

*Запропоновано метод урахування дисипативних процесів, що виникають в колії при взаємодії з рухомих складом, з використанням еквівалентного коефіцієнта дисипації (ЕКД), що враховує всі види тертя в конструкції. Надані теоретичні положення для визначення ЕКД. Експериментально визначені числові значення ЕКД рейкових опор і встановлено емпіричні залежності їх змін в процесі експлуатації колії*

*Ключові слова: дисипативні сили, еквівалентний коефіцієнт дисипації, емпіричні залежності змін, рейкові опори*

*Предложен метод учета диссипативных сил, возникающих в пути при взаимодействии с подвижным составом, с использованием эквивалентного коэффициента диссипации (ЭКД), учитывающего все виды трения в конструкции. Даны теоретические положения для определения ЭКД. Экспериментально определены числовые значения ЭКД рельсовых опор и установлены эмпирические зависимости их изменений в процессе эксплуатации пути*

*Ключевые слова: диссипативные силы, эквивалентный коэффициент диссипации, эмпирические зависимости, рельсовые опоры*

УДК 625.143

DOI: 10.15587/1729-4061.2016.85851

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ ПРИ ВПЛИВІ ПОЇЗДІВ НА КОЛІЮ ПРИ ДЕРЕВ'ЯНИХ ШПАЛАХ

Юз. Л. Тулей

Начальник

Департамент колії

ПАТ «Укрзалізниця»

вул. Тверська, 5, м. Київ, Україна, 03680

E-mail: bad\_gateway@mail.ru

Н. В. Бугаєць

Доцент\*

E-mail: natalia.bugaec@gmail.com

А. С. Малішевська

Аспірант\*

E-mail: kttolik@yandex.ua

\*Кафедра колія та колійне господарство

Український державний університет

залізничного транспорту

пл. Фейербаха, 7, м. Харків, Україна, 61015

### 1. Вступ

Відомо, що в процесі взаємодії рухомого складу і колій, деяка частина енергії для тяги рухомого складу витрачається на подолання сил сухого і в'язкого тертя в контакт «коесо-рейка». Витрачання енергії, при цьому, відбувається в основному на накопичення остаточних деформацій в колії, колесі і рейці, що призводить до утворення точкових дефектів та генерування теплоти. Крім цього, енергія витрачається на накопичення залишкових деформацій рейко-шпальної решітки, на випромінювання у вигляді акустичних хвиль та ін. [1].

Якщо при розрахунках сил взаємодії колії та рухомого складу не враховувати ці втрати енергії, то можна отримати результати, які на 15–25 % будуть відрізнятися від реальних, підтверджених експериментально. Це особливо важливо для ділянок колії в кривих малих радіусів (350 м і менше), які відрізняються від інших ділянок значним рівнем горизонтальних поперечних сил. Слід зазначити, що на таких ділянках повинна укладатися рейко шпальна решітка тільки на дерев'яних шпалах [2].

Таким чином, розробка теоретичних уявлень про процеси втрати енергії в колії і експериментальне визначення кількісних характеристик таких втрат (дисипації) є актуальним завданням. І особливо це завданням є актуальним для ділянок колії в кривих малих радіусів з дерев'яними шпалами.

### 2. Аналіз літературних даних та постановка задачі

Більш повне уявлення про процес внутрішнього тертя в колії було досягнуто в дослідженнях [3], результати яких дозволяють на підставі даних про вертикальні деформації рейок, їх швидкості і прискорення визначати важливі характеристики в точці контакту колеса і рейки, а саме: жорсткість колії, коефіцієнт в'язкого тертя і приведену масу колії.

Для колії з рейками Р65, дерев'яними шпалами з епіорами 1840 і 1600 шт/км на щебеневому баласті розраховані за цим методом сили в'язкого тертя дорівнюють 240 кГ·сек/см (при швидкості руху 25 км/год) та 125 кГ·сек/см (при швидкості руху 60 км/год) [4].

