

Побудована дискретна багатомасова модель гнучкого ротора на двох податливих опорах з двома пасивними автобалансирами, розташованими біля опор. Отримані дві системи диференціальних рівнянь, що, відповідно, описують рух роторної машини в цілому і процес автобалансування. Знайдені основні усталені рухи (на яких автобалансири усувають переміщення ротора в опорах), встановлені умови їх існування

Ключові слова: гнучкий ротор, автобалансири, автобалансування, основний рух, критична швидкість, резонансна швидкість

Построена дискретная многомассовая модель гибкого ротора на двух податливых опорах с двумя пассивными автобалансирами, расположенными возле опор. Получены две системы дифференциальных уравнений, описывающие, соответственно, движение роторной машины в целом и процесс автобалансировки. Найдены основные установившиеся движения (на которых автобалансиры устраняют прогибы ротора в опорах), установлены условия их существования

Ключевые слова: гибкий ротор, автобалансиры, автобалансировка, основное движение, критическая скорость, резонансная скорость

УДК 62–752+62–755 : 621.634

DOI: 10.15587/1729-4061.2016.75115

ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ БАЛАНСУВАННЯ ГНУЧКИХ ДВООПОРНИХ РОТОРІВ ДВОМА ПАСИВНИМИ АВТОБАЛАНСИРАМИ, РОЗМІЩЕНИМИ БІЛЯ ОПОР

В. В. Гончаров

Кандидат фізико-математичних наук, доцент*

E-mail: honchv@ukr.net

Г. Б. Філімоніхін

Доктор технічних наук, професор

Кафедра деталей машин і прикладної механіки**

E-mail: filimonikhin@yandex.ua

К. М. Думенко

Доктор технічних наук, доцент

Кафедра експлуатації та ремонту машин**

E-mail: dumenkokm@gmail.com

М. В. Личук

Кандидат фізико-математичних наук, доцент*

E-mail: sfg_l@i.ua

*Кафедра вищої математики та фізики**

**Кіровоградський національний технічний університет
пр. Університетський, 8, м. Кіровоград, Україна, 25006

1. Вступ

Ротори багатьох газотурбінних двигунів, турбоагрегатів, відцентрових машин тощо працюють на великих швидкостях обертання. У наслідку цього вони поводяться як гнучкі [1, 2]. Форма і незрівноваженість гнучкого ротора залежить від поточної швидкості обертання, змінюється від температури чи зношення ротора тощо. Тому такі ротори доцільно балансувати не тільки при виготовленні. Їх можна постійно добалансовувати під час експлуатації пасивними автобалансирами (АБ) [3–15]. В останніх коригувальні вантажі (КВ) у вигляді маятників, куль чи роликів за певних умов самі приходять у положення, у якому зрівноважують ротор. Такі усталені рухи прийнято називати основними. Існують і побічні усталені рухи, на яких автобалансування не настає, а самі пристрої збільшують вібрації ротора.

Для балансування широкого класу гнучких роторів пасивними АБ на практиці необхідно мати певний спосіб, працездатність якого теоретично обґрунтована.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

В роботі [4] досліджувалася можливість балансування гнучкого ротора на жорстких опорах одним чи двома двокульовими АБ у будь-яких площинах корекції (перерізах), розташованих на віддалі від опор. Гнучкий ротор моделювався як вагомий суцільний однорідний пружний вал сталого круглого поперечного перерізу. При цьому досліджувалася стійкість положень рівноваги куль, при яких відсутні прогини валу в площинах корекції. Встановлено, що у випадку одного АБ автобалансування настає на швидкостях, що вище його непарних критичних швидкостей і нижче парних критичних швидкостей цього ротора з проміжною опорою в перерізі АБ. У випадку двох АБ автобалансування настає на швидкостях, що вище його парних критичних швидкостей і нижче непарних критичних швидкостей цього ротора з проміжними опорами в перерізах АБ. З результатів випливає, що такий ротор важко розганяти до робочої швидкості обертання, тому що АБ збільшуватимуть прогини і вібрації ротора в площинах корекції на швидкостях

обертання ротора, на яких основний рух не стійкий. Слід відзначити, що використана модель гнучкого ротора моделює найпростіші ротори, але важка для аналітичного дослідження.

Подібні результати одержані обчислювальними методами в рамках різних моделей гнучких роторів на податливих опорах [5, 6]. Так, в роботі [5] гнучкий ротор моделювався як невагомий пружний вал, на який насаджено N двокульових АБ і в декількох перерізах якого точкові маси утворюють незрівноваженості. В роботі [6], на відміну від роботи [5], точкові маси замінені на статично незрівноважені диски.

В роботі [7] гнучкий ротор моделювався як статично незрівноважений диск, насаджений на невагомий абсолютно гнучкий вал. Для статичного балансування диска один АБ насаджувався на вал на деякій віддалі від диска. Аналітично було показано, що АБ не може повністю збалансувати диск і усунути прогини вала. Було встановлено, що точність балансування зростає із наближенням АБ до диска.

