УДК 514.18
DOI: 10.15587/1729-4061.2017.114269

Геометричне моделювання інерційного розкриття багатоланкового маятника у невагомості

Л. М. Куценко, О. В. Шоман, О. М. Семків, Л. Л. Запольський, І. Ю. Адашевська, В. Я. Даниленко, В. В. Семенова-Куліш, Д. Ю. Бородін, Я. П. Легета

Досліджено геометричну модель розкриття каркасу орбітального об'єкта як процесу коливання багатоланкового маятника в умовах невагомості. Коливання виникають завдяки впливу імпульсу реактивного двигуна на прикінцевий вузол елементів маятника. Опис інерційного розкриття маятника виконано за допомогою рівняння Лагранжа другого роду. Результати доцільно використати при проектуванні розкриття великогабаритних конструкцій в умовах невагомості, наприклад, каркасів для сонячних дзеркал.

Ключові слова: багатоланковий маятник, великомасштабна конструкція, розкриття у космосі, дзеркало у космосі, рівняння Лагранжа другого роду.

1. Вступ

Розвиток космічних технологій у провідних країнах світу сприятиме створенню великогабаритних конструкцій [1], адже для використання практично нескінченних запасів сонячної енергії доцільно застосовувати потужні сонячні електростанції, сонячні концентратори і дзеркала космічного базування. Один з перспективних напрямків розвитку великогабаритних позаземних конструкцій пов'язаний зі створенням дзеркал для освітлення районів Землі вночі відбитим з орбіти сонячним світлом. Освітлення населених пунктів вночі з космосу дозволить вивільнити електричні потужності, застосовуваних для освітлення вулиць і приміщень і використання для інших потреб без додаткового будівництва нових електростанцій.

Засновник космічної сонячної енергетики вказував [2], що для рентабельного використання космічних конструкцій необхідно створювати корисні площі дзеркал порядку декількох гектарів. Наприклад, для освітлення відбитими сонячними променями у нічний час одного міста необхідне дзеркало площею понад 12 квадратних кілометрів. Гектарами вимірюється і площа так званого сонячного паруса, який розглядається як можливий рушій при космічних перельотах у майбутньому. Ще слід згадати, що існують проекти створення масштабних космічних споруд і сонячних батарей різних конструкцій [3].

Зрозуміло, що великогабаритні конструкції повинні транспортуватися на орбіту у складеному вигляді, а потім розкриватися, набуваючи запланованої конструктором форми. Керування розкриттям великогабаритних конструкцій у просторі є складною науково-технічною задачею механіки, яка не має аналогів у наземній техніці.

No eprint

Створення великогабаритних конструкцій, що трансформуються у космосі, пов’язано з рішенням ряду проблем техніки і механіки, обумовлених унікальністю об'єктів. Характерною рисою для них є поєднання суперечливих вимог стосовно суттєвого збільшення габаритних розмірів і забезпечення достатньої жорсткості при досить обмеженій масі силового каркаса. Як правило, подібні конструкції мають вигляд комбінації стержнів (ферми), що трансформується, з «натягнутим» на них спеціальним полотном, яке, власне, і формує відбивальну поверхню. Розташування стержнів може бути самим різноманітним, але коли мова йде про плоску поверхню дзеркала, то розташування мають вигляд простих геометричних фігур – трикутників, чотирикутників, шестикутників, тощо.

У 1788 році Лагранж застосував варіаційний принцип до розрахунку механічних конструкцій з урахуванням кінематичних зв'язків, використовуючи поняття кінетичної й потенціальної енергії механічної системи. У результаті Лагранж одержав універсальний підхід для опису руху будь-якої механічної системи у вигляді рівнянь руху, відомих як рівняння Лагранжа другого роду. У роботі [4] досліджено можливість застосування рівнянь Лагранжа другого роду за умови невагомості (тобто у разі відсутності сили тяжіння), і, як наслідок, «нульової» потенціальної енергії механічної системи. Тому цікавим буде питання реалізації такого підходу на практиці при розрахунках технології розкриття космічних конструкцій у вигляді багатоланкового маятника.

Таким чином, доцільними будуть дослідження способу розкриття у невагомості великогабаритних конструкцій, основу яких складатимуть стержні, поєднані подібно багатоланковому маятнику. На орбіту комплект стержнів доставляється у складеному вигляді (касети), після чого слід виконати операцію розкриття стержнів для надання їм робочої форми. Пропонується здійснювати зазначену операцію за допомогою інерційного способу, застосовуючи до розрахунку стержневих конструкцій Лагранжеву динаміку багатоланкових маятників.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Для обґрунтування вибору конструктивних параметрів елементів системи розкриття й підтвердження надійності цього процесу потрібне проведення детального математичного моделювання з використанням ефективної математичної моделі. Для побудови рівнянь руху і розв’язків можуть бути використані різні методи, деякі з них представлені в роботі [5]. Але в цих схемах застосовуються елементи з пружинами, тому вони мають обмеження на розміри ланок розкриття.

В роботі [6] розглянуто застосування методу окремих тіл для моделювання багатоелементних рухомих конструкцій космічних апаратів. Метод модифікований для плоскої системи ланок. На прикладі механічної системи розкриття стержнів панелі сонячних батарей сформовані необхідні для застосування використовуваного методу матриці кінематичних зв'язків, що визначають кінематику відносного руху суміжних тіл системи. Шарніри, що з'єднують суміжні стержні, моделюються з врахуванням пружних властивостей на етапі фіксації.

For reading only

Але наявність пружних елементів ускладнює реалізацію такої схеми у випадку інерційного розкриття конструкції.

При розрахунках систем розкриття конструкцій типу багатоланкового маятника виникають питання вибору рушія, який би мав забезпечити необхідне кінцеве розташування його ланок. На практиці більш вживаними є каркасні тросові системи розкриття.

У роботі [7] пропонується підхід до опису динаміки сонячних батарей в процесі їхнього розкриття з урахуванням пружних властивостей елементів. Описуються математичні моделі механізмів розкриття та тросової синхронізації. Цій проблемі присвячена і робота [8], де описуються математичні моделі механізмів розкриття, тросової синхронізації, гальмування й фіксації панелей. Визначаються інтегральні динамічні характеристики й характеристики навантаження елементів сонячної батареї. Але в зазначених роботах не використовується інерційний спосіб розкриття великогабаритних сонячних батарей, і перевага віддається тросовій синхронізації.

У роботі [9] наведено математичну модель процесу розкриття багатоланкової каркасної конструкції сонячної батареї із тросовою системою синхронізації. На рис. 1 представлена схема розкриття конструкції, де за допомогою електродвигунів та тросів здійснюється синхронізація зміни величин кутів між суміжними ланками.

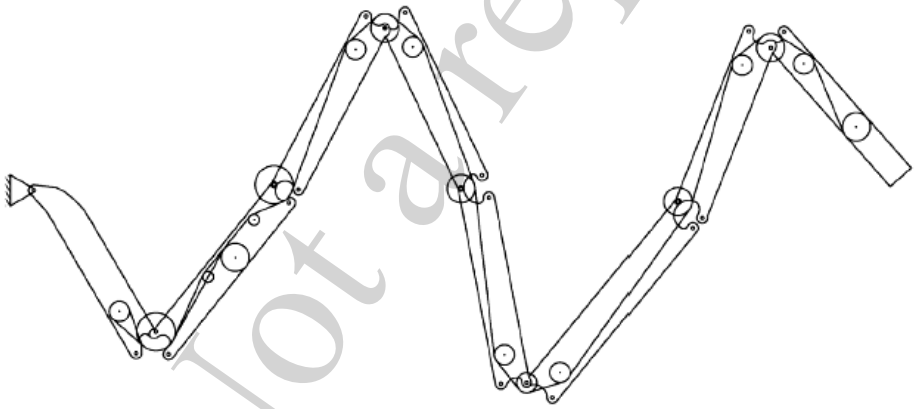


Рис. 1. Схема розкриття конструкції з тросовою система синхронізації (запозичене з роботи [9])

При цьому на основі аналізу кінематичної схеми системи розкриття необхідно обрати розміри радіусів роликів і передатного відношення двох типів шестерних механізмів, що забезпечують задану послідовність фіксації ланок. Для дослідження процесу розкриття сонячної батареї використане рівняння Лагранжа другого роду.

