



Universidad  
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Mecánica

PROYECTO FIN DE CARRERA

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL:  
MECÁNICA

DISEÑO DE UN EJE MOTOR  
FERROVIARIO

Autor: Jorge Cerezo Toledo

Tutor: Efrén Díez Jiménez

Leganés, febrero de 2015



Título: Diseño de un eje motor ferroviario  
Autor: Jorge Cerezo Toledo  
Director: Efrén Díez Jiménez

## EL TRIBUNAL

Presidente: \_\_\_\_\_

Vocal: \_\_\_\_\_

Secretario: \_\_\_\_\_

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día \_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE



# Agradecimientos

Me gustaría agradecer a las siguientes personas la ayuda que me han prestado para la realización de este proyecto:

A Julio Álvarez, tutor del proyecto y profesor de la universidad. Por concederme la oportunidad de realizar el proyecto, orientarme en los primeros momentos y resolver las dudas que me iban surgiendo.

A Jorge Dopico, ingeniero de ANSYS, que me proporcionó los tutoriales para aprender a manejar el programa y me ayudó en el diseño del eje. Además de resolver los problemas que le planteaba.

A Andreas Gabel, empleado de Siemens AG, que me facilitó las especificaciones del coche motor del tren AVE S103 necesarias para el cálculo del eje.

A Efrén Díez, profesor de la universidad. Por encargarse de ser el nuevo tutor y por realizar los trámites necesarios para la defensa del proyecto.

Finalmente, a mi padre, por haberme ayudado en todo lo que ha podido y a mi familia por su apoyo y comprensión.



# Resumen

En la primera parte del proyecto, a partir del plano de un eje motor del tren de alta velocidad AVE S103 de Renfe y sus características técnicas se ha comprobado que el eje cumple los requisitos de la norma EN 13104.

En la segunda parte, utilizando los valores de las cargas calculadas con la norma EN 13104 e implementando el eje en un programa de análisis mediante elementos finitos, en este caso ANSYS, se han calculado las tensiones en cada sección del eje y la vida a fatiga para las secciones críticas.

En la última parte del proyecto se incluye una comparación entre los resultados obtenidos con la norma EN 13104 y los obtenidos en ANSYS.

**Palabras clave:** eje motor ferroviario, EN 13104, diseño, fatiga, ANSYS, AVE S103.





# Abstract

On the first part of this project, considering drawings and specifications of a motor axle included in the high speed train series, AVE S103 of Renfe, the design of the axle has been successfully checked within the requirements of the European standard EN 13104.

On the second part, using the values of the forces calculated with the standard EN 13104, and implementing the axle into a finite element analysis program, in this case ANSYS, the stresses have been checked on every section of the axle and the fatigue life has been calculated for the critical sections.

On the last part of the project a comparison between the results obtained with the standard EN 13104 and ANSYS has been performed.

**Keywords:** railway motor axle, EN 13104, design, fatigue, ANSYS, AVE S103.

# Índice general

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. OBJETIVO E INTRODUCCIÓN .....</b>                               | <b>19</b> |
| 1. Objetivo.....  | 20        |
| 2. Introducción .....   | 21        |
| 3. Estado del arte .....  | 22        |
| 3.1 Funciones principales del órgano de rodadura y terminología ..... | 22        |
| 3.2 Ejes .....  | 23        |
| 3.3 Ejes montados.....  | 24        |
| 4. Fatiga.....  | 27        |
| 4.1 Introducción.....   | 27        |
| 4.2 Historia .....  | 27        |
| 4.3 Accidentes .....  | 27        |
| 5. AVE Serie 103 .....  | 30        |
| <b>2. CÁLCULO SEGÚN LA NORMA EN 13104 .....</b>                       | <b>32</b> |
| 1. Campo de aplicación .....  | 33        |
| 2. Normas para consulta.....  | 33        |
| 3. Símbolos y abreviaturas .....                                      | 33        |
| 4. Proceso general de cálculo .....                                   | 35        |
| 5. Fuerzas y momentos a tener en cuenta.....                          | 38        |
| 5.1 Tipos de fuerzas.....   | 38        |
| 5.2 Fuerzas asociadas a las masas en movimiento .....                 | 38        |
| 5.3 Fuerzas asociadas al sistema de frenado.....                      | 57        |
| 5.4 Efectos debidos a la curvatura y geometría de la rueda.....       | 77        |
| 5.5 Efectos debidos a la tracción .....                               | 77        |
| 5.6 Cálculo del momento resultante .....                              | 77        |

