



Universidad  
Carlos III de Madrid

Grado Universitario en Ingeniería de Tecnologías Industriales  
Curso 2016-2017  
Trabajo Fin de Grado

# Determinación del Factor de Intensidad de Tensiones para fisuras con forma cóncava de mayor profundidad contenidas en ejes giratorios.

Autor: Sergio Muñoz Aranda  
Directora de trabajo: Patricia Rubio Herrero



# Resumen

En este Trabajo De Fin de Grado se ha determinado el Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) a lo largo del frente de una fisura de gran profundidad semielíptica con forma cóncava contenida en un eje giratorio. Este parámetro se encuentra en función de la profundidad relativa de la fisura, el factor de forma de la fisura, la posición relativa del frente de fisura y el ángulo de giro del eje en el momento del estudio.

Para ello, se ha realizado un modelo numérico mediante el software Abaqus, basado en el Método de Elementos Finitos (MEF).



# Abstract

In this End-Of-Degree Project, the Stress Intensity Factor (SIF) has been determined along the front of a great depth, semi-elliptical fissure with a concave shape contained in a rotating shaft. This parameter is based on the relative depth of the crack, the crack form factor, the relative position of the crack front and the angle of rotation of the axis at the time of the survey.

For this purpose, a numerical model has been made using the Abaqus software, based on the Finite Element Method (FEM).



# Índice

1. Introducción.....	14
1.1. Motivación.....	15
1.2. Objetivos.....	16
1.3. Contenido del trabajo.....	16
2. Estado del arte .....	17
2.1. Conceptos básicos de la Mecánica de la Fractura.....	18
2.1.1. Planteamiento local de la fractura .....	18
2.1.2. Planteamiento global de la fractura.....	20
2.2. Comportamiento de ejes rotatorios fisurados .....	21
2.3. Tipología de fisuras de ejes .....	22
2.4. Comportamiento de la fisura en ejes.....	23
2.5. Cálculo del Factor de Intensidad de Tensiones en ejes fisurados.....	25
2.5.1. Factor de Intensidad de Tensiones en ejes fisurados de frente recto .....	26
2.5.2. Factor de Intensidad de Tensiones en ejes fisurados de frente semielíptico.....	26
3. Método de Elementos Finitos.....	30
3.1. Introducción al Método de Elementos Finitos .....	31
3.2. Conceptos generales del método.....	31
3.3. Aplicación del programa "Abaqus 6.11" al método de elementos finitos .....	32
4. Modelo numérico.....	34
4.1. Planteamiento del problema.....	35
4.2. Geometría del modelo.....	37
4.3. Contacto entre superficies.....	38
4.4. Frente de fisura .....	38
4.5. Cargas y condiciones de contorno .....	38
4.6. Mallado .....	39
5. Validación del modelo.....	40
6. Resultados.....	43
6.1. Representación gráfica del Factor de Intensidad de Tensiones frente al ángulo girado .....	44

6.2. Conclusiones obtenidas de las gráficas.....	50
7. Planificación.....	51
7.1. Planificación temporal.....	52
7.2. Presupuesto.....	53
8. Conclusiones.....	54
8.1. Conclusiones.....	55
Bibliografía.....	56



# Índice de figuras

**Figura 2.1:** Modos básicos de fractura: Modo I o de apertura, Modo II o de cortadura, Modo III o de cizalladura

**Figura 2.2:** Definición del sistema de coordenadas en el extremo de la fisura

**Figura 2.3:** Modelo de eje de Jeffcott

**Figura 2.4:** Fisura de frente recto, semielíptico convexo y semielíptico cóncavo

**Figura 2.5:** Cierre y apertura total de la fisura

**Figura 2.6:** Gráfica para el modelo de fisura abierta

**Figura 2.7:** Gráfica para el modelo *switching crack*

**Figura 2.8:** Gráfica para el modelo *breathing crack*

**Figura 2.9:** Sección transversal de la fisura de un eje con frente semielíptico convexo

**Figura 2.10:** Sección transversal de la fisura de un eje con frente semielíptico cóncavo

**Figura 3.1:** Esquema de un sistema

**Figura 3.2:** Nombre y logotipo del programa Abaqus

**Figura 4.1:** Enunciado esquemático del problema

**Figura 4.2:** Esquema conjunto de la profundidad relativa de fisura y el factor de forma de fisura

**Figura 4.3:** Esquema de la posición relativa en el frente de la fisura

**Figura 4.4:** Algunas posiciones angulares utilizadas en el estudio

**Figura 4.5:** Eje formado por las dos semibarras unidas en el programa Abaqus

**Figura 4.6:** Detalle de los contactos en la zona intacta

**Figura 4.7:** Mallado en la sección transversal y detalle del mallado en la sección longitudinal a la altura de la fisura

**Figura 5.1:** Comparación de resultados de Y. Sanz frente a los obtenidos y vista de detalle para  $\alpha=0.6$

**Figura 6.1:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=0$

**Figura 6.2:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=0.25$

**Figura 6.3:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=0.5$

**Figura 6.4:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=0.75$

**Figura 6.5:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=1$

**Figura 6.6:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=0$

**Figura 6.7:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=0.25$

**Figura 6.8:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=0.5$

**Figura 6.9:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=0.75$

**Figura 6.10:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=1$

**Figura 6.11:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=0$

**Figura 6.12:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=0.25$

**Figura 6.13:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=0.5$

**Figura 6.14:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=0.75$

**Figura 6.15:** FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=1$



# Glosario

FIT	Factor de Intensidad de Tensiones
MFEL	Mecánica de Fractura Elástica Lineal
$\sigma_{ij}$	Componentes del tensor de tensiones
$u_i$	Componentes del tensor de desplazamientos
$K_I$	Factor de Intensidad de Tensiones de modo I
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$r$	Distancia entre el origen y el punto de referencia
$\phi$	Ángulo de giro entre el eje polar y la recta que une el origen con el punto de referencia
$\sigma$	Tensión de referencia
$a$	Tamaño de la fisura
$F_I$	Factor de Intensidad de Tensiones adimensional dependiente de la geometría de la fisura
$K_{IC}$	Factor de Intensidad de Tensiones crítico
$G$	Tasa de liberación de energía
$F$	Trabajo realizado por las fuerzas exteriores
$U$	Energía de transformación
$R$	Resistencia al avance de la fisura
$E$	Módulo de Elasticidad
$g$	Flexibilidad local
MEF	Método de Elementos Finitos
MEC	Método de los Elementos de Contorno
$D$	Diámetro del eje
$a$	Semieje menor de la elipse característica convexa
$a'$	Semieje menor de la elipse característica cóncava
$b$	Semieje mayor de la elipse característica convexa
$b'$	Semieje mayor de la elipse característica cóncava
$O$	Centro de la elipse característica convexa
$O'$	Centro de la elipse característica cóncava
$h$	Distancia del centro del eje al punto del frente situado en el contorno del eje
$\omega$	Distancia del centro del eje a un punto cualquiera del frente
$\alpha$	Profundidad relativa de fisura
$\beta$	Factor de forma de la fisura semielíptica convexa
$\beta'$	Factor de forma de la fisura semielíptica cóncava
$\gamma$	Posición relativa del frente de fisura



# **1. Introducción**

## 1.1. Motivación

Existen varios fallos que pueden afectar al funcionamiento de máquinas rotatorias como bombas, turbinas, motores,... La mayoría de dichos fallos se producen por la aparición y propagación de fisuras en diversos componentes, provocadas principalmente por los esfuerzos a los que se ven sometidos, las condiciones de trabajo en las que actúan o los fallos estructurales cometidos en su proceso de fabricación. Estas fisuras provocan cambios en las propiedades de las piezas como puede ser una disminución de su rigidez original. Todo esto conduce a unas condiciones de seguridad menor, que puede llegar a un fallo catastrófico aumentando así los costes de reparación o cambio de elemento.

En estas máquinas, uno de los elementos críticos a la hora de la aparición de fisuras son los ejes giratorios. Estos componentes se ven sometidos a grandes esfuerzos de torsión y flexión, los cuales ayudan a la propagación de una fisura en caso de que ésta aparezca. Para evitar el aumento de costes que supone reparar o remplazar un eje, han surgido varios estudios para detectar la aparición de fisuras en elementos mecánicos y ayudar así a disminuir sus máximos permisibles que comprometerían la integridad del componente.

La mayoría de estudios realizados hasta la fecha analizan fisuras de frente recto [1], aunque la mayoría de defectos superficiales en componentes estructurales con sección circular presentan un frente con forma semielíptico. Este tipo de frente puede presentar forma convexa [2] o cóncava [3].

La presencia de fisuras en ejes mecánicos de rotación provoca cambios en su comportamiento elástico y dinámico debido a un aumento de la flexibilidad local. Dos de los hechos más remarcables para saber si existen fisuras en el eje es el aumento en los desplazamientos transversales y una disminución en la frecuencia de vibraciones.

Para el estudio de las fisuras comentadas hay que tener en cuenta otro aspecto que es el estado de apertura y cierre de la fisura contenida en un eje giratorio. La fisura se puede encontrar completamente abierta, completamente cerrada o en un estado intermedio. Este mecanismo de apertura y cierre se ha modelado de diferentes maneras: El *switching crack*, que estudia de manera más simplificada las fisuras ya que solo contempla las posiciones de totalmente abierta o cerrada; y el *breathing crack*, que contempla las posiciones de una apertura o cierre gradual.

El concepto a tener en cuenta en estos estudios y en el que se basa este trabajo de fin de grado es el Factor de Intensidad de Tensiones (FIT), que es un parámetro que define el estado tensional en el frente de fisura. En función de este factor se puede conocer el grado de apertura de la fisura.

Por consiguiente, este trabajo de fin de grado va a consistir en la determinación del Factor de Intensidad de Tensiones para ejes fisurados giratorios. Concretamente, se va a estudiar este parámetro en fisuras de gran profundidad y con un frente semielíptico cóncavo.

## **1.2. Objetivos**

El objetivo principal de este trabajo de fin de grado es la determinación del Factor de Intensidad de Tensiones para fisuras de gran profundidad de frente cóncavo contenidas en ejes fisurados sometidos a esfuerzos giratorios. Para ello se tiene en cuenta la profundidad y forma de la fisura, la posición en el frente y el ángulo de giro del eje. La realización de dicho estudio será realizado mediante el programa informático Abaqus.

## **1.3. Contenido del trabajo**

El trabajo de fin de grado se encuentra dividido en seis capítulos principales, el primero de los cuales es esta introducción, en donde se resume la motivación para realizar este estudio y su objetivo principal.

El segundo capítulo se centra en el entendimiento de la mecánica de la fractura lineal elástica, así como en la dinámica de ejes y el comportamiento de la fisura en un eje fisurado.

El tercer capítulo habla del método de los elementos finitos, el cual se explica mediante una introducción a dicho método, sus conceptos generales y utilización del programa Abaqus para poder resolver dicho método.

El cuarto capítulo trata sobre el modelo numérico planteado en este trabajo. Para ello se hace un planteamiento del problema, la geometría del modelo, las condiciones de contorno que lo conforman, la interacción entre las superficies que forman la fisura y el mallado necesario para la obtención de unos resultados óptimos.

El quinto capítulo muestra las representaciones gráficas del Factor de Intensidad de Tensiones en función de sus diversos parámetros y agrupa las conclusiones que se recogen de dichos resultados.

El sexto capítulo nos enseña un desglose de las tareas realizadas y su planificación temporal.

A todos estos capítulos hay que añadir la bibliografía añadida al final del presente trabajo; así como el índice general, el índice de figuras y un glosario con las abreviaturas que forman parte de este documento.

## **2. Estado del arte**

## **2.1. Conceptos básicos de la Mecánica de la Fractura**

La Teoría de la Elasticidad surge para poder resolver ecuaciones constitutivas mediante métodos analíticos. No obstante, esta teoría no contempla la concentración de defectos en los extremos de la fisura, por lo que únicamente nos permite predecir el fallo en sólidos que carecen de defectos. Debido a este contratiempo, la mecánica de fractura se torna esencial a la hora de poder ayudar a la predicción y desarrollo de los componentes mecánicos.

La Mecánica de la Fractura [5] surgió a principios del siglo XX de la mano del ingeniero aeronáutico inglés Alan Arnold Griffith [4], aumentando su desarrollo rápidamente durante todo el siglo primero constituyendo una fuerte base teórica para, posteriormente, llegar a implementar importantes aplicaciones prácticas. Su objetivos principales son analizar el comportamiento de elementos mecánicos con defectos y definir las condiciones de rotura para así poder preverlas y mejorar los procesos de producción y mantenimiento.

### **2.1.1. Planteamiento local de la fractura**

La Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL) surgió con el fin de dar explicación a los procesos de propagación de fisuras en sólidos agrietados y la distribución de tensiones y deformaciones que se forman en éste. El primero en establecer los principios básicos de la mecánica de fractura fue Griffith [4], el cual basó sus estudios en la transformación energética en la expansión de fisuras. Posteriormente, Irwin [6] fue el encargado de redirigir la teoría de su predecesor proponiendo el análisis en función de las tensiones. A estos dos estudios hay que añadir los realizados por Orowan [7], Paris y Erdogan [8].

