DOI: 10.15587/2312-8372.2017.108537

ПЛАНУВАННЯ МАРШРУТІВ ПОЛЬОТУ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ШЛЯХОМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА

Воротніков В. В., Гуменюк І. В., Поздняков П. В.

1. Вступ

На теперішній час накопичено значний досвід зі створення безпілотних літальних апаратів (БпЛА). У той же час питання ефективного застосування, судячи про значну кількість публікацій у цьому напрямі у виданнях ближнього і далекого зарубіжжя, відкриті. Безпілотна авіація має ряд переваг, а саме: низьку вартість експлуатації, малу радіолокаційну та оптичну помітність, стійкість і гнучкість, просту і доступну технологію створення. Безпілотні засоби можуть навіть застосовуватися в тих випадках, коли використання пілотованої авіації непрактичне, дороге або ризиковане [1].

Одним з найбільш важливих завдань забезпечення польотів БпЛА є завдання планування маршруту, що полягає у визначенні набору точок у просторі, які б відповідали траєкторії польоту БпЛА та визначалися на карті. На вибір маршруту впливають такі чинники: обмежений час польоту, безпека польоту, множинність маршрутів. Існує ряд методів та алгоритмів для вирішення цієї проблеми. Так, наприклад, робилися спроби розв'язання задачі планування маршруту з використанням геометричного підходу. При цьому, оптимальна траєкторія при розв'язанні задачі може виявитися такою, що фізично не реалізовується. У такому разі маємо завдання з обмеженням на кривизну польоту або ж ці підходи в принципі не є застосовуваними в умовах великої кількості опорних точок, за якими будується маршрут [2]. Проте вони не розв'язують задачу із бажаними результатами.

Більшість з них незастосовні до задач великих розмірностей, оскільки складність цих алгоритмів зростає експоненційно. Часто доводиться обирати між часом роботи алгоритму та якістю отриманого розв'язку.

Така оптимізація є актуальною в умовах обмеження енергоресурсів БпЛА та часу прийняття рішення на планування польотів з відповідними можливими експлуатаційними затратами.

2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит

Об'єктом даного дослідження є процес планування трас польоту БпЛА. Одним із найбільш проблемних питань в даному процесі є вибір оптимального маршруту польоту за критеріями мінімальної відстані та мінімально-можливого часу на планування. Це зв'язано з тим, що існування великої кількості методів вирішення цієї проблеми не завжди дають необхідний результат. Причиною цього є недосконалість цих методів та експоненціальний ріст алгоритмічної складності зі збільшенням кількості опорних точок польоту. Більшість цих методів вирішують поставлену проблему лише по одному критерію (час на планування або отримане значення довжини маршруту).

Таким чином основним напрямком дослідження процесу планування польоту БпЛА є аналіз можливих алгоритмів розв’язання задачі комівояжера для вирішення цієї проблеми та вибір оптимального серед них за критерієм часової складності та отриманої довжини маршруту методу планування польотів БпЛА. Це дозволить зменшити енерговитрати БпЛА під час польоту.

3. Мета та задачі дослідження

Метою даної роботи є аналіз існуючих методів розв’язання задачі комівояжера та вибору оптимального розв’язання транспортної задачі для планування маршруту обльоту БпЛА наземних територіально розділених вузлів у реальному часі. Розв’язання цієї задачі призведе до зменшення експлуатаційних затрат.

Для поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

1. Провести дослідження роботи існуючих методів або алгоритмів розв’язання задачі комівояжера (Монте Карло, редукції рядків та стовпців, осереднених коефіцієнтів) для різної кількості об’єктів.

2. Визначити оптимальний за критеріями часової складності та довжини маршруту метод розв’язання задачі комівояжера для планування польоту БпЛА на основі аналізу аналітичних значень числових розрахунків, отриманих при дослідженні.

3. Вважати за оптимальну (субоптимальну) трасу польоту БпЛА отриманий маршрут.

4. Дослідження існуючих рішень проблеми

Розв’язанню задачі комівояжера у тому числі і для планування маршрутів польоту БпЛА присвячено ряд наукових робіт. А саме, реалізовано підхід [1, 2] для формування найкоротших маршрутів польоту БпЛА в полі постійного вітру на основі розв’язання різновидів задач комівояжера. При цьому відзначається складність запропонованих підходів для рішення ефективного планування польотами БпЛА. Запропонований метод [3] прокладання оптимального маршруту польоту БпЛА для збору інформації з віддалених сенсорів за критерієм мінімуму пройденого шляху дає суттєвий виграш порівняно з існуючими методами. Однак, при цьому не враховується оптимізація часу на розв’язання задачі планування польоту БпЛА при одночасному зменшенні кількості опорних точок польоту. Розглянуто один з підходів [4] до розв’язання задачі планування польоту групи БпЛА для спостереження за територіально розподіленими точковими, лінійними і площинними цілями. Цей підхід базується на поданні завдання планування транспортної маршрутизації із завантаженням і її подальшої декомпозиції на підзадачі. Складність використання такого підходу полягає у експоненціальному збільшенні часу на розв’язання поставленої задачі із збільшення кількості точкових цілей. Запропонований алгоритм [5] фізично не реалізовується в умовах великої кількості опорних точок, за якими будується маршрут. В [6, 7] розглянуто застосування евристичних підходів до розв’язання задачі комівояжера для планування польотів груп БпЛА з мінімізацією довжини маршруту. Використання таких підходів не забезпечує відповідне оптимізаційне рішення проблеми планування польоту БпЛА. При використанні генетичного алгоритму [8] не враховується критерій часу на розв'язання задачі. У [9] розглядається задача управління рухом для груп БпЛА та безпілотних наземних роботів у складі системи безпілотних апаратів для виконання завдань. При цьому не враховується обмеження в часі на планування польоту групи БпЛА. Розглянуті алгоритми [10–12] володіють проблемами схожості і точності отриманих результатів, які не завжди є оптимальними.