В роботі [8], на відміну від роботи [7], диск динамічно незрівноважений, і на вал насажені два АБ з різних боків диска. Аналітично було показано, що АБ не можуть повністю збалансувати диск і усунути прогини вала. Але точність балансування зростає із наближенням АБ до диска.

Слід відзначити, що дискретні моделі гнучкого ротора, застосовані в роботах [5–8], моделюють будь-які ізотропні ротори. З іншого боку, ці моделі піддаються аналітичному аналізу. Також спільним недоліком робіт [4–8] є використання в моделях двокульових АБ. На практиці всі АБ багатоккульові.

Описані дослідження показують, що недоцільно використовувати пасивні АБ для усунення прогинів гнучкого ротора в неопорних точках. Тому в роботі [9] запропонований новий спосіб балансування гнучкого двоопорного ротора пасивними АБ. Відповідно до способу опори виконуються податливими і АБ розташовуються як можна ближче до опор. Спосіб ґрунтується на тому, що жорсткий довгий ротор можна динамічно збалансувати двома АБ на резонансних швидкостях обертання ротора [10]. Припускається, що на таких швидкостях пасивні АБ будуть усувати переміщення (і вібрації) ротора в опорах, не усуваючи його прогинів в неопорних точках. Тому актуально дослідити працездатність способу і особливості такого балансування гнучкого ротора.

Так як спосіб застосовний для широкого класу гнучких роторів, то його працездатність доцільно дослідити аналітично. Для цього потрібно використовувати моделі гнучкого ротора і АБ, що піддаються аналітичному дослідженню. В роботі [11] побудована дискретна багатомасова модель гнучкого ротора на податливих опорах. Показано, що модель достатньо адекватно моделює гнучкі ротори і піддається при цьому аналітичному аналізу. В роботі [12] показана можливість дослідження динаміки багатоккульових АБ. З врахуванням досвіду цих робіт в роботі [13] побудована дискретна багатомасова модель гнучкого ротора на податливих опорах з декількома АБ з багатьма КВ. Така модель описує динаміку роторної машини з АБ в цілому і прямо не придатна для дослідження процесу автобалансування. Тому у дослі-

дженнях доцільно одержати із цієї моделі мінімальну кількість диференціальних рівнянь, що описує саме процес автобалансування. Відповідні правила перетворення диференціальних рівнянь руху і приклади їх застосування викладені в роботі [14].

Дослідження працездатності АБ полягає у виділенні основних і побічних усталених рухів, визначенні умов їх існування, та дослідження стійкості. При цьому АБ працездатне на тих кутових швидкостях обертання ротора, на яких основні рухи існують і стійкі, а побічні рухи не стійкі чи не існують. Реалізація цього підходу для кульових АБ [3] чи АБ з двома зв'язаними КВ [15] дозволяє припустити, що коли основні рухи існують і стійкі, то побічні рухи нестійкі чи не існують. Тому працездатність способу вивчатиметься за дослідженням умов існування і стійкості основних рухів.

3. Мета і задачі досліджень

Метою даної роботи є дослідження особливостей балансування гнучких двоопорних роторів двома АБ, розташованими біля опор ротора.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі задачі досліджень:

- побудувати дискретну N -масову модель гнучкого ротора на двох податливих опорах з двома АБ біля опор, одержати диференціальні рівняння руху системи;
- знайти основні рухи роторної машини;
- дослідити умови існування основних рухів;
- отримати замкнену систему диференціальних рівнянь відносно мінімальної кількості узагальнених динамічних змінних, які описують процес автобалансування.

4. Методи досліджень особливостей балансування гнучких роторів пасивними автобалансирами

В теоретичних дослідженнях використовуються елементи теорії роторних машин і теорії пасивних автобалансирів.

Диференціальні рівняння, які описують рух гнучкого ротора з двома пасивними АБ, розташованими біля опор, отримуються з більш загальних рівнянь, знайдених в роботі [13]. Отже, в дослідженнях використовується дискретна багатомасова модель гнучкого двоопорного ротора з двома пасивними АБ, розташованими біля опор, з багатьма КВ.

Основні рухи і умови їх існування визначаються з умов, що на них АБ усувають переміщення в опорах ротора.

Диференціальні рівняння, що описують процес автобалансування, одержуються із диференціальних рівнянь руху роторної машини за методикою, описаною в роботі [14]. При цьому одержується замкнена система диференціальних рівнянь, складена відносно переміщень ротора в опорах і відносно сумарних дисбалансів, приведених до двох площин корекції (площин опор). На основних рухах зазначені динамічні змінні дорівнюють нулю.

5. Результати дослідження особливостей балансування гнучких роторів пасивними АБ

5. 1. Опис теоретико-механічної моделі ротора і АБ

Розглядається наступна модель гнучкого ротора з двома АБ (рис. 1). Вал ротора припускається абсолютною-пружною невагомою прямою лінією. На нього насаджено N абсолютно плоских жорстких дисків D_j масою M_j , $j=1, N$. При недеформованому валу центри дисків – точки O_j , $j=1, N$ / знаходяться на прямій лінії і площини дисків перпендикулярні цій прямій.

