

DOI: 10.15587/2312-8372.2017.104895

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОТКЛИКА, ОПИСЫВАЮЩИХ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И СОДЕРЖАНИЯ ВЕО В КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ НА ПРЕДЕЛЫ ТЕКУЧЕСТИ И ПРОЧНОСТИ

Макаренко Д. Н.

### 1. Введение

Любая современная конструкция включает в себя детали, сочетающие в себе различные материалы и сплавы металлов. Благодаря такому сочетанию зачастую обеспечивается возможность повышения надежности конструкции в целом и оптимизация параметры работы ее составляющих узлов. Так, одним из видов применяемых материалов являются композиционные материалы, позволяющие обеспечить максимальные эксплуатационные характеристики при минимальной массе конструкции.

В данной работе рассмотрены дисперсно-упрочненные композиционные материалы (ДУКМ) на основе бериллия, которые имеют широкое использование во многих отраслях хозяйства, например, для производства деталей конструкций планеров самолетов и вертолетов, силовых узлов некоторых типов автомобилей (в т. ч. и спортивных) и т. д. [1]. Чаще всего для ДУКМ используют системы Al-Be, ведь подобные сплавы сочетают в себе высокую пластичность алюминия и прочностные свойства бериллия [2–6].

Наиболее эффективными упрочнителями бериллия является оксид BeO и карбид Be<sub>2</sub>C. Стандартная объемная доля BeO составляет от 0,8 до 3%. Исследования [7] обнаружили, что временное сопротивление ДУКМ Be-BeO повышается с увеличением содержания оксида, при этом эффективность укрепления растет с увеличением температуры. Сопротивление ползучести и длительная прочность Be-BeO композиционных материалов при повышенных температурах сравнительно небольшие [3]. Применение карбида бериллия Be<sub>2</sub>C как упрочняющей фазы позволяет повысить 100-часовую прочность бериллия при 650 °C в 3 раза, а при 730 °C – более чем в 5 раз.

К этому времени задача определения параметров ДУКМ на основе бериллия и моделирования их свойств для управления качеством в процессе создания, эксплуатации и утилизации в полной мере не была отражена в исследованиях. Исследование параметров ДУКМ на основе бериллия позволит выделить их основные значимые параметры, дать оценку того, начиная с каких значений исследуемые параметры будут оказывать существенное влияние на требования, предъявляемые к таким материалам. Это, в свою очередь, позволит оптимизировать состав данных материалов с точки зрения как эксплуатации, так и последующей их утилизации.

### 2. Объект исследования и его технологический аудит

Объектом исследования является зависимость механических свойств (предел текучести и предел твердости) ДУКМ на основе бериллия от параметров их эксплуатации (температурный режим) и содержания BeO в составе материала. Такая зависимость может быть установлена на основе технологического аудита процесса, имеющего конечной целью построение по результатам производственных экспериментальных данных аналитического описания, например в виде уравнений регрессии. Учитывая, что наибольший интерес представляет описание и исследование стационарной области, необходимо выбрать соответствующий математический аппарат исследования, позволяющий выявить наличие локальных экстремумов, обеспечивающих максимальные значения выходной переменной с учетом ограничений, накладываемых условиями технологического процесса. Таким инструментом, в частности, может быть выбран ридж-анализ. Данный метод позволяет проанализировать полученные поверхности отклика и определить не только тенденцию зависимостей свойств материала от параметров эксплуатации и характеристик самого материала, но и более точно оценить оптимальные значения. Последнее особенно выгодно с точки зрения оптимизации параметров эксплуатации конструкций, сделанных из данных материалов, а также с точки зрения процесса их последующей утилизации.

### **3. Цель и задачи исследования**

Целью исследования является определение субоптимальных значений технологических режимов, обеспечивающих получение оптимальных значений границ текучести и прочности композиционного сплава на основе бериллия с учетом ограничений, налагаемых на технологический процесс.

Для достижения цели были решены следующие задачи:

1. Провести ридж-анализ поверхности отклика, описывающей влияние температуры и содержания BeO в композиционных материалах на пределы текучести и прочности ДУКМ.
2. Получение качественных решений относительно характера влияния технологических режимов на пределы текучести и прочности данных материалов.

### **4. Исследование существующих решений проблемы**

На данный момент существует несколько способов исследований свойств материалов, которые условно можно разделить на:

- 1) аналитические (использование различных математических моделей, полученных на основе экспериментальных данных),
- 2) собственно экспериментальные (использование различных физических методов исследования свойств материалов).

Оба вида исследований имеют как свои преимущества, так и недостатки. Так, экспериментальные исследования позволяют получить достаточно точные результаты, однако при этом они довольно трудо- и материалозатратны. Тогда как аналитические методы позволяют получить результаты в более широких пределах, которые не могут быть достигнуты экспериментальными исследованиями. Однако недостатком данных методов является то, что они основываются

ся на экспериментальных значениях, что делает их применение зависящим от точности проведенных экспериментов.

Для исследования ДУКМ на основе BeO применяются различные способы. Так, в [8, 9] свойства материалов исследуются, в частности, на основе рентгеновской дифракции, что позволяет выявить различия в плотности материалов и определить их свойства в зависимости от нагрузений различного вида.

В [10–12] материалы исследуются методом *ab initio*, который хоть и является одним из самых используемых, но не всегда позволяет достигнуть точных результатов, т. к. требует экспериментальной проверки.

В [13] для исследования свойств материалов использованы первопринципные расчеты на основе функциональной теории плотности.

В [14] для исследования свойств материалов применяется оптически стимулированная люминесценция, которая позволяет выявить разности в плотности материала.