|   |            |
|---|------------|
| 6. Determinación de las características geométricas para las distintas partes del eje .....                   | 79         |
| 6.1 Esfuerzos en las distintas secciones del eje .....  | 79         |
| 6.2 Determinación del diámetro para las manguetas y cuerpo del eje.....                                       | 84         |
| 6.3 Determinación del diámetro de las diferentes zonas de calado a partir del diámetro de las manguetas ..... | 85         |
| 6.3.1 Zona de calado del obturador.....   | 85         |
| 6.3.2 Transición entre la superficie de la zona de calado del obturador y la zona de calado de la rueda.....  | 88         |
| 6.3.3 Zona de calado de la rueda sin zona de calado adyacente .....   | 88         |
| 7. Esfuerzos máximos permitidos .....   | 89         |
| 7.1 Generalidades .....   | 89         |
| 7.2 Calidad de acero EA1N .....   | 89         |
| 7.3 Calidades de acero distintas de EA1N.....   | 90         |
| 7.4 Calidad de acero EA4T.....  | 91         |
| 8. Esfuerzos y coeficientes de seguridad en cada sección .....  | 93         |
| 8.1 En la superficie exterior.....  | 93         |
| 8.2 En el hueco .....   | 94         |
| <b>3. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF) .....</b>   | <b>95</b>  |
| 1. Introducción .....   | 96         |
| 2. Conceptos generales del método .....   | 97         |
| <b>4. CÁLCULO CON ANSYS.....</b>  | <b>100</b> |
| 1. Introducción .....   | 101        |
| 2. Dibujo.....  | 101        |
| 3. Origen de coordenadas .....  | 102        |
| 4. Características del acero.....   | 102        |
| 5. Malla .....  | 103        |
| 6. Valores promediados y no promediados .....   | 105        |
| 7. Análisis estático .....  | 106        |
| 7.1 Masas en movimiento.....  | 106        |
| 7.1.1 Cargas .....  | 106        |
| 7.1.2 Condiciones de contorno .....   | 108        |
| 7.1.3 Tensiones .....   | 109        |
| 7.1.4 Deformación .....   | 111        |
| 7.2 Frenado .....   | 112        |
| 7.2.1 Cargas .....  | 112        |
| 7.2.2 Condiciones de contorno .....   | 114        |
| 7.2.3 Tensiones .....   | 115        |
| 7.2.4 Deformación .....   | 116        |
| 7.3 Masas en movimiento y frenado.....  | 117        |
| 7.3.1 Tensiones .....   | 117        |
| 7.3.2 Deformación .....   | 120        |

|  |            |
|--|------------|
| 8. Análisis a fatiga.....                                | 121        |
| 8.1 Curva S-N.....                                       | 121        |
| 8.2 Efectos de la tensión media .....                    | 123        |
| 8.3 Relación de tensiones en los ejes ferroviarios ..... | 125        |
| 8.4 Relación de tensiones $R=-1$ .....                   | 125        |
| 8.4.1 Masas en movimiento .....                          | 125        |
| 8.4.2 Masas en movimiento y frenado .....                | 128        |
| 8.5 Relación de tensiones $R=-3$ .....                   | 131        |
| 8.5.1 Masas en movimiento .....                          | 132        |
| 8.5.2 Masas en movimiento y frenado.....                 | 136        |
| 9. Comparación de resultados .....                       | 140        |
| 9.1 Masas en movimiento.....                             | 140        |
| 9.2 Masas en movimiento y frenado.....                   | 141        |
| <b>5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....</b>           | <b>143</b> |
| 1. Conclusiones .....                                    | 144        |
| 2. Trabajos futuros .....                                | 146        |
| 2.1 Condiciones del mallado .....                        | 146        |
| 2.2 Elementos calados .....                              | 147        |
| 2.3 Otros trabajos futuros .....                         | 147        |
| <b>6. PRESUPUESTO .....</b>                              | <b>150</b> |
| 1. Introducción .....                                    | 151        |
| 2. Costes .....  | 151        |
| 2.1 Coste humano .....                                   | 151        |
| 2.2 Coste de máquina.....                                | 151        |
| 2.3 Coste de material .....                              | 151        |
| 2.4 Coste total.....                                     | 152        |
| <b>7. REFERENCIAS .....</b>                              | <b>153</b> |
| <b>8. ANEXO.....</b>                                     | <b>155</b> |
| 1. Introducción .....                                    | 156        |
| 2. Cálculos previos .....                                | 156        |
| 2.1 Cálculo de la carga máxima del vehículo .....        | 156        |
| 2.2 Cálculo de la altura del centro de gravedad.....     | 159        |
| 3. Planos .....  | 160        |
| 3.1 Eje motor completo .....                             | 160        |
| 3.2 Eje motor con rodamiento, anillo y reductor .....    | 161        |
| 3.3 Eje motor con cotas .....                            | 162        |