Недосконалість розглянутих підходів обумовлює необхідність у детальному дослідженні та вибору оптимального за критерієм часової складності та отриманої довжини маршруту методу планування польотів БпЛА.

5. Методи дослідження

Задача комівояжера – одна з найвідоміших задач комбінаторної оптимізації. Вона полягає у пошуку можливого найоптимальнішого маршруту, що проходить через задані точки хоча б по одному разу з наступним поверненням у початкову позицію. В умовах завдання вказується критерій оптимальності маршруту (найкоротший, найдешевший, сукупний критерій тощо) і відповідні матриці відстаней (вартості). Як правило, вказується, що маршрут повинен проходити через кожну точку тільки один раз – у такому разі вибір здійснюється серед гамільтонових циклів [3].

Задача оптимізації руху БпЛА може бути сформульована в рамках транспортної задачі, задачі прийняття рішень, керування ресурсами, побудови розкладів тощо [4]. Постановка задачі такого класу характеризується багатьма параметрами та критеріями оптимальності, що обумовлюють велику розмірність простору розв'язків, але основними критеріями є мінімізація часу на розв'язання задачі та шляху маршруту БпЛА [5].

Загальна постановка завдання вибору оптимального маршруту обльоту вузлів мережі належать до класу NP-складних завдань. Усі точні алгоритми фактично є оптимізованим повним перебором варіантів, що у разі обмежень на бортові обчислювачі неприйнятно, відповідно виникає необхідність розв'язання субоптимальної (наближеної до оптимальної) задачі. Задача полягає у тому, щоб мінімізувати функцію мети [6]. При цьому повинні виконуватися певні обмеження, що відображають умову при якій БпЛА повинен пролетіти кожен об'єкт (вузол мережі) лише раз:

$$F(x)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}c_{ij}x_{ij}\rightarrow\min\,;\ \sum_{i=1}^{N}x_{ij}=1,\forall j=\overline{1,N};$$
$$\sum_{j=1}^{N}x_{ij}=1,\forall i=\overline{1,N}, \qquad (1)$$

де c_{ij} – відстань між вузлами (i,j);

$$x_{ij}=\begin{cases}1, & \text{рух БпЛА від вузла і до вузла j}\\ 0, & \text{такий рух відсутній}\end{cases}.$$

У даному випадку траєкторія замкнута, тобто стартова та кінцева позиції БпЛА збігаються .

Умова (1) є завданням про призначення, розв'язок якого містить n змінних, що дорівнюють одиниці, а інші $n(n-2)$ є нульовими. Розв'язок може складатися з декількох простих вершинно-неперетинаючих циклів (підциклів), що проходять через кількість об'єктів (вузлів мережі) менше n [7]. Відповідно для отримання маршруту, що проходить через n об'єктів, слід враховувати також вимоги циклічності:

$$u_i - u_j + nx_{ij} \le n-1;\ j=\overline{1,N};\ i=\overline{1,N};\ i \ne j, \qquad (2)$$

де u_i – номер етапу, на якому БпЛА досягнув точки i [8].

Однак зі зростанням кількості об'єктів зростає складність та час розв'язання задачі. Для вирішення цієї проблеми запропоновано метод рекурсивного повного перебору, що дозволяє розв'язувати дану задачу до 1000 вузлів за необхідний час, однак розв'язки, отримані цим методам, не завжди оптимальні [9]. Виникає необхідність застосування певних евристичних підходів. Доцільно здійснювати планування маршруту не за всіма об'єктами (вузлами мережі), а групувати за радіусом зони покриття БпЛА і пересуватися по центрах тяжіння цих груп. Таким чином розв'язується задача комівояжера, але меншої розмірності, заощаджуючи при цьому час розв'язання та пройдений БпЛА шлях [10, 11].

Проаналізуємо ряд методів розв'язання задачі комівояжера.

5.1. Розв'язання задачі комівояжера методом Монте-Карло

Методами Монте-Карло називають будь-яку процедуру, яка використовує статистичну вибірку у тому числі і для знаходження розв'язку задачі комівояжера (використовується датчик випадкових чисел). На першому етапі серед опорних точок з номерами (точка № 1 – початкова) випадковим чином визначається по одній точці, формуючи послідовність. Зазначимо, що в подальшому дана послідовність вважатиметься за оптимальний маршрут. Для отриманого маршруту розраховується функція мети, після чого процедуру повторюємо. За умови, якщо функція мети не змінилась або має гірше значення, результат не враховують. В іншому випадку це значення є розв'язком задачі комівояжера. Зазначимо, що цей алгоритм дозволяє за короткий період часу розрахувати значну кількість маршрутів і обрати серед них субоптимальний, однак ненайкращий.

5.2. Розв'язання задачі комівояжера методом редукції рядків і стовпців

Алгоритм розв'язання задачі комівояжера даним методом складається з таких етапів та правил:

1. Знаходимо верхню можливу межу функції мети, для чого обираємо довільний маршрут та розраховуємо значення даної функції $F_{\max}(x)$.