Крім того, встановлено, що при рейках Р65 середнє значення сил в'язкого тертя було в два рази менше ніж при рейках Р50 і в три рази менше ніж при рейках Р43. Сили в'язкого тертя майже лінійно зменшилися у декілька разів при зростанні швидкості руху у діапазоні від 20 до 60 км/год. Відзначені вище дослідження виконувалися для умов магістрального залізничного транспорту. Теоретичні і експериментальні дослідження аналогічних процесів, які були проведені для умов промислового транспорту [5], підтвердили головні положення попередників.

Однак слід зазначити, що теоретичні розрахунки просторової взаємодії рухомого складу і колії вико-

ристовувалися, в основному, зі застосуванням плоских розрахункових схем з подальшим використанням принципу суперпозиції. Тобто використовувалася гіпотеза про лінійність пружних характеристик колії та її незалежність від динаміки рухомого складу у вертикальній і горизонтальній площині. Колія в цих розрахунках розглядалася у вигляді балок, що спираються на суцільну пружну основу, модуль пружності якої є величина постійна.

Але пізніше було показано [6], що в деяких умовах експлуатації, особливо в кривих малих радіусів, ці припущення суттєво відрізняються від реальних процесів динаміки рухомого складу і колії, дають значні похибки. Тому така теоретична база не дає можливості досягнути практичних результатів, в першу чергу для підвищення безпеки руху транспорту.

Багато уваги питанням взаємодії рухомого складу і верхньої будови колії з застосуванням обчислювальної техніки приділяється в сучасній науково-технічній літературі. Так в [7] проведено теоретичні і експериментальні дослідження пружних якостей системи колесо – рейка в умовах дії негативних факторів. В якості прикладу проведено комп'ютерне моделювання взаємодії вантажного вагона с залізничною лінією, одна з рейок якої має пошкодження в якості гофрованої поверхні. Ця тематика розглядається і в [8] – досліджуються динамічні характеристики системи колесо – рейка на кривих ділянках залізничної колії. Приводяться механізм і методика комп'ютерних розрахунків цих характеристик в залежності від впливу параметрів рухомого складу і від параметрів колії.

У роботі [9] представлена математична модель для оцінювання реальних умов експлуатації залізничного рухомого складу, з врахуванням випадку, коли колесо втрачає контакт з рейкою. Математичне моделювання показало, що амплітудні характеристики флуктуацій залежать від функцій шороховатості і швидкості руху колеса. При розрахунку динамічних процесів, контакт між колесом і рейкою слід рахувати не стабільним. Зі збільшенням швидкості, вплив цієї нестабільності зростає. Тому особлива увага в дослідженнях приділяється питанням підвищення безпеки для ліній швидкісного руху [10].

Якщо підходити із загальних позицій – з позицій досліджень дисипативних процесів, то всі наведені вище джерела [6–10], кожне в своєму аспекті, досліджують загальне явище – дисипацію енергії об'єкту «колесо – рейка». Щодо даної роботи, то вона також досліджує дисипативні процеси, які мають місце у залізничній колії, при її взаємодії з рухомим складом. Особливістю даної роботи, в поєднанні з іншими [4–6], є те, що вирішується задача дослідження не плоскої, а просторової взаємодії рухомого складу і колії з застосуванням методів, які враховують фактор динаміки рухомого складу і колії.

Ця задача особливо важлива для залізничних ліній, які містять криві малих радіусів, зокрема для метрополітенів. Треба відзначити, що до теперішнього часу в метрополітенах України, як і всього пострадянського простору, на протязі тривалого часу широко застосовуються проміжні рейкові скріплення типу «Метро» і дерев'яні шпали, які омонолічені у бетоні. Тому, як відзначалося вище, у введенні, такі ділянки в першу чергу потребують особливої уваги з метою забезпечення безпеки руху.

### 3. Мета і задачі дослідження

Метою роботи є виявлення показників дисипативних процесів в залізничній колії при її взаємодії з рухомим складом, що надає можливість оцінювання поточного стану верхньої будови колії на дерев'яних шпалах і виявлення необхідності проведення ремонтних робіт.

Для досягнення цієї мети необхідно вирішити наступні основні задачі:

- розробити теоретичні положення визначення непружних опорів рейкових опор при вертикальних та горизонтальних поперечних деформаціях рейок;
- виявити характеристики для оцінювання дисипативних процесів при взаємодії в системі «колесо – рейка»;
- отримати числові значення цих характеристик для колії на дерев'яних шпалах.