# Índice de figuras

|   |    |
|---|----|
| Figura 1. Trenes de alta velocidad AVE S103 [1] .....   | 20 |
| Figura 2. Eje portador de un vagón de mercancías .....  | 21 |
| Figura 3. Órganos de rodadura en el bogie de un tren de alta velocidad [2] .....  | 22 |
| Figura 4. Partes de un eje de un vehículo ferroviario [3].....  | 24 |
| Figura 5. a) Ejes montados con manguetas externas e internas [4] .....  | 25 |
| Figura 6. b) Ejes montados con discos de freno en el eje y en la rueda [4] .....  | 25 |
| Figura 7. c) Ejes montados para material rodante de tracción con posición asimétrica y<br>simétrica de los engranajes [4] ..... | 26 |
| Figura 8. Cuadro sobre el accidente de Versalles en 1842 [5].....   | 28 |
| Figura 9. Eje motor fracturado del tren Clase 73 que descarriló en Noruega.....   | 28 |
| Figura 10. Eje motor fracturado del tren ICE 3 que descarriló en Colonia [6].....   | 29 |
| Figura 11. Momento que actúa sobre el eje debido a las masas en movimiento [8].....   | 38 |
| Figura 12. Diagrama de fuerzas que actúan sobre el eje montado [8] .....  | 42 |
| Figura 13. Diagrama de momentos flectores para la combinación 1 .....   | 45 |
| Figura 14. Diagrama de momentos flectores para la combinación 2 .....   | 48 |
| Figura 15. Diagrama de momentos flectores para la combinación 3 .....   | 51 |
| Figura 16. Diagrama de momentos flectores para la combinación 4 .....   | 54 |
| Figura 17. Diagrama de momentos flectores para la combinación 1 y 2 .....   | 54 |
| Figura 18. Diagrama de momentos flectores para la combinación 3 y 4 .....   | 55 |
| Figura 19. Diagrama de momentos flectores para la combinación 1 y 3 .....   | 56 |
| Figura 20. Diagrama de momentos flectores escogiendo los tramos más desfavorables de<br>la combinación 1 y 3 .....              | 56 |
| Figura 21. Momentos que actúan sobre el eje debidos al frenado [8].....   | 57 |
| Figura 22. Diagrama de fuerzas sobre la rueda durante el frenado [9] .....  | 58 |
| Figura 23. Variación del coeficiente de adherencia con la velocidad.....  | 60 |
| Figura 24. Plano del bogie motor SF 500 del tren AVE S103 [12] .....  | 61 |
| Figura 25. Diagrama de fuerzas de frenado en el plano YZ [13].....  | 62 |
| Figura 26. Diagrama de fuerzas de frenado en el plano XY [13] .....   | 62 |
| Figura 27. Fuerza de frenado eléctrico en función de la velocidad para cada eje.....  | 63 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 28. Diagrama de momentos flectores $M'_x$ entre 0 y 5 km/h.....   | 66  |
| Figura 29. Diagrama de momentos flectores $M'_x$ entre 5 y 126 km/h.....   | 68  |
| Figura 30. Diagrama de momentos flectores $M'_x$ entre 126 y 175 km/h.....   | 71  |
| Figura 31. Diagrama de momentos flectores $M'_x$ entre 175 y 350 km/h.....   | 74  |
| Figura 32. Diagrama de momentos flectores $M'_z$ .....   | 75  |
| Figura 33. Diagrama de momentos torsores $M'_y$ .....  | 76  |
| Figura 34. Definición de diámetro de la superficie y diámetro del hueco [8].....   | 80  |
| Figura 35. Posición de las secciones estudiadas del eje 1-21.....  | 80  |
| Figura 36. Posición de las secciones estudiadas del eje 22-29.....   | 81  |
| Figura 37. Coeficiente de concentración de esfuerzos K en función de D/d y r/d (en la transición inferior entre dos partes cilíndricas) [8].....                     | 82  |
| Figura 38. Coeficiente de concentración de esfuerzos K en función de D/d y r/d (fondo de la acanaladura) [8].....  | 83  |
| Figura 39. Zonas de transición entre: la mangueta y la zona de calado del obturador y entre la zona de calado del obturador y la zona de calado de la rueda [8]..... | 86  |
| Figura 40. Detalle A y B de la figura 41 [8].....  | 86  |
| Figura 41. Transición entre la mangueta y la zona de calado del obturador [8].....   | 87  |
| Figura 42. Geometría del eje entre la mangueta y la zona de calado del obturador y entre la zona de calado del obturador y la zona de calado de la rueda.....        | 87  |
| Figura 43. Trasición entre el cuerpo y la zona de calado [8].....  | 88  |
| Figura 44. Geometría del eje entre la zona de calado de la rueda y el cuerpo del eje.....  | 89  |
| Figura 45. Características geométricas de las entallas [8].....  | 91  |
| Figura 46. Posición de los diferentes límites de fatiga para un eje ferroviario hueco [16].....  | 92  |
| Figura 47. Análisis del contacto rueda carril mediante el método de los elementos finitos.....   | 96  |
| Figura 48. Viga en voladizo con una carga puntual en el extremo y una distribución de temperaturas.....  | 98  |
| Figura 49. Discretizado del dominio de la viga en elementos y nodos.....   | 98  |
| Figura 50. Vista del eje en perspectiva isométrica.....  | 101 |
| Figura 51. Origen de coordenadas del eje en ANSYS.....   | 102 |
| Figura 52. Vista de la malla en la superficie del eje.....   | 103 |
| Figura 53. Vista de la malla en una sección longitudinal.....  | 103 |
| Figura 54. Gráfico representando el Aspect Ratio de la malla.....  | 104 |
| Figura 55. Gráfico representando la calidad de los elementos de la malla.....  | 105 |
| Figura 56. Valores de tensiones promediados en la superficie del eje.....  | 105 |
| Figura 57. Valores de tensiones no promediados en la superficie del eje.....   | 106 |
| Figura 58. Cargas producidas por las masas en movimiento.....  | 106 |
| Figura 59. Condiciones de contorno para las masas en movimiento.....   | 108 |
| Figura 60. Tensiones en el interior del eje debidas a las masas en movimiento.....   | 109 |