La principal utilidad del MFEL es la explicación y predicción de la rotura en materiales frágiles en los que su plasticidad es limitada. Inicialmente se aplicaba únicamente a materiales metálicos pero, con el avance de los años y el aumento de estudios sobre el tema, su aplicación se ha visto incrementada a materiales cerámicos y polímeros.

Las fisuras que aparecen en los sólidos se agrupan en tres grupos en función de la dirección de propagación de la fisura en función del plano que la contiene: modo de apertura o modo I, modo de cortadura o modo II y modo de cizalladura o modo III. Aunque el modo I es el más habitual y por ello es del que más información se ha obtenido, cabe la posibilidad de que aparezca cualquiera de los tres modos, ya sea de forma individual, denominados modos puros, o de forma conjunta, denominados modos mixtos. A continuación se puede ver una representación gráfica de los diferentes modos de fisura:

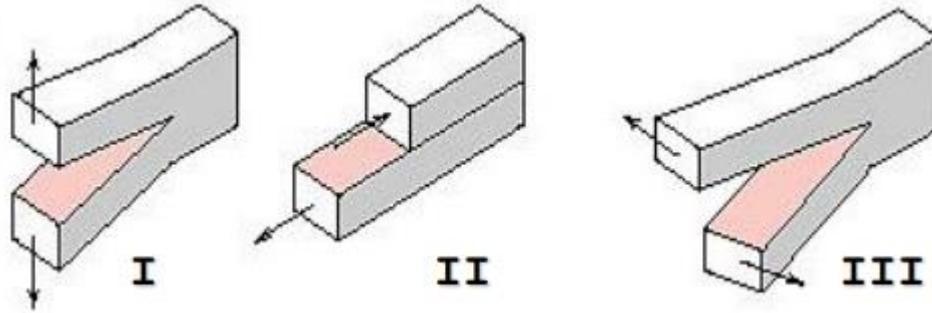


Figura 2.1: Modos básicos de fractura: Modo I o de apertura, Modo II o de cortadura, Modo III o de cizalladura [9]

En el modo I o de apertura, las tensiones que soportan los labios de la fisura son normales y simétricas respecto a ésta. Por otro lado, los desplazamientos de dichos labios son también perpendiculares a la fisura.

En el modo II o de cortadura, el plano de la fisura contiene las tensiones y los desplazamientos de los labios de la fisura, siendo la dirección de propagación de la fisura coincidente con la dirección tensional.

En el modo III o de cizalladura, el plano de la fisura contiene las tensiones y los desplazamientos de los labios de la figura pero, al contrario que sucede en el modo de cortadura, la dirección de propagación de la fisura es contraria a la dirección tensional de la misma.

El principio básico sobre el que está fundamentada la Mecánica de la Fractura es que los procesos de fisura tienen lugar en los alrededores de la fisura, permaneciendo las características del resto del sólido intactas. El Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) es un parámetro que define el campo de tensiones y desplazamientos en las proximidades de la fisura de modo I. Dicho factor se encuentra condicionado por la geometría del modelo, su estado tensional y la profundidad de la hendidura [10]. Las tensiones y los desplazamientos pueden describirse matemáticamente como:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \hat{\sigma}_{ij}(\phi)$$

$$u_i = \frac{K_I}{2\nu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \hat{u}_i(\phi, \nu)$$

donde  $\hat{\sigma}_{ij}$  son las componentes del tensor de tensiones referidos a un sistema de coordenadas móvil  $xy$  cuyo origen coincide con el extremo de la fisura;  $u_i$  son las componentes del tensor de desplazamientos;  $K_I$  es el FIT de modo I;  $\nu$  es el coeficiente de Poisson;  $r$  y  $\phi$  son las coordenadas del extremo de la fisura en coordenadas polares;  $\hat{\sigma}_{ij}$  es una función que depende de  $\phi$ ; y  $\hat{u}_i$  es una función que depende de  $\phi$  y  $\nu$ .

A continuación, se puede observar gráficamente como se encuentra ubicado el sistema de coordenadas en el extremo de la fisura:

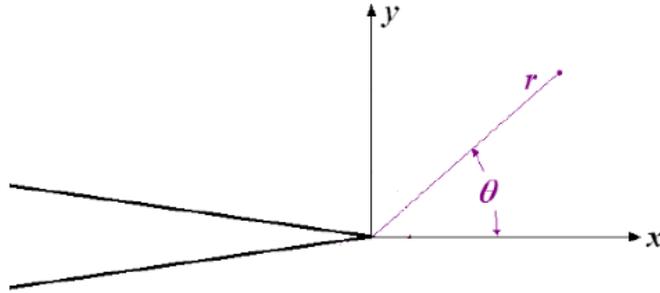


Figura 2.2: Definición del sistema de coordenadas en el extremo de la fisura [11]

El FIT también puede expresarse como [12,2]:

$$K_I = F_I \sigma \sqrt{\pi a}$$

donde  $\sigma$  es la tensión de referencia aplicada;  $a$  es el tamaño de la fisura y  $F_I$  es el FIT adimensional que depende de la geometría de la fisura.

La Fisura se expandirá cuando el FIT alcance su valor crítico,  $K_{IC}$ , que es una propiedad que viene dada dependiendo del material que esté siendo utilizado. Por lo tanto, la fractura de modo I se expandirá cuando el FIT alcance un valor igual o mayor al FIT crítico. Expresado matemáticamente:

$$K_I \geq K_{IC}$$

### 2.1.2. Planteamiento global de la fractura

El criterio global de la fractura está basado en el principio que planteó Griffith [4] de conservación de la energía, que posteriormente revisó Irwin [6].

El parámetro más importante para conocer el comportamiento global de la fractura sobre un sólido es la tasa de liberación de energía,  $G$ , que depende de las tensiones, profundidad de la hendidura y geometría de la figura; y se define como:

$$G = \frac{dF}{da} - \frac{dU}{da}$$

donde  $F$  es el trabajo realizado por las fuerzas exteriores; y  $U$  es la energía de transformación.

Es necesario que la tasa de liberación de energía sea mayor que la resistencia al avance de la fisura,  $R$ , para que la fisura se propague a través del sólido. La tasa de liberación depende de los factores comentados anteriormente; sin embargo, la resistencia al avance de la fisura es una propiedad exclusiva de cada material por lo que no puede ser calculada y que se obtiene experimentalmente.

Por consiguiente, para que se propague la fisura, la tasa de liberación de energía a de ser mayor o igual a la resistencia al avance de la fisura. Expresado matemáticamente:

$$G \geq R$$

Para relacionar el Factor de Intensidad de Tensiones y la tasa de liberación de energía, se utiliza la siguiente expresión:

$$G = \frac{K_I^2}{E'}$$

donde  $E' = E$ , siendo  $E$  el módulo de elasticidad, en caso de tensión plana; y  $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$  en caso de deformación plana.

## 2.2. Comportamiento de ejes rotatorios fisurados

El estudio sobre el comportamiento de ejes giratorios es un campo de la mecánica aplicada que lleva estudiándose desde mediados del siglo XIX, cuando Rankine[13] propuso que un eje, a una cierta velocidad de giro, comienza a girar respecto a una nueva posición debido a las deformaciones producidas sobre el mismo. Fueron muchos los estudiosos durante las siguientes décadas que apoyaron y completaron las suposiciones de Rankine[13] como, por ejemplo, Dunkerley [14], De Laval o Kerr; hasta que, a comienzos del siglo XX, apareció la figura de Jeffcot. Él fue el encargado de publicar el primer artículo sobre la teoría fundamental de la dinámica de ejes en la revista "*Philosophical Magazine*"[15] en 1919. Su modelo era bastante simplificado y consideraba un disco en la sección frontal de un eje sin masa, como el que se encuentra en la siguiente figura:

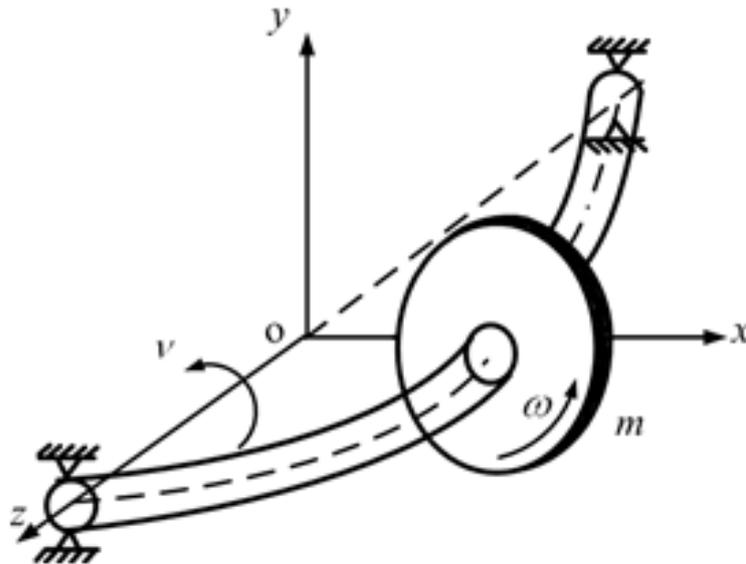


Figura 2.3: Modelo de eje de Jeffcott [17]

La gran mayoría de los trabajos realizados hasta la fecha tratan sobre los cambios estáticos y dinámicos [18] producidos en ejes. La presencia de fisuras provoca, entre otras consecuencias, cambios en la frecuencia de vibraciones y un aumento en los desplazamientos transversales.

### 2.3. Tipología de fisuras de ejes

La mayoría de estudios realizados hasta la fecha sobre el comportamiento de ejes fisurados determinan que la forma de la fisura presenta un frente recto [19, 20, 1] debido a la simplicidad de sus cálculos. Esta suposición puede considerarse perfectamente válida; no obstante, en la realidad se puede observar que el frente de las fisuras en ejes giratorios es semielíptico. La mayoría de estudios realizados sobre el comportamiento de ejes giratorios con fisura de frente semielíptico hablan de frentes convexos [2, 21, 22, 23, 24], aunque también existen frentes cóncavos [3, 25, 26, 12]. Este tipo de frente es el que va a ser estudiado a lo largo de este Trabajo de Fin de Grado.

En la siguiente figura se pueden ver los tres tipos de frente de fisura comentados anteriormente:

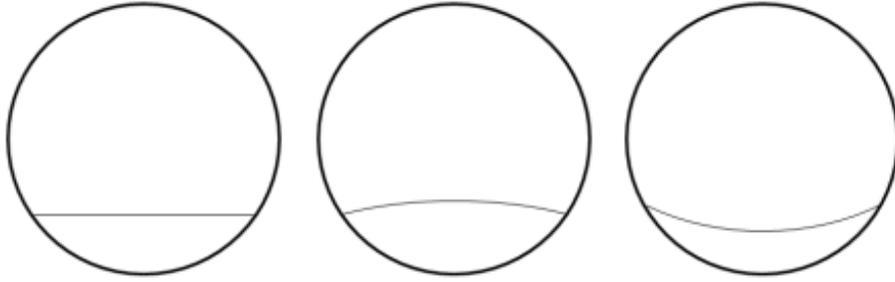


Figura 2.4: Fisura de frente recto, semielíptico convexo, semielíptico cóncavo (de izquierda a derecha)

#### 2.4. Comportamiento de la fisura en ejes

Para el estudio de la dinámica de ejes giratorios es muy importante saber el estado en el que se encuentra la fisura en cada momento. Algunos autores han considerado que la fisura se encuentra abierta permanentemente, lo que no sería realista en ejes giratorios ya que la abertura de la fisura varía en función de la posición angular en la que se encuentre el eje. La fisura varía su apertura o cierre dependiendo de si los esfuerzos a los esfuerzos a los que se encuentra sometida hagan que se traccione o se comprima. Otro factor a tener en cuenta es la rigidez del eje. Esta propiedad se puede comprobar perfectamente en los casos extremos de apertura y cierre de la fisura: si la fisura se encuentra totalmente cerrada, la rigidez del eje es máxima ya que no se vería deformada; por otro lado, si la fisura se encuentra totalmente abierta, la rigidez del eje es mínima ya que su deformación es considerable. A continuación se pueden observar los dos casos extremos comentados.

