

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ВІБРАЦІЙНОГО СЕПАРАТОРА БАРАБАННОГО ТИПУ З КОНЦЕНТРИЧНИМ РОЗМІЩЕННЯМ СИТ

В. Г. Топільницький

Кандидат технічних наук, доцент*

E-mail: topilnvol@gmail.com

Д. П. Ребот

Кандидат технічних наук, асистент*

E-mail: dasha_kotlyarova@ukr.net

М. Б. Сокіл

Кандидат технічних наук, доцент**

E-mail: Mariiii.b.sokil@lpnu.ua

О. Т. Велика

Кандидат технічних наук, доцент*

E-mail: veloks@ukr.net

С. Є. Ляковська

Кандидат технічних наук, доцент*

E-mail: solomiam@gmail.com

І. І. Верхола

Кандидат технічних наук, доцент**

E-mail: v.iryna2203@gmail.com

Р. А. Ковальчук

Кандидат технічних наук, доцент**

E-mail: roma_kov@meta.ua

Л. В. Дзюбик

Кандидат технічних наук, старший викладач**

E-mail: liudmyla.v.dziubyk@lpnu.ua

*Кафедра проектування та експлуатації машин
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013

**Кафедра інженерної механіки
(озброєння та техніки інженерних військ)

Національна академія сухопутних військ
ім. гетьмана Петра Сагайдачного
вул. Героїв Майдану, 32, м. Львів, Україна, 79012

Розроблено нову конструкцію вібраційного сепаратора барабанного типу з концентричним розміщенням сит та побудовано математичну модель опису його динаміки, яка є нелінійною, уніфікованою та параметричною. За допомогою неї визначено вплив основних конструктивних параметрів сепаратора і кінематичних показників його приводу на характеристики його руху та інтенсивність процесу сепарації. Експериментальні дослідження підтвердили достовірність отриманої моделі

Ключові слова: барабанний сепаратор, дебаланс, нелінійна модель, вібраційний привод, концентричні сита, пружинна підвіска

Разработана новая конструкция вибрационного сепаратора барабанного типа с концентрическим размещением сит и построена математическая модель описания его динамики, которая является нелинейной, унифицированной и параметрической. С ее помощью определено влияние основных конструктивных параметров сепаратора и кинематических показателей его привода на характеристики его движения и интенсивность процесса сепарации. Экспериментальные исследования подтвердили достоверность полученной модели

Ключевые слова: барабаный сепаратор, дебаланс, нелинейная модель, вибрационный привод, концентрические сита, пружинная подвеска

1. Вступ

В умовах розвитку ринкової економіки України та реалій сьогодення в сучасне промислове виробництво інтегруються конкурентоздатні технології виготовлення виробів. Вони характеризуються високою продуктивністю, відносно малими енергетичними та матеріальними затратами забезпечення їх застосування та мінімальним негативним впливом на довкілля.

Відповідне обладнання, на якому реалізують дані технологічні процеси, повинно бути надійним в експлуатації, мати достатньо нескладну ремонтопридатну конструкцію. При максимально невеликих габаритах воно має мати універсальність застосування.

Споживаючи мінімальну потужність для забезпечення своєї експлуатаційної функціональності, воно повинно вирізнятися відносно невисокою собівартістю. Дане обладнання має мати можливість нескладного швидкого переналагодження на виготовлення іншого виду чи типорозміру продукції в різних галузях промисловості. Однією з незаперечних умов забезпечення цих вимог є розроблення оптимальних конструкцій та розрахунку, визначення режимів експлуатації цього обладнання ще на стадії його проектування.

До однієї з таких необхідних та ефективних технологій відносимо технологію сепарування. Це процес вибору, сортування окремих складових елементів зі сумішей різного виду та стану за певними фізи-

ко-механічними ознаками. Сепарування широко застосовуються в різних сферах виробництва – гірничодобувна промисловість, сільське господарство, переробне харчове виробництво, медицина. Воно входить, як невід'ємна ланка, до загального технологічного процесу виготовлення багатьох виробів, і сама якість сепарування, його швидкодія та продуктивність суттєво впливатимуть на якість кінцевого виробу.

Тому важливою задачею сьогодення є дослідження та розвиток явища сепарації сумішей різних речовин, а в розрізі цього – розроблення нових конструкцій сепараторів, які відрізнялись високою ефективністю функціонування та універсальністю. Для реалізації цих завдань власне і стоїть питання вивчення динаміки різних видів сепараторів шляхом їх моделювання. Адже нелінійна, адекватна, параметрична, універсальна модель опису руху сепаратора спростить та пришвидшить процес його розрахунку та розроблення його оптимальної конструкції. Вона дозволить вибрати режими його роботи для забезпечення його максимальної продуктивності.

Представлена робота власне і присвячена розв'язку задач наведених вище. В ній запропоновано нову конструкцію високоєфективного сепаратора та досліджено його динаміку. Дослідження проведено шляхом створення нелінійної, уніфікованої та параметричної моделі розробленого сепаратора. Отриману нелінійну математичну модель можна застосовувати для низки вібраційних оброблювальних систем на стадіях їх проектування та експлуатації. Це дасть змогу пришвидшити процес проектування вказаних систем та підвищити ефективність їх функціонування.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Спектр конструкцій сепараторів є надзвичайно різноманітним. Вони застосовуються практично у всіх галузях промисловості, сільського господарства, медицини та побуту. Тому багато уваги приділяється дослідженню принципу їх дії, підвищенню продуктивності, а також створенню нових прототипів. Ефективний підхід в проектуванні нового сепаратора полягає в створенні його математичної моделі, її дослідження та вибору за її допомогою оптимальних параметрів майбутньої розробки. Але такий підхід до розроблення нових конструкцій сепаратора не має широкого практичного застосування. Це можна пояснити тим, що такі дослідження вимагають застосування складного математичного апарату, новітніх математичних методів та обчислювальної техніки. Для адекватного відображення всіх динамічних явищ, які відбуваються в сепаруючій системі, математичні моделі мають бути нелінійними. Лінійність моделей призводить до того, що вони не можуть відобразити в повному обсязі вплив параметрів майбутньої конструкції на ефективність її функціонування. Також вони не можуть врахувати вплив всіх параметрів досліджуваної системи.

Розглянуті дотепер фізичні та математичні моделі [1, 2] описують можливість побудови вібросепараторів з електромагнітним приводом. Також в цих дослідженнях розроблено математичну модель впливу шару середовища, що сепарується, на рух коливної системи.

Проте дані розрахунки підходять для сепараторів із забезпеченням напрямлених коливань. Вібраційні сепаратори з дебалансним віброзбудником здійснюють складний просторовий рух, тому ці моделі не можуть адекватно відобразити динаміку сепаратора. Попередні дослідження [3] описують динаміку вібраційного сепаратора лише на основі спрощених лінійних моделей. Також теоретичний опис сепараторів проводився на основі окремих припущень [4, 5], які стосувались конкретної конструкції сепаратора. Це, зокрема, вплив на ефективність сепарації взаємодії частинок середовища із робочою поверхнею сита, можливість збільшення та зменшення насипу шару середовища та пропускної здатності сит. В даних випадках розглядався рух шару середовища по ситу. В [6] розроблено математичну модель для визначення параметрів вібраційних грохотів з врахування впливу моментів інерції пружинної підвіски, дебалансів та корпусу сепаратора. На жаль, запропоновані математичні моделі не можуть відображати всі явища, які виникають в сепараторі, і як вони впливають на продуктивність сепарації. Також вони були розроблені для конкретних конструкцій сепараторів, що звужує їх застосування.