| Figura 61. Tensiones en la superficie del eje debidas a las masas en movimiento.....   | 110 |
| Figura 62. Distribución de tensiones en la sección crítica debida a las masas en movimiento.....   | 111 |
| Figura 63. Deformación del eje debida a las masas en movimiento.....   | 111 |
| Figura 64. Cargas paralelas al eje Z producidas por el frenado.....  | 112 |
| Figura 65. Cargas paralelas al eje X producidas por el frenado.....  | 113 |
| Figura 66. Condiciones de contorno para el frenado.....  | 114 |
| Figura 67. Tensiones en el interior del eje debidas al frenado.....  | 115 |
| Figura 68. Tensiones en la superficie del eje debidas al frenado.....  | 115 |
| Figura 69. Distribución de tensiones en la sección crítica debida al frenado.....  | 116 |
| Figura 70. Deformación del eje debida a las fuerzas de frenado.....  | 116 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 71. Tensiones en el interior del eje debidas a las masas en movimiento y al frenado .....   | 117 |
| Figura 72. Tensiones en la superficie del eje debidas a las masas en movimiento y al frenado.....  | 118 |
| Figura 73. Distribución de tensiones en la sección crítica debidas a las masas en movimiento y al frenado .....  | 119 |
| Figura 74. Deformación del eje debida a las masas en movimiento y a las fuerzas de frenado.....  | 120 |
| Figura 75. Curva S-N para el acero estructural en ANSYS .....  | 121 |
| Figura 76. Curva S-N típica para el acero [17] .....   | 121 |
| Figura 77. Curva S-N para el acero EA4T .....  | 122 |
| Figura 78. Parámetros típicos para una carga cíclica .....   | 123 |
| Figura 79. Ejemplo de un diagrama de Haigh.....  | 124 |
| Figura 80. Comparación de los criterios de fatiga .....  | 125 |
| Figura 81. Coeficiente de seguridad fuera de la zona de calado para las masas en movimiento, con $R=-1$ .....  | 126 |
| Figura 82. Coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco para las masas en movimiento, con $R=-1$ .....   | 127 |
| Figura 83. Coeficiente de seguridad en las zonas de calado, excepto en las manguetas para las masas en movimiento, con $R=-1$ .....  | 127 |
| Figura 84. Coeficiente de seguridad en las manguetas para las masas en movimiento, con $R=-1$ .....  | 128 |
| Figura 85. Coeficiente de seguridad fuera de la zona de calado para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-1$ .....   | 129 |
| Figura 86. Coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-1$ .....  | 129 |
| Figura 87. Coeficiente de seguridad en las zonas de calado, excepto en las manguetas para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-1$ .....   | 130 |
| Figura 88. Coeficiente de seguridad en las manguetas para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-1$ .....   | 131 |
| Figura 89. Coeficiente de seguridad fuera de la zona de calado para las masas en movimiento, con $R=-3$ .....  | 132 |
| Figura 90. Vida de la sección crítica fuera de la zona de calado para las masas en movimiento, con $R=-3$ .....  | 133 |
| Figura 91. Coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco para las masas en movimiento, con $R=-3$ .....   | 133 |
| Figura 92. Coeficiente de seguridad en las zonas de calado, excepto en las manguetas para las masas en movimiento, con $R=-3$ .....  | 134 |
| Figura 93. Coeficiente de seguridad en las manguetas para las masas en movimiento, con $R=-3$ .....  | 135 |
| Figura 94. Coeficiente de seguridad fuera de la zona de calado para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-3$ .....   | 136 |
| Figura 95. Vida de la sección crítica en la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-3$ ..... | 136 |
| Figura 96. Vida de la sección crítica en la transición entre la zona de calado de la reductora y el cuerpo del eje para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-3$ .....             | 137 |
| Figura 97. Coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-3$ .....  | 138 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 98. Coeficiente de seguridad en las zonas de calado, excepto en las manguetas para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-3$ ..... | 138 |
| Figura 99. Coeficiente de seguridad en las manguetas para las masas en movimiento y el frenado, con $R=-3$ .....                                 | 139 |
| Figura 100. Comparación de los coeficientes de seguridad en cada sección según la norma y ANSYS para las masas en movimiento .....               | 141 |
| Figura 101. Comparación de los coeficientes de seguridad en cada sección según la norma y ANSYS para las masas en movimiento y el frenado .....  | 142 |
| Figura 102. Detalle de las secciones para el cálculo del eje motor.....  | 146 |
| Figura 103. Detalle de las divisiones utilizadas para el mallado especialmente en las acanaladuras .....   | 146 |
| Figura 104. Detalle de la zona de la mangueta .....  | 147 |
| Figura 105. Detalle de la acanaladura entre la rueda y el engranaje.....   | 147 |
| Figura 106. Detalle de la zona del rodamiento.....   | 148 |
| Figura 107. Detalle del cuerpo del eje.....  | 148 |
| Figura 108. Detalle de la zona de calado de la rueda.....  | 149 |
| Figura 109. Plano con la distribución de los asientos para cada coche.....   | 157 |
| Figura 110. Plano del eje motor completo .....   | 160 |
| Figura 111. Plano del eje motor con rodamiento, anillo y reductor.....   | 161 |
| Figura 112. Plano del eje motor con cotas .....  | 162 |