2. Знаходимо в кожному рядку матриці $C=\left\| c_{ij} \right\|$ мінімальний елемент $A_i = \min\limits_j \left(c_{ij} \right)$ і віднімаємо його від усіх елементів відповідного рядка та заносимо його до останнього стовпця (редукція рядків), отримуємо матрицю:

$$c'_{ij} = c_{ij} - \min_j c_{ij}.$$

3. Якщо в матриці C', приведеній по рядках, з'являються стовпці, що не містять нульові значення, проводимо редукцію по стовпцях. Для цього в кожному стовпці матриці C' вибираємо мінімальний елемент, B_j, $j=\overline{1,n}$ і віднімаємо його від усіх елементів відповідного стовпця, отримуємо матрицю:

$$C'' = \left\| c_{ij} - \min_j c_{ij} - \min_i c'_{ij} \right\|,$$

кожен рядок і стовпець якої містять хоча б одне нульове значення. Така матриця називається приведеною по рядках і стовпцях.

4. Сумуємо елементи A_i і B_j, отримуємо найнижчу функцію мети:

$$F_{\min}\left(x \right) = \sum_{i=1}^{n} A_i + \sum_{j=1}^{n} B_j.$$

5. Перевіряємо умову наявності в кожному рядку чи стовпці одного нульового значення. При виконанні умови розв'язок припиняється, функція мети має вигляд:

$$F_{\min}\left(x \right) \le F\left(x \right) \le F_{\max}\left(x \right),$$

якщо ж дана умова не виконується, переходимо до визначення одного з кроків оптимального шляху. Для цього визначаємо a_i – штрафи рядків (найменше значення i-го рядка після першого нульового значення) та b_j – штрафи стовпців (найменше значення j-го стовпця після першого нульового значення).

6. Для ненульових комірок визначаємо вторинні штрафи $a_{ij} = a_i + a_j$ та знаходимо серед них максимальне значення з номерами: i_0-рядка та j_0-стовпця, які відповідно викреслюємо з матриці $C=\left\| c_{ij} \right\|$, а дугу $\left(i_0; j_0 \right)$ заносимо до маршруту.

7. Виконавши аналогічно пункти (10 – 6) $\left(n-2 \right)$ етапів, отримуємо матрицю $C^n = \left\| c_{ij}^{n-1} \right\|$ з двома рядками і стовпцями, а дуга $\left(i_n; j_n \right)$ є завершальною частиною маршруту. На цьому закінчується розв'язання задачі.

5.3. Розв’язання задачі комівояжера методом осереднених коефіцієнтів

Розв’язок задачі комівояжера методом осереднених коефіцієнтів проводиться за $(n-2)$ етапи.

1. Знаходимо в кожному рядку та стовпці матриці $C=\|c_{ij}\|$ середнє значення рядка $\overline{c_i}$ і стовпця $\overline{c_j}$. Отримуємо для кожної комірки осереднені коефіцієнти, які розраховуються різницею елементів матриці $C=\|c_{ij}\|$ і суми середніх значень рядка і стовпця заносимо до матриці:

$$c'_{ij} = c_{ij} - \left(\overline{c_i} + \overline{c_j}\right).$$

2. Серед знайдених осереднених коефіцієнтів визначаємо найменший $U_i = \min\limits_j\left(c_i\right)$ або $U_j = \min\limits_i\left(c_j\right)$, а дугу $\left(i_0; j_0\right)$ заносимо до маршруту польоту БПЛА. Викреслюємо i_0-рядок та j_0-стовпець матриці C.

3. В матриці C аналогічно (пункту 1 даного методу) знаходимо в кожному рядку та стовпці матриці $C' = \|c'_{ij}\|$ середнє значення рядка $\overline{c_i}$ і стовпця $\overline{c_j}$. Отримуємо для кожної комірки осереднені коефіцієнти, які розраховуються різницею елементів матриці $C' = \|c'_{ij}\|$ і суми середніх значень рядка.

4. Серед знайдених осереднених коефіцієнтів визначаємо найменший $U_i = \min\limits_j\left(c'_i\right)$ або $U_j = \min\limits_i\left(c'_j\right)$, а дугу $\left(i_1; j_1\right)$ заносимо до маршруту польоту БПЛА. Викреслюємо i_1-рядок та j_1-стовпець матриці C.

5. Виконавши аналогічно пункти (1 – 2) $(n-2)$ етапів отримуємо матрицю $C^n = \|c_{ij}^{n-1}\|$ з двома рядками і стовпцями, а дуга $\left(i_n; j_n\right)$ являється завершальною частиною маршруту. На цьому закінчується розв’язок задачі [12].

6. Результати досліджень

Дослідження ефективності та працездатності розглянутих алгоритмів розв’язання задачі комівояжера для планування польотів БпЛА проведемо за допомогою програмної реалізації, розробленої авторами. Для вхідних даних використаємо територіально рознесені об’єкти в кількості $n=50$ (рис. 1), які є опорними точками для траси польоту БпЛА. Ці об’єкти розміщені на площині (район місцевості) заданого розміру. БпЛА переміщується прямолінійною траєкторією маршруту у просторі на постійній висоті $H = const$ з постійною швидкістю $v = const$ по деякому маршруту, що характеризується множиною опорних точок простору з координатами проекції на земну поверхню.

Опорні точки в даній роботі зображуються цими об’єктами, а початкове і кінцеве положення БпЛА знаходиться у першому об’єкті.

