



Universidad  
Carlos III de Madrid

Trabajo Fin de Grado

# **Estudio de estructuras auxéticas sometidas a impacto**

**Grado en Ingeniería Mecánica.**

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y  
Teoría de Estructuras.

2018-2019

Autor: Alberto Tabernero Salguero

Tutor: David Varas Doval

Leganés, Madrid.

Marzo de 2019.





## RESUMEN

Durante los últimos años está aumentando el interés y los recursos enfocados al desarrollo de las estructuras auxéticas. Este tipo de estructuras, con una geometría particular que genera un coeficiente de Poisson negativo, presenta la ventaja de permitir grandes deformaciones, a la par que ofrece alta resistencia a esfuerzos cortantes con una baja densidad relativa.

Este proyecto está basado en un estudio de celdas auxéticas con geometría re-entrante, donde se analiza el coeficiente de Poisson resultante en función del ángulo de sus miembros inclinados y su capacidad de absorción de energía frente a impactos. El objetivo es obtener una mejor comprensión del comportamiento de dichas estructuras frente a esta clase de esfuerzos. Para ello, también se da a conocer la historia de las estructuras auxéticas, los tipos que existen y sus principales características.

El análisis se ha realizado utilizando métodos analíticos, numéricos y experimentales.



Universidad  
Carlos III de Madrid  
www.uc3m.es

## ESTUDIO DE ESTRUCTURAS AUXÉTICAS SOMETIDAS A IMPACTO



## CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	7
1.1 Comportamiento elástico de las estructuras auxéticas .....	7
1.2 Propiedades de los materiales auxéticos .....	8
1.3 Antecedentes .....	9
1.4 Tipos de estructuras auxéticas.....	11
1.4.1 Estructuras re-entrantes.....	12
1.4.2 Estructuras quirales. ....	13
1.4.3 Estructuras rotantes. ....	13
2. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA.....	14
2.1 Objetivo.....	14
2.2 Marco teórico. ....	14
2.2.1 Ecuaciones de la elasticidad .....	14
2.2.2 Introducción del material utilizado para el cálculo.....	15
2.2.3 Introducción a la geometría auxética re-entrante utilizada.....	16
2.3 Cálculo analítico de las celdas auxéticas. ....	17
2.4 Cálculo numérico de las celdas auxéticas.....	23
2.4.1 Introducción de la herramienta utilizada. ....	23
2.4.2 Modelización de la estructura y sus propiedades. ....	24
2.4.3 Condiciones de contorno.....	28
2.4.4 Mallado de la estructura. ....	29
2.4.5 Visualización de los resultados. ....	29
2.5 Cálculo numérico de los bloques auxéticos.....	31
2.5.1 Modelización de la estructura y sus propiedades. ....	31
2.5.2 Condiciones de contorno.....	32
2.5.3 Visualización de los resultados. ....	33
2.6 Cálculo experimental de los bloques auxéticos. ....	34
2.6.1 Condiciones del ensayo. ....	34



2.6.2	Cálculo del coeficiente de Poisson.....	35
3.	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS .....	37
3.1	Celdas auxéticas.....	37
3.2	Bloques auxéticos.....	41
3.2.1	Deformación de los bloques auxéticos por método numérico.....	41
3.2.2	Deformación de los bloques auxéticos por método experimental.....	44
4.	CONCLUSIONES .....	51
5.	DISCUSIÓN .....	52
6.	REFERENCIAS.....	53

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ensayos de tracción y compresión de una probeta cilíndrica con coeficiente de Poisson positivo.....	7
Figura 2. Ensayos de tracción y compresión de una probeta cilíndrica con coeficiente de Poisson negativo. ....	8
Figura 3. Imágenes tomadas al microscopio de una espuma con estructura convencional (izquierda) y una espuma con estructura modificada (derecha) [6]. ....	10
Figura 4. Celda única ideal de estructura re-entrante [6].....	10
Figura 5. Estructura de panel de abeja original y modificada para obtener propiedades auxéticas. ....	11
Figura 6. Estructura hexagonal con ángulo re-entrante sometida a deformación. ....	12
Figura 7. Geometrías auxéticas en 2D con elementos re-entrantes [17]. ....	12
Figura 8. Geometría auxética en 3D con elementos re-entrantes [18]. ....	13
Figura 9. Geometría auxética quiral [12]. ....	13
Figura 10. Geometría auxética rotante [16]. ....	13
Figura 11. Diagrama de esfuerzo tensión-deformación [20]. ....	15
Figura 12. Celda ejemplo utilizada en el estudio. ....	16
Figura 13. Bloque ejemplo utilizado en el estudio. ....	16
Figura 14. Estructura hexagonal re-entrante analizada. ....	17
Figura 15. Estructura hexagonal re-entrante simplificada. ....	18
Figura 16. Ecuaciones generales para la resolución del problema en coordenadas locales [10]. ....	19
Figura 17. Matriz de cambio de coordenadas [10]. ....	19
Figura 18. Matriz de rigidez general en coordenadas globales [10]. ....	20
Figura 19. Valores del coeficiente de Poisson en función del ángulo para cálculo analítico. ....	22
Figura 20. Dibujo de las dimensiones generales de la estructura en 2D. ....	24
Figura 21. Ensayo de tracción de filamento de PLA [11]. ....	25
Figura 22. Curvas representativas tensión-deformación del ensayo de tracción de filamento PLA [11]. ....	26
Figura 23. Curvas ingenieril y verdadera de tensión-deformación del ensayo de tracción de PLA. ....	27
Figura 24. Definición de las propiedades plásticas del PLA en el software. ....	27
Figura 25. Modelización de la celda auxética de 20 grados. ....	28
Figura 26. Condiciones de contorno aplicadas sobre la estructura auxética. ....	28
Figura 27. Mallado de la estructura. ....	29



Figura 28. Visualización de la tensión de Von Mises en la celda de 20 grados. ....	30
Figura 29. Visualización del desplazamiento en el eje horizontal de la celda de 20 grados. ....	30
Figura 30. Dibujo de las dimensiones generales del bloque en 2D. ....	31
Figura 31. Modelización del bloque auxética de 30 grados. ....	32
Figura 32. Condiciones de contorno aplicadas sobre el bloque auxético. ....	32
Figura 33. Visualización de la tensión de Von Mises en el bloque de 20 grados. ....	33
Figura 34. Visualización del desplazamiento en el eje horizontal para el bloque de 20 grados. ....	33
Figura 35. Modelo de bloque para el cálculo del coeficiente de Poisson. ....	34
Figura 36. Bloque 0 grados sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha). ....	35
Figura 37. Bloque 20 grados sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha). ....	35
Figura 38. Bloque 30 grados sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha). ....	36
Figura 39. Bloque 40 grados sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha). ....	36
Figura 40. Bloque 30 grados en forma de panel de abeja sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha). ....	36
Figura 41. Zona de primera plastificación. Celda auxética 10 grados. ....	37
Figura 42. Tensión de Von Mises del vértice re-entrante de la celda auxética. Cálculo numérico. ....	38
Figura 43. Desplazamiento horizontal del vértice re-entrante en función del desplazamiento vertical impuesto a la celda. Cálculo numérico. ....	38
Figura 44. Coeficiente de Poisson de las celdas auxéticas mediante cálculo numérico. .....	39
Figura 45. Deformación plástica de las celdas auxéticas mediante cálculo numérico. ....	39
Figura 46. Fuerza aplicada sobre las celdas auxéticas en el cálculo analítico. ....	40
Figura 47. Comparación del resultado del coeficiente de Poisson por método analítico y método numérico. ....	40
Figura 48. Desplazamiento horizontal en bloques auxéticos calculado por método numérico. ....	41
Figura 49. Desplazamiento horizontal en bloques auxéticos mediante cálculo numérico. Valores absolutos. ....	42
Figura 50. Desplazamiento horizontal en bloques auxéticos mediante cálculo numérico. Valores absolutos. ....	43





Figura 51. Coeficiente de Poisson de los bloques auxéticos. Cálculo numérico.....	43
Figura 52. Comparación del resultado del coeficiente de Poisson por método experimental y método numérico. ....	45
Figura 53. Patrón de fractura bloque 0 grados. ....	45
Figura 54. Patrón de fractura bloque 20 grados. ....	46
Figura 55. Patrón de fractura bloque 30 grados. ....	46
Figura 56. Patrón de fractura bloque 40 grados. ....	46
Figura 57. Patrón de fractura bloque 30 grados panel de abeja. ....	47
Figura 58. Experimento de caída libre. Fuerza vs tiempo. ....	48
Figura 59. Experimento de caída libre. Velocidad vs tiempo. ....	48
Figura 60. Experimento de caída libre. Energía vs tiempo. ....	49
Figura 61. Densidad relativa de los bloques auxéticos.....	50



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Diferentes casos de coeficiente de Poisson para sólidos isotrópicos [1] .....	9
Tabla 2. Dimensiones de la estructura simplificada.....	18
Tabla 3. Ángulo de las barras para el cálculo del problema. ....	19
Tabla 4. Valores de desplazamientos de la estructura calculados por método analítico. .....	22
Tabla 5. Cálculo del coeficiente de Poisson de celdas auxéticas mediante cálculo analítico. ....	22
Tabla 6. Propiedades del PLA y dimensiones de la sección. ....	24
Tabla 7. Resultado final del coeficiente de Poisson en celdas auxéticas mediante cálculo numérico. ....	31
Tabla 8. Resultado final del coeficiente de Poisson en bloques auxéticos mediante cálculo numérico. ....	34
Tabla 9. Resultado final del coeficiente de Poisson en bloques auxéticos por método experimental. ....	36
Tabla 10. Tiempo de contacto entre pesa y estructura sometida a impacto. ....	44
Tabla 11. Experimento de caída libre. Aceleración de la pesa. ....	49
Tabla 12. Densidad relativa de los bloques auxéticos.....	50

## 1. INTRODUCCIÓN

El ser humano, desde sus ancestros hasta la actualidad, ha buscado la forma de descubrir lo desconocido y de intentar hallar, con cada nuevo descubrimiento, un nuevo camino para perfeccionar todo aquello que le rodea. Esta incesante obsesión por mejorar lo existente favorece, en el campo de la ingeniería, la aparición de nuevos materiales y estructuras que, durante las últimas décadas, se muestran como opciones reales de sustituir en el futuro a los materiales actuales.

Las estructuras auxéticas son una de estas alternativas que podría ser utilizada en los sectores de la automoción o la aeronáutica, así como para la fabricación de componentes con altas sollicitaciones mecánicas.

### 1.1 Comportamiento elástico de las estructuras auxéticas

El coeficiente de Poisson es el parámetro a través del cual se mide el comportamiento elástico de los materiales cuando son sometidos a una carga de tracción. Todos los materiales de uso común tienen coeficiente de Poisson positivo; esto significa que, cuando son estirados en una dirección, se contraen en la dirección opuesta. Este mismo comportamiento también lo sufren a la inversa, es decir, cuando el material sufre una compresión.

El coeficiente de Poisson es un cociente de las deformaciones transversal y longitudinal de la forma:

$$\nu = - \frac{\varepsilon_{Trans}}{\varepsilon_{Long}} \quad (1.1)$$

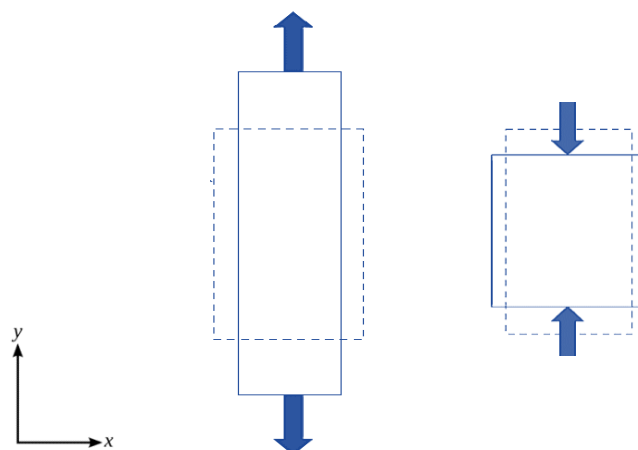
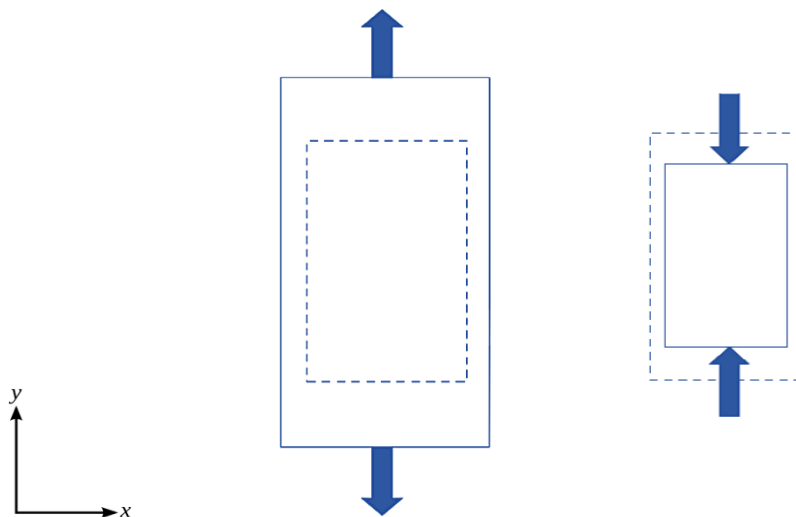


Figura 1. Ensayos de tracción y compresión de una probeta cilíndrica con coeficiente de Poisson positivo.

Teóricamente, basándose en la teoría de la elasticidad y las restricciones termodinámicas de los sólidos deformables, el coeficiente de Poisson puede variar dentro del rango de  $-1 < \nu < 0,5$ . Así lo establece el estudio realizado por Y.C. Fung en 1965 sobre materiales con un comportamiento isótropo, para los cuales sus propiedades físicas son independientes de la dirección examinada [2].

A pesar de que no es lo común, en la naturaleza existen algunos materiales que muestran coeficiente de Poisson negativo, como el grafito pirolítico o algunos cristales al ser observados a escala microscópica [3]. El hecho de que este valor sea negativo implica que, al estirar un material en un eje, este aumentará su tamaño también en el eje opuesto, por lo que sufrirá una expansión en todas sus direcciones. Por otro lado, si el material es comprimido en una dirección, sufrirá también una contracción en el sentido opuesto.



*Figura 2. Ensayos de tracción y compresión de una probeta cilíndrica con coeficiente de Poisson negativo.*

## 1.2 Propiedades de los materiales auxéticos

El particular comportamiento de las estructuras auxéticas todavía no ha sido completamente entendido. Debido a sus características elásticas, se espera que su capacidad de absorber energía haga que su resistencia frente a fracturas o abolladuras sea mayor en comparación con los materiales convencionales. El coeficiente de Poisson es una de las cuatro constantes que se emplean junto con el módulo de cizalladura ( $G$ ), el módulo de Young ( $E$ ) y el módulo de compresibilidad ( $K$ ), para analizar y caracterizar

el comportamiento elástico de los materiales isótropos lineales. La relación entre ellas es la siguiente:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad ; \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (1.2) \quad (1.3)$$

Observando estas ecuaciones, los efectos producidos por un coeficiente de Poisson negativo cuando se mantenga el módulo de Young constante, provocarían un aumento sustancial del módulo de cizalladura respecto al módulo de compresibilidad; en estas condiciones el material sería fácilmente deformable, pero su resistencia a ser cortado se vería incrementada tal y como expone Yunan Prawoto en el estudio realizado en 2012 [4].

Finalmente, atendiendo a la forma en que se relaciona el coeficiente de Poisson con el resto de las variables en las ecuaciones (1.1), (1.2) y (1.3), se puede interpretar la respuesta física que tendrá cada probeta ensayada en función del resultado del mismo:

Coeficiente de Poisson	Comportamiento físico
$\nu = 1$	Conservación del área
$\nu = 0,5$	Conservación del volumen
$\nu = 0$	Conservación de la sección transversal
$\nu = -0,5$	Coservación del módulo, $E = G$
$\nu = -1$	Conservación de la forma

Tabla 1. Diferentes casos de coeficiente de Poisson para sólidos isotrópicos [1]

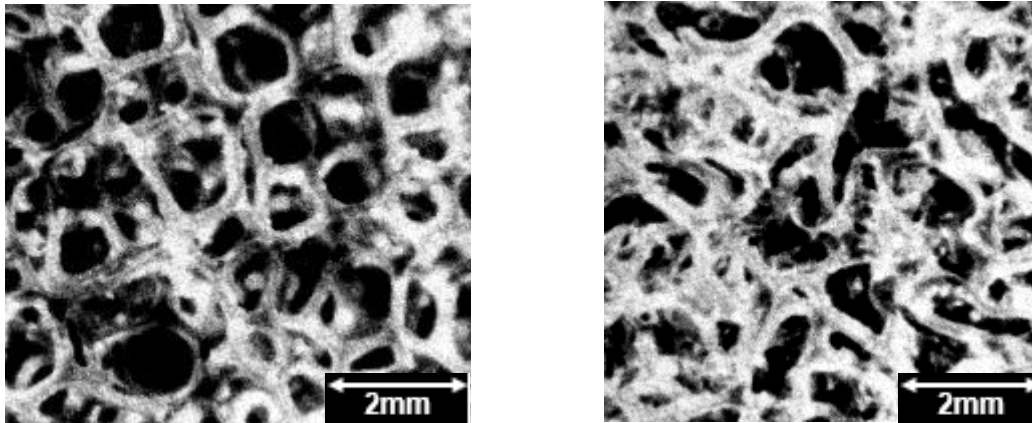
### 1.3 Antecedentes

El término auxético deriva de la palabra griega *αὐξητικός* (auxetikos) que significa “aquello que tiende a aumentar”. El físico matemático Saint-Venant, fue la primera persona en sugerir que algunos materiales podrían llegar a tener valores del coeficiente de Poisson negativo [5]. Posteriormente, Evans [7], durante el estudio de estas geometrías particulares se refiere a ellas por primera vez como estructuras auxéticas.

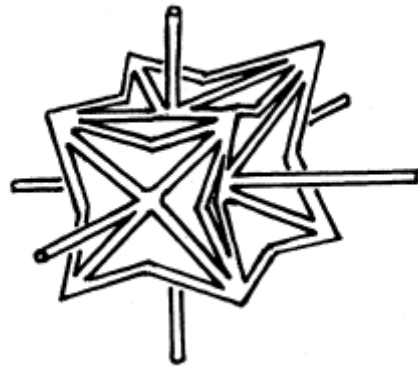
Durante los años 70 y 80 creció nuevamente el interés de la comunidad científica en este tipo de estructuras. Hasta entonces, solo se habían realizado observaciones de algunos materiales naturales con geometría re-entrante, pero es a partir de este momento cuando varios ingenieros buscan realizar simulaciones computacionales e incluso recrear físicamente estas particulares estructuras.

La primera vez que se realizó artificialmente una estructura con valores negativos de Poisson fue recogido en un artículo de la revista Science en 1987 [6]. En él, Lakes, describe su trabajo basado en la producción en el laboratorio de espumas poliméricas

con estructura interna en forma de celda, que mantienen permanentemente algunos de sus lados con una geometría re-entrante. El proceso de fabricación, consistente en aplicar simultáneamente una deformación mecánica (compresión triaxial) y un tratamiento térmico (temperatura superior a la temperatura de reblandecimiento), es capaz de modificar la estructura interna de una espuma de poliéster de coeficiente de Poisson 0,4 a una nueva estructura que ofrece un valor de Poisson de -0,7.