# Índice de tablas

|  |     |
|--|-----|
| Tabla 1. Símbolos y unidades empleados en la norma EN 13104 [8].....   | 34  |
| Tabla 2. Continuación símbolos y unidades empleados en la norma EN 13104 [8].....                                    | 35  |
| Tabla 3. Masas y medidas necesarias para el cálculo del eje .....  | 37  |
| Tabla 4. Prestaciones mínimas de los frenos en la ETI de Alta Velocidad [11] .....                                   | 61  |
| Tabla 5. Cálculo en cada sección del coeficiente de concentración de esfuerzos K.....                                | 84  |
| Tabla 6. Límites de fatiga en las distintas partes del eje con calidad de acero EA1N [15]<br>.....                   | 89  |
| Tabla 7. Esfuerzos máximos permitidos para ejes macizos con calidad de acero EA1N<br>[8] .....                       | 90  |
| Tabla 8. Esfuerzos máximos permitidos para ejes huecos con calidad de acero EA1N [8]<br>.....                        | 90  |
| Tabla 9. Límites de fatiga en las distintas partes del eje para un acero EA4T [15] .....                             | 91  |
| Tabla 10. Esfuerzos máximos permitidos para ejes macizos con calidad de acero EA4T<br>[8] .....                      | 92  |
| Tabla 11. Esfuerzos máximos permitidos para ejes huecos con calidad de acero EA4T<br>[8] .....                       | 93  |
| Tabla 12. Cálculo en cada sección del esfuerzo y el coeficiente de seguridad en la<br>superficie exterior .....      | 93  |
| Tabla 13. Cálculo en cada sección del esfuerzo y el coeficiente de seguridad en el hueco<br>.....                    | 94  |
| Tabla 14. Propiedades del eje .....  | 101 |
| Tabla 15. Características del acero EA4T .....   | 102 |
| Tabla 16. Características del mallado del eje en ANSYS .....   | 104 |
| Tabla 17. Desplazamientos y giros en cada rueda para las masas en movimiento.....                                    | 108 |
| Tabla 18. Desplazamientos y giros en la superficie donde se hacen los taladros para las<br>masas en movimiento ..... | 109 |
| Tabla 19. Desplazamientos y giros en la mangueta izquierda para el frenado.....                                      | 114 |
| Tabla 20. Desplazamientos y giros en la mangueta derecha para el frenado .....                                       | 114 |