В [15] для исследований применяют комбинированные методы воздействия рентгеновского излучения и оптически стимулированной люминесценции.

В [16] для исследований наряду с воздействием рентгеновского излучения применялись также характеристики вторичного выхода электронов сплава.

В [17] для исследований был использован метод изотермического распада, который применялся для определения энергии активации материала.

В [18] ДУКМ на основе бериллия исследовались методом построения поверхностей отклика, используя центральный ортогональный композиционный план.

Таким образом, анализ литературных данных показал, что в основном свойства ДУКМ на основе BeO проводились экспериментально, а аналитически в полной мере не проводились, что обуславливает актуальность этого исследования.

## 5. Методы исследований

В качестве исходного материала были взяты математические модели, полученные в [18]:

$$y_1 = 201,523 + 29,1725x_1 - 41,675x_2 - 11,975x_1x_2 - 9,475x_1^2 + 2,5x_2^2 \quad (1)$$

$$y_2 = 265,3665 + 34,1735x_1 - 40,008x_2 + 23,475x_1x_2 - 19,025x_1^2 + 8,75x_2^2 \quad (2)$$

где  $x_1, x_2$  – значения входных переменных в нормированном виде, связываемым с натуральными значениями реализацией процедуры, изложенной в работе [18].

Полученные математические модели описывают некоторую поверхность отклика в факторном пространстве «содержание BeO – температура испытания», которая должна быть проанализирована для нахождения оптимальных значений технологических параметров. В качестве таких параметров – суть входных переменных – выбраны содержание BeO в композитном материале, % ( $x_1$ ) и температура, °C ( $x_2$ ). В качестве выходных переменных выбраны предел текучести, МПа ( $y_1$ ) и предел прочности, МПа ( $y_2$ ).

Применение полученных при этом решений может быть использовано для оптимизации применения композиционных материалов на основе бериллия.

Графическое изображение поверхности отклика может быть представлено в соответствии с принципами, изложенными в работе [19]. Для нахождения оптимальных технологических режимов – содержания ВеО и температуры – по критерию максимума пределов текучести и прочности можно воспользоваться методами гребневого анализа поверхности отклика, описанного в работе [20]. А это, в свою очередь, предполагает решение двух задач: построение математической модели типа «состав – свойство» и анализ полученной модели с целью аналитического описания поверхности отклика. Если первая из этих задач может быть решена на основе методов искусственной ортогонализации [21 – 22], то для решения второй предлагается использовать процедуру ридж-анализа. Последняя позволяет рассчитать субоптимальные значения параметров  $x_i$  для всех выходных переменных, для которых строятся уравнения регрессии типа «состав – свойство», и определять допустимые диапазоны значений входных переменных  $x_i$ , обеспечивающих удовлетворение требованиям сразу по нескольким выходным переменным. Т. е. речь идет о компромиссной оптимизации.

Решение оптимизационной задачи в параметрическом виде при этом выглядит следующим образом:

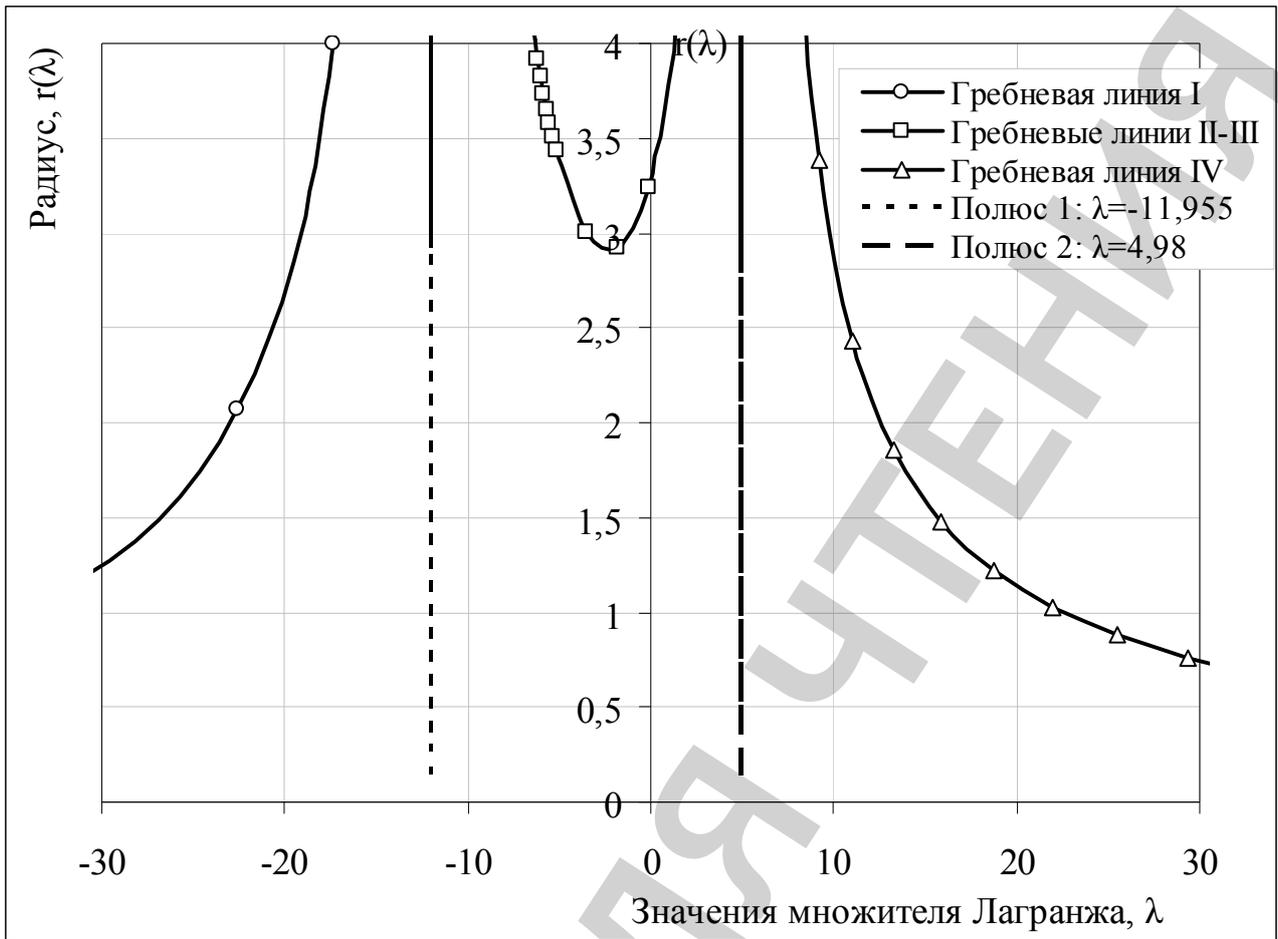
$$\begin{cases} x^*(\lambda) = (\lambda I - A)^{-1} a, \\ r(\lambda) = \sqrt{x^{*'} x^*}, \\ y^*(\lambda) = a_0 + 2a' x^* + x^{*'} A x^*, \end{cases} \quad (3)$$