### 4. Матеріали і методи досліджень

Для вирішення цих задач були розроблені математичні моделі просторової динамічної системи «екіпаж – колія», в яких колія розглядається як просторова конструкція у вигляді балок – рейок, які спираються на пружно – дисипативні опори з нелінійними характеристиками [6].

Для визначення дисипативних характеристик рейкових опор, зокрема для визначення еквівалентного коефіцієнта дисипації, були використані теоретичні розробки, в яких розглядається робота колії в умовах дії на неї динамічної сили  $R_{дин}$  (вертикальної або горизонтальної). При цьому колія володіє пружними властивостями (жорсткістю  $C$ ) і в'язким опором з коефіцієнтом цього опору  $\beta_1$ , який є пропорційним швидкості деформації  $\dot{d}$  (тобто першої похідної від  $d$ ).

Відомо [6], що динамічна сила  $R_{дин}$  пов'язана з коефіцієнтом  $\beta_1$  і деформацією наступним співвідношенням:

$$R_{дин} = C \cdot \delta + \beta_1 \cdot \dot{\delta}, \tag{1}$$

де  $\dot{\delta}$  – швидкість деформації.

Таким чином, вираз (1) має дві складові: пружну силу  $R_{упр} = C \cdot \delta$  і не пружну (дисипативну) силу  $R_{дис} = \beta_1 \cdot \dot{\delta}$ .

Для розгляду більш загального випадку будемо вважати, що колія спочатку (до впливу динамічної сили) знаходиться під дією статичного навантаження  $R_{ст}$ , яке викликає статичну деформацію  $\Delta_{ст}$  (рис. 1). Таким чином стан колії відповідає точці «0» – початкової для відліку динамічних величин.

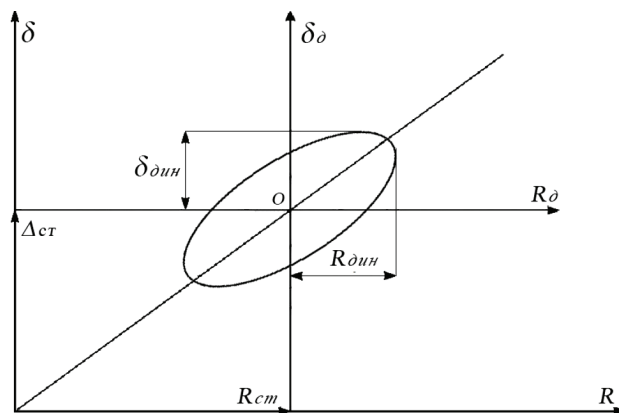


Рис. 1. Графік деформацій колії при дії статичної і динамічної сил

При дії динамічної сили  $R_{дин}$  колія від положення статичної рівноваги (точка «0») буде деформована на величину  $\delta_{дин}$  і надалі буде деформуватися по періодичному закону затухання, тобто так, що через певний проміжок часу змінні  $\delta_{дин}$  і  $\dot{\delta}_{дин}$  приймають нульове значення щодо початку відліку.

Тобто, можна записати:

$$\delta_{дин} = \delta_0 \sin \omega t, \tag{2}$$

та похідної

$$\dot{\delta}_{дин} = \delta_0 \omega \cos \omega t, \tag{3}$$

де  $\omega$  – кругова частота навантаження ( $c^{-1}$ ).

Якщо розділимо (2) на  $\delta_0$ , а (3) на  $\delta_0 \omega$ , та потім зведемо обидві частини виразів в квадрат і складемо одержані вирази, то отримаємо:

$$\frac{\delta_{дин}^2}{\delta_0^2} + \frac{\dot{\delta}_{дин}^2}{\delta_0^2 \omega^2} = 1. \tag{4}$$

Із виразу (4) отримаємо:

$$\dot{\delta}_{дин} = \pm \delta_0 \omega \sqrt{1 - \frac{\delta_{дин}^2}{\delta_0^2}}. \tag{5}$$