Широкого розповсюдження набули сепаратори з обертовим рухом сита. Таке сепарування реалізоване у сепараторах барабанного типу [7]. В даних сепараторах шар матеріалу сепарується за рахунок відцентрових сил та сили тяжіння. Концентричне розміщення кількох сит в барабанному сепараторі пропонується використати при подальших дослідженнях із-за значного розширення площі сепарації.

Перемішування та транспортування сумішей мають великий вплив при визначенні продуктивності сепаратора. Відповідно для покращення цих процесів пропонується для урухомлення барабанного сепаратора використати вібраційний привід. Він дасть змогу досягнути різної амплітуди та форми траєкторії руху просіювальних сит. Таким чином було синтезовано з двох видів сепараторів новий вид – барабанний вібраційний сепаратор, який матиме переваги двох вихідних видів.

Вібраційний сепаратор барабанного типу представлятиме собою складну динамічну систему, адекватний опис якої можна раціонально провести лише шляхом нелінійного моделювання. Даний аналогічний вид дослідження проводився авторами для вивчення динаміки машин, які реалізують вібраційне об'ємне оброблення виробів та вібраційних сепараторів з плоскими ситами [8–11].

Щоб забезпечити максимальну продуктивність роботи запропонованого вібраційного сепаратора барабанного типу з концентричним розміщенням сит, слід провести теоретичні дослідження його динаміки. Це необхідно для з'ясування того як впливають його параметри (зокрема геометричні параметри конструкції та кінематичні параметри приводу) на інтенсивність процесу сепарації у ньому сипких сумішей. А власне розробка нелінійної моделі опису руху сепаратора дасть змогу реалізувати цю задачу. Уніфікованість розробленої моделі дасть змогу використати її не тільки для запропонованої нової конструкції сепаратора, а й для проектування низки сепараторів чи вібраційних оброблювальних машин інших видів.

3. Ціль та задачі дослідження

Метою проведених досліджень було створення нелінійної моделі вібраційного сепаратора барабанного типу з концентричним розміщенням сит та дебалансним (ексцентриковим) приводом. Дана модель уможливить вивчення динамічних явищ в сепараторі для визначення впливу параметрів сепаратора на чинники сепарації сипких сумішей у ньому.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

- вивчення впливу ключових (геометричних і кінематичних) параметрів створеного вібраційного сепаратора на характер руху його сит шляхом математичного моделювання руху сепаратора – дані дослідження слід провести для стаціонарних та резонансних режимів функціонування сепаратора;

- експериментальне дослідження впливу параметрів сепаратора на характер його руху та сипкої суміші, яку необхідно сепарувати, для перевірки адекватності отриманих теоретичних результатів;

- вивчення впливу параметрів створеного сепаратора на чинники інтенсивності сепарації у ньому.

4. Методологія і методи побудови математичної моделі опису динаміки розробленого сепаратора та експериментальної її перевірки

Дослідження динаміки вібраційного сепаратора базуються на законах руху довільних точок його концентричних сит та робочого органу, в якому вони розміщені, впродовж вказаного інтервалу часу сепарування. Дані закони є сукупністю множин аналітичних виразів, в яку в тому чи іншому вигляді входять всі необхідні параметри сепаратора. Ці вирази – аналітичний розв'язок складеної системи нелінійних диференціальних рівнянь, що теоретично описує динаміку досліджуваного сепаратора. Вони і будуть математичною моделлю його руху. В дані вирази можливо буде підставити координати довільних точок сепаратора, рух яких треба дослідити, та необхідні його експлуатаційні параметри. В результаті цього вони уможливають побудову траєкторій переміщень вибраних точок сепаратора та створення їх амплітудно-частотних та амплітудних характеристик. Основою математичної моделі опису динаміки вібраційного сепаратора з концентричним розміщенням сит будуть аналітичні вирази опису руху деяких його «ключових» точок. Ними можуть бути, наприклад, координати осі розташування концентричних сит сепаратора, його центру мас та величини кута повороту сепаратора навколо свого центру мас. Маючи ці закони, шляхом відносно нескладних математичних маніпуляцій, можна дослідити динаміку довільної частини сепаратора.

Таким чином, для створення математичної моделі дослідження динаміки вібраційного сепаратора, було насамперед вибрано його принципову та розрахункову схеми. Система нелінійних диференціальних рівнянь, що відображає рух вібраційного сепаратора, складена використовуючи узагальнені координати рівняння Лагранжа II роду [12] та закони класичної динаміки Ньютона. Аналітичний розв'язок отриманої системи рівнянь побудовано із застосуванням асимптотичних

методів нелінійної механіки [13–15], методу Боголюбова-Митропольського, методу Пуанкаре, загального методу теорії збурень [13].

В процесі досліджень знайдених розв'язків було проведено їх перевірку на стійкість, тобто на перевірку існування розв'язку впродовж всього часового інтервалу експлуатації вібраційного сепаратора. Для цього було використана методика перевірки на стійкість за допомогою рівняння типу Мат'є [16, 17].

У запропонованій конструкції вібраційного сепаратора застосовуються кілька незалежних дебалансних приводів. Тому доцільним стало визначення їх умов самосинхронізації згідно інтегрального критерію опису стійкості синхронного руху [18].

Для реалізації експериментальних досліджень використано експериментальний макет сепаратора, який приводиться в рух двома дебалансами, що мають незалежний привід. За його допомогою практично перевірено вплив конструктивних і кінематичних параметрів сепаратора на:

- 1) амплітуду коливань його робочого органу;
- 2) траєкторію його руху та характер коливань.

Перевірено вплив наступних конструктивних параметрів сепаратора – розмірів робочого барабану, його маси, розміщення вібраційних приводів та пружної підвіски, жорсткості підвіски, радіусів дебалансів, їх маси. Також здійснено перевірку впливу кутових швидкостей та напряму обертання дебалансів в якості кінематичних показників. Створений експериментальний макет уможливував регулювання та зміну ключових параметрів сепаратора, які впливали на його продуктивність.

Для визначення експериментального впливу параметрів сепаратора на характер коливань його сит була розроблена методика проведення експерименту. В якості вимірювальної та записуючої апаратури використовувалась вібровимірювальна система. До вимірювальної складової системи входить:

- 1) первинний перетворювач “VS-080” (Німеччина) – давач, який монтувався на вібросепаратор;
- 2) прилад для оброблення первинної інформації “VIBROTEST 30” фірми SCHENCK (Німеччина). В якості записуючого модуля використовувався:
 - 1) 16-ти розрядний перетворювач сигналу ES-1868 (Тайвань);
 - 2) персональний комп'ютер (Intel Core II Duo, 2000 GHz, 4ГБ ОЗУ);
 - 3) програмне “Sound Forge” (США).

5. Результати досліджень динаміки вібраційного сепаратора барабанного типу з концентричним розміщенням сит

5.1. Принципова схема розробленого барабанного вібраційного сепаратора з концентричним розміщенням сит

На рис. 1 зображено у трьох проекціях принципову схему запропонованої конструкції вібраційного сепаратора, динаміку якого шляхом моделювання було досліджено в даній роботі.