где  $a_0$ ,  $a$ ,  $A$  – коэффициенты модели (1),  $\lambda$  – собственные числа матрицы  $A$ ,  $x^*(\lambda)$  – оптимальные значения входных переменных,  $r(\lambda)$  – радиус цилиндра, вводимого для поиска граничных условий и определения положения оптимальной точки с координатами  $(x_1^*, x_2^*)$  на указанной границе факторного пространства, задаваемой вторым уравнением параметрического описания (3),  $y^*(\lambda)$  – оптимальные значения выходных переменных (пределы текучести и прочности, МПа).

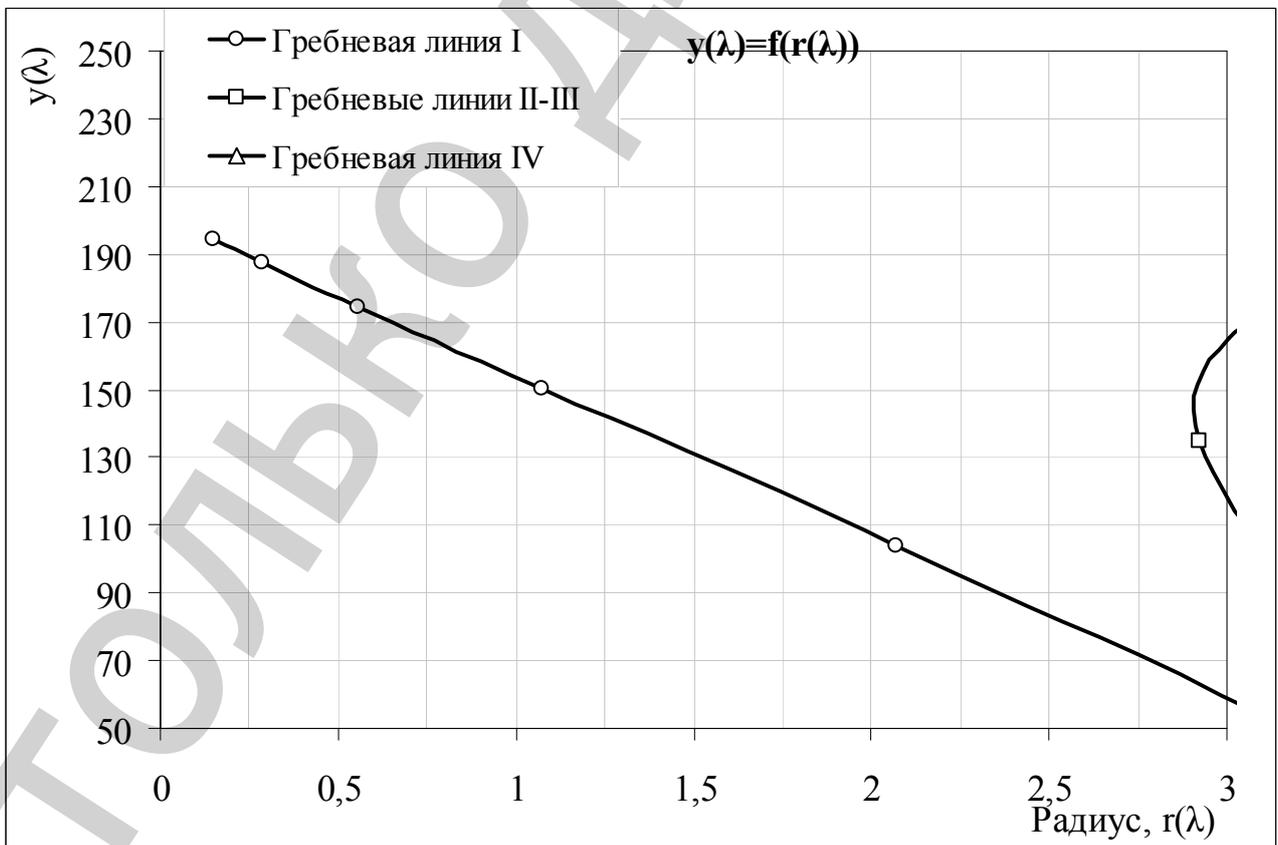
## 6. Результаты исследований

### 6.2. Результаты исследования поверхностей откликов, описывающих математическую модель влияния температуры и содержания ВеО в композиционных материалах на предел текучести