З урахуванням виразу (5) залежність сили  $R_{дин}$  від  $\delta_{дин}$  і  $\dot{\delta}_{дин}$  (1) можливо записати наступним чином:

$$R_{дин} = C \cdot \delta_{дин} + \beta_1 \delta_0 \omega \sqrt{1 - \frac{\delta_{дин}^2}{\delta_0^2}} \text{sign} \dot{\delta}_{дин}, \tag{6}$$

де  $\text{sign} \dot{\delta}_{дин}$  – знак швидкості, тобто, якщо ( $\dot{\delta}_{дин} > 0$ ), то  $\text{sign} \dot{\delta}_{дин} = +1$ , а якщо ( $\dot{\delta}_{дин} < 0$ ), то  $\text{sign} \dot{\delta}_{дин} = -1$ .

Графік залежності сили  $R_{дин}$  від  $\delta_{дин}$  і  $\dot{\delta}_{дин}$  був відображений на рис. 1. З графіка і виразу (6) видно, що ця залежність криволінійна. При  $\dot{\delta}_{дин} > 0$  ця залежність відображається верхньою кривою, а при  $\dot{\delta}_{дин} < 0$  – нижньою. В результаті створюється замкнута фігура – петля гістерезису.

Робота, яка виконується зовнішньою силою  $R_{дин}$  за один період, як і сама зовнішня сила, включає дві складові:

$$A_B = \oint R_{дин}(\delta_{дин}, \dot{\delta}_{дин}) d\delta_{дин} = \oint C \delta_{дин} d\delta_{дин} + \oint \beta_1 \dot{\delta}_{дин} d\delta_{дин}. \tag{7}$$

З урахуванням, що  $d\delta_{дин} = \dot{\delta}_{дин} dt$ , буде

$$A_B = \int_0^r C \cdot \delta_{дин} \cdot \dot{\delta}_{дин} dt + \int_0^r \beta_1 \dot{\delta}_{дин}^2 dt. \tag{8}$$

Перша складова – робота зовнішньої сили з подолання пруж-

ного опору. Очевидно, що за весь період (навантаження – розвантаження) вона дорівнюватиме 0, оскільки сила пружного опору відновить свій потенціал після зняття зовнішньої сили навантаження.

Друга складова – робота зовнішньої сили по подоланню не пружного (дисипативного) опору. Вона дорівнює:

$$\int_0^r \beta_1 \dot{\delta}_{дин}^2 dt = \beta_1 \delta_0^2 \omega^2 \int_0^r \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{2} \beta_1 \delta_0^2 \omega^2 r = \pi \omega \beta_1 \delta_0^2. \tag{9}$$

Із (8), з урахуванням того, що перша складова дорівнює 0, впливає, що:

$$A_B = \pi \omega \beta_1 \delta_0^2. \tag{10}$$

З виразу (10) коефіцієнт в'язкого опору колії зовнішнім навантаженням  $R_{дин}$  буде дорівнювати:

$$\beta_{экв} = \frac{A_B}{\pi \cdot \omega \cdot \delta_0^2}. \tag{11}$$

### 5. Результати досліджень еквівалентного коефіцієнту дисипації у вертикальній і горизонтальній поперечній площині

Для визначення вертикальних і горизонтальних поперечних еквівалентних коефіцієнтів дисипації при дерев'яних шпалах були використані масиви даних експериментальних робіт, які були проведені на 12 досліджених ділянках з різними експлуатаційними умовами залізниць України у 2009–2011 роках [11].

Враховуючи, що на кожній ділянці випробовувалося від 12 до 20 шпал, загальна кількість значень одержаних еквівалентних коефіцієнтів дисипації для дерев'яних шпал складає декілька тисяч. Ці дані були оброблені звичайними статистичними методами (табл. 1). Результати обробки у вигляді графіків приведені на рис. 2, 3.