Крім каркасної тросової системи розкриття конструкцій типу багатоланкового маятника увагу привертає спосіб забезпечення необхідного кінцевого розташування його ланок обмеженим моментом, прикладеним до першої ланки. У роботі [10] побудовано закон керування багатоланковим маятником на площині в околиці заданого положення рівноваги у формі зворотного зв'язку, що дозво-

Not a reprint

ляє приводити маятник за кінцевий час у положення рівноваги обмеженим моментом, прикладеним до першої ланки. Ефективність отриманого закону керування на основі функції Ляпунова продемонстрована за допомогою комп'ютерного моделювання динаміки триланкового маятника. На відміну від плоского маятника, керованого скалярним моментом, у роботі [11] керування маятником із двоступеневими шарнірами являє собою двовимірний вектор. Ця обставина зажадала модифікації алгоритму побудови керування. Реалізовано керування у формі зворотного зв'язку, що приводить маятник з околиці довільного положення рівноваги в задане положення обмеженим моментом, прикладеним до першої ланки. Дається обґрунтування застосовності отриманого закону керування нелінійним багатоланковим маятником. Але ці роботи орієнтовані переважно на керуванням рівновагою оберненого маятника на візку у полі земного тяжіння.

При розробці схем розкриття багатоланкових конструкцій виникає необхідність у створенні математичних моделей, які адекватно описують динамічні властивості. Застосування моделей ще на етапі проектування дозволяє оцінити параметри функціонування конструкції. Для чисельного аналізу процесу розкриття конструкцій, що трансформуються, використовують можливості сучасних пакетів моделювання динаміки механічних систем. Робота [12] присвячена методу розрахунку великогабаритних конструкцій, що розкриваються, з використанням програмних комплексів MSC.Software. В роботі [13] наведено приклад розрахунку розкриття за допомогою комплексу автоматизованого динамічного аналізу багатокомпонентних механічних систем EULER. Але зазначені програмні продукти не розраховані без відповідних надбудов на реалізацію інерційного способу розкриття багатоланкових конструкцій. Інші варіанти систем розкриття наведені у огляді літератури [14]. Але там відсутня інформація про інерційний спосіб розкриття багатоланкових маятників і перевага віддається тросовим системам розкриття. У роботі [15] описано реальний приклад моделювання процесу розкриття сонячних батарей супутника зв'язку «Ямал-200»

Отже, прототипом розглянутого способу розкриття багатоланкової стержневої конструкції є тросова система розкриття. Виконаний огляд літературних джерел показав, що існуючі схеми розкриття тросових систем є надто складними для реалізації у випадку великих розмірів ланок (порядку десятків метрів). Цей висновок базується на необхідності синхронізації та комутації електродвигунів для регулювання величин кутів в вузлах конструкцій з метою надання багатоланковій конструкції розрахованої геометричної форми, що є самостійною задачею.

В результаті огляду літератури були виявлені питання, ще не досліджені іншими авторами, що дозволило сформулювати наступну проблему досліджень. Для реалізації ідеї розкриття багатоланкових великогабаритних конструкцій у невагомості необхідно дослідити інерційну систему, де ініціювання коливань здійснюється імпульсом реактивного двигуна, який має впливати на один з вузлових елементів конструкції. А також слід дослідити питання фіксації багатоланкової конструкції в розгорнутому стані. При цьому наявність протяж-

For reading only

них ланок конструкції повинна принципово не впливати на загальність реалізації інерційної технології розкриття.

3. Ціль та задачі дослідження

Метою роботи є побудова геометричної моделі процесу розкриття у невагомості багатоланкової конструкції з інерційною системою розкриття, за умови, що конструкція ототожнюється з багатоланковим маятником на уявній площині. Це дасть можливість реалізувати розкриття конструкції з використанням лише одного реактивного двигуна, встановленого на прикінцевому вузлі маятника.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

– скласти та розв'язати систему диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду для опису коливань в невагомості чотириланкового (як приклад) маятника;

– розробити схему ініціювання коливань шляхом впливу імпульсом на один з вузлових елементів маятника (модель імпульсного реактивного двигуна);

– запропонувати та дослідити спосіб фіксації елементів конструкції у розкритому стані;

– навести тестові приклади розкриття чотириланкового каркасу у невагомості.

4. Геометрична модель процесу розкриття у невагомості чотириланкової конструкції з інерційною системою розкриття

4. 1. Опис коливання багатоланкового маятника у невагомості за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду

Зафіксуємо в умовах невагомості уявну площину з декартовими координатами *Oxy* і розглянемо на ній ідеалізовану математичну модель багатоланкового маятника. Вважатимемо, що *n* – ланковий маятник, складається з *n* невагомих нерозтяжних стержнів довжин L_i (i=1..n), і шарнірно сполучених між собою прикінцевими вузловими точками, на яких закріплено вантажі (для спрощення – кулі) з масами m_i (i=1..n). Рух шарнірів повинен забезпечувати переміщення вантажів лише у межах обраної площини. Для спрощення вважатимемо, що тертя у вузлах відсутнє, а точка кріплення нерухома у системі координат площини завдяки тому, що вона приєднана до космічного апарату, маса якого на порядки більша маси вантажів у вузлах.

Нехай початок першої ланки маятника збігається з початком координат. У якості напрямку відліку оберемо вісь *Oy*. Узагальненими координатами вважатимемо кути $u_i(t)$ (i=1..n), утворені відповідними ланками напрямком осі *Oy* на площині (рис. 2).

Для визначення у часі взаємного положення відносно цієї осі елементів багатоланкового маятника при коливаннях у невагомості за умови відсутності дисипативних сил використаємо рівняння Лагранжа другого роду [16, 17].

Not a reprint

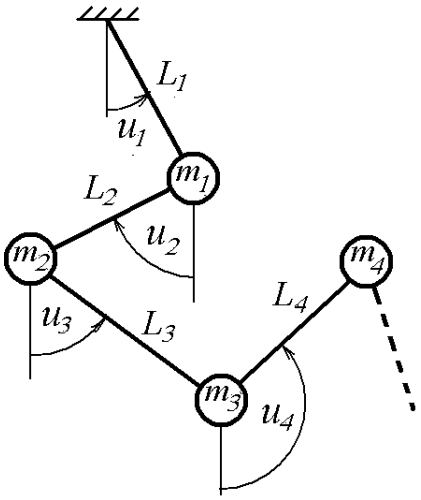


Рис. 2. Схема *n*-ланкового маятника

Опис коливання маятника на площині з врахуванням відсутності потенціальної енергії виконаємо на основі рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial u_i'}L(n)\right)-\frac{\partial}{\partial u_i'}\left(L(n)\right)=0,\ (i=1...n), \tag{1}$$

де $L(n)$ – лагранжіан, вираз якого збігається з описом кінетичної енергії системи; $u_i(t)$ – i-та узагальнена координата (тобто значення у часі кута між обраним напрямком осі Oy і i-тою ланкою); $u_i' = \frac{d}{dt}u_i(t)$ – похідна від функції опису узагальненої координати (тобто значення «стартової» миттєвої швидкості збільшення i-того кута).

Для обчислення лагранжіана маємо вираз:

$$L(n)=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}m_k\left[\left(-\sum_{i=1}^{k-1}L_i\cos(u_i(t))\frac{du_i(t)}{dt}-L_k\cos(u_k(t))\frac{du_k(t)}{dt}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\left(\sum_{i=1}^{k-1}-L_i\sin(u_i(t))\frac{du_i(t)}{dt}-L_k\sin(u_k(t))\frac{du_k(t)}{dt}\right)^2\right]. \tag{2}$$

У результаті після підстановки формули (2) у вирази рівнянь Лагранжа другого роду (1) опис руху n – ланкового маятника одержимо у вигляді системи з n диференціальних рівнянь відносно кутів $u_i(t)$ (i=1...n).