На рис. 1 прийнято наступні позначення:

- 1) барабан вібраційного сепаратора;
- 2) концентричні сита (4 штуки);
- 3) приводні електродвигуни (4 штуки);

- 4) незалежні керовані дебаланси;
- 5) найбільша сепарована фракція;
- 6) найменша сепарована фракція;
- 7) пружна підвіска;
- 8) завантажувальний бункер;
- 9) система розвантаження з кожного сита та днища барабану;
- 10) еластичні муфти;
- 11) рама вібросепаратора.

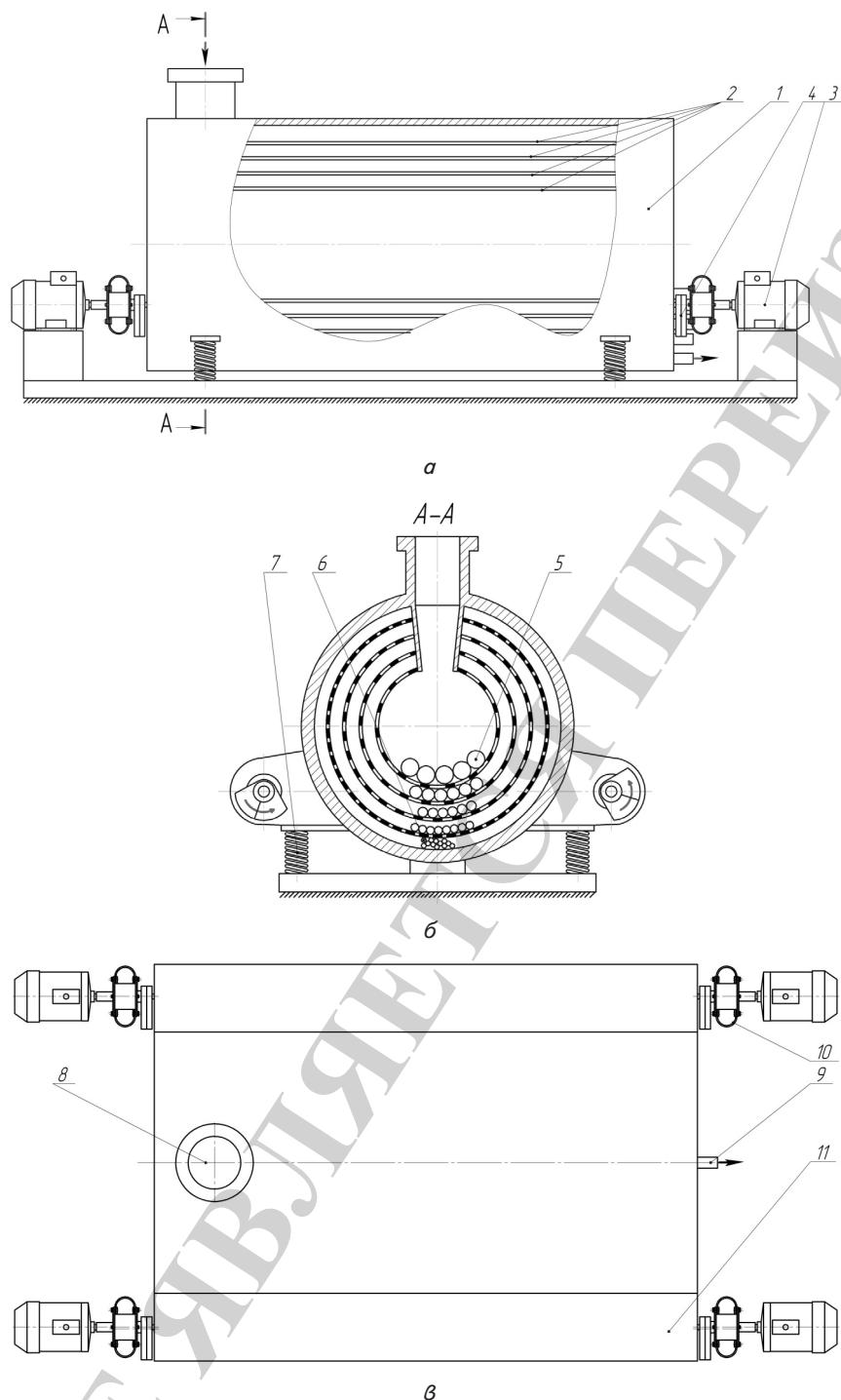


Рис. 1. Вібраційний сепаратор барабанного типу з концентричним розміщенням сит та чотирма дебалансами, які мають незалежний привід: а – вібраційний сепаратор – головний вид; б – вібраційний сепаратор – вид збоку (переріз); в – вібраційний сепаратор – вид зверху

На даному барабанному вібраційному сепараторі з концентричним розміщенням сит встановлюємо дві пари дебалансів, які будуть обертатись в площинах перпендикулярних до осі барабану сепаратора. Окрім цього дані пари дебалансів встановлюємо по краях барабану (в зоні правого та лівого торця). Сам барабан сепаратора матиме чотири вбудованих одне в одне концентричних сита з проміжками між собою для накопичення сепарованих фракцій, та перемішування залишків суміші, яка пройшла з ближнього до осі барабану сита. Очевидно, що розмір комірок чотирьох сит спадатиме в радіальному напрямку. Таким чином найкрупніша фракція буде накопичуватись в середині барабану, а найдрібніша – коло стінок барабану. Решта, проміжних за розміром фракцій, будуть накопичуватись між ситами. Таким чином дана конструкція сепаратора зможе розділяти суміш речовин, які слід сепарувати на п'ять частин.

5. 2. Розрахункова схема барабанного сепаратора з концентричним розміщенням сит та вібраційним приводом

Дебаланси приводу сепаратора обертатимуться в площині перпендикулярній до осі барабану сепаратора викликаючи його плоскопаралельний рух. Іншими словами – барабан буде перебувати у плоскому русі. Звичайно він теж буде рухатись і вздовж своєї осі. Але ці осеві коливання є незначними порівняно з коливаннями, які відбуваються вертикально – в площині поперечного перерізу сепаратора, тому ними можна знехтувати.

В результаті маємо механічну систему, що є плоскою та загалом матиме 5 рівнів вільності. Зокрема – три рівня вільності має барабан сепаратора, та по одному ступеню має дебаланс кожної пари. Так як розглядаємо поперечний переріз сепаратора в цілому, то в цей переріз може потрапити тільки одна пара дебалансів. Дебаланси приводу здійснюють обертотий рух довкола своєї осі, яка жорстко розташована щодо барабану сепаратора. Відповідно, до загального числа рівнів вільності досліджуваної механічної системи можемо додати лише 2 рівня вільності дебалансів. В результаті даних міркувань досліджувана система матиме загалом п'ять рівнів вільності.

На рис. 2 зображена розроблена розрахункова схема барабанного сепаратора з концентричним розміщенням сит та вібраційним приводом.