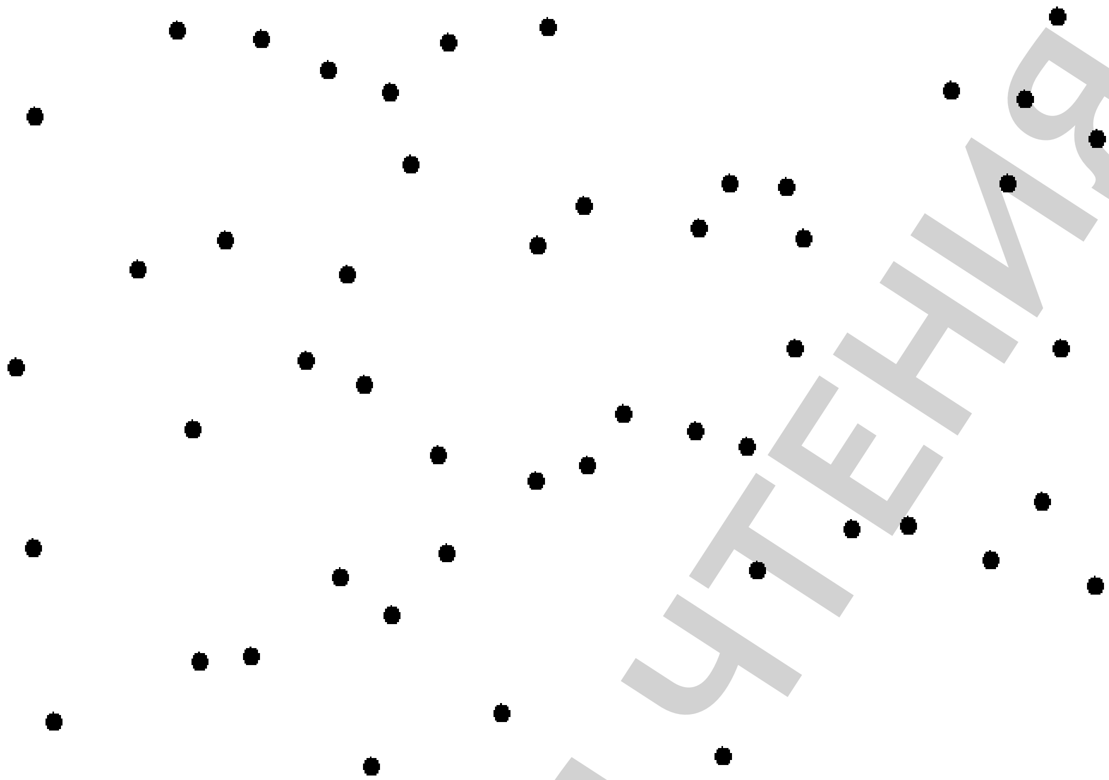


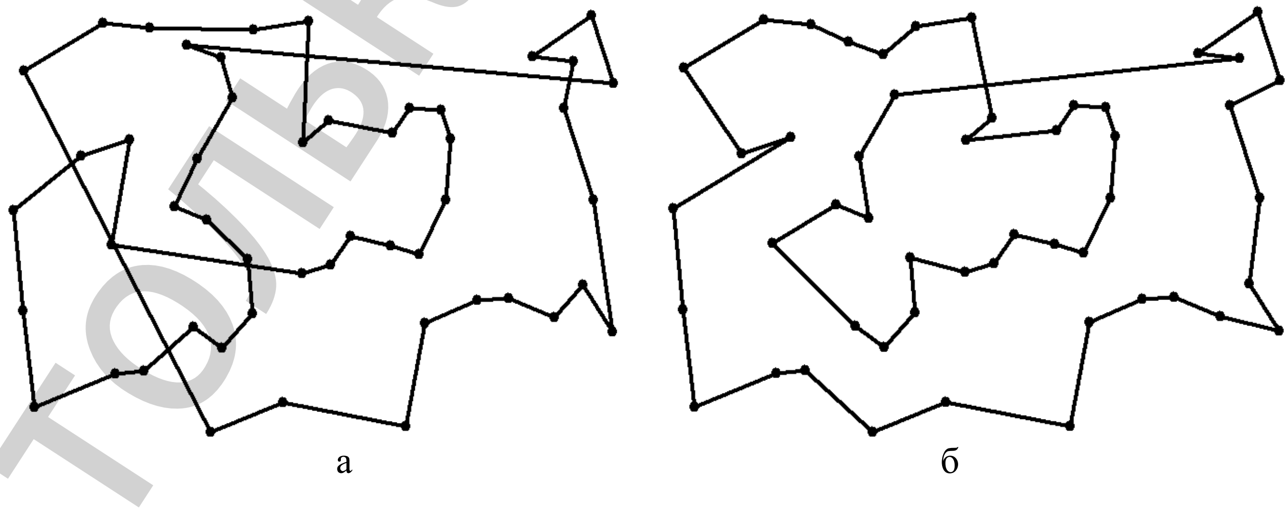
Рис. 1. Опорні точки для планування траси польоту ($n = 50$ об'єктів)

У табл. 1 наведено аналітичні значення числових розрахунків, а на рис. 2 геометрично відображено результати роботи алгоритмів розв'язання задачі комівояжера: Монте-Карло, редукції рядків і стовпців, осереднених коефіцієнтів.