Для розрахунку розташування елементів маятника у часі було складено програму у середовищі maple [18, 19]. Для прикладу розглянуто чотириланковий маятник (n=4). За допомогою узагальнених координат обчислюємо координати вузлів маятника:

For reading only

$$x_1(t) = L_1 \sin\left(u_1(t)\right);\ \ y_1(t) = L_1 \cos\left(u_1(t)\right);$$

$$x_2(t) = x_1(t) + L_2 \sin\left(u_2(t)\right);\ \ y_2(t) = y_1(t) + L_2 \cos\left(u_2(t)\right); \qquad (3)$$

$$x_3(t) = x_2(t) + L_3 \sin\left(u_3(t)\right);\ \ y_3(t) = y_2(t) + L_3 \cos\left(u_3(t)\right);$$

$$x_4(t) = x_3(t) + L_4 \sin\left(u_4(t)\right);\ \ y_4(t) = y_3(t) + L_4 \cos\left(u_4(t)\right);$$

і визначаємо лагранжіан, який ототожнюємо з кінетичною енергією маятника:

$$L = 0{,}5\Big[m_1\left(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2\right) + m_2\left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2\right) + \\ + m_3\left(\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2\right) + m_4\left(\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2\right)\Big]. \qquad (4)$$

Після підстановки формули (4) у вирази рівнянь (1) одержимо систему з чотирьох диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду відносно функцій $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ і $u_4(t)$ (з причини громіздкості тут не наведено).

4. 2. Розв'язання системи рівнянь Лагранжа другого роду

При розв'язанні системи рівнянь Лагранжа другого слід враховувати такі параметри (всі значення параметрів в умовних величинах):

– вектор довжин ланок маятника: $\mathbf{L}=\{L_1, L_2, L_3, L_4\}$;

– вектор значень мас куль: $\mathbf{m}=\{m_1, m_2, m_3, m_4\}$.

Крім того, при розв'язанні системи рівнянь слід враховувати початкові умови:

– вектор значень початкових кутів відхилень: $\theta=\{u_1(0), u_2(0), u_3(0), u_4(0)\}$.

– вектор значень початкових швидкостей, наданих кутам відхилень:

$\theta'=\{u_1'(0), u_2'(0), u_3'(0), u_4'(0)\}$.

З врахуванням відповідних початкових умов систему рівнянь Лагранжа другого роду розв'язано наближено методом Рунге-Кутти в середовищі математичного пакету maple, і одержані розв'язки позначено символами $U_1(t)$, $U_2(t)$, $U_3(t)$ і $U_4(t)$.

В обраний на площині системі координат Oxy з використанням одержаних розв'язків визначаємо координати вузлових точок в момент часу t. Для цього використовуємо вирази (3) для обчислення координат вузлів маятника за допомогою узагальнених координат, замінивши там малі літери u на великі U. За допомогою складеної maple програми крім переміщення вузлових точок можна визначити швидкості, що дає можливість будувати відповідні фазові траєкторії переміщення.

Not a reprint

4. 3. Пояснення ідеї ініціювання коливань у невагомості

Ідею ініціювання у невагомості коливань багатоланкового маятника пояснимо на прикладі його чотириланкового варіанта.

Багатоланкову каркасну конструкцію на орбіту доставляють у складеному вигляді (наочно це нагадує побутовий метр у складеному стані). Тобто початкове положення множини ланок маятника має «складений» вигляд, і вектор значень початкових кутів відхилень завжди матиме координати $\theta=\{\pi/2, -\pi/2, \pi/2, -\pi/2\}$.

Ініціювання коливань маятника здійснюємо шляхом вибору координат вектора початкових швидкостей, наданих одному з кутів відхилень. Наприклад, $\theta'=\{0, 0, 0, u_4'(0)\}$ означає, що тільки кулі № 4 масою m_4 надано імпульс величиною $m_4u_4'(0)$ (або куту розкриття $u_4(0)$ надано початкову швидкість $u_4'(0)$). Вектор напрямку $\boldsymbol{R}$ надання швидкості розташований перпендикулярно четвертій ланці L_4 маятника у прикінцевій точці (рис. 3). Визначає швидкість зміни кута розкриття $u_4(0)$ четвертої ланки.

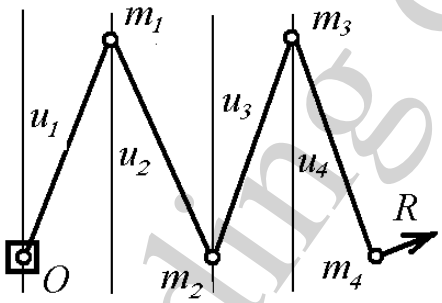


Рис. 3. Чотириланковий варіант маятника

Тобто зазначене ініціювання коливань можна задати вектором $\theta'=\{0, 0, 0, u_4'(0)\}$. Обране ініціювання є моделюванням дії імпульсного реактивного двигуна. З врахуванням наданої реактивним двигуном швидкості $u_4'(0)$ маятникова система далі має розкриватися за інерцією. Це пояснює термін «інерційна система розкриття».

Слід звернути увагу на те, що у складеному стані початкове положення порівняно масивного реактивного двигуна знаходиться в зоні кріплення маятника до космічного апарату. Це спрощує компоновку виробу для транспортування, а також дозволяє компенсувати вплив імпульсу на систему завдяки розташуванню симетрично апарату такого ж багатоланкового маятника.

5. Комп’ютерне моделювання розкриття чотириланкового каркасу

5. 1. Тестовий приклад геометричного моделювання розкриття чотириланкового каркасу

Для тестового прикладу розв’язання системи рівнянь Лагранжа другого роду обрано такі параметри (все в умовних величинах):

– довжини ланок маятника: $\mathbf{L}=\{2, 2, 2, 2\}$;

– значення мас куль: $\mathbf{m}=\{0.01, 0.01, 0.01, 9.85\}$.

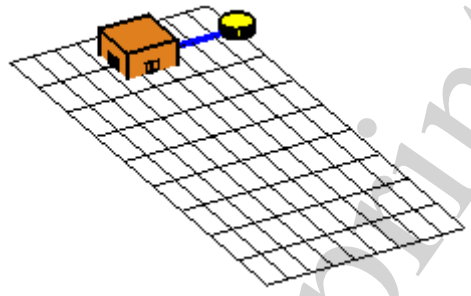
For reading only

– значення початкових кутів відхилень: $\theta=\{\pi/2, -\pi/2, \pi/2, -\pi/2\}$.

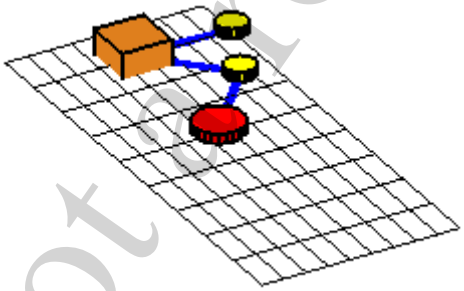
– значення початкових швидкостей кутів відхилень: $\theta'=\{0, 0, 0, 1\}$.

Маса четвертої кулі є більшою з причини розташування в ній реактивного двигуна.

