

Grado en Ingeniería de Sistemas de Comunicaciones
2018-2019

Trabajo Fin de Grado

Estimación de Niveles de Confianza para
Análisis Wavelet de Series Temporales.

Cristina Baos Piqueras

Tutor:

Javier López Santiago (Univ. Carlos III de Madrid)

Tutor Externo:

Luca Martino (Univ. Rey Juan Carlos)

Leganés - Julio 2019



Esta obra se encuentra sujeta a la licencia Creative Commons **Reconocimiento - No Comercial - Sin Obra Derivada**

Resumen

Vivimos rodeados de señales. Fenómenos físicos que provienen de la naturaleza, como la cantidad de radiación que llega del Sol, un corazón latiendo o las señales que emite nuestro cerebro al despertarse. Una lámpara enchufada, un microondas en la cocina o el router Wifi también emiten unas señales que están sujetas a estudio. Son de señales que varían con el tiempo y que, en algunos casos, presentan estacionariedad, es decir, su media y varianza se mantienen constantes en el tiempo, pero no siempre es así. Estudiar métodos que permitan analizar cualquier tipo de señal, con ciertos niveles de confianza es uno de los mayores retos de la sociedad en la que vivimos.

En este Trabajo de Fin de Grado, se buscan crear niveles de confianza en para el análisis de series temporales mediante el uso de la transformada wavelet. Para la determinación de estos niveles de confianza es necesario la creación de un fondo que tenga en cuenta las características de ruido de la señal para poder caracterizarla de la mejor manera posible.

Para la obtención de los niveles de confianza en la realización de este trabajo, se han supuesto diferentes tipos de fondo cuya premisa principal es que el ruido es blanco. Bajo esta premisa y basándose en métodos de Monte-Carlo, se obtienen los niveles de confianza probando con diversos niveles y características de ruido.

Los primeros análisis se harán con una señal creada de manera sintética y se comprobarán si los resultados obtenidos con esta señal que tenía características sobradamente conocidas para nosotros, son replicables en señales reales.

Para las aplicaciones reales se usarán tres señales diferentes. La primera es la señal que contiene el número de manchas solares o número de Wolf de los últimos doscientos años. La segunda es una señal que proviene de un electrocardiograma. Y, por último, la señal de un seísmo. Todas ellas permitirán reafirmar la idea acerca de qué métodos pueden ser más ventajosos a la hora de crear niveles de confianza mediante el uso de la transformada wavelet.

Palabras clave Métodos de confianza, Transformada wavelet, Creación de fondos, Ruido blanco, Permutaciones aleatorias de la señal.

Dedicatoria

Este trabajo va dedicado a todas estas personas que han gastado un minuto de su vida para darme aliento a continuar en todos estos años que me ha llevado terminar esta carrera.

En primer lugar, a mis tutores, Javier y Luca, por su infinita paciencia y apoyo prestado durante estos meses.

A mi madre, que siempre ha sabido darme alientos para que no me rindiera incluso cuando ni siquiera entendía de qué le estaba hablando. A ella y al resto de mi familia, que tantas veces se han preocupado por mí y mis complicados exámenes.

Y por último, a mis amigos, a los que estaban antes y a los que me he encontrado en este camino. Sé que parte de la culpa de que haya acabado la tienen ellos, pues no he podido encontrar un mejor apoyo que el que me han brindado. Nombrarlos y no dejarme a nadie sería difícil, pero estoy segura de que sabrán que esto va dedicado a ellos.

Índice general

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Motivación y objetivos	1
1.2. Estructura	1
2. ESTADO DEL ARTE	3
2.1. Análisis de Fourier	3
2.1.1. Coeficientes y series de Fourier	4
2.1.2. Transformada de Fourier	4
2.1.3. Transformada de Fourier corta	5
2.2. Transformada Wavelet	6
2.2.1. La función de Morlet	6
2.2.2. La Transformada Wavelet continua	7
2.3. Creaciones de fondo	7
2.4. Software para la realización del trabajo	8
3. DESARROLLO DEL TRABAJO	9
3.1. Creación del fondo con ruido Gaussiano	13
3.1.1. Misma desviación de ruido que la señal que estamos analizando	14
3.1.2. Desviación de ruido con la potencia de la señal	16
3.1.3. Desviación de ruido con la desviación estándar de la señal	25
3.2. Fondo creado con ruido uniforme	31
3.2.1. Misma desviación de ruido que la señal original	31
3.2.2. Desviación de ruido creada con la potencia de la señal	33
3.3. Creación del fondo mediante permutaciones aleatorias	38

4. APLICACIÓN A SEÑALES REALES	44
4.1. Señal del Sol	45
4.1.1. Fondo creado con la señal permutada	47
4.1.2. Fondo creado con ruido Gaussiano	48
4.1.3. Fondo creado con ruido uniforme	51
4.2. Electrocardiograma	53
4.2.1. Fondo creado con la señal permutada	55
4.2.2. Fondo creado con ruido Gaussiano	56
4.2.3. Fondo creado con ruido uniforme	58
4.3. Seísmo	60
4.3.1. Fondo creado con la señal permutada	62
4.3.2. Fondo creado con ruido Gaussiano	63
4.3.3. Fondo creado con ruido uniforme	64
5. GESTIÓN DEL PROYECTO	67
5.1. Estructura y planificación temporal del trabajo	67
5.2. Entorno socio-económico y presupuestos	68
5.3. Marco regulador	70
6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	72
6.1. Conclusiones	72
6.2. Trabajo futuro	73
APÉNDICES	73
A. SUMMARY	74
BIBLIOGRAFÍA	80

Índice de figuras

3.1	Señal sintética de referencia creada para la creación del algoritmo . . .	9
3.2	Señales con ruido Gaussiano	10
3.3	Señales con ruido uniforme	11
3.4	Transformada wavelet de la señal original.	12
3.5	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y misma desviación de ruido que la señal original.	15
3.6	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido uniforme y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y misma desviación de ruido que la señal original.	16
3.7	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido alta con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual que la potencia de la señal de referencia. . .	18
3.8	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido media con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual que la potencia de la señal de referencia.	19
3.9	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido baja con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual que la potencia de la señal de referencia.	19
3.10	Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y relación señal-ruido buena con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original pero con un valor muy diferente entre desviación y potencia.	21
3.11	Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original pero con un valor muy diferente entre desviación y potencia.	21

3.12	Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y relación señal-ruido mala con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original pero con un valor muy diferente entre desviación y potencia.	22
3.13	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido uniforme y relación señal-ruido alta con fondo creado y fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original.	23
3.14	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido uniforme y relación señal-ruido media con fondo creado y fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original.	24
3.15	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido uniforme y relación señal-ruido baja con fondo creado y fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original.	24
3.16	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido alta con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal original.	27
3.17	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal original.	27
3.18	Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido baja con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal original.	28
3.19	Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido buena con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la desviación estándar de la señal original.	29
3.20	Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la desviación estándar de la señal original.	30
3.21	Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido mala con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la desviación estándar de la señal original.	30
3.22	Niveles de confianza para señal de referencia con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido uniforme y misma desviación que la señal de referencia.	32

3.23	Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido uniforme y misma desviación que la señal original.	33
3.24	Niveles de confianza para señal de referencia con ruido Gaussiano y relación señal-ruido alta. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.	35
3.25	Niveles de confianza para señal de referencia con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.	35
3.26	Niveles de confianza para señal de referencia con ruido Gaussiano y relación señal-ruido baja. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.	36
3.27	Niveles de confianza para señal de referencia con ruido uniforme y relación señal-ruido alta. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.	37
3.28	Niveles de confianza para señal de referencia con ruido uniforme y relación señal-ruido normal. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.	37
3.29	Niveles de confianza para señal de referencia con ruido uniforme y relación señal-ruido baja. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.	38
3.30	Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y alta relación señal-ruido mediante permutaciones aleatorias de la señal original. . .	40
3.31	Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.	40
3.32	Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y mala relación señal-ruido con fondo creado mediante permutaciones mediante permutaciones aleatorias de la señal original.	41
3.33	Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y buena relación señal-ruido con fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.	42
3.34	Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido normal con fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.	42
3.35	Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido mala con fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.	43

4.1	Representación del número de Wolf de los últimos 200 años. Datos Cortesía de NASA / SDO y los equipos científicos de AIA, EVE y HMI.	45
4.2	Escalograma de la transformada wavelet del número de Wolf de los últimos 200 años.	46
4.3	Representación del número de Wolf de los últimos 100 años. Datos Cortesía de NASA / SDO y los equipos científicos de AIA, EVE y HMI.	47
4.4	Niveles de confianza obtenidos para la señal que tiene los datos del nú- mero de Wolf obtenidos con un fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.	48
4.5	Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido Gaus- siano y desviación de ruido con valor igual a la potencia de la señal original.	49
4.6	Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido Gaus- siano y desviación de ruido creado con la desviación estándar de la señal.	50
4.7	Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido unifor- me y desviación de ruido creado con la potencia de la señal.	52
4.8	Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido uni- forme y desviación de ruido creado con la desviación estándar de la señal.	53
4.9	Electrocardiograma	54
4.10	Transformada wavelet del electrocardiograma.	55
4.11	Niveles de confianza obtenidos para el electrocardiograma obtenidos con un fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.	56
4.12	Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido Gaus- siano y desviación de ruido creado con la potencia de la señal.	57
4.13	Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido Gaus- siano y desviación de ruido creado con la desviación estándar de la señal.	58
4.14	Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido unifor- me y desviación de ruido creado con la potencia de la señal.	59
4.15	Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido unifor- me y desviación de ruido creado con la potencia de la señal.	60
4.16	Señal de un terremoto.	61
4.17	Escalograma transformada wavelet de un seísmo	61

4.18	Niveles de confianza obtenidos con un fondo obtenido mediante permutaciones aleatorias de la señal original.	62
4.19	Niveles de confianza obtenidos con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.	63
4.20	Niveles de confianza obtenidos con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal. . . .	64
4.21	Niveles de confianza obtenidos con fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.	65
4.22	Niveles de confianza obtenidos con fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal. . . .	66
A.1	Signals with different noise types for algorithm creation.	75
A.2	Confidence levels using the background created Gaussian noise. . . .	76
A.3	Confidence levels using the background created Gaussian noise. . . .	77
A.4	Confidence levels using the background created uniform noise.	78
A.5	Wolf's number confidence levels	79
A.6	Electrocardiogram confidence levels	79
A.7	Earthquake confidence levels	80

Índice de tablas

3.1	Potencias señal original con ruido Gaussiano	18
3.2	Valores de la potencia de la señal de referencia cuando aumentamos su valor y tiene un ruido Gaussiano.	20
3.3	Valores de potencia en señal con ruido uniforme.	23
3.4	Valores de la desviación estándar de la señal de referencia con ruido Gaussiano.	26
3.5	Valores de la desviación estándar de la señal de referencia con ruido uniforme.	29
5.1	Tabla de costes Totales	68
5.2	Costes directos: recursos empleados en el trabajo.	69
5.3	Costes directos totales	70
5.4	Costes indirectos: recursos empleados en el trabajo.	70
5.5	Tabla de costes Totales	70

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación y objetivos

La realización de este Trabajo de Fin de Grado busca estimar niveles de confianza en series temporales mediante el análisis de la transformada wavelet. Para el estudio y caracterización de señales, típicamente se ha utilizado la transformada de Fourier, pero no resulta de gran utilidad si la señal no es estacionaria y presenta características que no se repiten en todo el espectro de señal. El uso de la transformada wavelet nos permitirá caracterizar mejor este tipo de señales.

Es necesario definir un fondo de ruido para el correcto análisis de la señal. El fondo se crea mediante datos subrogados que han de tener unas características adecuadas al test de hipótesis que se quiere implementar. Para la estimación de los niveles de confianza se supondrán diferentes fondos de ruido de los que se partirá para el análisis de los mismos.

Para poder determinar como son de robustos los niveles que se obtienen y las conclusiones que nos permiten sacar, se utilizará una señal de referencia que haya sido creada de manera sintética y de la que se conocen con exactitud todas sus características. De esta manera, los contornos que se obtengan se podrá afirmar con cierta exactitud si corresponden o no con algo realmente importante.

Estas conclusiones se intentarán ver también en aplicaciones reales. De esta manera se podrán ver si las conclusiones antes obtenidas se pueden aplicar a estos casos también

1.2. Estructura

A continuación se va a exponer la estructura que sigue este documento. Se compone de diferentes capítulos que tratan los siguientes aspectos:

1. Introducción. De manera introductoria se analizan los motivos y los objetivos que persigue este trabajo.
2. Estado del arte. En él se explican los aspectos teóricos más importantes que se tendrán en cuenta a lo largo del desarrollo del trabajo.
3. Desarrollo del trabajo. Mediante pruebas en una señal sintética, se crearán diversos algoritmos que permitan estimar niveles de confianza. Se probarán diferentes métodos de creación del fondo. Métodos en los que se usan diferentes tipos de ruido con diferentes características y métodos en los que se usarán la propia señal para poder crear el fondo. Una vez creado el fondo, nos apoyaremos en la transformada wavelet para la estimación de esos niveles de confianza.
4. Pruebas con señales reales. Se probarán la eficacia de esos algoritmos en señales reales. En concreto se usarán dos, una que contiene el número de manchas solares de los últimos doscientos años, un electrocardiograma y la señal de un terremoto.
5. Gestión del proyecto. Se estudiará la planificación temporal y los costes asociados al desarrollo del proyecto. El impacto socioeconómico que supone la realización de este trabajo y el marco regulador en el que está enmarcado.
6. Conclusiones y trabajo futuro. Por último, una vez realizado el trabajo, se analizan las conclusiones que se extraen de él y hacia dónde podría ir el trabajo en un futuro.

Capítulo 2

Estado del Arte

En este capítulo se van a analizar aspectos más teóricos de los que parte este trabajo de Fin de Grado en el que se quieren estimar niveles de confianza en el análisis de la Transformada Wavelet con series temporales.

Se estudiarán algunos de los métodos clásicos en el estudio de señales. En primer lugar, analizaremos el uso de la transformada de Fourier, que permite expresar una serie del dominio del tiempo al de la frecuencia y expresar funciones periódicas como sucesiones de senos y cosenos multiplicados por los llamados coeficientes de Fourier. Sin embargo, para funciones no estacionarias, la transformada de Fourier presenta grandes desventajas frente a otras transformadas como la transformada de Fourier de tiempo corto, que permite escoger la ventana de tiempos en la que se quiere analizar la señal y, finalmente, la transformada Wavelet, que, además de permitir analizar la señal en ventanas de tiempo, éstas no tienen por qué ser de ancho fijo, lo que permitirá analizar señales de muchos más tipos que otras transformadas.

Otro de los aspectos importantes a tener en cuenta a la hora de poder crear niveles de confianza es la creación de un fondo con el que trabajar y poder llegar a obtener dichos niveles. Se van a analizar diferentes métodos de creación del mismo, que van desde la suposición del tipo de ruido que tiene la señal y creando un fondo acorde con esta suposición o, por el contrario, buscar un método que haga las menos suposiciones posibles.

Para finalizar, se comentarán algunas de las características principales del software elegido para el desarrollo del trabajo.

2.1. Análisis de Fourier

Entre los años 1807 y 1811 Jean-Baptiste Joseph Fourier introdujo grandes contribuciones al estudio de series trigonométricas mientras trataba de resolver la ecuación de conducción de calor en una lámina de metal. En este estudio, necesitaba resolver una ecuación de derivadas parciales y sabía la solución pero para señales sinusoidales [7]. Las conclusiones que obtuvo Fourier de la realización de este estudio

se unieron al trabajo que anteriormente habían hecho otros físicos y matemáticos como Leonhard Euler, Daniel Bernoulli y Jean le Rond d'Alembert.

Previo al desarrollo de la transformada de Fourier, se estudia el desarrollo en Series de Fourier, que permiten expresar una función como una serie trigonométrica, es decir, una sucesión de senos y cosenos cuyos coeficientes son los coeficientes de Fourier [13].

2.1.1. Coeficientes y series de Fourier

Las aplicaciones fundamentales de los desarrollos en Series de Fourier es representar una función $f(x)$ definidas en intervalos $(-c, c)$ o funciones que sean periódicas con periodo $2c$. Se puede demostrar que la suma de los coeficientes c_k de la proyección Ortonormal de esta función son los coeficientes de Fourier con respecto a esa base. La función 2.1 es la expresión genérica de estos coeficientes de Fourier

$$c_k = \int_{-c}^{+c} f(x) \phi_k^* dx \quad (2.1)$$

La serie de Fourier de $f(x)$ sobre la base ortogonal en senos y cosenos es:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_n \cos kx + b_n \sen kx) \quad (2.2)$$

De aquí se obtienen los coeficientes de Fourier y vemos como representan la contribución de senos y cosenos y que, si aplicamos Euler: $e^{ikx} = \cos kx + i \sin kx$, podemos obtener la *series de Fourier* como una función lineal de exponenciales complejas

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{ikx} \quad (2.3)$$

Y los coeficientes de Fourier en esta base se representan como:

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-jkx} dx \quad (2.4)$$

Puede verse como 2.1, que representa la Serie de Fourier, tiene que ser periódica para poder representar todos los valores de x [14].

2.1.2. Transformada de Fourier

Cuando la función $f(x)$ no es periódica, hacemos que c tienda a infinito, lo que nos lleva a la Transformada de Fourier [14].

La Transformada de Fourier de una función no periódica $f(x)$ se define:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-jkx} dx \quad (2.5)$$

Donde k es una variable real y continua.

Con los coeficientes de Fourier y la Transformada Inversa de Fourier, la señal puede ser reconstruida:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x)e^{-jkx} dx. \quad (2.6)$$

Una de las características de la transformada es que las funciones de la base de Fourier que presentan duración infinita en el tiempo tienen duración finita en frecuencia y como, una de sus propiedades es que es una transformación uno a uno, al contrario ocurre lo mismo. Es decir, funciones finitas en tiempo son infinitas en frecuencia.

Es buena cuando es buena cuando se trata de señales periódicas y suficientemente regulares, pero no lo es tanto cuando las señales son no estacionarias, es decir, su espectro varía con el tiempo. Detecta la presencia de una determinada frecuencia pero no ofrece información de su evolución temporal o las características espectrales de la misma. Por lo que, es posible se pierdan algunos aspectos temporales de la señal [14].

Se usa la transformada de Fourier con ventana para solventar este problema.

2.1.3. Transformada de Fourier corta

La transformada de Fourier tiene muy buena resolución en frecuencia, lo que hace que sea de mucha utilidad cuando las señales son estacionarias pero posee muy poca información temporal, por lo que para señales cuyo contenido espectral varía con el tiempo, es decir, señales no estacionarias, no es de gran utilidad.

Con la transformada de Fourier de tiempo corto se divide la señal en cortas ventanas de tiempo para poder asumir que en estas ventanas las señales sí son estacionarias y poder aplicar la transformada de Fourier clásica en estas ventanas [14].

De manera matemática se define como:

$$S_f(\omega, \tau) = \int f(t)g^*(t - \tau)e^{-j\omega t} dt \quad (2.7)$$

Siendo $g(t)$ una ventana deslizante que tiene un ancho fijo y que varía a lo largo del eje x . La ventana es la que permite establecer el grado de resolución tanto en tiempo

como en frecuencia.

la principal desventaja de esta transformada es que el ancho de ventana tiene que ser fijo, por lo que no se podrán obtener buenas resoluciones temporales y espectrales a la vez [6], ya que si la se utiliza una ventana es pequeña tendremos una buena resolución temporal pero mala resolución en frecuencia, ya que se conocerá un trozo muy pequeño de la señal existente. En cambio, con un tamaño de ventana grande, se tendrá una buena resolución en frecuencia, pero mala resolución temporal [6].

2.2. Transformada Wavelet

La transformada Wavelet, al igual que la transformada de Fourier de tiempo corto también analiza la señal dentro de una ventana y realiza una representación tiempo escala de la misma. La diferencia con la transformada de Fourier de tiempo corto es que estas ventanas pueden ser multiresolución por lo que es muy útil para señales que no sean estacionarias o que presenten alta transitoriedad [15].

2.2.1. La función de Morlet

La función de Morlet es un tipo de wavelet de Gabor compuesta por un onda plana (exponencial compleja) multiplicada por una ventana Gaussiana. Su expresión en 1 – D [15]:

$$\Psi_G(t) = e^{-jk_0(t-t_0)} e^{-\left(\frac{(t-t_0)^2}{a^2}\right)} \quad (2.8)$$

Donde k_0 controla la tasa de modulación y a la caída exponencial. No tiene base ortonormal y su transformada inversa no puede reconstruirla fácilmente por superposición lineal. [8] modificó la Wavelet de Gabor para que cumpliera la transformación inversa y se le pudiera aplicar la propiedad de Parseval. Como resultado se obtiene la wavelet de Morlet [15]

$$\Psi_M(t) = c_\sigma \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{t^2}{2}} [e^{j\sigma t} - e^{-\frac{\sigma^2}{2}}] \quad (2.9)$$

, donde:

$$c_\sigma = (1 + e^{-\sigma^2} - 2e^{-\frac{3\sigma^2}{4}}) \quad (2.10)$$

y su Transformada de Fourier es:

$$\hat{\Psi}_M(\omega) = c_\sigma \pi^{-\frac{1}{4}} \sqrt{2\pi} (e^{-\frac{(\sigma-\omega)^2}{2}} - e^{-\frac{\sigma^2}{2}} e^{-\frac{\omega^2}{2}}) \quad (2.11)$$

Donde σ es la frecuencia central de la Wavelet y ω es la frecuencia en *rad/s*.

2.2.2. La Transformada Wavelet continua

La Transformada Wavelet en tiempo continuo (CWT) de una función $x(t)$ propone expresar mediante los coeficientes a y b , que son una serie de traslaciones y escalados, diferentes versiones de la función de referencia o wavelet madre Ψ_M [14].

$$W_M(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_M^* \text{Big}\left(\frac{x-b}{a}\right) \text{Big} x(t) dt \quad (2.12)$$

donde Ψ^* es el complejo conjugado de la Wavelet y a controla el ancho y b la ubicación en el dominio del tiempo de la wavelet madre Ψ_M . [14].

$$W_M(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} \pi^{-\frac{1}{4}} e^{\frac{1}{2}\left(\frac{t-b}{a}\right)^2} e^{-i\sigma\left(\frac{t-b}{a}\right)} x(t) dt \quad (2.13)$$

La Transformada Wavelet es una representación tiempo-frecuencia y se puede ver como una convolución de la señal con la Wavelet madre. Podemos obtener diferentes transformaciones variando los valores de a y b . Si a tiene un valor pequeño, la transformada wavelet obtiene mejor información para valores bien localizados en tiempo y al revés, para valores grandes de a la transformada wavelet obtiene información de la función que esté localizada en frecuencia. Como conclusión se observa que la Transformada Wavelet proporciona información tanto del tiempo como de la frecuencia, al igual que ocurría con la Transformada de Fourier de tiempo corto, pero con la resolución variable en tiempo y frecuencia. Esto permite que sea una herramienta útil cuando tratamos de analizar señales que no son estacionarias, como por ejemplo, señales sísmicas, de radar, sonido o señales electrocardiográficas [15].

2.3. Creaciones de fondo

Para la caracterización y estudio de señales, se necesita crear un fondo mediante datos subrogados que permita estudiar las características de la misma. Los datos subrogados son modificaciones aleatorias de los datos de la señal original que pretenden mantener propiedades básicas.

Es necesario que estos datos subrogados se traten de igual manera que los datos de la señal original. Por ejemplo, si han sido sometidos a un pre procesamiento o filtrado, los datos subrogados también tienen que ser sometidos a lo mismo para que sigan teniendo el mismo tamaño o frecuencia de muestreo que la señal original.

Se comparan los datos obtenidos de manera subrogada con los datos originales y si son muy diferentes, habrá que rechazar la manera en la que han sido creados. Tampoco puede ser válida la manera en la que se crean si estos resultados son prác-

ticamente idénticos a la señal original [10].

Durante el trabajo se supondrán diversos métodos de creación del fondo para la creación de los niveles de confianza.

2.4. Software para la realización del trabajo

Para la realización de este Trabajo de Fin de Grado en el que se buscan crear niveles de confianza en series temporales mediante el uso de la transformada wavelet se va a trabajar con Matlab. Se trata de un software matemático, además de un lenguaje de programación que permite trabajar de manera fácil con señales y su representación, aunque éstas dispongan de muchos puntos.

Capítulo 3

Desarrollo del trabajo

En este trabajo, se va a desarrollar un algoritmo para crear niveles de confianza para series temporales mediante la transformada wavelet. Es decir, mediante la creación de datos subrogados ser capaces de crear niveles que nos digan con qué porcentaje lo que estamos recibiendo es señal o no.

Para poder crear el algoritmo se va a utilizar una señal de referencia creada de manera sintética con características específicas que evidencian el poder de la transformada wavelet. En este caso, se va a trabajar con una señal que presenta oscilaciones sinusoidales a baja frecuencia en unos determinados instantes temporales y el resto de la señal es constante.

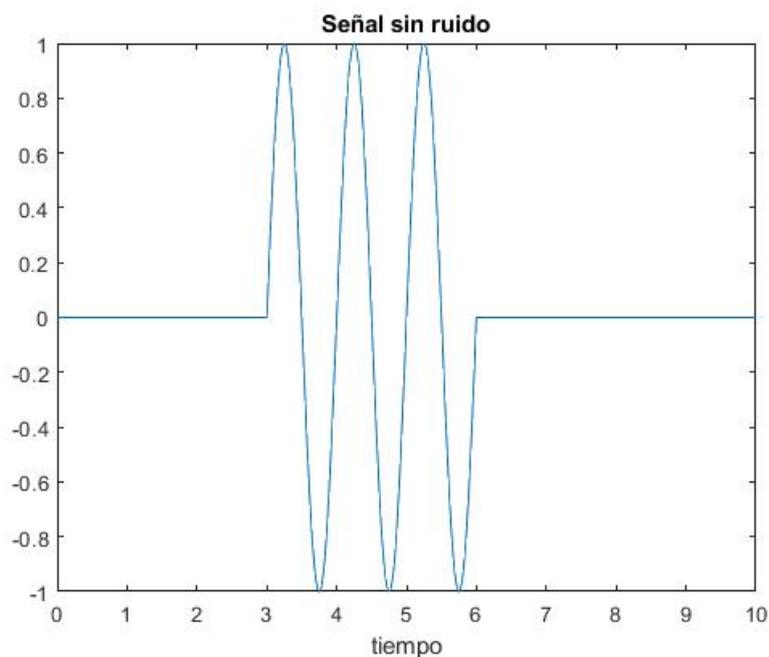


Fig. 3.1. Señal sintética de referencia creada para la creación del algoritmo

Para que el uso de la señal sintética se asemeje lo máximo posible a si se estuviera utilizando una señal real, es necesario que se le añada ruido a la señal. Inicialmente

se le añadirá diferentes tipos de ruido Gaussiano con diferentes características, aunque también se le añadirá ruido uniforme más tarde para comprobar la diferencia entre los niveles obtenidos con uno u otro.