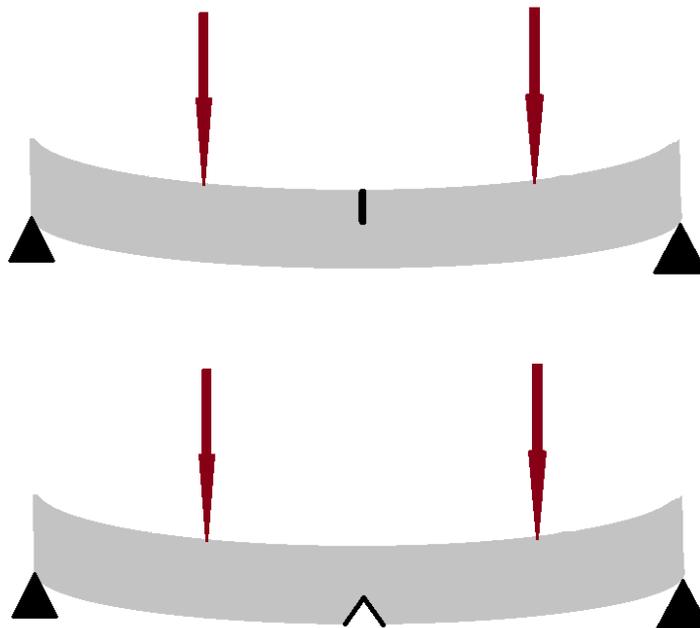


Figura 2.5: Cierre y apertura total de la fisura (de arriba abajo)

Para interpretar la variación de comportamiento respecto a la fisura se emplea la función de flexibilidad local, representada mediante  $g(\theta)$ , dependiente del ángulo de giro,  $\theta$ , e inversa a la rigidez del eje.

Los modelos más representativos para explicar la función de flexibilidad local son los siguientes:

- Modelos de fisura abierta: La fisura permanece abierta durante todo el giro del eje, y su función de apertura y cierre se expresa mediante la ecuación y gráfica siguientes:

$$g(\theta) = 1$$

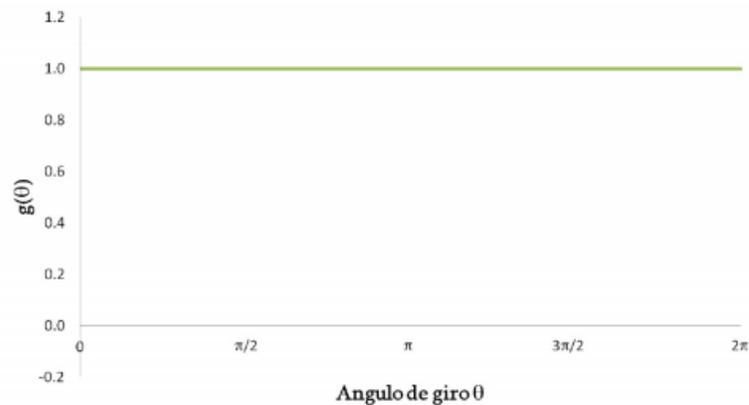


Figura 2.6: Gráfica para el modelo de fisura abierta

- Modelos de fisura abierta o cerrada (*switching crack*) [29]: En este tipo de modelos solo se tiene en cuenta la apertura total o el cierre total de la fisura, no sus variaciones intermedias. Cuando la fisura se encuentra completamente cerrada, el eje se comporta como si no existiese dicha fisura. Los valores que toma la función de flexibilidad local y su gráfica se muestran a continuación:

$$g(\theta) = 0 \text{ (completamente cerrada)}$$

$$g(\theta) = 1 \text{ (completamente abierta)}$$

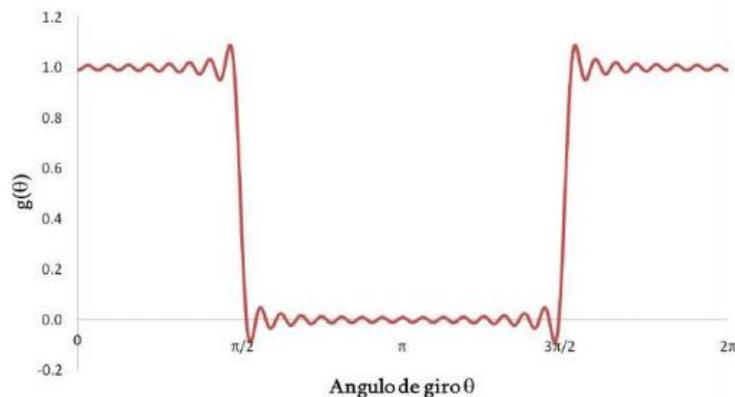


Figura 2.7: Gráfica para el modelo *switching crack* [29]

- Modelos de apertura o cierre gradual de la fisura (*breathing crack*) [27]: En estos modelos, al contrario que en el *switching crack*, si se tienen en cuenta las posiciones intermedias de apertura o cierre de la fisura. Mayes y Davies propusieron una función cosenoidal para estudiar el comportamiento de dichos modelos para fisuras de mayor profundidad en la que el diámetro fuera, como máximo, cuatro veces superior a la profundidad de la fisura. La función definida y su gráfica son las siguientes:

$$g(\theta) = \frac{1 + \cos \theta}{2}$$

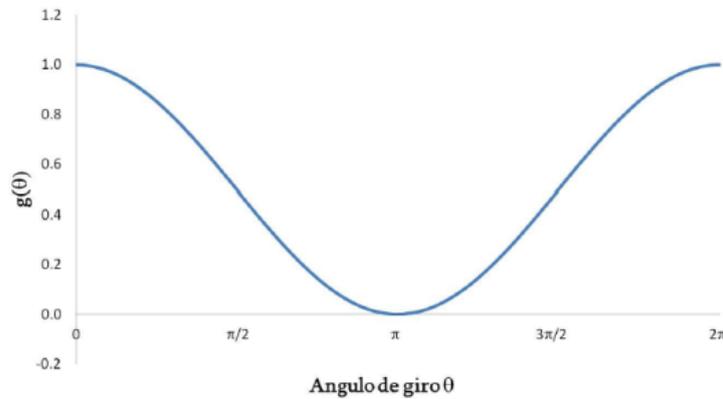


Figura 2.8: Gráfica para el modelo *breathing crack* [27]

## 2.5. Cálculo del Factor de Intensidad de Tensiones en ejes fisurados

Antes, de hablar de las distintas formas que puede presentar el frente de fisura en un eje, habría que conocer los diferentes métodos que se utilizan para hallar el Factor de Intensidad de Tensiones. Estos procedimientos se pueden agrupar en tres grupos: métodos analíticos, experimentales y numéricos.

Los métodos analíticos son aquellos que nos permiten obtener resultados mediante el examen del objeto sujeto a estudio. Las investigaciones más relevantes que emplean métodos analíticos son las basadas en la observación de la integral de contorno [27] o en las expresiones clásicas fundamentales de la Mecánica de la Fractura [5].

Los métodos experimentales son aquellos que nos permiten calcular el Factor de Intensidad de Tensiones a través de información obtenida experimentalmente. Los procedimientos más relevantes son la fotoelasticidad [30] y la fractografía [31].

Los métodos numéricos son aquellos procedimientos en los que se llega a la solución del problema planteado a través de cálculos lógicos o aritméticos. Los dos métodos más utilizados son el Método de los Elementos Finitos (MEF) [2, 33, 34, 32] y, en menor medida, el método de los Elementos de Contorno (MEC) [36, 35].

### **2.5.1. Factor de Intensidad de Tensiones en ejes fisurados de frente recto**

Este Trabajo de Fin de Grado está centrado en las fisuras de frente semielíptico, aunque también habría que destacar los estudios realizados con anterioridad sobre las fisuras comprendidas como frente recto.

La mayoría de estudios realizados hasta la fecha sobre el comportamiento de ejes fisurados determinan que la forma de la fisura presenta un frente recto debido a la simplicidad de sus cálculos. Cabe destacar principalmente el trabajo de investigación realizado por Carpinteri [9], el cual calculó, mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF), el FIT en una barra cilíndrica sometida a esfuerzos de tracción y flexión.

Por otra parte, Valiente logró combinar el Método de los Elementos Finitos con el método de rigidez diferencial [38]. Al realizar dicho estudio, concluyó en el desarrollo de una expresión dependiente de la profundidad de fisura que permite obtener el valor del FIT de una forma adimensional.

Para acabar, habría que destacar los trabajos realizados por Bush [39] y Ouchterlony [40], los cuales calcularon experimentalmente el FIT, basándose en la flexibilidad de la fisura.

### **2.5.2. Factor de Intensidad de Tensiones en ejes fisurados de frente semielíptico**

Los primeros estudios que surgieron como oposición a la suposición de que el frente recto era el más conveniente fueron los que utilizaban un modelo de eje con fisura de frente circular [42, 41]. No obstante, este modelo acabaría modificándose en estudios posteriores hacia fisuras de frente semielíptico por su mayor aproximación a la realidad.

Existen dos tipos de frentes semielípticos: convexos y cóncavos. La diferencia entre ambos reside en la posición relativa de la elipse con respecto al eje. En el caso del frente convexo, la elipse se sitúa en la parte inferior de la sección transversal del eje en un plano paralelo al de la fisura; mientras que en el frente cóncavo, la elipse se sitúa en la parte superior de la sección transversal del eje en un plano paralelo al de la fisura.

#### **2.5.2.1. Factor de Intensidad de Tensiones en ejes fisurados de frente semielíptico convexo.**

Cabe destacar que se han encontrado diversos estudios sobre el cálculo del FIT en el frente de fisura semielíptico convexo en la literatura [2, 21, 22, 23, 24]. A continuación se muestra la sección transversal de una fisura con frente semielíptico convexo en la que quedan definidos sus principales parámetros:

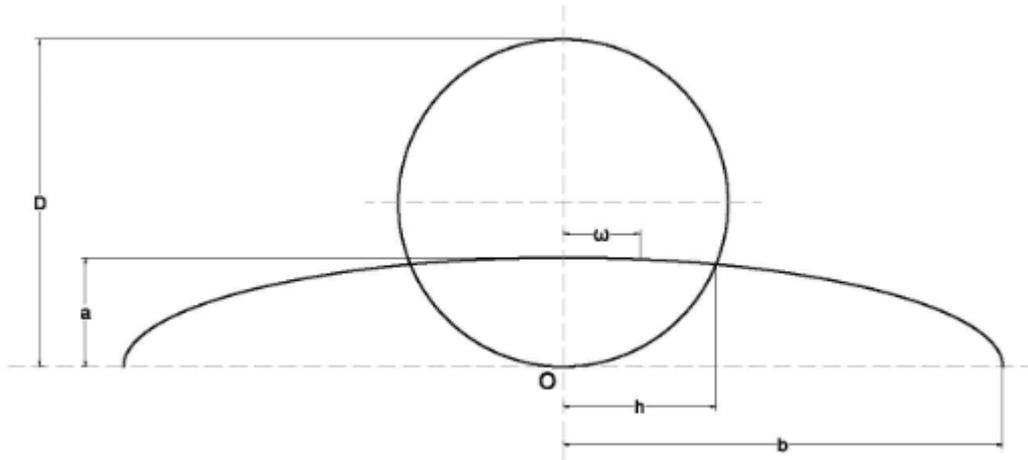


Figura 2.9: Sección transversal de la fisura de un eje con frente semielíptico convexo

donde  $D$  es el diámetro del eje;  $a$  y  $b$  son los semiejes de la elipse característica;  $h$  es la distancia del centro del eje al punto del frente situado en el contorno del eje; y  $\omega$  es la distancia del centro del eje a un punto cualquiera del frente.

Este tipo de fisuras quedan definidas por una serie de parámetros que son la profundidad relativa de la fisura, el factor de forma de la fisura y la posición relativa del frente de fisura, y sus expresiones son las siguientes:

- Profundidad relativa de la fisura ( $\alpha$ ).

$$\alpha = \frac{a}{D}$$

- Factor de forma de la fisura ( $\beta$ ).

$$\beta = \frac{a}{b}$$

- Si  $\beta=1 \rightarrow (a=b) \rightarrow$  fisura de frente semicircular.
- Si  $0 < \beta < 1 \rightarrow$  fisura de frente semielíptico.
- Si  $\beta=0 \rightarrow (a=0) \rightarrow$  fisura de frente recto.

- Posición relativa del frente de fisura ( $\gamma$ ).

$$\gamma = \frac{\omega}{h}$$

### 2.5.2.2. Factor de Intensidad de Tensiones en ejes fisurados de frente semielíptico cóncavo.

En comparación con el frente semielíptico convexo, hay menos autores que estudien el frente semielíptico cóncavo [3, 25, 26, 12]. Como ya se ha comentado

anteriormente, este Trabajo de Fin de Grado se centra en las fisuras con frente semiéptico cóncavo. A continuación se muestra la sección transversal de una fisura con frente semiéptico cóncavo en la que quedan definidos sus principales parámetros:

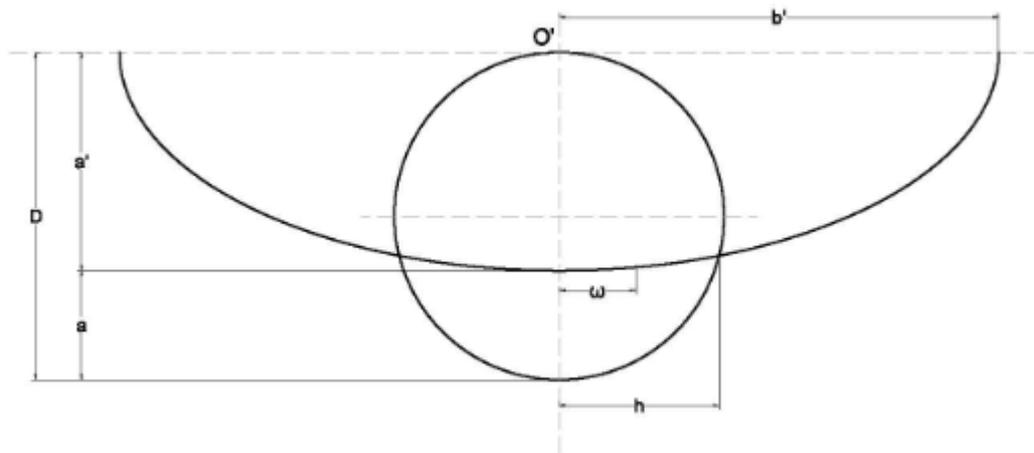


Figura 2.10: Sección transversal de la fisura de un eje con frente semiéptico cóncavo

donde  $D$  es el diámetro del eje;  $a'$  y  $b'$  son los semiejes de la elipse característica;  $a$  es la diferencia entre el diámetro del eje y el semieje menor de la elipse característica;  $h$  es la distancia del centro del eje al punto del frente situado en el contorno del eje; y  $\omega$  es la distancia del centro del eje a un punto cualquiera del frente.