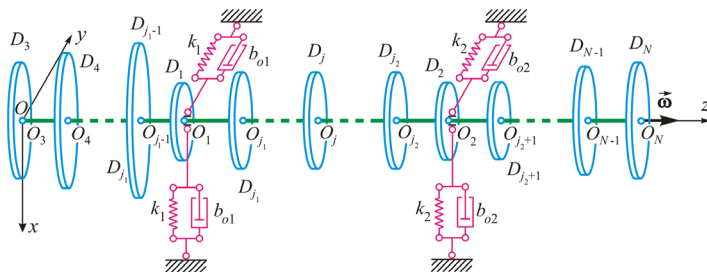


Рис. 1. N-масова модель гнучкого двоопорного ротора

Вал утримується двома пружно-в'язкими опорами в точках O_1 і O_2 . Опори ізотропні з лінійними характеристиками.

Припускається, що вал гнучкого ротора є простим лінійним ідеально пружним тілом, яке підкоряється закону Гука, і: деформації валу малі; вал обертається навколо нерухомої осі, яка проходить через опори, з постійною кутовою швидкістю ω ; відсутнє кручення валу; точки O_j , $j=1, N$ / рухаються в поперечних площинах недеформованого валу; деформаціями валу і опор від сил ваги можна знехтувати.

Рух гнучкого ротора визначається відносно правої системи нерухомих прямокутних осей x, y, z : вісь z спрямована по осі обертання у бік вектора кутової швидкості ω , осі x і y спрямовані паралельно головним напрямкам в'язко-пружних опор, початок координат – точка O_3 . Коефіцієнти жорсткості і в'язкості опор рівні, відповідно, k_1, k_2 і b_{01}, b_{02} .

Рух гнучкого ротора повністю визначається його обертанням навколо осі z і відхиленням центрів дисків $O_j(x_j, y_j)$, $j=1, N$ / від осі обертання.

В площині j -го диска в точці G_{0j} (рис. 2) на відстані r_{0j} від його подовжньої осі знаходиться точкова маса m_{0j} , яка утворює статичну незрівноваженість s_{0j} , $j=1, N$. В початковий момент вектор s_{0j} утворює з віссю x кут ϕ_{0j} , $j=1, N$. Кут повороту j -го диска рівний ωt , а кут повороту точкової маси m_{0j} рівний $\phi_{0j} + \omega t$, $j=1, N$.

Диски – D_j , $j=1, 2$ / містять маятниковий або кульовий чи роликів АБ (рис. 2). В маятниковому АБ номер j (рис. 2, а) на вал насаджено n_j маятників, масою m_j і фізичної довжини r_j . В кульовому чи роликів АБ номер j (рис. 2, б) міститься n_j куль чи циліндричних роликів масою m_j . Вони котяться без ковзання по кільцевим доріжкам, при цьому відстань від центра диска до центра кулі чи ролика рівна r_j . Як це прийнято у теорії пасивних АБ [4–6, 10, 12–15], вважаємо, що КВ рухаються у площинах дисків і не заважають рухатися один одному. Дією сил ваги нехтуємо.

Положення КВ визначаються кутами $\phi_{i,j}$, $i=1, n_j$ / . При повороті i -го маятника навколо вала на нього діє

момент сил в'язкого опору $b_j r_j^2 (\omega - \dot{\phi}_{i,j})$, де b_j – коефіцієнт моменту сил в'язкого опору (приведений до плеча r_j); $(\omega - \dot{\phi}_{i,j})$ – швидкість обертання маятника навколо вала відносно j -го диска; крапка над величинами означає похідну за часом. При русі i -ої кулі чи ролика по доріжці на неї діє сила в'язкого опору $b_j r_j (\omega - \dot{\phi}_{i,j})$, де b_j – коефіцієнт сили в'язкого опору; $r_j (\omega - \dot{\phi}_{i,j})$ – швидкість руху центра кулі чи ролика відносно j -го диска.

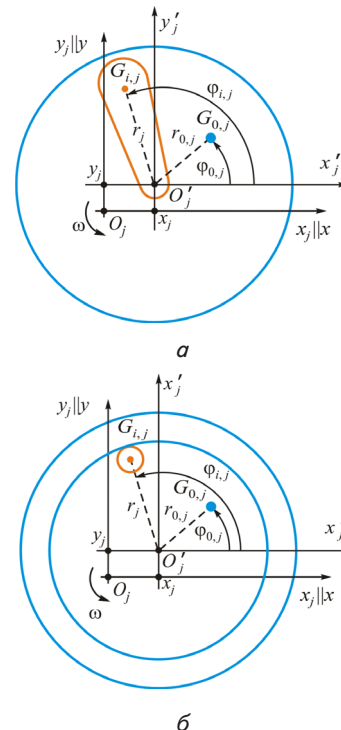


Рис. 2. Кінематика плоскопаралельного руху j -го диска з: а – маятниковим АБ; б – кульовим чи роликів АБ