En primer lugar, una desviación estándar de ruido con valor $\sigma = 0.1$. Teniendo este valor, es posible calcular la relación señal-ruido (SNR) y, aunque se trata de una señal que varía con el tiempo, es posible obtener su valor máximo que se obtiene como: $\frac{1}{\sigma}$. Así que, en este caso, $SNR = \frac{1}{0.1} = 10$. Se puede considerar que es valor de relación-señal ruido alto ya que tenemos diez veces más de señal que de ruido.

En segundo lugar, se utilizará un valor de desviación de ruido con el que se obtenga una relación señal-ruido normal. En este caso, habrá tanta señal como ruido, por lo que se escoge un valor de $\sigma = 1$ y para este, se obtiene un valor de relación señal-ruido máxima de $SNR = \frac{1}{1} = 1$.

Por último, se usará una señal que tenga una baja relación señal-ruido, es decir, donde haya mucho más ruido que señal. En este caso se tomará $\sigma = 10$, lo que nos dará una relación señal-ruido máxima de $SNR = \frac{1}{10} = 0.1$. La representación de la señal creada de manera sintética con el ruido con las características anteriormente descritas se representa en la siguiente imagen.

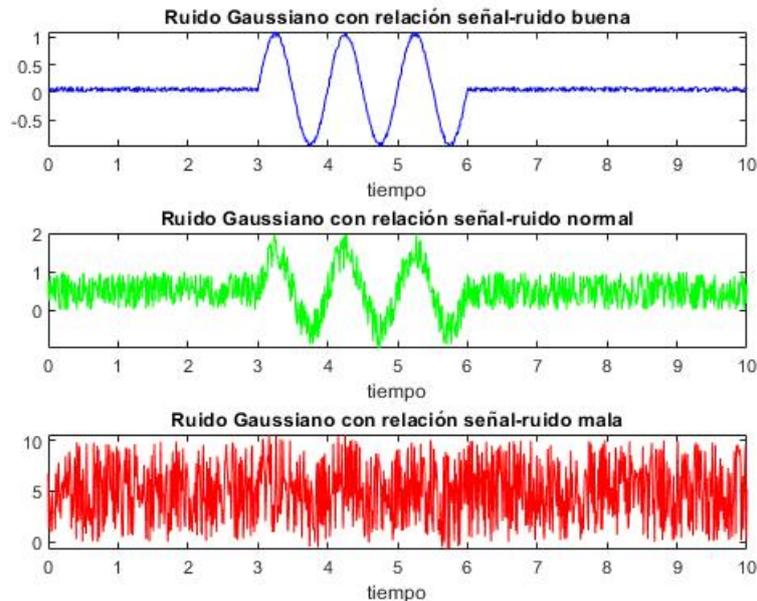


Fig. 3.2. Señales con ruido Gaussiano

La imagen evidencia de qué manera afecta la desviación de ruido a la señal, pues con valores bajos es posible distinguir la señal, pese a que esta contenga ruido, mientras que cuando tenemos valores altos, es muy difícil que a simple vista sea posible distinguir lo que es señal de lo que es ruido. Resulta importante conocer las

características reales de ruido de la señal para poder comprobar la robustez de los niveles de confianza obtenidos.

Para abarcar también la posibilidad de que la señal que estemos analizando tenga ruido uniforme y no un ruido Gaussiano, por eso, para la creación del algoritmo de estimación de niveles de confianza con el uso de la wavelet, se probarán también el caso de que la señal de referencia tenga ruido uniforme y cuyas especificaciones señal-ruido, sean las mismas que se han descrito anteriormente.

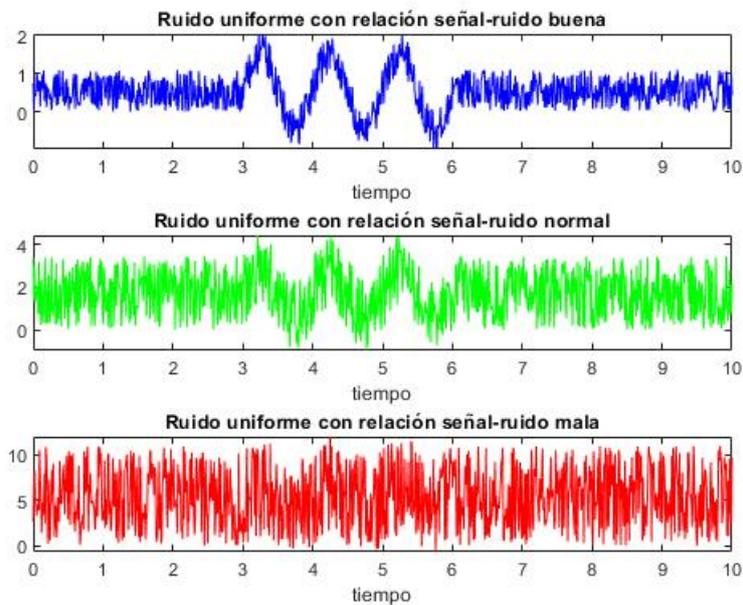


Fig. 3.3. Señales con ruido uniforme

Para la realización de este trabajo se ha escogido la transformada wavelet ya que presenta mejores resultados cuando la señal no es estacionaria y tiene características que no se repiten en todo el espectro de la señal. La transformada wavelet de la señal de referencia se muestra en la siguiente imagen.

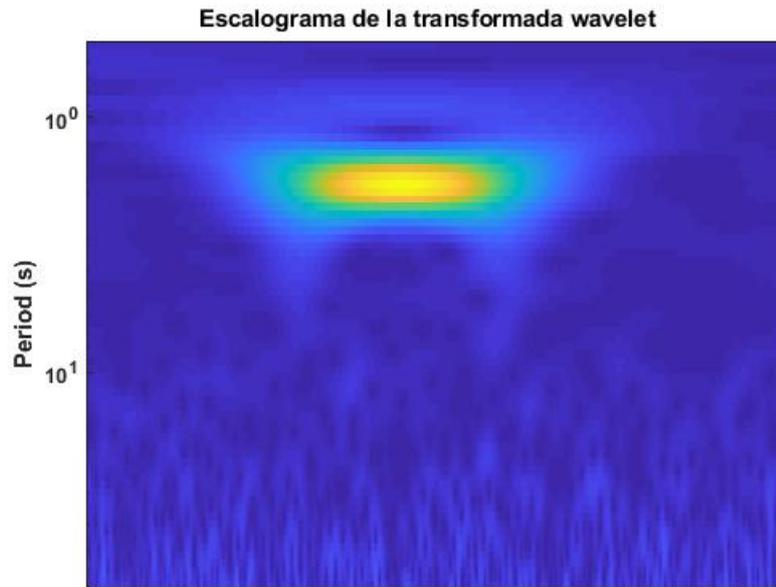


Fig. 3.4. Transformada wavelet de la señal original.

Esta es la transformada wavelet de la señal original cuando tiene una relación señal-ruido alta. En el escalograma pueden verse con claridad en un color más claro el periodo en el que se producen las oscilaciones a baja frecuencia y vemos que están en torno a tres - seis segundos. A bajas frecuencias, hay alta resolución temporal, por eso es tan visible la zona donde está la oscilación. Para frecuencias altas, no sería tan fácil de distinguir como se verá más adelante en otros ejemplos.

Una vez escogida la transformada wavelet como la transformada con la que se van a determinar los niveles de credibilidad, es necesario escoger un fondo con el que poder trabajar para crear los niveles de confianza. Este fondo se suele calcular en función del ruido que tiene la señal, pero, en ejemplos reales, no es algo que sea común saber. Es decir, en el análisis de señales reales, no se conoce el tipo de ruido que tiene la señal. Por eso, se van a analizar diferentes métodos de creación del fondo. En primer lugar, no realizando suposiciones acerca de las características del ruido de la señal. Este método consistirá en permutar la señal de manera aleatoria para poder crear el fondo. Otros métodos que se usarán para crear el fondo será utilizar diferentes tipos de ruido con diferentes características. Se distinguirá entre ruido Gaussiano y uniforme. Distinguiendo el método de creación del fondo, para cualquiera de los casos, la manera en la que se procederá con ellos, será la misma. Se realizará la transformada wavelet de los datos creados de manera subrogada para el fondo y se repetirá el procedimiento un número que tienda a infinito de veces. Nos apoyamos en la ley de los grandes números aplicada a Monte-Carlo. Esta ley indica que cuando el número de repeticiones de un suceso aleatorio es suficientemente elevado, su esperanza converge al promedio [9]. Para el caso en el que utilizamos la

señal con datos sintéticos se realizaran diez mil iteraciones del proceso, siendo el número más alto con el que se puede trabajar sin que el coste computacional sea demasiado alto. Es decir, que no se exceda el límite de memoria de intercambio que posee el ordenador.

Este fondo que se ha creado sirve para poder compararlo con la señal original punto a punto. Es necesario destacar, que no puedes ser, ni muy diferente a la señal que se está comparando, ni, por el contrario, muy parecido, pues los resultados que obtendríamos de esa manera no serían concluyentes. El código que se utiliza para la obtención de los niveles de confianza se describe abajo.

```
1 puntosPorEncima = zeros (sz(1),sz(2))
2 for i = 1:sz(1)
3   for j = 1:sz(2)
4     puntosPorEncima = length(find(M(:,i,j) > powerWavelet(i,j)))/N;
5   end
6 end
7
8 alpha1 = 0.01;
9 alpha2 = 0.05;
10
11 nivelesConfianza1 = puntosPorEncima < alpha1;
12 nivelesConfianza2 = puntosPorEncima < alpha2;
```

La matriz **puntosPorEncima** contiene todos aquellos puntos en los que el fondo que ha sido creado con datos aleatorios está por encima de la señal original. Aquellos puntos que no superen el umbral que hemos llamado **alpha**, se interpretan que sí aportan información relevante, por lo que determinan los niveles de confianza. Es decir, en es punto la transformada wavelet de la señal está representando oscilaciones que sí tienen importancia y no lo está confundiendo con ruido. El dato de $\alpha = 0.01$ aporta los niveles de confianza al 99% y $\alpha = 0.05$ el del 95%. Corresponden con que corresponden con 1σ y 2σ suponiendo que el ruido fuera Gaussiano.

3.1. Creación del fondo con ruido Gaussiano

Para el desarrollo de esta sección se va a asumir que el fondo que nos permita crear los niveles de confianza sea ruido blanco Gaussiano. Es uno de los casos más sencillos que hay pero es necesario que escojamos una sigma de ruido adecuada la señal que se trata de analizar. Además, implica suponer que la señal también tiene este tipo de distribución de ruido y, como se comprobará a continuación, esto no es del todo correcto, pues la señal podría no tenerlo y no tratarse de un método efectivo.

3.1.1. Misma desviación de ruido que la señal que estamos analizando

Se trata de un caso ideal, dado que en aplicaciones reales, no es posible que este dato pudiéramos conocerlo a priori. Sin embargo, los resultados de analizar la señal de esta manera se tomarán como referencia para saber qué se puede esperar en los niveles de confianza. En este caso, la creación del fondo se realizará de la siguiente manera:

```
1  for i=1:10000
2
3      signalNoise = sigmaNoise*randn(1,length(originalSignal));
4      wavelet = cwt(signalNoise,'amor');
5      bakground(i,:,:)= abs(wavelet);
6
7  end
```

Y la desviación de ruido que se utiliza para este caso es la misma con la que se ha creado la señal de referencia sintética.

```
1  sigmaNoise = 1;
2  originalNosie = sigmaNoise*randn(1,length(originalSignal));
```

Con este código se ha creado el fondo. Dentro de un bucle **for** que contiene diez mil repeticiones, se ha creado de manera aleatoria ruido uniforme cuya desviación de ruido es la misma que la de la señal original. Es decir, **originalNosie** es la desviación de ruido de la señal original y la que luego es usada para poder crear las muestras aleatorias con las que se creará el fondo. A cada una de esas muestras aleatorias se les realiza la transformada wavelet y se apilarán en la matriz que origina el fondo. En el código tiene el nombre de **background** y más tarde se comparará con la señal original y permitirá determinar los niveles de confianza de a misma manera que se ha explicado al inicio del capítulo.

Para el caso que se considera como ideal se va analizar se van a utilizar la señal de referencia creada con ruido blanco Gaussiano y la señal de referencia con ruido uniforme. Aunque, para este caso, solo se analizará el caso en el que consideramos una relación señal-ruido normal $SNR = 1$, puesto que este ejemplo solo nos permitirá ver qué sucedería en el mejor de los casos, no es algo que en la realidad pueda llevarse a cabo.

Señal de referencia con ruido Gaussiano

Se va a analizar el caso en que la señal de referencia creada de manera sintética tenga ruido Gaussiano y unos valores de relación señal-ruido normales. La figura

representada contiene, en la parte superior una representación de la señal original y en la parte inferior el escalograma de la transformada wavelet de la señal original sobre la que se representan los niveles de confianza. Una línea continua para un nivel de confianza del 99 % y línea discontinua para niveles de confianza del 95 %.

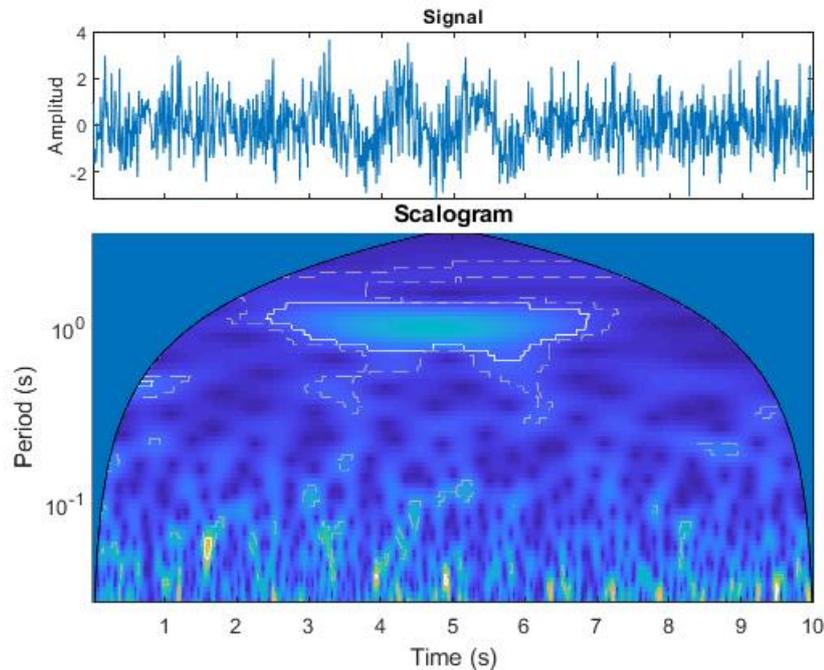


Fig. 3.5. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y misma desviación de ruido que la señal original.

Se trata de un caso ideal, ya que se ha escogido de manera deliberada el mismo valor de sigma de ruido para crear el fondo que el que tiene la señal original. Esto no es algo que se pueda hacer realmente pero muestra con claridad dónde están las zonas interesantes de nuestra señal y como son los niveles de confianza para un caso perfecto.

Señal de referencia con ruido uniforme

La imagen siguiente representa en la parte superior la señal original que se está analizando. En este caso, tiene ruido uniforme y una desviación de ruido del mismo valor que tiene la señal original. La parte inferior es el escalograma de la transformada wavelet de la señal original sobre la que representamos los niveles de confianza línea continua para un nivel de confianza del 99 % y línea discontinua para niveles de confianza del 95 %.

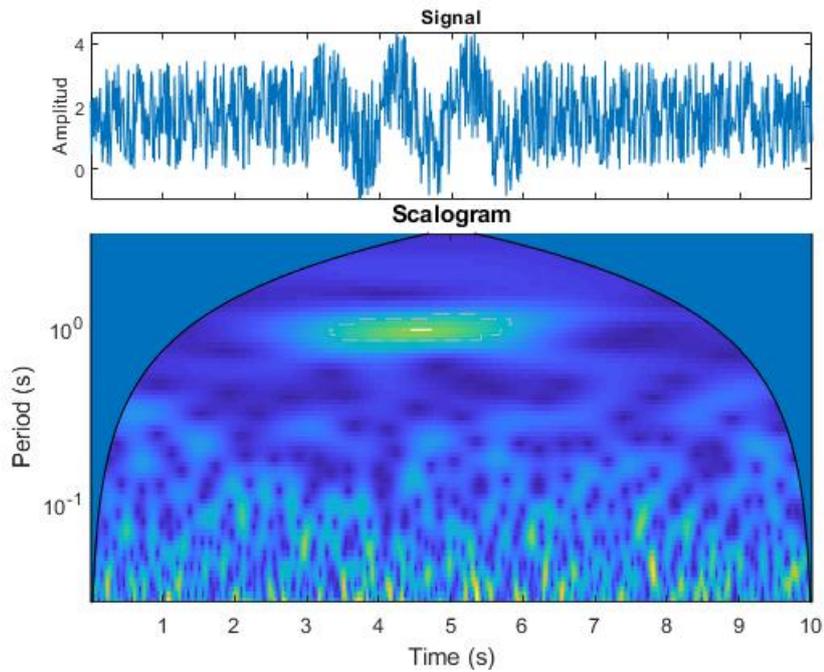


Fig. 3.6. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido uniforme y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y misma desviación de ruido que la señal original.

En este caso también se trata de un caso ideal, ya que, aunque el tipo de ruido que se ha utilizado para crear el fondo no es el mismo que el de la señal original, sí tiene la misma desviación de ruido. Es un caso ideal, ya que no es posible que en la realidad sea posible conocer ese dato.

Se obtienen unos niveles de confianza mucho peores que en el caso anterior y esto es debido a que la señal tiene un tipo de ruido (uniforme) y se está creando un fondo que tiene ruido Gaussiano. Además, se comprueba que para el caso de una confianza del 99 % ni si quiera se obtienen contornos. Evidencia la importancia de encontrar métodos de creación de un fondo que pese a no tener las características exactas del ruido de la señal original, tenga unos resultados que sean mejores que los que estamos viendo ahora.

Por otro lado, en este caso se ha escogido una desviación del ruido de manera ideal, pero no es un caso que pueda llevarse a cabo con señales reales. Es necesario encontrar métodos en los que la desviación de ruido escogida para el modelo no sea un valor escogido deliberadamente sino que dependa de alguna manera de las características de la señal que se está analizando.

3.1.2. Desviación de ruido con la potencia de la señal

Una de las opciones, en lugar de escoger un valor arbitrario, es utilizar la potencia de la propia señal como valor que le daremos a la potencia de ruido. En este caso,

nuestros resultados serán mejores, cuanto más se parezca la potencia de la señal a la sigma de ruido que que tenga la misma. Para poder crear el fondo se utiliza el siguiente código en Matlab.

```
1  for i=1:10000
2
3  sigmaNoise = sqrt(mean(originalSignal.^2));
4  signalNoise = sigmaNoise*randn(1,length(originalSignal));
5  wavelet = cwt(signalNoise,'amor');
6  bakground(i, :, :) = abs(wavelet);
7
8  end
```

De esta manera se obtendrá el fondo con el que poder calcular los niveles de confianza. En él, dentro de un bucle **for** que tendrá un número que tienda a infinito de repeticiones que, en este caso, vuelve a ser diez mil, se calcularán muestras con ruido aleatorio cuya desviación de ruido, en el código **sigmaNoise** será la potencia de la señal original. A cada una de estas muestras, que hemos llamado **signalNoise** se calcula la transformada wavelet. En Matlab se realiza mediante el comando **cwt** y cada una de estas transformadas se irán introduciendo en un vector de tres dimensiones. La primera tendrá el valor del número de veces que se calcule el vector de manera aleatoria, el valor que tenga **i**. Las otras dos contendrán el resultado de la transformada wavelet para esa muestra. Ese será el fondo, que hemos llamado **background** y que se utilizará para compararlo con la señal original para poder calcular los niveles de confianza de la manera que hemos visto antes.

La sigma de ruido que hemos utilizado para crear el fondo es la potencia de la señal original y es un dato fácilmente calculable y es necesario conocerlo a la hora de analizar los resultados obtenidos al calcular los niveles de confianza.

```
1  sigmaNoise = sqrt(mean(originalSignal.^2));
```

Para el estudio de niveles de confianza en el caso de crear el fondo de la señal de esta manera, también se van a utilizar la señal de origen creada con ruido Gaussiano primero y después con ruido uniforme para poder comprobar las diferencias del método.

Señal de referencia con ruido Gaussiano

Para este caso, la señal que se va a utilizar es la señal de referencia en el caso de que el ruido que tenga sea Gaussiano. Como para la desviación de ruido con la que se va a crear el fondo se va a utilizar la potencia de esta señal, calculamos sus valores de la manera antes explicada 3.1.

Los niveles de confianza que se representan en las siguientes figuras han sido

Desviación de ruido	Potencia Señal
0.1	0.39
1	0.67
10	5.7815

TABLA 3.1. POTENCIAS SEÑAL ORIGINAL CON RUIDO GAUSSIANO

creados de la misma manera que en los casos anteriores. La figura representa la señal original en la parte superior de la imagen y en la parte inferior encontramos el escalograma de la transformada wavelet de la señal original sobre el que representamos los niveles de confianza que hemos obtenido para este caso. Línea continua para un nivel de confianza del 99 % y línea discontinua para niveles de confianza del 95 %.

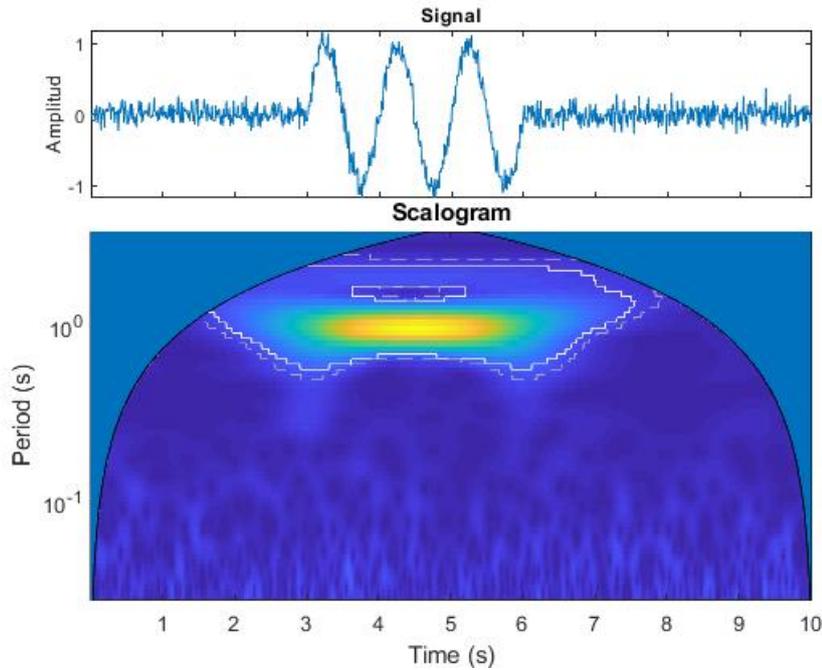


Fig. 3.7. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido alta con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual que la potencia de la señal de referencia.

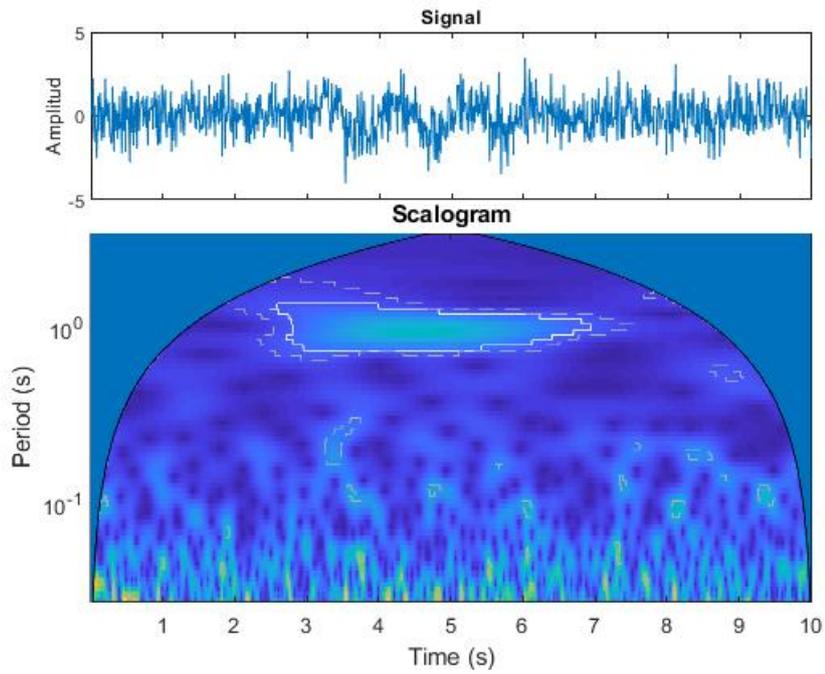


Fig. 3.8. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido media con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual que la potencia de la señal de referencia.

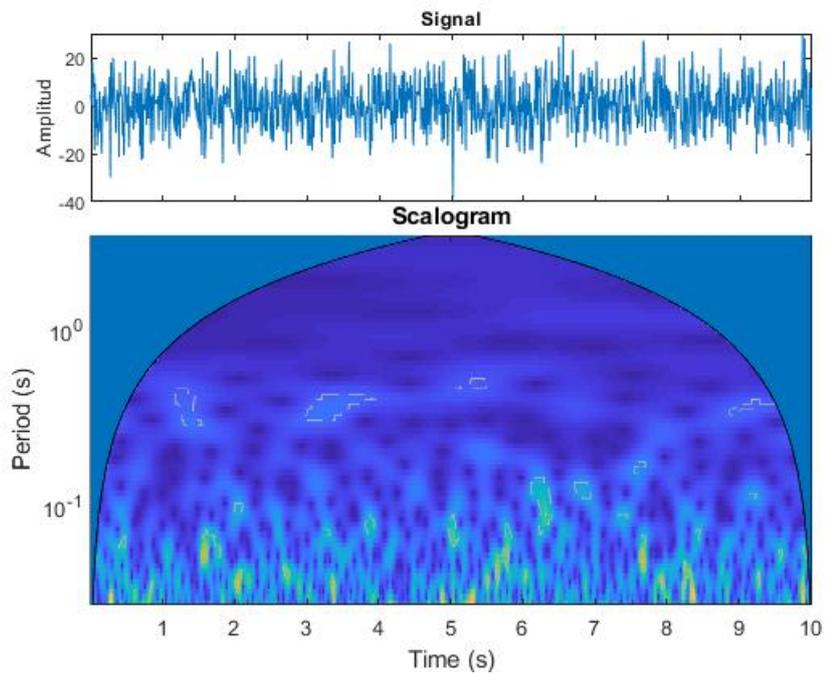


Fig. 3.9. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido baja con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual que la potencia de la señal de referencia.