Al igual que en las fisuras de frente semiéptico convexo, quedan definidas por una serie de parámetros que son la profundidad relativa de la fisura, el factor de forma de la fisura y la posición relativa del frente de fisura, y sus expresiones son las siguientes:

- Profundidad relativa de la fisura ( $\alpha$ ).

$$\alpha = \frac{a}{D}$$

- Factor de forma de la fisura ( $\beta'$ ).

$$\beta' = \frac{a'}{b'}$$

- Si  $\beta'=1 \rightarrow (a'=b') \rightarrow$  fisura de frente semicircular.
- Si  $0 < \beta' < 1 \rightarrow$  fisura de frente semiéptico.
- Si  $\beta'=0 \rightarrow (a'=0) \rightarrow$  fisura de frente recto.

- Posición relativa del frente de fisura ( $\gamma$ ).

$$\gamma = \frac{\omega}{h}$$



# **3. Método de Elementos Finitos**

### **3.1. Introducción al Método de Elementos Finitos**

El método del elementos finitos, cuya abreviatura en castellano es MEF y en inglés FEM, es una herramienta usada actualmente para resolver problemas ingenieriles que hace no mucho tiempo se antojaban difíciles de resolver debido a la importante cantidad de cálculos matemáticos convencionales.

Este método ha sido posible gracias al avance en tecnologías computacionales [43], debido a que permite realizar un modelo tecnológico en vez de construir prototipos estructurales como se hacía antes, minimizando los costes tanto temporales como económicos.

De todas formas, hay que tener en cuenta que para poder utilizar dicha herramienta es necesario tener los suficientes conocimientos tanto del software a utilizar como de las hipótesis básicas que forman el MEF.

### **3.2. Conceptos generales del método**

El método de elementos finitos se basa principalmente en transformar un modelo continuo en una aproximación mediante modelos discretos. Éstos se denominan elementos y están conectados mediante puntos denominados nodos [44]. De esta manera, los elementos quedan gobernados por las mismas ecuaciones que forman el cuerpo continuo. La misión principal de hacer esta división es la de pasar de un sistema con infinitos grados de libertad y regido por ecuaciones diferenciales a un sistema con un número finito de grados de libertad regido por ecuaciones algebraicas.

Todo sistema debe estar formado por su dominio, las condiciones de contorno y las incógnitas que existen [43].

El dominio es el espacio geométrico comprendido por el cuerpo en el que se realiza el análisis del sistema. Las condiciones de contorno son las variables conocidas que determinan el cambio del sistema. En el problema estudiado en este trabajo, dichas condiciones serían los apoyos en los que se sustenta el eje y las fuerzas que soportan. Las incógnitas son las variables desconocidas, las cuales son la finalidad del análisis que se realiza. En el problema estudiado, la incógnita sería el Factor de Intensidad de Tensiones. A continuación se muestran esquematizados los componentes del sistema:

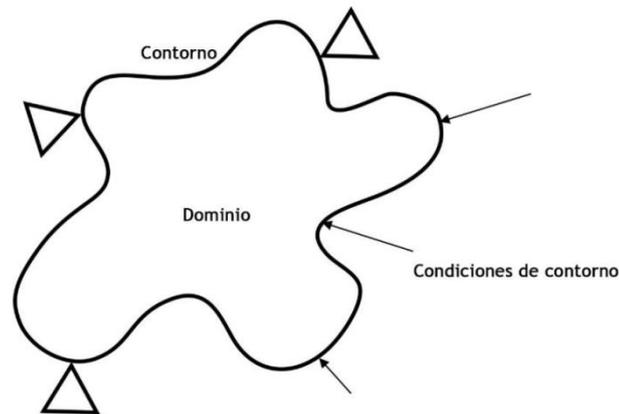


Figura 3.1: Esquema de un sistema [43]

Si se trata de un problema lineal, los elementos están representados por puntos; si el problema es bidimensional, los elementos son líneas; y si se trata de un problema tridimensional como el de este estudio, los elementos son superficies. Las incógnitas se materializan en los nodos. A mayor número de subdivisiones del cuerpo continuo, mayor precisión debido a que los elementos serán cada vez más simples y, por lo tanto, más fáciles para aplicar los cálculos.

### 3.3. Aplicación del programa "Abaqus 6.11" al método de elementos finitos

Abaqus[45] es un software para el análisis de elementos finitos y la ingeniería asistida por ordenador, cuya creación se remonta a 1978. Tanto el nombre del programa como su logotipo se basan en la herramienta de cálculo del ábaco, como se podrá observar en la figura 3.2. El paquete está formado por cinco partes [45]:

- Abaqus/CAE (siglas en inglés de "entorno completo de Abaqus"): Basado en el modelado y análisis de componentes mecánicos y en su posterior visualización.
- Abaqus/Standard: Basado en un análisis tradicional de los elementos finitos, empleando un esquema de integración implícita.
- Abaqus/Explicit: Basado en un análisis de los elementos finitos, usando un esquema de integración explícita debido al carácter más complejos de sistemas altamente no lineales.
- Abaqus/CFD: (siglas en inglés de "dinámica de fluidos computacional"): Basado en los principios del Abaqus/CAE pero añadiéndole la dinámica de fluidos.
- Abaqus/Electromagnetic: Basado en la resolución de problemas electromagnéticos.



Figura 3.2: Nombre y logotipo del programa Abaqus

A la hora de realizar un análisis mediante este software hay que tener en cuenta tres etapas:

- Pre-proceso: Creación del modelo a simular, incluyendo el dominio y las condiciones de contorno.
- Proceso: Realización de los cálculos pertinentes y obtención de soluciones.
- Post-proceso: Estudio de los resultados gráfica y numéricamente.

Para la realización de este trabajo de fin de carrera se utiliza el Abaqus/CAE versión 6.11 [45]. El programa está dividido en una serie de módulos que se resumen brevemente a continuación:

- Módulo PART: Permite la creación de una pieza partiendo de su geometría.
- Módulo PROPERTY: Crea un material y asignarlo a una pieza ya creada.
- Módulo ASSEMBLY: Permite cambios de posición o ensamblajes entre una o varias piezas ya creadas.
- Módulo STEP: Diferencia el análisis estático o dinámico, así como dividirlo en varias etapas temporales.
- Módulo INTERACTION: Establece las relaciones mecánicas entre una o varias piezas ya creadas.
- Módulo LOAD: Fija las condiciones de contorno (fuerzas, apoyos,...) de la pieza.
- Módulo MESH: Malla la pieza, es decir, divide a la pieza original en elementos más simples para facilitar los cálculos. Como se ha explicado anteriormente, a mayor refinamiento en el mallado, los cálculos serán más próximos a la realidad.
- Módulo JOB: Resuelve el análisis planteado en los módulos anteriores.
- Módulo VISUALIZATION: Muestra los resultados de los cálculos realizados anteriormente.

# **4. Modelo numérico**

#### 4.1. Planteamiento del problema

El problema que conduce a la realización de este trabajo de fin de grado está basado en un eje de aluminio que consta de las siguientes características:

- Longitud:  $L=900\text{mm}$ .
- Diámetro:  $D=20\text{ mm}$ .
- Módulo de elasticidad:  $E=72\text{ GPa}$ .
- Coeficiente de Poisson:  $\nu=0.33$ .
- Densidad:  $2800\text{ Kg/m}^3$ .
- Fuerzas(2):  $F=100\text{ N}$  (cada una).
- Distancia de aplicación de las fuerzas:  $d=L/4=225\text{mm}$ .
- Eje biapoyado en sus extremos.
- En el centro del eje ( $d'=L/2=450\text{mm}$ ) se encuentra una fisura con valores de  $\alpha$  y  $\beta$  variables.

A continuación se adjunta un esquema del enunciado del problema:

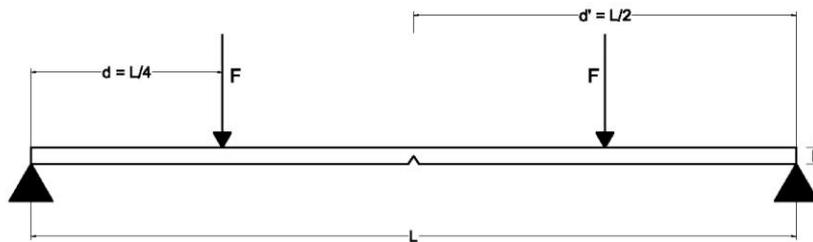
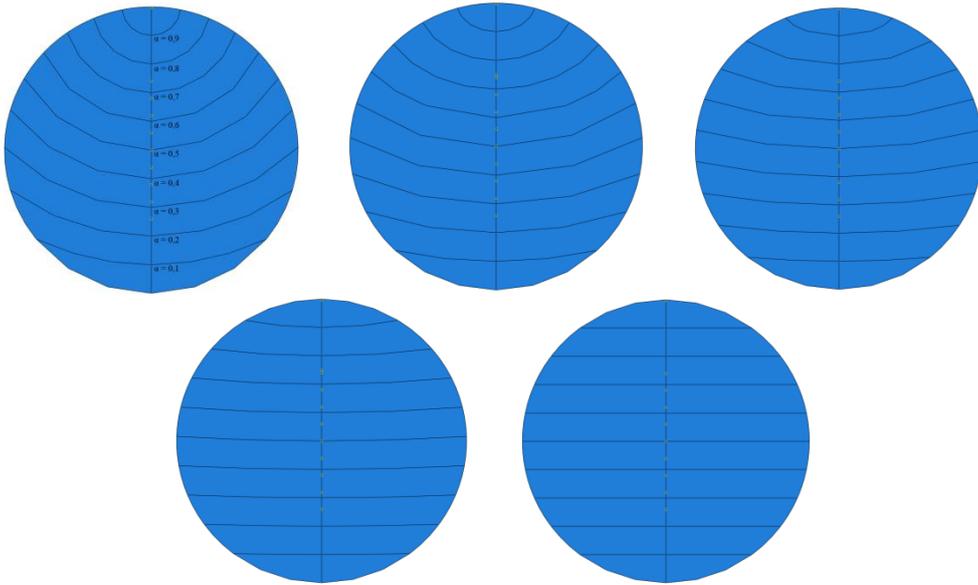


Figura 4.1: Enunciado esquemático del problema.

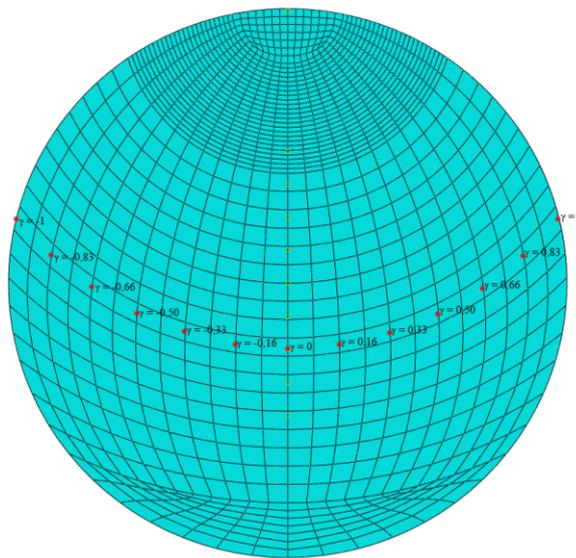
Los parámetros que caracterizan a la fisura son los comentados en el apartado 2.5.1:

- Profundidad relativa de la fisura ( $\alpha$ ): Se han considerado tres profundidades diferentes,  $\alpha=0.6;0.7;0.8$ .
- Factor de forma de la fisura ( $\beta$ ): Se han tenido en cuenta cinco valores de  $\beta$ , que van desde 0 hasta 1 en intervalos de 0.25.