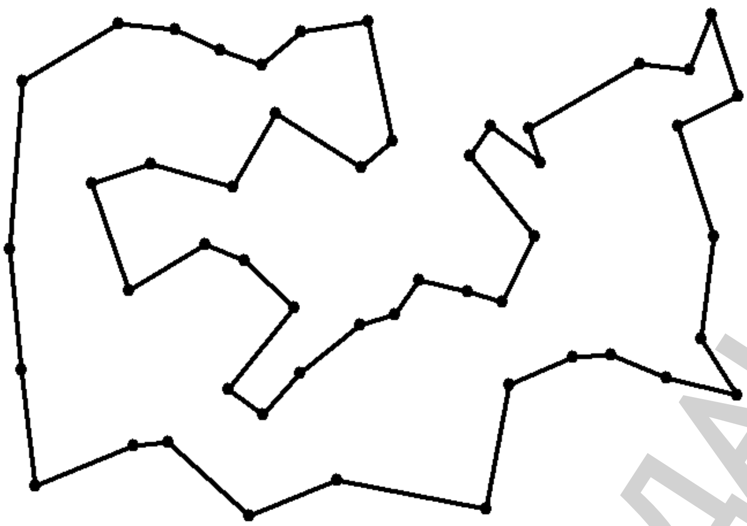
Таблиця 1

Результати роботи алгоритмів розв'язання задачі комівояжера ($n = 50$ об'єктів)

Алгоритм розв'язання задачі комівояжера	Час розв'язку (с)	Відстань маршруту (м)
Монте-Карло	0,1	3 714
редукції рядків і стовпців	2,1	3 621
осереднених коефіцієнтів	1,2	3 484



а б



в

Рис. 2. Оптимальні маршрути польоту безпілотного літального апарату за результатами розв'язання задачі комівояжера методами ($n = 50$ об'єктів): а – Монте-Карло; б – редукції рядків і стовпців; в – осереднених коефіцієнтів

Для вхідних даних використаємо територіально рознесені об'єкти в кількості $n = 100$ (рис. 3), які є опорними точками для траси польоту БпЛА.