Los niveles de confianza que se obtienen cuando la señal no tiene mucho ruido muestran las zonas donde se sabe que realmente están las oscilaciones de la señal.

Lo que muestran estos contornos es peor a medida que la señal tiene más ruido. Sin embargo, los resultados en este caso, son muy similares al caso en el que como desviación de ruido para el fondo se usó la misma que tenía la señal de referencia creada de manera sintética para el estudio de los diferentes casos de creación de niveles de confianza mediante el uso de la transformada wavelet.

Se debe principalmente a que los valores que tiene la potencia, son muy parecidos a los de la desviación de ruido de la señal original como puede verse en la tabla 3.1. Se trata de una coincidencia que es difícil que pase en ejemplos reales, para ello se va a probar con otra señal cuyos valores de potencia no sean tan parecidos con la desviación de ruido para comprobar realmente qué resultados se pueden esperar de utilizar este método para crear el fondo.

De manera sintética, creamos una señal que tenga las mismas características que la señal que estábamos usando de referencia, es decir, oscilaciones a baja frecuencia en un determinado periodo de la señal, pero en este caso, la potencia de la señal será mayor que la que se usaba anteriormente.

Tipo de Ruido Señal	Desviación de ruido	Potencia Señal
Ruido Gaussiano	0.1	6.82
Ruido Gaussiano	1	6.9137
Ruido Gaussiano	10	12.09

TABLA 3.2. VALORES DE LA POTENCIA DE LA SEÑAL DE REFERENCIA CUANDO AUMENTAMOS SU VALOR Y TIENE UN RUIDO GAUSSIANO.

La tabla 3.2 muestra los valores para el caso de crear la señal añadiéndole ruido Gaussiano. Los niveles de confianza se van a calcular usando el mismo procedimiento de antes, únicamente se usa una señal de referencia diferente. Las figuras representan en la parte superior de la figura la señal de referencia y en la parte inferior, el escalograma de esta señal sobre el que se han dibujado los contornos de confianza. Se ha utilizado la línea continua para el 99 % y la discontinua para el 95 %.

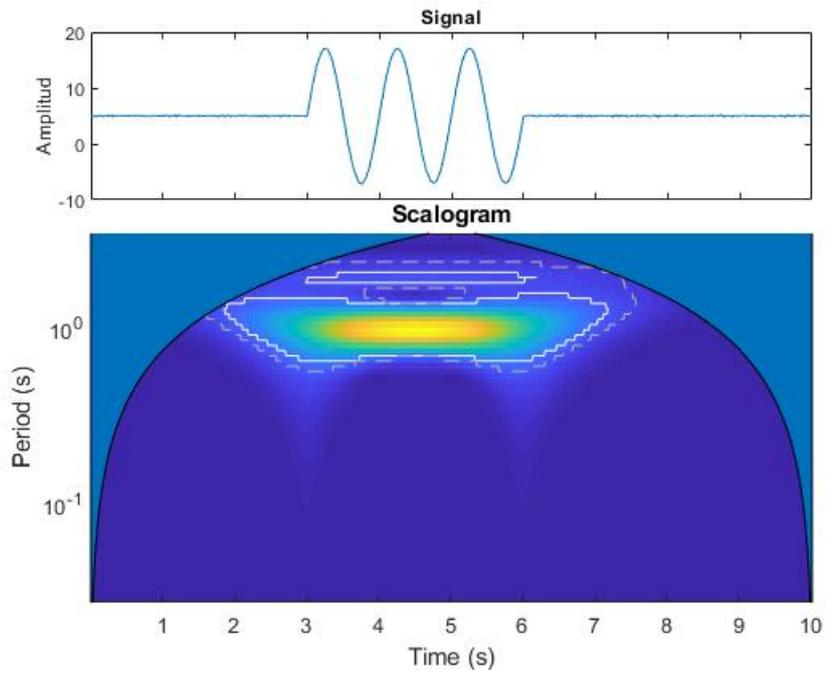


Fig. 3.10. Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y relación señal-ruido buena con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original pero con un valor muy diferente entre desviación y potencia.

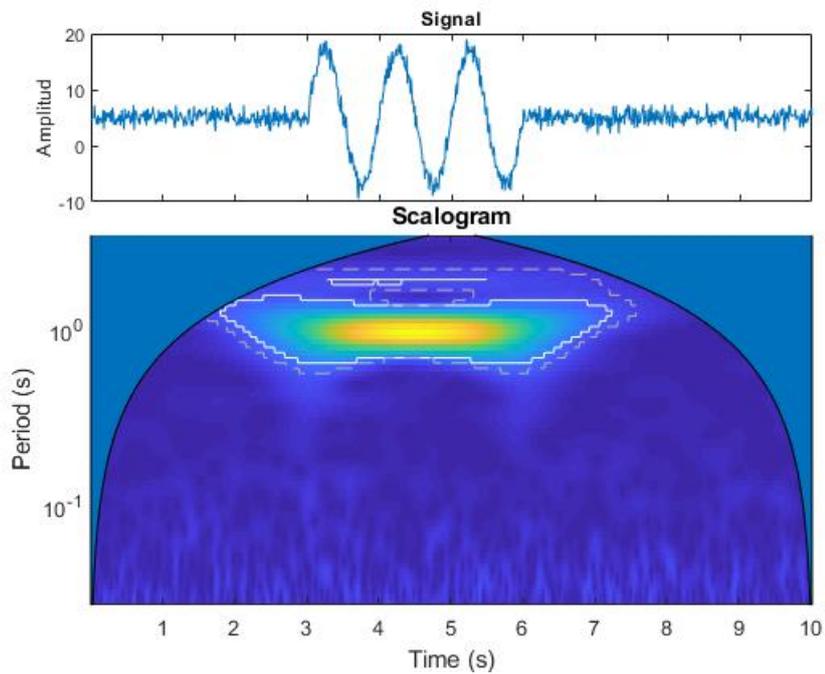


Fig. 3.11. Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original pero con un valor muy diferente entre desviación y potencia.

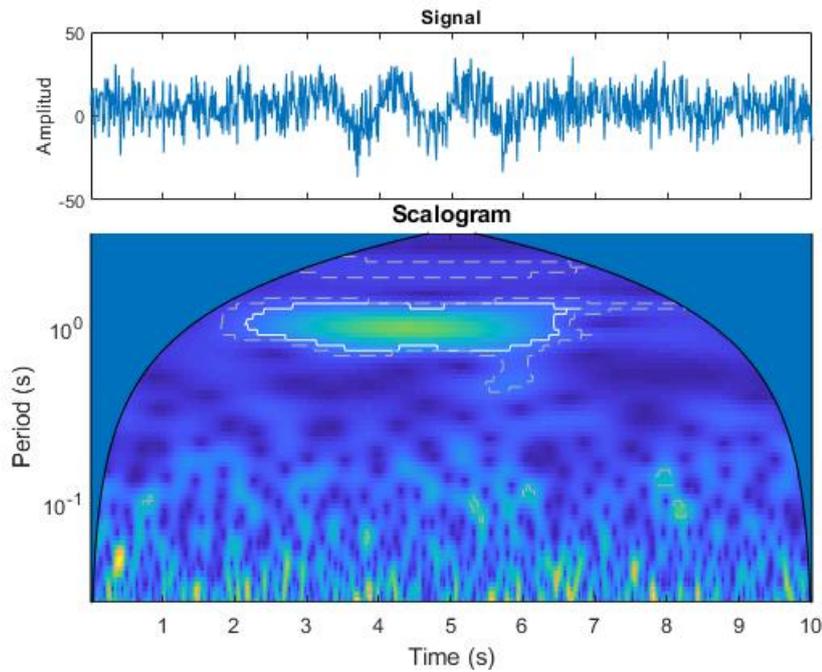


Fig. 3.12. Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y relación señal-ruido mala con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original pero con un valor muy diferente entre desviación y potencia.

Se obtienen unos resultados que en comparación con los obtenidos para el caso anterior, han empeorado bastante y muestran más lo que ocurriría en un caso en el que el valor de la potencia no tuviera nada que ver con el valor de la desviación de ruido que tiene la señal de manera original. Muestran como, cuando el nivel de ruido es más algo en la señal los niveles de confianza son cada vez peores y en el caso que para nosotros la relación señal ruido es mala, los contornos del 95 % empiezan no corresponderse con lo que sucede en realidad.

Señal de referencia con ruido uniforme

Con la señal que ha sido creada con un valor de potencia mucho mayor que el la señal de referencia que se estaba utilizando, ahora se va a analizar el caso en que la señal de referencia, en vez de ser con ruido Gaussiano, tuviera ruido uniforme. Los valores de potencia en este caso son los que se muestran en la tabla 3.3.

Puede comprobarse como en este caso, los valores también son bastante diferentes por lo que no puede llevar a equivocaciones como la ocurrida con la señal de referencia original. Con la señal de referencia con estas características, se crean los niveles de confianza de la misma manera que se han creado antes. Basándose en la ley de los Grandes números aplicada a Monte-Carlo y se representan en las figuras que en la parte superior se muestra la señal original y en la parte inferior se muestra el escalograma de la transformada wavelet de la señal de referencia sobre el cual se han

Desviación de ruido	Potencia Señal
0.1	7.2
1	8.2
10	11.3

TABLA 3.3. VALORES DE POTENCIA EN SEÑAL CON RUIDO UNIFORME.

representado los niveles de confianza. Los contornos con línea continua corresponden con los niveles de confianza del 99% y la línea discontinua el del 95%.

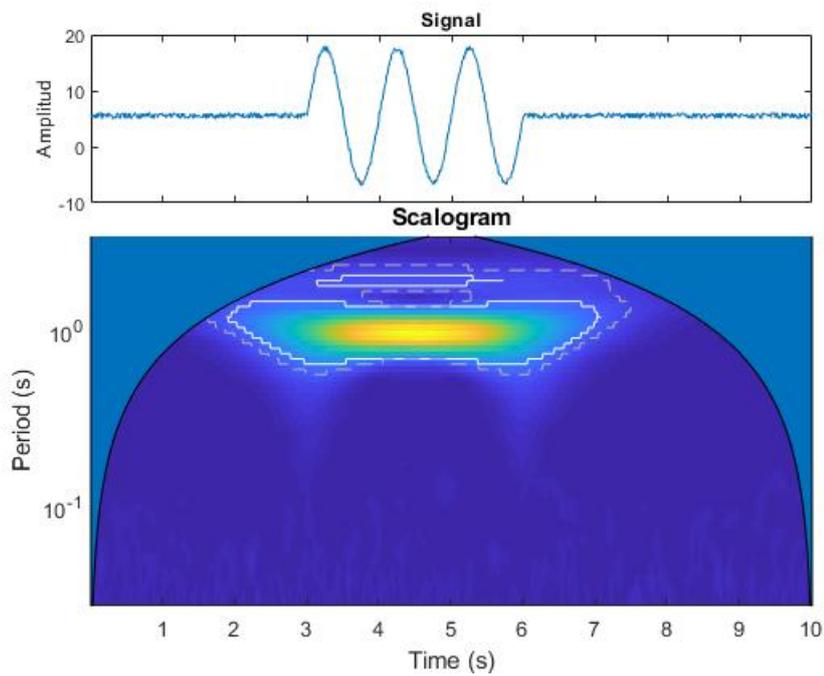


Fig. 3.13. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido uniforme y relación señal-ruido alta con fondo creado y fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original.

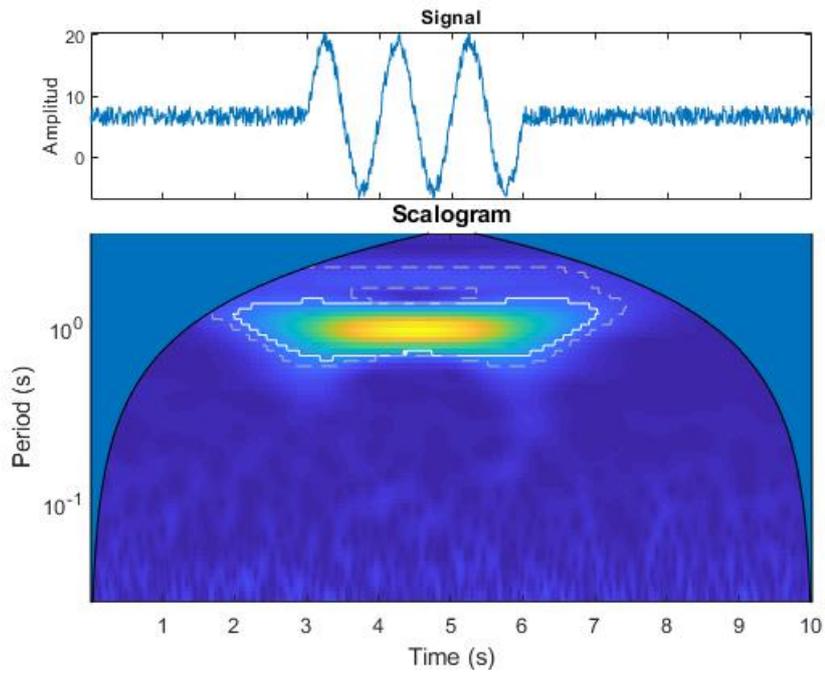


Fig. 3.14. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido uniforme y relación señal-ruido media con fondo creado y fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original.

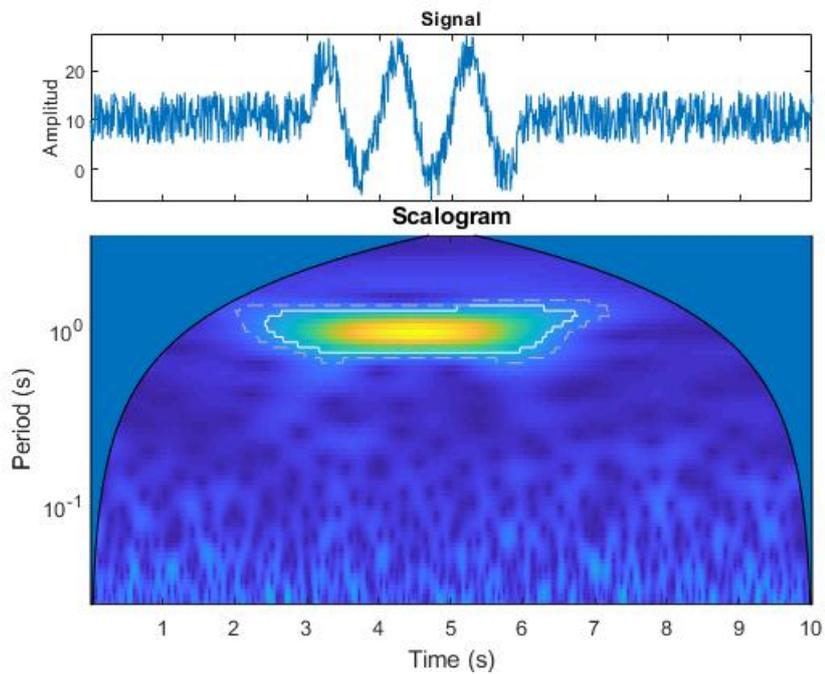


Fig. 3.15. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido uniforme y relación señal-ruido baja con fondo creado y fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la potencia de la señal original.

Puede observarse como afecta el nivel de ruido en los contornos de los niveles de confianza, pues estos, son peores cuanto mayor es el nivel de ruido de la señal. Los

resultados obtenidos se dan para casos en los que la potencia es baja y los niveles de ruido también, por lo que no son tan malos como cabría de esperar por el echo de haber escogido ruido Gaussiano para crear el fondo cuando la señal con la que se están haciendo las pruebas tiene ruido uniforme.

3.1.3. Desviación de ruido con la desviación estándar de la señal

En este caso, para la desviación de ruido con la que creamos el fondo de ruido Gaussiano, se va a utilizar la desviación estándar de la señal original. Se trata de un valor que es fácil de calcular y nos permite usar las características de las señal original sin tener que elegir un valor de manera deliberada. Para crear el fondo con el que creamos los niveles de confianza, en este caso, usamos el siguiente código de Matalab.

```
1  for i=1:10000
2
3      standarDesviation = std(originalSignal);
4      signalNoise = standarDesviation*randn(1,length(originalSignal))
5          ;
6      wavelet = cwt(signalNoise,'amor');
7      bakground(i,:,:)= abs(wavelet);
8  end
```

En él, dentro de un bucle **for** que se iterará un número que tienda a infinito, en este caso vuelve a ser diez mil veces para crear las muestras de manera aleatoria de ruido blanco Gaussiano, en este caso **signalNoise**. La desviación de ruido con la que se crean las muestras aleatorias es la desviación estándar de la potencia original que se calcula con **std** y con la que se obtiene **standarDesviation**. Para cada muestra, se calcula la transformada wavelet de la misma e irán rellenando la matriz **background** en cada iteración. Se trata de una matriz de tres dimensiones, la primera de ellas es el número de repeticiones con el que creamos el bucle y las otras dos, la transformada wavelet de cada repetición.

El valor que tiene la desviación estándar en la señal original es un dato fácilmente calculable y en nuestro algoritmo se realiza de la siguiente manera:

```
1  standarDesviation = std(originalSignal);
```

Para el estudio de niveles de confianza se usará la señal de referencia que ha sido creada de manera sintética para el siguiente estudio y se probará en el caso de que tenga ruido Gaussiano y ruido uniforme.

Señal de referencia con ruido Gaussiano

En este caso, la señal de referencia tiene ruido uniforme y las características con las que la señal ha sido creada son las mismas que se han estado usando en los casos anteriores. Calculamos cuál es el valor de la desviación estándar para cada uno de los niveles de ruido con los que se van a ver los niveles de confianza cuando se crea el fondo de esta manera.

Desviación de ruido	Desviación estándar
0.1	0.387
1	0.468
10	2.885

TABLA 3.4. VALORES DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA SEÑAL DE REFERENCIA CON RUIDO GAUSSIANO.

La tabla 3.4 muestra los valores de la desviación estándar para las diferentes señales con más o menos ruido Gaussiano que usamos de referencia. Sus valores no son muy parecidos entre sí, por lo que no existe el riesgo de caer en los resultados del ejemplo en el que la potencia era muy similar a la desviación de ruido. Además, son valores mucho más pequeños, por lo que será interesante ver qué sucede cuando en lugar de escoger una sigma de ruido mucho mayor que la que deberíamos, cogemos una más pequeña.

Los niveles de confianza se van a crear de la misma manera que en los casos anteriores, es decir, comparando la señal original con el fondo calculado. En las figuras se representan los niveles que se obtienen cada caso. Los niveles de confianza que representamos corresponden con contornos en línea continua para un nivel de confianza del 99 % y línea discontinua para niveles de confianza del 95 %.

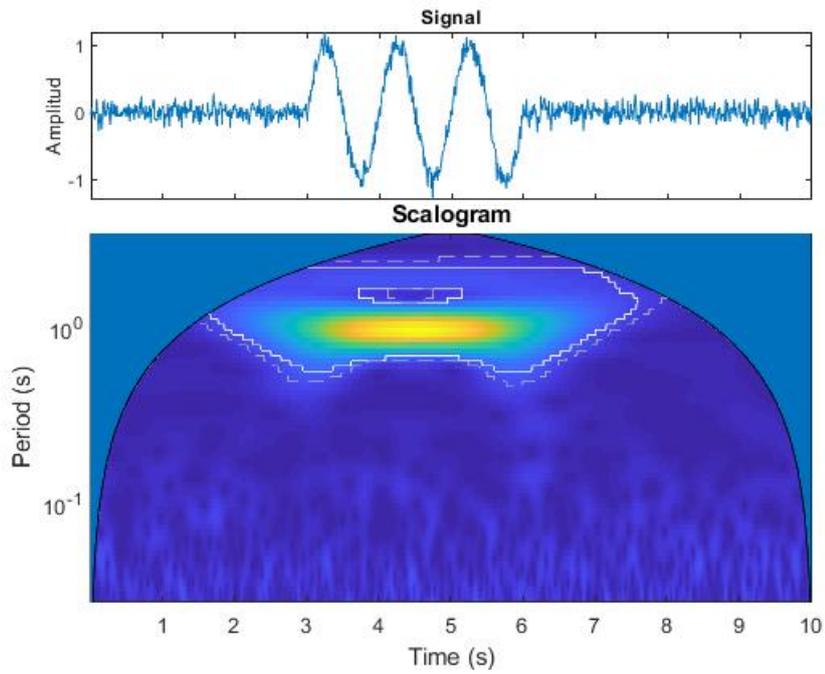


Fig. 3.16. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido alta con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal original.

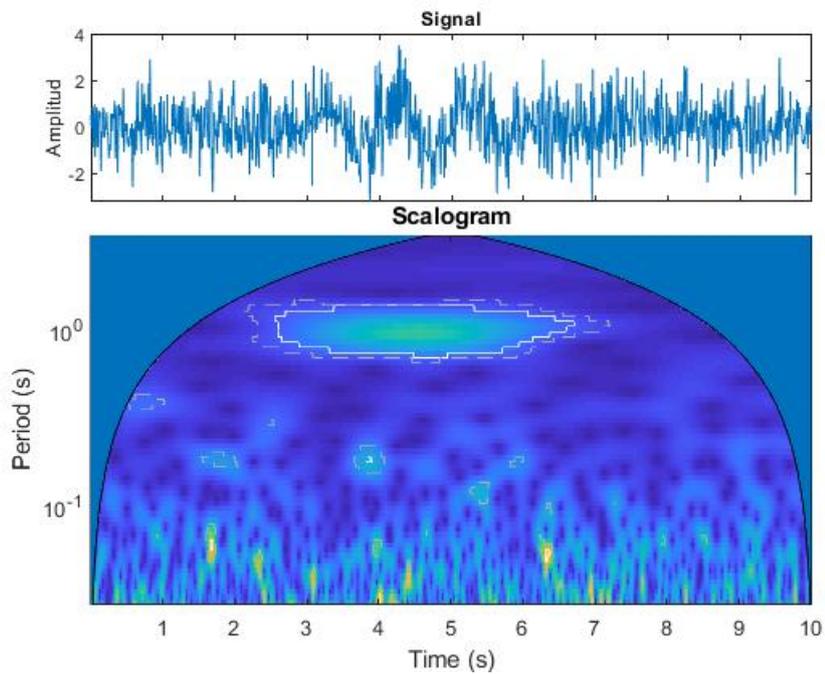


Fig. 3.17. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal original.

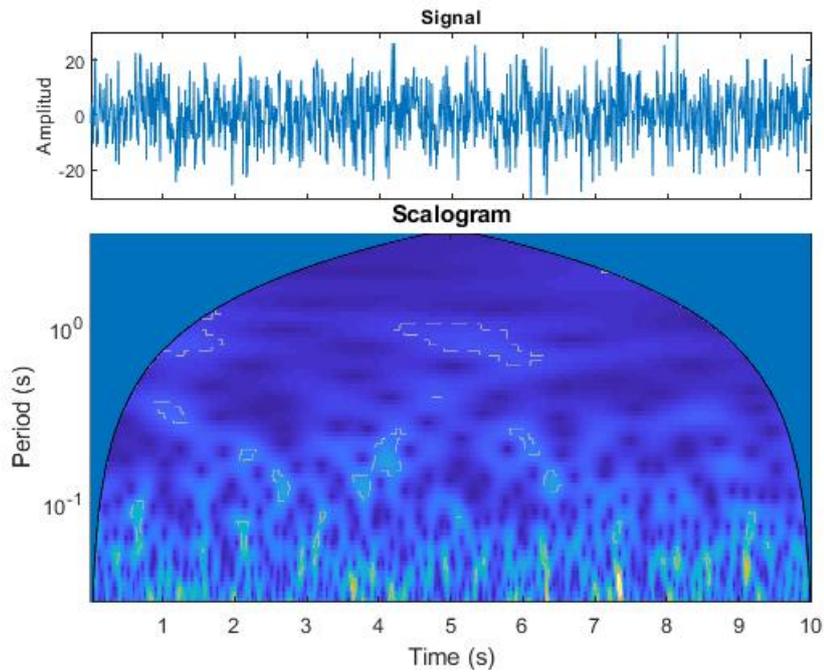


Fig. 3.18. Niveles de confianza para señal de referencia creada con ruido Gaussiano y relación señal-ruido baja con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal original.

Al utilizar como desviación de ruido la desviación estándar de la señal para crear el fondo que permite obtener los niveles de confianza de la señal se obtienen resultados que tienen bastante coherencia con lo que se espera que suceda. Cuando no hay una mala relación señal-ruido y los niveles de señal son aceptables, los contornos de confianza están donde esperamos que estén y bien diferenciados cuando el umbral se establece en el 99 % frente a cuando los evaluamos al 95 %. Estos contornos no son tan claros cuando los niveles de ruido son más altos e incluso detecta picos de la señal cuando no los hay.

Además, en el caso en que la señal tiene un nivel alto de ruido, la desviación de ruido con la que se estaba creando el fondo era mucho más baja que la que la señal tenía en realidad. Eso nos lleva a obtener unos contornos que no detectan realmente las oscilaciones de la señal y que ni siquiera se muestran para el caso del 99 %.

Señal de referencia con ruido uniforme

En el caso de que la señal de referencia que se utiliza tenga ruido uniforme, los datos que se obtienen para la desviación estándar de la señal en cada caso se muestran en la tabla 3.5.

Estos son los valores de la desviación estándar de la señal de referencia que se van a utilizar como sigma de ruido en la creación del fondo. Los niveles de confianza se obtienen como en los ejemplos anteriores y se representan en las siguientes imágenes. En la parte superior, la señal original y en la parte inferior de la figura, el escal-

Desviación de ruido	Desviación estándar
0.1	0.514
1	1.079
10	3.1929

TABLA 3.5. VALORES DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE LA SEÑAL DE REFERENCIA CON RUIDO UNIFORME.

grama de la transformada wavelet de la señal original sobre el que se representan los contornos de confianza. Corresponden con una línea continua para un nivel de confianza del 99 % y línea discontinua para niveles de confianza del 95 %.