**Figura 4.2:** Esquema conjunto de la profundidad relativa de fisura (de 0.1 a 0.9 en intervalos de 0.1) y el factor de forma de fisura (de 1 a 0 en intervalos de 0.25)

- Posición relativa en el frente de la fisura ( $\gamma$ ): Se han tenido en cuenta once valores de  $\gamma$ , que van desde -0.83 hasta 0.83 en intervalos de 0.16. No se han tenido en cuenta los valores para  $\gamma=-1$  y  $\gamma=1$  debido a la incoherencia de éstos al formarse en la arista de un punto de singularidad [27].



**Figura 4.3:** Esquema de la posición relativa en el frente de la fisura

- Ángulo de giro del eje ( $\theta$ ): En este estudio se van a considerar 36 posiciones angulares que corresponden a la variación entre posiciones de  $10^\circ$  desde  $\theta=0^\circ$  hasta  $\theta=360^\circ$ . Combinando las múltiples posibilidades al combinar  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$ , el número de casos totales realizados asciende a 540. En la figura 4.4. se muestran algunas de las posiciones angulares usadas en este estudio:

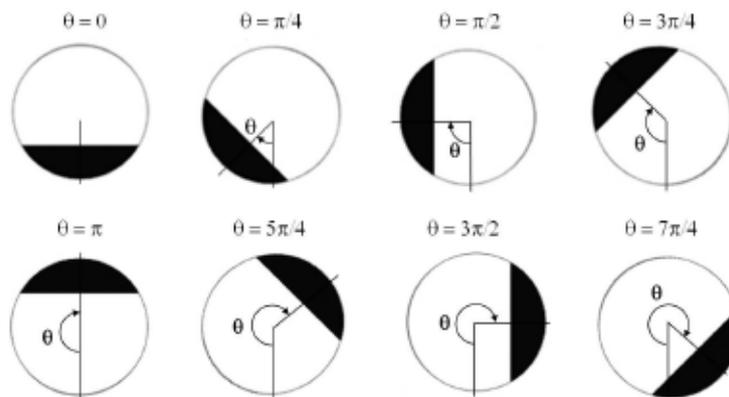


Figura 4.4: Algunas posiciones angulares utilizadas en el estudio [27]

#### 4.2. Geometría del modelo

Lo primero que hay que hacer es definir la geometría del eje. Como éste se encuentra fisurado en su sección media, hay que realizar dos piezas idénticas para posteriormente unir las por las caras que permanecerán en contacto. Para ello, se crea un cilindro macizo de longitud  $L=450\text{mm}$  y diámetro  $D=20\text{mm}$  en el módulo *Part*. Se realizan dos particiones en la sección de dicha barra: una a  $225\text{mm}$  de los extremos, que será donde se situará la fuerza ejercida de  $100\text{N}$ ; y otra a  $4\text{mm}$  del extremo de la fisura para así poder refinar más el mallado en esta zona y poder obtener resultados más precisos.

Posteriormente, en el módulo *Assembly*, se unen longitudinalmente las dos barras iguales creadas anteriormente y así dar forma al eje del enunciado inicial.

Por último, en el módulo *Property*, se define el material a utilizar. En este caso, el eje está compuesto por aluminio con las características detalladas en el apartado 4.1. En la figura 4.5. se puede apreciar el resultado obtenido en dicho módulo.

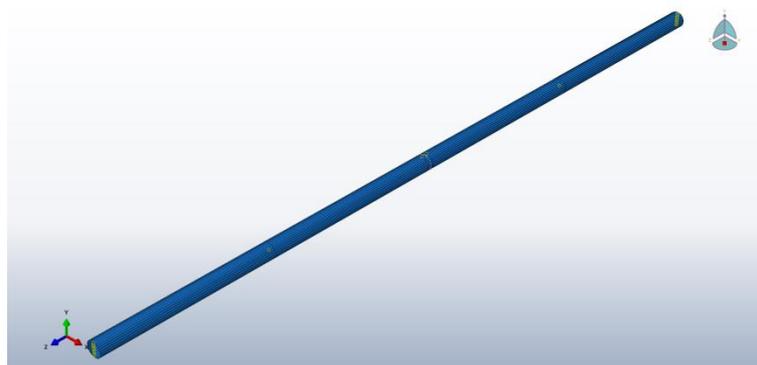


Figura 4.5: Eje formado por las dos semibarras unidas en el programa Abaqus

### 4.3. Contacto entre superficies

Con el propósito de garantizar la unión de las dos semibarras para formar un único eje, se procede a crear una interacción tipo *Tie* entre las zonas intactas de las caras de la sección fisurada mediante el módulo *Interaction*.

Por otro lado, habría que crear un contacto entre las zonas fisuradas para impedir que, en caso de que la posición del eje propicie que la fisura se cierre, ambas superficies no se superpongan sino que se mantengan impenetrables. Para ello se deben definir las propiedades de la interacción. Para ello, debe ponerse un coeficiente de rozamiento infinito ("*Rough fiction*") para el comportamiento tangencial y debe impedir que las superficies ejerzan presión la obre la otra cuando no se encuentren en contacto ("*Hard contact*") para el comportamiento normal.

### 4.4. Frente de fisura

Para determinar el frente de fisura y su dirección de propagación se emplea el módulo *Crack*. Este módulo permite además calcular el FIT en cada posición relativa del frente de fisura. Dicho frente se ubicará en la profundidad relativa de la fisura que se quiera estudiar en cada momento. En la figura 4.6, se puede ver definido este módulo para un factor de forma de la fisura igual a uno y las tres profundidades relativas estudiadas en este TFG:

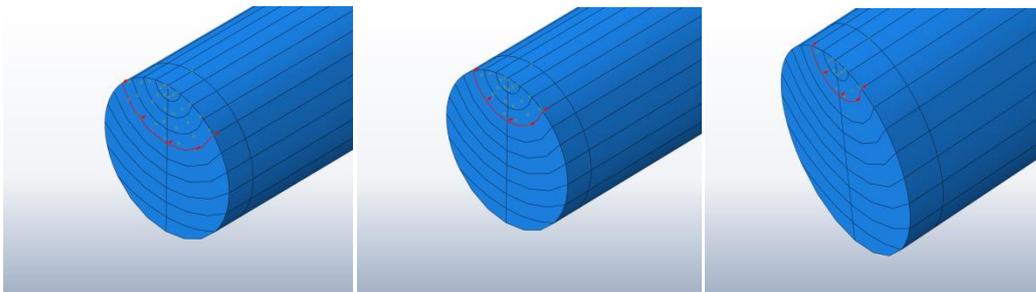


Figura 4.6: Detalle de los contactos en la zona intacta

### 4.5. Cargas y condiciones de contorno

A la hora de aplicar las condiciones de contorno se tienen en cuenta tanto los apoyos sobre los que se sustenta el eje como las fuerzas a las que se ve sometido. Ambas funciones se aplican en el módulo *Load*. En cuanto a los apoyos se refiere, éstos se sitúan en las caras exteriores del eje, impidiendo el movimiento pero no el giro relativo.

Respecto a las fuerzas, el programa Abaqus nos permite aplicar una carga y posteriormente girar la pieza para que las fuerzas se apliquen en diferentes fases de la rotación con una única componente. Para ello, se necesita trabajar con un modelo dinámico, pero en este Trabajo de Fin de Grado el modelo ha sido diseñado como si fuera un modelo estático, por lo que se tendrán que descomponer las fuerzas en componente horizontal y vertical mientras su módulo permanezca igual.

#### 4.6. Mallado

El eje modelado ha sido discretizado a través de elementos cuadráticos hexaédricos C3D20 [46]. El mallado comprende tres regiones: la primera región va desde el inicio del eje hasta la partición donde se aplica la fuerza; la segunda región va desde dicha partición hasta una distancia de 4mm de la fisura, siendo este mallado doce veces más refinado que el anterior debido a que se encuentra más próximo al punto crítico del estudio; y, por último, la última región comprende la zona desde una distancia de 4mm de la fisura hasta la propia fisura, siendo el mallado mucho más refinado debido a los elevados gradientes de tensiones y deformaciones que se producen en la misma.

De esta manera, la malla resultante comprende un total de 62400 elementos y de 265866 nodos. El resultado del mallado se puede ver en la siguiente figura:

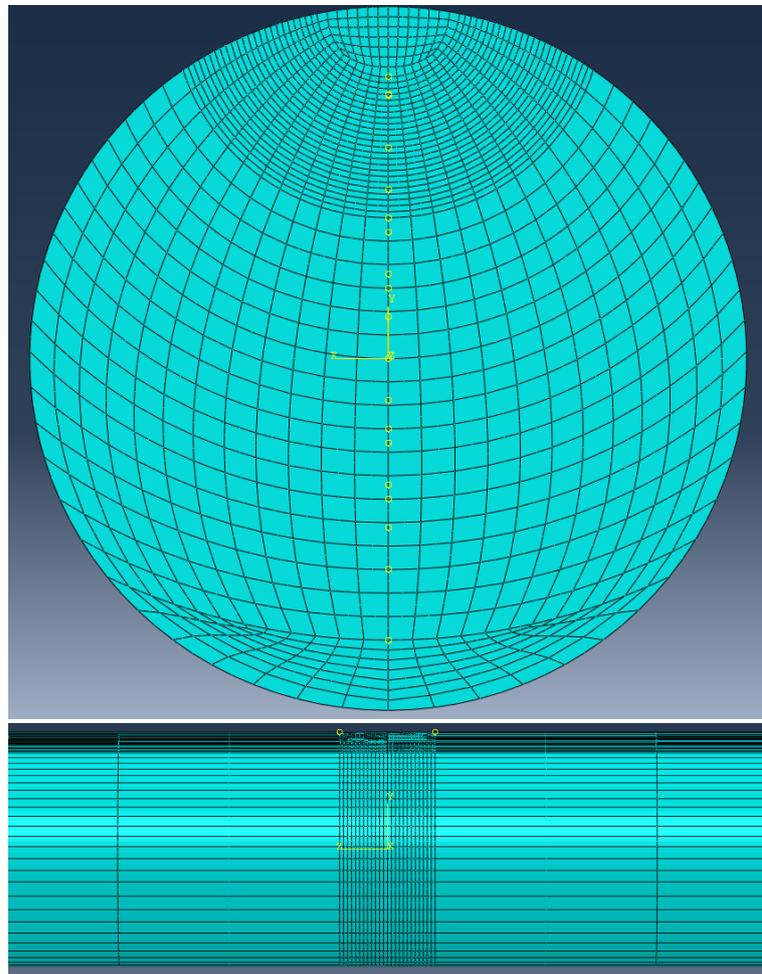


Figura 4.7: Mallado en la sección transversal y detalle del mallado en la sección longitudinal a la altura de la fisura

# **5. Validación del modelo**

En este apartado se compara la validez de los resultados obtenidos en este Trabajo de Fin de Grado con los obtenidos por Y. Sanz[26]. Esta comprobación resulta interesante a la hora de saber si el mallado elegido para el modelo es afín a la realidad.

A la hora de realizar el mallado del modelo, se busca la reducción de la malla original utilizada por Y. Sanz [26]. La autora separó el modelo en tres regiones y en este trabajo se han mantenido las mismas particiones: la primera región va desde el inicio del eje hasta la partición donde se aplica la fuerza; la segunda región va desde dicha partición hasta una distancia de 4mm de la fisura; y, por último, la última región comprende la zona desde una distancia de 4mm de la fisura hasta la propia fisura. En el estudio realizado por la autora [26], la primera región fue mallada en doce particiones transversales y la segunda región también fue mallada en doce particiones transversales.

En un primer modelo, se utilizó un mallado de tres particiones transversales en la primera región y un mallado de seis particiones transversales en la segunda región, manteniendo igual la tercera región. Los resultados obtenidos fueron descartados debido al gran error obtenido entre ambos modelos, llegando a ser de hasta un 2.92%, obtenido para un eje con una profundidad relativa de fisura igual a 0.6 y un factor de forma de la fisura de 0.25. A continuación se muestra una gráfica comparativa de los valores obtenidos para una profundidad relativa de fisura igual a 0.6:

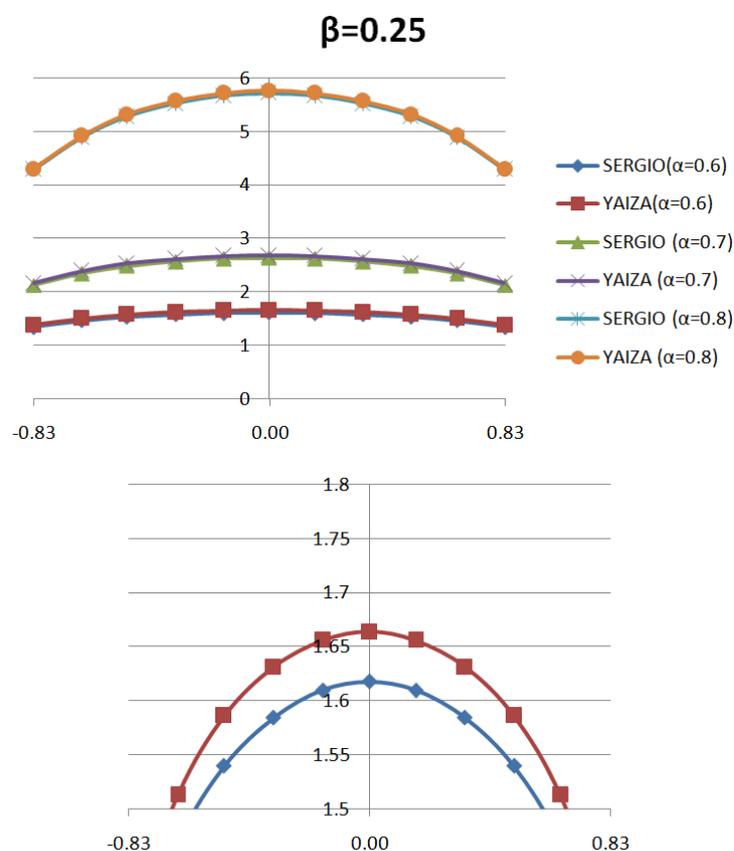


Figura 5.1: Comparación de resultados de Y. Sanz [26] frente a los obtenidos y vista de detalle para  $\alpha=0.6$

En un segundo y definitivo modelo, se estableció un tamaño de malla de una única partición para la primera región y una región en doce particiones de la segunda sección, al igual que en modelo realizado por Y. Sanz, manteniendo igual la tercera sección. Los resultados obtenidos en este modelo si fueron concluyentes debido a que el error relativo entre ambos modelos no superaba el valor de  $2 \cdot 10^{-7}\%$ , considerándose este despreciable.