|  |     |
|--|-----|
| Tabla 21. Combinación de fuerzas de frenado en función de la velocidad y tensión máxima resultante.....                    | 119 |
| Tabla 22. Coeficientes de seguridad en cada sección según la norma y ANSYS para las masas en movimiento .....              | 140 |
| Tabla 23. Coeficientes de seguridad en cada sección según la norma y ANSYS para las masas en movimiento y el frenado ..... | 142 |
| Tabla 24. Coste humano del presupuesto .....   | 151 |
| Tabla 25. Coste de máquina del presupuesto .....   | 151 |
| Tabla 26. Coste de material del presupuesto .....  | 151 |
| Tabla 27. Coste total del presupuesto .....  | 152 |
| Tabla 28. Masa sin carga y con carga para cada coche y tipo [14] .....   | 156 |
| Tabla 29. Indicaciones para el cálculo de la masa ( $m_1+m_2$ ) [8] .....  | 158 |

# **Capítulo 1**

## **Objetivo e Introducción**

## 1 OBJETIVO

El objetivo de este proyecto fin de carrera consiste en el dimensionado de un eje motor ferroviario teniendo en cuenta las fuerzas y momentos a los que está sometido. A partir de dichas sollicitaciones se calcularán las tensiones máximas en cada sección, que serán comparadas con las tensiones máximas permitidas por la normativa, para así determinar el diámetro de cada sección, teniendo en cuenta la calidad del acero empleado. La norma establece la tensión máxima permitida, que varía en función de las características de utilización de cada zona, según la experiencia adquirida por los diseñadores al analizar los puntos más susceptibles de rotura del eje, en casos reales. También se aplica un coeficiente de seguridad que es función del tipo de acero.

El cálculo del eje se hará de acuerdo a la norma EN 13104, que es la norma a aplicar en el ámbito de los ferrocarriles pertenecientes a la UIC (Unión Internacional de Ferrocarriles). De este modo se garantiza la validez del diseño. De forma complementaria, el uso de programas de análisis mediante elementos finitos aporta una mayor riqueza de datos y una visión cualitativa de gran utilidad. En consecuencia, se realizará en este proyecto un estudio del eje empleando el programa de análisis mediante elementos finitos ANSYS, para comparar posteriormente estos resultados con los obtenidos mediante la aplicación de la norma.

El eje objeto del proyecto pertenece a un coche motor del tren de alta velocidad AVE S103 de Renfe.



**Figura 1. Trenes de alta velocidad AVE S103 [1]**

## 2 INTRODUCCIÓN

Desde que circulara en 1804 el primer tren arrastrado por una locomotora de vapor, los ejes ferroviarios estuvieron entre los primeros elementos mecánicos que sufrieron roturas debidas a la fatiga, motivando que los ingenieros de la época realizaran estudios para establecer las causas y sentar las bases teóricas del fenómeno de fatiga. A partir de este conocimiento, los ejes ya no solo debían estar diseñados para soportar cargas estáticas, sino que debían soportar también los esfuerzos variables generados por la rotación del eje sin la aparición de grietas. Se desarrollaron principios y métodos de diseño específicos de ejes ferroviarios, que estaban basados en un proceso cíclico de mejora a través del seguimiento del comportamiento de los ejes en servicio, examinando los fallos producidos y reproduciendo en laboratorio pruebas de fatiga para caracterizar y optimizar tanto el diseño como los materiales usados en la construcción de los ejes.

Alrededor de 1970 se creó un grupo de trabajo de ámbito europeo promovido por la UIC para sistematizar y armonizar estos métodos, dando como resultado un documento aplicable al diseño de ejes ferroviarios que fue adoptado inmediatamente por las diferentes normativas nacionales de países europeos. Posteriormente, el establecimiento de una normativa europea única ha posibilitado sucesivas mejoras en la aplicación al diseño de los ejes, reduciendo progresivamente la tasa de fallos debidos a fatiga.

En octubre de 2010 se constituyó un proyecto de investigación y desarrollo de 3 años de duración, con la participación de los principales operadores ferroviarios, fabricantes de ejes y universidades de Europa, denominado EURAXLES, con el objetivo de disminuir el riesgo de fallo de los ejes hasta tal punto que no sea considerado como una amenaza para la seguridad de los ferrocarriles europeos, haciéndolo compatible con un coste de mantenimiento moderado y minimizando el riesgo de interrupción del servicio.