*Figura 3. Imágenes tomadas al microscopio de una espuma con estructura convencional (izquierda) y una espuma con estructura modificada (derecha) [6].*



*Figura 4. Celda única ideal de estructura re-entrante [6].*

En el estudio, el autor también señala que estas espumas modificadas parecen mostrar una mayor resiliencia frente a las espumas normales lo que, a la vez de permitir una compresión mayor, favorecería la recuperación de su estado original. Por último, nombra algunas aplicaciones interesantes para las cuales podrían ser utilizadas estas estructuras, como la fabricación de gomas, esponjas o materiales que vayan a estar sometidos a fuertes impactos.

Una de las formas geométricas que mayor relación tienen con las estructuras auxéticas son los hexágonos o estructuras con forma de panel de abeja. Esto es debido

a que, si se mantienen las barras horizontales con su ángulo y dirección originales, pero se modifica el ángulo de las barras inclinadas hasta convertirlas en re-entrantes, entonces se obtiene una estructura auxética.

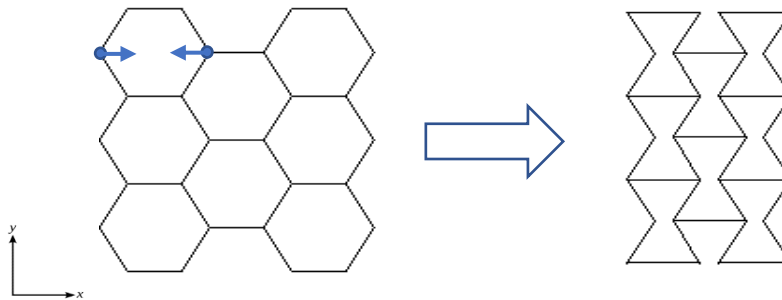


Figura 5. Estructura de panel de abeja original y modificada para obtener propiedades auxéticas.

Basándose en esta modificación, Masters y Evans realizan un estudio en 1997 [8] donde aplican una fuerza constante y la relacionan con el desplazamiento de la celda según la ecuación  $F = K_i \cdot \delta$ .

Con ello, obtienen los valores de la constante  $K_i$  (relación del desplazamiento con la fuerza aplicada) en función del espesor “ $t$ ” y la longitud “ $l$ ” de los miembros de las celdas. Los resultados de un ensayo de compresión, muestran una relación exponencial positiva de la constante de la fuerza con la relación  $t/l$ , por lo que si se aumenta el espesor de los miembros manteniendo constante su longitud, su desplazamiento será menor. Esta relación se vuelve lineal cuando se someten las celdas a tracción en lugar de a compresión.

Por otro lado, en este ensayo destacan el hecho de que las estructuras con celdas hexagonales ordinarias, en algunos casos, pueden devolver valores de coeficiente de Poisson mayores que +1. En cambio, cuando se estudian estructuras cuyas celdas tienen geometría re-entrante, es posible encontrar fácilmente valores de Poisson mucho menores que -1.

Siguiendo la misma sistemática, pero utilizando un modelo de grandes desviaciones para su cálculo, Hui Wan desarrolla en 2003 [9] el modelo de estructuras auxéticas con diferentes ángulos para sus miembros re-entrantes. Aplicando cargas uniformemente distribuidas sobre las dos direcciones de la celda 2D para su cálculo analítico, llega a la conclusión de que el coeficiente de Poisson es mayor para ángulos que tienden a cero.

#### 1.4 Tipos de estructuras auxéticas.

Los materiales auxéticos basan su comportamiento en una geometría particular. Esta geometría hace que el mecanismo de deformación que sigue la estructura cuando es

sometida a alguna carga, provoque que el estiramiento o la contracción sea sufrida en ambos ejes en la misma dirección.

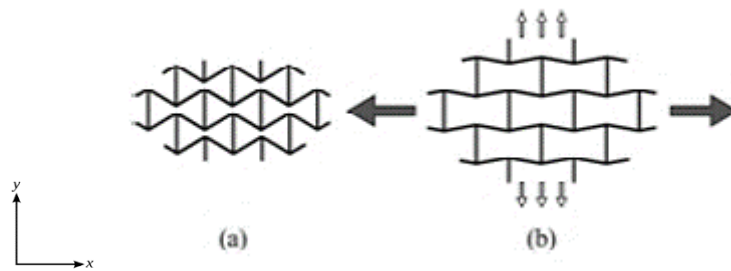


Figura 6. Estructura hexagonal con ángulo re-entrante sometida a deformación.

Durante las últimas décadas, varias han sido las figuras geométricas propuestas como modelo de estructura con efectos auxéticos. Algunos ejemplos de estructuras con ángulos re-entrantes son presentadas en los estudios de Gibson [13], Lee [14] y Theocaris [17], mientras que Prall y Lakes presentan en 1997 [12] las estructuras quirales. Por último, otro tipo de estructuras sin ángulos re-entrantes pero también con comportamiento auxético, son las estructuras rotantes estudiadas por Grima y Evans [16].

Todos estos modelos son tremendamente útiles, no solo por las opciones que ofrecen a la hora de fabricar materiales con propiedades auxéticas, sino por el hecho de que suponen una base científica muy importante que ayuda a mejorar la comprensión acerca de este tipo de estructuras.

#### 1.4.1 Estructuras re-entrantes.

Los elementos situados en posición diagonal provocan el efecto auxético cuando son deformados, debido a que sufren una flexión al someterse a una carga axial.

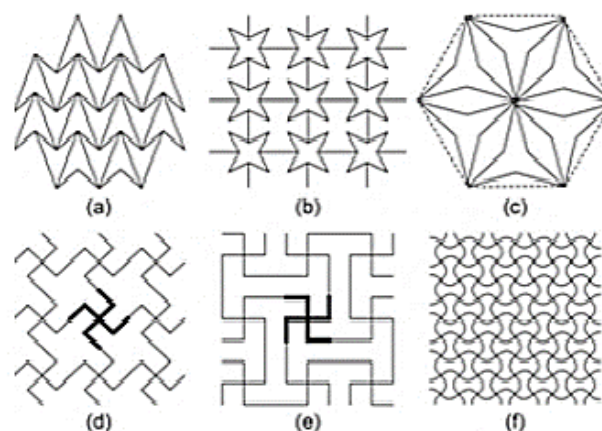
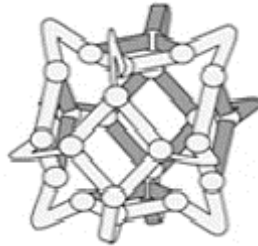


Figura 7. Geometrías auxéticas en 2D con elementos re-entrantes [17].



Utilizando elementos re-entrantes, también es posible generar estructuras auxéticas en 3 dimensiones, donde el tercer eje también se comporta bajo deformación de la misma manera que los otros dos.



*Figura 8. Geometría auxética en 3D con elementos re-entrantes [18].*

#### 1.4.2 Estructuras quirales.

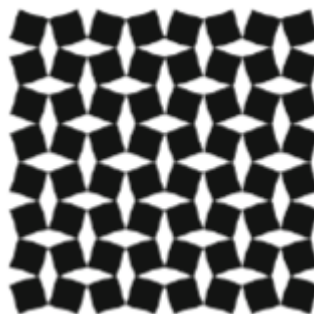
Este tipo de estructuras está formado por nodos circulares, en cada uno de los cuales confluyen 6 miembros rectos diferentes. El efecto auxético se consigue mediante la rotación de los nodos, lo cual hace que los elementos rectos se recojan alrededor del círculo al cual están unidos.



*Figura 9. Geometría auxética quiral [12].*

#### 1.4.3 Estructuras rotantes.

Este tipo de estructuras nació con la intención de reproducir el comportamiento de las espumas auxéticas. La rotación de los elementos hasta formar un bloque sólido, ocupando los espacios huecos entre ellos, es lo que genera el comportamiento deseado.



*Figura 10. Geometría auxética rotante [16].*

## 2. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

### 2.1 Objetivo.

El creciente interés en las estructuras auxéticas, está llevando en los últimos años a numerosos estudios empleando métodos analíticos y numéricos. En este estudio vamos a realizar una comparación de ambos métodos para celdas con geometría re-entrante con ángulos de inclinación entre  $0^\circ$  y  $40^\circ$ . La condición aplicada será la imposición de un desplazamiento en el eje vertical del miembro horizontal superior.

Uno de los principales problemas a los que se enfrenta actualmente este campo, es la dificultad de producir muestras con los métodos actuales de producción, por lo que los estudios experimentales realizados hasta la fecha son muy escasos.

Una de las posibilidades de fabricación que existe es la impresión 3D utilizando el método de fusión por filamento fundido (FFF) de polímeros. Actualmente, en la facultad, ya se han realizado algunos experimentos con estructuras auxéticas fabricadas en PLA utilizando el proceso anteriormente nombrado. El experimento realizado consiste en un bloque de trece celdas hexagonales con geometría re-entrante, sometido al impacto de un elemento metálico pesado que, al caer sobre la estructura auxética, libera 2 julios de energía. Los resultados de estos ensayos han sido tomados para complementar el análisis de este estudio, con una segunda comparación basada en el análisis de deformación de bloques auxéticos realizado por el Método de Elementos Finitos (MEF).

Por último, en este segundo estudio también se ha decidido considerar la estructura con celdas hexagonales que simulan un panel de abeja, por lo que es posible comparar coeficientes de Poisson negativo y positivo y analizar el efecto de este sobre los resultados.

### 2.2 Marco teórico.

#### 2.2.1 Ecuaciones de la elasticidad

El coeficiente de Poisson se calcula como el cociente de las deformaciones unitarias en los ejes transversal y longitudinal, como se muestra en la ecuación (1.1). Por su parte, la deformación unitaria se define como la relación entre la deformación que sufre un elemento y su longitud inicial de la siguiente manera [19]:

$$\varepsilon = \frac{L_f - L_i}{L_f} \quad (2.1)$$

Las cargas aplicadas sobre un material, ya sean mecánicas o térmicas, producen tensiones internas en el mismo. Estas tensiones se relacionan con la deformación mediante el módulo de Young ( $E$ ) de la siguiente manera:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.2)$$

Teniendo los valores de tensión y deformación, es posible generar la gráfica que los relaciona y que aporta información muy importante acerca del comportamiento de un material cuando es sometido a esfuerzos.

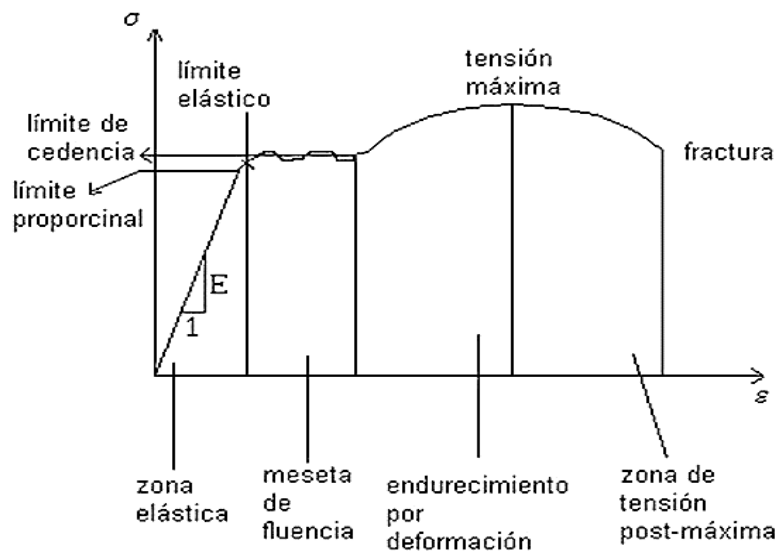


Figura 11. Diagrama de esfuerzo tensión-deformación [20].

En el cálculo posterior que se realiza sobre las estructuras auxéticas, también se utiliza la tensión de Von Mises para analizar los resultados. Esta tensión se calcula a partir de las tensiones principales del tensor tensión en un punto del sólido deformable a través de la siguiente ecuación [19]:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (2.3)$$

### 2.2.2 Introducción del material utilizado para el cálculo.

El material elegido para analizar numérica, analítica y experimentalmente las estructuras auxéticas ha sido el PLA (ácido poliláctico), debido a que se utiliza ampliamente en la impresión 3D. Este polímero es un termoplástico que se obtiene a partir de almidón de maíz o de yuca, por lo que su condición de material biodegradable supone un aspecto positivo que ayuda a aumentar su demanda. El PLA es resistente, aunque sometido a cargas también resulta muy quebradizo. Este material tiene un bajo coeficiente de expansión térmica, lo que le hace ideal para su impresión 3D. El punto

negativo es que sufre pequeñas deformaciones cuando la temperatura ambiental supera los 50 grados centígrados.

La información acerca de las propiedades mecánicas de PLA es escasa, incluso es difícil encontrar diferentes valores para el límite elástico del material en función de la fuente de búsqueda. Para este análisis, se ha decidido tomar un estudio [11] realizado con el objetivo de analizar y comparar las diferencias entre PLA en filamento y PLA una vez impreso, el cual se desarrolla en el apartado 3.4 de este informe.

### 2.2.3 Introducción a la geometría auxética re-entrante utilizada.

Con el fin de poder analizar un amplio abanico de resultados que genere unas conclusiones adecuadas, el análisis tanto de las celdas como de los bloques auxéticos se realiza para 5 estructuras diferentes.

En las celdas utilizadas en este estudio, la longitud de todas las barras se mantiene constante, siendo la dimensión B de 8 mm y la dimensión L de 4,62 mm. El ángulo de los elementos re-entrantes varía entre 0 y 40 grados en escalones de 10.

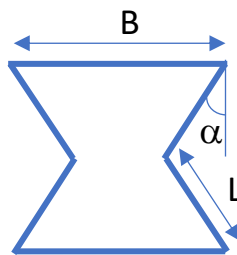


Figura 12. Celda ejemplo utilizada en el estudio.

Los bloques auxéticos están formados por 13 celdas, dispuestas de la siguiente manera.

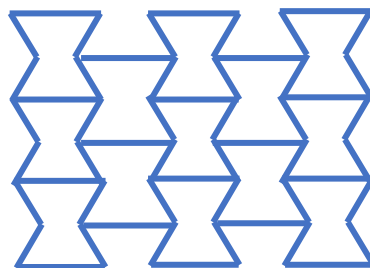


Figura 13. Bloque ejemplo utilizado en el estudio.

Para la configuración de los bloques se han utilizado celdas con ángulos re-entrantes de 0, 20, 30 y 40 grados, y un bloque con celdas de panel de abeja cuyos elementos en diagonal forman 30 grados en el eje vertical.

### 2.3 Cálculo analítico de las celdas auxéticas.

La resolución del problema utilizando las ecuaciones para comportamiento elástico de los materiales, se ha llevado a cabo mediante el método matricial de estructuras. Este método es la base de cálculo utilizada por los programas de Elementos Finitos. Debido a que es capaz de relacionar diferentes partes de una estructura generando complejos sistemas de ecuaciones, es posible resolver problemas sin que se pierda información relevante.

La estructura a tratar en forma de celda hexagonal es simétrica, por lo que es posible realizar una simplificación que convierta el objeto de estudio en un sistema más sencillo.

En primer lugar, se define la estructura y sus parámetros principales.

- B (mm): base de estructura.
- Y (mm): altura completa de la estructura.
- L (mm): longitud del miembro diagonal.
- H (mm): proyección vertical del miembro diagonal.
- X (mm): distancia utilizada para calcular el coeficiente de Poisson de la estructura deformada\*.
- $\alpha$  ( $^{\circ}$ ): ángulo que forma el miembro diagonal con el eje vertical.

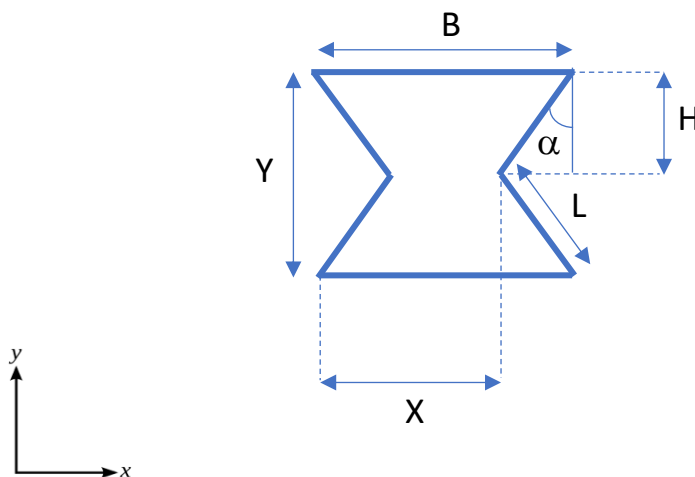


Figura 14. Estructura hexagonal re-entrante analizada.

\*La diferencia de las longitudes "B" y "X" es la distancia en la que se solapa una celda con la siguiente cuando tenemos un bloque formado con varias celdas. Para que el cálculo del coeficiente de Poisson sea lo más aproximado posible, vamos a tener en cuenta la distancia "X".

Para el desarrollo del problema, se impone un desplazamiento fijo de 0,5 mm del miembro superior horizontal en el eje vertical comprimiendo la estructura. Este desplazamiento conocido, es generado por una fuerza desconocida aplicada sobre el nodo superior.

Una vez identificados los parámetros de la estructura y las condiciones de desplazamiento, se puede representar con la siguiente simplificación, donde:

- El nodo 1 tiene restringido el movimiento horizontal y el giro, pero permite el movimiento vertical. Además, tiene aplicada una carga  $F$  (N) que genera el desplazamiento vertical.
- El nodo 2 tiene permitidos el movimiento vertical, horizontal y el giro.
- El nodo 3 es un empotramiento, por lo que movimiento es nulo es todas las direcciones.

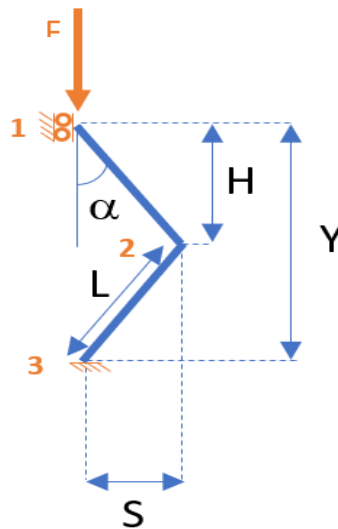


Figura 15. Estructura hexagonal re-entrante simplificada.

Para realizar una comparación del coeficiente de Poisson resultante en función de diferentes valores de  $\alpha$ , se llevan a cabo los cálculos para ángulos de  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $40^\circ$ . Para que el resultado sea independiente de la longitud de las barras, estas se mantienen siempre constantes, por lo que las variables son el ángulo  $\alpha$  y la altura  $Y$ . Las dimensiones de la estructura para cada caso son:

Datos generales - geometría					
Celda	Ángulo ( $^\circ$ )	L (mm)	H (mm)	S (mm)	Y (mm)
Celda 0 grados	0	4,6188	4,62	0,00	9,24
Celda 10 grados	10	4,6188	4,55	0,80	9,10
Celda 20 grados	20	4,6188	4,34	1,58	8,68
Celda 30 grados	30	4,6188	4,00	2,31	8,00
Celda 40 grados	40	4,6188	3,54	2,97	7,08

Tabla 2. Dimensiones de la estructura simplificada.

Por otro lado, para el cálculo del problema por el método matricial, es necesario encontrar el ángulo en ejes globales de cada una de las barras de la estructura. Para hacer la resolución con el programa Excel, este ángulo está expresado en radianes:

Celda	Ángulos para el cálculo de la estructura			
	Barra 1-2		Barra 2-3	
	$\alpha$ (°)	$\alpha$ (rad)	$\alpha$ (°)	$\alpha$ (rad)
Celda 0 grados	90	1,57	270	4,71
Celda 10 grados	100	1,75	260	4,54
Celda 20 grados	110	1,92	250	4,36
Celda 30 grados	120	2,09	240	4,19
Celda 40 grados	130	2,27	230	4,01

Tabla 3. Ángulo de las barras para el cálculo del problema.