Рух роторної машини в рухомій системі координат $G\xi\eta\zeta$ (вісь ζ співпадає з віссю z , а осі ξ, η обертаються навколо осі z з кутовою швидкістю ω синхронно з ротором) можна описати наступними комплексно спряженими рівняннями [13]:

$$\begin{aligned} \text{Left}_j &= M_{\Sigma j} D_{\tau}^2 \Xi_{zj} - L_j^T K_{\Sigma} + b_{0j} D_{\tau} \Xi_{zj} + k_j \Xi_{zj} + D_{\tau}^2 S_{zj} = 0, \\ \overline{\text{Left}}_j &= 0, j=1, 2/, \\ \text{Left} &= M D_{\tau}^2 Z + K_{\Sigma} - \omega^2 S_{0z} = 0, \overline{\text{Left}} = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{Left}_{i, 2N+j} &= \ddot{s}_{zj} + b_j / (m_j k_j) \dot{s}_{zj} + m_j / (2k_j) \times \\ &\times (D_{\tau}^2 \Xi_{zj} - e^{2i\psi_{\theta}} \overline{D_{\tau}^2 \Xi_{zj}}) = 0, \overline{\text{Left}}_{i, 2N+j} = 0, \\ /i &= \overline{1, n_j}, j=1, 2/, \end{aligned} \tag{2}$$

де

$$\begin{aligned} M_{\Sigma j} &= M_j + m_{0j} + n_j m_j, j=1, 2/, \\ M_{\Sigma j} &= M_j + m_{0j}, j=3, N / - \text{ маса відповідного диска}; \\ D_{\tau} \bullet &= \dot{\bullet} + i\omega \bullet - \text{ диференціальний оператор}; \\ \Xi_{zj} &= (x_j + iy_j) e^{-i\omega t}, j=1, N / - \text{ узагальнені координати, що описують рух центрів дисків гнучкого ротора}; \\ L_{\tau} &= (1 - \tilde{l}_3, 1 - \tilde{l}_4, \dots, 1 - \tilde{l}_N)^T, L_2 = (\tilde{l}_3, \tilde{l}_4, \dots, \tilde{l}_N)^T - \text{ вектори, у яких } \tilde{l}_j = (l_j - l_1) / (l_2 - l_1), j=3, N / - \text{ безрозмірні параметри, що задають положення неопорних дисків відносно} \end{aligned}$$

опорних, де $l_j, /j=1, \overline{N}/$ – координата центра мас j -го диска на осі z ;

$K_{\Xi} = K(Z - \Xi_{z1}L_1 - \Xi_{z2}L_2)$ – допоміжна матриця;

K – матриця жорсткості, елементами якої є коефіцієнти жорсткості $(k_{j,p}), /j,p=3, \overline{N}/$ (вони визначаються як величина статичної вертикальної сили, яку потрібно прикласти до точки O_j вала для того, щоб внаслідок його згину виникло одичне зміщення точки O_p);

$Z = (\Xi_{z3}, \Xi_{z4}, \dots, \Xi_{zN})^T$ – вектор переміщень ротора в неопорних точках;

$S_{zj} = m_j r_j e^{-i\omega t} \sum_{i=0}^{n_j} e^{i\phi_{ij}}, /j=1,2/$ – узагальнені координати (вони описують сумарні незрівноваженості, які створені статичною незрівноваженістю і КВ у відповідній площині корекції);

$Left = (Left_3, Left_4, \dots, Left_N)^T$ – вектор лівих частин рівнянь, які описують рух неопорних дисків;

$M = \text{diag}(M_{\Sigma 3}, M_{\Sigma 4}, \dots, M_{\Sigma N})$ – діагональна матриця;

$S_{0,z} = (S_{0,z3}, S_{0,z4}, \dots, S_{0,zN})^T$ – вектор, складений з $S_{0,zj} = m_j r_j e^{i(\phi_{0,j} - \omega t)}, /j=3, \overline{N}/$ – статичних незрівноваженостей неопорних дисків;

$s_{zij} = m_j r_j e^{i(\phi_{ij} - \omega t)}, /i=1, n_j, j=1,2/$ – незрівноваженість створена i -им КВ в j -ій площині корекції;

$$k_j = \begin{cases} 1, & \text{для маятників;} \\ 7/5, & \text{для куль;} \\ 3/2, & \text{для циліндричних роликів,} \end{cases}$$

$/j=1,2/$ – коефіцієнт, що характеризує кінетичну енергію обертального руху КВ;

$\tilde{\Psi}_{ij}, /i=1, n_j, j=1,2/$ – кути, що задають положення КВ в АБ у певному основному русі (з сім'ї основних рухів, якщо такі рухи утворюють сім'ю);

i – уявна одиниця, а риска над величиною означає комплексне спряження.