Таблиця 1

Залежність змін еквівалентних коефіцієнтів дисипації рейкових опор від величини пропущеного на ділянці тоннажу

Параметр	Тип шпал	Осьові навантаження (кН)	Залежність $\beta_{экв}$ (кН·с/м)	Середня помилка апроксимації (%)
Вертикальний еквівалентний коефіцієнт дисипації рейкової опори	Залізобетонні III-1	<265	$\beta_{эквB} = 26,5 + 0,313 \cdot T^{0,662}$	6,8
		265–294	$\beta_{эквB} = 31,3 + 0,329 \cdot T^{0,686}$	5,4
		294–450	$\beta_{эквB} = 34,5 + 0,336 \cdot T^{0,729}$	7,2
	Дерев'яні I тип	<265	$\beta_{эквB} = 16,0 + 0,205 \cdot T^{0,650}$	8,1
		265–294	$\beta_{эквB} = 19,2 + 0,249 \cdot T^{0,669}$	9,1
		294–450	$\beta_{эквB} = 20,8 + 0,260 \cdot T^{0,727}$	8,3
Горизонтальний еквівалентний коефіцієнт дисипації рейкової опори	Залізобетонні III-1	<265	$\beta_{эквГ} = 18,0 + 0,292 \cdot T^{0,515}$	5,5
		265–294	$\beta_{эквГ} = 23,4 + 0,288 \cdot T^{0,580}$	4,3
		294–450	$\beta_{эквГ} = 25,2 + 0,188 \cdot T^{0,673}$	5,2
	Дерев'яні I тип	<265	$\beta_{эквГ} = 11,0 + 0,036 \cdot T^{0,764}$	7,6
		265–294	$\beta_{эквГ} = 13,9 + 0,059 \cdot T^{0,749}$	8,2
		294–450	$\beta_{эквГ} = 15,5 + 0,078 \cdot T^{0,724}$	7,4

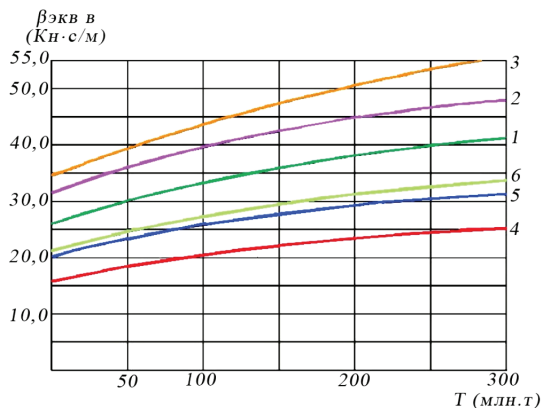


Рис. 2. Графіки залежності еквівалентних коефіцієнтів дисипації рейкових опор у вертикальній площині від величини пропущеного тоннажу: 1 – залізобетонні шпали,  $P_{oc} < 265$  кН; 2 – залізобетонні шпали,  $P_{oc} < 265 - 294$  кН; 3 – залізобетонні шпали,  $P_{oc} < 294 - 450$  кН; 4 – дерев'яні шпали,  $P_{oc} < 265$  кН; 5 – дерев'яні шпали,  $P_{oc} < 265 - 294$  кН; 6 – дерев'яні шпали,  $P_{oc} < 294 - 450$  кН

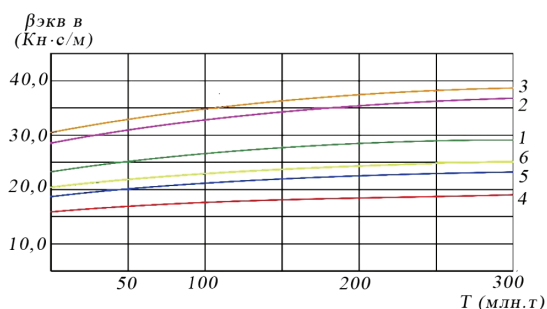


Рис. 3. Графіки залежності еквівалентних коефіцієнтів дисипації рейкових опор в горизонтальній площині від величини пропущеного тоннажу: 1 – залізобетонні шпали,  $P_{oc} < 265$  кН; 2 – залізобетонні шпали,  $P_{oc} < 265 - 294$  кН; 3 – залізобетонні шпали,  $P_{oc} < 294 - 450$  кН; 4 – дерев'яні шпали,  $P_{oc} < 265$  кН; 5 – дерев'яні шпали,  $P_{oc} < 265 - 294$  кН; 6 – дерев'яні шпали,  $P_{oc} < 294 - 450$  кН

Результати дослідів показують, що із зростанням тоннажу від 0 до 300 млн. т значення коефіцієнтів дисипації у вертикальній площині зростають в 1,5–1,9 разів (рис. 2), а в горизонтальній площині трошки менше, приблизно в 1,3 рази (рис. 3).