**Figura 2. Eje portador de un vagón de mercancías**

### 3 ESTADO DEL ARTE

#### 3.1 Funciones principales del órgano de rodadura y terminología

La diferencia principal entre un vehículo ferroviario y otras formas de transporte que emplean ruedas consiste en el guiado que proporcionan los carriles. La superficie de los carriles no solo soporta las ruedas, sino que también las guía en dirección lateral. Los carriles y los cambios de agujas varían la dirección de movimiento de las ruedas y por lo tanto determinan la dirección de movimiento del vehículo ferroviario.

El órgano de rodadura es el sistema que proporciona una marcha segura a lo largo de las vías. El órgano de rodadura incluye componentes tales como los ejes montados con sus cajas de grasa, la suspensión elástica, los frenos, el mecanismo de tracción, y el dispositivo que transmite las fuerzas de tracción y frenado a la caja.

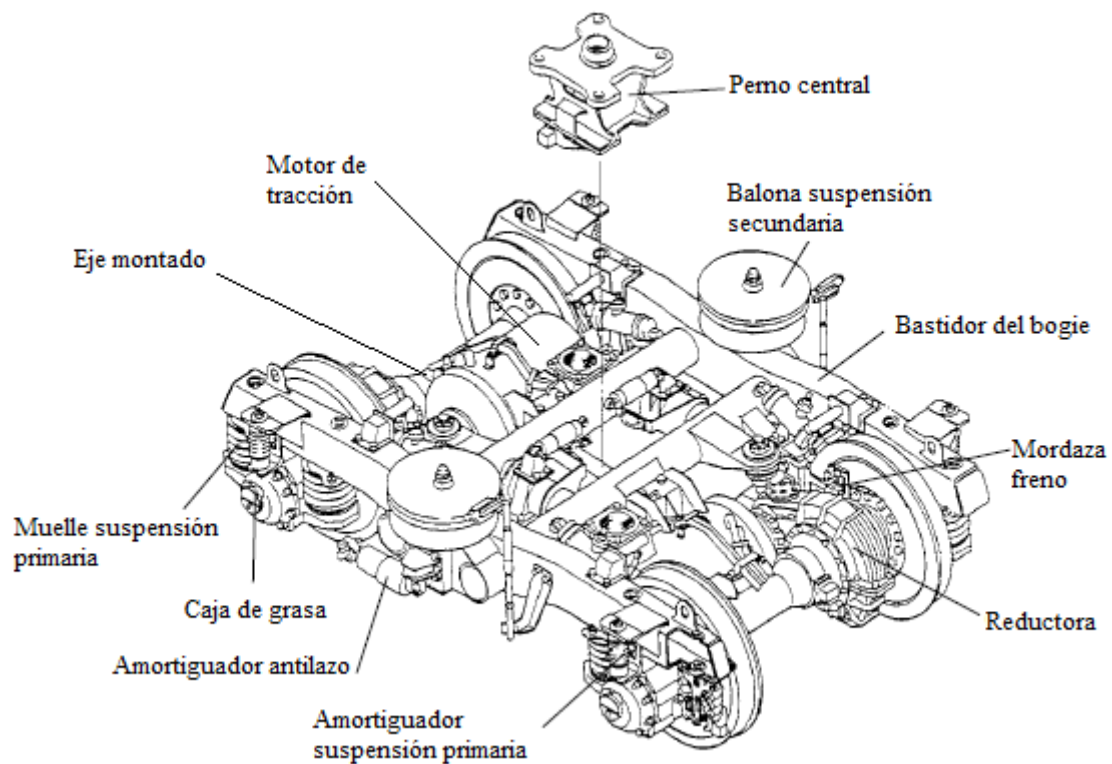


Figura 3. Órganos de rodadura en el bogie de un tren de alta velocidad [2]

Sus funciones principales son:

- Transmisión y equilibrado de las cargas verticales desde las ruedas del vehículo a los carriles.
- Guiado del vehículo a lo largo de las vías.
- Control de las fuerzas dinámicas debidas al movimiento sobre las irregularidades de la vía, en las curvas, cambios de agujas y después de los impactos entre coches.

- Amortiguación eficiente de las oscilaciones.
- Aplicación de las fuerzas de tracción y frenado.

Dependiendo del órgano de rodadura, los vehículos pueden ser clasificados en vehículos con bogies o sin bogies.