Por lo tanto, se puede asumir que el mallado en la parte más alejada de la fisura altera ínfimamente los resultados finales.

# 6. Resultados

### **6.1. Representación gráfica del Factor de Intensidad de Tensiones frente al ángulo girado**

A continuación se muestran 15 gráficas en las que se muestran los resultados del FIT frente al ángulo girado del eje, que comprende los valores de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  en intervalos de diez grados. Las variaciones entre unas gráficas y otras reside en la utilización de diferentes profundidades relativas de fisura (pueden ser 0.6, 0.7 ó 0.8) y factores de forma de la fisura (pueden ser 0, 0.25, 0.5, 0.75 ó 1).

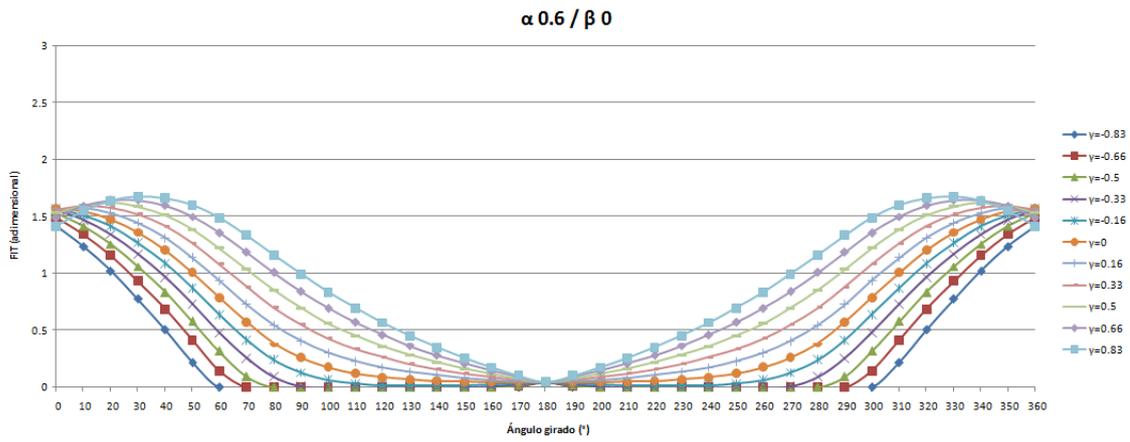


Figura 6.1: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=0$

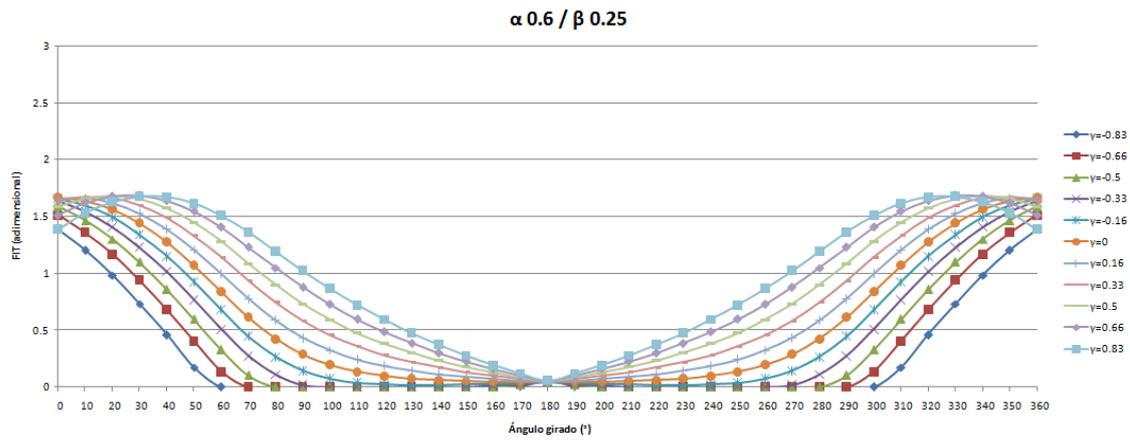


Figura 6.2: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=0.25$

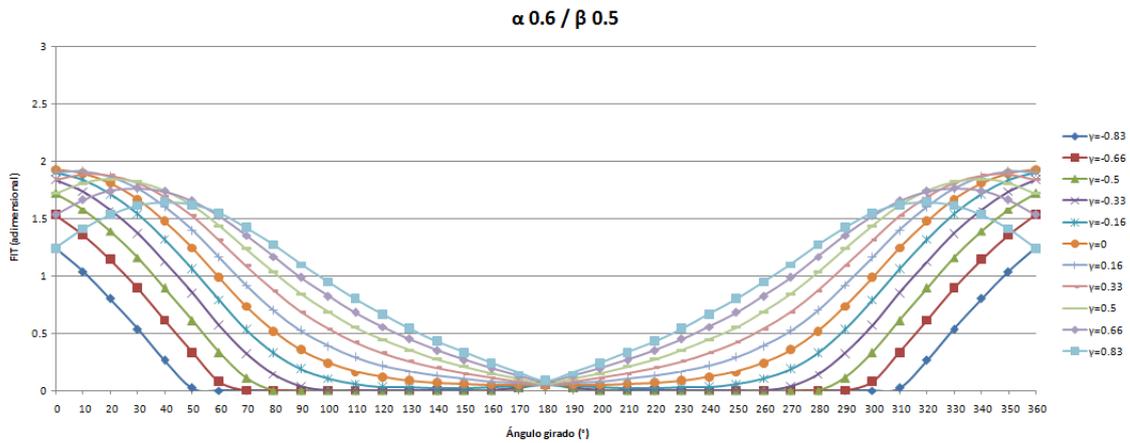


Figura 6.3: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=0.5$

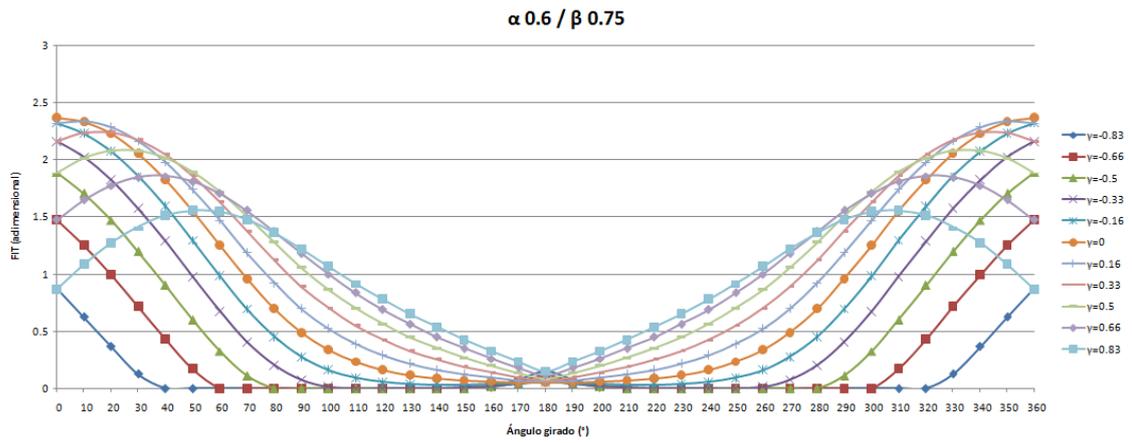


Figura 6.4: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=0.75$

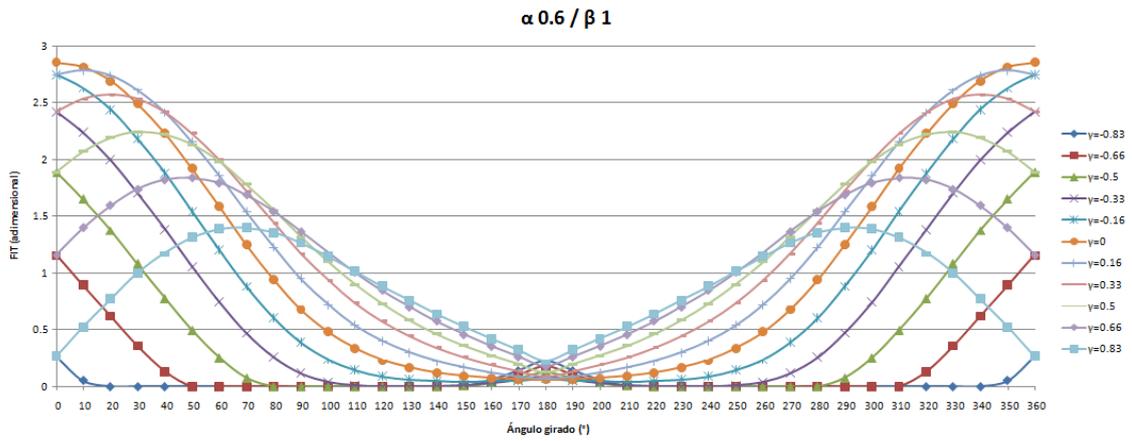


Figura 6.5: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.6$  y  $\beta=1$