5. 2. Основні рухи гнучкого ротора

На основних рухах вал гнучкого ротора збалансований і:

а) КВ наздогнали ротор, тому

$$D_{\tau}^2 S_{zj} = -\omega^2 S_{zj}, /j=1,2/; \quad (3)$$

б) зміщення центрів мас опорних дисків відсутні, а прогини в площинах неопорних дисків є сталими

$$\Xi_{z1} = \Xi_{z2} = 0, \Xi_{zj} = \text{const}_j, /j=3, \overline{N}/.$$

Тобто в точках перетину недеформованого вала з площинами АБ начебто утворюються шарнірні опори, що тримають вал.

Таким чином, на основних рухах система (1) приймає вигляд:

$$Left_j = -L_j^T K Z - \omega^2 S_{zj} = 0, \overline{Left}_j = 0, /j=1,2/;$$

$$Left = (K - \omega^2 M) Z - \omega^2 S_{0,z} = 0, \overline{Left} = 0. \quad (4)$$

З останнього рівняння системи при $\det(K - \omega^2 M) \neq 0$ знаходимо вектор Z :

$$Z_0 = \omega^2 (K - \omega^2 M)^{-1} S_{0,z}, \quad (5)$$

координати якого визначають прогини вала на основних рухах в площинах неопорних дисків. Ці

прогини викликаються дисбалансами в неопорних точках і залежать від кутової швидкості обертання ротора.

Підставивши (5) в перші два рівняння системи (4), отримаємо:

$$Left_j = -\omega^2 [S_{zj} + L_j^T K (K - \omega^2 M)^{-1} S_{0,z}] = 0,$$

$$\overline{Left}_j = 0, /j=1,2/. \quad (6)$$

В квадратних дужках записані сумарні незрівноваженості, приведені до двох площин корекції

$$S_{zj} = S_{zj} + L_j^T K Z_0 / \omega^2 = S_{zj} + L_j^T K (K - \omega^2 M)^{-1} S_{0,z}, /j=1,2/. \quad (7)$$

Отже, сумарна незрівноваженість у j -й $/j=1,2/$ площині корекції:

– на основних рухах дорівнює нулю;

– утворюється незрівноваженістю від АБ і відповідного диску у площині j і незрівноваженістю неопорних дисків $D_j, /j=3, \overline{N}/$ приведеними до цієї площини;

– залежить від прогинів ротора в неопорних точках і кутової швидкості обертання ротора (ефект гнучкості ротора).

З рівностей (7) випливає, що ефект гнучкості ротора найбільше проявляється на швидкостях, які є розв'язками рівняння

$$\det(K - \omega^2 M) = 0. \quad (8)$$

Матриця $K - \omega^2 M$ є симетричною. Тому рівняння (8) завжди має $N-2$ дійсних додатних розв'язки. Ці $N-2$ швидкості є аналогами критичних швидкостей гнучкого ротора на двох шарнірних опорах.

З (7) знаходимо умови існування основних рухів:

$$|S_{0,zj} + L_j^T K (K - \omega^2 M)^{-1} S_{0,z}| \leq S_{j\text{max}}, /j=1,2/, \quad (9)$$

де $S_{0,zj} = m_j r_j e^{i(\phi_{0,j} - \omega t)}, /j=1,2/$ – статичні незрівноваженості опорних дисків; $S_{1\text{max}}, S_{2\text{max}}$ – балансувальні ємності АБ.

За умовою (9) сумарні незрівноваженості, приведені до двох площин корекції, повинні бути меншими за балансувальні ємності відповідних АБ.

З рівняння (5) і умови (8) видно, що в околі критичних швидкостей гнучкого ротора на двох шарнірних опорах основні рухи не існують через великі прогини гнучкого вала, які теоретично зростають до нескінченності.

5. 3. Особливості дослідження стійкості основних рухів

Якщо здійснюється будь-який основний рух, то прогини в опорах ротора і сумарні незрівноваженості, приведені до двох площин корекції, дорівнюють нулю:

$$\Xi_{z1} = \Xi_{z2} = 0, S_{\Sigma 1} = 0, S_{\Sigma 2} = 0. \quad (10)$$

Тому природно досліджувати стійкість основних рухів (зокрема їх сімей) за динамічними змінними $\Xi_{z1}, \Xi_{z2}, S_{\Sigma 1}, S_{\Sigma 2}$.

Для отримання рівнянь, які описують процес зрівноваження гнучкого ротора, перейдемо в системі рівнянь (1), (2) до змінних $S_{\Sigma 1}, S_{\Sigma 2}$. З врахуванням (7) система рівнянь (1), (2) приймає вигляд

