Issue 10. P. 6–9.

19. Morkun V., Tron V. Ore preparation multi-criteria energy-efficient automated control with considering the ecological and economic factors // Metallurgical and Mining Industry. 2014. Issue 5. P. 4–7.

20. Development of a system to control the motion of electric transport under conditions of iron-ore mines / Sinchuk O., Kozakevich I., Fedotov V., Somochkyn A., Serebrenikov V. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 3, Issue 2 (87). P. 39–47. doi: 10.15587/1729-4061.2017.103716

21. Morkun V., Morkun N., Tron V. Distributed control of ore beneficiation interrelated processes under parametric uncertainty // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Issue 8. P. 18–21.

22. Morkun V., Morkun N., Tron V. Distributed closed-loop control formation for technological line of iron ore raw materials beneficiation // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Issue 7. P. 16–19.

23. Morkun V., Morkun N., Pikilnyak A. Adaptive control system of ore beneficiation process based on Kaczmarz projection algorithm // Metallurgical and Mining Industry. 2015. Issue 2. P. 35–38.

24. Sinchuk O., Kozakevich I., Yurchenko N. Sensorless control of switched reluctance motors of traction electromechanical systems // Technical Electrodynamics. 2017. Issue 5. P. 62–66.

25. Coetzee L. C., Craig I. K., Kerrigan E. C. Robust Nonlinear Model Predictive Control of a Run-of-Mine Ore Milling Circuit // IEEE Transactions on

Control Systems Technology. 2010. Vol. 18, Issue 1. P. 222–229. doi: 10.1109/tcst.2009.2014641

26. Robust Active Chatter Control in the High-Speed Milling Process / Van Dijk N. J. M., Van de Wouw N., Doppenberg E. J. J., Oosterling H. A. J., Nijmeijer H. // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2012. Vol. 20, Issue 4. P. 901–917. doi: 10.1109/tcst.2011.2157160

27. Rober S. J., Shin Y. C., Nwokah O. D. I. A Digital Robust Controller for Cutting Force Control in the End Milling Process // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 1997. Vol. 119, Issue 2. P. 146. doi: 10.1115/1.2801226

Только для чтения