## 6. Обговорення результатів дослідження дисипативних характеристик колії на дерев'яних шпалах

Матеріали, які наведені в цій роботі, є продовженням і розвитком досліджень, результати яких наведені в [12]. Однак, результати [12] були отримані для умов колії не загального використання, які відрізняються від магістральних як конструктивними характеристиками залізничних колій, так і умовами експлуатації таких колій, а також високими осьовими навантаженнями, малими швидкостями руху та наявністю кривих з радіусом менше 150 м.

Слід, перш за все, відзначити, що в основу досліджень покладена принципово нова розрахункова схема взаємодії колії і рухомого складу, яка уявляє собою просторову конструкцію у вигляді балок, які спираються на множину пружно-дисипативних опор. Така схема дозволяє

істотно підвищити точність розрахунків без застосування принципу суперпозиції при визначенні просторових сил взаємодії колії і рухомого складу.

Отримані результати призначенні для використання в розрахунках таких сил взаємодії. Вони дозволяють прогнозувати зміни цих сил в процесі експлуатації колії, прогнозувати виникнення критичних ситуацій, при яких можливе порушення умов безпеки руху поїздів.

Дані про вертикальні дисипативні характеристики отримані для принципово іншої розрахункової схеми, встановлені їх зміни в процесі експлуатації, дана оцінка еквівалентних коефіцієнтів дисипації в зимових умовах. Надалі передбачається продовження досліджень з метою встановлення впливу швидкостей руху на параметри дисипації.

В даній статті приведені результати, що підтверджують дослідження [12], в результаті яких зроблено висновок про те, що одержані діаграми суттєво відрізняються від діаграм систем, що підкоряються закону сухого тертя (рис. 4).

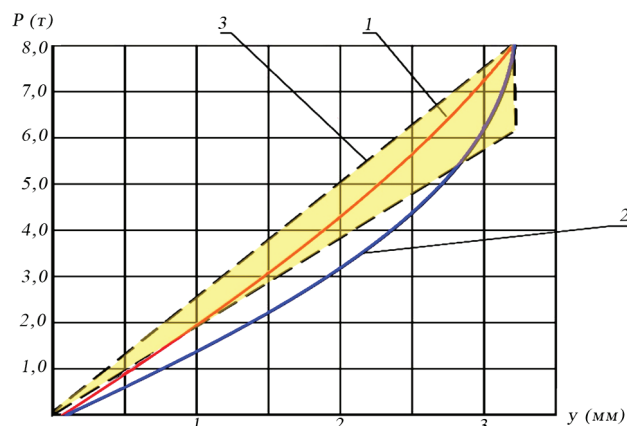


Рис. 4. Петля гістерезису для верхньої будови колії з характеристиками: рейки типу III-а, еюра шпал – 1600 шт/км, баласт – щебінь: 1 – навантаження рейки; 2 – розвантаження рейки; 3 – діаграма для системи з сухим тертям

Крім цього, в роботі зроблено припущення, що сила внутрішнього тертя в колії залежить не тільки від величини, пропорційної сухому тертю, але і від першої і другої похідних швидкості навантаження, змін прискорень елементів колії, а можливо і від інших динамічних параметрів [12].

В роботі [6] зроблені висновки, що дисипативні сили зручно враховувати за допомогою еквівалентного, приведеного до точки контакту колеса і рейки, коефіцієнта в'язкого тертя (11). При цьому використовуються чисельні методи рішення системи диференціальних рівнянь, які описують взаємодію колії і рухомого складу. Але це справедливо за умови, що розрахункова схема колії використовується у вигляді балки, що лежить на пружних опорах.

## 7. Висновки

1. На основі аналізу [2–5, 11] та досліджень даної роботи запропоновано сили не пружних опорів рейкових опор виявляти за допомогою еквівалентного коефіцієнта дисипації, який враховує роботу усіх сил внутрішнього тертя.