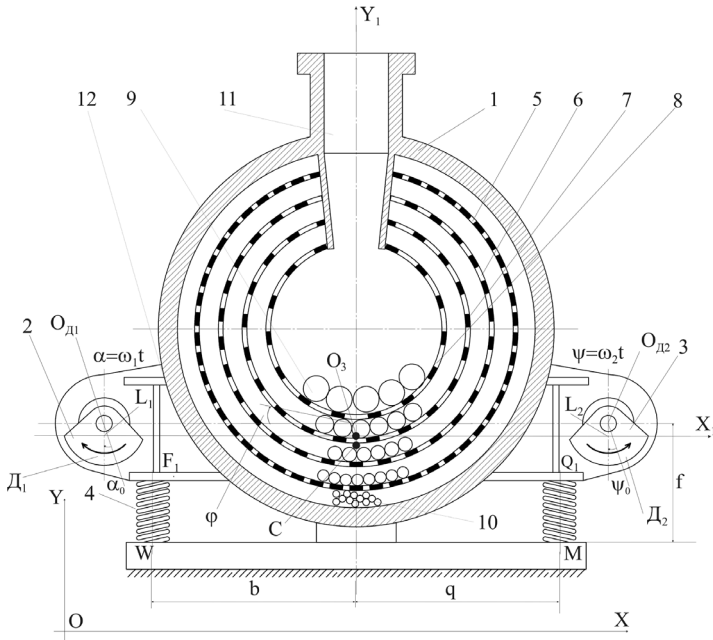


Рис. 2. Схема розрахунку барабанного вібраційного сепаратора з концентричним розміщенням сит

На рис. 2 позначено:

- 1 – барабан сепаратора, який має загальну масу M_k ;
- I – інерційний момент вібраційного сепаратора щодо осі, яка перетинає центр мас сепаратора (позначений через O_3);
- 2, 3 – лівий та правий дебаланс;
- 4 – пружинна підвіска;
- 5, 6, 7, 8 – сепаруючі циліндричні сита, які розміщені концентрично (розмір комірки сита зменшується від внутрішнього сита до зовнішнього);
- 9, 10 – відсепаровані фракції відповідно найбільшого та найменшого розміру;
- 11 – завантажувальний бункер;
- 12 – рама сепаратора;
- XOY – нерухома система координат;
- $X_1O_3Y_1$ – система координат, що з'єднана з барабаном сепаратора, коливається разом з ним);
- ϕ – кут повороту сепаратора в процесі його функціонування;
- c – точка центру мас барабану сепаратора;
- $S = cO_3$ – відстань від центру системи координат $X_1O_3Y_1$ до центру мас сепаратора;
- $O_{д1}, O_{д2}$ – точки навколо яких обертаються дебаланси;
- r_1 – радіус лівого дебалансу (зміщення центру мас лівого дебалансу щодо осі його обертового руху);
- r_2 – радіус правого дебалансу (зміщення центру мас правого дебалансу щодо осі його обертового руху);
- $M_{д1}$ – маса лівого дебалансу;
- $M_{д2}$ – маса правого дебалансу;
- $O_{д1}L_1 = k_1, O_{д2}L_2 = k_2, O_3L_1 = l_1, O_3L_2 = l_2$ – геометричні координати розташування дебалансів відносно системи координат пов'язаної з барабаном сепаратора;
- ω_1 та ω_2 – кутові швидкості, з якими рухаються дебаланси;
- α_0 та ψ_0 – початкові фази розміщення дебалансів;
- $\alpha = \omega_1 t$ та $\psi = \omega_2 t$ – фази дебалансів в довільний момент часу роботи сепаратора;

- C – загальна жорсткість підвіски сепаратора, C_1 – величина жорсткості лівої підвіски, C_2 – жорсткість правої підвіски;
- WF_1 та MQ_1 – відповідні величини довжин підвіски сепаратора в будь-який момент часу роботи сепаратора;
- WF та MQ – відповідні величини довжин підвіски сепаратора в початковий момент часу.

5. 3. Математична модель дослідження динаміки сепаратора

Динаміку досліджуваного розробленого сепаратора можна з достатньою точністю описати використовуючи складену систему диференціальних рівнянь (вона є нелінійною та параметричною):

$$\begin{cases} \ddot{x}_c + \omega^2 x_c = \epsilon f_x(\phi, \dot{\phi}, \ddot{\phi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0); \\ \ddot{y}_c + \omega^2 y_c = \epsilon f_y(\phi, \dot{\phi}, \ddot{\phi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0); \\ \ddot{\phi} + \omega_\phi(t)\phi = \epsilon f_\phi(\phi, \dot{\phi}, \ddot{x}_c, \ddot{y}_c). \end{cases} \quad (1)$$

В системі (1) прийнято наступні позначення:
 - x_c, y_c – координати центру мас барабану сепаратора зі ситами в час t (час роботи сепаратора);

- ϕ – величина кута повороту сепаратора при його роботі;
- ω – частота власних коливань барабану;
- ϵ – так званий малий параметр;
- f_x, f_y, f_ϕ – нелінійні вирази, що включають в себе параметри сепаратора;
- $\omega_\phi(t)$ – так звана частота «кругових» коливань барабану сепаратора, яка враховує дебалансний привід. Згідно асимптотичних методів нелінійної механіки розв'язки системи (1) будуть наступними:

$$\begin{aligned} x_c &= x_0 \sin(\omega t + \alpha_x) + \epsilon \chi_x(\phi, \dot{\phi}, \ddot{\phi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) + \\ &+ \epsilon^2 \chi'_x(\phi, \dot{\phi}, \ddot{\phi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) + \dots, \\ y_c &= y_0 \sin(\omega t + \alpha_y) + \epsilon \chi_y(\phi, \dot{\phi}, \ddot{\phi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) + \\ &+ \epsilon^2 \chi'_y(\phi, \dot{\phi}, \ddot{\phi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\epsilon = 1/M \ll 0$ (M – коливна маса сепаратора); $\chi_i^j(\phi, \dot{\phi}, \ddot{\phi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0)$ – функції, що визначаються асимптотичними методами.

Для отримання кінцевого розв'язку використано тільки перші два члени ряду – перший представляє розв'язок так званої незбуреної системи (рух сепаратора без урахування приводу), а інший – враховує рух сепаратора з увімкненим приводом. Вплив наступних членів ряду на адекватність розв'язку є несуттєвою.

В кінцевому результаті аналітичні вирази, що описують рух барабану сепаратора при його функціонуванні:

$$\begin{aligned} x_c &= x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}} t + \alpha_x\right) + \\ &+ \frac{\epsilon}{\sqrt{\frac{c}{M}}} \int_0^t f_x(\phi^*, \dot{\phi}^*, \ddot{\phi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}(t-u)\right) du, \end{aligned} \quad (3)$$

$$y_c = y_0 \sin \left(\sqrt{\frac{c}{M}} t + \alpha_y \right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{c}{M}}} \int_0^t f_y(\phi^*, \dot{\phi}^*, \ddot{\phi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \sin \left(\sqrt{\frac{C}{M}} (t-u) \right) du, \quad (4)$$

$$\phi = \phi_0 \cos(\omega_0 t + \theta(t)). \quad (5)$$

У виразах (3)–(4)

$$f_x(\phi^*, \dot{\phi}^*, \ddot{\phi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0)$$

i

$$f_y(\phi^*, \dot{\phi}^*, \ddot{\phi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0)$$

нелінійні функції з параметрами вібраційного сепаратора.