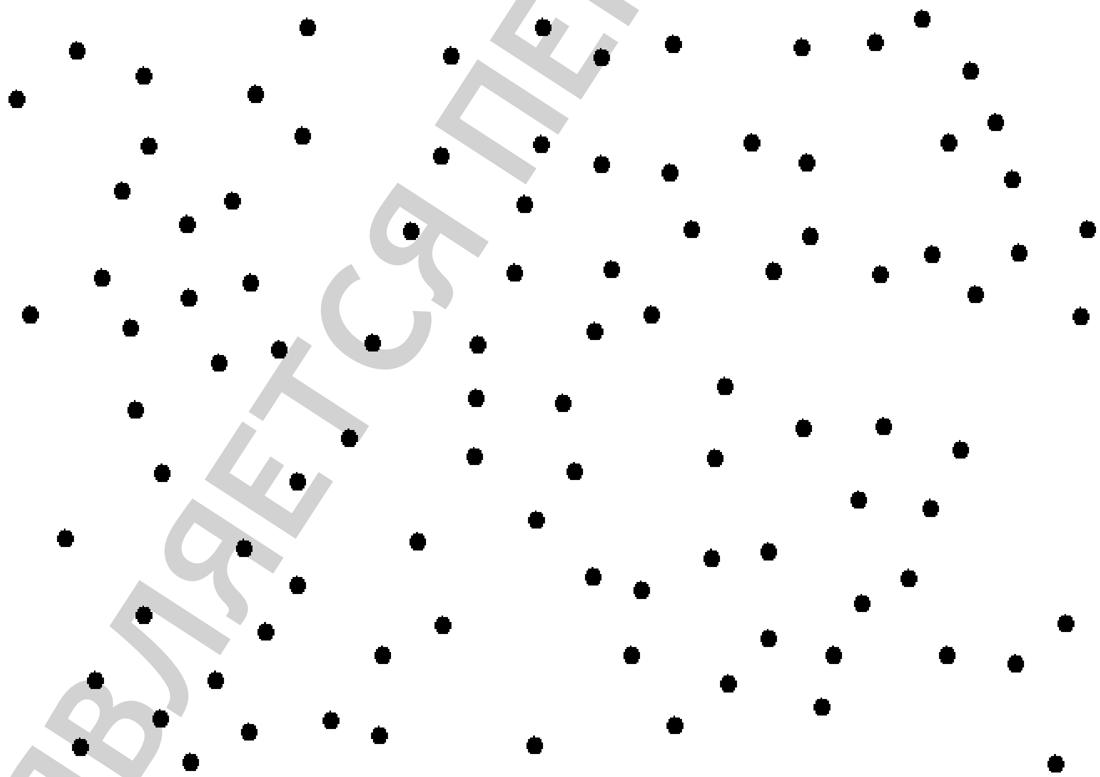


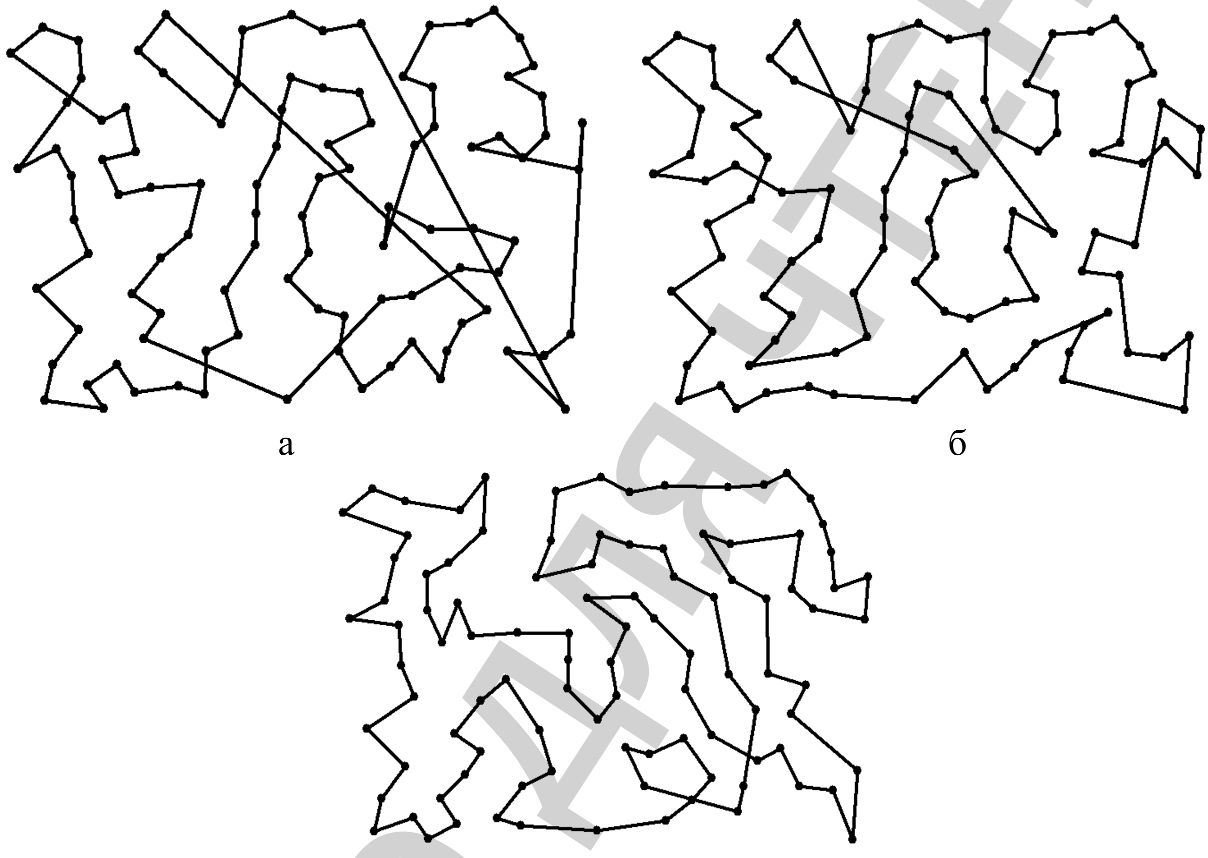
Рис. 3. Опорні точки для планування траси польоту ($n = 100$ об'єктів)

У табл. 2 наведено аналітичні значення числових розрахунків, а на рис. 4 геометрично відображено результати роботи алгоритмів розв'язання задачі комівояжера: Монте-Карло, редукції рядків і стовпців, осереднених коефіцієнтів.

Таблиця 2

Результати роботи алгоритмів розв'язання задачі комівояжера ($n = 100$ об'єктів)

Алгоритм розв'язання задачі комівояжера	Час розв'язку (с)	Відстань маршруту (м)
Монте-Карло	0,5	6 000
редукції рядків і стовпців	3,9	5 531
осереднених коефіцієнтів	2,5	5 224



а б в

Рис. 4. Оптимальні маршрути польоту безпілотного літального апарату за результатами розв'язання задачі комівояжера методами ($n = 100$ об'єктів): а – Монте-Карло; б – редукції рядків і стовпців; в – осереднених коефіцієнтів

На рис. 4 чітко видно, що зі збільшенням кількості об'єктів у роботі алгоритмів: Монте-Карло, редукції рядків та стовпців виникають помилки, що впливають на мінімізацію маршруту.

Для вхідних даних використаємо територіально рознесені об'єкти в кількості $n = 200$ (рис. 5), які є опорними точками для траси польоту БпЛА.