Una vez obtenidos los datos, se continúa con el planteamiento de las ecuaciones. Para la resolución por el método matricial en coordenadas locales, se iguala el vector de cargas a la multiplicación de la matriz de rigidez en ejes locales por el vector de desplazamientos de la manera  $(F) = [K'] * (U)$ :

$$\begin{pmatrix} \hat{f}_{ix}^a \\ \hat{f}_{iy}^a \\ m_i^a \\ \hat{f}_{jx}^a \\ \hat{f}_{jy}^a \\ m_j^a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \hline -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u}_{ix}^a \\ \hat{u}_{iy}^a \\ \theta_i^a \\ \hat{u}_{jx}^a \\ \hat{u}_{jy}^a \\ \theta_j^a \end{pmatrix}$$

Figura 16. Ecuaciones generales para la resolución del problema en coordenadas locales [10].

Como el objetivo es obtener los resultados en ejes globales, se multiplica la matriz de rigidez en coordenadas locales de la figura 8 por la matriz de cambio de coordenadas de la manera  $[K] = [T] * [K'] * [T]^t$  donde  $[T]$  es la siguiente matriz:

$$\mathbf{T}^a = \begin{bmatrix} \cos \phi^a & -\sin \phi^a & 0 & & & \\ \sin \phi^a & \cos \phi^a & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ \hline & & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \\ & & & \cos \phi^a & -\sin \phi^a & 0 \\ & & & \sin \phi^a & \cos \phi^a & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 17. Matriz de cambio de coordenadas [10].

Una vez realizado el cambio, la matriz de rigidez de cada barra en coordenadas globales se puede expresar tal y como indica la siguiente figura, donde  $c = \cos\phi$  y  $s = \text{sen}\phi$ :

$$\frac{E}{L} \star \begin{bmatrix} Ac^2 + \frac{12Is^2}{L^2} & Acs - \frac{12Ics}{L^2} & -\frac{6Is}{L} & -Ac^2 - \frac{12Is^2}{L^2} & -Acs + \frac{12Ics}{L^2} & -\frac{6Is}{L} \\ Acs - \frac{12Ics}{L^2} & As^2 + \frac{12Ic^2}{L^2} & \frac{6Ic}{L} & -Acs + \frac{12Ics}{L^2} & -As^2 - \frac{12Ic^2}{L^2} & \frac{6Ic}{L} \\ -\frac{6Is}{L} & \frac{6Ic}{L} & 4I & \frac{6Is}{L} & -\frac{6Ic}{L} & 2I \\ \hline -Ac^2 - \frac{12Is^2}{L^2} & -Acs + \frac{12Ics}{L^2} & \frac{6Is}{L} & Ac^2 + \frac{12Is^2}{L^2} & Acs - \frac{12Ics}{L^2} & \frac{6Is}{L} \\ -Acs + \frac{12Ics}{L^2} & -As^2 - \frac{12Ic^2}{L^2} & -\frac{6Ic}{L} & Acs - \frac{12Ics}{L^2} & As^2 + \frac{12Ic^2}{L^2} & -\frac{6Ic}{L} \\ -\frac{6Is}{L} & \frac{6Ic}{L} & 2I & \frac{6Is}{L} & -\frac{6Ic}{L} & 4I \end{bmatrix}$$

Figura 18. Matriz de rigidez general en coordenadas globales [10].

Con las ecuaciones generales planteadas, el siguiente paso es modificarlas acorde a la estructura a calcular. Las dos barras unidas en el nodo 2 generan la siguiente matriz de rigidez ensamblada utilizando la expresión simbólica para parametrizarla:

$$\begin{pmatrix} K_{11}^{12} & K_{12}^{12} & 0 \\ K_{21}^{12} & K_{22}^{12} + K_{11}^{23} & K_{12}^{23} \\ 0 & K_{21}^{23} & K_{22}^{23} \end{pmatrix}$$

donde el superíndice muestra la barra de la estructura y el subíndice muestra la dirección en que está siendo estudiada.

Para obtener la matriz completa en ejes globales y poder simplificar, se deben introducir todos los términos de los vectores de cargas y desplazamientos de la estructura. Cuando los desplazamientos son cero y no es necesario calcular las reacciones en esos nodos, no se tiene en cuenta esa ecuación para el cálculo. La matriz entonces queda de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ -F \\ M_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H_3 \\ V_3 \\ M_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} | & | & | & | \\ K_{11}^{12} & K_{12}^{12} & 0 & \\ | & | & | & | \\ K_{21}^{12} & K_{22}^{12} + K_{11}^{23} & K_{12}^{23} & \\ | & | & | & | \\ 0 & K_{21}^{23} & K_{22}^{23} & \\ | & | & | & | \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \\ 0 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Las líneas azules representan las ecuaciones que no es necesario tener en cuenta para el cálculo del problema. Los puntos verdes representan los términos que debemos tomar de la matriz de rigidez en ejes globales de la figura 10. La matriz resultante es una de 4x4. El sistema matricial completo sería:

$$\begin{pmatrix} -F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{22}^{12} & a_{21}^{12} & a_{22}^{12} & a_{23}^{12} \\ a_{21}^{12} & a_{11}^{12} + a_{11}^{23} & a_{12}^{12} + a_{12}^{23} & a_{13}^{12} + a_{13}^{23} \\ a_{22}^{12} & a_{21}^{12} + a_{21}^{23} & a_{22}^{12} + a_{22}^{23} & a_{23}^{12} + a_{23}^{23} \\ a_{23}^{12} & a_{31}^{12} + a_{31}^{23} & a_{32}^{12} + a_{32}^{23} & a_{33}^{12} + a_{33}^{23} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

Si se sustituyen los valores de E, I, L,  $\alpha$  y A en la matriz de rigidez para el caso donde el ángulo de las barras formas  $10^\circ$  con el eje vertical:

- E (MPa): 3300
- I (mm<sup>4</sup>): 0,03413
- L (mm): 4,618
- A (mm<sup>2</sup>): 0,64 (sección cuadrada)
- $\alpha_{\text{barra1-2}}$  (rad): 1,75
- $\alpha_{\text{barra2-3}}$  (rad): 4,54

$$\begin{pmatrix} -F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 443,9 & 75,9 & -443,9 & -5,5 \\ 75,9 & 54,2 & 0 & 62,4 \\ -443,9 & 0 & 887,8 & 0 \\ -5,5 & 62,4 & 0 & 195,1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

Debido a que el valor de  $v_1$  es conocido por ser la condición de desplazamiento impuesta a la estructura, es posible realizar un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Para  $v_1 = -0,5$  mm:

$$\begin{pmatrix} (-75,9) * (-0,5) \\ (443,9) * (-0,5) \\ (5,5) * (-0,5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 54,2 & 0 & 62,4 \\ 0 & 887,8 & 0 \\ 62,4 & 0 & 195,1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

Llegados a este punto, Excel da la posibilidad de resolver sistemas de 3 ecuaciones con 3 incógnitas siguiendo los siguientes pasos:

- a) Utilizando la función {=MINVERSA()} para obtener la inversa de la matriz origen.
- b) Resolviendo el sistema de ecuaciones con la función que relaciona el vector de resultados con la matriz inversa calculada anteriormente {=MMULT()}.

Después de resolver el sistema planteado de 3 ecuaciones, se sustituyen los valores obtenidos para los desplazamientos en la primera ecuación y así obtener el valor de la fuerza. La tabla final de valores es la siguiente:

Ángulo (°)	0	10	20	30	40
u2 (mm)	0,00	1,13	0,65	0,42	0,29
v2 (mm)	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25
θ2 (rad)	0,00	-0,38	-0,22	-0,16	-0,12
F (N)	114,3	22,9	6,9	3,4	2,1
v1 (mm)	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50

Tabla 4. Valores de desplazamientos de la estructura calculados por método analítico.

Para el cálculo del coeficiente de Poisson, se utiliza la dimensión de la estructura nombrada como X para el incremento de tamaño en el eje horizontal e Y para el eje vertical mediante la ecuación:

$$\nu = \frac{\frac{defx}{X}}{\frac{defy}{Y}} \quad (2.4)$$

donde defx es el desplazamiento calculado como u2 en la tabla 4 y defy es la deformación vertical impuesta a la figura y que se ha representado como v1.

El resultado para cada celda se muestra en la tabla a continuación:

Datos generales - geometría					Condición	Comportamiento elástico			
Celda	α (°)	L (mm)	X (mm)	Y (mm)	ΔY max (mm)	ΔXe (mm)	defex	defey	ν
0 grados	0	4,6188	8,00	9,24	-0,5	0,00	0,000	-0,054	0,000
10 grados	10	4,6188	7,20	9,10	-0,5	-1,13	-0,158	-0,055	-2,866
20 grados	20	4,6188	6,42	8,68	-0,5	-0,65	-0,100	-0,058	-1,745
30 grados	30	4,6188	5,69	8,00	-0,5	-0,42	-0,074	-0,063	-1,182
40 grados	40	4,6188	5,03	7,08	-0,5	-0,29	-0,058	-0,071	-0,823

Tabla 5. Cálculo del coeficiente de Poisson de celdas auxéticas mediante cálculo analítico.

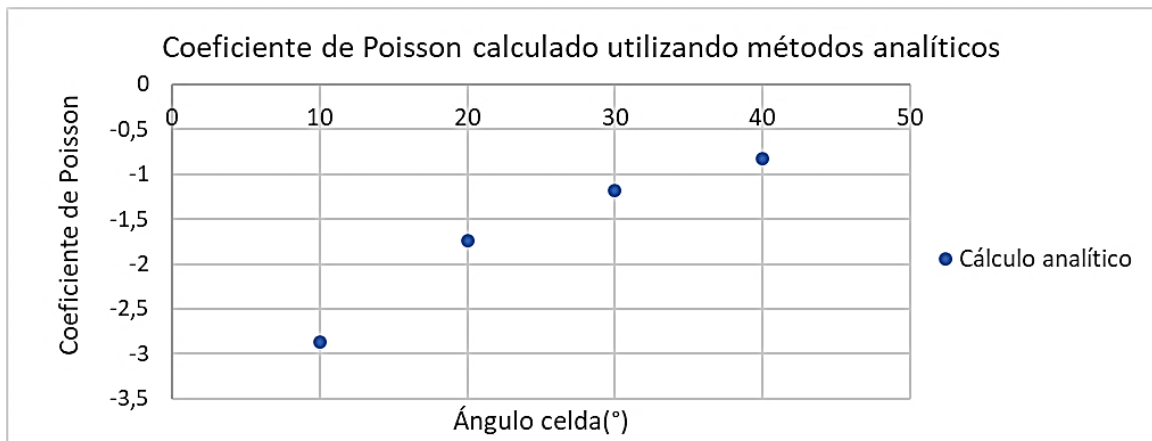


Figura 19. Valores del coeficiente de Poisson en función del ángulo para cálculo analítico.

El valor del coeficiente de Poisson para la celda con cero grados de inclinación en sus miembros verticales no aparece en el gráfico.

## **2.4 Cálculo numérico de las celdas auxéticas.**

### **2.4.1 Introducción de la herramienta utilizada.**

El Software Abaqus/CAE permite el cálculo de la estructura utilizando el Método de Elementos Finitos (MEF). Esta herramienta es muy utilizada en el sector tecnológico, debido a que con ella es posible obtener resultados muy aproximados a los reales, sin tener que realizar complejos y costosos experimentos. El MEF emplea en la resolución ecuaciones diferenciales, caracterizadas en función de los requisitos del problema en cuestión.

Para el cálculo de estructuras utilizando el programa Abaqus/CAE se debe seguir la siguiente secuencia:

- a) Generación del objeto: mediante una plantilla 2D se diseña la geometría que es sometida al estudio. A continuación, se asignan las propiedades elásticas y la sección que caracteriza la estructura.
- b) Definición de las condiciones de contorno: este es un paso clave del problema, ya que existen varias posibilidades compatibles para calcular una misma estructura. Es muy importante aplicar las condiciones de contorno adecuadas para que el resultado sea lo más aproximado posible a la realidad.
- c) Mallado de la estructura mediante elementos finitos: para que las tensiones y deformaciones provocadas por las cargas aplicadas sobre el sistema sean completamente entendidas, es necesario realizar un mallado correcto. Este mallado está formado por nodos y elementos finitos que sirven para discretizar la estructura.
- d) Resultados del análisis computacional: finalmente el software muestra la solución del problema con una herramienta de visualización. Con ella se pueden determinar las variaciones físicas que sufre la estructura durante la aplicación de las cargas.

Para caracterizar geoméricamente la estructura se ha empleado la misma nomenclatura que en el análisis realizado por métodos analíticos y que se muestra en la *tabla 2* del informe. Las propiedades de cada celda son las siguientes:

Propiedades generales PLA:	
$\sigma_y$ (Mpa):	55,00
E (Mpa):	3300,00
$\nu$ :	0,40
Densidad (gr/mm <sup>3</sup> ):	0,00124
Dimensiones de la sección:	
espesor (mm):	0,80
profundidad celda(mm):	0,80
profundidad estructura(mm):	30,00
Volumen celda (mm <sup>3</sup> )	22,06
Peso celda (gr):	0,0274
Volumen estructura (mm <sup>3</sup> ):	827,40
Peso estructura (gr):	1,03

Tabla 6. Propiedades del PLA y dimensiones de la sección.

Para una perfecta comprensión del desarrollo utilizado, a continuación se muestran los puntos más importantes de la secuencia seguida en Abaqus/CAE con la celda de 20 grados a modo de ejemplo:

#### 2.4.2 Modelización de la estructura y sus propiedades.

En primer lugar, se realiza un dibujo en una plantilla 2D que incluye las dimensiones generales de la estructura desde el módulo *Part*. En este apartado también se define que el objeto es de tipo chapa fabricada por extrusión (Shell – extrusion).

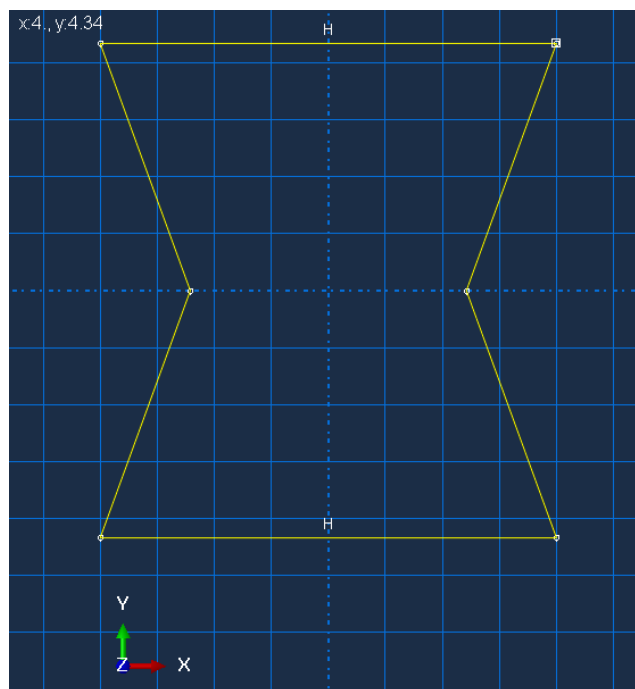


Figura 20. Dibujo de las dimensiones generales de la estructura en 2D.

El siguiente paso es crear el material del que está hecha la estructura y definir sus propiedades elásticas dentro del módulo *Property*. Dentro de este módulo, además, se concreta la geometría de la sección que se ha diseñado antes en el plano 2D.

En los objetos fabricados mediante impresión 3D, el material no mantiene sus propiedades características. Esto es debido al proceso de elaboración, a través del cual se superponen varias capas de pequeño espesor de plástico fundido. A causa de la dificultad que conlleva realizar este análisis, se ha decidido utilizar los datos del estudio realizado por Todd Letcher y Megan Waytashek en 2014 [11] en el que analizan el comportamiento a tracción de probetas fabricadas en PLA mediante impresión 3D y del propio filamento de PLA en su estado original. Para este problema en cuestión y debido a que tanto el ángulo de impresión como el tamaño de hilo impreso influyen en las propiedades del plástico, se ha decidido utilizar los resultados obtenidos del filamento original.



Figura 21. Ensayo de tracción de filamento de PLA [11].

Del ensayo de tracción se obtiene la gráfica tensión-deformación calculada por la máquina. Para realizar un estudio más completo, Letcher y Waytashek llevan a cabo el ensayo con 4 velocidades diferentes de tracción en la máquina, tomando para el problema de estructuras auxéticas que nos atañe la de 50 mm/min por ser la recomendada por la norma *Tensile testing of plastics*, ISO 527-1:2012.

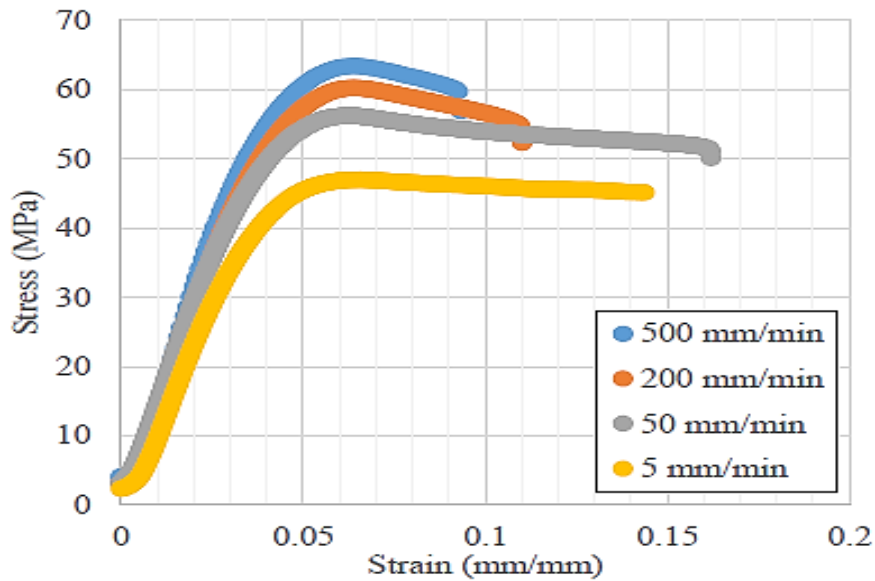


Figura 22. Curvas representativas tensión-deformación del ensayo de tracción de filamento PLA [11].

Para el cálculo de estructuras por métodos numéricos es necesario trabajar con la curva de tensión-deformación verdadera del material. La curva obtenida del ensayo de tracción es una curva de tensión-deformación ingenieril, es decir, los valores obtenidos están afectados por la reducción del área en la sección transversal debido a las tensiones sufridas por el material. Para corregir la curva se emplean las fórmulas de conversión:

$$\sigma_T = \sigma_e * (1 + \varepsilon_e) \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_T = \ln * (1 + \varepsilon_e) \quad (2.6)$$

Aplicando las ecuaciones se obtiene la curva de tensión-deformación verdadera del material, la cual es introducida en el software como deformación plástica. Esta información es complementada con los valores de densidad ( $\rho$ ), del módulo de Young (E) y del coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) que se indican en la tabla 6.