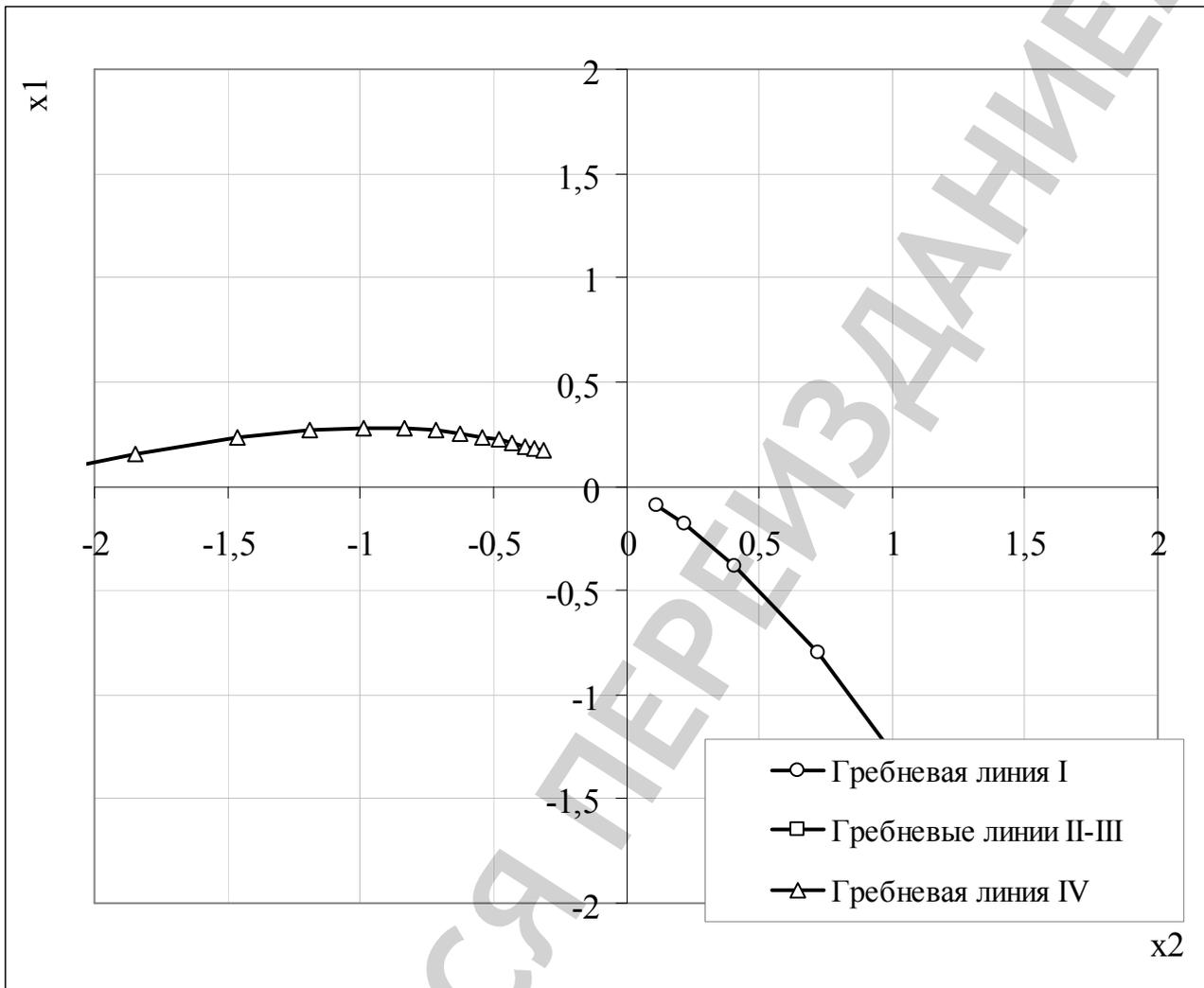
На рис. 1 показан график зависимости  $r(\lambda)$  для области собственных значений  $[-30; 30]$ , а на рис. 2 – зависимость выходной переменной от радиус цилиндра, вводимого для поиска граничных условий и определения положения оптимальной точки с координатами  $(x_1^*, x_2^*)$  на указанной границе факторного пространства.



**Рис. 1.** График зависимости  $r(\lambda)$  для области собственных значений  $[-30; 30]$



**Рис. 2.** Зависимость выходной переменной  $y_1^*(\lambda)$  для области, ограниченной выбранным планом эксперимента



**Рис. 3.** Множество субоптимальных значений входных переменных для математической модели (1)

Полученные графики дают возможность определить субоптимальные значения входных переменных на границах области планирования, обеспечивающие максимум с учетом ограничений величины предела текучести.

Решение уравнения  $|A - \lambda I = 0|$  дает два значения собственных чисел  $\lambda$  из диапазона  $-\infty < \lambda < +\infty$ , обеспечивающие оптимальные значения выходной переменной, а именно:  $\lambda_1 = -11,955$ ,  $\lambda_2 = 4,98$  (рис. 1). Это означает, что в рассмотренном диапазоне имеют смысл лишь решения, относящиеся к гребневой линии I. Исследование характера функции  $y_1^*(\lambda)$  в найденном диапазоне дает возможность найти оптимальные значения выходной переменной и обеспечивающие ее значения входных переменных на границе исследованной области планирования.