Система рівнянь (3)–(5) є досить громіздкою, тому в розгорнутому вигляді її не наведено. Як приклад, вкажемо лише кілька вбудованих у неї функцій:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{-C_1(b^2 + af) - C_2(q^2 + af) + g(M_k S - M_{D1} k_1 - M_{D2} k_2)}{M_k S^2 + I + M_D(r^2 + l^2 + k^2)}}, \quad (6)$$

$$a = L + f - \frac{Mg}{C}, \quad (7)$$

$$\theta(t) = \frac{B}{4 \cdot \phi_0} \left(1 \left(\frac{\cos(\omega_2 t + \psi_0)}{\omega_2} - \frac{\cos(\omega_1 t + \alpha_0)}{\omega_1} \right) + k \left(\frac{\sin(\omega_2 t + \psi_0)}{\omega_2} - \frac{\sin(\omega_1 t + \alpha_0)}{\omega_1} \right) \right) + C^*, \quad (8)$$

$$\ddot{\phi} = -\omega_0^2 \left(1 + B \left(\cos \frac{(\omega_1 + \omega_2)t + \alpha_0 + \psi_0}{2} \times \left(\sin \frac{(\omega_1 - \omega_2)t + \alpha_0 - \psi_0}{2} + \cos \frac{(\omega_1 + \omega_2)t + \alpha_0 + \psi_0}{2} \right) \right) \right) \cdot \phi, \quad (9)$$

$$B = \frac{4M_A r}{M_k S^2 + I + M_D(r^2 + l^2 + k^2)}, \quad (10)$$

$$\dot{\phi} = -\phi_0 \sin(\omega_0 t + \theta(t)) \times \left(\omega_0 + \frac{B}{2\phi_0} \left(\cos \frac{(\omega_1 + \omega_2)t + \alpha_0 + \psi_0}{2} \times \sin \frac{(\omega_1 - \omega_2)t + \alpha_0 - \psi_0}{2} + \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t + \alpha_0 - \psi_0}{2} \right) \right). \quad (11)$$

Система (3)–(5) дає нам змогу описати динаміку центру мас вібраційного сепаратора. Вирази, які уможливають знайти і описати траєкторію руху довільної точки вібраційного барабанного сепаратора з концентричним розташуванням сит:

$$x_{i3} = x_c + x_1 \cos \phi(t) - y_1 \sin \phi(t),$$

$$y_{i3} = y_c + x_1 \sin \phi(t) + y_1 \cos \phi(t), \quad (12)$$

де x_{i3}, y_{i3} – координати точки сепаратора, рух якої треба дослідити, щодо системи координат XOY; x_1, y_1 – координати точки сепаратора, рух якої треба дослідити, щодо системи координат $X_1 O_A Y_1$.

В процесі побудови математичної моделі було здійснено перевірку стійкості отриманих розв'язків (3)–(5) системи (1). В результаті було визначено, що в межах експлуатаційних та конструктивних параметрів досліджуваного сепаратора, отримана система аналітичних залежностей описуватиме динаміку сепаратора на всьому часовому інтервалі його функціонування.

5. 4. Дослідження впливу параметрів сепаратора на амплітуду коливного руху барабану з ситами

Наступним кроком досліджень було вивчення величини впливу параметрів сепаратора на амплітуду коливного руху барабану зі ситами. Причому розглядались стаціонарні та перехідні режими роботи сепаратора. Дані дослідження були проведені на основі отриманої математичної моделі опису динаміки вібраційного сепаратора барабанного типу та системи автоматизованого проведення математичних розрахунків MahtCad. Було прийнято, що амплітуда коливань барабану сепаратора є ключовим чинником для визначення інтенсивності процесу сепарації.

Для проведення досліджень використано наступні параметри сепаратора:

- $r_1 = r_2 = 0,065$ м – радіуси дебалансів (величини ексцентриситету дебалансів);
- $\omega_1 = \omega_2 = 95$ с⁻¹ кутові швидкості дебалансів;
- $M_{d1} = M_{d2} = 2,5$ кг – маси дебалансів;
- $k_1 = k_2 = 0,003$ м; $l_1 = l_2 = 0,65$ м – параметри розташування осей обертання дебалансів;
- $\alpha_0 = \psi_0 = 0^\circ$ – початкові кути положення дебалансів;
- $L = 0,2$ м – довжина пружин підвіски;
- $b = q = 0,6$ м – параметри розташування пружної підвіски сепаратора;
- $S = 0,1$ м – відстань від осі барабана до його центру мас в початковий момент часу;
- $M_k = 45$ кг – маса барабана сепаратора;
- $C_1 = C_2 = 12,0$ кН/м – величини жорсткості пружин підвіски сепаратора (з лівої та правої сторін);
- $I = 6,5$ кг·м² – момент інерції барабана сепаратора.

Нижче на графіках (рис. 3–5) зображено вплив на амплітуду та характер коливань вібраційного сепаратора барабанного типу його параметрів – радіусів дебалансів, їх мас, кутових швидкостей обертання. Графічні залежності побудовано для відносного часового інтервалу роботи сепаратора тривалістю 1–2 с для стаціонарного режиму його функціонування. Картина коливань для інших інтервалів часу аналогічна.

Наступним кроком досліджень була побудова прямих графічних залежностей параметрів досліджуваного сепаратора барабанного типу на амплітуду його коливань, причому один параметр був змінний, а інші – фіксовані. Як приклад, деякі залежності від ключових параметрів сепаратора зображено на рис. 6–8.

На основі інтегрального критерію визначення умов стійкості синхронного руху незалежно при-

водних дебалансів сепаратора встановлено їх умови синхронізованого коливання. Визначено, що:

а) дебаланси обертаються синхронно і проти фази в одному напрямку за сумарної маси барабану сепаратора зі ситами та сумішшю, яка сепарується, до 78,43 кг;

б) якщо коливна маса більша за 78,43 кг, дебаланси будуть обертатись один відносно одного синхронно і синфазно в одному напрямку;

в) при обертанні дебалансів в протилежних напрямках, явище самосинхронізації буде спостерігатися лише при умові, що сумарна маса коливної системи не перевищує 78,43 кг. В даному випадку дебаланси рухатимуться синхронно в проти фази.

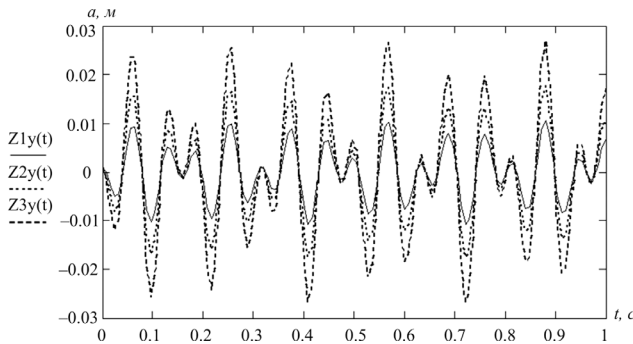


Рис. 3. Вплив радіусів дебалансів на величину амплітуди коливань барабану сепаратора при Z1 – $r_1=r_2=0,045$ м, Z2 – $r_1=r_2=0,09$ м, Z3 – $r_1=r_2=0,135$ м

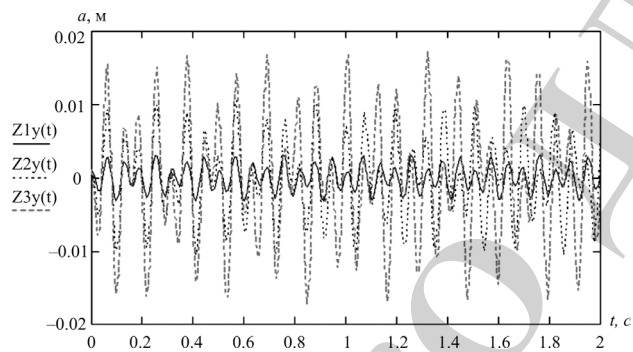


Рис. 4. Вплив мас дебалансів на величину амплітуди коливань барабану сепаратора при Z1 – $M_{д1}=M_{д2}=1$ кг, Z2 – $M_{д1}=M_{д2}=2,5$ кг, Z3 – $M_{д1}=M_{д2}=4$ кг