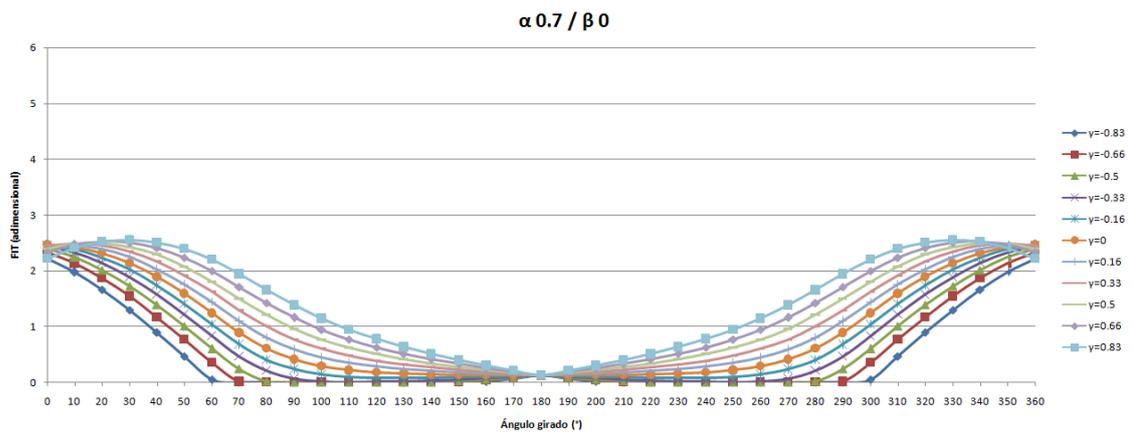


Figura 6.6: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=0$

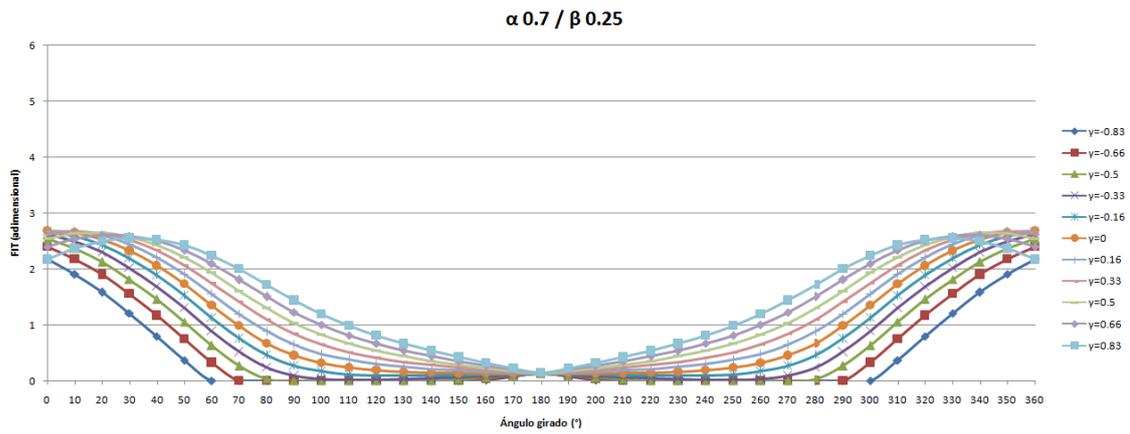


Figura 6.7: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=0.25$

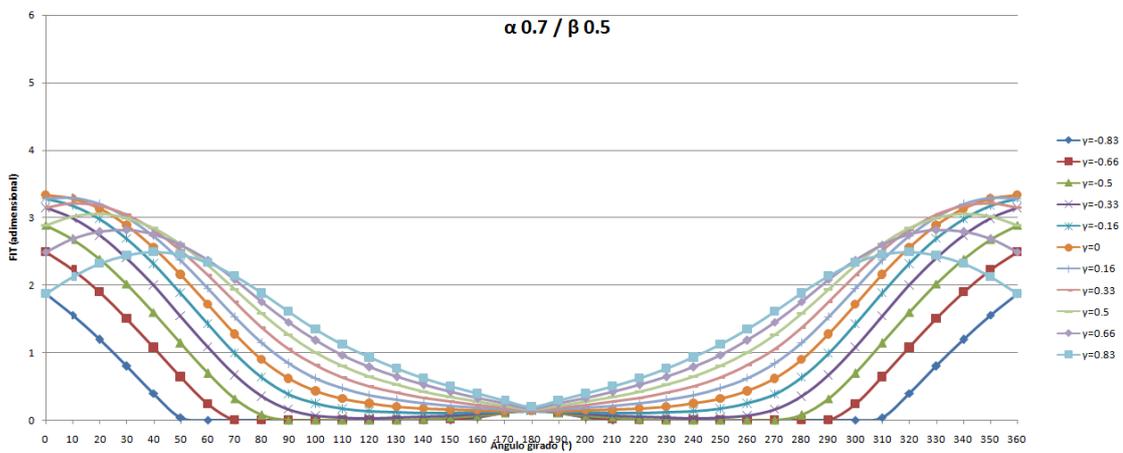


Figura 6.8: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=0.5$

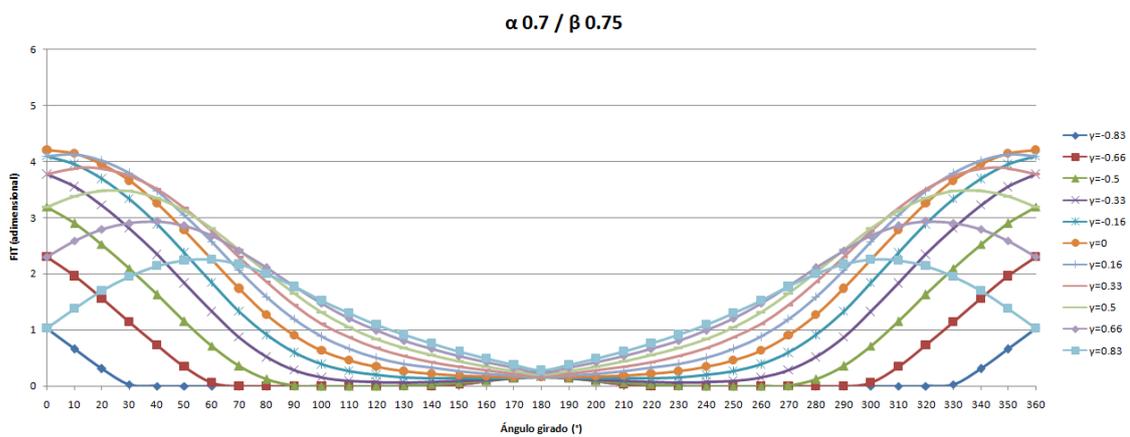


Figura 6.9: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=0.75$

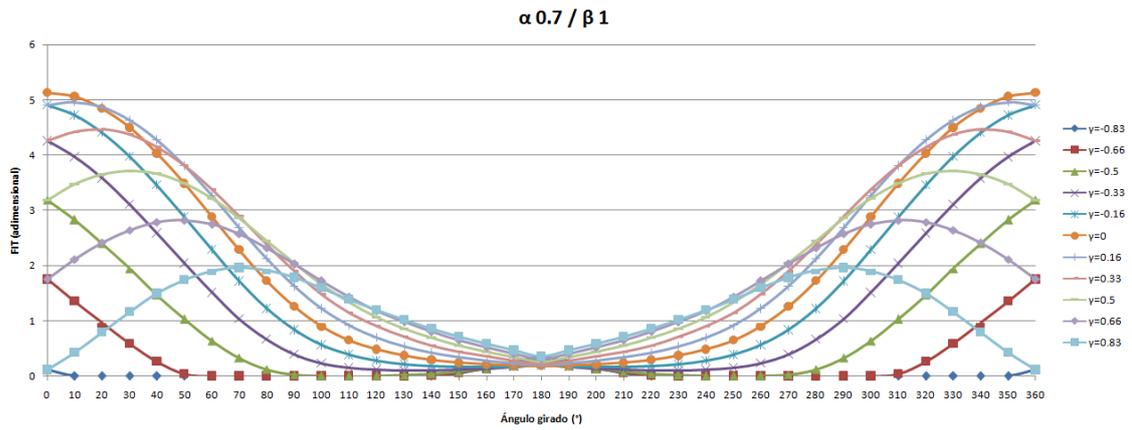


Figura 6.10: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.7$  y  $\beta=1$