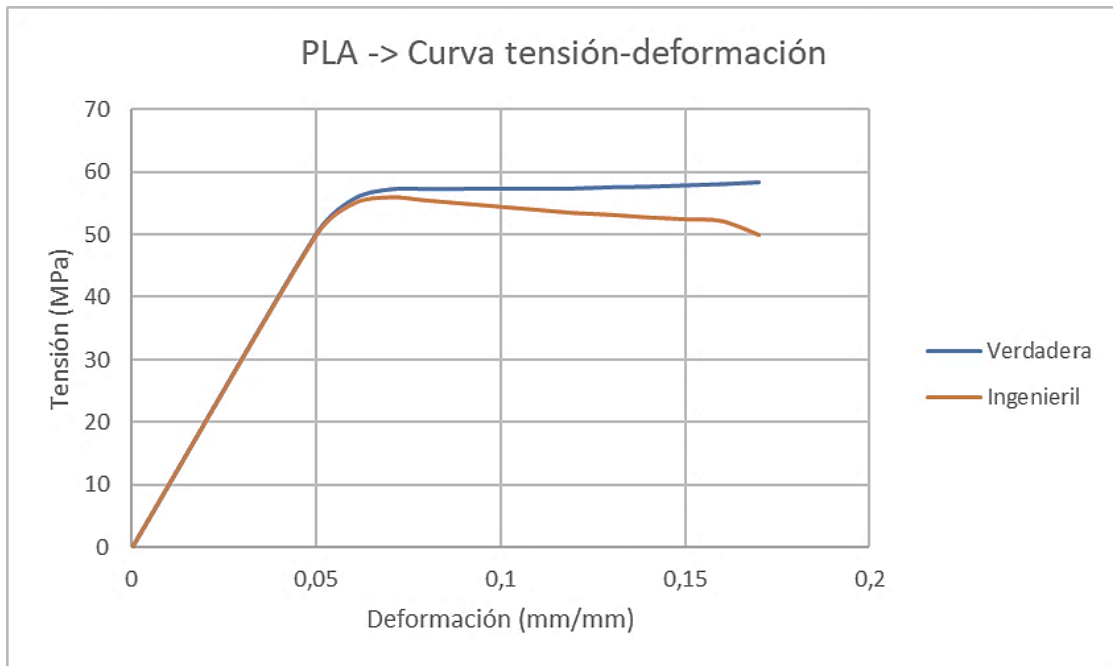


Figura 23. Curvas ingenieril y verdadera de tensión-deformación del ensayo de tracción de PLA.

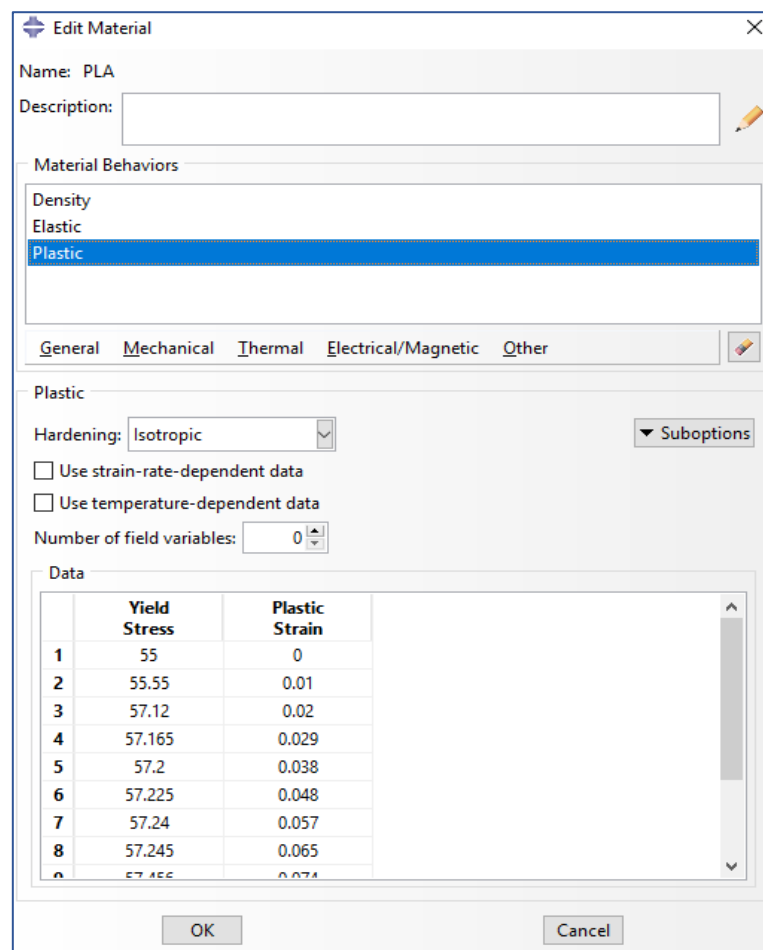


Figura 24. Definición de las propiedades plásticas del PLA en el software.

Por último dentro de este módulo, se asigna la sección de 0,8 mm x 0,8 mm utilizada para el análisis de las celdas auxéticas. Abaqus/CAE permite la visualización renderizada de la estructura.

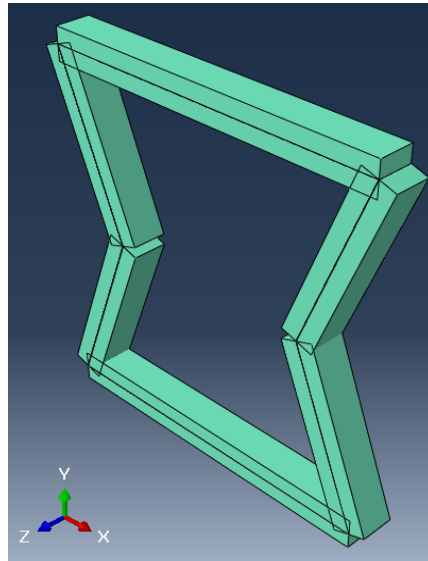


Figura 25. Modelización de la celda auxética de 20 grados.

#### 2.4.3 Condiciones de contorno.

Una vez definida la geometría, se deben de asignar las condiciones de desplazamiento y de cargas que sufre la estructura. En el módulo *Load* se define la restricción de desplazamiento en sentido vertical sobre la base de la estructura, simulando estar sobre una superficie, y se impone al miembro superior el desplazamiento vertical de 0,5 mm en sentido negativo del eje.

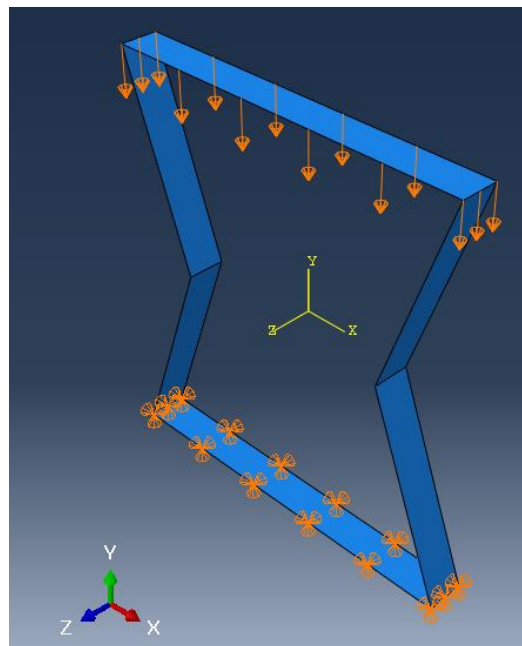


Figura 26. Condiciones de contorno aplicadas sobre la estructura auxética.



#### 2.4.4 Mallado de la estructura.

En el siguiente módulo, *Mesh*, conocidos ya los datos básicos que definen el problema, se malla el objeto para que el software calcule los parámetros de salida de las condiciones aplicadas. Se aplica un mallado con separación de 0,8 mm entre nodos debido a la limitación existente de 1000 elementos de la versión estudiante de Abaqus/CAE.

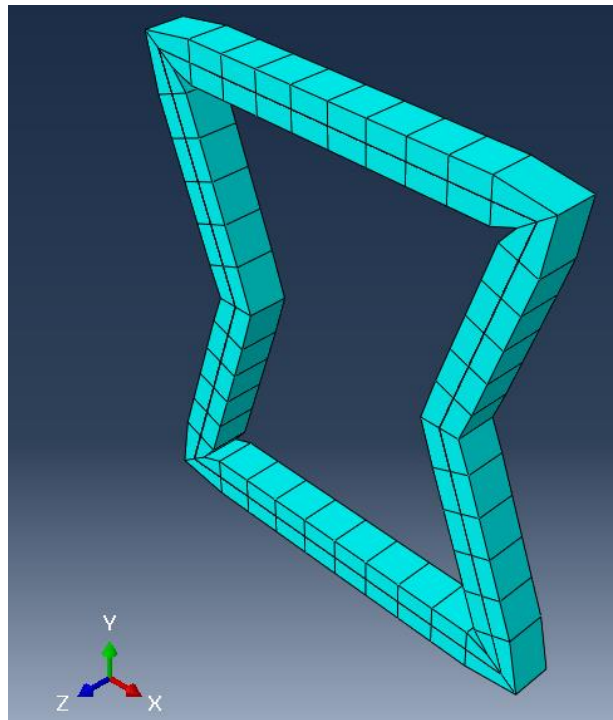


Figura 27. Mallado de la estructura.

#### 2.4.5 Visualización de los resultados.

En el último paso de la secuencia se visualizan los resultados del problema. En el módulo *Visualization* se puede comprobar la tensión que sufre cada elemento mallado de la estructura, así como obtener los valores de deformación elástica y plástica. También se pueden extraer los datos con una función incremental que permite graficar los parámetros de salida si se utiliza la función *Create XY data*.

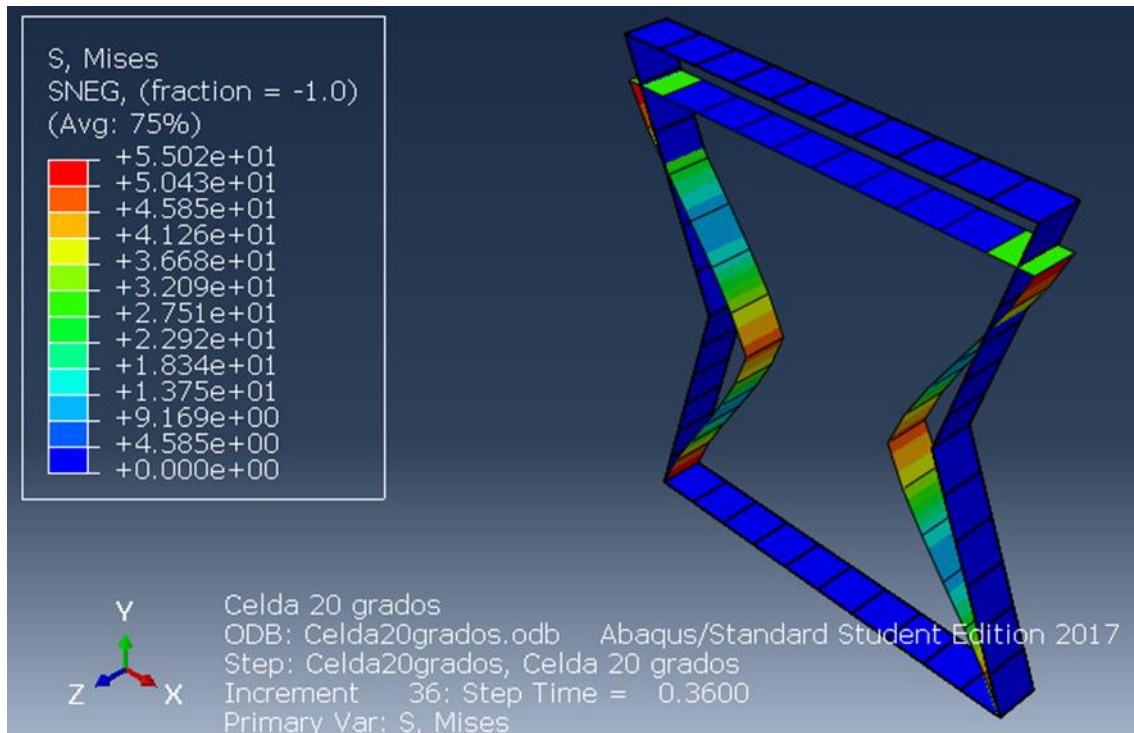


Figura 28. Visualización de la tensión de Von Mises en la celda de 20 grados.

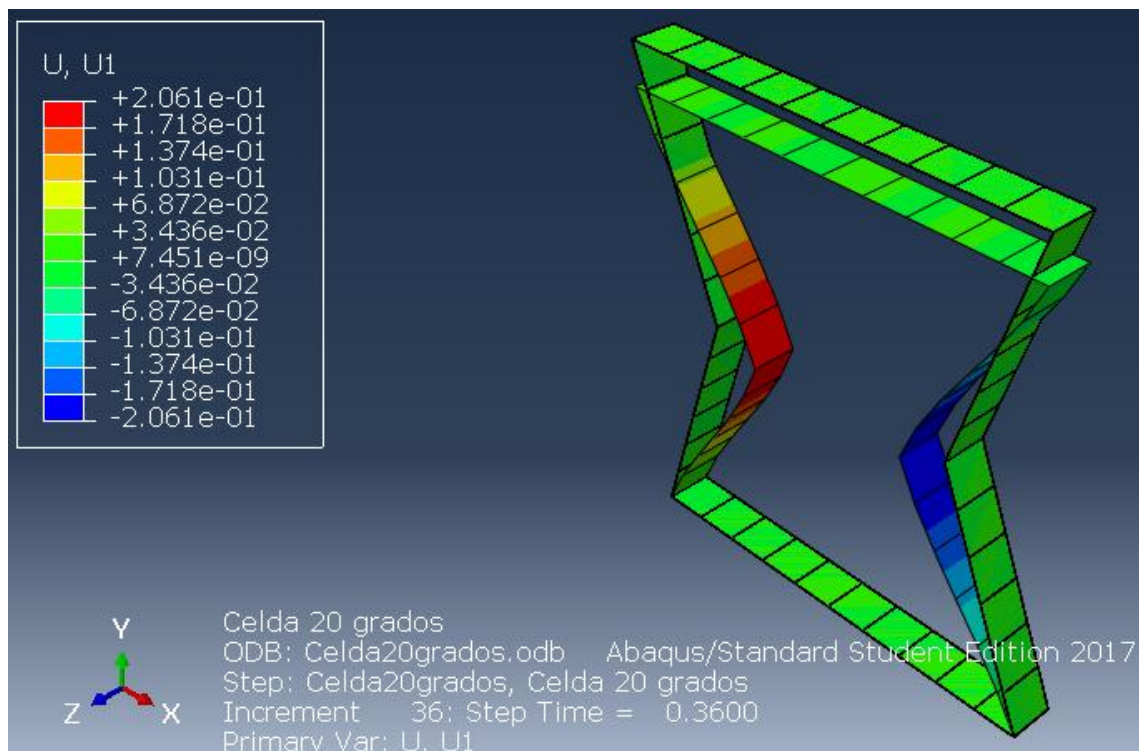


Figura 29. Visualización del desplazamiento en el eje horizontal de la celda de 20 grados.

Realizando el mismo procedimiento para el resto de las estructuras, se pueden obtener los siguientes valores del coeficiente de Poisson:

Comportamiento plástico						
Celda	$\Delta X_{\max}$ (mm)	$\Delta y_{\max}$ (mm)	def <sub>maxX</sub>	def <sub>maxY</sub>	$\nu$	S (Mpa)
0 grados	-0,0013	-0,5	0,000	-0,054	-0,003	57,2
10 grados	-0,856	-0,5	-0,119	-0,055	-2,164	57,17
20 grados	-0,563	-0,5	-0,088	-0,058	-1,522	57,22
30 grados	-0,391	-0,5	-0,069	-0,063	-1,100	57,13
40 grados	-0,282	-0,5	-0,056	-0,071	-0,793	56,79

Tabla 7. Resultado final del coeficiente de Poisson en celdas auxéticas mediante cálculo numérico.

Como apuntado anteriormente, también es posible obtener la evolución incremental del ciclo de deformación, así como de las tensiones sufridas por la estructura. El análisis completo se lleva a cabo en profundidad en el capítulo 3 del informe.

## 2.5 Cálculo numérico de los bloques auxéticos.

Para obtener los resultados de tensión y deformación para el caso de los bloques formados por un conjunto de celdas, se ha seguido la misma secuencia que en el apartado 2.4, adaptando los parámetros necesarios para el nuevo problema. A continuación, se muestran los puntos particulares para generar el cálculo de los bloques con la estructura formado por celdas con inclinación de 20 grados como ejemplo.

### 2.5.1 Modelización de la estructura y sus propiedades.

El bloque está también generado como un objeto de tipo chapa fabricado por extrusión (Shell – extrusion).

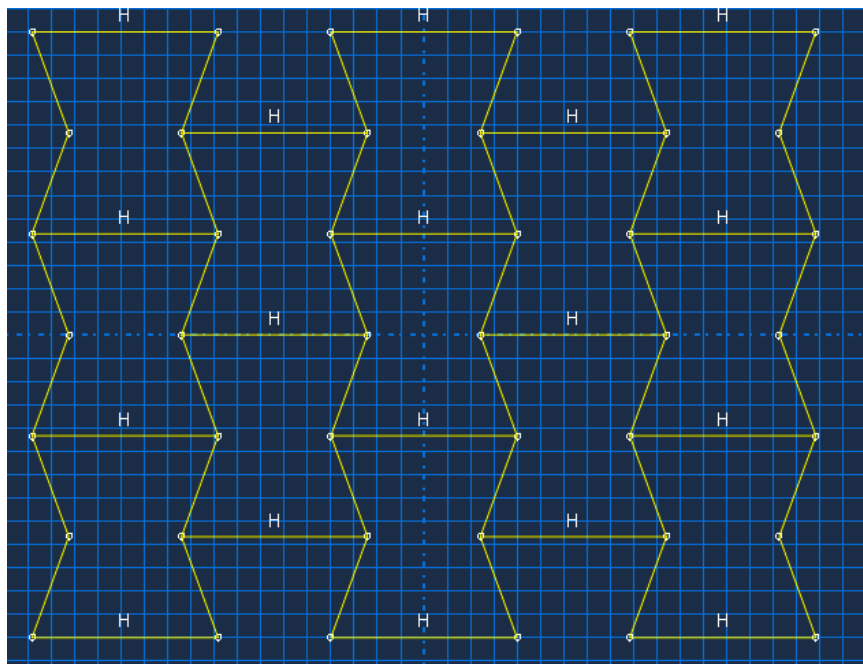


Figura 30. Dibujo de las dimensiones generales del bloque en 2D.

El material definido sigue siendo el mismo, PLA con deformación elástica y plástica.

La profundidad del bloque (dimensiones en el eje Z) es de 30 mm y el espesor de la sección es de 8 mm.

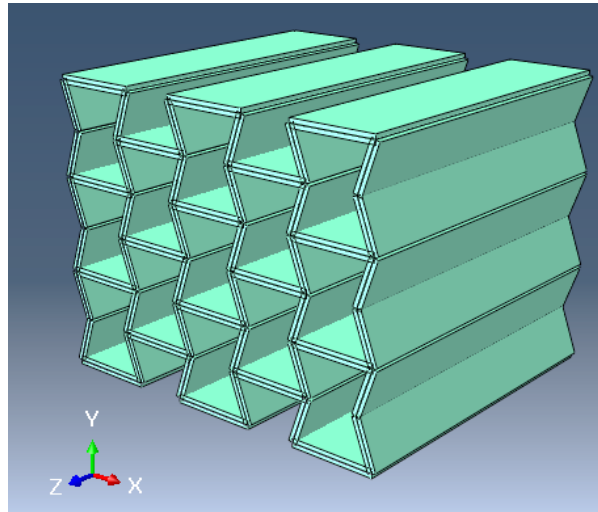


Figura 31. Modelización del bloque auxética de 30 grados.