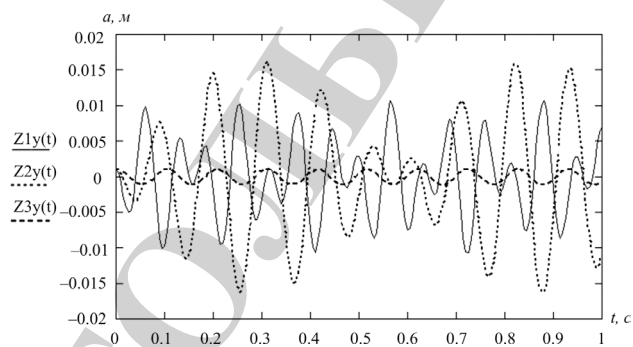


Рис. 5. Вплив кутових швидкостей обертання дебалансів на величину амплітуди коливань барабану сепаратора при Z1 – $\omega_1=95$ c^{-1} , $\omega_2=-95$ c^{-1} , Z2 – $\omega_1=50$ c^{-1} , $\omega_2=-50$ c^{-1} , Z3 – $\omega_1=140$ c^{-1} , $\omega_2=-140$ c^{-1}

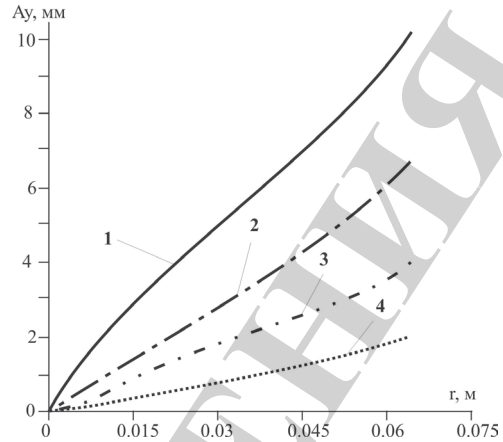


Рис. 6. Залежність амплітуди коливань вібраційного сепаратора від радіуса дебалансів: 1 – маса дебалансів 8 кг; 2 – 6 кг; 3 – 4 кг; 4 – 2 кг

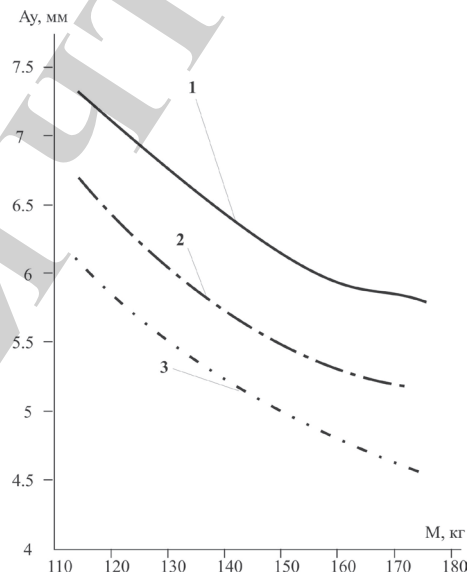


Рис. 7. Залежність амплітуди коливань вібраційного сепаратора від коливної маси за кутової швидкості дебалансів $\omega_1=\omega_2=110$ c^{-1} : 1 – жорсткість підвіски 10 кН/м; 2 – 13 кН/м; 3 – 16 кН/м

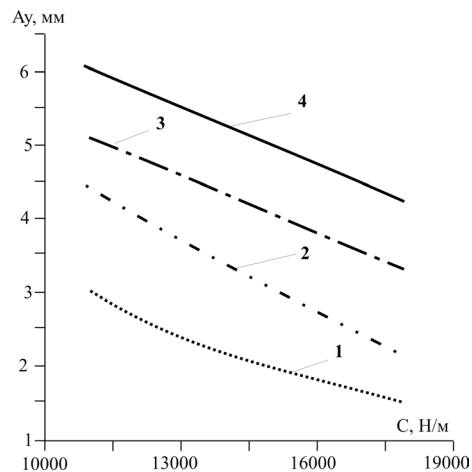


Рис. 8. Залежність амплітуди коливань вібраційного сепаратора від величини жорсткості пружин підвіски: 1 – величина радіусу (ексцентриситету) дебалансу 0,015 м; 2 – 0,03 м; 3 – 0,045 м; 4 – 0,06 м

5. 5. Експериментальна перевірка результатів теоретичних досліджень динаміки сепаратора барабанного типу з вібраційним приводом

В результаті проведення експериментальних досліджень отримано ряд віброграм. Вони відображають траєкторію руху окремих, попередньо вибраних, точок торцевої стінки барабану сепаратора. Траєкторії отримано для вертикального та горизонтального напрямів руху точок при різних конструкційних і кінематичних параметрах досліджуваного сепаратора. Окрім того, використовуючи отримані віброграми, отримано спектр амплітудно-частотних характеристик руху барабану сепаратора. Це, своєю чергою, уможливило визначення впливу складових збурень барабану сепаратора, які зумовлюють саме таку картину його руху, на величину амплітуди його коливань по їх частоті. Визначення за амплітудно-частотними характеристиками залежностей амплітуди коливань барабану від частоти складових збурень дозволяє встановити їх вагомість по впливу на характер руху сепаратора. Як впливає з отриманих залежностей, домінуючою є частота зовнішнього збурення – частота обертання дебалансів (в досліджуваному випадку 22,5 Гц при кількості обертів 1350 об/хв.). Також на характер руху барабану впливає і рух суміші по ситах, яка сепарується (нижчі частоти), але частота їх коливного руху і амплітуда відповідних гармонік є менша.

На наступному етапі конструкційні і кінематичні параметри сепаратора барабанного типу з вібраційним приводом, за яких проводився експеримент, введено в отриману нелінійну математичну модель наведену вище. Для того самого інтервалу часу стаціонарної роботи вібраційного сепаратора побудовано теоретичні віброграми його руху точок. Порівняння отриманих результатів вказує на адекватність відображення отриманої математичної моделі вібраційного сепаратора барабанного типу реальних динамічних процесів у ньому.