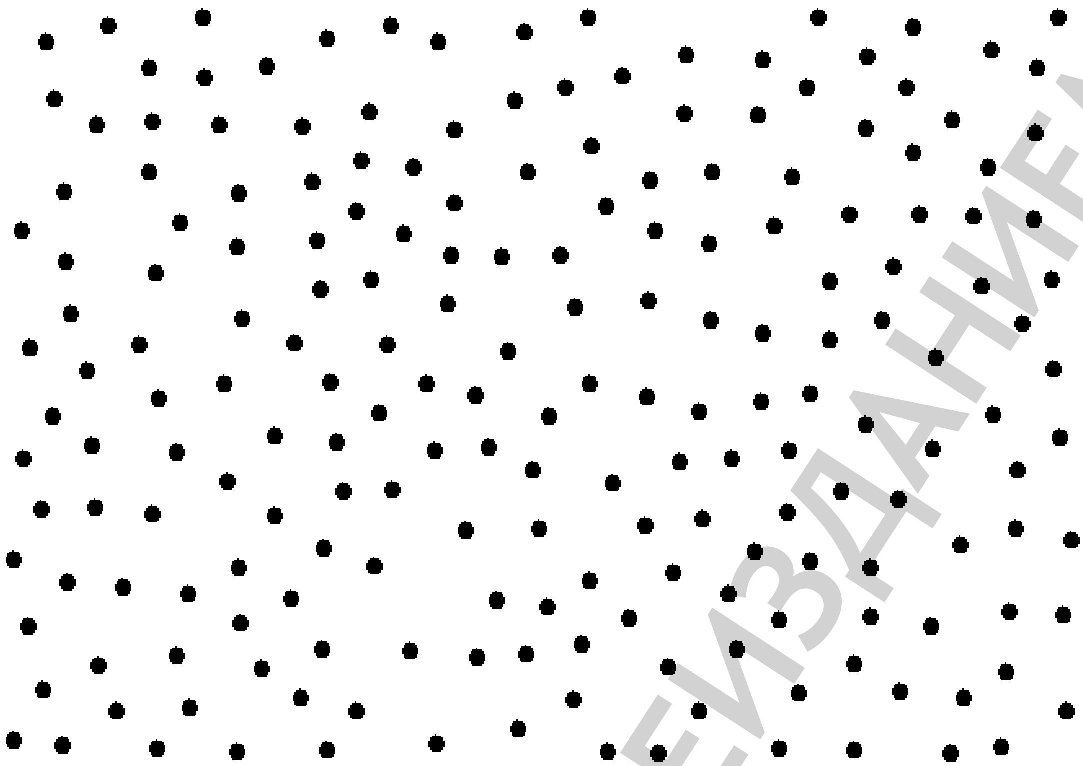


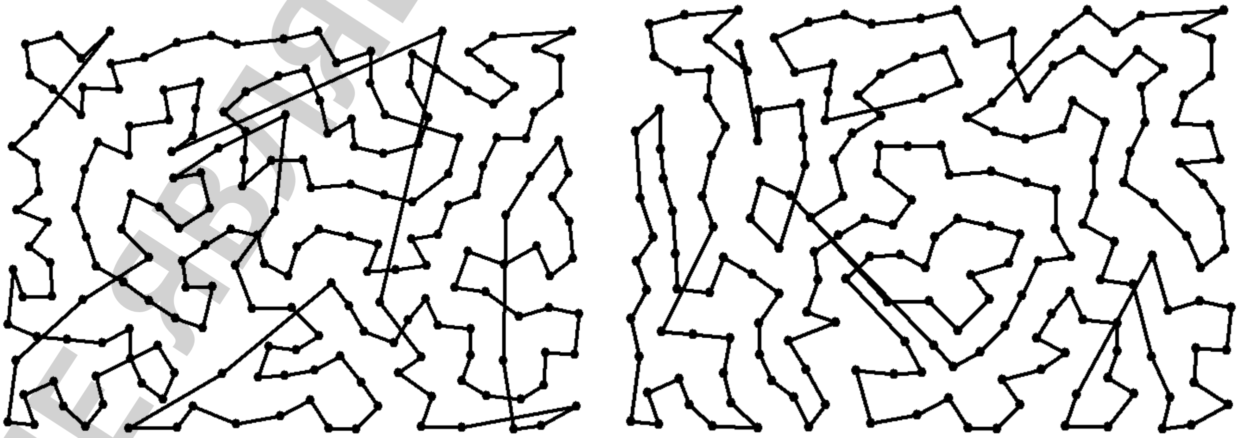
Рис. 5. Опорні точки для планування траси польоту ($n = 200$ об'єктів)

У табл. 3 наведено аналітичні значення числових розрахунків, а на рис. 6 геометрично відображено результати роботи алгоритмів розв'язання задачі комівояжера: Монте-Карло, редукції рядків і стовпців, осереднених коефіцієнтів.

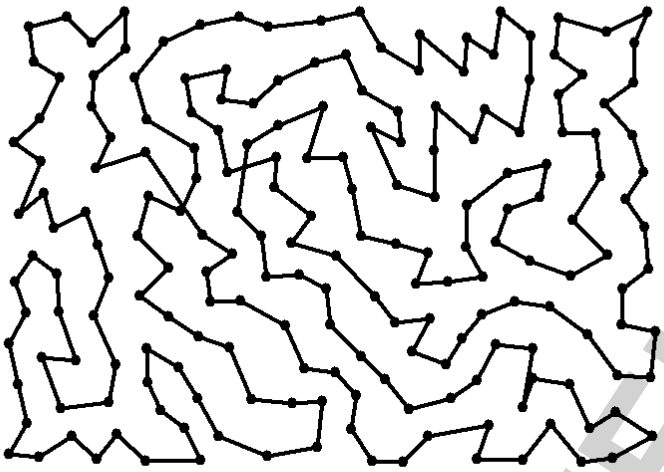
Таблиця 3

Результати роботи алгоритмів розв'язання задачі комівояжера ($n = 200$ об'єктів)

Алгоритм рішення задачі комівояжера	Час рішення (с)	Відстань маршруту (м)
Монте-Карло	1,2	8 760
редукції рядків і стовпців	12,4	8 105
осереднених коефіцієнтів	7,5	7 977



а б



в

Рис. 6. Оптимальні маршрути польоту безпілотного літального апарату за результатами розв'язання задачі комівояжера методами ($n=200$ об'єктів): а – Монте-Карло; б – редукції рядків і стовпців; в – осереднених коефіцієнтів

Результати дослідження свідчать, що при різних значення кількості опорних точок траси польоту БпЛА методи: редукції рядків та стовпців, осереднених коефіцієнтів розв'язують задачу комівояжера майже з однаковими результатами довжини траси. Однак, за критерієм часу на розв'язання останній має суттєву перевагу, що особливо помітно при збільшенні кількості об'єктів.

7. SWOT-аналіз результатів дослідження

*Strengths***.** Для планування польоту БпЛА метод осереднених коефіцієнтів є оптимальніший за критеріями часу на розв'язок та довжини маршруту порівняно з іншими методами. Використання даного методу забезпечує мінімальні експлуатаційні витрати польоту БпЛА. З практичного погляду це дозволить оперативно приймати рішення щодо проведення різного роду операцій із використанням БпЛА як для військових, так і цивільних цілей з мінімальними експлуатаційними витратами в умовах обмеження часу на прийняття рішення.