### 2.5.2 Condiciones de contorno.

Para asegurar que el material entra en la zona de plastificación, el desplazamiento impuesto es mayor que en el caso anterior, pasando de 0,5 a 1,5 mm de desplazamiento vertical en sentido negativo del eje. Por otro lado, con el fin de simular el apoyo de la estructura sobre una superficie rígida, la base tiene limitado el movimiento en el eje vertical. Finalmente, la fricción del objeto que generase esta deformación impediría el movimiento de la parte superior de la estructura en el eje X, por lo que la condición de las 3 superficies superiores es que solo puedan desplazarse en los ejes Z e Y.

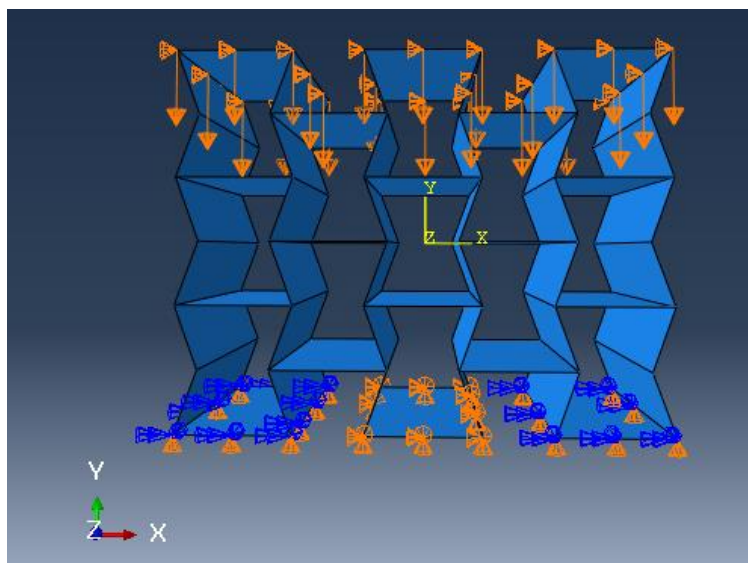


Figura 32. Condiciones de contorno aplicadas sobre el bloque auxético.

### 2.5.3 Visualización de los resultados.

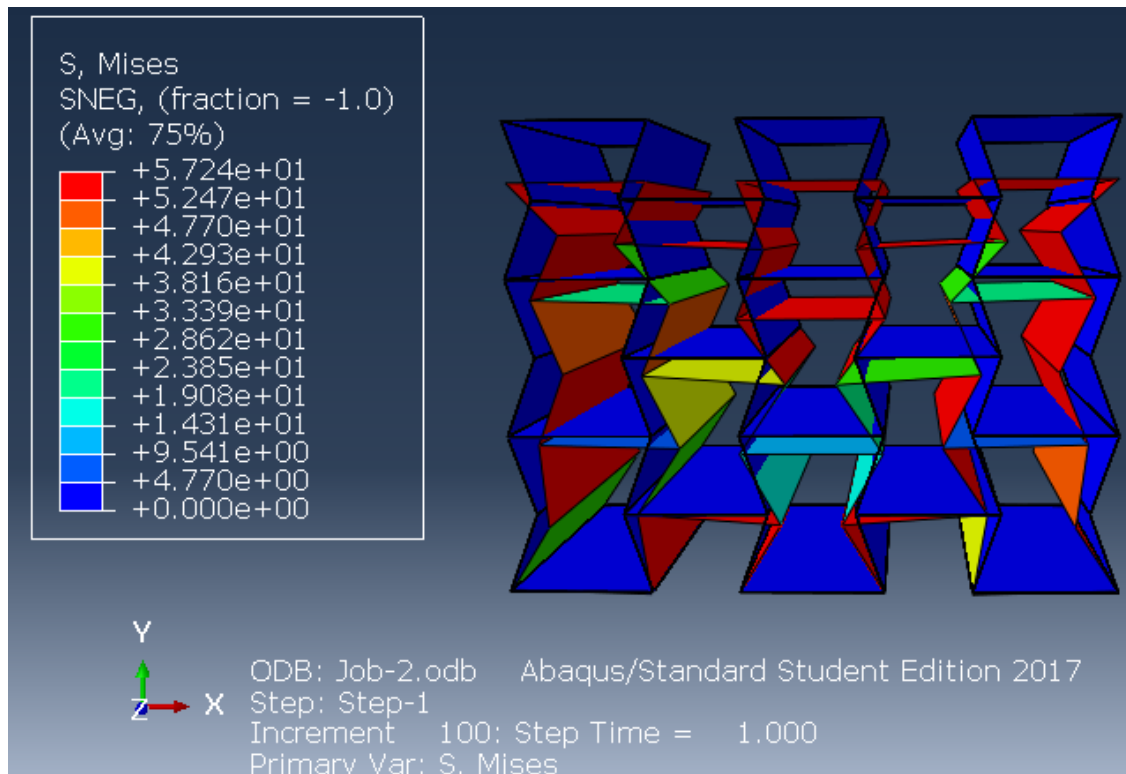


Figura 33. Visualización de la tensión de Von Misses en el bloque de 20 grados.

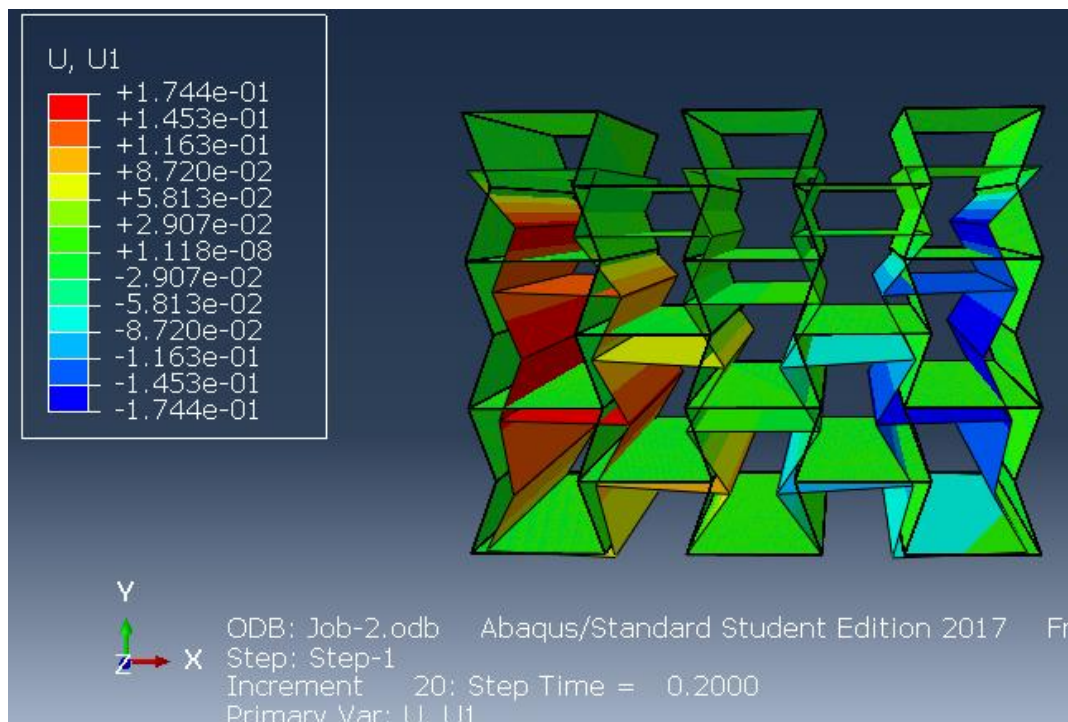


Figura 34. Visualización del desplazamiento en el eje horizontal para el bloque de 20 grados.

Realizando el mismo procedimiento que para las celdas y tomando como referencia los puntos señalados en rojo en la figura 35, es posible obtener los siguientes valores

del coeficiente de Poisson. Para el cambio de tamaño en el eje vertical se ha dividido el desplazamiento impuesto entre la altura inicial del bloque, mientras que para el eje horizontal se ha sumado el desplazamiento sufrido por ambos puntos rojos hacia el centro de la estructura y se ha dividido entre la distancia que separa estos dos puntos rojos antes de ser aplicadas las cargas.

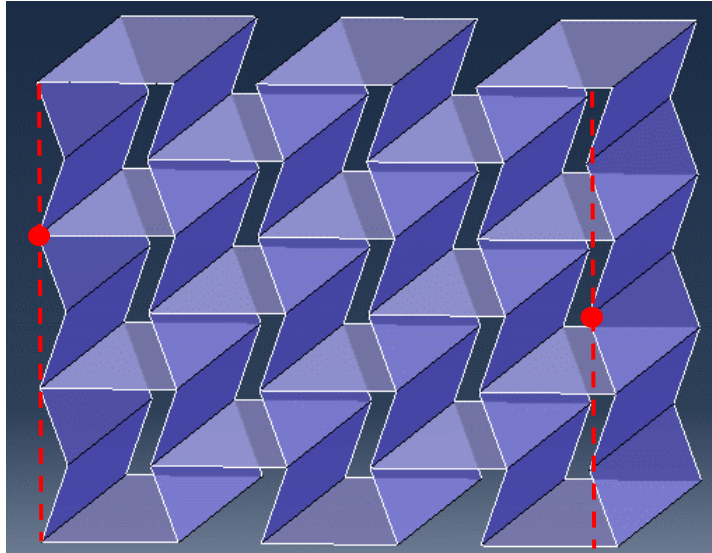


Figura 35. Modelo de bloque para el cálculo del coeficiente de Poisson.

El resultado final del cálculo del coeficiente de Poisson realizando los pasos descritos anteriormente es el siguiente:

Datos generales - geometría			Condición	Comportamiento elástico			
Celda	X (mm)	Y (mm)	$\Delta y_{max}$ (mm)	$\Delta X_{max}$ (mm)	def <sub>maxX</sub>	def <sub>maxY</sub>	$\nu$
0 grados	40,00	27,71	-1,5	-0,280	-0,007	-0,054	-0,129
10 grados	35,99	27,29	-1,5	-0,813	-0,023	-0,055	-0,411
20 grados	32,10	26,04	-1,5	-1,342	-0,042	-0,058	-0,726
30 grados	28,45	24,00	-1,5	-1,264	-0,044	-0,063	-0,711
40 grados	25,16	21,23	-1,5	-1,045	-0,042	-0,071	-0,588
30 panel abeja	51,55	24,00	-1,5	1,088	0,021	-0,063	0,338

Tabla 8. Resultado final del coeficiente de Poisson en bloques auxéticos mediante cálculo numérico.

El análisis completo se realizará en el apartado de análisis de los resultados.

## 2.6 Cálculo experimental de los bloques auxéticos.

### 2.6.1 Condiciones del ensayo.

Se someten a un impacto de 2 Julios las diferentes estructuras fabricadas en PLA mediante impresión 3D. El cálculo de la energía que se pretende liberar en el proceso se realiza sabiendo que la pesa de la máquina de caída libre tiene una masa de 4,133

kg y que 1 Julio es la energía que liberaría un peso de 1 Newton cayendo desde 1 metro de altura.

Los diferentes impactos son grabados con una cámara de alta velocidad que permite analizar las deformaciones de cada estructura justo antes de la rotura.

### 2.6.2 Cálculo del coeficiente de Poisson.

Con el impacto del peso, las estructuras se deforman hasta producirse la primera fractura, a partir de la cual los bloques colapsan inmediatamente. Todos los bloques colapsan en menos de 2 ms, por lo que la ayuda de un visualizador de vídeo es imprescindible para poder analizar frame a frame la grabación.

Para el cálculo del coeficiente de Poisson se ha seguido el mismo criterio que en el apartado anterior, es decir, teniendo en cuenta la deformación desde un extremo del bloque hasta el vértice medio re-entrante del lado opuesto, tal y como se indica en la figura 35 de este informe.

Las estructuras analizadas son las siguientes:

#### a) Bloque 0 grados

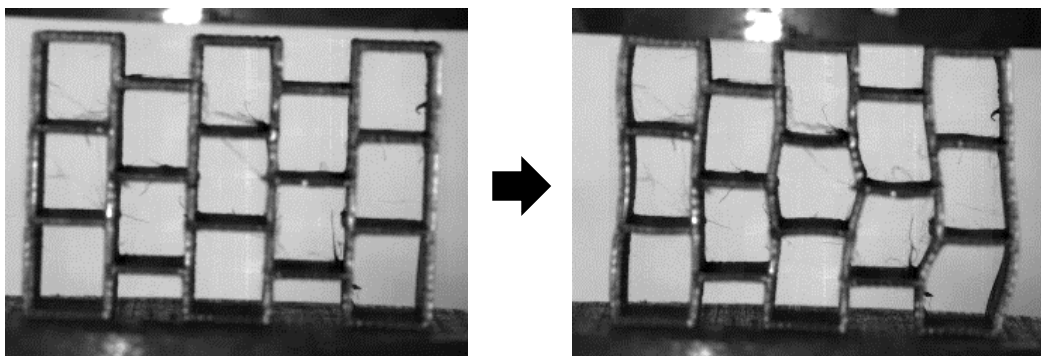


Figura 36. Bloque 0 grados sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha).

#### b) Bloque 20 grados

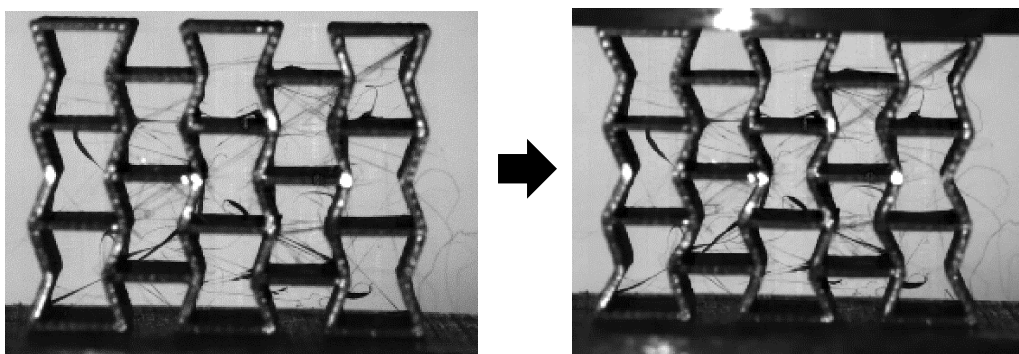


Figura 37. Bloque 20 grados sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha).

#### c) Bloque 30 grados.

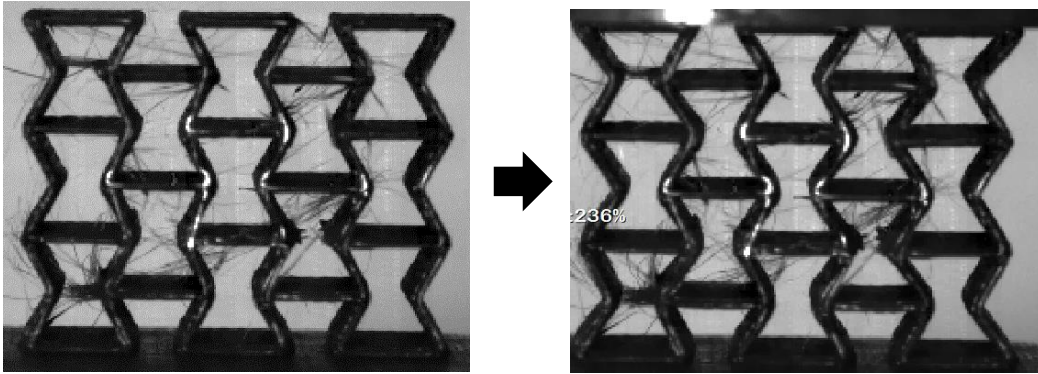


Figura 38. Bloque 30 grados sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha).

d) Bloque 40 grados.

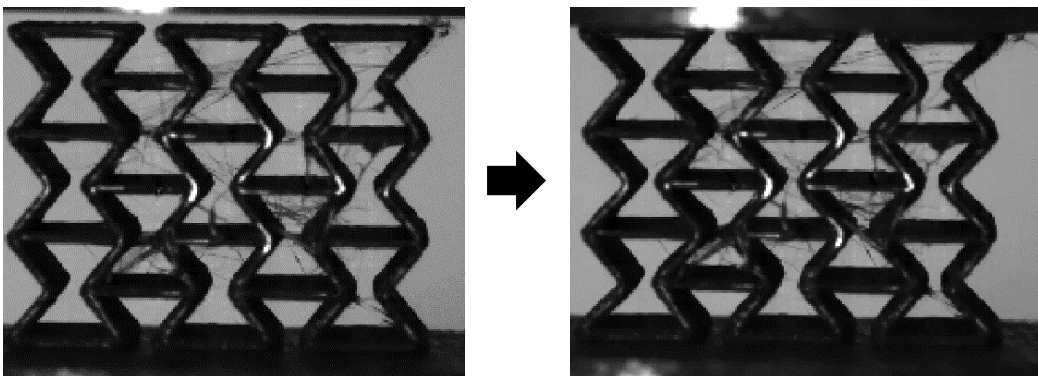


Figura 39. Bloque 40 grados sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha).

e) Bloque 30 grados panel de abeja.

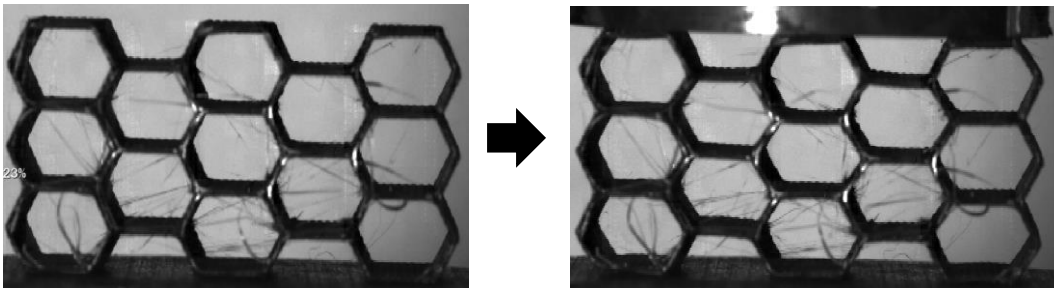


Figura 40. Bloque 30 grados en forma de panel de abeja sin deformar (izquierda) y una vez sometido al impacto (derecha).

Datos generales - geometría			Antes rotura	Comportamiento elástico			
Celda	X (mm)	Y (mm)	$\Delta y_{max}$ (mm)	$\Delta X_{max}$ (mm)	def <sub>maxX</sub>	def <sub>maxY</sub>	$\nu$
0 grados	40,00	27,71	-0,741	0,444	0,002	-0,004	0,421
20 grados	32,10	26,04	-1,037	-1,176	-0,005	-0,006	-0,926
30 grados	28,45	24,00	-1,185	-1,176	-0,006	-0,007	-0,853
40 grados	25,16	21,23	-1,185	-1,005	-0,006	-0,008	-0,730
30 panel abeja	51,55	24,00	-1,333	1,211	0,004	-0,008	0,422

Tabla 9. Resultado final del coeficiente de Poisson en bloques auxéticos por método experimental.



### 3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

#### 3.1 Celdas auxéticas

Con las simulaciones realizadas en Abaqus/CAE a través del Método de Elementos Finitos, se puede comprender el comportamiento de cada celda durante la deformación, lo cual servirá de base para el análisis posterior de los bloques formados por varias de estas celdas. En los datos presentes a continuación no está incluida la celda cuyos miembros laterales tienen una inclinación de 0 grados respecto a la vertical. Esto es debido a que esta estructura no aporta ninguna información adicional de valor a las conclusiones del problema.

En primer lugar, es interesante saber el momento de plastificación de cada celda. Como se puede observar en el visualizador de Abaqus/CAE que muestran los resultados del análisis, la zona que primero plastifica es el vértice re-entrante de la estructura, por lo que se analiza la tensión de Von Mises de cada celda en ese punto.