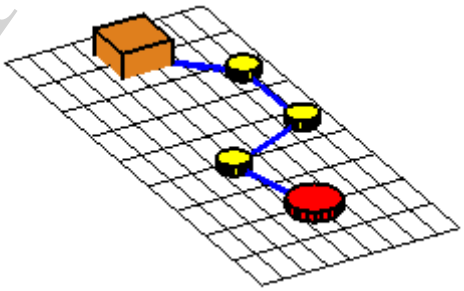
Після виконання програми одержимо послідовність N кадрів анімаційних зображень залежно від часу розкриття конструкції. Одночасно видаються наближені значення поточних величин кутів $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ і $u_4(t)$ для обраного моменту часу t. На рис. 4 наведено аксонометричні зображення початкових фаз ланок маятника в процесі розкриття. Реактивний двигун розташований на місці четвертого вантажу (зображено червоним кольором). Кубом позначено нерухомий вузол кріплення маятника.



а



б

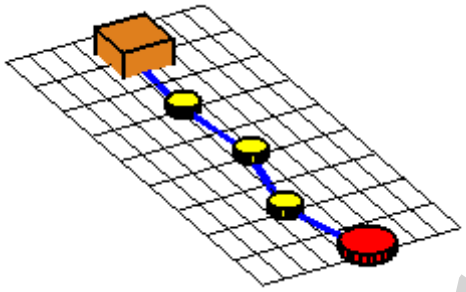


в

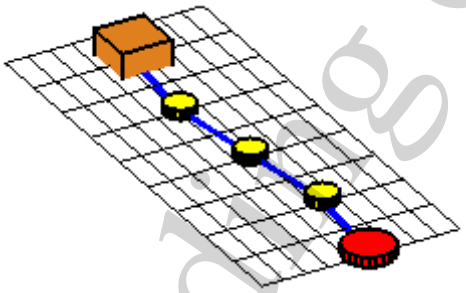
Рис. 4. Розкриття ланок маятника на початкових фазах коливань: *а* – t=0; u_1=1,571; u_2=–1,571; u_3=1,571; u_4=–1,571; *б* – t=1,43; u_1=1,572; u_2=–1,612; u_3=0,7684; u_4=–0,7224; *в* – t=3,07; u_1=0,7810; u_2=0,03844; u_3=–1,175; u_4=0,2586

Not to reprint

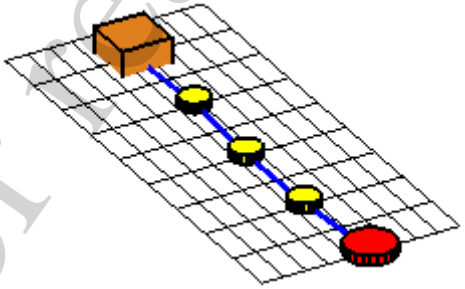
При аналізі анімаційних зображень коливань на прикінцевій фазі «розпрямлення» конструкції був помічений ефект поперечних коливань (тремор) вузлів маятника (рис. 5), Цей ефект можна використати для подання команди на фіксацію елементів маятникової конструкції у «розпрямленому» стані. Наприклад, у випадку трубчатого варіанту виконання ланок конструкції фіксуючий замок може мати вигляд електромагнітної вставки в трубу.



а



б



в

Рис. 5. Розкриття ланок маятника на прикінцевих фазах коливань: *а* – t=3,95; u_1=–0,1028; u_2=0,1619; u_3=–0,1965; u_4=0,2363; *б* – t=3,99; u_1=0,01216; u_2=0,006937; u_3=0,1984; u_4=–0,1183; *в* – t=4,02; u_1=–0,04290; u_2=0,1047; u_3=0,08769; u_4=–0,05071

Пояснити цей ефект можна за допомогою функції суми модулів одержаних розв’язків:

For reading only

$$W(t) = \sum_{k=1}^{4} \left| U_k(t) \right|, \tag{5}$$

де $U_k(t)$ – наближені розв'язки системи рівнянь Лагранжа другого роду, $0 \le t \le T$ – час інтегрування системи. Для обчислення тестового прикладу обрано: T=4,2; N=300. На рис. 6 наведено графік функції $W(t)$. Функція W в момент повного розкриття чотириланкового каркасу t=4,02 має абсолютний мінімум значенням W(4,02)=0,1559. Пилкоподібний графік функції $W(t)$ у околі абсолютного екстремуму пояснюється наявністю поперечних коливань вузлів маятника.

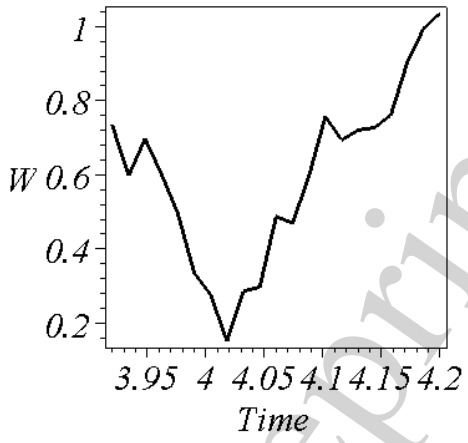
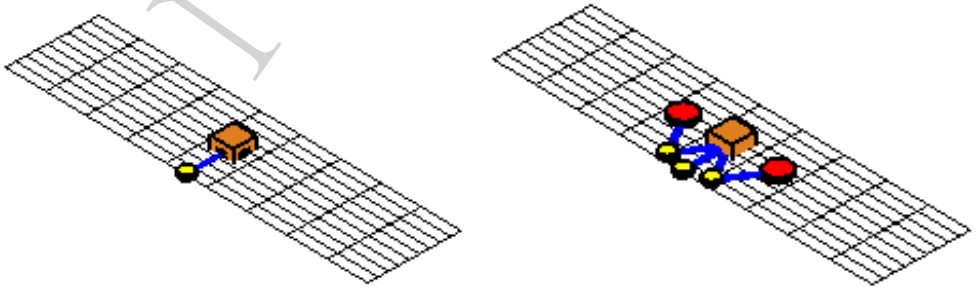


Рис. 6. Графік функції $W(t)$

Для зменшення ефекту від моменту обертання навколо точки кріплення маятника пропонується симетрично відносно нерухомого вузла кріплення маятника приєднати ще один аналогічний багатоланковий маятник, який має коливатися у протифазі даному. Його коливання матимуть вигляд дзеркально відображених тим, які наведено на рис. 4, 5. На рис. 7 зображено деякі фази сумісних коливань маятників.



а *б*

Not a reprint

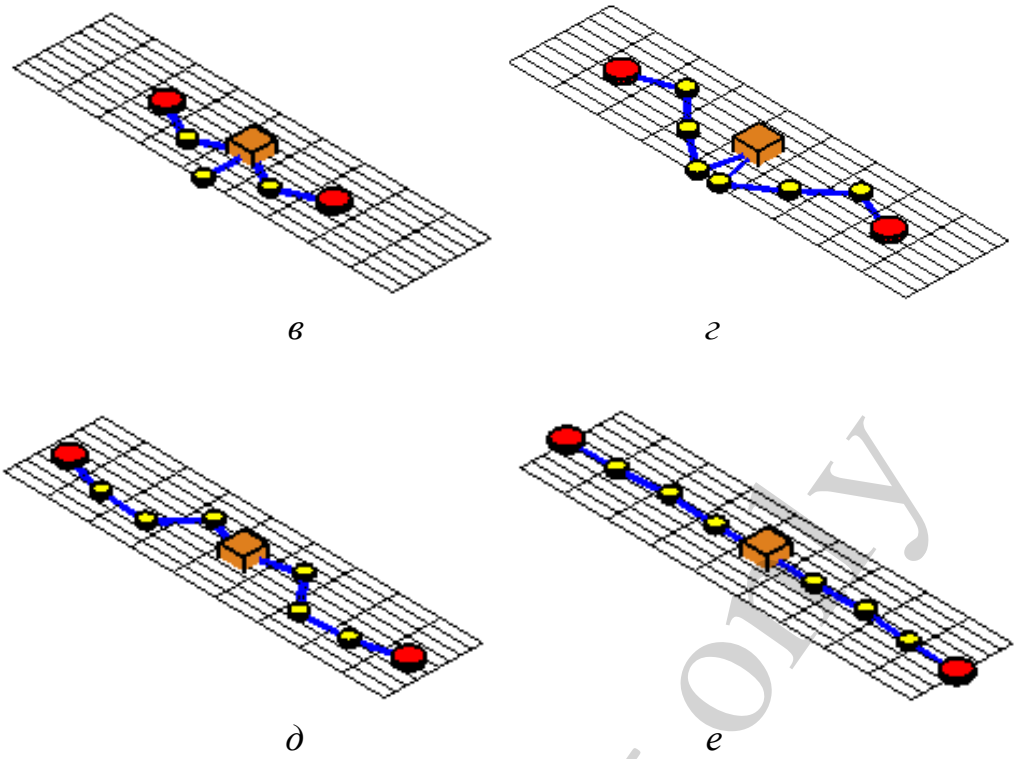


Рис. 7. Зображення маятників в процесі «симетричних» коливань залежно від часу *t*: *а* – *t*=0; *б* – *t*=1; *в* – *t*=1,77; *г* – *t*=2,7; *д* – *t*=3,5; *е* – *t*=4,02

5. 2. Обґрунтування способу фіксації елементів конструкції.