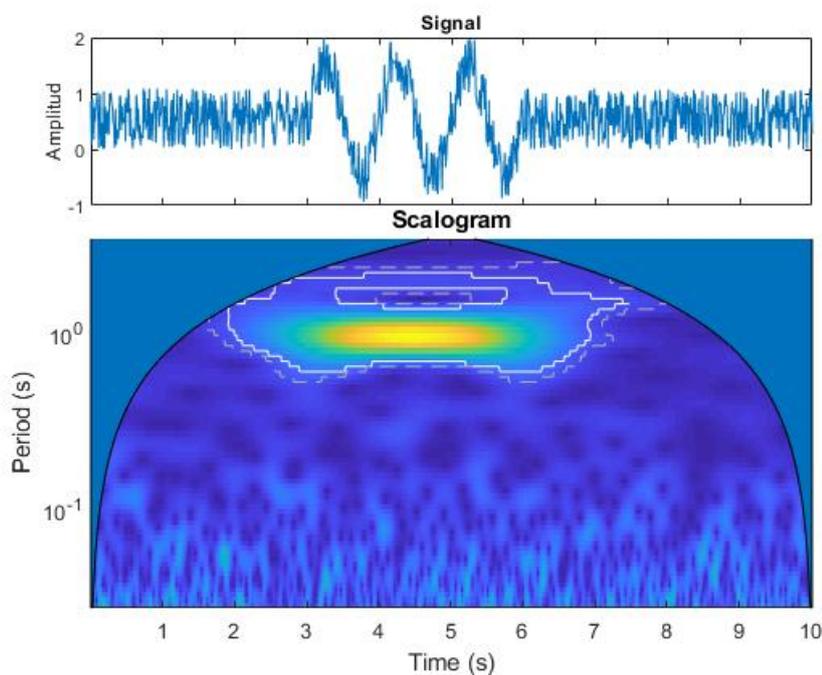


Fig. 3.19. Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido buena con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la desviación estándar de la señal original.

En este caso, al estar creando un fondo de ruido Gaussiano para crear unos niveles de confianza en una señal cuyo ruido no lo es, se obtienen unos resultados que no distan tanto de lo que esperábamos y es debido a que la señal creada tiene una desviación estándar cuyo valor está muy próximo a su sigma de ruido. Sin embargo, para el caso en el que la SNR es baja, puede como, también se representan contornos en otras partes de la señal. Se tratan de picos de ruido que, al ser tan elevado con respecto a la señal, estima como parte de ella en lugar de ruido.

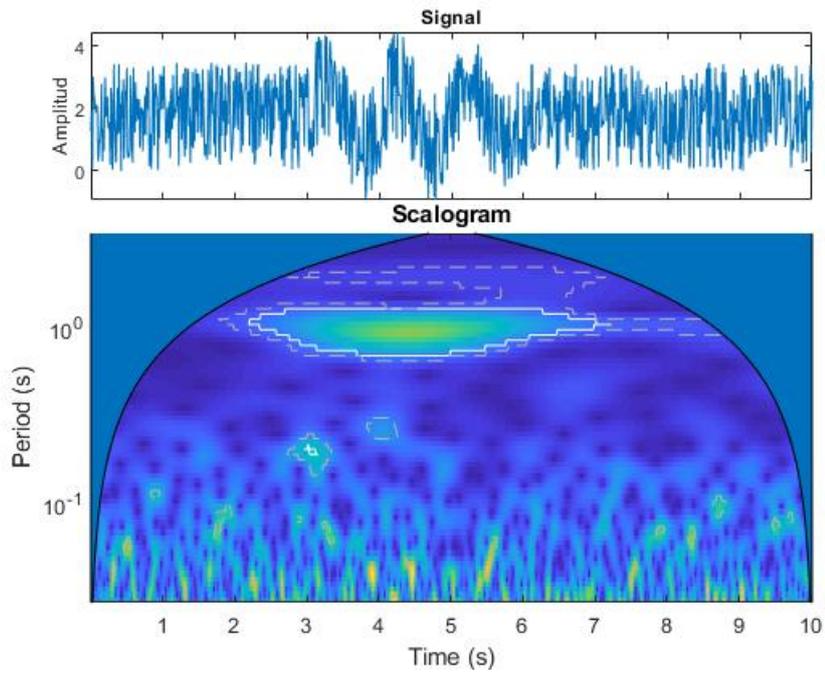


Fig. 3.20. Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la desviación estándar de la señal original.

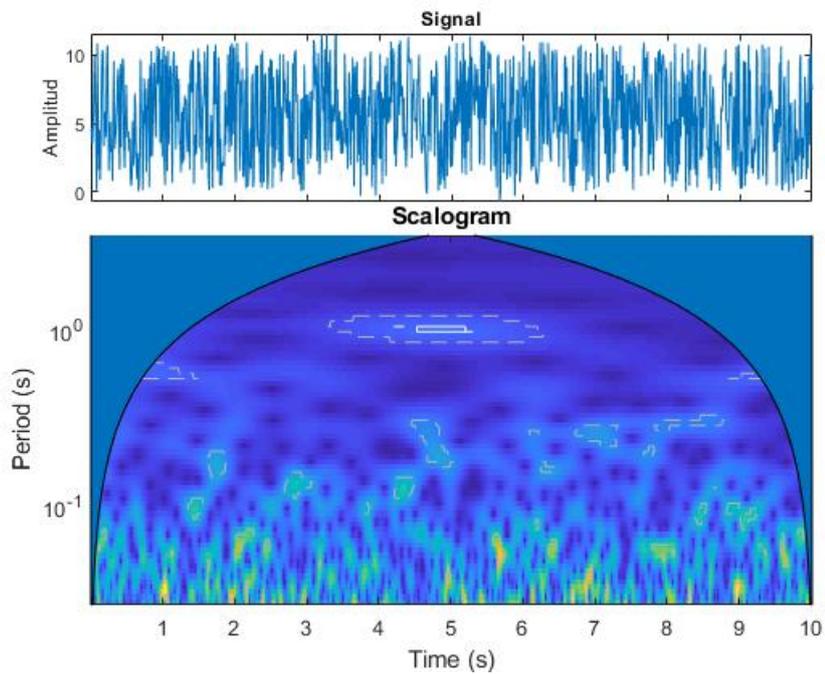


Fig. 3.21. Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido mala con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación igual que la desviación estándar de la señal original.

3.2. Fondo creado con ruido uniforme

En el caso anterior se utilizaba ruido blanco Gaussiano para poder crear el fondo con el que se estimarían los niveles de confianza. En este caso, se va a utilizar ruido blanco uniforme para crear ese fondo y poder comparar un caso u otro. Se ve tomará el caso de referencia y también cuando el valor de la desviación de ruido con que creamos el fondo, es el valor de la potencia de la señal de referencia con la que se está realizando el estudio.

3.2.1. Misma desviación de ruido que la señal original

En primer lugar se va a analizar el caso que consideramos ideal, es decir, aquel en el que se conocen con exactitud las características de ruido de la señal y se utilizan para obtener el fondo. Nuevamente, se analizará este caso para poder tener una referencia de cómo serían los resultados en el mejor de los casos y no como una prueba real, dado que no es imitable en el caso de contar con señales reales. En este caso, se utiliza el siguiente código de Matlab para la creación del fondo.

```
1  sigmaNoise = 1;
2
3  for i=1:10000
4
5      signalNoise = sigmaNoise*rand(1,length(originalSignal));
6      wavelet = cwt(signalNoise,'amor');
7      background(i,:,:)= abs(wavelet);
8
9  end
```

Realiza la misma función que en el anterior caso explicado. La única diferencia es que para crear cada una de las muestras, en lugar de utilizar **randn()**, se utiliza **rand()** que es la manera en la que es creado el ruido blanco uniforme en Matlab. Estas muestras llevan la misma desviación de ruido que la señal de referencia en este caso idílico y como en el anterior caso, solo vamos a tener en cuenta el caso en el que vale $\sigma = 1$ y muestra unos valores de SNR medios. La matriz **background** nos permitirá calcular los niveles de confianza comparándola con la señal original y determinando qué valores están por encima del umbral que se ha fijado como niveles de credibilidad.

Los resultados obtenidos solamente aportan qué podríamos obtener de este método en el mejor de los casos, esto es, en el que se conocen con exactitud las características del ruido de la señal y estas son utilizadas para calcular el fondo de la señal.

Señal de referencia con ruido Gaussiano

Para este caso, se van a analizar los niveles de confianza cuando la señal original no tiene ruido uniforme, tiene ruido Gaussiano y una relación señal-ruido buena. En la parte superior de la figura puede verse la señal original mientras que en la parte inferior puede verse el escalograma que representa la transformada wavelet de la señal original. Sobre ella, se han representado los niveles de confianza con líneas continuas para un nivel de confianza del 99% y línea discontinua para niveles de confianza del 95%.

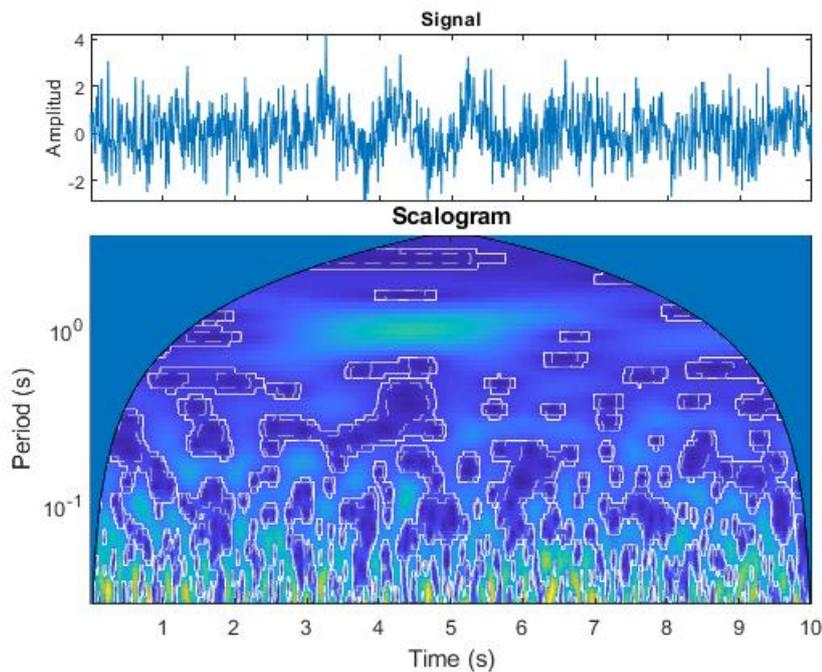


Fig. 3.22. Niveles de confianza para señal de referencia con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido uniforme y misma desviación que la señal de referencia.

La señal de referencia que estamos usando para hacer las pruebas, presenta las oscilaciones en la parte central y en periodos altos de la frecuencia, entre 3 y 6 segundos. Corresponde con una mancha coloreada verde claro en la imagen del escalograma. Los contornos que ha representado en este caso, no se corresponden en absoluto con esta zona. Se muestra la importancia de la elección de un fondo que se ajuste a las características de ruido de la señal original ya que, aunque en este caso no contamos con niveles altos de ruido, no es capaz de detectar nada que sí sea realmente señal y no ruido. Los contornos corresponden con picos de ruido que interpreta que son señal.

Señal de referencia con ruido Gaussiano

Este caso es similar al que se ha probado anteriormente, por la salvedad de que en este caso, el ruido de la señal y el del fondo son uniformes pero, nuevamente, se crea un fondo que tiene el mismo tipo de ruido y características que la señal original. Es un ejemplo ideal y que simplemente permite que nos hagamos una idea de cuáles serían los mejores posibles resultados. La figura representa en la parte de arriba la señal original y en la parte de abajo el escalograma de la transformada wavelet de la señal original. Sobre él están los contornos de los niveles de confianza que se han representado con una línea continua para el caso del 99 % y una línea discontinua para el del 95 %.

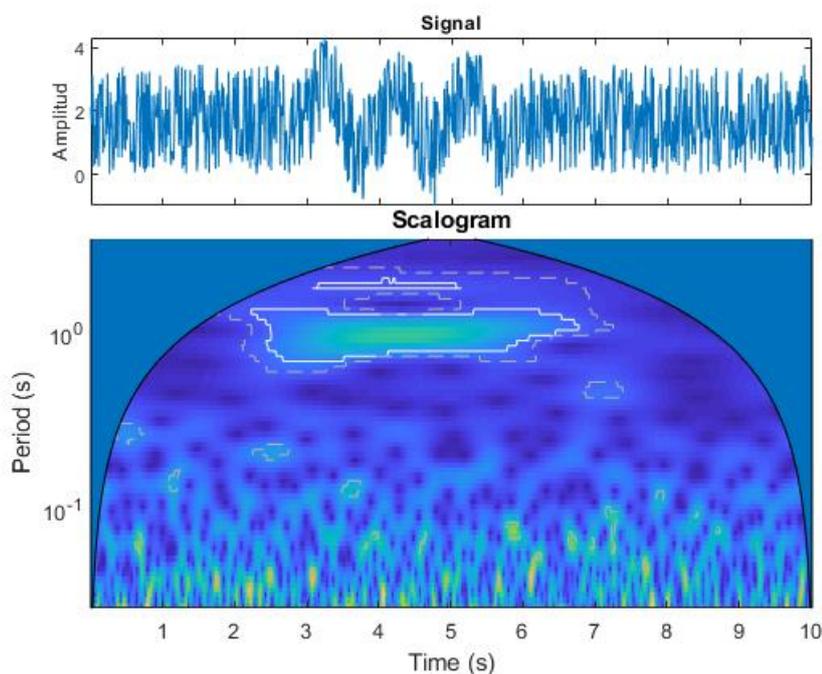


Fig. 3.23. Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido normal con fondo creado con ruido uniforme y misma desviación que la señal original.

En este caso, los resultados que se obtienen son el caso ideal, en el que todo aquello que son oscilaciones se detectan con con el algoritmo. Esto es porque tenemos una desviación de ruido y unas características del mismo idénticas. No es algo que pueda suceder en la realidad pero que sirve como referencia de cuáles son los contornos que se pueden obtener en el mejor de los casos.

3.2.2. Desviación de ruido creada con la potencia de la señal

Este recurso ya sido utilizado con anterioridad para evitar escoger un valor de manera arbitraria y utilizar las características de la señal. En este caso, en lugar de crear el fondo con ruido Gaussiano, se hará con ruido uniforme para comprobar

nuevamente la importancia de una buena elección del fondo a la hora de realizar algoritmos de estimación de los niveles de confianza. En este caso se usará el siguiente código:

```
1  for i=1:10000
2
3      sigmaNoise = sqrt(mean(originalSignal.^2));
4      signalNoise = sigma_noise*rand(1,length(originalSignal));
5      wavelet = cwt(signalNoise,'amor');
6      bakground(i,:,:)= abs(wavelet);
7
8  end
```

Tiene la misma funcionalidad que en el anterior caso. En este caso, en lugar de crear las muestras aleatorias con ruido Gaussiano, se harán con ruido uniforme. Es decir, se usará **rand** en lugar de **randn** para crear la muestra aleatoria. Esta estará multiplicada por la potencia de ruido de la señal original, es decir por **sigmaNoise** cuyo valor corresponde con el cálculo de la potencia original. A cada una de estas muestras se realizará la transformada wavelet y serán parte de la matriz de tres dimensiones que forma el fondo y que se utilizará para poder comparar con la señal original y calcular los niveles de confianza.

Cuando se estudió el caso análogo pero con fondo creado con ruido Gaussiano, se comprobó que los valores de potencia que tenía la señal de referencia, hacían que los resultados del método se parecieran al caso ideal porque como vimos anteriormente, estos valores eran muy parecidos y podrían hacer que sacáramos conclusiones del método que no son ciertas.

Señal de referencia con ruido Gaussiano

Para este caso, usamos la señal que ha sido creada con más potencia que la de referencia y cuyos valores se especifican en 3.1. Los niveles de confianza se calculan como en el resto de casos. Analizamos los niveles de confianza para cada una de las señales referidas con anterioridad. Las figuras representan en la parte superior la señal original y en la parte inferior el escalograma de la señal original con los contornos de los niveles de confianza que se han obtenido. La línea continua representa el valor del 99 % y la discontinua el del 95 %.

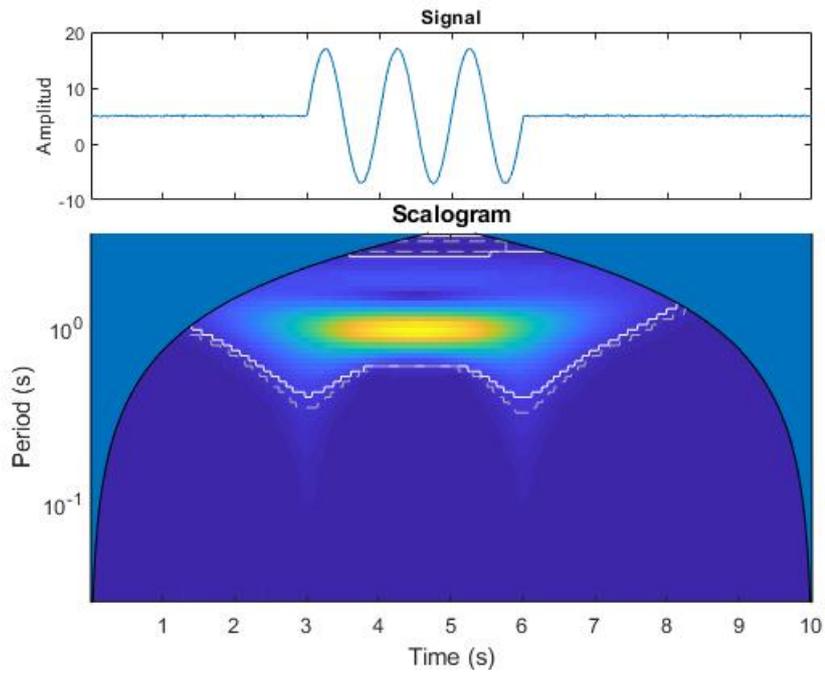


Fig. 3.24. Niveles de confianza para señal de referencia con ruido Gaussiano y relación señal-ruido alta. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.

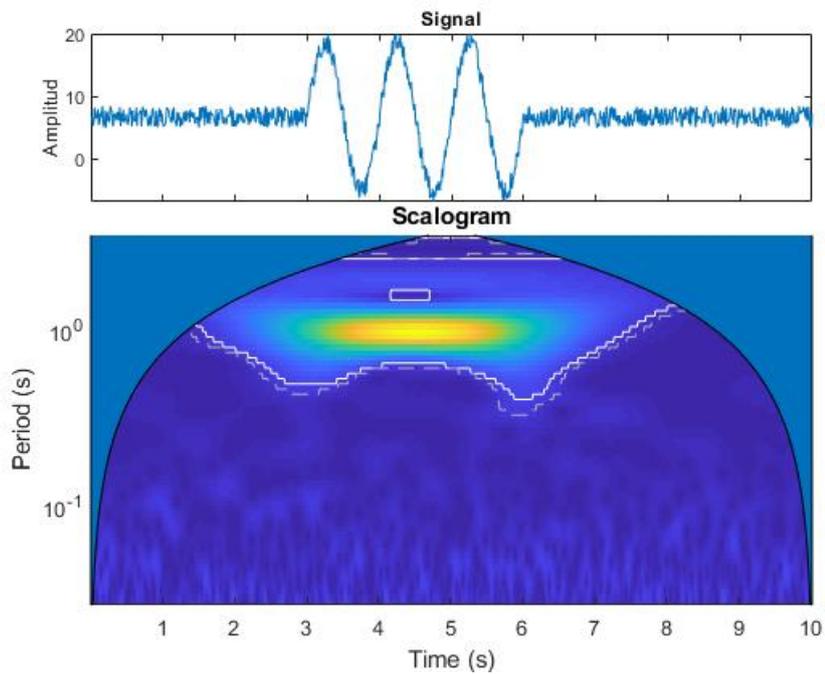


Fig. 3.25. Niveles de confianza para señal de referencia con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.

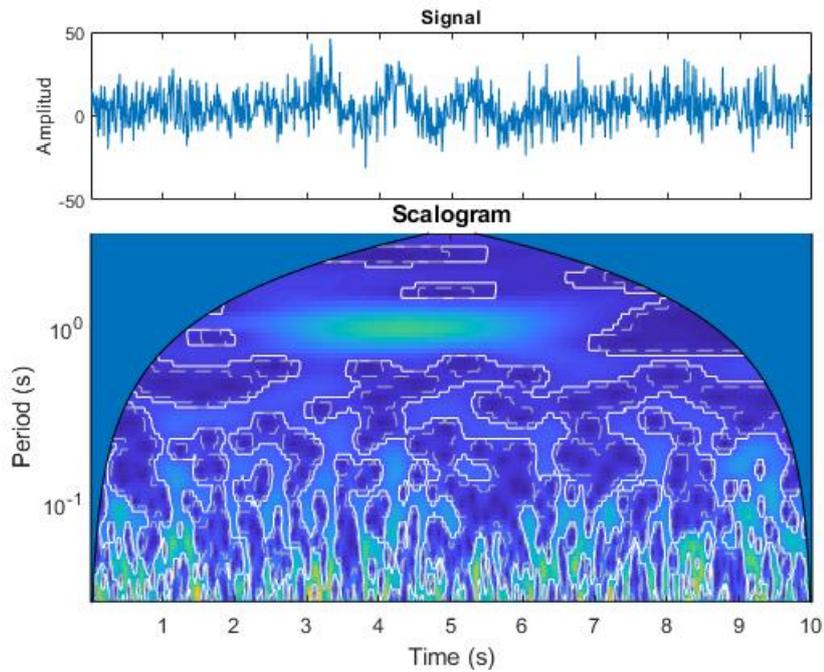


Fig. 3.26. Niveles de confianza para señal de referencia con ruido Gaussiano y relación señal-ruido baja. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.

Los resultados que se obtienen en este caso muestran claramente la importancia de la buena elección de las características del ruido a la hora de crear un fondo para buscar niveles de confianza, ya que, si bien los contornos que se obtienen cuando la relación señal a ruido es buena, no son del todo malos, cuando la señal tiene mucha más cantidad de ruido los contornos obtenidos no están donde se supone que realmente la señal tiene las oscilaciones. En estos casos, los niveles de confianza obtenidos no revelan realmente información importante de la señal sino que confunde picos de ruido con lo que verdaderamente es señal.

Señal de referencia con ruido uniforme

En este caso, la señal que va a ser utilizada para la pruebas es la misma que antes pero cuyas características de ruido son diferentes, es decir, en este caso la señal tiene un ruido uniforme. Usamos la señal de referencia con valores de potencia que hemos aumentado para replicar el caso anterior. Estos valores pueden verse en la tabla 3.3. Así se podrá comprobar, una vez más, que cuando se utiliza un fondo que se ajusta a las características de la señal, es posible obtener unos buenos niveles de confianza que se ajusten con lo que realmente se espera que sean. Para este caso, la potencia que tiene la señal original, tiene los siguientes valores:

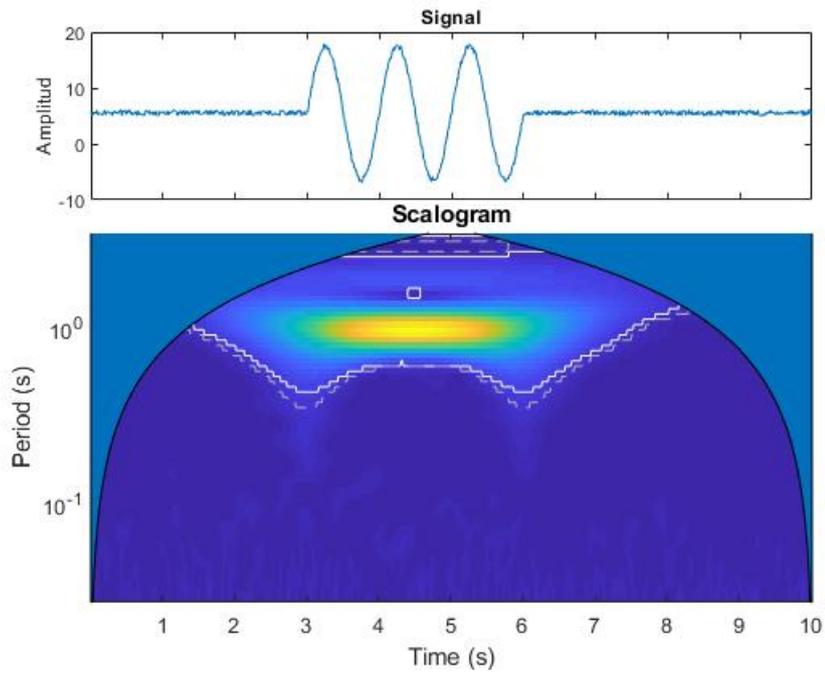


Fig. 3.27. Niveles de confianza para señal de referencia con ruido uniforme y relación señal-ruido alta. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.

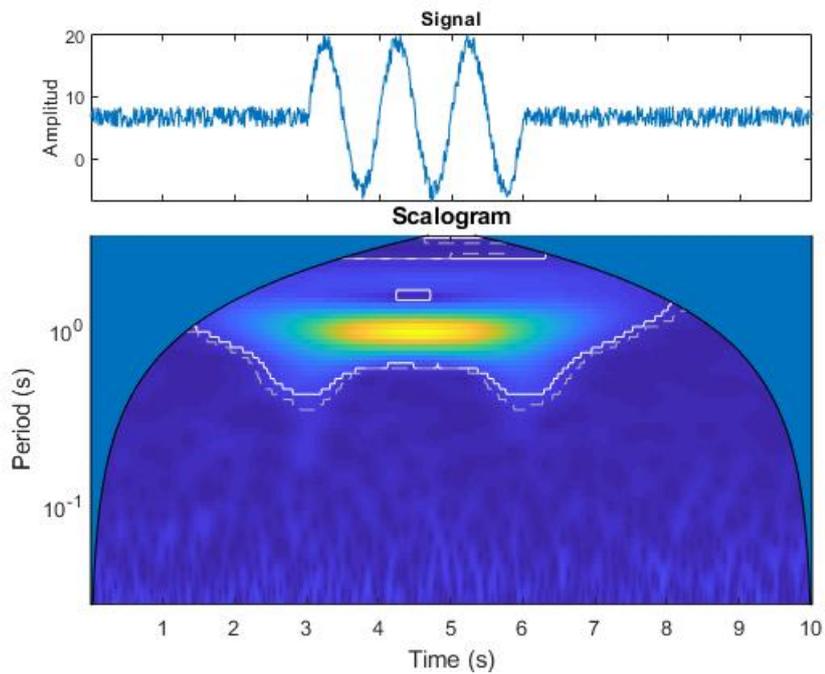


Fig. 3.28. Niveles de confianza para señal de referencia con ruido uniforme y relación señal-ruido normal. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.