Из рис. 2 видно, что оптимальные значения предела текучести достигаются в диапазоне от 130 до 200 МПа. Проведя анализ рис. 3, можно получить набор

субоптимальных значений входных переменных, обеспечивающих оптимальные значения предела текучести. Так, например, такими значениями являются:  $t = 456^\circ\text{C}$  при содержании  $\text{BeO}$  1,35 % и  $t = 528^\circ\text{C}$  при содержании  $\text{BeO}$  1,08 %.

## 6.2. Результаты исследования поверхностей откликов, описывающих математическую модель влияния температуры и содержания $\text{BeO}$ в композиционных материалах на предел прочности

На рис. 4 показан график зависимости  $r(\lambda)$  для области собственных значений  $[-30; 30]$ , а на рис. 5 – зависимость выходной переменной от радиуса цилиндра, вводимого для поиска граничных условий и определения положения оптимальной точки с координатами  $(x_1^*, x_2^*)$  на указанной границе факторного пространства.

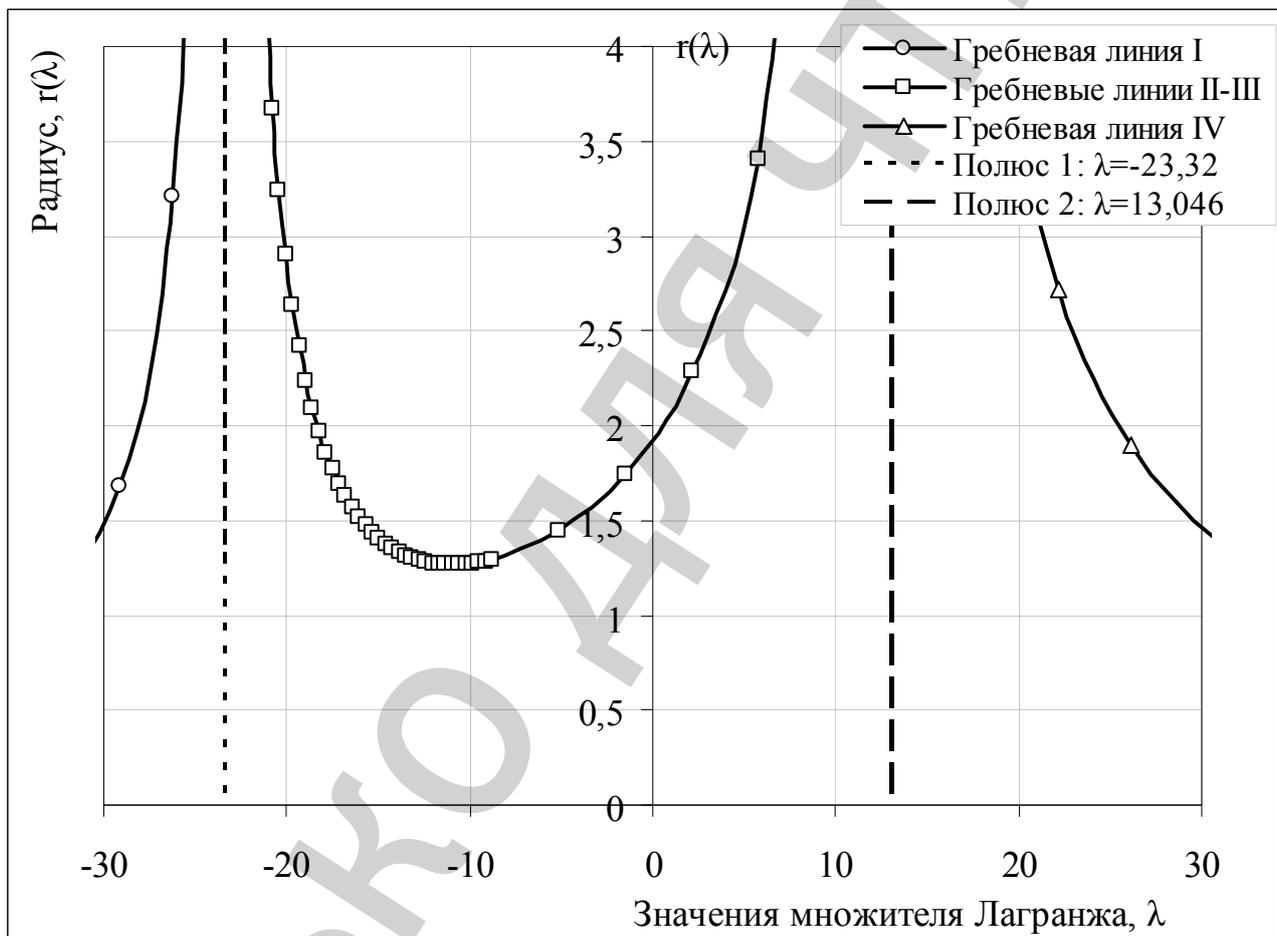
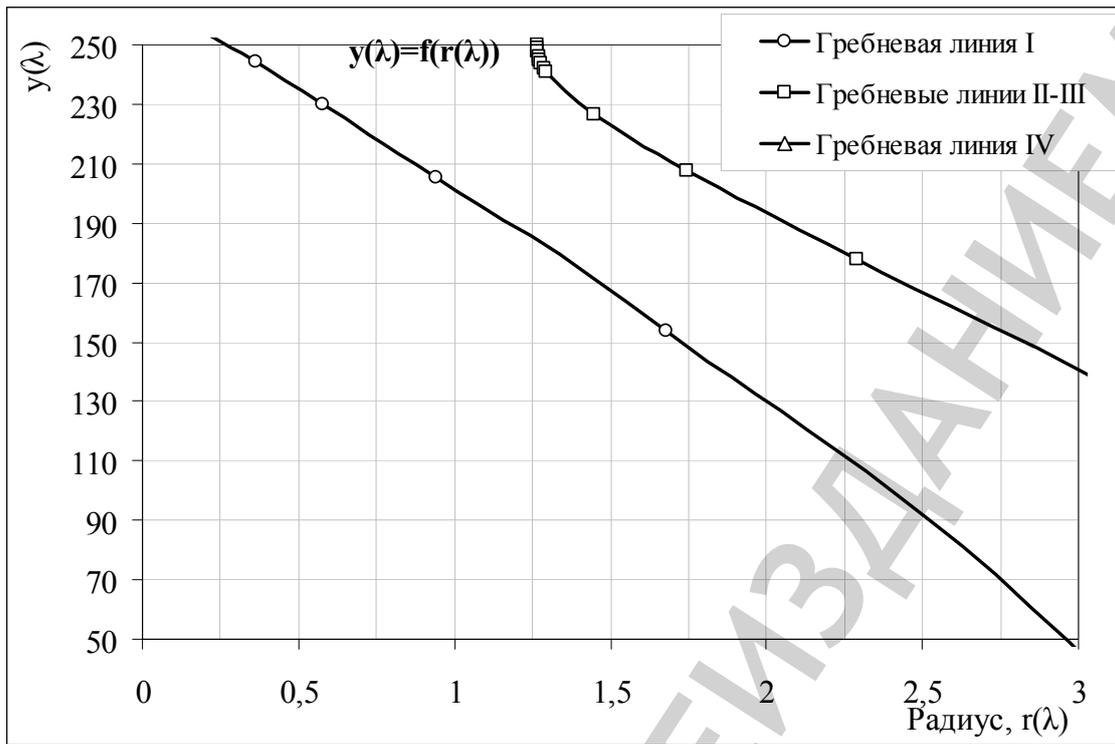
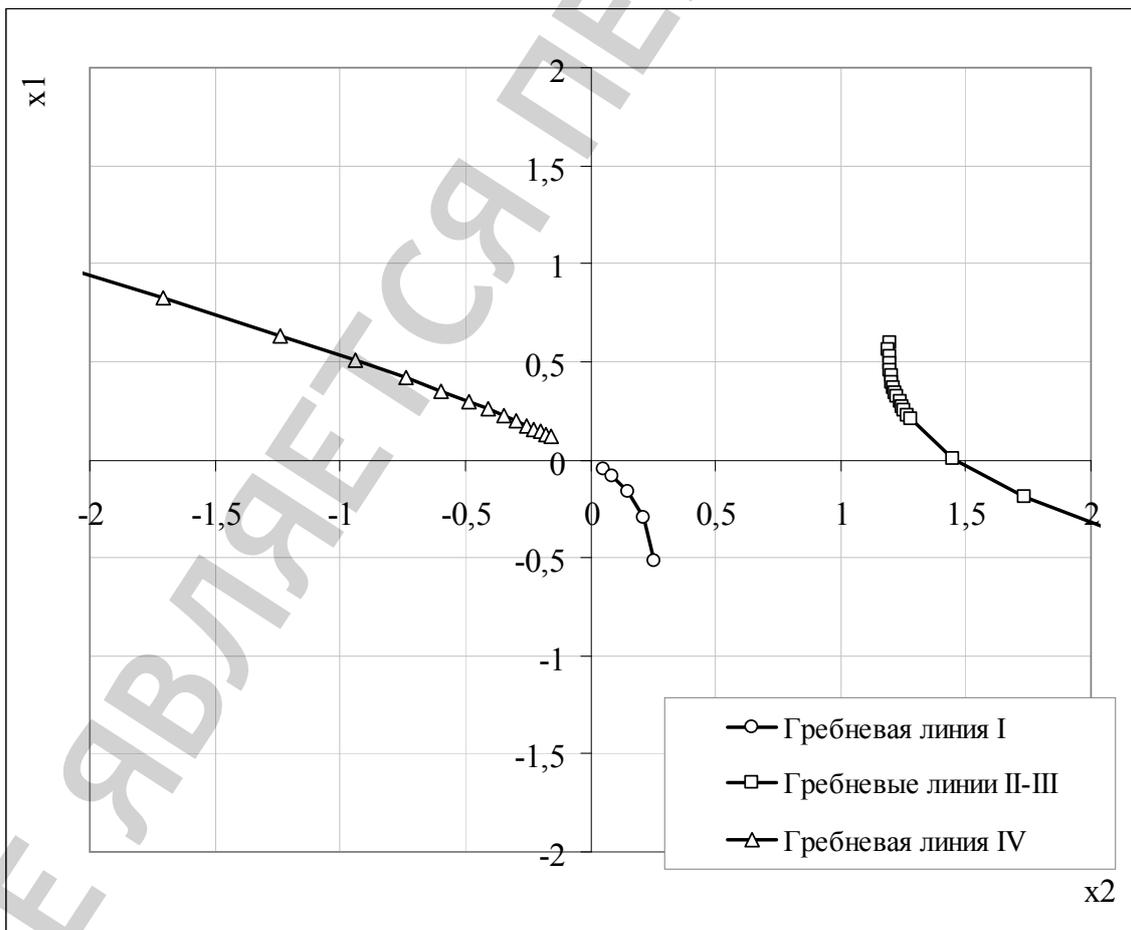