У попередньому підрозділі наведено пояснення на якісному рівні ефекту поперечних коливань вузлів маятника. Далі підтвердимо ці положення чисельно. Для цього побудуємо фазові траєкторії коливання вузлових елементів. Вхідними параметрами при обчисленні обрано такі: довжини ланок маятника: **L**={2, 2, 2, 2}; значення мас куль: **m**={0.01, 0.01, 0.01, 9.85}; значення початкових кутів відхилень: **θ**={π/2, –π/2, π/2, -π/2}, а також значення початкових швидкостей кутів відхилень: **θ′**={0, 0, 0, *V*}. Варіанти обчислень відрізнятимуться значенням параметра *V*.

Варіант 1. *V*=1. Мінімум функції *W*=0,2492 досягається в момент часу *t*=4,02. Координатні функції в момент «розпрямлення» мають значення $u_1(4{,}02)=0{,}0208$; $u_2(4{,}02)=0{,}1175$; $u_3(4{,}02)=-0{,}07524$; $u_4(4{,}02)=0{,}03556$.

На рис. 8 наведено фазові траєкторії руху кожної з вузлових точок для варіанта 1 з яких слідує, що для узагальнених координат інтервали зміни максимальної швидкості в момент розпрямлення конструкції матиме наступні значення (в умовних одиницях): для $u_1(t)$ – [–22; 15]; для $u_2(t)$ – [–20; 20]; для $u_3(t)$ – [–15; 25]; для $u_4(t)$ – [–20; 7].

For reading only

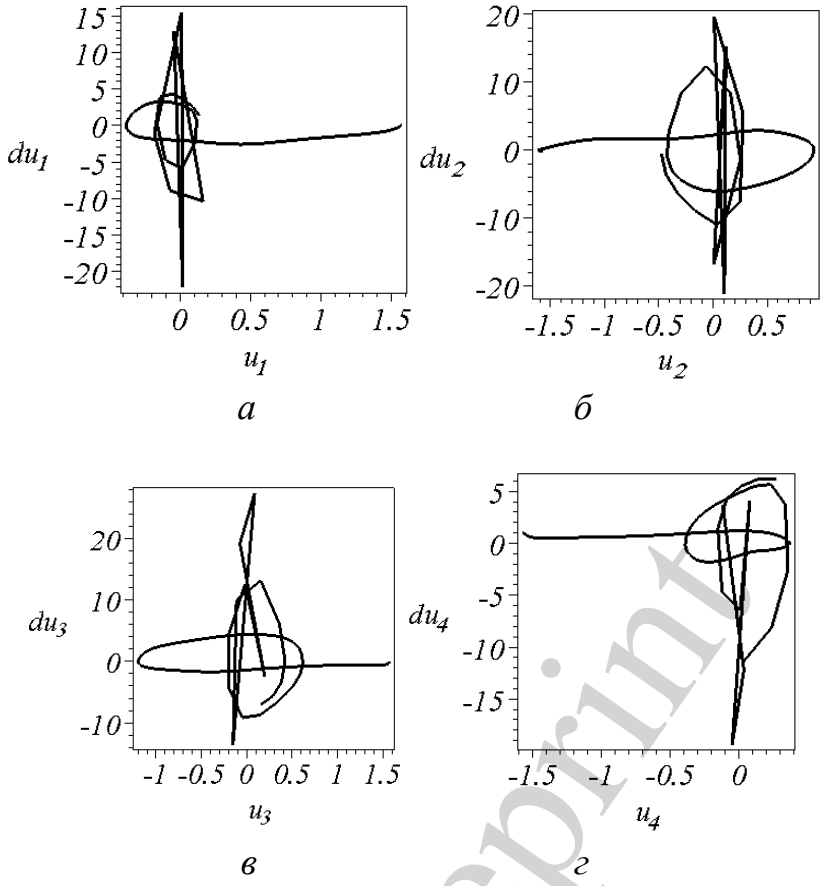


Рис. 8. Фазові траєкторії узагальнених змінних для варіанта 1:
а – $u_1(t)$; *б* – $u_2(t)$; *в* – $u_3(t)$; *г* – $u_4(t)$

Варіант 2. V=2. Мінімум функції W=0,2053 досягається в момент часу t=2,012. Координатні функції в момент «розпрямлення» мають значення $u_1(2{,}012)$=0,006082; $u_2(2{,}012)$=0,03725; $u_3(2{,}012)$=–0,05320; $u_4(2{,}012)$=0,1087.

На рис. 9 наведено фазові траєкторії руху кожної з вузлових точок для варіанта 2 з яких слідує, що для узагальнених координат інтервали зміни максимальної швидкості в момент розпрямлення конструкції матиме наступні значення (в умовних одиницях): для u_1(t) – [-40; 15]; для u_2(t) – [–20; 70]; для $u_3(t)$ – [–40; 30]; для $u_4(t)$ – [–20; 30].

Data reprint

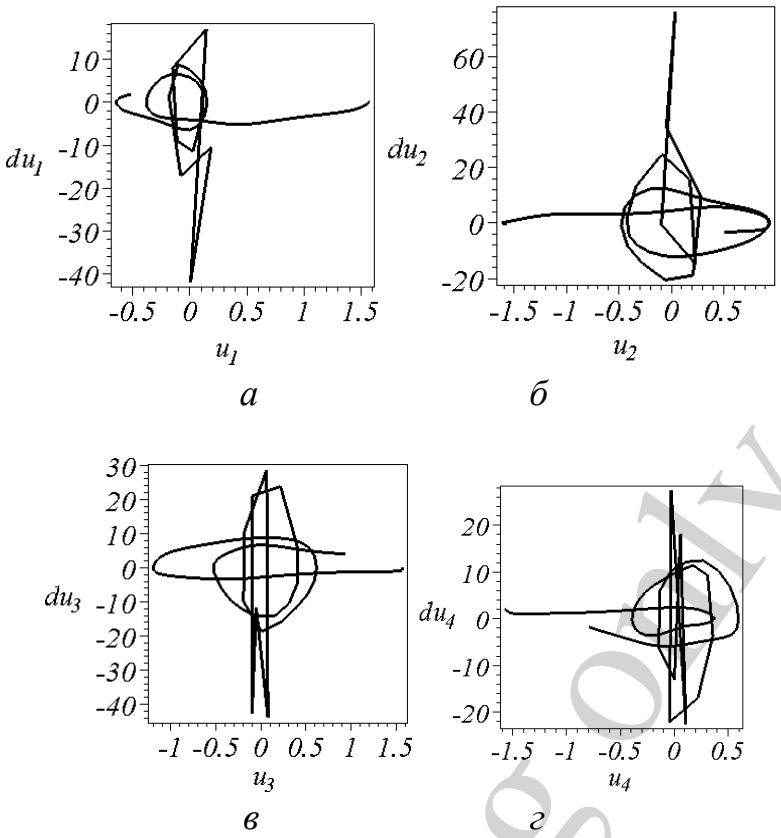


Рис. 9. Фазові траєкторії узагальнених змінних для варіанта 2:
а – $u_1(t)$; *б* – $u_2(t)$; *в* – $u_3(t)$; *г* – $u_4(t)$

Варіант 3. V=3. Мінімум функції W=0,2110 досягається в момент часу t=1,34. Координатні функції в момент «розпрямлення» мають значення $u_1(1{,}34)$=0,04821; $u_2(1{,}34)$=–0,05611; $u_3(1{,}34)$=0,01042; $u_4(1{,}34)$=0,09566.