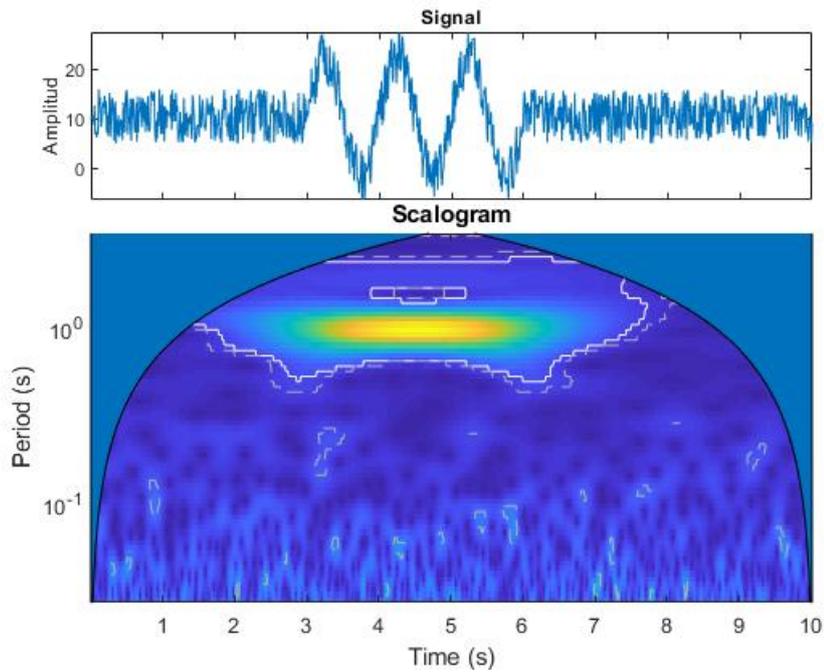


Fig. 3.29. Niveles de confianza para señal de referencia con ruido uniforme y relación señal-ruido baja. Fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.

En este caso, se obtienen unos buenos niveles de confianza, como cabría esperar, por lo explicado anteriormente. El fondo que se utiliza para crear los niveles de confianza tiene las mismas características que la señal original.

3.3. Creación del fondo mediante permutaciones aleatorias

En este caso, se va a suponer un fondo de ruido creado mediante permutaciones aleatorias de la señal. Con este método asumimos que el ruido es blanco y no se realizan suposiciones adicionales respecto a las características estadísticas del ruido. Al permutar sus datos de manera aleatoria un número elevado de veces, lo que hacemos es acabar con la correlación del mismo si es que la tuviera.

```

1  for i=1:10000
2
3     ndata = length(originalSignal);
4     permutations = randperm(ndata);
5     signalNoise = originalSignal(permutations);
6     wavelet = cwt(signalNoise,'amor');
7     background(i,:,:)= abs(wavelet);
8
9  end

```

Este es el código que se ha utilizado para la creación del fondo. Dentro de un bucle **for** de diez mil iteraciones, se mezcla de manera aleatoria la señal original (**originalSignal**). Para ello, mediante el comando **randperm** se crea un vector que contiene los datos de la señal original pero permutados de manera aleatoria y se le pasa a la señal original **originalSignal**. Es a este nuevo vector, al que contiene los datos permutados de manera aleatoria de la señal original al que se realiza la transformada wavelet. Este procedimiento se repite **i** veces (en este caso se ha establecido como número suficientemente grande que tiende a infinito diez mil) y eso será el fondo que se utilizará para crear los niveles de confianza.

Otra de las características de este método es que se mantiene la potencia de la señal y no se asume una desviación ni densidad a priori para generar las muestras de manera aleatoria. Se parte de la señal original y no se distingue entre un tipo de ruido u otro.

Para el cálculo de los niveles de confianza se va a utilizar la señal de referencia creada de manera sintética con las características que hemos mencionado anteriormente, es decir, con ruido Gaussiano en un caso y en otro con ruido uniforme y con diferentes valores para la relación señal-ruido para ver en qué medida afecta la cantidad de ruido a los resultados obtenidos. Se comparará la transformada wavelet de esta señal con el fondo, ya que, como se ha visto antes, los datos de la señal y los del fondo tienen que ser analizados de la misma manera para que los resultados sean concluyentes.

Señal de referencia con ruido Gaussiano

En primer lugar, se utilizará la señal de referencia creada de manera sintética y a la que posteriormente le hemos añadido ruido Gaussiano. La figura contiene en la parte superior una representación de la señal que se está analizando y el escalograma de la transformada wavelet en la parte inferior. Sobre este escalograma se han representado los niveles de confianza y corresponden con contornos con línea continua para el caso de 99 % y línea discontinua para niveles de confianza del 95 %.

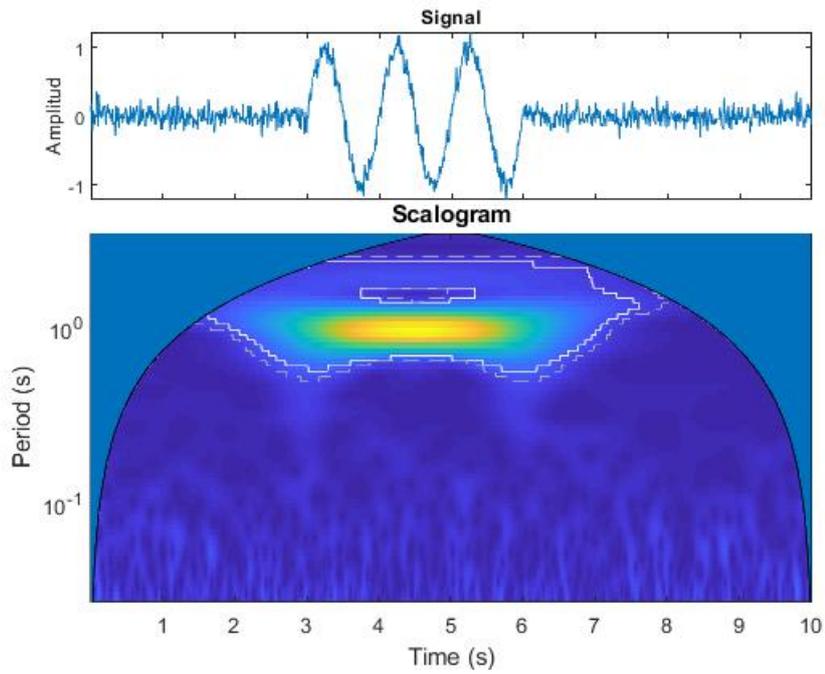


Fig. 3.30. Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y alta relación señal-ruido mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

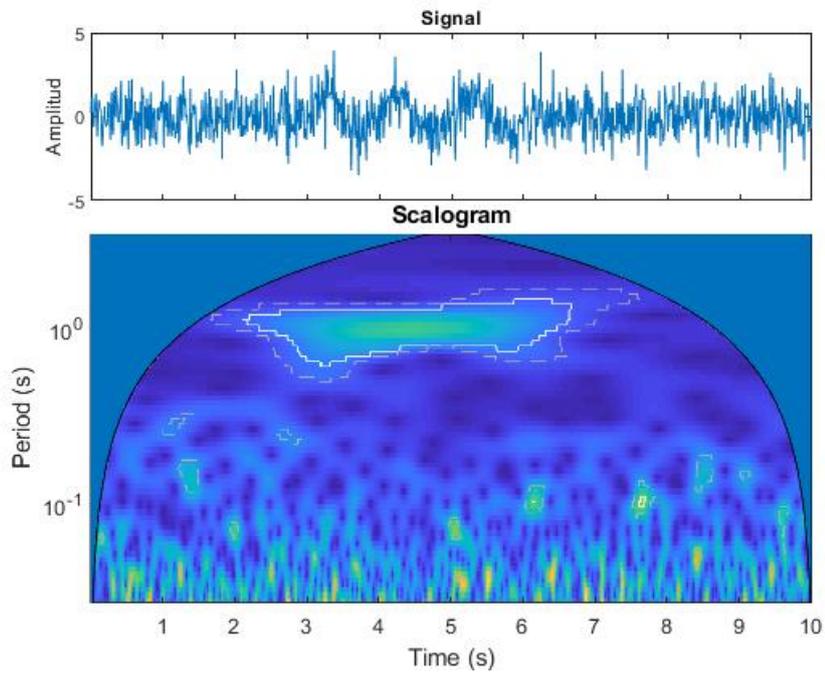


Fig. 3.31. Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y relación señal-ruido normal con fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

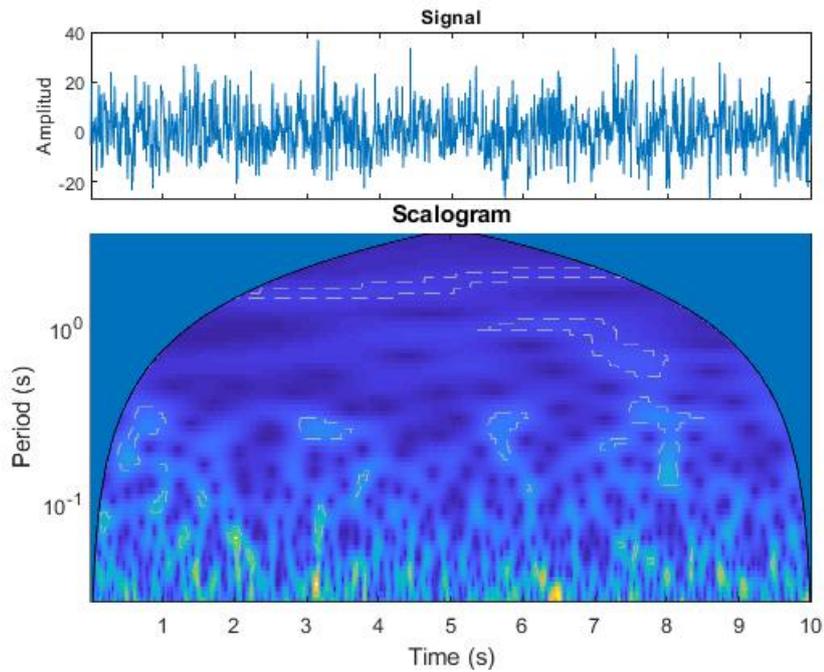


Fig. 3.32. Niveles de confianza para señal con ruido Gaussiano y mala relación señal-ruido con fondo creado mediante permutaciones mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

Puede verse como, cuanto más ruido tiene la señal, los niveles de confianza que obtenemos son peores, es decir, que la región que se detecta cada vez es más grande lo que no nos da precisión alguna de dónde realmente pueden encontrarse estas oscilaciones o partes interesantes de la señal. Además, para el caso en el que la relación señal-ruido es mala y encontramos mucha más cantidad de señal que de ruido, los picos que se detectan no se corresponden con exactamente con lo que realmente es la señal. Además, no hay contorno para el nivel de confianza del 99% debido a que es un valor demasiado restrictivo para el tipo de señal que tenemos.

Señal de referencia con ruido uniforme

Ahora se va a probar el caso de que la señal que queremos analizar no tiene ruido Gaussiano sino ruido uniforme. La desviación de ruido que se utiliza en este caso son las mismas que se han utilizado para crear la señal con ruido Gaussiana. La figura representada tiene la misma estructura que la anterior. La señal original en la parte superior de a la imagen y en la parte inferior el escalograma sobre el que se representan los niveles de confianza. Los contornos tienen representados son de línea continua para el nivel de confianza del 99% y línea discontinua cuando el nivel de confianza es del 95%.

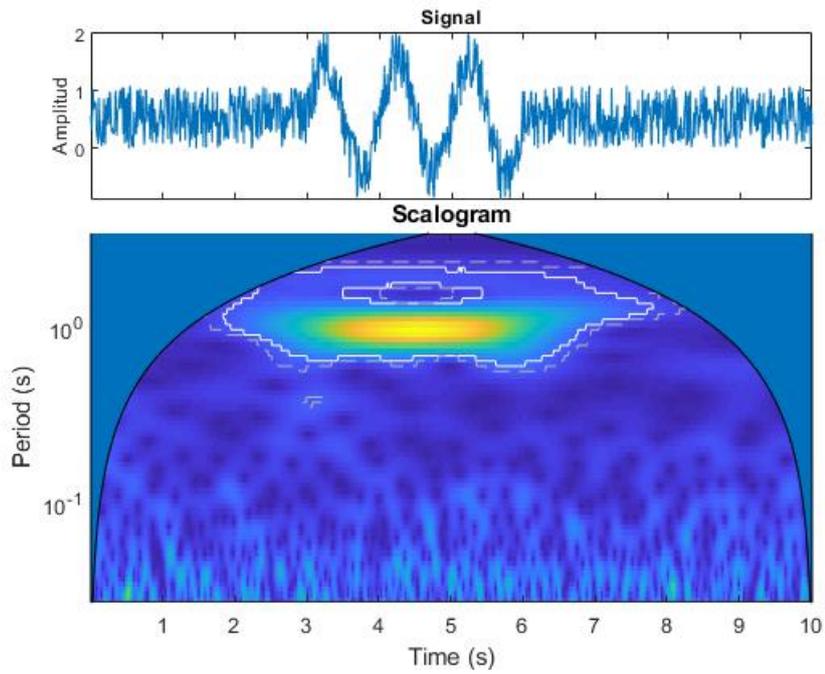


Fig. 3.33. Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y buena relación señal-ruido con fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

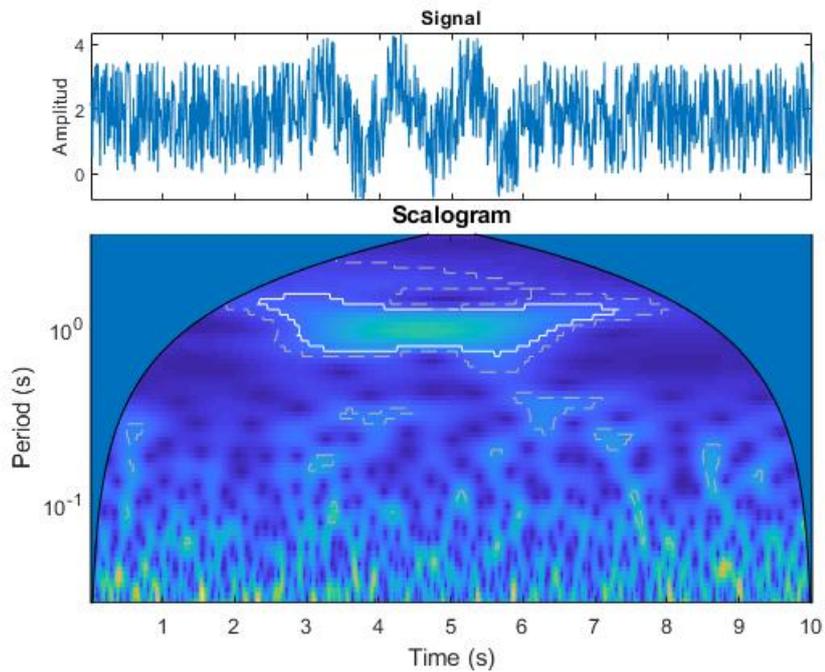


Fig. 3.34. Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido normal con fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

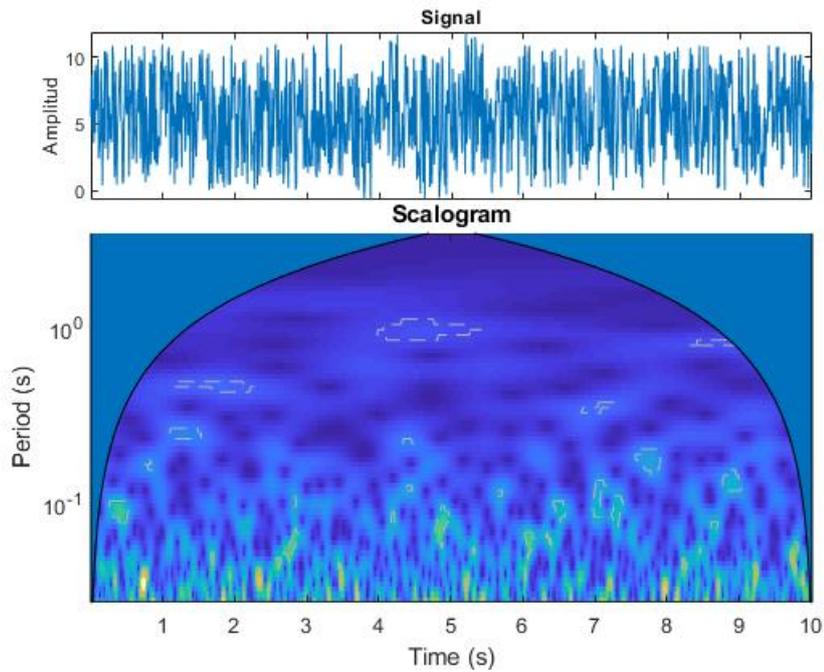


Fig. 3.35. Niveles de confianza para señal con ruido uniforme y relación señal-ruido mala con fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

Las observaciones en cuanto a los niveles de confianza son similares que en el caso anterior, cuanto mayor es el nivel de ruido de la señal, es más difícil que los resultados obtenidos indiquen realmente partes interesantes o simplemente sean picos espurios de la señal.

Lo realmente interesante en este caso es comprobar que crear el fondo mediante permutaciones de la señal es bastante bueno ya que los resultados son prácticamente idénticos al hacerlos con una señal que tenga ruido uniforme o no. Esto es, porque al permutar la señal, lo que hacemos es acabar con la correlación de la señal y cualquier dependencia temporal que pudiera existir.

Capítulo 4

Aplicación a señales reales

En la sección anterior hemos supuesto diferentes tipos de fondo para poder estimar niveles de confianza en series temporales mediante el uso de la transformada wavelet. Cabe destacar, que el uso de la señal de referencia es lo que nos permite determinar en qué ocasiones el método estudiado es bueno y en cuáles se están obteniendo unos resultados que, o bien no se ajustan a las verdaderas características de la señal o que no estiman con precisión las características de la misma. Esto se debía a que las características propias de la señal y las del ruido eran conocidas e incluso era posible saber en qué medida afectaba el nivel de ruido a las estimaciones que se obtiene.

Se van a evaluar tres señales reales donde no se conocen ni su modelo de ruido ni las características exactas del mismo. En primer lugar el número de Wolf, que mide el número de manchas solares. La señal de un electrocardiograma y, por último, un seísmo. Se analizarán los niveles de confianza que se obtienen ahora suponiendo los mismos métodos de creación del fondo que en el caso anterior.

Para cada una de estas señales, los niveles de confianza van a ser calculados de igual manera que en el ejemplo de referencia.

```
13 puntosPorEncima = zeros (sz(1),sz(2))
14 for i = 1:sz(1)
15     for j = 1:sz(2)
16         puntosPorEncima = length(find(M(:,i,j)> powerWavelet(i,j)))/N;
17     end
18 end
19
20 alpha1 = 0.01;
21 alpha2 = 0.05;
22
23 nivelesConfianza1 = puntosPorEncima < aplha1;
24 nivelesConfianza2 = puntosPorEncima < alpha2;
```

La matriz **puntosPorEncima** contiene todos aquellos puntos en los que el fondo que ha sido creado con datos aleatorios está por encima de la señal original. Aquellos puntos que no superen el umbral que hemos llamado **alpha**, se interpretan que sí aportan información relevante, por lo que determinan los niveles de confianza. Es decir, en es punto la transformada wavelet de la señal está representando oscilaciones que sí tienen importancia y no lo está confundiendo con ruido. El dato de $\alpha = 0.01$ aporta los niveles de confianza al 99 % y $\alpha = 0.05$ el del 95 %.

4.1. Señal del Sol

En primer lugar, como ejemplo de aplicación real, la señal que se va a analizar es el número de Wolf. Fue empleado por primera vez por Rudolph Wolf en 1848. También se conoce con el nombre de número de Zúrich y es el cómputo de manchas solares visibles. Su registro se extiende a las primeras observaciones solares, por lo que se poseen los datos de la actividad solar de los últimos cuatrocientos años. La señal que se va a utilizar para este estudio de creación de niveles de confianza con el uso de la wavelet, presenta los datos de los últimos doscientos. [2].

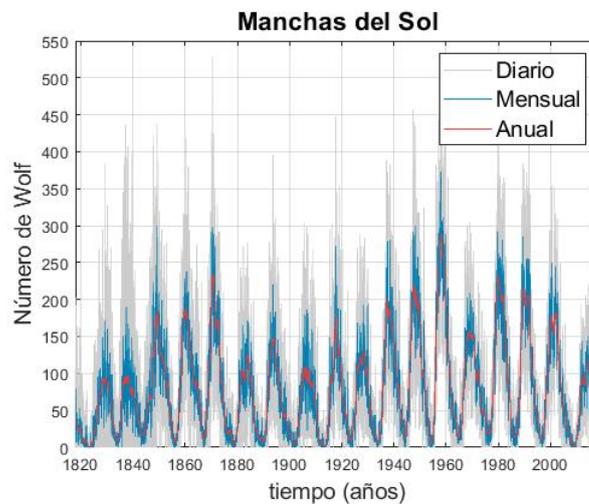


Fig. 4.1. Representación del número de Wolf de los últimos 200 años. Datos Cortesía de NASA / SDO y los equipos científicos de AIA, EVE y HMI.

En la imagen, además de los datos de la actividad diaria, también es posible ver la actividad mensual y anual de estas manchas solares, representadas según los colores de la leyenda. La imagen nos permite ver que es una señal estacionaria y puede intuirse que tiene un periodo de unos 10-11 años. Este número coincide con el ciclo de actividad solar, dato hallado por Rudolph Wolf en 1855 [2].

Para el la estimación de los niveles de confianza, realizamos la transformada wavelet de la señal original. El código que utilizamos en este cálculo en Matlab es

el siguiente.

```
1  ts = 1/365.2425;  
2  [waveletSenal, periodo, coi] = cwt(wolf, years(ts));  
3  powerWavelet = abs(waveletSenal);
```

La variable **wolf** es la que contiene los datos de las manchas del Sol. Se realiza la transformada wavelet a esta señal. La variable **ts** es el periodo y se obtiene como $\frac{1}{365.2425}$, siendo 365.2425 la duración de un año. Se obtiene el escalograma que se ve en la imagen.

En la parte superior del escalograma, donde representamos las bajas frecuencias, encontramos una línea que se extiende durante todo el escalograma. Está alrededor del periodo diez y nos indica la periodicidad de la señal. Vemos que coincide con el ciclo de actividad del sol, que es de once años. En la parte inferior de la figura también encontramos puntos que están más claro que el resto. Están alrededor del periodo 0.075. Son veintisiete días, que es lo que tarda el Sol en dar una vuelta sobre sí mismo. En ese momento deja de haber manchas solares y, por eso, el escalograma muestra esos picos.

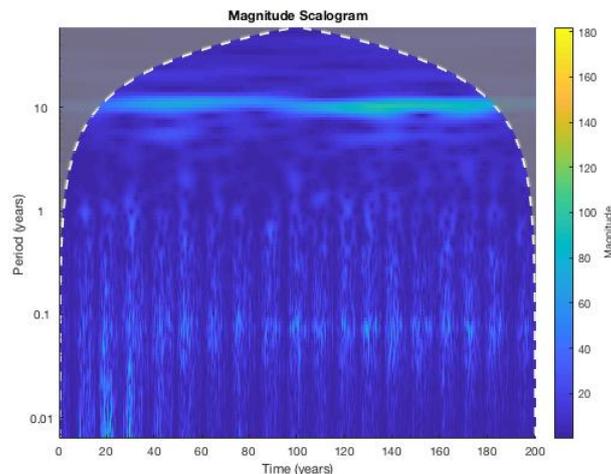


Fig. 4.2. Escalograma de la transformada wavelet del número de Wolf de los últimos 200 años.

Se observa que el estudio de los niveles de confianza de esta señal con los datos del número de manchas solares de los últimos doscientos años, suponía una capacidad de almacenamiento en memoria de intercambio demasiado alto, por lo que para la creación de estos niveles de confianza, se han utilizado únicamente los datos de los últimos cien años (de 1918 a 2018). Muestra suficientemente grande y que permite de igual manera detectar las periodicidades del ciclo de la actividad solar.

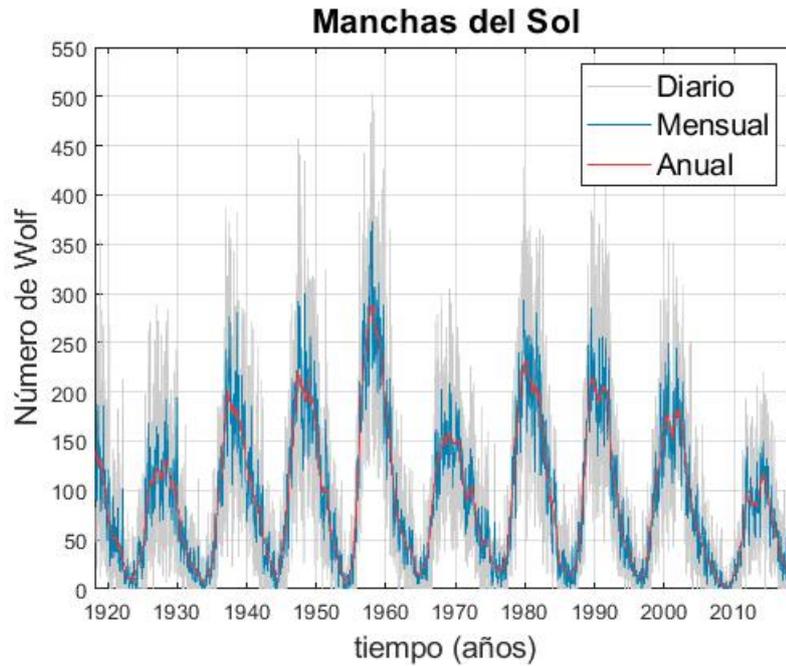


Fig. 4.3. Representación del número de Wolf de los últimos 100 años. Datos Cortesía de NASA / SDO y los equipos científicos de AIA, EVE y HMI.

Una vez obtenida la transformada wavelet de la señal original, para la obtención de los niveles de confianza vamos suponer diferentes tipos de fondos para poder obtener dichos niveles. Se van a suponer los mismos casos que se crearon con el ejemplo de prueba y se van a obtener los niveles de confianza de la misma manera que se ha explicado y desarrollado anteriormente, es decir, probando diferentes métodos suponiendo que el ruido de la señal es blanco. Para este caso de análisis, dado que se trata de una señal que tiene muchos puntos (tantos como días hay en cien años) Para la creación del fondo, no se iterará un número tan elevado de veces. Se harán 250 iteraciones y los umbrales con los que se obtienen los niveles de confianza.

4.1.1. Fondo creado con la señal permutada

En este caso, para la creación del fondo se va a permutar de manera aleatoria los datos de la señal original. En este método la única suposición que hacemos es que el ruido es blanco. Se utiliza el código que habíamos utilizado con anterioridad. En él, se realizan 250 repeticiones de permutaciones aleatorias de la señal original y para cada una de estas muestras, se calcula su transformada wavelet. Esto permite crear el fondo que se comparará con la señal original para estimar los niveles de confianza.