$$\begin{aligned} \text{Left}_j &= M_{\Sigma_j} D_{\tau}^2 \Xi_{z_j} - L_j^T K (Z - \Xi_{z_1} L_1 - \Xi_{z_2} L_2) + \\ &+ b_{oj} D_{\tau} \Xi_{z_j} + k_j \Xi_{z_j} + D_{\tau}^2 S_{z_j} + \omega^2 L_j^T K (K - \omega^2 M)^{-1} S_{0z} = 0, \\ \overline{\text{Left}}_j &= 0, /j=1,2/, \\ \text{Left} &= MD_{\tau}^2 Z + K (Z - \Xi_{z_1} L_1 - \Xi_{z_2} L_2) - \\ &- \omega^2 S_{0z} = 0, \overline{\text{Left}} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{Left}_{2N+j} &= \ddot{\Sigma}_j + b_j / (m_j \kappa_j) \cdot \dot{\Sigma}_j + \\ &+ n_j m_j / (2 \kappa_j) \cdot (D_{\tau}^2 \Xi_{z_j} - p_j e^{i \theta_j} \overline{D_{\tau}^2 \Xi_{z_j}}) = 0, \\ \overline{\text{Left}}_{2N+j} &= 0, /j=1,2/, \end{aligned} \quad (12)$$

де

$$\begin{aligned} \theta_j &= \arccos(p_{1j}/p_j) / 2, \\ p_{1j} &= (\sum_{i=1}^{n_j} \cos 2\psi_{ij}) / n_j, p_{2j} = (\sum_{i=1}^{n_j} \sin 2\psi_{ij}) / n_j, \\ p_j &= \sqrt{p_{1j}^2 + p_{2j}^2}, /j=1,2/. \end{aligned}$$

Припускається, що після виходу гнучкого ротора на крейсерську швидкість обертання спочатку досить швидко здійснюються прогини вала і в подальшому прогнутий вал веде себе як жорсткий. При цьому третє рівняння в (11) приймає вигляд

$$\text{Left} = (\omega^2 M - K) Z + K (\Xi_{z_1} L_1 + \Xi_{z_2} L_2) + \omega^2 S_{0z} = 0, \overline{\text{Left}} = 0.$$

З нього знаходимо вектор Z:

$$Z = -(\omega^2 M - K)^{-1} K (\Xi_{z_1} L_1 + \Xi_{z_2} L_2) - \omega^2 (\omega^2 M - K)^{-1} S_{0z}. \quad (13)$$

Враховуючи (13) перші два рівняння системи (11) приймають вигляд:

$$\begin{aligned} \text{Left}_j &= M_{\Sigma_j} D_{\tau}^2 \Xi_{z_j} + q_{j1} \Xi_{z_1} + q_{j2} \Xi_{z_2} + \\ &+ b_{oj} D_{\tau} \Xi_{z_j} + k_j \Xi_{z_j} + D_{\tau}^2 S_{z_j} = 0, \overline{\text{Left}}_j = 0, /j=1,2/, \end{aligned} \quad (14)$$

де $q_{ij} = L_i^T K [(\omega^2 M - K)^{-1} K + E] L_j$, $i, j=1,2$; E – одинична матриця N–2-го порядку.

Стійкість основних рухів N-масової моделі гнучкого ротора можна досліджувати за рівняннями (12), (14).

5. 4. Приклад – випадок тримасової моделі ротора

Для тримасової моделі гнучкого двоопорного ротора з двома АБ (рис. 3) отримуються наступні результати:

– рух моделі описується рівняннями (2), що залишаться без змін, та рівняннями (1), що приймуть вигляд:

$$\begin{aligned} \text{Left}_1 &= M_{\Sigma_1} D_{\tau}^2 \Xi_{z_1} - (1 - \tilde{I}_3) k_{33} [\Xi_{z_3} - \Xi_{z_1} (1 - \tilde{I}_3) - \Xi_{z_2} \tilde{I}_3] + \\ &+ b_{o1} D_{\tau} \Xi_{z_1} + k_1 \Xi_{z_1} + D_{\tau}^2 S_{z_1} = 0, \\ \text{Left}_2 &= M_{\Sigma_2} D_{\tau}^2 \Xi_{z_2} - \tilde{I}_3 k_{33} [\Xi_{z_3} - \Xi_{z_1} (1 - \tilde{I}_3) - \Xi_{z_2} \tilde{I}_3] + b_{o2} D_{\tau} \Xi_{z_2} + \\ &+ k_2 \Xi_{z_2} + D_{\tau}^2 S_{z_2} = 0, \\ \text{Left}_3 &= M_{\Sigma_3} D_{\tau}^2 \Xi_{z_3} + k_{33} [\Xi_{z_3} - \Xi_{z_1} (1 - \tilde{I}_3) - \Xi_{z_2} \tilde{I}_3] - \omega^2 S_{0z3} = 0, \\ \overline{\text{Left}}_j &= 0, /j=1,3/, \end{aligned} \quad (15)$$

– сумарні незрівноваженості, приведені до площин корекції:

$$\begin{aligned} S_{\Sigma_1} &= S_{z_1} - (1 - \tilde{I}_3) k_{33} / (\omega^2 M_{\Sigma_3} - k_{33}) \cdot S_{0z3}, S_{\Sigma_2} = \\ &= S_{z_2} - \tilde{I}_3 k_{33} / (\omega^2 M_{\Sigma_3} - k_{33}) \cdot S_{0z3}; \end{aligned}$$