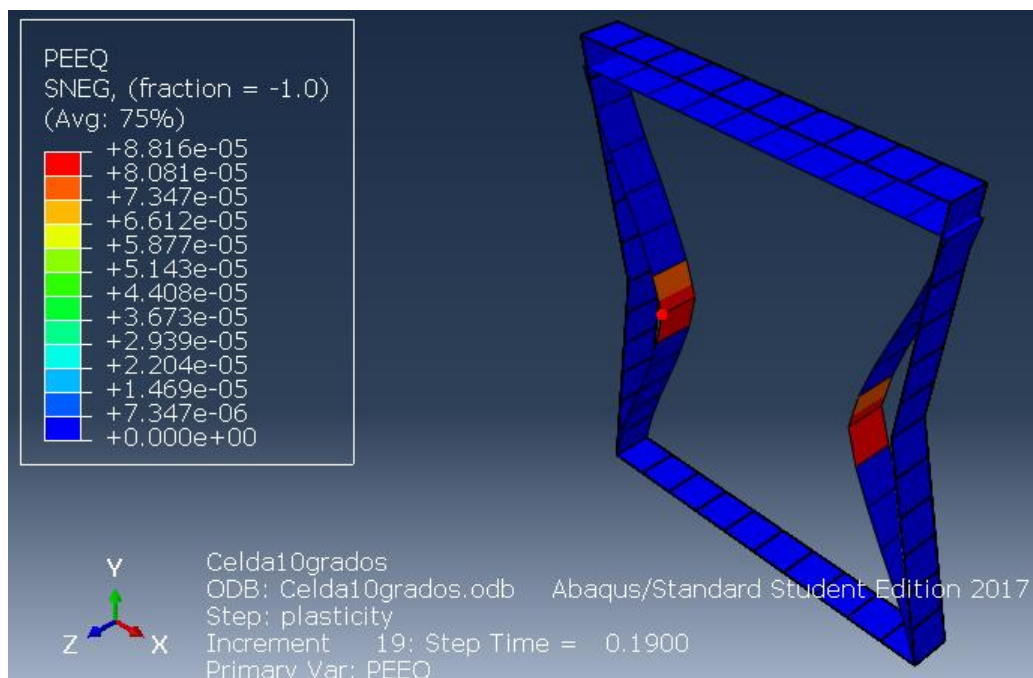


Figura 41. Zona de primera plastificación. Celda auxética 10 grados.

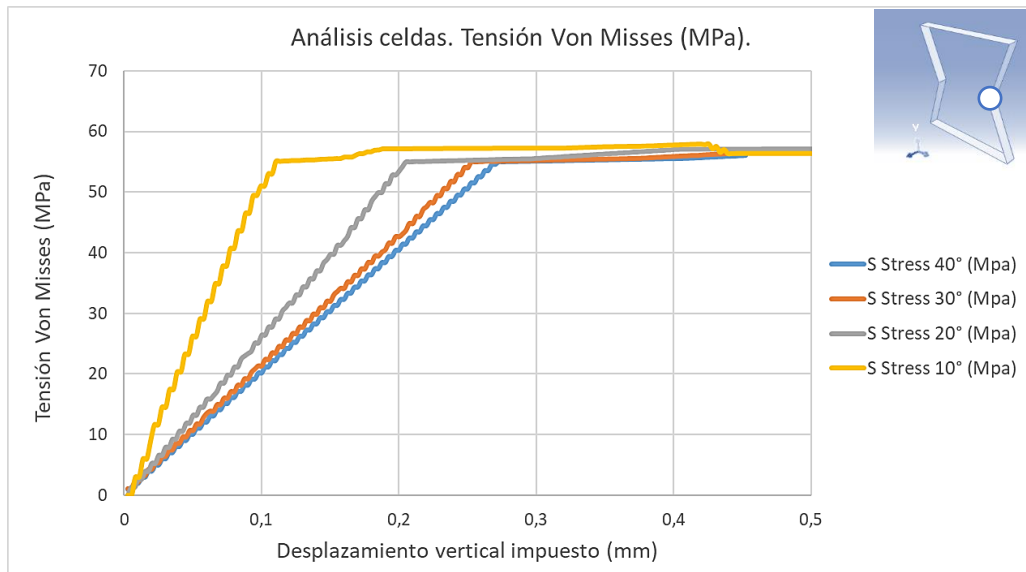


Figura 42. Tensión de Von Mises del vértice re-entrante de la celda auxética. Cálculo numérico.

En el gráfico se puede observar que el orden de plastificación de las celdas sigue un comportamiento lógico, donde los ángulos más pequeños dotan a las estructuras de una mayor rigidez, provocando en estas una temprana plastificación.

Analizando el desplazamiento que sufre el vértice re-entrante en el eje horizontal, obtenemos la siguiente información:

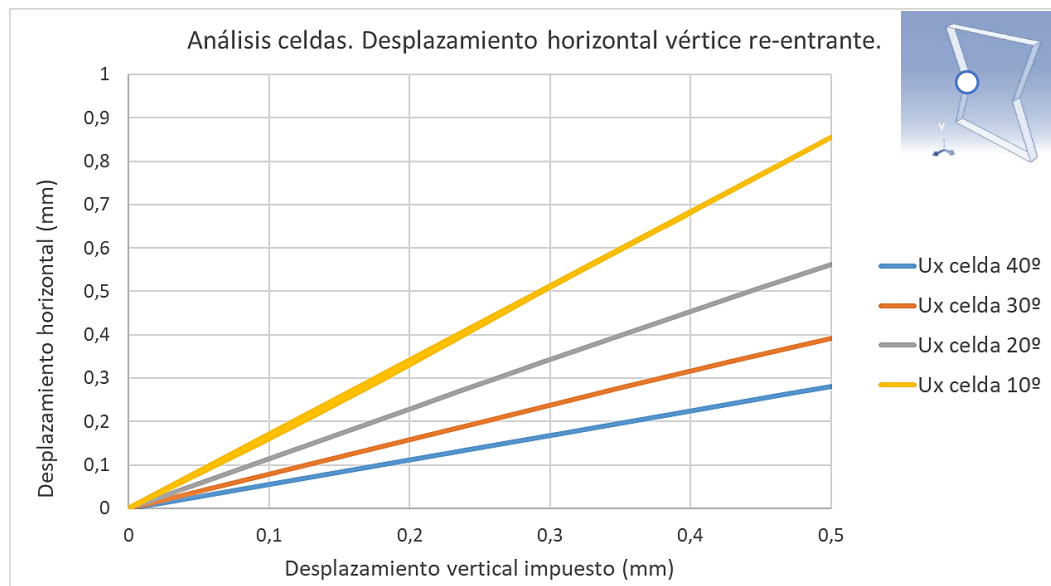


Figura 43. Desplazamiento horizontal del vértice re-entrante en función del desplazamiento vertical impuesto a la celda. Cálculo numérico.

La pendiente de desplazamiento en los 4 casos es prácticamente lineal, por lo que el hecho de que el polímero plastifique no tiene gran influencia sobre el comportamiento de deformación de la celda. También se observa claramente que, cuanto menor es el

ángulo de los miembros diagonales, mayor es el desplazamiento que sufre el vértice hacia el centro de la celda.

Atendiendo al coeficiente de Poisson de cada celda en función del desplazamiento vertical impuesto a la estructura, se observa que tan solo en la celda de 10° la plastificación tiene influencia, aumentando en un 10% su valor respecto a la zona elástica.

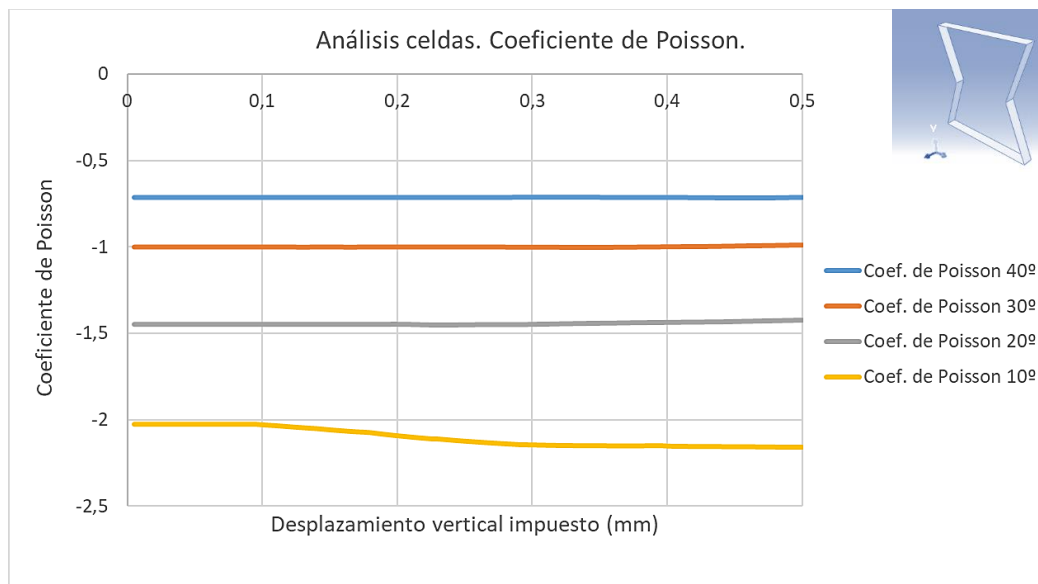


Figura 44. Coeficiente de Poisson de las celdas auxéticas mediante cálculo numérico.

Este diferente comportamiento de la celda de 10 grados se comprende cuando se estudia la deformación puramente plástica de cada una de las celdas. A pesar de que todas ellas plastifican pronto, la deformación plástica de la celda de 20 grados es solo un 45% de la deformación plástica total que sufre la celda de 10 grados, mientras que para las celdas de 30 y 40 grados este valor se reduce drásticamente hasta un 12,5%.

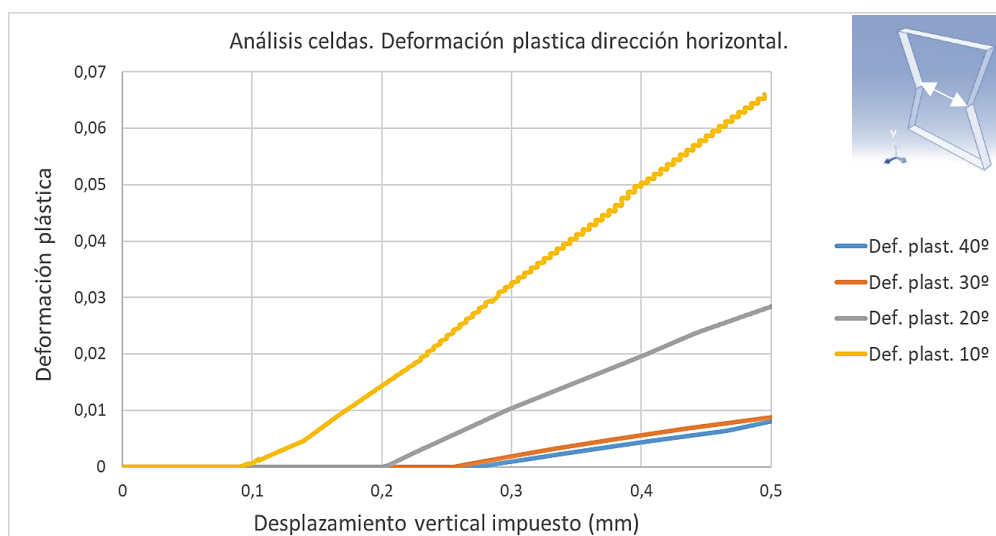


Figura 45. Deformación plástica de las celdas auxéticas mediante cálculo numérico.

Atendiendo a los datos obtenidos del análisis analítico, se puede observar que el desplazamiento horizontal de los vértices re-entrantes sigue el mismo comportamiento que en el cálculo numérico, ya que es mayor cuanto menor es el ángulo. Sin embargo, es importante destacar que para alcanzar este desplazamiento, la fuerza necesaria aumenta exponencialmente cuanto más pequeño es el ángulo de las barras.

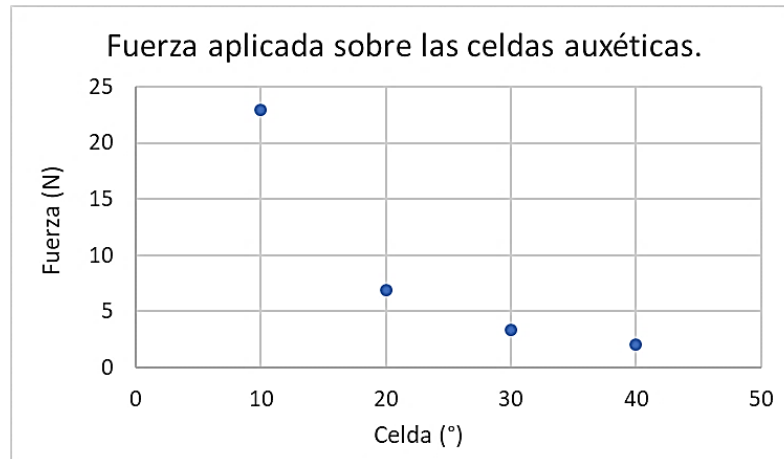


Figura 46. Fuerza aplicada sobre las celdas auxéticas en el cálculo analítico.

Por último, cabe realizar una comparación directa entre el coeficiente de Poisson obtenido por método analítico y el obtenido siguiendo el camino numérico.

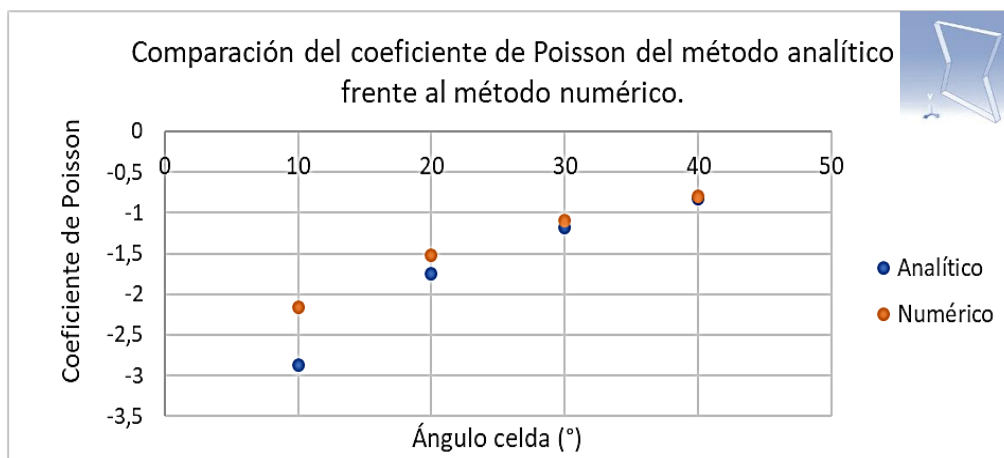


Figura 47. Comparación del resultado del coeficiente de Poisson por método analítico y método numérico.

En el gráfico se puede observar que existe una correlación entre el valor del coeficiente de Poisson calculado en cada caso. Además, cuanto mayor es el ángulo de los miembros de la celda, más aproximado es el valor del cálculo analítico al cálculo numérico.

### 3.2 Bloques auxéticos.

Del mismo modo que en el apartado anterior, el primer paso del análisis se centra en determinar, con ayuda de la herramienta de visualización de Abaqus/CAE, cuáles son las zonas clave de tensión y deformación para cada estructura.

#### 3.2.1 Deformación de los bloques auxéticos por método numérico.

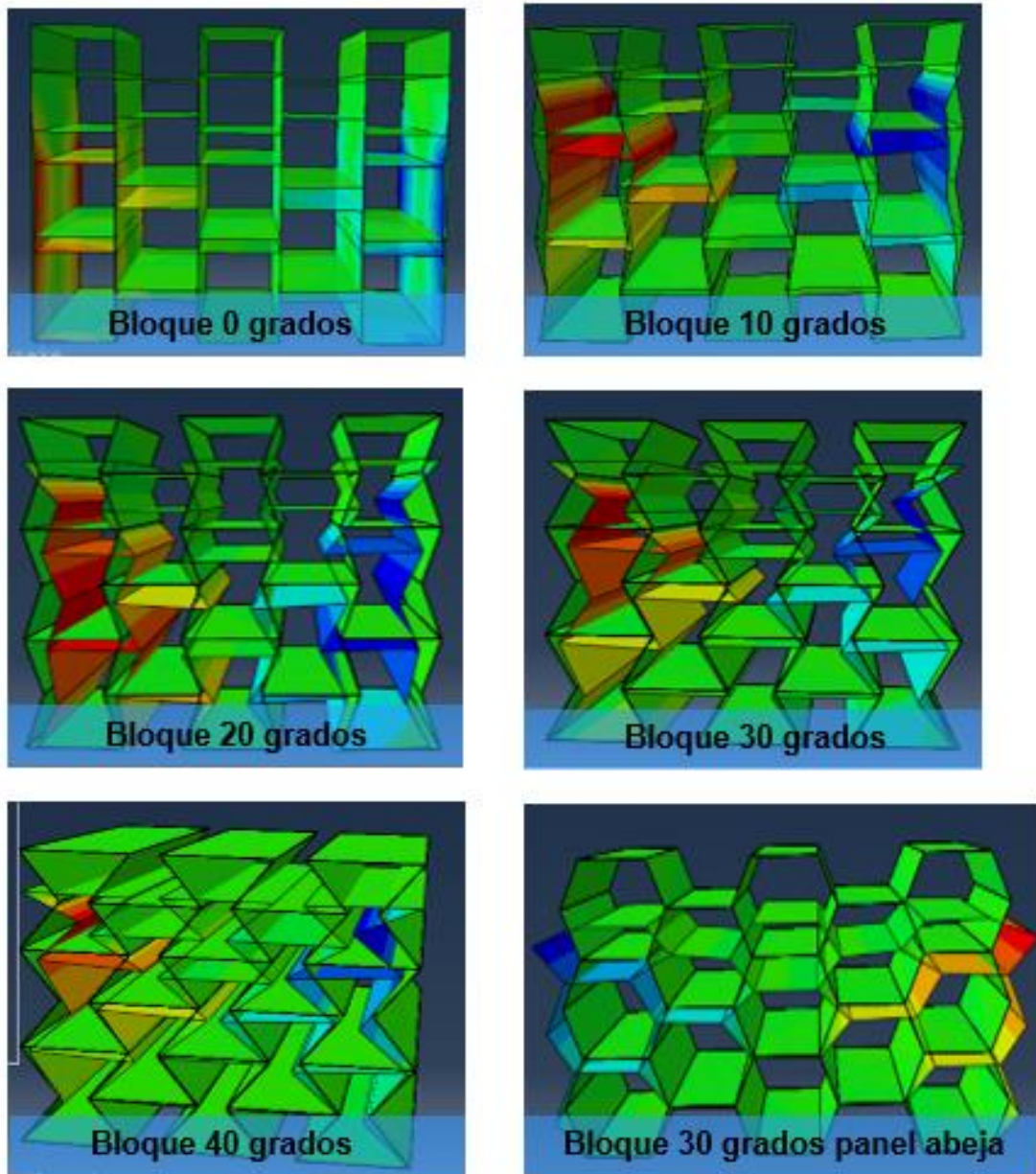


Figura 48. Desplazamiento horizontal en bloques auxéticos calculado por método numérico.

Observando las diferentes imágenes, se aprecia que el desplazamiento horizontal más homogéneo se produce en el bloque de 20 grados, donde las 3 celdas apiladas en cada lateral sufren deformaciones similares. Por otro lado, para los bloques de 30 y 40 grados, los mayores desplazamientos ocurren en las celdas superiores. Esto supone

que la mayor parte de la energía de posibles impactos será amortiguada por estas primeras celdas, transmitiéndose en menor grado a la siguiente fila de celdas. Finalmente, el comportamiento del bloque de 10 grados es completamente diferente al resto; el ángulo tan pequeño provoca que no sea el vértice re-entrante el que sufre un mayor desplazamiento hacia el centro del bloque, sino que es el vértice inferior en la unión entre la primera y la segunda fila de celdas.