2. Обґрунтована формула для математичного визначення еквівалентного коефіцієнту дисипації рейкових опор в колії. Цей коефіцієнт пропорційний роботі зовнішньої сили по подоланню не пружного (дисипативного) опору і обернено пропорційний кутовій частоті коливань пружної деформації та квадрату величини пружної деформації

3. Встановлено залежність еквівалентних коефіцієнтів дисипації рейкових опор у вертикальній та горизон-

тальній площині від величини пропущеного по ділянці колії тоннажу. Результати дослідів показують, що із зростанням тоннажу від 0 до 300 млн. т значення коефіцієнтів дисипації у вертикальній площині зростають в 1,5–1,9 разів), а в горизонтальній площині приблизно в 1,3 рази.

4. На підґрунті попередніх висновків з'являється важлива можливість практичного застосування еквівалентного коефіцієнта дисипації для виявлення поточного стану колії і необхідності проведенню ремонтних робіт.

---

#### Література

1. Даніленко, Е. І. Залізнична колія. Улаштування, проектування і розрахунки, взаємодія з рухомих складом. У 2-х т. Т. 1 [Текст]: підручник / Е. І. Даніленко. – Київ: Імпрес, 2010. – 528 с.
2. Малішевська, А. С. Формування просторової жорсткості рейкових опор метрополітену [Текст] / А. С. Малішевська, Д. А. Фаст // Мир науки и инноваций. – 2015. – Вип. 2 (2). – С. 79.
3. Яковлев, В. Ф. Исследования упруго-динамических характеристик пути в горизонтальной плоскости [Текст] / В. Ф. Яковлев, И. И. Семенов, А. И. Фролов, В. И. Полегаев // Труды ЛИИЖ. – 1977. – № 280. – С. 82–99.
4. Тулей, Ю. Л. Аналіз просторової жорсткості скріплень ДО [Текст]: зб. наук. пр. / Ю. Л. Тулей // УкрДУЗТ. – 2015. – № 157. – С. 82–85.
5. Гуан-синь, Ф. Коэффициент неупругого сопротивления пути [Текст] / Ф. Гуан-синь // Путь и путевое хозяйство. – 1993. – № 1. – С. 26–27.
6. Даренський, О. М. Визначення приведеної вертикальної жорсткості рейкової нитки при використанні розрахункової схеми як балки на пружних опорах з випадковими характеристиками [Текст]: зб. наук. пр. / О. М. Даренський, Н. В. Бугаєць, В. Г. Вітольберг // УкрДАЗТ. – 2010. – № 115. – С. 151–162.
7. Bogacz, R. On new effects of wheel–rail interaction [Text] / R. Bogacz, R. Konowrocki // Archive of Applied Mechanics. – 2012. – Vol. 82, Issue 10-11. – P. 1313–1323. doi: 10.1007/s00419-012-0677-6
8. Wang, K. Progress on wheel-rail dynamic performance of railway curve negotiation [Text] / K. Wang, C. Huang, W. Zhai, P. Liu, S. Wang // Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition). – 2014. – Vol. 1, Issue 3. – P. 209–220. doi: 10.1016/s2095-7564(15)30104-5
9. Dailydka, S. Modelling the interaction between railway wheel and rail [Text] / S. Dailydka, L. P. Lingaitis, S. Myamlin, V. Pritchodko // Transport. – 2008. – Vol. 23, Issue 3. – P. 236–239. doi: 10.3846/1648-4142.2008.23.236-239
10. Otero, J. A mathematical model to study railway track dynamics for the prediction of vibration levels generated by rail vehicles [Text] / J. Otero, M. A. Martínez, de los Santos, S. Cardona // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit. – 2011. – Vol. 226, Issue 1. – P. 62–71. doi: 10.1177/0954409711406837
11. Даренский, А. Н. Результаты определения пространственных неупругих сопротивлений железобетонного пути деформациям для условий промышленного транспорта [Текст] / А. Н. Даренский // ИКС ЗТ. – 2010. – № 5-6. – С. 78–82.
12. Даренський, О. М. Експериментальне визначення пружних характеристик прокладок проміжних скріплень КБ [Текст]: зб. наук. пр. / О. М. Даренський, В. Г. Вітольберг // УкрДАЗТ. – 2007. – № 87. – С. 172–178.