De la maneara que se ha explicado con anterioridad, se crean los niveles de confianza. En la figura se representa, en la parte superior el número de Wolf en los cien años anteriores y en la parte inferior, el escalograma de la transformada wavelet sobre los que se han representado los niveles de confianza. La línea continua marca

los niveles para el caso de 99 % y la gris para el del 95 %.

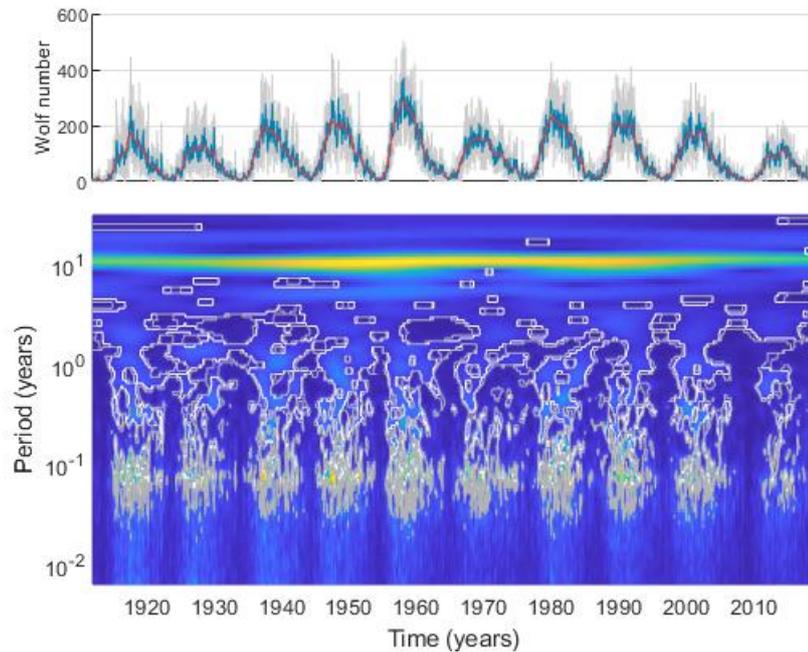


Fig. 4.4. Niveles de confianza obtenidos para la señal que tiene los datos del número de Wolf obtenidos con un fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

Se observa como los contornos obtenidos detectan la periodicidad de la señal que se repite durante todo el espectro de la misma con un valor de unos diez años. Se sabe por teoría que realmente este período es once. Los picos de alta frecuencia, en este caso, también están dentro de los contornos de los niveles de confianza, por lo que, con esta manera de crear el fondo se consideran parte de la señal y no ruido de la misma.

4.1.2. Fondo creado con ruido Gaussiano

Ahora se van a analizar los casos en los que el fondo es creado utilizando ruido Gaussiano. Este será creado de la siguiente manera en Matalab.

```
1 signalNoise = sigmaNoise*randn(1,length(wolfNumber));
```

La variable **signalNoise** es cada una de las muestras que se generan de manera aleatoria para poder crear el fondo, por lo que queda claro que lo único que necesitamos escoger es el valor de **sigmaNoise**. Con la señal de referencia creada de manera sintética concluimos que obteníamos mejores resultados cuanto más parecido fuera este valor al de la señal original. En este caso, al tratarse de señales reales, no es

un valor que podamos conocer de antemano, así que se usarán características de la señal original para escoger este valor y así crear el fondo.

Potencia señal original

Uno de los métodos que planteamos es escoger como valor de la desviación de ruido para crear el fondo la potencia de la señal original. Este valor sí es posible conocerlo de antemano y permitirá no realizar demasiadas suposiciones para poder crear este fondo. Se calcula de manera sencilla en Matlab.

```
1 sigmaNoise = sqrt(mean(wolfNumber.^2));
```

Siendo **originalSignal** la señal que contiene los datos de las manchas solares de los últimos cien años. El valor de potencia que se obtiene en este caso es 121.68. Este es el dato con el que se calculan las muestras con las que se calcula el fondo que se usará para compararlo con la señal original.

En la figura muestra la señal original en la parte superior. En la parte inferior encontramos el escalograma de la señal original sobre el que se han representado los niveles de confianza igual que se procedía en el ejemplo de la señal sintética. La línea continua marca los niveles para el caso de 99 % y la gris para el del 95 %.

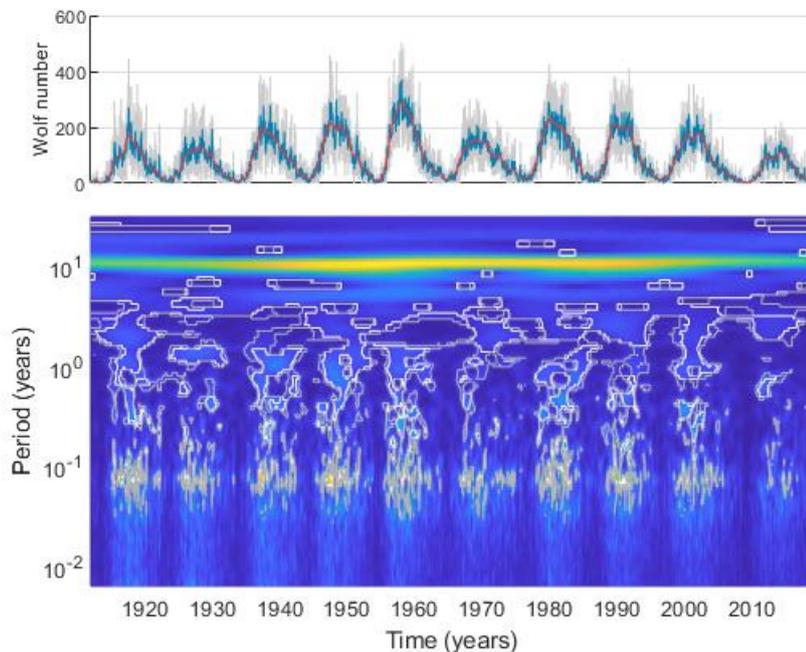


Fig. 4.5. Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido con valor igual a la potencia de la señal original.

Desviación Estándar señal original

Para el caso de creación del fondo con ruido Gaussiano, también se contempla la posibilidad de usar como valor de desviación de ruido para la creación del fondo, usar el valor de la desviación estándar de la señal original. Es otro ejemplo que permite no es coger un valor de manera aleatoria y que tenga en cuenta las características de la señal original.

```
1  
2 sigmaNoise = std(originalSignal);
```

Como vemos, es un valor fácilmente calculable y que para el caso de la señal de las manchas solares tiene el valor de $\text{sigmaNoise} = 81.23$. Es el valor de desviación de ruido que se utiliza en cada una de las muestras aleatorias que se crean para crear el fondo. Será el que se use para compararlo con la señal original. Los niveles de confianza que se obtienen en el este caso en la figura siguiente. En ella se representa el la señal original en en la parte superior la señal original que contiene el número de Wolf y en la parte inferior el escalograma de la transformada wavelet de esta señal, sobre el que se han representado los niveles de confianza. La línea continua representa los del 99 % y la gris para el del 95 %.

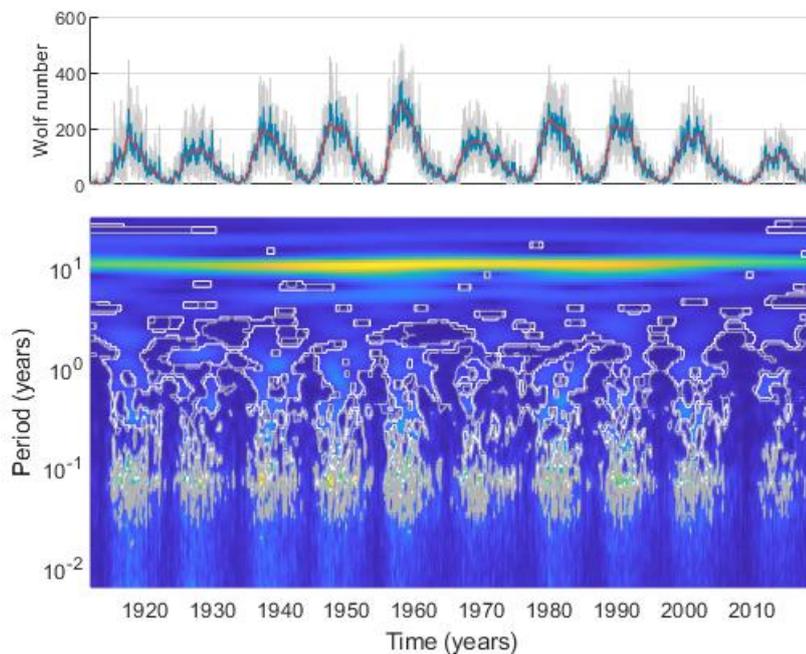


Fig. 4.6. Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido creado con la desviación estándar de la señal.

Los niveles que se obtienen en el caso de usar la potencia de la señal para el fondo, son mucho menores que en el caso de usar la desviación estándar para ello. En el caso de la potencia, no se incluyen los picos de alta frecuencia que se muestran

en la parte inferior del escalograma, por ejemplo. También son algo diferentes al caso de usar las permutaciones aleatorias para crear el fondo.

4.1.3. Fondo creado con ruido uniforme

Por último, en lugar de utilizarse ruido Gaussiano, se va a utilizar ruido uniforme y la sigma de ruido que se va a utilizar se calculará de la misma manera que en el caso anterior, usando la potencia de la señal en uno de los casos y en otro la desviación estándar de la señal original.

El modo de crear el fondo en este caso será igual que en el anterior, exceptuando el tipo de ruido que se va a utilizar. En este caso, va a quedar de la siguiente manera:

```
1 signalNoise = sigmaNoise*rand(1,length(originalSignal));
```

Las muestras para crear el fondo se crean con **rand** en lugar de con **randn** que es la manera que se utiliza para crear el ruido Gaussiano. Se usarán igualmente 250 iteraciones para poder crear el fondo con el comparar la señal y así estimar los niveles de confianza.

Desviación de ruido con potencia de la señal original

Como para el caso de fondo con ruido Gaussiano, se va a utilizar la potencia de la señal original como valor de desviación de ruido. Su valor, que es el mismo que se ha calculado antes, es el que se usa como desviación de ruido para calcular el fondo. Los niveles de confianza se obtienen como en el resto de casos, y se representan en la figura siguiente. En ella se muestra en la parte superior la señal original que contiene el número de Wolf de los últimos cien años y en la parte inferior el escalograma con la transformada wavelet de la señal original sobre el cual se han representado los niveles de confianza. Las líneas continuas muestran los niveles de confianza al 99 % y en línea gris al 95 %.

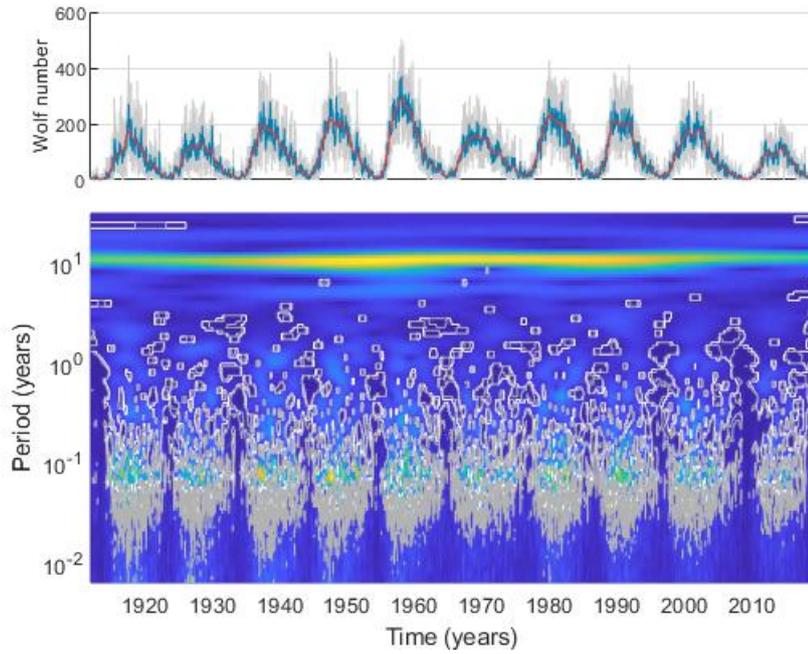


Fig. 4.7. Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido creado con la potencia de la señal.

Desviación de ruido con desviación estándar de la señal original

El valor de la desviación estándar se calcula como se ha visto antes y tiene el mismo valor. Este será el dato que se usará como desviación de ruido en la creación del fondo. Con este fondo se calculan los niveles de confianza como se han obtenido en el resto de casos. Se representan en la figura siguiente. En la parte superior la señal original y en la inferior el escalograma de la señal original sobre el que se representan los niveles de confianza obtenidos en este caso. Las líneas continuas muestran los niveles de confianza al 99% y en línea gris al 95%.

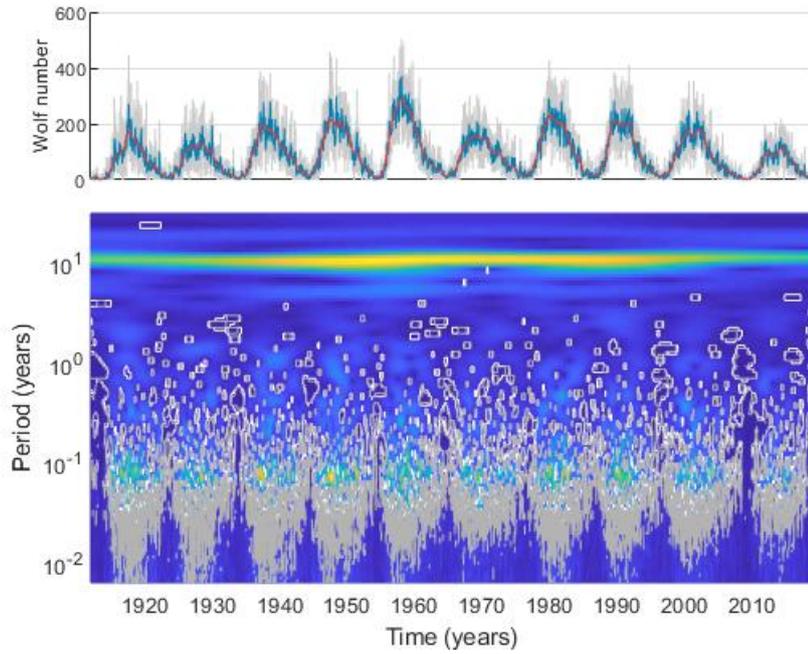


Fig. 4.8. Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido creado con la desviación estándar de la señal.

Como en el caso en el que se usaba ruido Gaussiano para la creación del fondo, aquí también puede verse como, cuando se usa la desviación estándar, los resultados son muy similares a cuando se utiliza la potencia de la señal. En comparación al uso de ruido Gaussiano o el de las permutaciones, puede verse como en este caso los contornos abarcan casi todo del escalograma, por lo que no es posible que los resultados obtenidos suponiendo esta creación de fondo, la de ruido uniforme, aporten mucha información.

4.2. Electrocardiograma

En este caso, como ejemplo de aplicación real, se va a utilizar un electrocardiograma (ECG). En un electrocardiograma se representan las señales eléctricas del corazón que son generadas cuando el músculo se contrae y bombea sangre a través del cuerpo [14]. En él es posible ver características acerca del corazón como el ritmo cardíaco o algunas enfermedades.

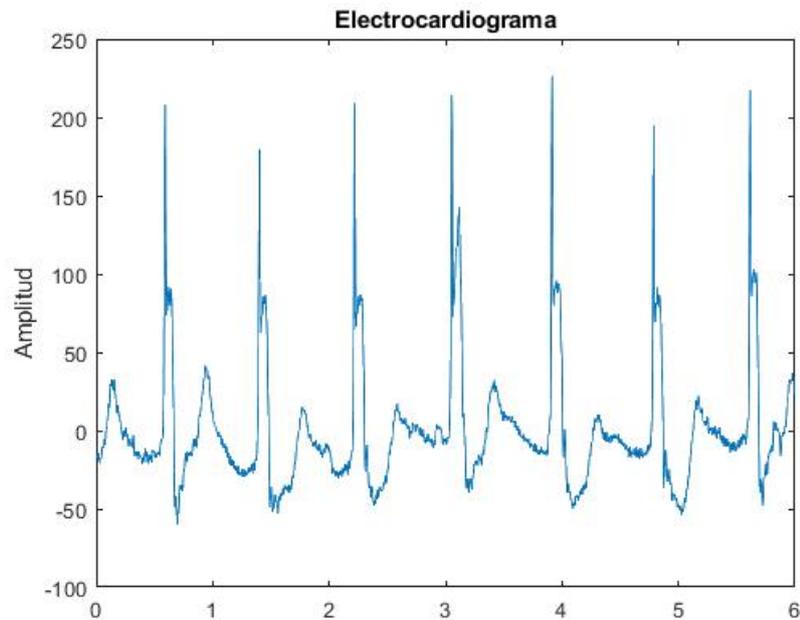


Fig. 4.9. Electrocardiograma

La figura se muestra un ECG cedido por el departamento de Teoría de la Señal de la Universidad Carlos III de Madrid para la realización de este Trabajo de Fin de Grado. Las ondas representadas se denotan por las letras P, QRS, T y U y corresponden a cada uno de los procesos que sigue el corazón en el bombeo de la sangre. Es posible calcular la frecuencia cardíaca, por ejemplo, viendo esta gráfica. Calculando la distancia entre dos de los picos superiores (denominados R) y dividiendo entre sesenta $\frac{RR}{60}$ [14].

La figura siguiente muestra la representación de la transformada wavelet del electrocardiograma. En ella se observan los picos de esa especie de tren de deltas que forman las ondas R en la señal original. También algo que se repite cada treinta segundos durante toda la señal, que corresponde con la línea amarilla superior.

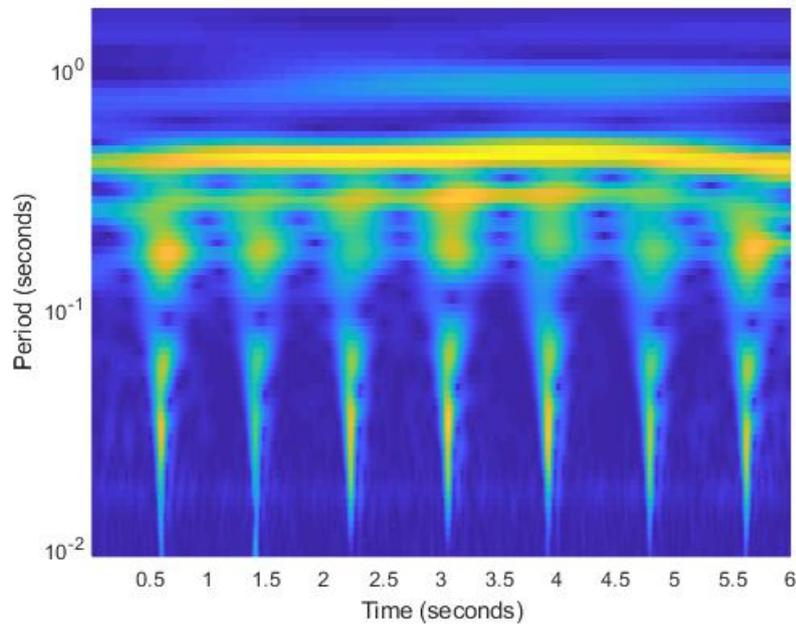


Fig. 4.10. Transformada wavelet del electrocardiograma.

Una vez obtenida la transformada wavelet, para la la obtención de los niveles de confianza se van a suponer los mismos métodos de creación del fondo que en los casos anteriores. En este caso, la señal no tiene tantos puntos como en el ejemplo de las manchas solares, por lo que el fondo se creará con un bucle de mil iteraciones y los umbrales para la obtención de los contornos de confianza, son $\alpha = 0.001$ que nos dará un nivel de confianza del 99.9% y $\alpha = 0.05$ con el que se obtiene un nivel de confianza del 95%.

4.2.1. Fondo creado con la señal permutada

Suponemos para la creación del fondo en este caso que el ruido es blanco y permutamos de manera aleatoria los datos de la señal original y realizamos la transformada wavelet de los mismos para después compararlo con la wavelet de la señal original. Los niveles de confianza se calculan de la misma manera que se explicó al inicio del capítulo.

Los resultados obtenidos se representan en la figura siguiente. En ella se puede ver en la parte superior una representación de la señal original y en la parte inferior el escalograma de la transformada wavelet de la señal original sobre la que se han representado los contornos de los niveles de confianza. Línea continua para el del 99% y línea gris para el del 95%.

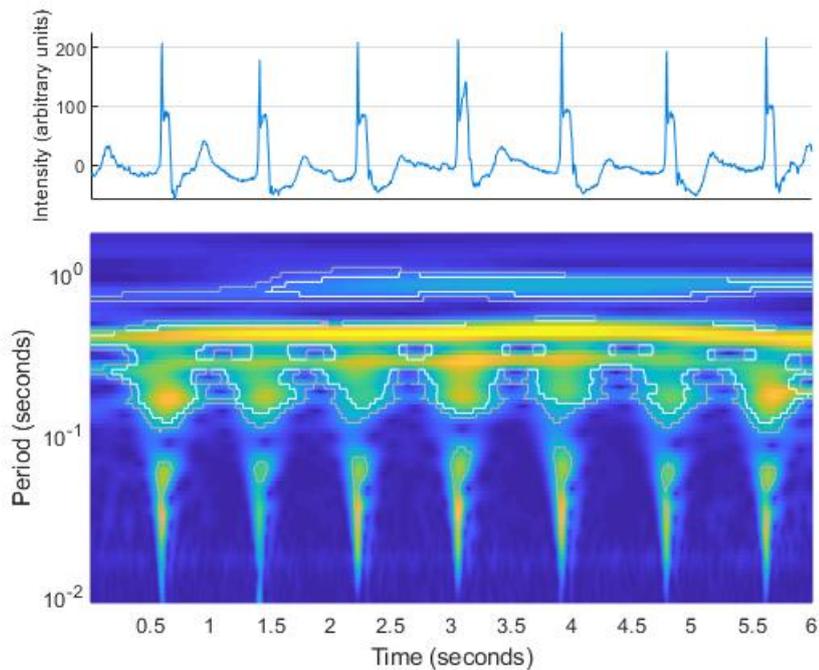


Fig. 4.11. Niveles de confianza obtenidos para el electrocardiograma obtenidos con un fondo creado mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

Se observan unos niveles de confianza que detecta muy bien la zona interesante de la señal, en la que se indica el periodo de la misma. Aunque, como ocurría con el caso de las manchas del Sol, los picos a altas frecuencias la transformada wavelet no los gestiona bien y los niveles de confianza no los detectan tampoco en este caso.

4.2.2. Fondo creado con ruido Gaussiano.

Ahora se supondrá ruido blanco y Gaussiano para la creación del fondo. En Matlab lo obtenemos de la siguiente manera:

```
1 signal_noise = sigmaNoise*randn(1,length(ecg));
```

Y nuevamente, para este caso lo único que se tiene que escoger es el valor de la desviación del ruido con la que se crea el fondo. Se usarán los valores de la potencia de la señal y de la desviación estándar de la misma para intentar escoger este valor aprovechando las características de la propia señal original.

Desviación de ruido con potencia señal original

Se trata de un dato que es fácilmente calculable y que se usará para crear el fondo con el que calcular los niveles de confianza de la señal. Para el caso de las señal del electrocardiograma calculamos la potencia de la siguiente manera:

```
1 sigmaNoise = sqrt(mean(ecg.^2));
```

Cuyo valor en este caso es $\text{sigmaNoise} = 38.50$. El fondo tomando mil muestras de manera aleatoria de ruido con esta desviación y a cada una de estas muestras se realiza su transformada wavelet. De esta manera se crea el fondo que se comparará con la transformada wavelet de la señal original para poder obtener los niveles de confianza igual que en el resto de casos.

En la siguiente figura se representa en la parte superior de la imagen la señal original y en la parte inferior el escalograma de la transformada wavelet de dicha señal sobre los que se pintan los contornos de los niveles de confianza. Línea continua para el del 99.9%, gris para el del 95%

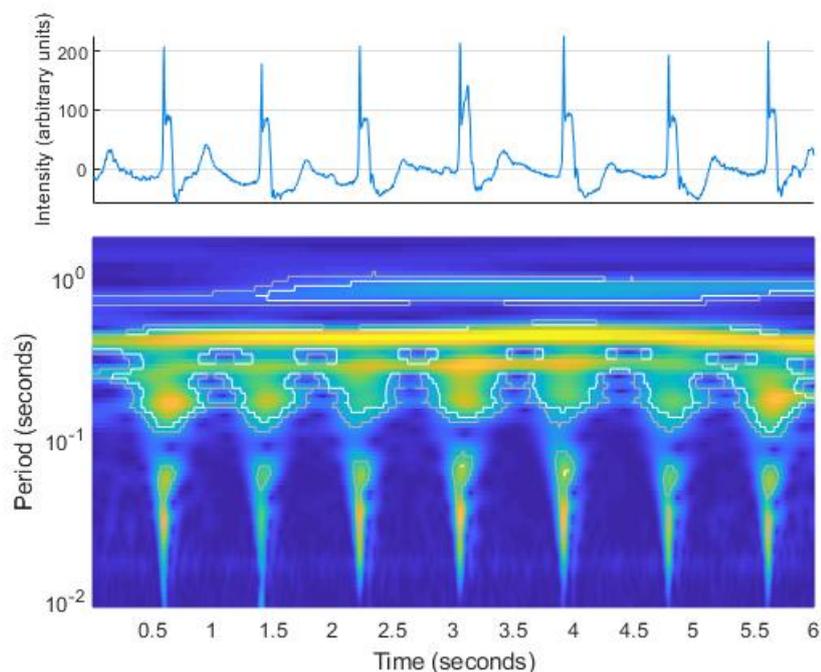


Fig. 4.12. Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido creado con la potencia de la señal.

Desviación estándar señal original.

Usando nuevamente características de la señal original, se utiliza la desviación estándar de la señal original para crear el fondo que nos permita obtener los niveles de confianza de la señal. El dato se calcula de la siguiente manera:

```
1 sigmaNoise = std(ecg);
```

Y para este caso, el valor que se obtiene es $\text{sigmaNoise} = 38.52$.

Los niveles de confianza son representados en la siguiente figura. Han calculados usando el proceso habitual y su representación vuelve a ser una línea continua para

el 99 % y discontinua para el 99 %.