6. Обговорення результатів дослідження динаміки сепаратора барабанного типу з концентричним розміщенням сит та вібраційним приводом

Чинники уніфікованості і адекватності є ключовими при дослідженні динаміки механічних систем методом моделювання. Якщо побудована модель механічної системи виявиться не адекватною, то доцільність проведення теоретичних досліджень за її допомогою не має сенсу – такі результати будуть хибними. З іншої сторони, при розробленні моделей, слід враховувати таке поняття як уніфікованість моделі. На практиці існують певні групи механічних систем, що мають спільні ознаки. Сюди, наприклад, відносимо сепаратори (з вібраційним приводом) з однаковим числом сит у барабані чи дебалансів, однаковим типом підвіски тощо. Тому для таких типів систем доцільно розробляти параметризовану модель, що буде відтворювати ключові експлуатаційні властивості всіх сепараторів обраної групи. Тоді в побудованій моделі можна “занулити” відповідні параметри, наприклад, величини маси барабану, якщо їх кілька, чи маси одного з кількох приводних дебалансів. Також можна провести варіювання відповідних параметрів геометрії системи і т. д. В результаті таких маніпуляцій уніфікована

модель відобразить вплив параметрів на чинники інтенсивності функціонування того чи іншого реально-вібраційного сепаратора з групи, що розглядається. Також дану модель, в такому випадку, можна успішно застосувати і до групи вібраційних оброблювальних систем іншого виду. Вказаний підхід до створення та застосування моделей вібраційних механічних систем уможливить зменшення часу, що треба буде відвести на їх проектування. Це пояснюється тим, що не буде потреби розробляти, наприклад, кожного разу модель нового вібраційного сепаратора (який буде проектуватись). Конструктори оперуватимуть заздалегідь розробленими моделями сепараторів, які будуть уніфіковані. Звичайно, забезпечення виконання даних чинників при побудові моделей даного типу – це складне завдання. Однак застосування моделювання під час проектування та експлуатації сепараторів та інших вібраційних механічних систем є дуже зручним та практичним. Вирішення даної задачі уможливить навіть автоматизоване проектування вібраційних оброблювальних механічних систем.

Отримана математична модель розробленого сепаратора є досить універсальною, так як вона може описувати сепаратори не тільки вказаного вище конструктивного виконання. Можливі кілька підвидів конструкцій даного барабанного сепаратора з концентричним розміщенням сит та вібраційним приводом, які може описати дана модель. Її також можна застосувати для дослідження динаміки сепаратора, сита якого з комірками різного розміру будуть розміщуватись послідовно.

Багато ключових параметрів сепаратора, які впливають на інтенсивність його роботи, можна нескладно змінювати. Сюди відносимо радіус, кутову швидкість, масу дебалансів та жорсткість підвіски. Так радіуси дебалансів і їх масу можна змінювати використовуючи на сепараторі регульовані дебаланси. Кутову швидкість приводу – використовуючи двигуни приводу постійного струму або двигуни асинхронні (з фазним ротором), чи мати можливість зміни частоти струму. Жорсткість підвіски можна регулювати шляхом зміни жорсткості пружин підвіски або їх кількості, чи використовувати пневматичну підвіску. Тому вказані вище параметри можна вважати як базові по впливу на величину амплітуди. Вплив геометричних параметрів розробленого сепаратора і геометрії кріплення дебалансів слід враховувати на стадії його проектування.

В результаті проведених досліджень визначено:

– значення величина амплітуди коливного руху вібраційного сепаратора є у нелінійній залежності від маси барабану зі ситами та сипкої суміші і зменшується зі збільшенням останньої. Наприклад, із зростанням коливної маси від 115 до 175 кг (в 1,52 рази) амплітуда коливань зменшилась в 1,19 рази, тобто на 1,25 мм. Дане дослідження проведено для системи з жорсткістю підвіски 10 кН/м та кутовою швидкістю дебалансів 70 c^{-1} ;

– амплітуда коливань вібраційного сепаратора є також у нелінійній залежності від кутової швидкості приводних дебалансів і збільшується із її зменшенням. Так, наприклад, із зменшенням кутової швидкості обертального руху приводних дебалансів від 150 до 70 c^{-1} (в 2,14 рази) – значення амплітуди вертикальних коливань зростає в 1,53 рази, тобто на 2 мм. Дослідження проведено для сепаратора з жорсткістю підвіски 16 кН/м та коливною масою 140 кг;

– амплітуда коливань вібраційного сепаратора є у нелінійній залежності від величини жорсткості підвіски системи. Вона зменшується із зростанням жорсткості. Наприклад, при зростанні величини жорсткості пружної підвіски від 10 кН/м до 16 кН/м (в 1,6 рази) – значення величини амплітуди вертикальних коливань барабану зменшилась в 1,28 рази, тобто на 1,4 мм. Дослідження проведено для сепаратора з коливною масою 80 кг та кутовою швидкістю дебалансів 110 с^{-1} ;

– амплітуда коливань вібраційного сепаратора є у нелінійній залежності від радіуса приводних дебалансів і збільшується із його зростанням. Так, наприклад, для дебалансу масою 8 кг при збільшенні радіусу 0,015 до 0,06 м (в 4 рази), амплітуда зростає в 3,4 рази, тобто на 6,7 мм;

– амплітуда коливань вібраційного сепаратора також є у нелінійній залежності від маси дебалансів приводу. Вона зростає із збільшенням маси дебалансу. Так, наприклад, збільшення маси дебалансу від 2 до 8 кг (в 4 рази), веде до зростання амплітуди коливань барабану в 6,8 разів, тобто на 5,8 мм. Тут розглянуто сепаратор з радіусом приводного дебалансу 0,045 м;

– можливість зміни радіуса та маси дебалансів в процесі експлуатації сепаратора і суттєвість їхнього впливу на інтенсивність процесу сепарації є дуже вагома. Слід наголосити, що теж можна розглядати значення впливу на амплітуду коливного руху сепаратора статичного моменту дебалансів – добутку маси дебалансу на його радіус. Однак дослідження впливу окремо маси дебалансу та його радіусу є необхідним для дебалансів, які складаються з кількох рухомих частин. Це можна пояснити тим, що ці величини можуть змінюватись незалежно одна від одної в процесі встановлення режимів сепарації;

– із збільшенням відстані між центрами обертання приводних дебалансів амплітуда коливань сепаратора зменшується, причому залежність є нелінійною;

– із збільшенням відстані між пружинами підвіски в поперечному перерізі сепаратора, який перпендикулярний осі барабану, амплітуда його коливань, при незмінних інших параметрах, збільшується.

Також, під час дослідження, вибрано критерій, згідно якого визначається інтенсивність роботи вібраційного сепаратора та вибираються його параметри. Зокрема він показує, що інтенсивність роботи вібраційної системи пропорційне добутку квадрата амплітуди коливань барабану на величину куба кутової швидкості приводу [19]. Таким чином, значення конструктивних параметрів запроєктованого сепаратора барабанного типу з вібраційним приводом будуть такими:

а) величина жорсткості підвіски сепаратора – сумарна $2 \cdot 13 = 26 \text{ кН/м}$;

б) значення кутової швидкості дебалансів приводу 150 с^{-1} . Амплітуда коливань сепаратора в даному випадку матиме менше значення, ніж за кутової швидкості – 110 с^{-1} або кутової швидкості 70 с^{-1} . Однак добуток квадрата амплітуди коливань на величину куба кутової швидкості приводу в даному випадку, згідно обраного критерію оцінки інтенсивності роботи сепаратора, буде найбільшим;

в) маса дебалансів – 4–8 кг;

г) величина радіусу дебалансів – 0,015–0,07 м;

д) відстань між пружними опорами – 1,25–1,55 м;

е) кріплення дебалансних вузлів від нижньої частини барабану сепаратора на відстані 0,35 м.

Окрім того, дебаланси сепаратора повинні обертатися в одному напрямку, що забезпечить найбільш інтенсивне перемішування і циркуляцію суміші, яку слід сепарувати, по ситах.