– швидкість, на якій найбільше проявляється ефект гнучкості ротора

$$\omega_{кр} = \sqrt{k_{33} / M_{\Sigma_3}};$$

– рівняння (14) приймають вигляд

$$\begin{aligned} \text{Left}_1 &= M_{\Sigma_1} D_{\tau}^2 \Xi_{z_1} + (1 - \tilde{I}_3)^2 \omega^2 M_{\Sigma_3} k_{33} / (\omega^2 M_{\Sigma_3} - k_{33}) \times \\ &\times \Xi_{z_1} + (1 - \tilde{I}_3) \tilde{I}_3 \omega^2 M_{\Sigma_3} k_{33} / (\omega^2 M_{\Sigma_3} - k_{33}) \cdot \Xi_{z_2} + b_{o1} D_{\tau} \Xi_{z_1} + \\ &+ k_1 \Xi_{z_1} + D_{\tau}^2 S_{z_1} = 0, \overline{\text{Left}}_1 = 0, \\ \text{Left}_2 &= M_{\Sigma_2} D_{\tau}^2 \Xi_{z_2} + (1 - \tilde{I}_3) \tilde{I}_3 \omega^2 M_{\Sigma_3} k_{33} / (\omega^2 M_{\Sigma_3} - k_{33}) \times \\ &\times \Xi_{z_1} + \tilde{I}_3^2 \omega^2 M_{\Sigma_3} k_{33} / (\omega^2 M_{\Sigma_3} - k_{33}) \cdot \Xi_{z_2} + b_{o2} D_{\tau} \Xi_{z_2} + \\ &+ k_2 \Xi_{z_2} + D_{\tau}^2 S_{z_2} = 0, \overline{\text{Left}}_2 = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

і стійкість основних рухів можна досліджувати за рівняннями (12), (16).

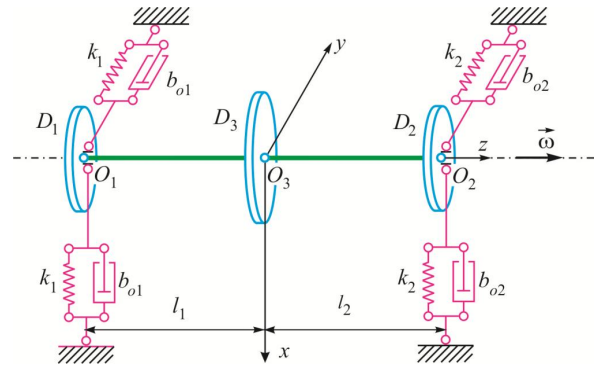


Рис. 3. Тримасова модель гнучкого двоопорного ротора з двома АБ, розташованими у площинах опор

6. Обговорення результатів дослідження особливостей балансування гнучких роторів пасивними АБ

Побудована дискретна N-масова модель гнучкого ротора на двох податливих опорах з двома АБ біля опор і отримані диференціальні рівняння її руху дозволяють встановити наступні особливості балансування розгляданого гнучкого ротора:

– на основних рухах АБ усуваються прогини ротора і вібрації в пружно-в'язких опорах, але не усуваються прогини вала в неопорних точках;

– на основних рухах пружно-в'язкі опори умовно перетворюються в шарнірні опори;

– прогини вала і основні рухи змінюються зі змінною кутової швидкості обертання ротора;

– основні рухи існують на певній віддалі швидкості обертання ротора від критичних швидкостей обертання гнучкого ротора з шарнірними опорами замість пружно-в'язких опор;

– N-масова модель дозволяє моделювати N–2 критичні швидкості обертання гнучкого ротора;

– при швидкостях обертання вала ротора близьких до будь-якої з цих швидкостей порушуються умови існування основних рухів, тому що прогини вала теоретично зростають до нескінченності і балансувальної ємності АБ не вистачає для компенсування незрівноваженостей ротора;

– на практиці ці прогини обмежені і тому належний вибір балансувальної ємності АБ (і балансування ротора до початку експлуатації) може забезпечити існування основних рухів на усіх швидкостях обертання ротора.

Отже, розглянутий спосіб балансування гнучких роторів працездатний на значно ширшому діапазоні швидкостей обертання ротора, ніж існуючі способи. Фактично можна досягнути працездатності способу на зарезонансних швидкостях обертання ротора. Але для обмеження прогинів валу доцільно віддаляти робочу частоту обертання гнучкого ротора від критичних швидкостей такого ротора з двома шарнірними опорами замість податливих опор.

Слід відзначити, що спосіб може бути реалізованим тільки для роторів, у яких є місце для встановлення АБ біля опор. Це обмежує область застосування способу.

Для подальшого обґрунтування розглядуваного способу балансування гнучких роторів планується в рамках побудованої моделі роторної машини дослідити:

- стійкість основних рухів;
- особливості перебігу перехідних процесів, що відбуваються при автобалансуванні.

7. Висновки

1. Побудована дискретна N-масова модель гнучкого ротора на двох податливих опорах з двома АБ біля опор піддається аналітичному аналізу і ефективна при дослідженні особливостей автобалансування.