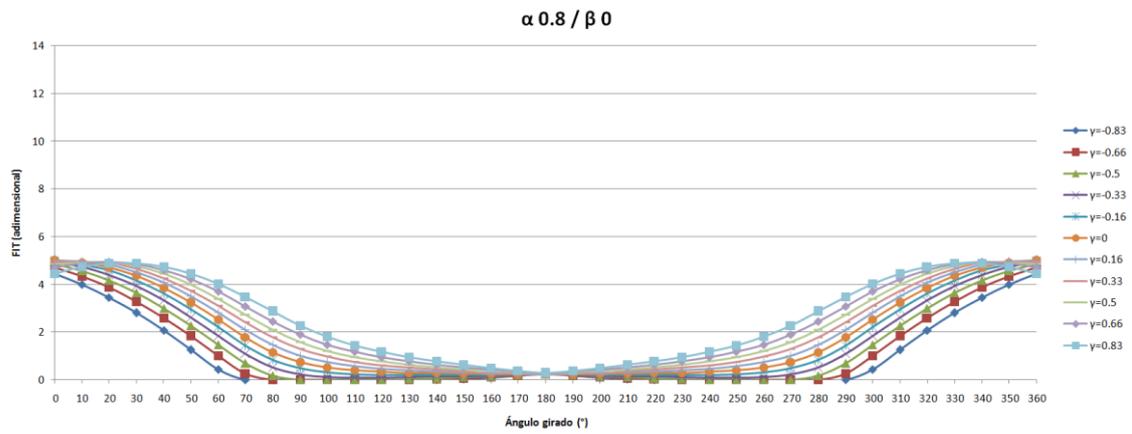


Figura 6.11: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=0$

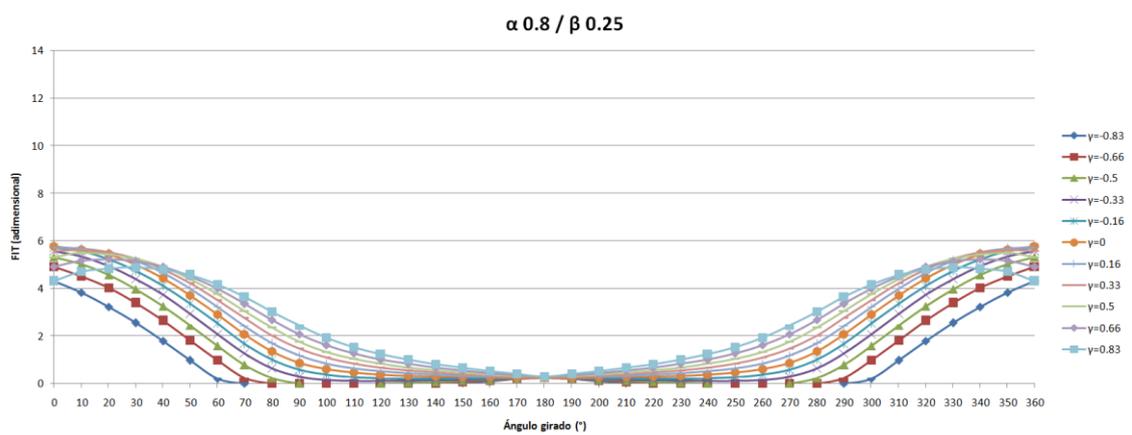


Figura 6.12: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=0.25$

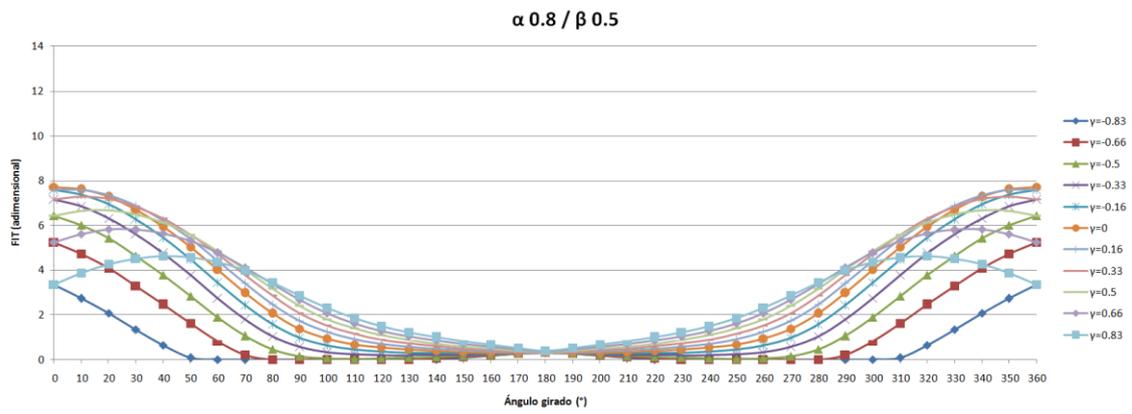


Figura 6.13: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=0.5$

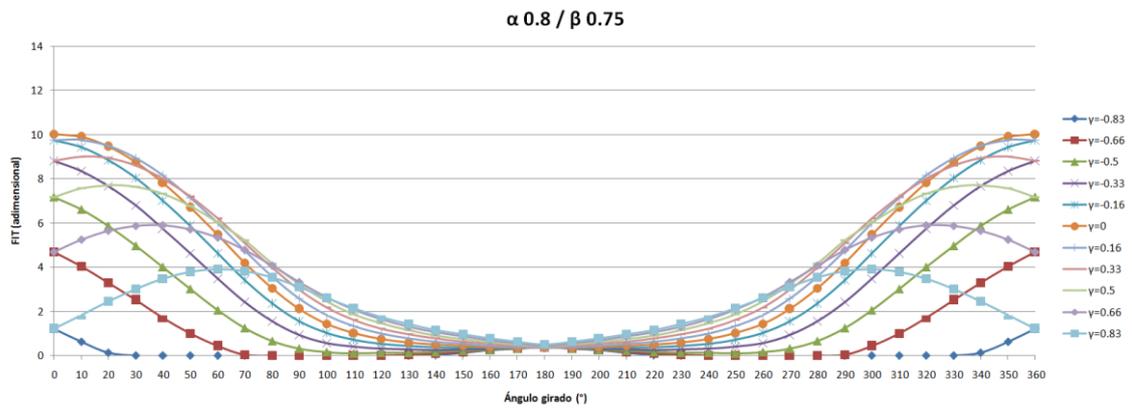


Figura 6.14: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=0.75$

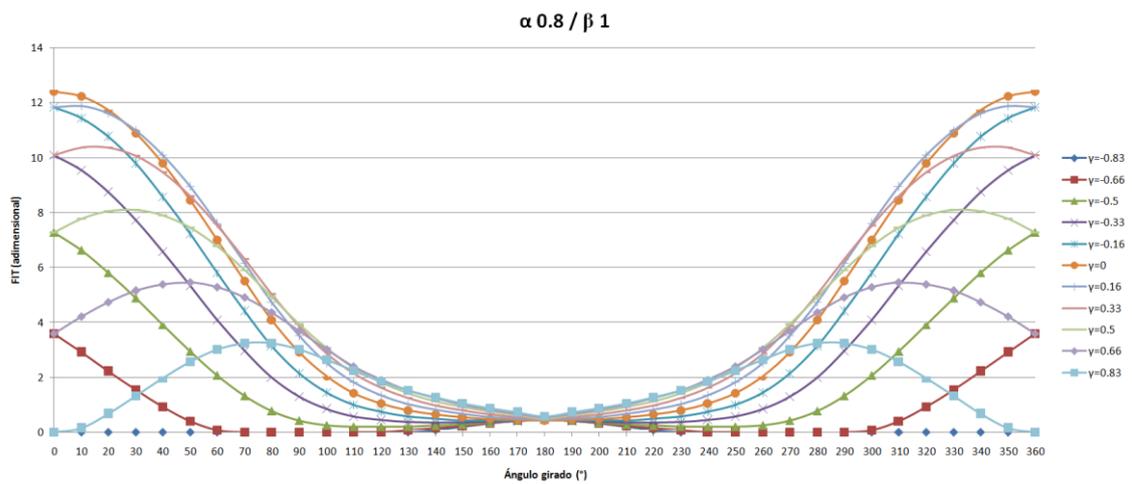


Figura 6.15: FIT frente al ángulo girado para  $\alpha=0.8$  y  $\beta=1$

## 6.2. Conclusiones obtenidas de las gráficas

Antes de exponer las conclusiones a las que se ha llegado a través del estudio del FIT mediante Abaqus habría que detallar que, según la tesis escrita por P. Rubio [27], hay que considerar que los valores que el programa da como negativos hay que considerarlos como cero. Teniendo en cuenta dicha aclaración, se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- Para las posiciones angulares de  $\theta=0^\circ$  y  $\theta=360^\circ$ , la fisura se encuentra siempre abierta.
- No se encuentra en ninguna posición angular completamente cerrada ya que siempre hay algún valor de la posición relativa en el frente de fisura positivo por posición angular.
- El primer punto en el que se puede observar que se cierra la fisura siempre es cuando la posición relativa en el frente de fisura es igual a -0.83. En los casos realizados en este estudio, la aparición de dicha zona oscila entre ángulos de  $0^\circ$  a  $70^\circ$ .
- Además, se puede observar que la zona de fisura empieza a cerrar antes cuando el factor de forma de la fisura es mayor y, no tan notablemente, cuando disminuye la profundidad relativa de la fisura.
- La fisura comienza a abrirse y cerrarse simultáneamente al llegar a ángulos comprendidos entre  $140^\circ$  y  $220^\circ$  para el caso más extremo.
- Además, se puede observar que la fisura comienza a abrirse de nuevo a menores posiciones angulares cuando aumenta la profundidad relativa de la fisura o cuando el factor de forma de la fisura es mayor.
- A mayor profundidad relativa de fisura, más valores positivos hay en torno a  $180^\circ$ . Eso es debido a que a mayor profundidad, aumentan las zonas traccionadas haciendo que comience a abrirse la fisura.
- La simetría de la barra se extiende a los resultados obtenidos del FIT.
- A mayor profundidad relativa de la fisura, mayor es el valor del FIT.
- A menor factor de forma de la fisura, mayor es el valor del FIT.

# 7. Planificación

### 7.1. Planificación temporal

A continuación se muestran las tareas llevadas a cabo para la cumplimentación de este estudio, teniendo en cuenta su duración en horas así como las fechas en las que han sido realizadas dichas tareas.

Nombre de la tarea	Fecha de inicio	Fecha de finalización	Duración (horas)
<b>Elección de proyecto</b>			
<b>Búsqueda de proyecto</b>	15/09/2016	01/10/2016	6
<b>Selección de proyecto</b>	01/10/2016	01/10/2016	2
<b>Desarrollo de los cálculos</b>			
<b>Preparación de cada modelo</b>	16/05/2017	02/06/2017	9
<b>Ejecución de cada modelo</b>	02/06/2017	13/09/2017	2160
<b>Obtención y agrupación de los resultados</b>	01/07/2017	15/09/2017	270
<b>Análisis de los resultados</b>	16/08/2017	15/09/2017	10
<b>Desarrollo de la memoria</b>			
<b>Estudio de la mecánica de fractura y demás información teórica relevante para el proyecto</b>	10/10/2016	18/04/2017	25
<b>Redacción de la memoria</b>	18/04/2017	15/09/2017	50
<b>Revisión y montaje</b>	18/04/2017	20/09/2017	10

## 7.2. Presupuesto

Tipo de coste	Concepto	Horas	Coste (€)
Personal	Ingeniero Junior	2500	25000
	Tutora TFG	20	600
Material	(2) ordenadores personales. Amortización 48 meses. 6 meses de uso aproximado		200
	Programa Abaqus 6.11. y licencia Abaqus 6.11 [26]		16825
	Licencia Microsoft Office 2016		150
<b>TOTAL</b>			<b>42775</b>

# 8. Conclusiones

## **8.1. Conclusiones**

En este Trabajo de Fin de Grado se ha estudiado la determinación del Factor de Intensidad de Tensiones para fisuras con forma cóncava de mayor profundidad contenida en ejes giratorios. Para ello se ha utilizado el programa informático Abaqus y se han estudiado 540 casos, que son el resultado de combinar 36 posiciones angulares, 3 profundidades relativas de la fisura y 5 factores de forma de la fisura.

Tras el estudio realizado, se ha llegado a la conclusión de que la fisura nunca se encuentra completamente cerrada. También se ha podido conocer con precisión las posiciones angulares en las que comienza a cerrarse la fisura y las posiciones angulares en las que comienza a abrirse. Además, se ha podido constatar cómo actúa el FIT en función de si aumenta o disminuye la posición relativa de la fisura, el factor de forma de la fisura o la posición relativa en el frente de la fisura.

# Bibliografía

- [1] Papadopoulos, C., Dimarogonas, A. (1988). *Coupled longitudinal and bending vibrations of a cracked shaft. Journal of Vibration, Acoustics, Stress, And Reability in Design*, 110, 1-8.
- [2] Shin, C., Cai, C. (204). *Experimental and finite element analysis on stress intensity factors of an elliptical surface crack in a circular shaft under tension and bending. International Journal of Fracture*, 129, 239-264.
- [3] Carpinteri, A., Vantadori, S. (2009). *Sickle-shaped cracks in metallic round bars under cyclic eccentric axial loading. International Journal of Fatigue*, 31, 759-765.
- [4] Griffith, A. (1920). *The phenomena of rupture and flow in solids. Philosophical Transactions*, 221, 163-198.
- [5] Arana, J., & González, J. (2002). *Mecánica de fractura. Universidad del País Vasco*.
- [6] Irwin, G. (1957). *Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, ASME*, 24, 361-364.
- [7] Orowan, E. (1954). *In Department of Mechanical Engineering (Ed.), Energy criteria of fracture*.
- [8] Paris, P., Erdogan, F. (1963). *A critical analysis of crack propagation laws. Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering*, 85, 528-534.
- [9] Anglada, M. (2002). *In Universidad Politécnica de Cataluña (Ed.), Fractura de materiales (1ª ed.). Barcelona*.
- [10] Nilsson, F. *A note on the stress singularity at non-uniformly moving crack tip, Journal of Elasticity* 4 (1974) 293–299.
- [11] Visto en [www.researchgate.net/publication/256600475\\_Una\\_revision\\_de\\_los\\_conceptos\\_de\\_la\\_Mecanica\\_de\\_Fractura\\_Fractal\\_Discreta](http://www.researchgate.net/publication/256600475_Una_revision_de_los_conceptos_de_la_Mecanica_de_Fractura_Fractal_Discreta)
- [12] Tada, H., Irwin, G., Paris, P. (1985). *In Paris Productions Incorporated (Ed.), The stress analysis of crack handbook(2ª ed.)*
- [13] Rankine, W. *On the centrifugal force of rotating shaft, The Engineer*, p 249. 1869.
- [14] Dunkerley, S. *On the whirling and vibrations of shafts, Philosophical Transactions*, 279-360. 1984.

- [15] Jeffcott, H. *The lateral vibration of loaded shafts in neighbourhood of a Whirling speed: the effect of want of balance*, *Philosophical Magazine, Ser. 637 (1919) 304–314*.
- [16] Visto en <http://nptel.ac.in/courses7112103024/4#>
- [17] Gasch, R. *Dynamic behavior of a simple rotor with a cross-sectional crack*, *Vibrations in rotating machinery, Imech EConference paper (1976)*.
- [18] Cheng, L., Li, N., Chen, X., Hea, Z. (2011). *The influence of crack breathing and imbalance orientation angle on the characteristics of the critical speed of a cracked rotor*. *Journal of Sound and Vibration*, 330, 2031-2048.
- [19] Dimarogonas, A., Papadopoulos, C. (1983). *Vibration of cracked shafts in bending*. *Journal of Sound and Vibration*, 91, 583-593.
- [20] Mayes, I., Davies, W. (1984). *Analysis of the response of a multi-rotor-bearing system containing a transverse crack in a rotor*. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reability in Design*, 106, 139-145.
- [21] Ismail, A., Ariffin, A., Adbullah, S., & Ghazali, M. (2012). *Stress intensity factors fo rsurface cracks in round bar under single and combined loadings*. *Meccanica*, 47, 1141-1156.
- [22] Carpinteri, A., Brighenti, R. (1996). *Part-through cracks in round bars under cyclic combined axial and bending loading*. *International Journal of Fatigue*, 18, 33-39.
- [23] Muñoz-Abella, B., Rubio, L. *Detección e identificación de fisuras de frente semielíptico en ejes mediante la aplicación de algoritmos genéticos*. *Asociación Española De Ingeniería Mecánica*.
- [24] Muñoz-Abella, B., Rubio, L., Rubio, P., Montero, L. *Flexibilidad de ejes rotativos con fisuras semielípticas*. *Asociación Española De Ingeniería Mecánica*.
- [25] Carpinteri, A., Vantadori, S. (2009). *Sickle-shaped surface crack in a notched round bar under cyclic tension and bending*. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 32, 223-232.
- [26] Sanz, Y. *Factor de Intensidad de Tensiones en fisuras semielípticas con forma cóncava contenidas en un eje circular*. 2014.
- [27] Rubio, P. *Factor de Intensidad de Tensiones en fisuras elípticas con mecanismo de apertura y cierre en ejes giratorios*. *Tesis doctoral*. *Universidad Carlos III de Madrid*. 2014.
- [28] Levan, A., Royer, J. *Part-circular surface cracks in round bars under tension, bending and twisting*, *International Journal of Fracture* 61 (1993) 71–99.

- [29] Gasch, R. *Dynamic behaviour of the laval rotor with a transverse crack*, *Mechanical Systems and Signal Processing* 22 (2008) 790–804.
- [30] Coker, E., Filon, L. (1957). *A treatise on photo-elasticity*. University Press.
- [31] Mackay, T., Alperin, B. *Stress intensity factors for fatigue cracking in highstrengthbolts*, *Engineering Fracture Mechanics* 21 (1985) 391–397.
- [32] Couroneau, N., Royer, J. (1998). *Simplified model for the fatigue growth analysis of surface cracks in round bars under mode I*. *International Journal of Fatigue*, 20, 711-718.
- [33] Shih, Y., Chen, J. (1997). *Analysis of fatigue crack growth on a cracked shaft*. *International Journal of Fracture*, 19, 477-485.
- [34] Shih, Y., Chen, J. (2002). *The stress intensity factor study of an elliptical cracked shaft*. *Nuclear Engineering and Design*, 214, 137-145.
- [35] Athanassiadis, A., Boissknot, J., Brevet, P., François, D., & Raharinaivo, A. (1981). *Linear elastic fracture mechanics computations of cracked cylindrical tensioned bodies*. *International Journal of Fracture*, 17, 553-566.
- [36] Johnson, R. (1972). *Fracture of a cracked solid circular cylinder*. University of Wisconsin.
- [37] Carpinteri, A. (1992). *Stress intensity factors for straight-fronted edge cracks in round bars*. *Engineering Fracture Mechanics*, 42, 1035-1040.
- [38] Valiente, A. (1980). *Criterios de fractura para alambres*. Universidad Politécnica de Madrid.
- [39] Bush, A. (1976). *Experimentally determined stress-intensity factors for single-edge-crack round bars loaded in bending*. *Experimental Mechanics*, 16, 249-257.
- [40] Ouchterlony, F. (1981). *Extension of the compliance and stress intensity formulas for the single edge crack round bar in bending*. *Fracture Mechanics for Ceramics, Rocks and Concrete*, 145, 237-256.
- [41] Raju, I., Newman, J. (1986). *Stress intensity factors for circumferential surface cracks in pipes and rods*. *Fracture Mechanics: Seventeenth Volume, ASTM STP 905*, 17, 789-805.
- [42] Forman, R., Shivakumar, V. (1986). *Growth behavior of surface cracks in the circumferential plane of solid and hollow cylinders*. *Fracture Mechanics*, 905, 59-74.
- [43] Carnicero, A. *Introducción al método de elementos finitos*.

- [44] Frías, E. (2004). *Aportaciones al estudio de las máquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación del método de elementos finitos*. Universidad Politécnica de Cataluña.
- [45] Visto en <http://abaqus.ethz.ch:2080/v6.11/books/usi/default.htm>