*Weaknesses***.** При проведенні дослідження встановлено, що при розв'язанні задачі комівояжера в алгоритмах Монте-Карло, редукції рядків та стовпців з'являються неточності. Зокрема, перший алгоритм видає результат з великим рівнем помилки, а другий зі збільшенням кількості об'єктів мінімізує ці помилки.

*Opportunities***.** В подальших дослідженнях планується використання даного методу для групи БпЛА з урахуванням розбиття безпровідної мережі на кластери для забезпечення зв'язаності мобільних абонентів.

*Threats***.** Складність впровадження отриманих результатів полягає у відсутності модифікацій існуючих програмних засобів планування польотів БпЛА, які б не враховували програмні обмеження в кількості опорних точок.

8. Висновки

1. Проаналізовано ефективність роботи методів розв'язання задачі комівояжера (Монте Карло, редукції рядків та стовпців, осереднених коефіцієнтів) для планування трас польоту БпЛА за допомогою програмного забезпечення, роз-

робленого авторами. В якості опорних точок траси використано територіально рознесені об’єкти різної кількості. Наведено теоретичну основу цих методів.

2. Встановлено, що серед розглянутих методів оптимальним за критеріями часу на розв’язання задачі та довжини шляху оптимальним є алгоритм осереднених коефіцієнтів. З отриманих результатів, чітко видно, що даний метод дає суттєвий виграш (5–10 %) порівняно з іншими методами, причому збільшення у виграші прямолінійне збільшенню кількості опорних точок.

3. Траса польоту БпЛА, отримана при розв’язанні задачі комівояжера методом осереднених коефіцієнтів є оптимальною (субоптимальною) на основі числових значень аналітичних розрахунків, отриманих при проведенні дослідження.

Література

1. Bondarev, D. I. Modelling of group flights of unmanned aerial vehicles using graph theory [Text] / D. I. Bondarev, D. P. Kucherov, T. F. Shmelova // Scientific Works of Kharkiv National Air Force University. – 2016. – No. 3 (48). – P. 61–66.

2. Aldoshin, D. V. Spatial planning routes for UAVs using search on graphs [Electronic resource] / D. V. Aldoshin // Youth Science and Technology Herald of the Bauman MSTU. – 2013. – No. 2. – Available at: \www/URL: http://sntbul.bmstu.ru/doc/551948.html

3. Gurnik, A. Use of intellectual sensor technics for monitoring and search-and-rescue operations [Electronic resource] / A. Gurnik, S. Valuiskii // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2013. – Vol. 3, No. 9 (63). – P. 27–32. – Available at: \www/URL: http://journals.uran.ua/eejet/article/view/14845

4. Podlipian, P. E. Kombinirovannyi algoritm resheniia transportnoi zadachi v sisteme planirovaniia poleta gruppy bespilotnyh letatel'nyh apparatov [Text] / P. E. Podlipian, N. A. Maksimov // Tezisy dokladov 9 Mezhdunarodnoi konferentsii «Aviatsiia i kosmonavtika – 2010». – St. Petersburg: Masterskaia pechati, 2010. – P. 138–139.

5. Bopardikar, S. D. Dynamic Vehicle Routing for Translating Demands: Stability Analysis and Receding-Horizon Policies [Text] / S. D. Bopardikar, S. L. Smith, F. Bullo, J. P. Hespanha // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2010. – Vol. 55, No. 11. – P. 2554–2569. doi:10.1109/tac.2010.2049278

6. Sariel-Talay, S. Multiple Traveling Robot Problem: A Solution Based on Dynamic Task Selection and Robust Execution [Text] / S. Sariel-Talay, T. R. Balch, N. Erdogan // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. – 2009. – Vol. 14, No. 2. – P. 198–206. doi:10.1109/tmech.2009.2014157

7. Gao, P.-A. Evolutionary Computation Approach to Decentralized Multi-robot Task Allocation [Text] / P.-A. Gao, Z.-X. Cai, L.-L. Yu // 2009 Fifth International Conference on Natural Computation. – IEEE, 2009. – P. 415–419. doi:10.1109/icnc.2009.123

8. Pehlivanoglu, Y. V. A new vibrational genetic algorithm enhanced with a Voronoi diagram for path planning of autonomous UAV [Text] / Y. V. Pehlivanoglu // Aerospace Science and Technology. – 2012. – Vol. 16, No. 1. – P. 47–55. doi:10.1016/j.ast.2011.02.006

9. Rahimi-Vahed, A. A path relinking algorithm for a multi-depot periodic vehicle routing problem [Text] / A. Rahimi-Vahed, T. G. Crainic, M. Gendreau, W. Rei // Journal of Heuristics. – 2013. – Vol. 19, No. 3. – P. 497–524. doi:10.1007/s10732-013-9221-2

10. Murray, C. C. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery [Text] / C. C. Murray, A. G. Chu // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. – 2015. – Vol. 54. – P. 86–109. doi:10.1016/j.trc.2015.03.005

11. Hawary, A. F. Routeing Strategy for Coverage Path Planning in Agricultural Monitoring Activity using UAV [Text] / A. F. Hawary, A. J. Chipperfield // Eminent Association of Pioneers (EAP) August 22-24, 2016 Kuala Lumpur (Malaysia). – Eminent Association of Pioneers (EAP), 2016. – P. 68–74. doi:10.17758/eap.eap816005

12. Johnson, D. S. The Traveling Salesman Problem: A Case Study in Local Optimization [Text] / D. S. Johnson, L. A. McGeoch. – November 20, 1995. – Available at: \www/URL: http://www.uniriotec.br/~adriana/files/TSPchapter.pdf