2. На основних рухах роторної машини:
– завдяки автобалансирам, у гнучкого ротора напевно утворюються дві шарнірні опори замість пружно-в'язких опор;

– автобалансири усувають прогини в опорах (вібрації опор), але не усувають прогини вала в неопорних точках;

– прогин вала і основні рухи змінюються зі зміною кутової швидкості обертання ротора.

3. Основні рухи існують на певній віддалі швидкості обертання ротора від критичних швидкостей обертання гнучкого ротора з шарнірними опорами замість пружно-в'язких опор.

4. Стійкість (сімей) основних рухів можна досліджувати за частиною змінних, серед яких переміщення ротора в опорах і сумарні незрівноваженості гнучкого ротора і АБ приведені до двох площин корекції.

Література

1. Симоновский, В. И. Динамика роторов центробежных машин [Текст] / В. И. Симоновский. – Сумы: Вид-во СумДУ, 2006. – 126 с.
2. Yamamoto, T. Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications [Text] / T. Yamamoto, Y. Ishida. – 2nd ed. – Wiley-VCH, 2012. – 474 p. doi: 10.1002/9783527651894
3. Thearle, E. L. Automatic dynamic balancers Part 2 – Ring, pendulum and ball balancers [Text] / E. L. Thearle // Machine Design. – 1950. – Vol. 22, Issue 10. – P. 103–106.
4. Детинко, Ф. М. Об устойчивости работы автобалансира для динамической балансировки [Текст] / Ф. М. Детинко // Изв. АН СССР. ОТН. Мех. и Машиностр. – 1956. – № 4. – С. 38–45.
5. Ehyaei, J. Dynamic Response and Stability Analysis of an Unbalanced Flexible Rotating Shaft Equipped with N Automatic Ball-Balancers [Text] / J. Ehyaei, M. M. Moghaddam // Journal of Sound and Vibration. – 2009. – Vol. 321, Issue 3-5. – P. 554–571. doi: 10.1016/j.jsv.2008.10.019
6. Hsieh, H.-Y. Application of automatic balancers on a flexible-shaft rotor system [Text] / H.-Y. Hsieh, C.-J. Lu // The 22-nd International Congress on Sound and Vibration, ICSV22. – Florence, Italy, 2015.
7. DeSmidt, H. A. Imbalance Vibration Suppression of a Supercritical Shaft via an Automatic Balancing Device [Text] / H. A. DeSmidt // Journal of Vibration and Acoustics. – 2009. – Vol. 131, Issue 4. – P. 041001. doi: 10.1115/1.3025834
8. Majewski, T. Self-balancing system of the disk on an elastic shaft [Text] / T. Majewski, D. Szwedowicz, M. A. M. Melo // Journal of Sound and Vibration. – 2015. – Vol. 359. – P. 2–20. doi: 10.1016/j.jsv.2015.06.035
9. Пат. України № 107719 (на 20 р.), МПК G01M 1/32. Спосіб балансування гнучкого двоопорного ротора пасивними автобалансирами [Текст] / Філімоніхін Г. Б., Гадяка В. Г., Паненко В. Г., Гончаров В. В.; заявник та патентовласник Кіровоградський нац. техн. університет. – № a201301213, заявл. 11.08.2014; опубл. 10.02.2015, Бюл. № 3. – 8 с.
10. Sperling, L. Two-plain automatic balancing [Text] / L. Sperling, B. Ryzhik, H. Duckstein // Machine Dynamics Problems. – 2001. – Vol. 25, Issue 3/4. – P. 139–152.
11. Гадяка, В. Г. Математическая модель ротора турбокомпрессора для исследования несинхронных составляющих вибрации [Текст] / В. Г. Гадяка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2010. – № 2 (20). – С. 48–50.
12. Gorbenko, A. N. On the Stability of Self-Balancing of a Rotor with the Help of Balls [Text] / A. N. Gorbenko // Strength of Materials. – 2003. – Vol. 35, Issue 3. – P. 305–312. doi: 10.1023/a:1024621023821
13. Філімоніхін, Г. Б. Дискретна модель гнучкого ротора з пасивними автобалансирами [Текст] / Г. Б. Філімоніхін, В. В. Гончаров // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2011. – Вип. 45. – С. 488–495.
14. Філімоніхін, Г. Б. Вид и структура дифференциальных уравнений движения и процесса уравновешивания роторной машины с автобалансирами [Текст] / Г. Б. Філімоніхін, В. В. Гончаров // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2015. – Т. 326, № 12. – С. 20–30. – Режим доступа: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/v/Bulletin_TPU/2015/v326/i12/02.pdf
15. Filimonikhin, G. B. Balancing a Rotor with Two Coupled Perfectly Rigid Bodies [Text] / G. B. Filimonikhin, Yu. A. Nevdakha // International Applied Mechanics. – 2002. – Vol. 38, Issue 3. – P. 377–386. doi: 10.1023/a:1016050732065