Рис. 4. График зависимости  $r(\lambda)$  для области собственных значений  $[-30; 30]$



**Рис. 5.** Зависимость выходной переменной  $y^*(\lambda)$  для области, ограниченной выбранным планом эксперимента



**Рис. 6.** Множество субоптимальных значений входных переменных для математической модели (2)

Решение уравнения  $|A - \lambda I = 0|$  дает два значения собственных чисел  $\lambda$  из диапазона  $-\infty < \lambda < +\infty$ , обеспечивающие оптимальные значения выходной переменной, а именно:  $\lambda_1 = -23,32$ ,  $\lambda_2 = 13,046$  (рис. 4). Это означает, что в рассмотренном диапазоне имеют смысл лишь решения, относящиеся к гребневым линиям I и II-III. Исследование характера функции  $y^*(\lambda)$  в найденных таким образом двух, имеющих в данной задаче смысл, диапазонах входной переменной, расположенных соответственно слева от  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и посередине между ними дает возможность найти оптимальные значения выходной переменной и обеспечивающие ее значения входных переменных на границе исследованной области планирования.

Из рис. 5 видно, что оптимальные значения предела прочности достигаются в диапазоне от 180 до 250 МПа. Проведя анализ рис. 6, можно получить набор суб-оптимальных значений входных переменных, обеспечивающих оптимальные значения предела прочности. Так, например, такими значениями являются:  $t = 384$  °C при содержании BeO 1,35 % и  $t = 326$  °C при содержании BeO 1,845 %.

## 7. SWOT анализ результатов исследования

*Strengths.* Сильной стороной данного исследования является то, что полученные результаты позволяют подобрать оптимальные эксплуатационные характеристики ДУКМ на основе бериллия, что обеспечит его максимальную эффективность и при этом снижает эксплуатационные затраты, что выгодно с экономической точки зрения. Применение данного метода анализа позволяет подобрать оптимальные значения входящих переменных (температура и содержание BeO), которые обеспечат оптимальные значения предела прочности и предела текучести.

*Weaknesses.* Слабой стороной данного исследования являются накладываемые ограничения в процессе анализа данных, что не позволяет выявить абсолютно все оптимальные значения.

*Opportunities.* Возможностями для данного исследования является расширение диапазона анализа данных, что позволит выявить большее количество оптимальных значений входящих переменных и расширить параметры их варьирования в процессе изготовления, эксплуатации и утилизации материалов.

*Threats.* Угрозы для данного исследования связаны с риском внедрения результатов исследования без проведения соответствующих испытаний, которые помогли бы выявить возможные неточности модели.

## 8. Выводы

Проведенный ридж-анализ поверхностей отклика, описывающей влияние температуры и содержания BeO в композиционных материалах на пределы текучести и прочности ДУКМ, позволил подобрать значения входных переменных (температура и содержание BeO), которые позволяют получить оптимальные значения предела прочности и предела текучести. На основании этого сделан вывод о возможности использования полученных решений в технологических процессах изготовления, эксплуатации и утилизации ДУКМ на основе BeO.

Так, установлено, что оптимальные значения предела текучести, соответствующие диапазону значений от 130 до 200 МПа, достигаются при  $t = 456$  °С и содержании BeO 1,35 %, а также  $t = 528$  °С и содержании BeO 1,08 %.

Оптимальные значения предела прочности, соответствующие диапазону значений от 180 до 250 МПа, достигаются при  $t = 384$  °С и содержании BeO 1,35 %, а также  $t = 326$  °С и содержании BeO 1,845 %.

### Литература

1. Brautman, L. J. Composite Materials [Text] / L. J. Brautman, R. H. Krock. – New York: Academic Press, 1975.
2. Fridliander, I. N. Al-Be сплавы металлические kompozitsionnye materialy shirokogo naznacheniiia [Electronic resource] / I. N. Fridliander, A. G. Bratuhin, P. Z. Gorbunov, V. V. Gal', K. P. Iatsenko, A. N. Fokanov // Metallovedenie i termicheskaiia obrabotka metallov. – 1996. – № 9. – Available at: \www/URL: <http://viam.ru/public/files/1996/1996-202052.pdf>
3. Mouritz, A. Aluminium alloys for aircraft structures [Text] / A. Mouritz // Introduction to Aerospace Materials. – 2012. – P. 173–201. doi:[10.1533/9780857095152.173](https://doi.org/10.1533/9780857095152.173)
4. Oz, T. Impact of beryllium additions on thermal and mechanical properties of conventionally solidified and meltspun Al–4.5wt.%Mn–xwt.%Be (x=0, 1, 3, 5) alloys [Text] / T. Oz, E. Karakose, M. Keskin // Materials & Design. – 2013. – Vol. 50. – P. 399–412. doi:[10.1016/j.matdes.2013.03.024](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.03.024)
5. Chen, H. Thermal conductivity of polymer-based composites: Fundamentals and applications [Text] / H. Chen, V. V. Ginzburg, J. Yang, Y. Yang, W. Liu, Y. Huang, L. Du, B. Chen // Progress in Polymer Science. – 2016. – Vol. 59. – P. 41–85. doi:[10.1016/j.progpolymsci.2016.03.001](https://doi.org/10.1016/j.progpolymsci.2016.03.001)
6. Biron, M. Composites [Text] / M. Biron // Thermosets and Composites. – 2013. – P. 299–473. doi:[10.1016/b978-1-4557-3124-4.00006-7](https://doi.org/10.1016/b978-1-4557-3124-4.00006-7)
7. Kovaleva, A. V. Kompozitsionnye materialy v tekhnike i issledovanie vozmozhnostei polucheniia izdelii iz raznorodnykh materialov v liteinom proizvodstve [Text] / A. V. Kovaleva, A. A. Chernyi. – Penza: Penzenskii gosudarstvennyi universitet, 2008. – 161 p.
8. Baron, C. Properties of particle phases for metal-matrix-composite design [Text] / C. Baron, H. Springer // Data in Brief. – 2017. – Vol. 12. – P. 692–708. doi:[10.1016/j.dib.2017.04.038](https://doi.org/10.1016/j.dib.2017.04.038)
9. Santos, A. M. C. Characterisation of a real-time fibre-coupled beryllium oxide (BeO) luminescence dosimeter in X-ray beams [Text] / A. M. C. Santos, M. Mohammadi, J. Asp, T. M. Monro, V. S. Afshar // Radiation Measurements. – 2013. – Vol. 53-54. – P. 1–7. doi:[10.1016/j.radmeas.2013.03.003](https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2013.03.003)
10. Yuan, P.-F. High-pressure meta-stable phase of BeO: A first principle study [Text] / P.-F. Yuan, J. Xu, F.-Q. Jing // Materials Chemistry and Physics. – 2010. – Vol. 124, № 1. – P. 768–772. doi:[10.1016/j.matchemphys.2010.07.056](https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2010.07.056)
11. Fathalian, A. Optical properties of BeO nanotubes: Ab initio study [Text] / A. Fathalian, R. Moradian, M. Shahrokhi // Solid State Communications. – 2013. – Vol. 156. – P. 1–7. doi:[10.1016/j.ssc.2012.11.017](https://doi.org/10.1016/j.ssc.2012.11.017)