На рис. 10 наведено фазові траєкторії руху кожної з вузлових точок для варіанта 3, з яких слідує, що для узагальнених координат інтервали зміни максимальної швидкості в момент розпрямлення конструкції матиме наступні значення (в умовних одиницях): для $u_1(t)$ – [–30; 45]; для $u_2(t)$ – [–40; 70]; для $u_3(t)$ – [–120; 40]; для $u_4(t)$ – [–25; 80].

Одержані числові оцінки діапазону максимальних швидкостей на прикінцевій фазі розкриття чотириланкового стержневого каркасу допоможуть при подальших розрахунках характеристик динаміки і міцності. У тому числі і допустимої величини імпульсу ініціалізації коливань.

Доцільно розглянути спосіб розташування трьох маятників зі спільним вузлом кріплення (тріади), кути між якими 120 градусів (рис. 11, *а*). На рис. 11, *б*–*е* зображено деякі фази розкриття тріади залежно від часу *t*.

For reading only

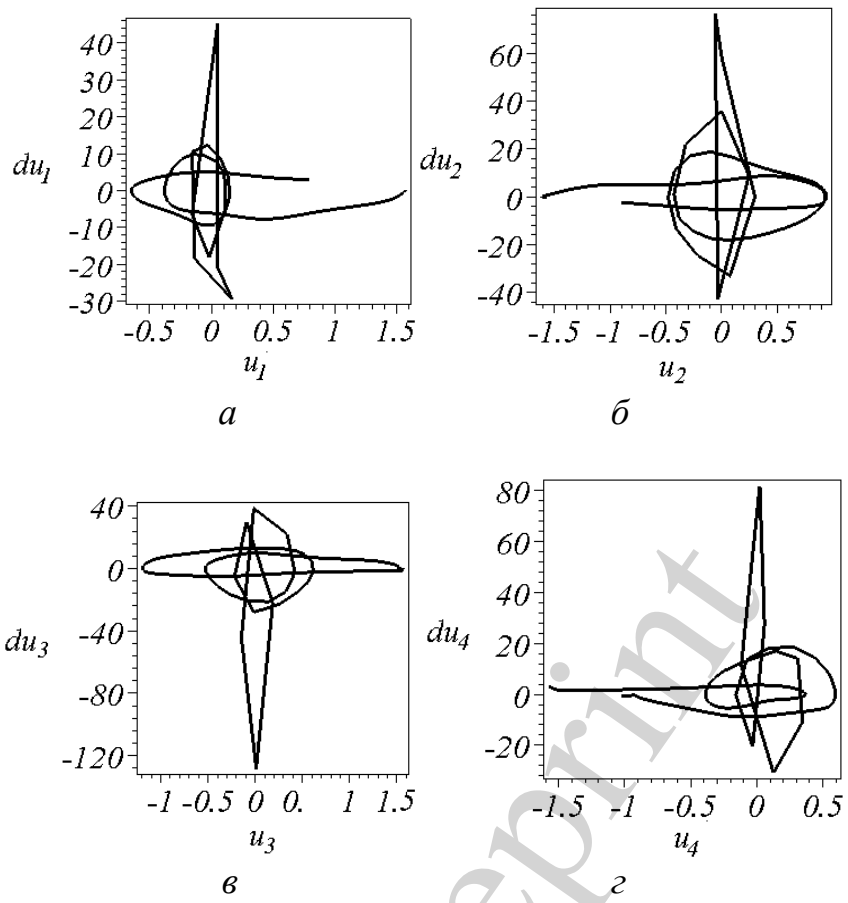


Рис. 10. Фазові траєкторії узагальнених змінних для варіанта 3:
а – $u_1(t)$; *б* – $u_2(t)$; *в* – $u_3(t)$; *г* – $u_4(t)$

Доцільно розглянути спосіб розташування трьох маятників зі спільним вузлом кріплення (тріади), кути між якими 120 градусів (рис. 11, *а*). На рис. 11, *б*–*е* зображено деякі фази розкриття тріади залежно від часу *t*.

Для розрахунку розкриття тріади використовувалися рівняння Лагранжа другого роду, що базуються на варіаційних принципах. Ці рівняння дозволили описати послідовні значення величин кутів між суміжними ланками для досягнення багатоланкового маятника розкритого стану. Тому можна стверджувати, що зміна значень величин кутів між суміжними ланками у певному розумінні буде оптимальною. Довільна інша послідовність зміни значень величин кутів приведе до збільшення часу розкриття багатоланкового маятника.

За допомогою розкритих тріад можна складати в межах площини великогабаритні конструкції, які мають стільникову структуру. На рис. 12 зображено стільникову структуру на площині, побудовану за допомогою тріад, де три з них виділено червоним, зеленим і блакитним кольорами. Ці результати доцільно використовувати при проектуванні розкриття великогабаритних конструкцій в умовах невагомості, наприклад, каркасів для сонячних дзеркал.