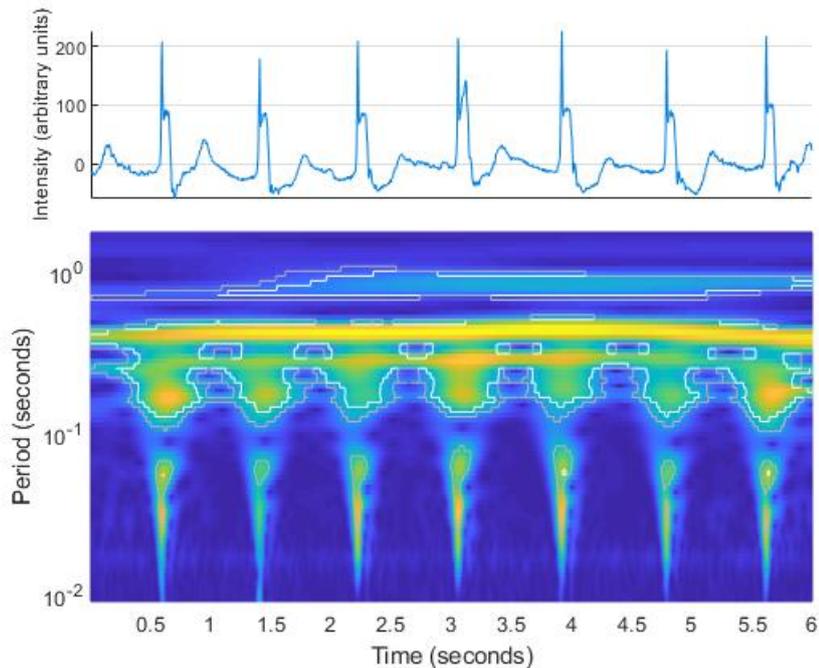


Fig. 4.13. Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido creado con la desviación estándar de la señal.

Los resultados que se obtienen en este caso son muy parecidos cuando se usa la potencia de la señal para calcular la desviación ruido que cuando se usa la desviación estándar del electrocardiograma debido a que los valores de las mismas son prácticamente idénticos. Los contornos son algo peores que en el caso de permutar la señal, pero muy poco, prácticamente se obtienen resultados muy similares.

4.2.3. Fondo creado con ruido uniforme

Finalmente, suponemos que la señal tiene ruido blanco uniforme y suponemos una creación de fondo acorde a estas circunstancias. Para la creación del fondo ahora se usará **rand** en lugar de **randn** para la creación del ruido uniforme.

```
1 signalNoise = sigmaNoise*rand(1,length(ecg));
```

Replicando el caso anterior, escogemos como valores de desviación de ruido la potencia de la señal original y la desviación estándar de la misma. Con estos valores será posible calcular el fondo que permitirá sacar los niveles de confianza.

Desviación de ruido con potencia señal original

La potencia de la señal es la misma que la calculada antes, es decir, que en este caso **sigmaNoise** = 38.50 también. Se representan los niveles de confianza en la

siguiente figura. En la parte superior se representa el electrocardiograma y en la parte inferior la transformada wavelet sobre la que se ha representado los niveles de confianza obtenidos para este caso, usando una línea blanca para el caso del 99.9 % y una gris para el 95 %.

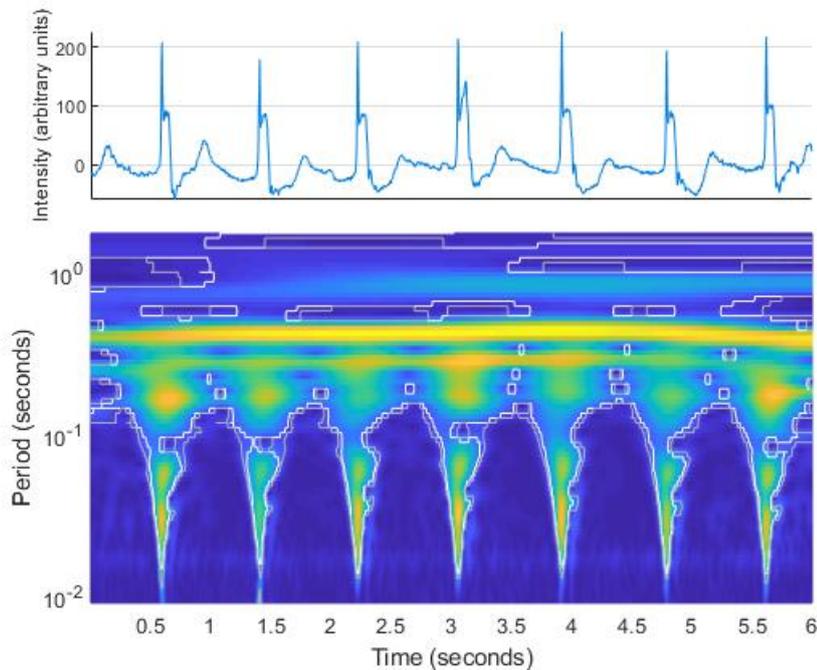


Fig. 4.14. Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido creado con la potencia de la señal.

Desviación de ruido con potencia señal original

El valor es el mismo que el calculado anteriormente, tenemos un valor de la desviación estándar de 38.52. Se calcula el fondo usando este valor de desviación de ruido y se calculan los niveles de confianza como de costumbre. En la parte superior se representa el electrocardiograma y en la parte inferior la transformada wavelet sobre la que se ha representado los niveles de confianza obtenidos para este caso, usando una línea blanca para el caso del 99.9 % y una gris para el 95 %.

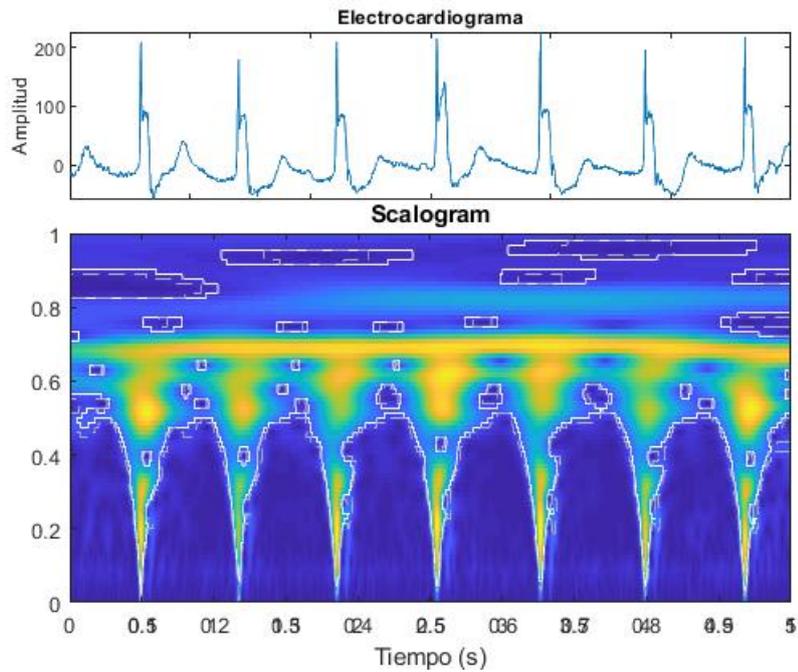


Fig. 4.15. Niveles de confianza obtenidos con un fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido creado con la potencia de la señal.

En este caso los resultados obtenidos para ambas suposiciones, las de usar la potencia o la desviación estándar de la señal para el fondo, no existe prácticamente diferencias entre ambas. Se debe a los valores tan parecidos de desviación estándar y de potencia que posee la señal. Los contornos que se obtienen son más amplios que los vistos en el resto de casos y también consideran del tren de delta como parte de la señal y no ruido.

4.3. Seísmo

Otra aplicación real en la que se van a analizar los niveles de confianza es la señal de un terremoto. Un terremoto es una sacudida violenta que se produce cuando dos fallas entran en contacto. Las rocas liberan la energía acumulada cuando entran en contacto provocando las ondas sísmicas [5]

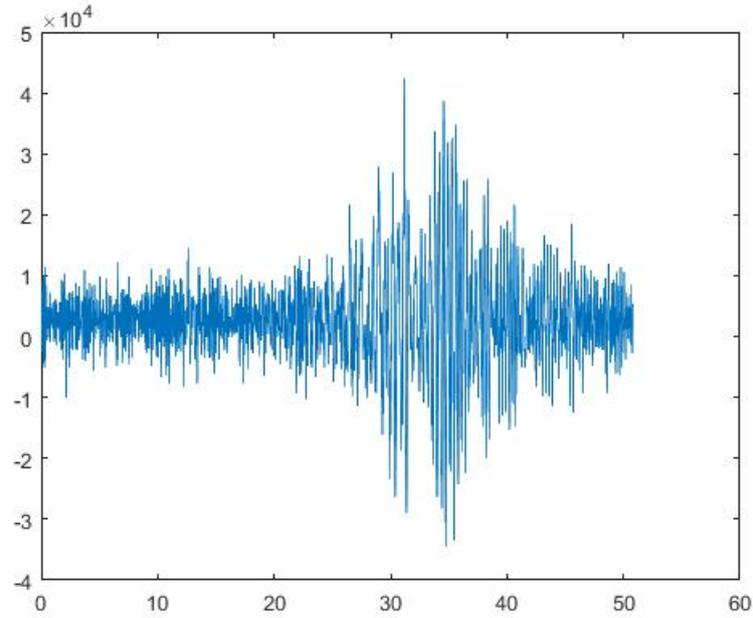


Fig. 4.16. Señal de un terremoto.

La figura muestra un seísmo, y en esta representación es posible distinguir diferentes tipos de onda que revelan características de los terremotos. Se distinguen la onda P, S, L y coda. Esta señal está disponible en el propio Matlab y se van a analizar en ella también los contornos de confianza que se obtienen usando la transformada wavelet para ello. El escalograma de la wavelet para esta señal es el siguiente.

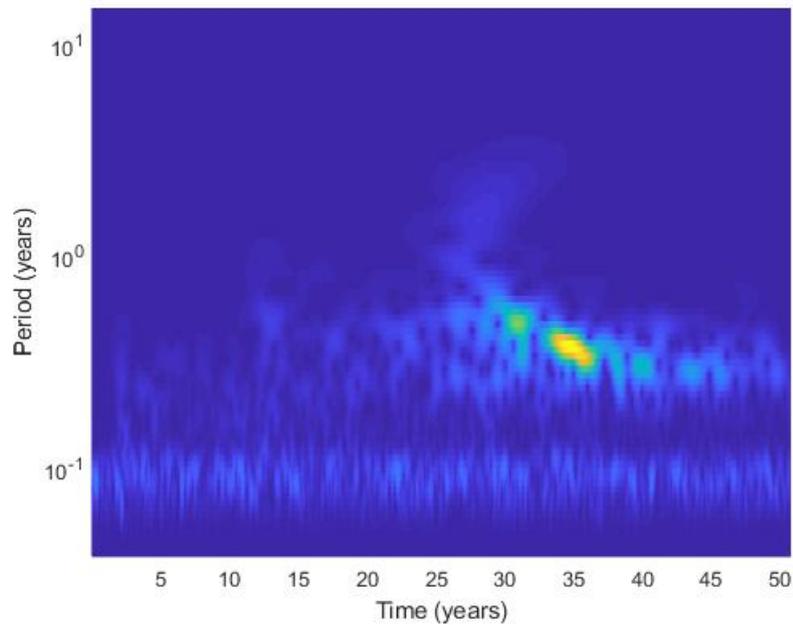


Fig. 4.17. Escalograma transformada wavelet de un seísmo

La figura muestra la representación de la transformada wavelet de la señal del terremoto que se está analizando en este caso. Se puede ver con claridad como la parte a más alta frecuencia entre los periodos de treinta y cuarenta segundos y una línea constante en todo el escalograma. También en la parte inferior de mismo se aprecia una línea constante en todo el escalograma que se mantiene constante también en toda la señal original.

Para el cálculo de los niveles de confianza, se va a realizar como en todos los ejemplos anteriores y se van a suponer diferentes fondos de ruido para la creación de los mismos. Para la creación del fondo se usarán mil repeticiones y los umbrales para los niveles de confianza son los mismos que en caso anterior, es decir, $\alpha = 0.001$ que nos dará un nivel de confianza del 99.9 % y $\alpha = 0.05$ con el que se obtiene un nivel de confianza del 95 %.

4.3.1. Fondo creado con la señal permutada

En este caso, la única suposición que se hace es que el ruido es blanco. Para el fondo se crearán muestras donde la señal original ha sido permutada de manera aleatoria un número elevado de veces. A cada una de ellas se les calcula la transformada wavelet y así se crea el fondo. Los niveles de confianza son representados en la siguiente imagen junto con una representación de la señal original en la parte superior.

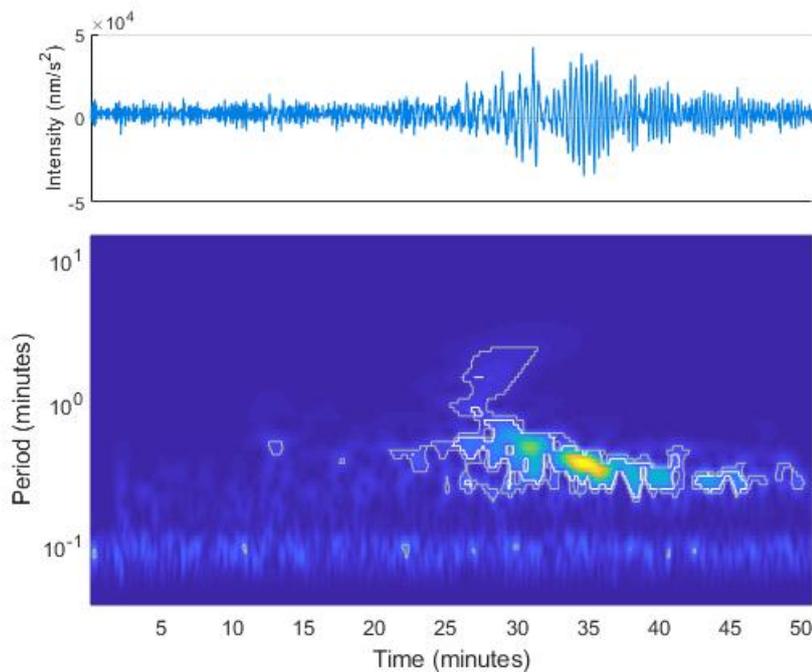


Fig. 4.18. Niveles de confianza obtenidos con un fondo obtenido mediante permutaciones aleatorias de la señal original.

En este caso, los niveles de confianza que se obtienen, no tienen en cuenta la parte inferior del escalograma. Si tienen en cuenta las zonas de mayor intensidad de la señal que son donde realmente se produce el terremoto.

4.3.2. Fondo creado con ruido Gaussiano

En este caso el fondo que se va a suponer tiene ruido blanco Gaussiano y para escoger los valores de la desviación de ruido con la que se crea ese fondo, se usarán los mismos métodos que se han usado antes. Es decir, se calcularán con la potencia de la señal y con la desviación estándar.

Desviación de ruido con potencia de la señal original

Usando la características de la señal original se utiliza el valor de la potencia como desviación de ruido. Su valor se calcula de la siguiente manera:

```
1 sigmaNoise = sqrt(mean(seismo.^2));
```

Y en este caso, el valor que tiene es $\text{sigmaNoise} = 8.13e + 03$. De esta manera se obtienen cada una de las muestras con las que se crea el fondo y se realiza la transformada wavelet. Los niveles de confianza se calculan siguiendo los mismos pasos que antes y se representan en la siguiente imagen.

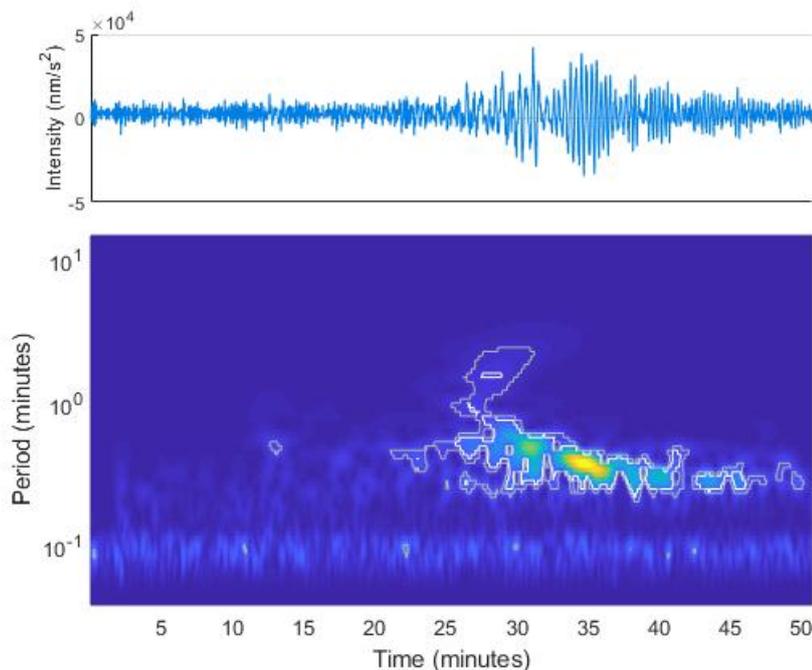


Fig. 4.19. Niveles de confianza obtenidos con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.

Desviación de ruido con desviación estándar de la señal original

De igual manera que antes, se calcula la desviación estándar de la señal original mediante el siguiente código y se utiliza como desviación estándar en la creación del fondo.

```
1 sigmaNoise = std(seismo);
```

En este caso $\text{sigmaNoise} = 7.69e+03$. Es un valor muy similar al de la potencia, por lo que se van a obtener contornos muy similares. Se representan en la siguiente imagen con una línea blanca para el nivel de confianza del 99.9% y una gris para la del 95%

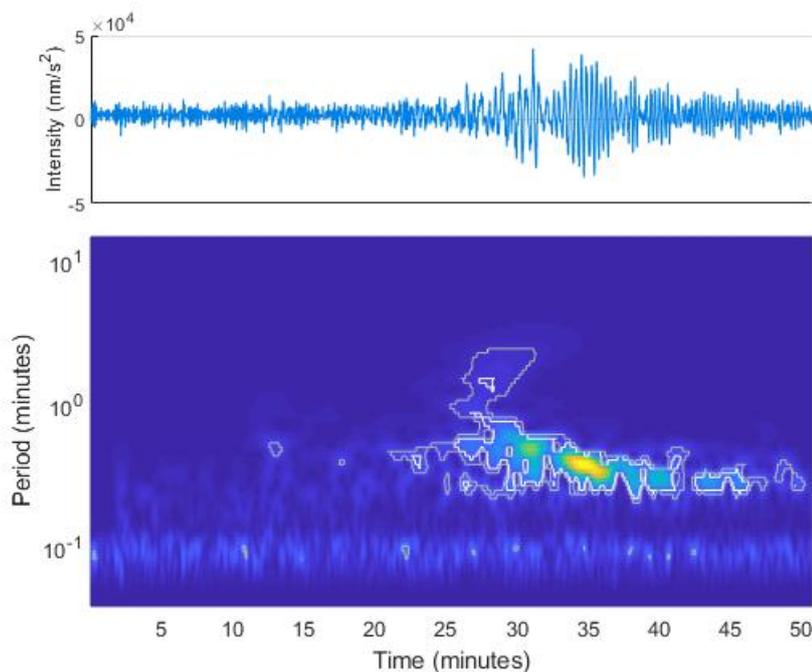


Fig. 4.20. Niveles de confianza obtenidos con fondo creado con ruido Gaussiano y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal.

Puede verse como los contornos obtenidos para el caso de la potencia como para el caso de la desviación estándar son bastante parecidos debido a que, como se ha mencionado con anterioridad, tienen valores muy similares. Detectan la parte de mayor intensidad de la señal del seísmo y tampoco consideran relevante la parte de color más claro que aparecen en la parte inferior de la imagen.

4.3.3. Fondo creado con ruido uniforme

Se replica el caso anterior, salvo que en lugar de suponer un fondo blanco Gaussiano, lo hacemos blanco uniforme. La única diferencia es que ahora, en lugar de utilizar `randn` () para la creación del ruido, se usará el siguiente código.

```
1 signalNoise = sigmaNoise*rand(1,length(seismo));
```

La manera en la que se escogen los valores de **signalNoise** es utilizando la potencia de la señal y la desviación estándar. No habrá mucha diferencia entre los dos métodos, ya que los valores son muy parecidos entre sí.

Desviación de ruido con potencia de la señal original

Se utiliza el valor de la potencia de la señal original para la desviación de ruido con la que se crea el fondo, en este caso es **sigmaNoise** = $8.13e + 03$. La imagen representa los niveles de confianza, en ellos se representa la señal original en la parte superior y el escalograma de la transformada wavelet en la parte inferior sobre el que se representan los contornos de confianza.

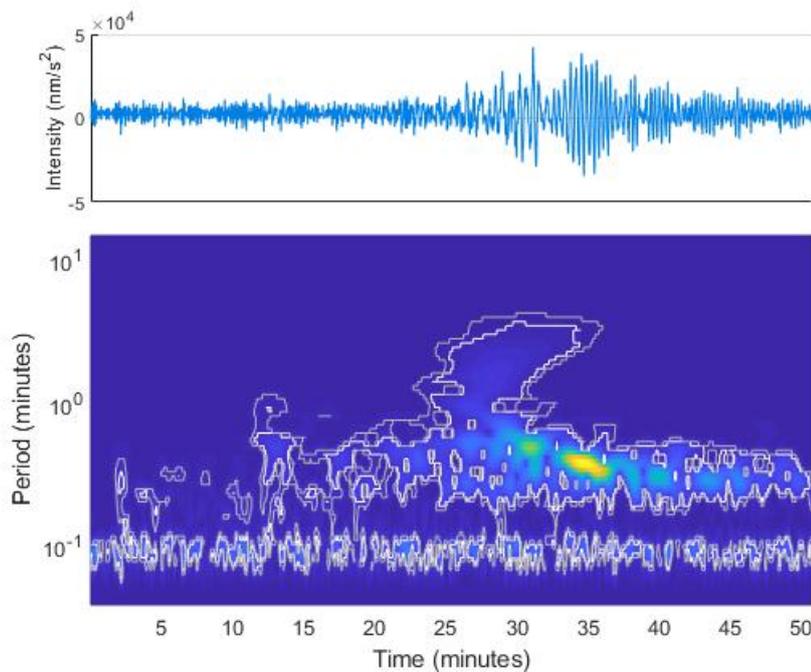


Fig. 4.21. Niveles de confianza obtenidos con fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la potencia de la señal.

Desviación de ruido con desviación estándar de la señal original

Para este caso, el valor de la desviación de ruido es igual a la desviación estándar de la señal original. Su valor ya ha sido calculado y es **sigmaNoise** = $7.69e + 03$. Los contornos de confianza que se obtienen en este caso tienen la siguiente representación.

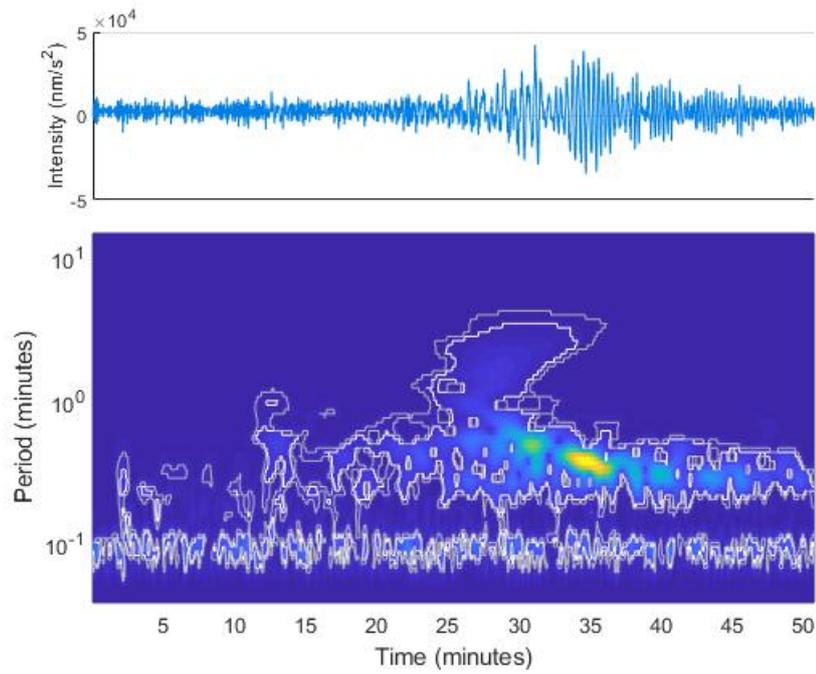


Fig. 4.22. Niveles de confianza obtenidos con fondo creado con ruido uniforme y desviación de ruido igual a la desviación estándar de la señal.

En este caso se obtienen unos contornos muy diferentes con respecto al resto de casos. Considera que la parte constante de periodo 0.1 minutos no es ruido sino parte de la propia señal. Al tratarse de casos reales, no podemos determinar con exactitud si es correcto o no esta suposición.

Capítulo 5

Gestión del proyecto

En este capítulo se va a tratar todo lo que atañe a la gestión del proyecto. En él se va a analizar tanto la estructura del mismo como la planificación temporal de cada uno de los hitos de este trabajo. Cuál sería el presupuesto económico que supondría la realización de este proyecto. Por último, el marco regulador y el entorno socioeconómico en el que se enmarca este trabajo.

5.1. Estructura y planificación temporal del trabajo

La ejecución de este trabajo se ha llevado a en diferentes fases que se pueden definir de la siguiente manera:

Primera fase: Estudio del problema y sus posibles soluciones. En este trabajo se han planteado diversos métodos para crear niveles de confianza en series temporales, y para ello, se han estudiado tanto diversos métodos como herramientas para poder hacerlo.

En primer lugar, se eligió que el software que iba a ser utilizado era Matlab ya que es un lenguaje de programación que, a parte de estar familiarizados con su uso, permite trabajar fácilmente con datos y representar funciones.

En cuanto al estudio de señales, se estudiaron diversas herramientas matemáticas, como la transformada de Fourier, la transformada de Fourier de tiempo corto, y, finalmente, la transformada wavelet, que fue con la que se decidió trabajar para el cálculo de los niveles de confianza.

Para la creación de estos niveles, también es necesario tener en cuenta las características del ruido para poder crear un fondo con el que trabajar. Por ello, se estudiaron diversos métodos como la permutación de los datos, o la creación mediante ruido uniforme o ruido no uniforme.

Segunda fase: creación del algoritmo con señal sintética de referencia

y pruebas con la misma. Primero ha sido creada una señal sintética con unas características determinadas para darles a los resultados a una mejor interpretación. Se han supuesto diferentes tipo de fondo para la correcta caracterización de los niveles de confianza. En uno de los casos, el fondo estará compuesto por permutaciones aleatorias de la señal original. Otro que suponga una distribución de potencia del ruido Gaussiano y otra uniforme. En este caso, se determinan algunas características de ese ruido como su desviación de ruido y se probarán a escoger la potencia de la señal original o la desviación estándar como ejemplos de ello. En todos los casos, la suposición común es que el ruido es blanco.