12. Malakkal, L. Thermal conductivity of wurtzite and zinc blende cubic phases of BeO from ab initio calculations [Text] / L. Malakkal, B. Szpunar, R. K. Siripurapu, J. C. Zuniga, J. A. Szpunar // Solid State Sciences. – 2017. – Vol. 65. – P. 79–87. doi:[10.1016/j.solidstatesciences.2017.01.005](https://doi.org/10.1016/j.solidstatesciences.2017.01.005)
13. Yu, B.-R. Phase transition and elastic properties of BeO under pressure from first-principles calculations [Text] / B.-R. Yu, J.-W. Yang, H.-Z. Guo, G.-F. Ji, X.-R. Chen // Physica B: Condensed Matter. – 2009. – Vol. 404, № 14-15. – P. 1940–1946. doi:[10.1016/j.physb.2009.03.015](https://doi.org/10.1016/j.physb.2009.03.015)
14. Jahn, A. The BeOmax system – Dosimetry using OSL of BeO for several applications [Text] / A. Jahn, M. Sommer, W. Ullrich, M. Wickert, J. Henniger // Radiation Measurements. – 2013. – Vol. 56. – P. 324–327. doi:[10.1016/j.radmeas.2013.01.069](https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2013.01.069)
15. Groppo, D. P. Luminescent response from BeO exposed to alpha, beta and X radiations [Text] / D. P. Groppo, L. V. E. Caldas // Radiation Measurements. – 2014. – Vol. 71. – P. 81–85. doi:[10.1016/j.radmeas.2014.07.009](https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2014.07.009)
16. Wang, B. Activation treatment effects on characteristics of BeO layer and secondary electron emission properties of an activated Cu–Be alloy [Text] / B. Wang, E. Wu, Y. Wang, L. Xiong, S. Liu // Applied Surface Science. – 2015. – Vol. 355. – P. 19–25. doi:[10.1016/j.apsusc.2015.06.189](https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2015.06.189)
17. Nieto, J. A. Determination of the kinetic parameters of BeO using isothermal decay method [Text] / J. A. Nieto, C. A. Vega, T. R. Montalvo, E. T. Cabrera // Applied Radiation and Isotopes. – 2016. – Vol. 108. – P. 8–11. doi:[10.1016/j.apradiso.2015.11.061](https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2015.11.061)
18. Makarenko, D. M. Quality management of dispersion-strengthened beryllium-based composite alloy [Text] / D. M. Makarenko // ScienceRise. – 2016. – Vol. 5, № 2 (22). – P. 29–34. doi:[10.15587/2313-8416.2016.69259](https://doi.org/10.15587/2313-8416.2016.69259)
19. Mohanad, M. K. Modeling of the case depth and surface hardness of steel during ion nitriding [Text] / M. K. Mohanad, V. Kostyk, D. Domin, K. Kostyk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – Vol. 2, № 5 (80). – P. 45–49. doi:[10.15587/1729-4061.2016.65454](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.65454)
20. Demin, D. Adaptive modeling in problems of optimal control search termovremennoy cast iron [Text] / D. Demin // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2013. – № 6/4 (66). – P. 31–37. – Available at: <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/19453/17110>
21. Sira, O. Otsenivanie parametrov uravneniia regressii v usloviikh maloi vyborki [Text] / O. Sira, D. Demin // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2009. – № 6/4 (42). – P. 14–19.
22. Raskin, L. G. Iskusstvennaia ortogonalizatsiia passivnogo eksperimenta v usloviikh maloi vyborki nechetskikh dannykh [Text] / L. G. Raskin, D. Demin // Informacijno-kerujuchi systemy na zaliznychnomu transporti. – 2010. – Vol. 1, № 80. – P. 20–23.