Аналізуючи отримані експериментальні і теоретичні результати можна стверджувати, що математична модель сепаратора описує процес його роботи із достатньою точністю. Про це свідчить:

а) наявна еквівалентність форми отриманих віброграм (теоретично та експериментально);

б) співмірність величин теоретичних та експериментальних амплітуд досліджуваних точок сепаратора. Середня відносна похибка для вертикальних координат даних точок складає 11,4 %, для горизонтальних координат – 15,2 %. Тому, дана модель придатна для практичного використання для дослідження впливу кінематичних і конструктивних параметрів сепаратора з вібраційним приводом на характер його руху для підвищення інтенсивності процесу вібраційної сепарації.

7. Висновки

1. Побудована нелінійна математична модель розробленої нової конструкції вібраційного сепаратора барабанного типу з концентричним розміщенням сит та дебалансним приводом. Модель є уніфікованою та параметричною. До її складу в символічному форматі включено геометричні та кінематичні параметри сепаратора. Дана модель дала змогу вивчити вплив параметрів сепаратора на характер руху його сит (барабану сепаратора) під час його роботи. Встановлено, які параметри сепаратора забезпечують характер руху сит з максимальним неперервним підкидуванням та перемішуванням суміші на них. Даний характер руху сит забезпечує найшвидший процес сепарування та вивантаження відсепарованих фракцій з сепаратора. До вказаних параметрів відносимо – кутову швидкість та масу дебалансів, величину їх ексцентриситету, жорсткість підвіски, величину коливної маси (барабану зі ситами та суміші у ньому), геометричні характеристики сепаратора. До останніх належать розташування підвіски та дебалансів.

2. Експериментально підтвердилась адекватність побудованої нелінійної математичної моделі вібраційного сепаратора барабанного типу у відображенні коливних процесів у ньому. Середня відносна похибка порівняння теоретичних та експериментальних результатів не перевищує 15,2 %. Встановлено, що формування характеру руху сит сепаратора та сепаратора в цілому визначається домінуючою частотою зовнішнього збурення – частою обертання дебалансів. Також на характер коливного руху сепаратора впливає і рух суміші по ситах, але цей вплив не є суттєвим.

3. Встановлено, що кутова швидкість, маса дебалансів, величина їх ексцентриситету, жорсткість підвіски, маса барабану зі ситами та суміші у ньому, розташування підвіски та дебалансів максимально суттєво впливають на амплітуду коливань барабану з ситами. При цьому амплітуду коливань сепаратора в поєднанні з кутовою швидкістю приводу сепаратора рекомендовано прийняти за чинники, які визнача-

ють інтенсивність роботи сепаратора. Встановлено, що амплітуда коливань сепаратора з наведеними вище його параметрами перебуває у нелінійній залежності. Окрім того величини маси дебалансу, його ексцентриситету (радіусу), жорсткості підвіски можливо нескладно змінювати задаючи режими сепарування при експлуатації сепаратора.

Проведення досліджень різноманітних динамічних процесів вібраційних механічних систем, зокрема се-

параторів, на основі математичного моделювання є актуальною прикладною задачею. Вона уможливує вивчення комплексного впливу параметрів сепаратора на інтенсивність його функціонування. Це дозволяє ще на стадії проектування сепаратора скоротити затратні експериментальні дослідження, автоматизувати сам процес проектування. Отримані в роботі результати можна застосувати для розроблення та експлуатації вібраційних оброблювальних систем різних видів.

Література

1. Ланець, О. С. Високоєфективний вібраційний сепаратор з електромагнітним приводом [Текст] / О. С. Ланець, О. В. Гаврильченко, Я. В. Шпак // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2008. – Вип. 42. – С. 36–43.
2. Гаврильченко, О. В. Створення тримасового циркуляційного вібраційного сепаратора з електромагнітним приводом та синфазним рухом коливальних мас [Текст] / О. В. Гаврильченко, О. С. Ланець, В. М. Гурський // Техніка будівництва. – 2007. – № 20. – С. 67–77.
3. Орищенко, С. В. Дослідження динаміки вібраційного грохота та оцінка його ефективності [Текст] / С. В. Орищенко, Б. В. Мацюк // Вібрації в техніці і технологіях. – 2013. – № 3 (71). – С. 120–125.
4. Szymanski, T. Screening on a screen with a vibrating sieve [Text] / T. Szymanski, P. Wodzinski // Physicochemical Problems of Mineral Processing. – 2003. – Vol. 37. – P. 27–36.
5. Денцов, Н. Н. Динамика вибрационного грохота на комбинационном параметрическом резонансе [Текст] / Н. Н. Денцов // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 4. – С. 55–60.
6. Степанов, В. М. Обобщенная математическая модель вибрационных грохотов [Текст] / В. М. Степанов, И. До Ны // Известия Тульского государственного университета. – 2011. – № 6-1. – С. 246–251.
7. Idziaszek-Gonzales, A. Analysis of material separation process performed in wet drum magnetic separators [Text] / A. Idziaszek-Gonzales, S. Wojtowicz // Przegląd elektrotechniczny. – 2013. – Issue 89 (7). – P. 265–267.
8. Стоцько, З. А. Математична модель опису динаміки вібраційного сепаратора з дебалансним приводом [Текст] / З. А. Стоцько, В. Г. Топільницький, Я. М. Кусий // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2013. – Вип. 47. – С. 28–36.
9. Stotsko, Z. The Influence of the Loose Medium Parameters on the Process of Vibratory Separation [Text] / Z. Stotsko, V. Topilnytskyj, D. Rebot // Manufacturing and Industrial Engineering. – 2013. – Vol. 12, Issue 1-2. doi: 10.12776/mie.v12i1-2.179
10. Topilnytskyj, V. G. Investigation of the dynamics of vibratory separator with unbalanced drive [Text] / V. G. Topilnytskyj, Z. A. Stotsko, J. M. Kusyj, D. P. Rebot // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2014. – № 786. – С. 53–61.
11. Стоцько, З. А. Динаміка сипкого середовища у вібросепараторі з вертикальними коливаннями сит [Текст] / З. А. Стоцько, Б. І. Сокіл, В. Г. Топільницький, Д. П. Ребот // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – 2014. – № 788. – С. 60–65.
12. Пановко, Я. Г. Введение в теорию механических колебаний [Текст] / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1971. – 240 с.
13. Митропольский, Ю. А. Нелинейная механика. Одночастотные колебания [Текст] / Ю. А. Митропольский. – К.: Ин-т математики НАН Украины, 1997. – 385 с.
14. Bogolubov, N. N. Aspects of Polaron Theory – Equilibrium and Nonequilibrium Problems [Text] / N. N. Bogolubov, N. N. Jr Bogolubov. – London: World Sci., 2008. – 180 p. doi: 10.1142/9789812833990
15. Bogolubov, N. N. Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations [Text] / N. N. Bogolubov, Y. A. Mitropolsky. – New Delhi: Hindustan Publishing Company, 1961. – 537 p.
16. Cunningham, W. J. Introduction to Nonlinear Analysis [Text] / W. J. Cunningham. – New York: McGraw-Hill Book Company, 1958. – 349 p.
17. Bellman, R. E. Methods of Nonlinear Analysis [Text] / R. E. Bellman. – Academic Press, New York, 1970. – 322 p.
18. Блехман, И. И. Синхронизация динамических систем [Текст] / И. И. Блехман. – М.: Машиностроение, 1971. – 896 с.
19. Субач, А. П. Динамика процессов и машин объемной обработки [Текст] / А. П. Субач. – Рига: Зинатне, 1991. – 240 с.