Not a reprint

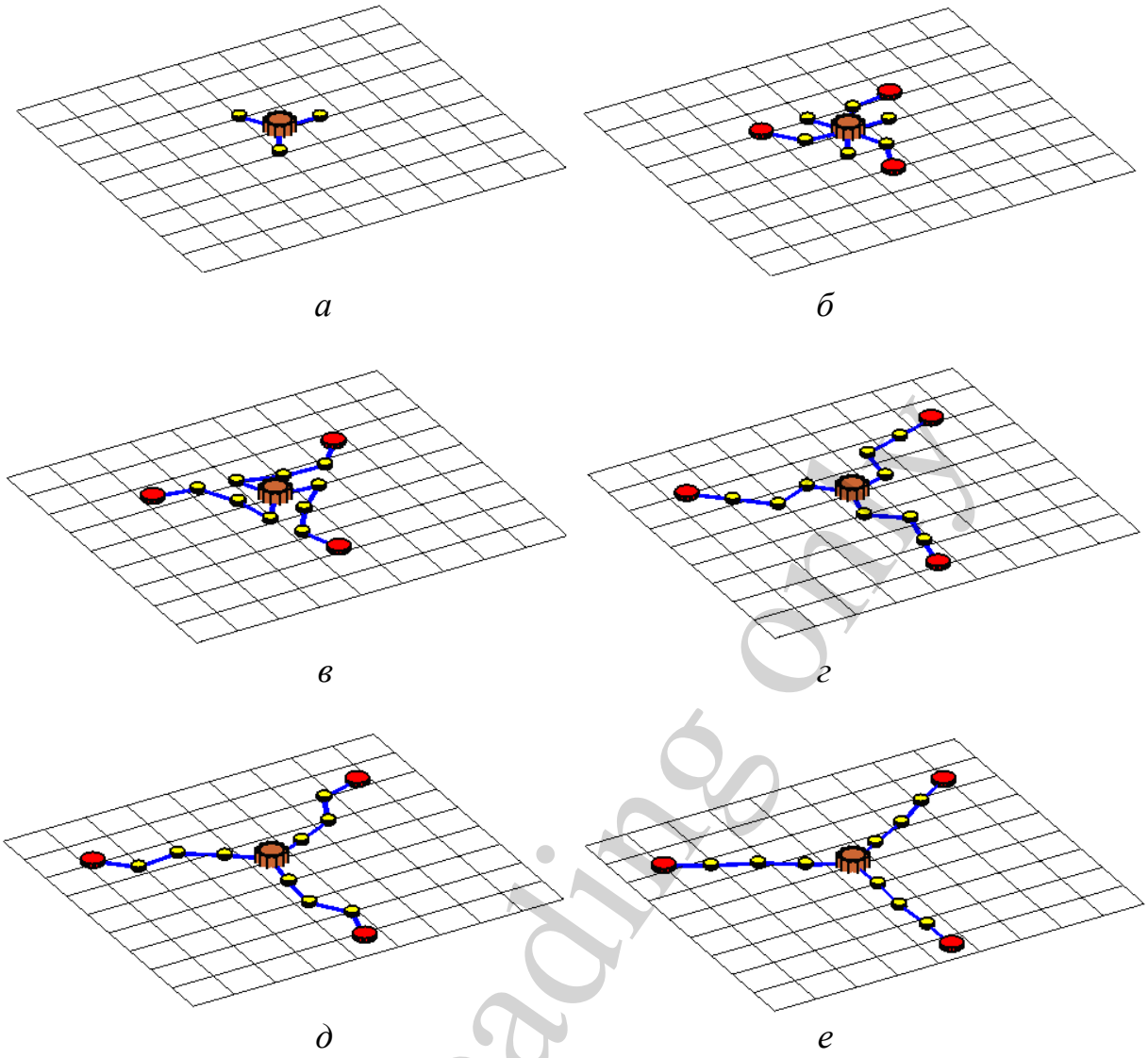


Рис. 11. Фази розкриття тріади залежно від часу t:
а – t=0; *б* – t=1,85; *в* – t=2,58; *г* – t=3,54; *д* – t=3,78; *е* – t=4,02

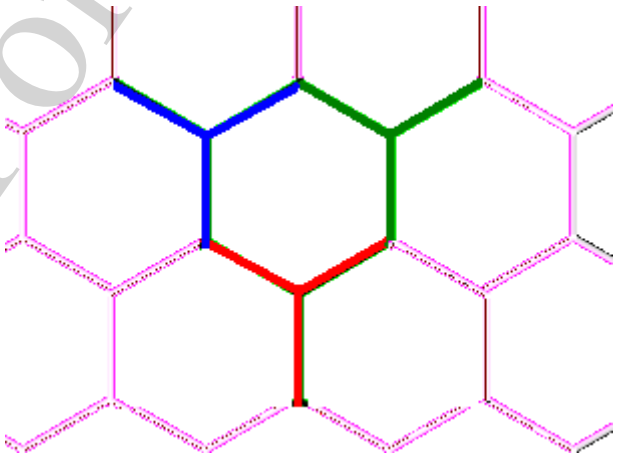
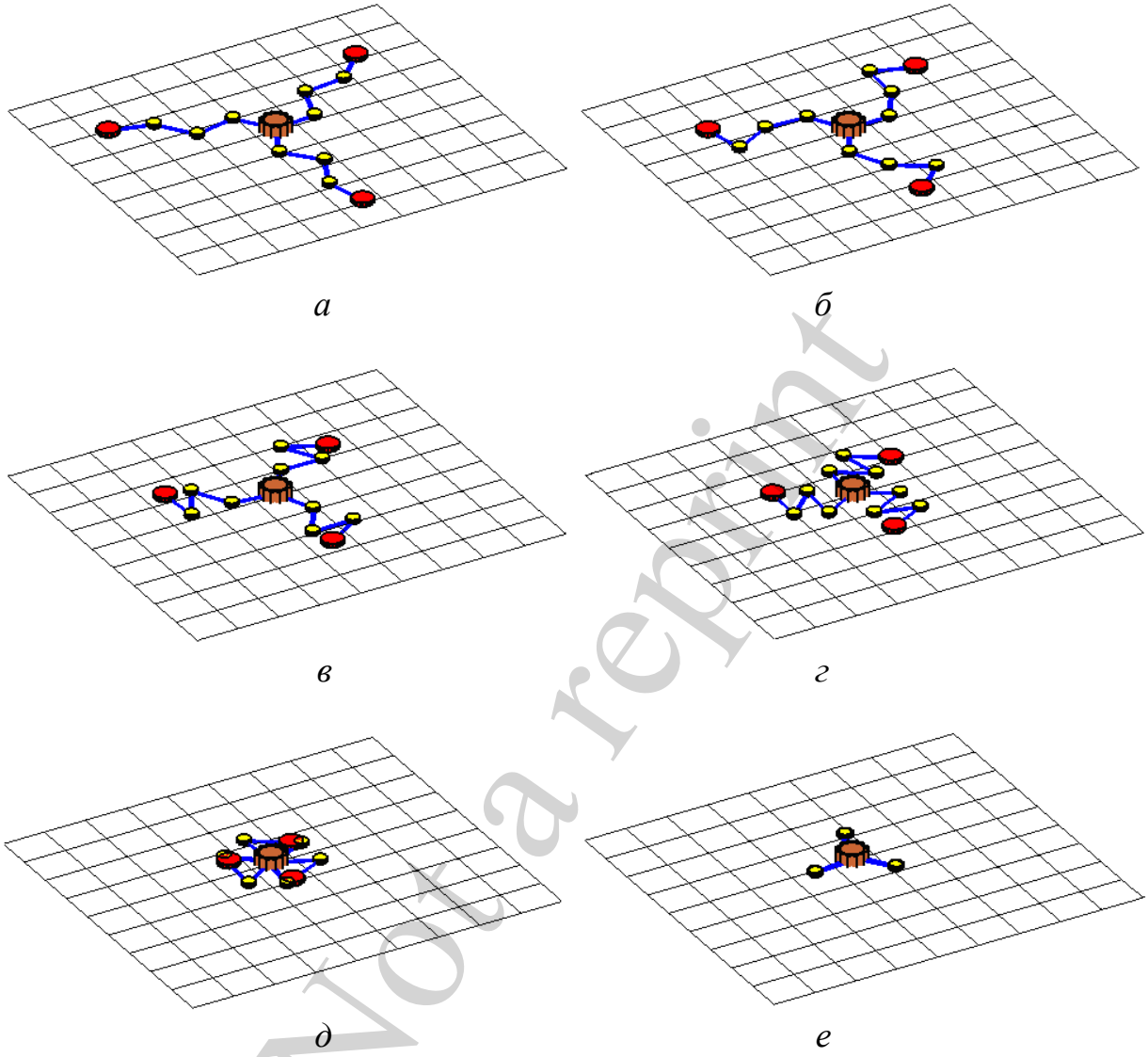


Рис. 12. Стільникова структура на площині, побудована за допомогою тріад (три з них виділено кольорами)

For reading only

Якщо продовжити процес розкриття тріади після 4,02 сек, то можна спостерігати «згортання» маятника до нової тріади. На рис. 13 зображено деякі фази «згортання» чотириланкового маятника до тріади залежно від часу *t*. На ресурсі [19] наведено приклади відповідних анімацій.



Nota reprint

Рис. 13. Фази «згортання» чотириланкового маятника до тріади залежно від часу *t*: *а* – *t*=4,5; *б* – *t*=5,07; *в* – *t*=5,71; *г* – *t*=6,35; *д* – *t*=7,16; *е* – *t*=8,04

Підводячи підсумки слід зазначити, що в результаті проведених досліджень побудовано геометричну модель розкриття у невагомості багатоланкового маятника на уявній площині, яка дозволить створювати на практиці стержневу основу для споруд у космосі.