En este análisis de bloques auxéticos, tampoco se va a incluir el diseñado con un ángulo de 0 grados, debido a que su deformación transversal es mínima en comparación con el resto de las estructuras. Del mismo modo, para facilitar la comprensión de los datos, en algunas gráficas los resultados de la estructura de celdas de panel de abeja se muestran en valor absoluto. Siempre que esto sucede, aparece indicado en el pie de la figura. Además, siempre que es necesario, en la esquina superior izquierda de la figura aparece una representación simbólica del punto exacto del cual proceden los resultados.

Comenzando con el análisis del desplazamiento de los puntos clave de los bloques, se obtiene el siguiente gráfico:

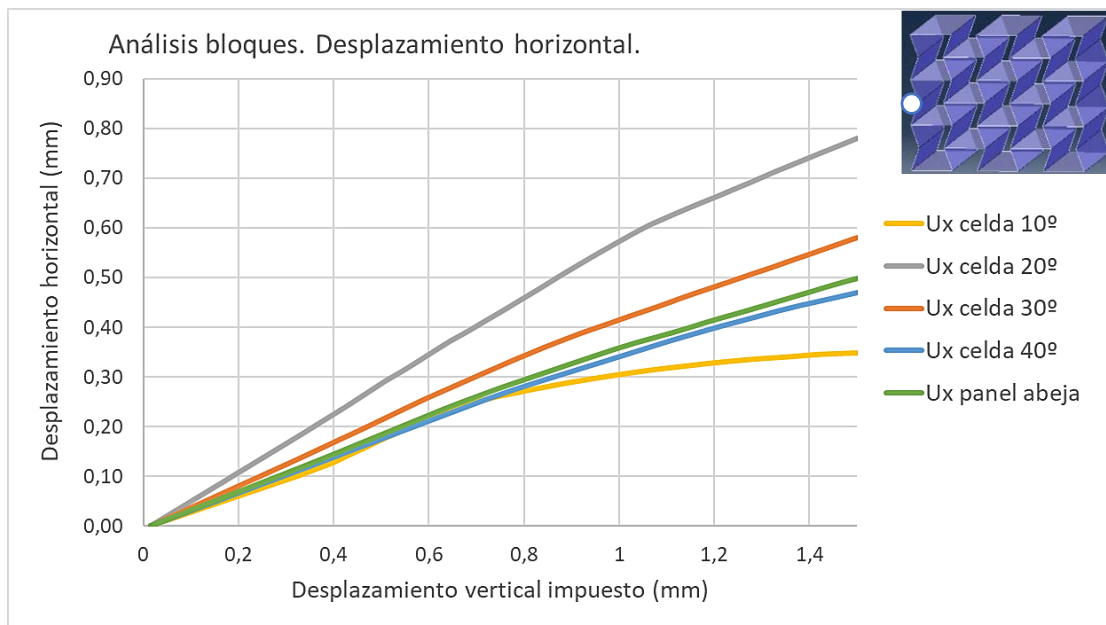


Figura 49. Desplazamiento horizontal en bloques auxéticos mediante cálculo numérico. Valores absolutos.

Los resultados muestran lo indicado anteriormente, ya que el bloque de 20 grados es el que mayor desplazamiento sufre en este punto, mientras que el bloque de 10 grados muestra un comportamiento diferente al resto. Este, con un cambio de pendiente pronunciado a mitad de proceso, muestra los valores más bajos de desplazamiento total.

Analizando el vértice inmediatamente superior en la figura 50, se observa que el bloque de 30 grados es ahora el que mayor desplazamiento muestra, siendo de nuevo el bloque de 10 grados el que peores propiedades auxéticas ofrecería. Este comportamiento es completamente diferente al que tiene lugar cuando se analizan individualmente las celdas; este efecto es sin duda generado por la plastificación tan temprana y radical que se produce, debido a la rigidez proporcionada por el ángulo tan pequeño de la celda de 10 grados.

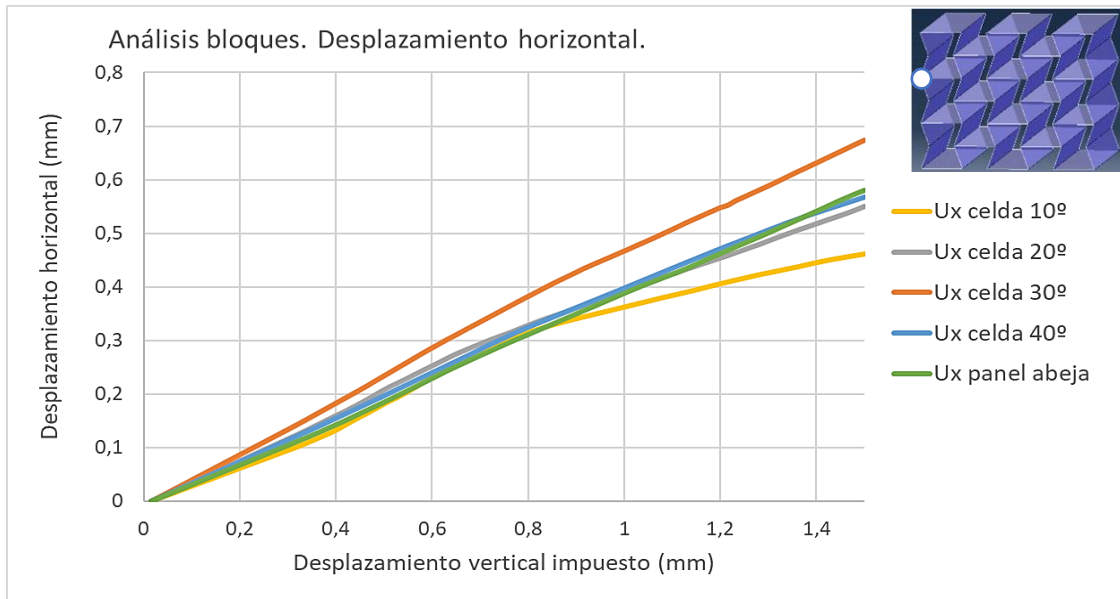


Figura 50. Desplazamiento horizontal en bloques auxéticos mediante cálculo numérico. Valores absolutos.

Con estos dos desplazamientos es posible calcular el coeficiente de Poisson resultante para cada bloque en el punto medio de la altura total de la estructura.

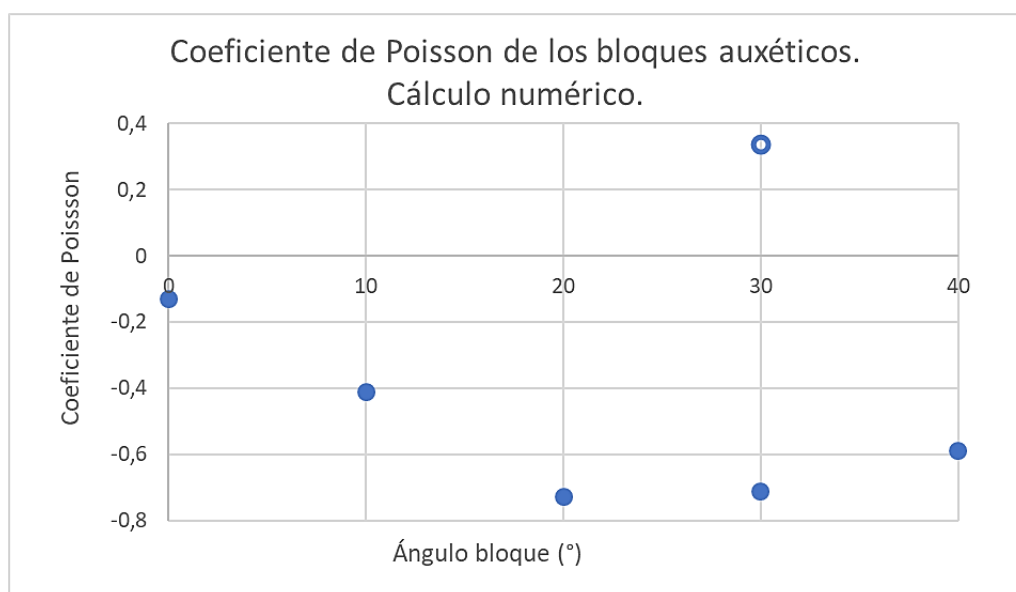


Figura 51. Coeficiente de Poisson de los bloques auxéticos. Cálculo numérico.

Los resultados muestran que para los ángulos de 20 y 30 grados, el coeficiente de Poisson es más elevado que para el resto de las estructuras. Cabe destacar también que, a pesar de tener el mismo ángulo de 30 grados en sus miembros laterales, la estructura con geometría re-entrante duplica el valor del coeficiente de Poisson respecto a la estructura con forma de panel de abeja, siendo analizadas ambas en valores absolutos.

### 3.2.2 Deformación de los bloques auxéticos por método experimental.

Con los vídeos obtenidos durante el experimento, es posible determinar el coeficiente de Poisson, el tiempo que cada estructura está en contacto con la pesa antes de romperse y el patrón de rotura de ellas. Además, la máquina de caída libre empleada en el experimento, es capaz de registrar valores de fuerza, energía, velocidad y desplazamiento en microsegundos.

#### Datos obtenidos de las grabaciones del experimento.

El tiempo que soporta el impacto cada una de las estructuras es un dato muy importante ya que, aunque no sea capaz de indicar numéricamente cuánta energía o cómo ha sido absorbida, sí que da una idea de la resistencia de cada estructura a este tipo de esfuerzos. Determinando el frame exacto del primer contacto entre pesa y estructura y el frame inmediatamente anterior a la primera rotura que se produce, se puede calcular este tiempo.

fps video:	54800
sec/frame:	1,82482E-05

Bloque	Frame inicio contacto	Frame inicio rotura	Tiempo contacto (ms)
0 grados	73	123	0,91
20 grados	140	204	1,17
30 grados	283	364	1,48
40 grados	207	297	1,64
30 panel abeja	194	278	1,53

Tabla 10. Tiempo de contacto entre pesa y estructura sometida a impacto.

A medida que aumentamos el ángulo, aumenta el tiempo que la estructura soporta el impacto hasta romperse. Por otro lado, las dos estructuras con ángulos de 30 grados tienen un comportamiento similar. Esto es debido a que, a pesar de la respuesta tan diferente que tienen frente a deformaciones en la dirección horizontal, el hecho de tener el mismo ángulo de unión entre barras diagonales y horizontales hace que el instante de fractura sea similar.



El cálculo del valor del coeficiente de Poisson para cada estructura aparece en el apartado 2.6.2 de este informe. Con el objetivo de comparar los cálculos experimentales con los cálculos numéricos, a continuación se muestra un gráfico con los valores obtenidos por ambos métodos:

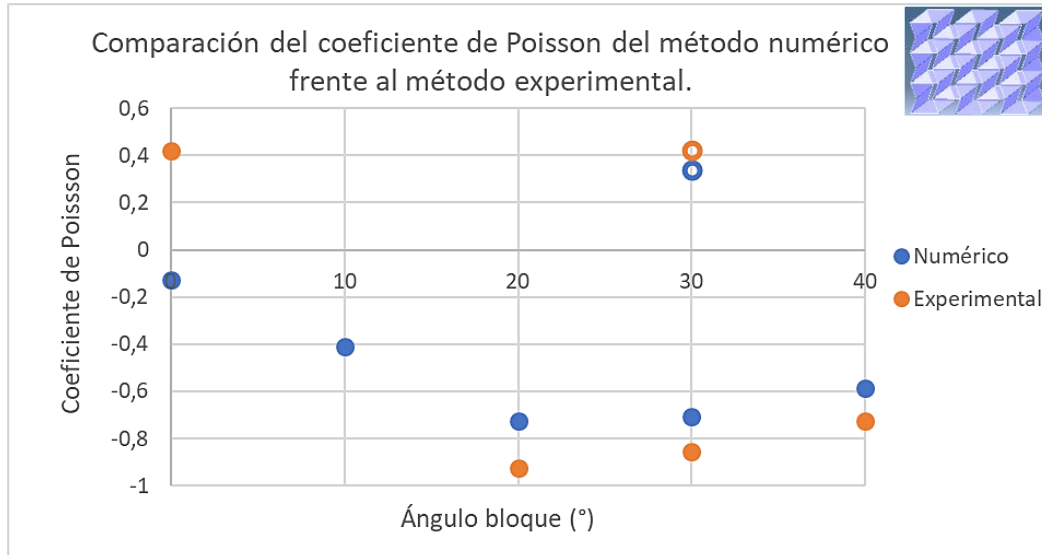


Figura 52. Comparación del resultado del coeficiente de Poisson por método experimental y método numérico.

Los resultados del cálculo del coeficiente de Poisson muestran una correlación clara entre ambos métodos para las celdas auxéticas de este experimento.

La información restante que es posible obtener de las grabaciones, es el patrón de rotura de cada estructura:

- a) Bloque 0 grados: la estructura comienza a colapsar en la esquina inferior derecha. Durante el impacto, apenas se produce deformación en la estructura y la rotura es tan catastrófica que la pesa deja de estar en contacto con el bloque durante un tiempo.

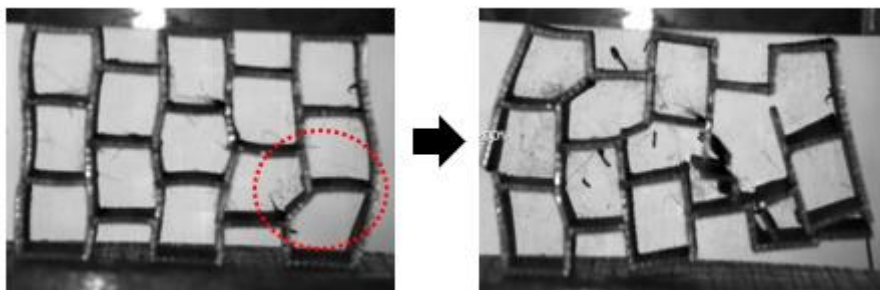


Figura 53. Patrón de fractura bloque 0 grados.

- b) Bloque 20 grados: se produce una fractura de manera simultánea en varios puntos de la parte central de la estructura. Una vez la fractura es completa, no

aparece ningún patrón claro, pero todas las celdas de la zona central están fracturadas en mayor o menor medida.

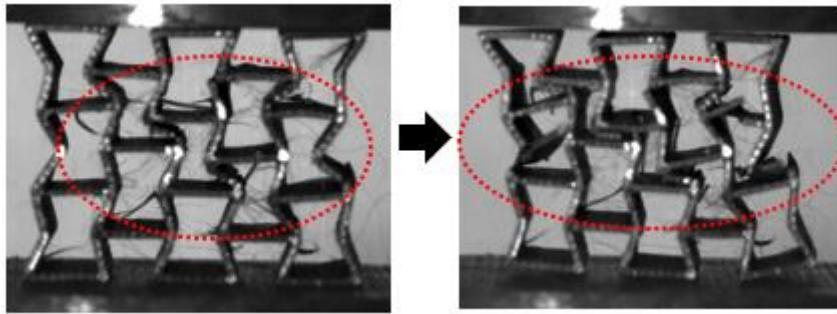


Figura 54. Patrón de fractura bloque 20 grados.

- c) Bloque 30 grados: la primera fractura se produce en el vértice re-entrante de la esquina superior izquierda. Posteriormente, la fractura continúa en un plano diagonal hasta terminar saliendo por el lateral opuesto del bloque.

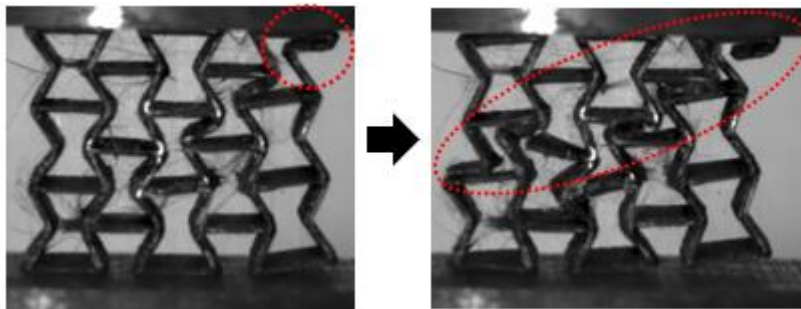


Figura 55. Patrón de fractura bloque 30 grados.

- d) Bloque 40 grados: el primer punto donde se produce la fractura se sitúa en la esquina inferior izquierda, de nuevo en un vértice re-entrante. A continuación, la fractura prosigue del mismo modo en un plano diagonal que divide perfectamente la estructura en dos.

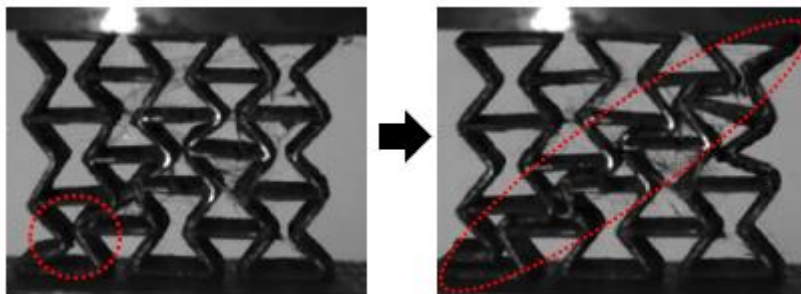


Figura 56. Patrón de fractura bloque 40 grados.

- e) Bloque 30 grados panel de abeja: la rotura aparece en la parte superior lateral de la estructura y avanza en un plano horizontal hasta dividir completamente la

estructura en dos partes. La geometría no es capaz de transmitir el esfuerzo a las celdas situadas en la parte inferior.

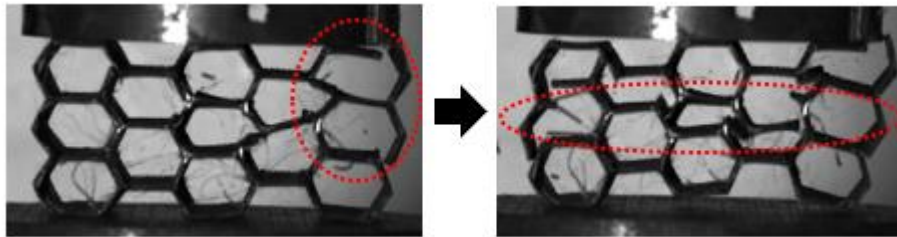


Figura 57. Patrón de fractura bloque 30 grados panel de abeja.

De estos resultados se pueden sacar unas rápidas conclusiones si se comparan con los datos del apartado 3.2.1 figura 39. De acuerdo a lo observado en el cálculo mediante elementos finitos, el bloque de 20 grados es capaz de transmitir mejor los esfuerzos hacia la parte inferior de la estructura, repartiendo así mejor las cargas entre sus elementos. El inicio de la fractura no ocurre en los vértices de los miembros re-entrantes, ya que la componente del esfuerzo en el eje vertical es mayor que la componente en el eje horizontal. Todo lo contrario ocurre en los bloques de 30 y 40 grados, donde el ángulo provoca la fractura en los vértices re-entrantes debido a la gran flexión sufrida por estos elementos. Por otro lado, este efecto puede provocar que la absorción del impacto sea mayor en los momentos iniciales del mismo.

#### Datos extraídos de la máquina de caída libre.

Para el análisis de los datos de la máquina, lo primero es utilizar los cálculos de la Tabla 10, en los que se ha determinado el frame exacto de inicio de rotura. Con ello será posible acotar de forma correcta los valores que se deben de estudiar en cada estructura.