Tercera fase: aplicación en señales reales. Se comprueba la eficacia de los métodos de creación de fondos para calcular los niveles de confianza en señales reales.

En primer lugar, se analiza el número de Wolf, que mide el número de manchas solares, en los últimos doscientos años. También se analiza en una señal que proviene de un electrocardiograma y un seísmo, con el fin de evaluar los niveles de confianza anteriormente estudiados en una señal de referencia creada con datos sintéticos.

Cuarta fase: Redacción de la memoria. Por último, los resultados tomados y analizados son redactados adjuntando gráficas y tablas que permitan una mejor comprensión de lo analizado.

A cada una de estas fases ha ido asociada una dedicación temporal que se puede desglosar de la siguiente manera:

Fase uno	137.5 horas €
Fase dos	170 horas €
Fase tres	100 horas €
Fase cuatro	82.5 horas €
Total	490 horas

TABLA 5.1. TABLA DE COSTES TOTALES

5.2. Entorno socio-económico y presupuestos

Se trata de un proyecto de investigación en el que se analizan los beneficios del uso de la wavelet en la búsqueda de fondos adecuados para la creación de niveles de confianza en el análisis de series temporales, pero no se espera obtener un beneficio económico directo del mismo.

Se ha realizado un estudio que permita determinar niveles de confianza en series temporales mediante el estudio de la wavelet. Se trata de un proyecto académico del

que no se esperan obtener beneficios económicos directos, sin embargo, su realización ha implicado unos costes tanto directos como indirectos.

Costes directos

Los costes directos que el trabajo ha generado, pueden establecerse de la siguiente manera: Para el cálculo de los costes se han tenido en cuenta un ingeniero de

Recurso	Precio en €
Ingeniero 1 de telecomunicaciones senior	22 €/h
Ingeniero 2 de telecomunicaciones senior	22 €/h
Ingeniero de telecomunicaciones junior	15 €/h
Ordenador	500 €
Licencia Matlab	250 €

TABLA 5.2. COSTES DIRECTOS: RECURSOS EMPLEADOS EN EL TRABAJO.

telecomunicaciones senior, uno de los tutores del proyecto. Un segundo ingeniero senior, otro de los tutores del proyecto. El coste por hora de cada uno de ellos se establece como 15€/hora. El coste de un ingeniero junior, recién graduado o apunto de hacerlo se estima en 15€/hora trabajada. [4] El hardware que ha sido utilizado ha sido un ordenador portátil con un precio de 500€. Aplicando el coeficiente de amortización que la Agencia Tributaria española establece [16], es decir, el 20% se obtiene 20% de 500 € = 100 €.

El software utilizado ha sido Matlab, y el coste de su licencia para uso académico es de 250€.[11] En cuanto al editor de textos para la redacción de del trabajo ha sido LaTeX, que es de licencia gratuita.

Si se tienen en cuenta estos costes y la distribución temporal mostrada en 5.1 es posible calcular el coste asociado a las personas de este trabajo.

Recurso	Coste bruto	Coste real
Ingeniero senior 1	15 €/h	1500 €
Ingeniero senior 2	15 €/h	1500 €
Ingeniero junior	10 €/h	4950 €
Ordenador	500 €	100 €
Licencia Matlab	250 €	250 €
Total		8300 €

TABLA 5.3. COSTES DIRECTOS TOTALES

Costes indirectos

Los costes indirectos pueden calcularse como el 20% de los costes directos. De la tabla 5.3 se obtiene que los costes directos son 8300 €.

Recurso	Precio en €
20% de Costes Directos	1660 €

TABLA 5.4. COSTES INDIRECTOS: RECURSOS EMPLEADOS EN EL TRABAJO.

Una vez que se han obtenido los costes directos e indirectos que suponen la realización del trabajo, el coste total será la suma de ambos costes.

Costes directos	8300 €
Costes indirectos	1660 €
Total	9960 €

TABLA 5.5. TABLA DE COSTES TOTALES

Cabe destacar que todos los costes anteriormente mencionados han sido calculados teniendo en cuenta los impuestos que van asociados a ellos, como el IVA o el IRPF de los ingenieros que han desarrollado el trabajo.

5.3. Marco regulador

Para el correcto desarrollo de este Trabajo de Fin de grado, es necesario tener en cuenta la legislación vigente que aplique a los temas tratados en el desarrollo del mismo. Se trata de un proyecto de investigación en el que se valoran diversos

métodos para el estudio de señales y la creación de niveles de confianza de la misma.

Para su realización, en primer lugar, se ha utilizado una señal creada de manera sintética, así que esos datos no están sujetos a ninguna legislación. La señal que contiene el número de Wolf, es un dato público que puede obtenerse fácilmente del "Solar Dynamics Observatory" quienes permiten el uso de usos para fines académicos y no comerciales pero agradecen que se haga mención a que los datos son cortesía suya[12].

La señal del electrocardiograma ha sido cedida por mis tutores y pertenece al departamento de Teoría de la Señal de la Universidad Carlos III de Madrid. Su uso es para fines académicos.

La señal sísmica y pertenece a Matlab, por lo que, su uso también es público.

Finalmente, como tratamos de analizar señales, es necesario mencionar qué organismos regulan el espectro radioeléctrico. En España, es controlado por el Cuadro Nacional de Asignación de Frecuencias, cuya versión actual se publicó en el Boletín Oficial del Estado en Octubre de 2017 y que gestiona la asignación y las modificaciones en las bandas de frecuencia. Esta gestión la lleva a cabo junto con la Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT), las decisiones que toma la Unión Europea [3].

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

En este capítulo se exponen y analizan las conclusiones que se extraen de este Trabajo de Fin de Grado en el que se han buscado niveles de confianza para señales temporales mediante el uso de la transformada wavelet. Gracias al uso de datos sintéticos de referencia se han podido extraer unas conclusiones más fiables. También se van a exponer en este capítulo posibles mejoras o alternativas a raíz de haber realizado el presente estudio. Cabe destacar que la estimación de estos niveles de confianza requiere una capacidad de almacenamiento en memoria de intercambio muy alta, especialmente si la señal tiene muchos puntos, como es el caso del sol.

6.1. Conclusiones

En cuanto al fondo que se utiliza para la estimación de los niveles de confianza, utilizar un fondo que creado mediante permutaciones aleatorias nos permite obtener mejores resultados y esto es, porque únicamente se asume que el ruido es blanco y no se realizan más suposiciones acerca de la distribución ni la potencia que tiene el ruido de la señal que se está analizando.

También se ha detectado que con señales cuyo nivel de ruido es alto y presentan unos niveles bajos de relación señal-ruido, es difícil que se detecte la señal incluso cuando la señal tiene una frecuencia baja con respecto a la frecuencia de ruido. Los contornos que se obtenían en ese caso apenas arrojan información sobre las características reales de la señal original. En este caso, sería preciso probar con ruido de colores para ver si de esa manera sí se podrían detectar mejor.

Sin embargo, cuando la relación señal-ruido es alta, se detectan siempre las señales a baja frecuencia como se ha podido comprobar con la realización de este trabajo.

6.2. Trabajo futuro

En este trabajo se buscan métodos que permitan estimar niveles de confianza en series temporales usando la transformada wavelet. Se han propuesto diferentes métodos de creación del fondo, en uno de ellos no se tenía en cuenta el tipo de ruido que tuviera la señal y consistía en permutar la señal de manera aleatoria. Otros métodos sí hacían suposiciones en cuanto al tipo de ruido que pudiera tener la señal original. Distinguíamos el caso de usar ruido blanco gaussiano o ruido blanco uniforme.

Partiendo del análisis aquí realizado y de las conclusiones obtenidas, futuros pasos en el mismo hilo que este trabajo podrían ser los siguientes. En primer lugar, se podrían investigar el efecto de un submuestreo de la señal original que se va a estudiar, antes de aplicar el estudio en tiempo frecuencia de la wavelet explicado en el trabajo (y la relativa creación de fondos que permitan crear los niveles de confianza).

También se podrían intentar crear fondos de otras maneras. Por ejemplo, podrían crearse datos subrogados que mantuvieran el módulo de la transformada de Fourier de la señal original. En concreto, mantendríamos el módulo y las fases de los resultados que arroja la transformada de Fourier se cambiarían de forma aleatoria. En este caso, todos los datos subrogados compartirían la misma frecuencia contenidas en la señal original.

Otro caso que en un futuro podría derivar de la realización de este trabajo es uno en el que el fondo fuera creado usando, en lugar de ruido blanco, es decir, sin correlación, crear fondos con ruido que sí la tengan. Para poder crearlo, se tendrían que usar, por ejemplo, modelos autorregresivos (AR), modelos de media móvil (MA) o ambos a la vez (modelos ARMA).

Son diferentes opciones que se barajan para un futuro de este trabajo, habría que analizar los niveles de confianza en esos casos para saber si realmente son interesantes o no.

Apéndice A

Summary

In this Bachelor Thesis we look for confidence levels in the analysis of time series with the use of the wavelet transform. We are going to calculate the confidence levels in a reference signal that we have created in a synthetic way. We are going to assume different noise backgrounds for the correct characterization of the signal. The knowledge of the exact characteristics of the synthetic signal will allow us to see if the confidence levels that we obtain makes sense or not.

Finally, we are going to study this method in real applications, so we can check its effectiveness. The first signal that we are going to study is the signal with the data of Wolf's number. This signal contains the data of sunspots for two hundred years. The second one is a signal from an electrocardiogram. Finally, we will analyze the signal of an earthquake.

Introduction

Usually, the Fourier transform has been used to the the study and characterization of signals. However, transformed Fourier does not work well when the signals are not stationary. The short time Fourier transform allows to calculate the Fourier transform in time windows but these windows have to have a fixed width. We would lose information if the signal had high transience. The wavelet transform solves this problem. It allows calculate the Fourier transform in multiresolution windows. It is a transform that provides temporal and frequency information about the signal. This is the reason why the wavelet transform is chosen for the creation of confidence methods.

It is also important to create a background with surrogate data for the correct characterization of the signal. The surrogate data are random modifications of the original signal that still have basic properties of the original signal. The surrogate data of the background have to be studied in the same way as the original data. For this Bachelor Thesis, We are going to assume different ways of creating the background before calculating confidence levels.

The software used is Matlab, a programming language that we know well how to use and that allows us to easily work with data represent functions.

Algorithm creation

We will try to find confidence levels for time series using the wavelet's transform. For the initial study, we will use a signal created in a synthetic way. This signal will have specific characteristics that we have decided that they better represent the power of the wavelet. This signal is created by adding white noise of two types, Gaussian white noise and uniform white noise. In addition, we will change the noise power of the original signal to see how the signal-to-noise ratio affects confidence levels.

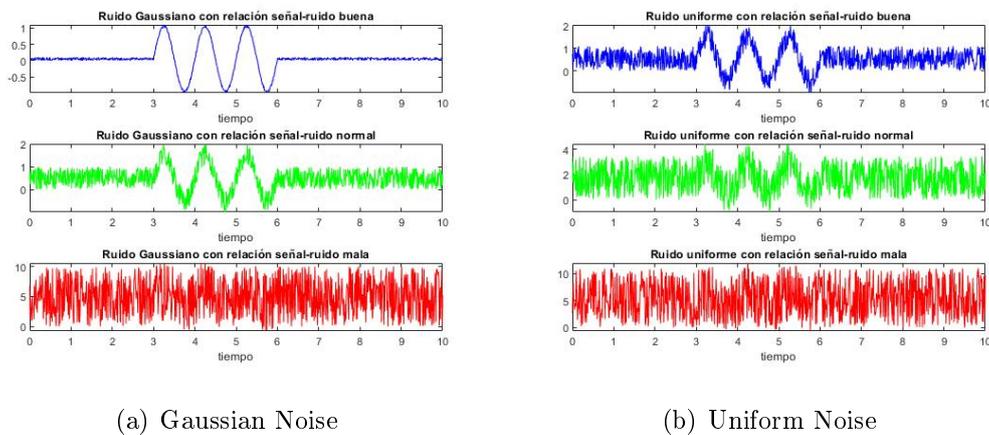


Fig. A.1. Signals with different noise types for algorithm creation.

We are going to assume different backgrounds to calculate confidence levels. But the way we are going to create confidence levels is always going to be the same. Once we have obtained the background, we compare the values of the original signal point by point with the values of the background. All the points of the background that remain above the original signal, we consider them to be points that do reveal interesting of the original signal.

Then, we choose thresholds. All the points that have been above, but that do not exceed this threshold, indicates the percentage with which that point reveals something interesting about the signal. We have chosen a 99.9% confidence level and a 95% confidence level for the synthetic signal.

We are going to analyze the confidence levels assuming that the background has been created in different ways.

Background created with random permutations of the original signal.

In this method the background is obtained mixing the data of the original signal in a random way. To each sample created by permutations we calculate his wavelet transform so that we can create the background. This mixture is made a large number of times based on the law of large numbers (LLN) applied to Monte-Carlo. Ten thousand repetitions have been used for synthetic data.

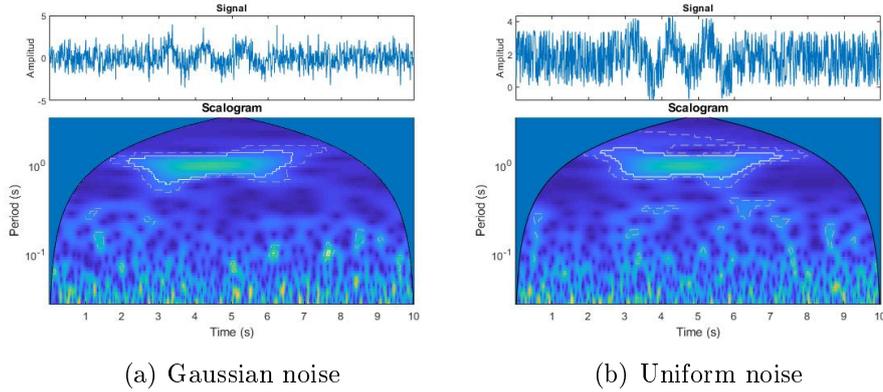


Fig. A.2. Confidence levels using the background created Gaussian noise.

We use the reference signal for the analysis. We get similar results when we use a Gaussian noise signal or a signal with uniform noise. This is because we do not make assumptions about signal noise. The only guess we make is that the signal noise is white and we use the original signal for create the background. We can also see that the results are worse when the original signal has a very high signal-to-noise ratio.

Background created with Gaussian noise.

In this method we create the background using Gaussian random noise. At Matlab, we create Gaussian noise as follows:

```
1 signalNoise = sigmaNoise*randn(1,length(originalSignal));
```

With this method, we have to choose an appropriate noise deviation so that the results we get are valid. For that reason, at first, we tried with the same deviation that have the original signal. To each sample created by the original deviation noise signal and gaussian noise, we calculate his wavelet's transforme so that we can create the background. This test will only allow us to check what are the best results we can get if we would have a signal with Gaussian noise too. Instead, if the signal we analyze does not have that kind of noise and the signal has uniform noise, the results we get reflect the importance of using a method that suits to the noise characteristics of the original signal.

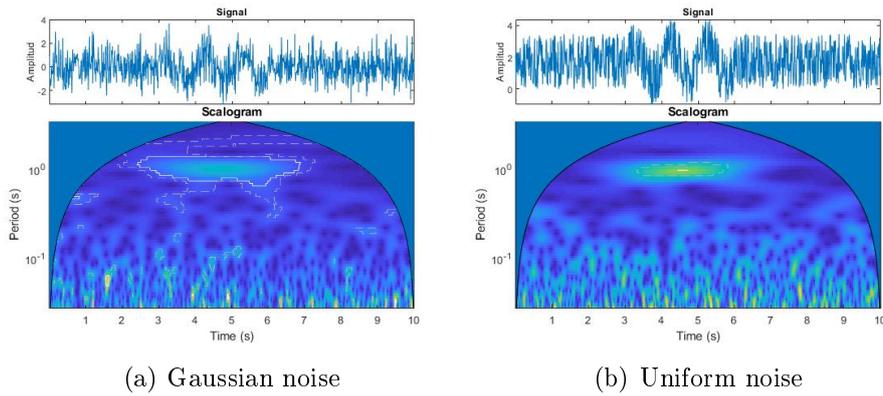


Fig. A.3. Confidence levels using the background created Gaussian noise.

This is a method we can not use in real life. We have to find ways to calculate the deviation signal noise value that has not been deliberately chosen. One of the methods we tested is to use the original signal power for this value.

```

1  sigmaNoise = sqrt(mean(originalSignal.^2));
2  signalNoise = sigmaNoise*randn(1,length(originalSignal));

```

We create each sample like this and we calculate the wavelet transform to create the background. We are going to do this ten thousand times as in the other case. At first, we use the Gaussian noise signal to check the confidence levels. Because the characteristics of the synthetic signal we had used, the results we get are much better than we expected. The power of the original signal have values very similar to deviation signal noise. So we are creating a background very idyllic where we use almost the same noise characteristics as the original signal.

We change the original signal to another signal that has a higher power and very different between the deviation signal noise. With this new signal, we create the confidence levels in case we have an original signal with Gaussian noise and another with uniform noise. We can see how when the original signal has Gaussian noise, we get better results than when the signal has uniform noise. This results are better when the noise level are low.

At the same conditions, we calculate the deviation signal noise, instead of using the power of the original signal, we use the standard deviation of the original signal. It is other method for calculate the deviation signal noise using the characteristics of the original signal.

```

1  sigmaNoise = std(originalSignal);
2  signalNoise = sigmaNoise*randn(1,length(originalSignal));

```

Background created with uniform noise.

In the same conditions as in the previous case, we checked what confidence levels would look like in case of using uniform noise.

```
1 signalNoise = sigmaNoise*rand(1,length(originalSignal));
```

At first, we use the same noise deviation as the original signal. We want to check what are the best confidence levels we can get. Thanks to that we can check that is very important to choose the noise with which we calculate the background. In addition, the contours that we obtain do not correspond with what we expect it to come out. The algorithm confuses signal noise peaks with real oscillations.

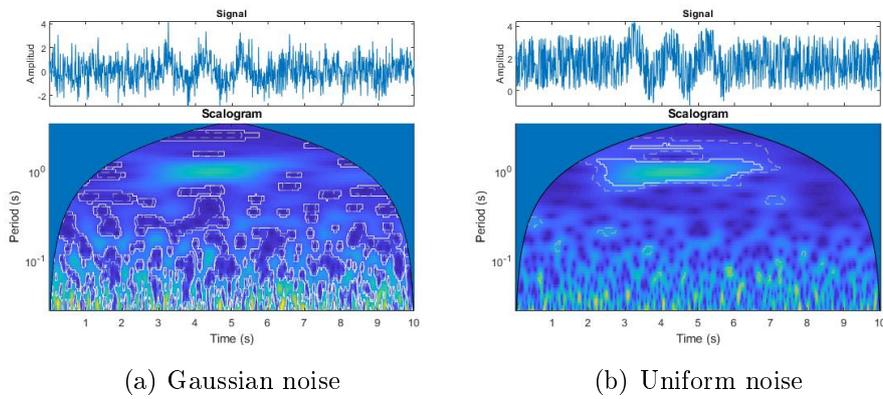


Fig. A.4. Confidence levels using the background created uniform noise.

We create the background with the power of the original signal as we did in the previous case. This allows us to check that when we use a background with this noise type, if the original signal does not have it too. In other words, the original signal has Gaussian noise and we have created the background with uniform noise we have worse results than in the other case. We can see an other time, The results are worse the more noise level the original signal has.

Real applications

Now, we are going to do real applications usings reals signals. At first, we create the confidence levels in the signal with the Wolf's number. This signal contains the number of sunspots for two hundred years.

We know some characteristics about this signal. For example, her period. This signal has a period of eleven years, and We can see it in the scalogram of the wavelet transform.

We assume different noise models to create the background. In all of them, we assume that the noise is white. We cannot see so many differents between create de

background with random permutations or create with Gaussian noise. However, when we create it with uniform noise, We get contours on almost all the scalogram, so we can say that it is not a very precise method.

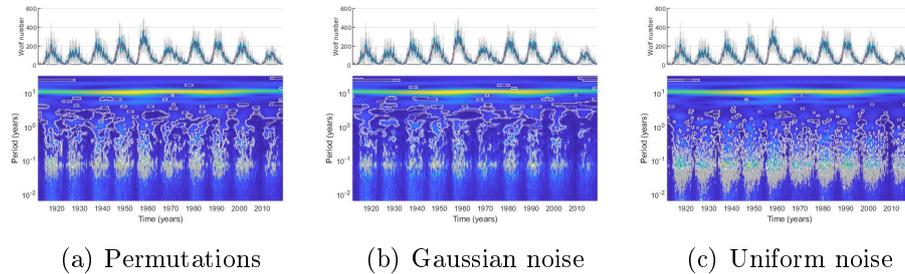


Fig. A.5. Wolf's number confidence levels

The second real application is with a signal of an electrocardiogram. An electrocardiogram represents the electrical activity of the heart. We assume the same characteristics of the background for the creation of confidence levels. In this case, there is not much difference between using the signal power or the signal standard deviation for the noise deviation. In this case there is not much difference between using the signal strength or the signal standard deviation for the noise deviation. For the kind of noise that we used in the background, there is not much difference between use random permutations or Gaussian noise. But when we use uniform noise, the contours are very different.

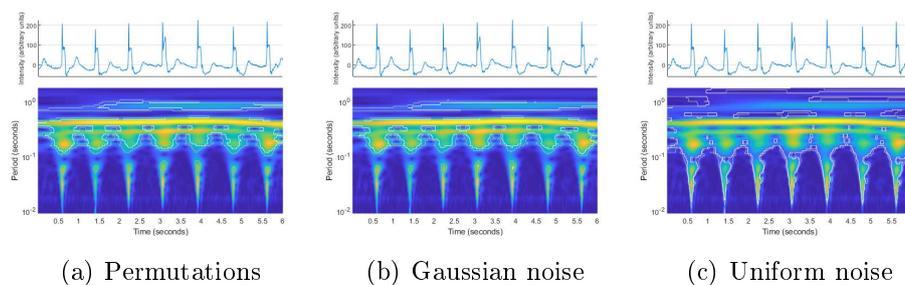


Fig. A.6. Electrocardiogram confidence levels

Finally, we use an earthquake signal. Seismic waves are the representation of energy that is released when two faults come into contact. We use the same background assumptions to see confidence levels. In this case, when we create the background with uniform noise we get much more different results in all other cases.

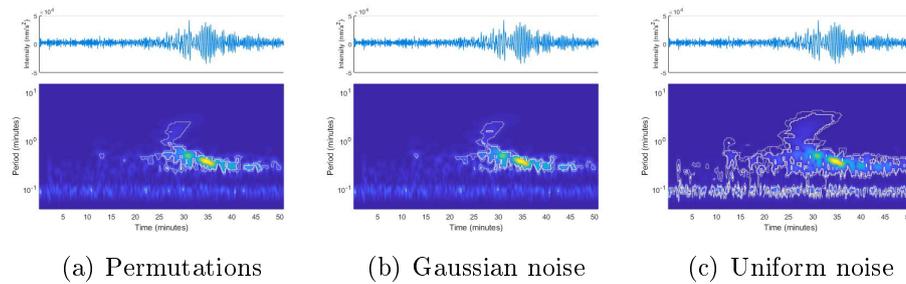


Fig. A.7. Earthquake confidence levels

Conclusions and future work

From the realization of this Bachelor Thesis we get the following conclusions:

- When the signal has low signal-to-noise ratio levels, it is difficult for us to detect the signal even if the frequency of the signal is low relative to the noise frequency. You need to test with colored noise to see if you are able to find them that way.
- When the signal-to-noise ratio is high, you always find the sign at low frequency.
- This Bachelor Thesis requires a very high storage capacity in swap memory, especially when the signal has many point and difficult the study that we do.

And the steps that follow this work:

- The effect of sampling on the original signal to avoid exceeding the storage capacity in swap memory for signals that has many points and then create the confidence levels.
- We could use colored noise to create the background.
- We can create subrogated data in a different way. For example, keeping the Fourier transform module in this subrogate data.

Bibliografía

- [1] Paul S Addison. Wavelet transforms and the ECG: a review. *Physiological Measurement*, 26(5):R155–R199, aug 2005.
- [2] Astroaula. Seguimiento de la actividad solar. numero de wolf. url <https://www.astroaula.net/seguimiento-de-la-actividad-solar-numero-de-wolf/>, 2011.
- [3] Ministerio de Economía y Empresa. Cuadro nacional de atribucion de frecuencias. url <https://avancedigital.gob.es/espectro/Paginas/cnaf.aspx>, 2019.
- [4] Gobierno de España. Consejo de ministros referencia. url <http://cort.as/-JpBb>.
- [5] Maria de las Mercedes Crespo Jimenz. Clasificación de ondas sísmicas con técnicas de minería de datos. *Universidad Carlos III de Madrid*, 2017.
- [6] Departamento de Señales y sistemas. Apuntes de teoría de señales and introducción a la transformada wavelet. *Universidad de Navarra*, 2006.
- [7] Joseph Fourier. Memoire sur la propagation de la chaleur dans les corps solides. *Institut national Nouveau Bulletin des sciences par la Societe philomatique de Paris*, 1807.
- [8] P. Goupillaud, A. Grossmann, and J. Morlet. Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*, 23(1):85 – 102, 1984. Seismic Signal Analysis and Discrimination III.
- [9] Jose Ignacio Illana. Metodos de monte carlo. *Universidad de Granada*, Enero 2013.
- [10] Gemma Lancaster, Dmytro Iatsenko, Aleksandra Pidde, Valentina Ticcinelli, and Aneta Stefanovska. Surrogate data for hypothesis testing of physical systems. *Physics Reports*, 2018.
- [11] MathWorks. Precios y licencias. url <https://es.mathworks.com/pricing-licensing.html?prodcode=MLintendeduse=edu>.
- [12] NASA-SDO. Observatory dynamic solar. url <https://sdo.gsfc.nasa.gov/>, 2019.

- [13] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, and S. Hamid Nawab. *Señales y Sistemas*. Pearson education, 2 edition, 2014.
- [14] Fernando Riveros Sanabria. Analisis con wavelets de alteraciones electrocardiograficas en pacientes chagasticos cronicos. *Universidad EAFIT - Departamento de Ciencias Basicas*, 2012.
- [15] J Lopez Santiago. On the use of wavelets to reveal oscillatory patterns in stellar flare emission. *THE ROYAL SOCIETY*, 2018.
- [16] Agencia Tributaria. Tabla de coeficientes de amortizacion lineal. url <http://cort.as/-63tR>.