6. Обговорення результатів дослідження інерційного способу розкриття багатоланкового маятника у невагомості

Перевага розглянутого інерційного способу розкриття багатоланкової конструкції у невагомості полягає у наступному:

– нема потреби синхронізувати між собою засоби керування величинами кутів в окремих вузлах багатоланкової конструкції;

– технологія інерційного способу розкриття не є критичною до розмірів елементів ланок конструкції;

– поперечні коливання вузлів маятника (тремор) можна використати для спрацювання замків фіксації положення суміжних ланок маятника;

– для чотириланкового (та інших конструкцій з парною кількістю ланок) маятника початкове розташування реактивного двигуна знаходиться в зоні кріплення маятника до космічного апарату, що є зручним при компоновці конструкції та врахування компенсації дії імпульсу;

– на базі схеми розкриття однієї багатоланкової конструкції можна утворювати багатопроменеві схеми з багатьма маятниками зі спільним нерухомим вузлом кріплення (як приклад – тріади);

– завдяки використання багатоланкових конструкції, поєднаних попарно і з коливаннями ланок у протифазі, можна намагатись послабити (або навіть усунути) обертовий момент конструкції в цілому.

Отримані результати можна пояснити можливістю застосування варіаційний принцип Лагранжа до розрахунку механічних конструкцій з урахуванням кінематичних зв'язків та використанням «нульової» потенціальної енергії механічної системи. Це дозволило використати рівняння Лагранжа другого роду для опису руху маятникової системи у невагомості.

До ще не реалізованих можливостей дослідження руху маятникової системи у невагомості можна віднести врахування нерівних довжин ланок маятника, а також нерівних мас вузлових елементів і ланок. Розробка ілюстративної геометричної моделі інерційного розкриття багатоланкового маятника пояснює використання умовних одиниць параметрів у тестових прикладах.

Розвиток даного напрямку досліджень полягатиме у використанні інших варіантів багатоланкових маятників – у яких проміжні вузли «материнського» маятника можуть слугувати початковими вузлами «дочірніх» багатоланкових маятників. Цей напрямок важливий при розрахунку схем розкриття «зіркових» конструкцій (наприклад, космічних антен). Труднощі розвитку досліджень в цьому напрямку полягають у необхідності розв’язання оберненої задачі компоновки – тобто по заданому кінцевому розташуванні елементів маятника необхідно визначити раціональний набір параметрів багатоланкового маятника та початкових умов його руху, які забезпечать таке розкриття.

Проведені дослідження складуть також основу розрахунку просторових багатоланкових маятників, у яких їх ланки в процесі розкриття виходитимуть за межі однієї площини. Це доцільно при проектуванні будівельних робіт в невагомості з використанням розкриття великогабаритних 3d-конструкцій.

7. Висновки

Запропоновано спосіб розкриття у невагомості багатоланкової конструкції з інерційною системою розкриття, за умови, що конструкція ототожнюється з багатоланковим маятником на уявній площині, закріпленим до космічного апарату. Для розкриття конструкції багатоланкового маятника пропонується нада-

For reading only

вати реактивним двигуном імпульсу одному з вузлових елементів маятника (в даній роботі – прикінцевому). Це дозволило реалізувати схему інерційного розкриття багатоланкового маятника за допомогою одного двигуна, що не потребує синхронізувати між собою засоби керування величинами кутів в окремих вузлах багатоланкової конструкції.

Для спрацювання датчиків замків фіксації положення суміжних ланок маятника у розкритому стані пропонується використовувати поперечні коливання вузлів (тремор) на прикінцевих фазах розкриття маятника

Результати доцільно використовувати при проектуванні розкриття великогабаритних конструкцій в умовах невагомості, наприклад, каркасів для сонячних дзеркал.

Література

1. Lovegrove, K. Concentrating Solar Power Technology. Principles, Developments and Applications [Text] / K. Lovegrove, W. Stein. – Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2012. – 708 p.doi: 10.1533/9780857096173
2. Крафft, А. Э. Будущее космической индустрии [Текст] / А. Э. Крафft. – М.: Машиностроение, 1979. – 200 с.
3. Barathwaj, G. Wireless power transmission of space based solar power. Vol. 6 [Text] / G. Barathwaj, K. Srinag // 2nd International Conference on Environmental Science and Technology, IPCBEE. – IACSIT Press, Singapore, 2011. – P. v2-227–v2-231.
4. Szuminski, W. Dynamics of multiple pendula without gravity [Text] / W. Szuminski // Chaotic Modeling and Simulation. – 2014. – Issue 1. – P. 57–67. – Available at: http://www.cmsim.eu/papers_pdf/january_2014_papers/7_CMSIM_Journal_2014_Szuminski_1_57-67.pdf
5. Крылов, А. В. Моделирование раскрытия солнечных батарей различных конфигураций [Текст] / А. В. Крылов, С. А. Чурилин // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер.: Машиностроение. – 2011. – № 1. – С. 106–111.
6. Юдинцев, В. В. Моделирование процессов раскрытия многоэлементных конструкций космических аппаратов [Текст] / В. В. Юдинцев // Полет. – 2012. – № 5. – С. 28–33.
7. Борзых, С. В. Моделирование процесса раскрытия крупногабаритных солнечных батарей [Текст] / С. В. Борзых, Д. В. Бакулин, Ю. Н. Щиблев // Авиакосмическая техника и технология. – 1999. – № 1. – С. 35–41.
8. Бакулин, Д. В. Моделирование процесса раскрытия солнечных батарей [Текст] / Д. В. Бакулин, С. В. Борзых, Н. С. Ососов, Ю. Н. Щиблев // Математическое моделирование. – 2004. – Т. 16, № 6. – С. 88–92.
9. Бушуев, А. Ю. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади [Текст] / А. Ю. Бушуев, Б. А. Фарафонов // Математическое моделирование и численные методы. – 2014. – № 2. – С. 101–114.
10. Анохин, Н. В. Приведение многозвенного маятника в положение равновесия с помощью одного управляющего момента [Текст] / Н. В. Анохин // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2013. – № 5. – С. 44–53.

Not a reprint

11. Ананьевский, И. М. Управление пространственным движением многозвенного перевернутого маятника с помощью момента, приложенного к первому звену [Текст] / И. М. Ананьевский, Н. В. Анохин // Прикладная математика и механика. – 2014. – Т. 78, Вып. 6. – С. 755–765.

12. Щесняк, С. Проектирование и расчет крупногабаритных раскрывающихся конструкций с помощью программных комплексов MSC.Software [Текст] / С. Щесняк, А. Романов и др. // CADmaster. – 2009. – № 2-3. – С. 28–36.

13. Бойков, В. Г. Программный комплекс автоматизированного динамического анализа многокомпонентных механических систем EULER [Текст] / В. Г. Бойков // САПР и графика. – 2009. – № 9. – С. 17–20.

14. Зимин, В. Н. Особенности расчета раскрытия крупногабаритных трансформируемых конструкций различных конфигураций [Текст] / В. Н. Зимин, А. В. Крылов, В. Е.Мешковский, А. Н. Сдобников, Ф. Р. Файзуллин, С. А. Чурилин // Наука и Образование. МГТУ им. Н. Э. Баумана. – 2014. – № 10. – С. 179–191. doi: 10.7463/1014.0728802

15. Моделирование процесса раскрытия солнечных батарей спутника связи «Ямал-200» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.euler.ru/distr/praxis/space/yamal200.pdf

16. Gmiterko, A. N-link Inverted Pendulum Modeling [Text] / A. Gmiterko, M. Grossman // Recent Advances in Mechatronics. – 2010. – P. 151–156. doi: 10.1007/978-3-642-05022-0_26

17. Martınez-Alfaro, H. Obtaining the dynamic equations, their simulation, and animation for N pendulums using Maple [Electronic resource] / H. Martınez-Alfaro // Available at: http://www2.esm.vt.edu/~anayfeh/conf10/Abstracts/martinez-alfaro.pdf

18. Куценко, Л. М. Геометричне моделювання коливань багатоланкових маятників [Текст] / Л. М. Куценко, І. Ю. Адашевська. – Харків: «НТМТ», 2008. – 176 с.

19. Куценко, Л. М. Ілюстрації до геометричного моделювання інерційного розкриття багатоланкового маятника у невагомості [Електронний ресурс] / Л. М. Куценко // Режим доступу: http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/4868

For reading only