Graficando los valores obtenidos de la fuerza, se observa cómo el bloque de 0 grados ofrece una rigidez extrema frente al impacto, devolviendo un valor de fuerza que supera el límite de la máquina de 3250N. La estructura de 20 grados también devuelve valores bastante altos de fuerza, mientras para las celdas de 30 y 40 grados se reduce a menos de 2000N, amortiguando el impacto y confirmando de este modo lo planteado anteriormente.

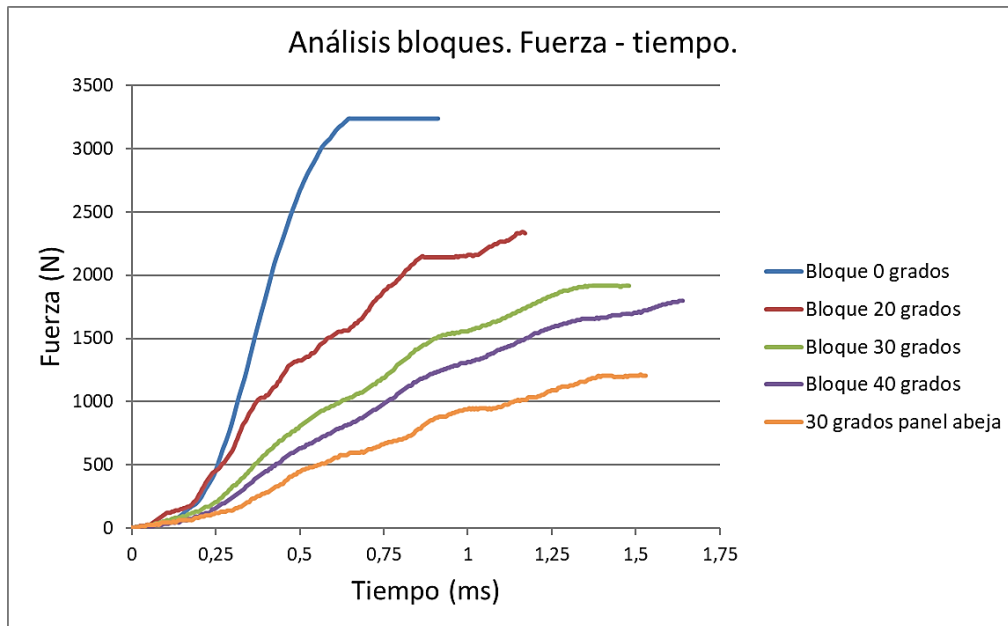


Figura 58. Experimento de caída libre. Fuerza vs tiempo.

Otro de los datos registrados por la máquina es la velocidad de caída de la pesa. La gráfica muestra las siguientes curvas:

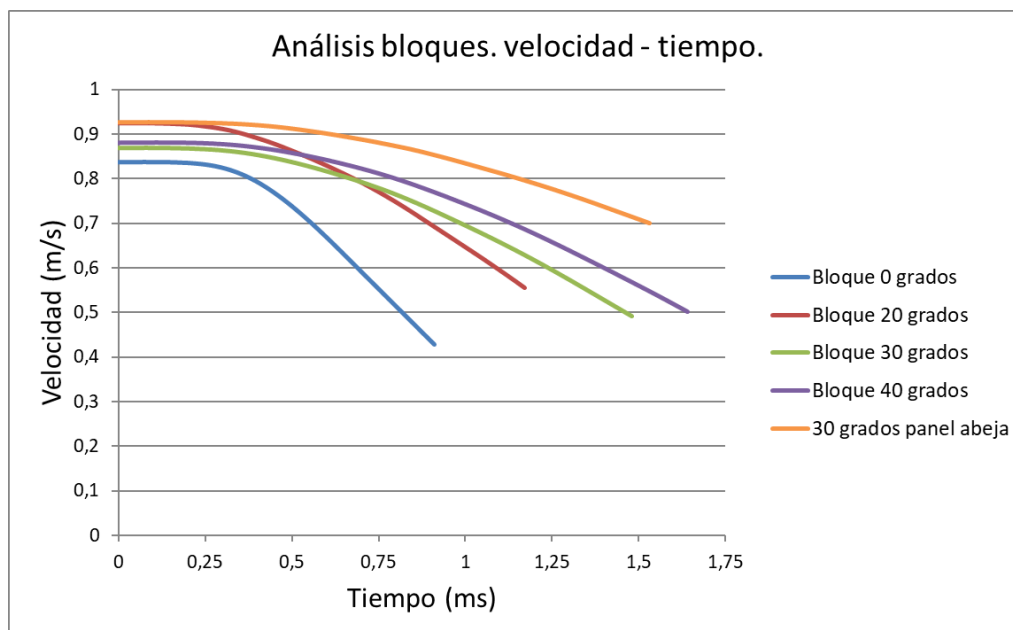


Figura 59. Experimento de caída libre. Velocidad vs tiempo.

A simple vista es fácil observar que el bloque de 0 grados, el cual presenta una mayor rigidez, provoca una frenada más drástica que el resto de los bloques. Para un mejor análisis del efecto de cada estructura, se ha calculado la desaceleración generada sobre la pesa en cada caso:

Bloque	Velocidad inicial (m/s)	Velocidad final (m/s)	Tiempo de frenado (ms)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )
0 grados	0,84	0,43	0,91	-447,58
20 grados	0,92	0,56	1,17	-314,59
30 grados	0,87	0,49	1,48	-254,17
40 grados	0,88	0,50	1,64	-231,00
30 panel abeja	0,93	0,70	1,53	-147,82

Tabla 11. Experimento de caída libre. Aceleración de la pesa.

Los resultados de la tabla muestran que, cuanto más grande es el ángulo, mayor es la capacidad para frenar la pesa antes de romperse y más lenta es la frenada, por lo que la absorción del impacto es más progresiva.

La energía calculada por la máquina es uno de los datos más importantes del estudio. En los resultados presentados anteriormente, es posible entender el efecto que tiene cada estructura en el modo en que la energía es absorbida, pero no de la cantidad. Para saber cuánta energía es capaz de absorber cada bloque, es necesario estudiar el proceso no solo hasta la rotura, sino hasta el punto donde la curva de energía pasa a tener una pendiente completamente horizontal. Esto se debe a que, a pesar de que la estructura ya ha sido fracturada, el proceso es tan rápido que la inercia del impacto sigue frenando la pesa y, por consiguiente, aumentando la cantidad de energía registrada por la máquina.

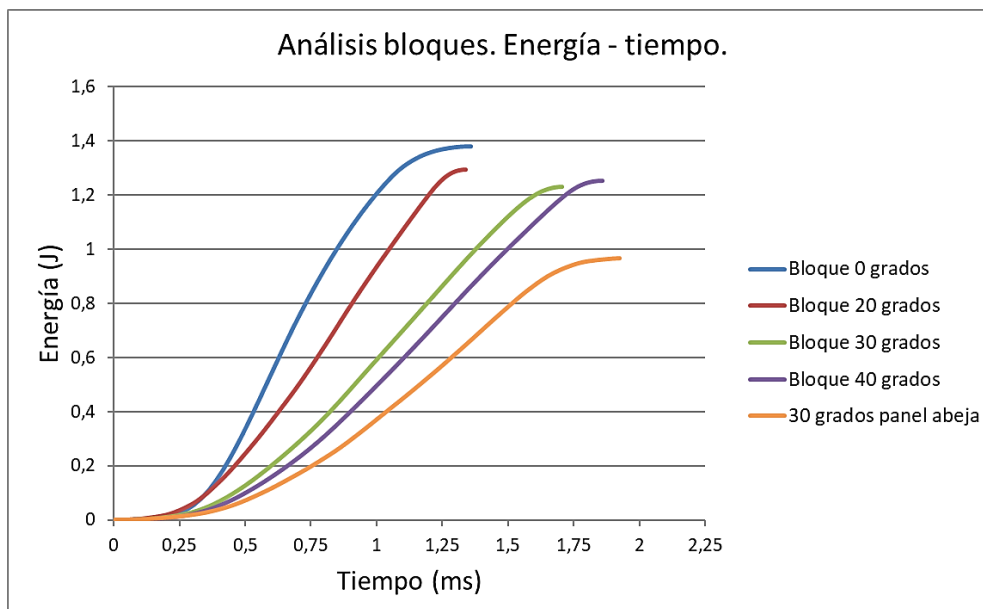


Figura 60. Experimento de caída libre. Energía vs tiempo.

Los resultados muestran unos valores de energía absorbida similares para los bloques auxéticos de 20, 30 y 40 grados, que se sitúan entre 1,23 y 1,30 Julios. La estructura de

0 grados absorbe la mayor cantidad de energía, pero lo hace sin amortiguación previa del impacto, mientras que la estructura en forma de panel de abeja muestra unas prestaciones inferiores a las estructuras auxéticas, ya que su capacidad de absorber energía y reducir la velocidad de la pesa es sustancialmente inferior.

Por último, en el mundo de la ingeniería es muy importante la cantidad de material utilizado para fabricar las estructuras. Más material significa más coste, y la optimización de todos los procesos es clave desde el punto de vista tecnológico. Con los datos del volumen de la estructura antes y después de deformarse, es posible calcular la densidad relativa de los bloques auxéticos. La densidad del PLA es  $1,24 \text{ gr/cm}^3$ .

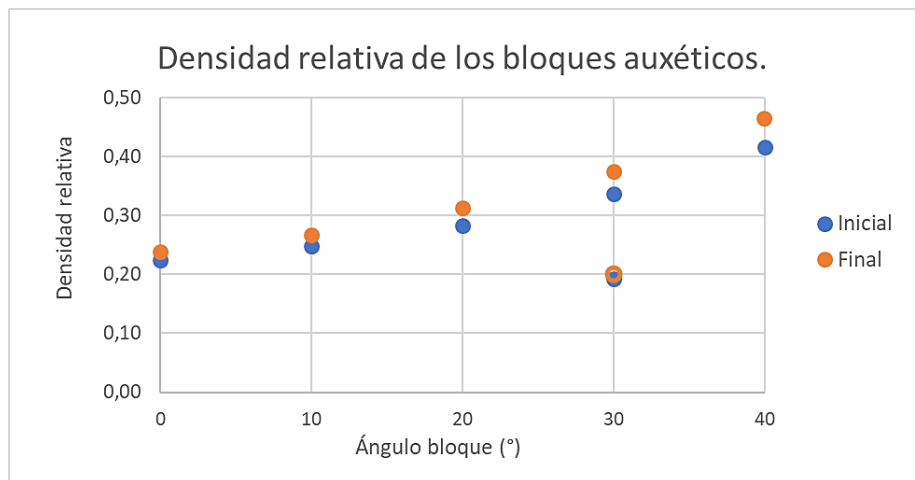


Figura 61. Densidad relativa de los bloques auxéticos.

En el gráfico se observa cómo, siguiendo la lógica, la estructura deformada tiene un valor mayor de densidad relativa, pues el mismo material ocupa menos espacio al comprimirse la estructura en ambos ejes.

Bloque	Densidad relativa inicial	Densidad relativa final	Cambio densidad
0 grados	0,2239	0,2384	6,47%
10 grados	0,2472	0,2675	8,21%
20 grados	0,2830	0,3128	10,52%
30 grados	0,3362	0,3740	11,24%
40 grados	0,4157	0,4646	11,76%
30 panel abeja	0,1920	0,2008	4,55%

Tabla 12. Densidad relativa de los bloques auxéticos.

Si se analiza el cambio de densidades en porcentaje, las estructuras con ángulos mayores ven incrementada su densidad relativa con la deformación en mayor proporción.

## 4. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos de los cálculos realizados, muestran una correlación entre los métodos analítico, numérico y experimental.

El análisis de las celdas auxéticas revela que, trabajando con ángulos más pequeños, el coeficiente de Poisson aumenta. Por el contrario, las estructuras con ángulos mayores son capaces de sufrir deformaciones más grandes en régimen elástico, lo que incrementa las posibilidades de recuperar su forma original. Ante deformaciones similares en el eje vertical, la fuerza de reacción de la estructura muestra un aumento exponencial de la rigidez cuando el ángulo tiende a 0 grados.

Los resultados de las celdas auxéticas facilitan la comprensión del análisis de los bloques auxéticos. El bloque con el ángulo de 10 grados, muestra el valor más bajo del coeficiente de Poisson en el cálculo numérico, debido a que su rigidez impide que la flexión se produzca de manera homogénea en los elementos diagonales que forman parte de la estructura. Por su parte, el bloque de 40 grados absorbe gran cantidad de la carga axial mediante la flexión de los elementos re-entrantes, lo que provoca en la estructura una deformación muy grande en el eje vertical. Las celdas con 20 y 30 grados, muestran la mejor relación entre amortiguación y valor del coeficiente de Poisson, siendo su principal diferencia la rigidez que muestra cada una de ellas durante el impacto: la celda de 20 grados absorbe la misma energía que la celda de 30 grados en un 30% menos de tiempo.

La celda de panel de abeja tiene un valor más bajo del coeficiente de Poisson en comparación con la celda auxética, además de mostrar menor capacidad de absorción de energía. Este comportamiento se ve claramente respaldado durante el experimento, ya que la celda de panel de abeja exhibe las peores prestaciones a la hora de reducir la velocidad de la pesa durante la caída libre.

Otra de las comparaciones más relevantes, es la del cambio de densidad relativa entre el bloque auxético de 30 grados y el que simula un panel de abeja. En ella, se observa que el incremento de la densidad relativa en el bloque auxético es un 150% mayor que el de su homólogo no auxético.

## 5. DISCUSIÓN

Una vez expuestas las conclusiones del estudio, se plantean una serie de preguntas y caminos para seguir desarrollando e investigando las propiedades de las celdas auxéticas.

Con los resultados obtenidos, es difícil responder a la pregunta de qué estructura es la que ofrece mejores propiedades. La respuesta depende, sin duda, de la aplicación en la que fuese a ser utilizada.

En aplicaciones donde la estructura sufra fuertes impactos y el objetivo sea proteger un objeto situado al otro lado del elemento auxético, el bloque de 20 grados es capaz de absorber el golpe y disminuir la velocidad del proyectil en poco tiempo. Sin embargo, para aplicaciones donde el propósito principal sea amortiguar la colisión, por ejemplo para reducir los daños en un vehículo que sufre un accidente, se deberían de utilizar estructuras con ángulos comprendidos entre 30 y 40 grados.

Otra de las conclusiones obtenidas, y que podrían generar nuevos estudios, es la diferencia en la respuesta que ofrecen las estructuras de 20 y 30 grados frente a la deformación. El bloque con ángulos de 20 grados es capaz de transmitir la energía del impacto hacia la parte central de la estructura. Durante su deformación, la celda central es la que más reduce su tamaño, hasta producirse en ese punto varias fracturas simultáneas. Por su parte, la celda de 30 grados sufre la primera rotura en un vértice re-entrante, en una celda situada en una esquina de la estructura. Este tipo de fractura es debida a que la deformación del impacto desplaza en exceso los vértices re-entrantes hacia el interior de las celdas. Este comportamiento se aprecia claramente en el experimento de caída libre y, además, se apoya en los datos obtenidos de la simulación en Abaqus/CAE. Encontrar el ángulo apropiado, que consiga un equilibrio entre los dos modos de fallo y retrase el momento de la primera rotura, daría como resultado una estructura con un alto coeficiente de Poisson, capaz de absorber gran cantidad de energía en un impacto.

Por último, en la comparación directa entre bloque auxético y no auxético, los resultados muestran, en general, un mejor comportamiento del primero para el experimento de caída libre estudiado: mayor incremento de densidad relativa, mayor capacidad de absorción de energía y mejor comportamiento elástico.





## 6. REFERENCIAS

- [1] T.C. Lim. *Auxetic materials and structures*. 1<sup>st</sup> Ed. Springer: School of Science and Technology, 2015.
- [2] Y.C. Fung. *Foundations of solid mechanics*. Englewoods Cliffs, N.J.:Prentice-Hall, 1965.
- [3] Y. Li. "The anisotropic behavior of Poisson's ratio, Young Modulus and Shear Modulus in hexagonal materials". *Physica status solidi*, edición 38, pp171-175, noviembre 1976.
- [4] Y. Prawoto. "Seeing auxetic materials from the mechanics point of view: a structural review on the negative Poisson's ratio". *Computational Materials Science*, edición 58, pp140-153, febrero 2012.
- [5] Saint-Venant. *Résumé des leçons sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines*. Première section, Paris 1848.
- [6] R. Lakes. "Foam structures with negative Poisson's ratio". *Science*, volumen 235, edición 4792, pp1038-1040, febrero 1987.
- [7] K.E. Evans. "Auxetic polymers: a new range of materials". *Endeavour*, volumen 15, edición 4, pp170-174, 1991.
- [8] I.G. Masters y K.E. Evans. "Models for the elastic deformation of honeycombs". Elsevier Science Ltd, *Composite structures*, edición 35, pp403-422, 1996.
- [9] Hui Wan. "A study of negative Poisson's ratios in auxetic honeycombs based on a large deflection model". *European Journal of Mechanics*, volumen 23, edición1, pp95-106, febrero 2004.
- [10] J.L. Blanco Claraco, A. González Herrera, y J.M. García Manrique, "Análisis estático de estructuras por el método matricial", Manual, Departamento de ingeniería Civil, Materiales y Fabricación, Universidad de Málaga, Málaga, España. Disponible en: [http://ingmec.ual.es/~jlblanco/papers/blanco2012calculo\\_matricial\\_estructuras.pdf](http://ingmec.ual.es/~jlblanco/papers/blanco2012calculo_matricial_estructuras.pdf).
- [11] T. Letcher y M. Waytashek, "Material property testing of 3D-printed specimen in PLA on an Entry-Level 3D printer", South Dakota State University, USA, Informe técnico IMECE2014-39379, 2014.
- [12] D. Prall y R.S. Lakes. "Properties of a chiral honeycombs with a poisson's ratio of -1". *International Journal of Mechanical Science*, volumen 39, edición3, pp305-314, marzo 1997.



- [13] L.J. Gibson, M.F. Ashby, G.S. Schajer y C.I. Robertson. "The mechanics of two dimensional Cellular Materials". Proc. Of the Royal Society of London. Mathematical and Physical Sciences, volumen 382, edición 1782, pp25-42, julio 1982.
- [14] J. Lee, J.B. Choi y K. Choi. "Applcation of homogenization FEM analysis to regular and re-entrant honeycomb structures", Journal of Materials Science, volumen 31 edición15, pp4105-4110, enero 1996.
- [15] Y. Ishibashi y M.J. Iwata. "A microscopic Model of a Negative Poisson's ratio in some Crystals", Journal of the Physical Society of Japan, volumen 68, edición 8, pp2702-2703, febrero 2000.
- [16] J.N. Grima y K.E. Evans. "Auxetic behavior from rotating squares", Journal of Materials Science letters, volumen 19, edición 17, pp1563-1565, septiembre 2000.
- [17] P.S. Theocaris, G.E. Stavroulakis y P.D. Panagiotopoulos PD. "Negative Poisson's ratio in composites with a star-shaped inclusions: a numerical homogeneization approach", Archive of applied Mechanics, volumen 67, edición 4, pp274-286, abril 1997.
- [18] R.S. Lakes, R. Witt. "Making and characterizing negative Poisson's ratio materials", International Journal of Mechanical Engineering, volumen 30, edición 1, pp50-58, enero 2002.
- [19] R.C. Hibbeler. *Mecánica de Materiales*, edición 6, Pearson: Prentice hall, 2006.
- [20] R. Cabecera Soriano. "Análisis de materiales. Diagramas tensión deformación". En Cabecera de Formación. <http://encabeceraformacion.blogspot.com/2015/09/analisis-de-materiales-diagramas.html> (acceso: 14 de febrero de 2019).