En vehículos sin bogies la suspensión, frenos, y equipos de tracción se montan directamente sobre el bastidor. Las fuerzas de tracción y frenado se transmiten mediante barras de tracción o guías de la caja de grasa. Los vehículos convencionales de dos ejes generarán unas fuerzas mayores en las curvas cerradas que el vehículo equivalente con bogies; por lo tanto, su longitud es limitada.

El órgano de rodadura montado en un bastidor separado que puede girar respecto a la caja del vehículo se llama bogie. El número de ejes que posee clasifica el bogie. El tipo más común es el bogie de dos ejes, pero también existen bogies de tres o incluso cuatro ejes, éstos se encuentran normalmente en locomotoras.

Antiguamente, los bogies simplemente permitían que el órgano de rodadura girara en un plano horizontal relativo a la caja del coche haciendo posible que los ejes tuvieran un ángulo de ataque menor en las curvas. En los bogies modernos, el bastidor del bogie transmite todas las fuerzas longitudinales, laterales y verticales entre la caja del coche y los ejes. El bastidor también soporta el equipo de frenado, motores de tracción, suspensión y amortiguadores. También puede contener dispositivos de basculación, dispositivos de lubricación para el contacto rueda-carril y mecanismos que proveen un posicionamiento radial de los ejes en las curvas. Los vehículos con bogies normalmente son más pesados que los vehículos con dos ejes. Sin embargo, el diseño de los vehículos ferroviarios con bogies a menudo es más sencillo que para vehículos con dos ejes y esto puede proporcionar beneficios de fiabilidad y mantenimiento.

### **3.2 Ejes**

El eje es uno de los componentes más importantes de un vehículo ferroviario.

En los comienzos del ferrocarril los primeros ejes eran de hierro, pero tras las primeras roturas, se impuso el acero. Actualmente, se fabrican ejes con distintas calidades de acero dependiendo del tipo de servicio que realicen. Los hay de acero con un contenido medio en carbono para uso general, y de bajo contenido en carbono y templados para aplicaciones más exigentes.

En cuanto al tipo, los ejes pueden ser macizos o huecos. Los ejes huecos reducen la masa no suspendida del eje montado y permiten emplear diferentes métodos de inspección no destructiva, haciéndola más sencilla y precisa. Está demostrado que la reducción de la masa no suspendida disminuye el ruido y la vibración del vehículo ferroviario.

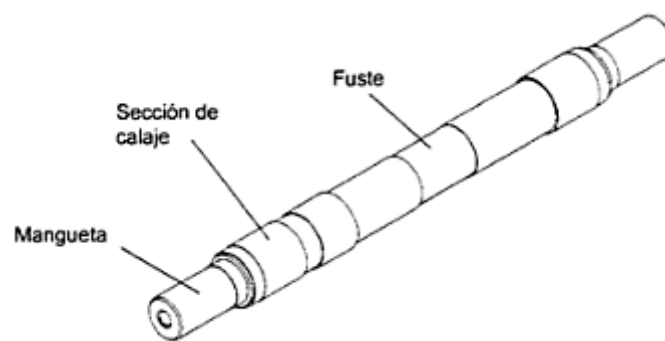
Las funciones de un eje son:

- Transmitir el peso del vehículo a las ruedas.

- Soportar las cargas verticales y horizontales debidas al movimiento estático y dinámico.
- Transmitir los momentos debidos a la tracción y el frenado.

En el eje de un vehículo ferroviario se distinguen tres partes esenciales:

- Fuste o cuerpo del eje comprendido entre ambas ruedas.
- Secciones de calaje sobre las que se calan o calzan las ruedas.
- Manguetas, sobre las que reposan los cojinetes de las cajas de grasa, que, a su vez, soportan el peso suspendido del vehículo.



**Figura 4. Partes de un eje de un vehículo ferroviario [3]**

Las dimensiones del eje en sus diferentes secciones dependen de la carga a que se encuentra sometido. Por otro lado, el material está sometido a una gran fatiga, tanto por el esfuerzo cortante procedente del calaje de la rueda como por la alternancia de las flexiones en la sección de empotramiento de la mangueta.

### 3.3 Ejes montados

Se denomina eje montado al conjunto de un eje y sus dos ruedas. El eje montado es soportado por los rodamientos montados en las manguetas del eje.

El eje montado proporciona:

- La distancia necesaria entre el vehículo y la vía.
- El guiado, que determina el movimiento dentro del ancho de vía, incluso en las curvas y cambios de agujas.
- La transmisión de las fuerzas de tracción y frenado a los carriles para acelerar y decelerar el vehículo.

El diseño del eje montado depende de:

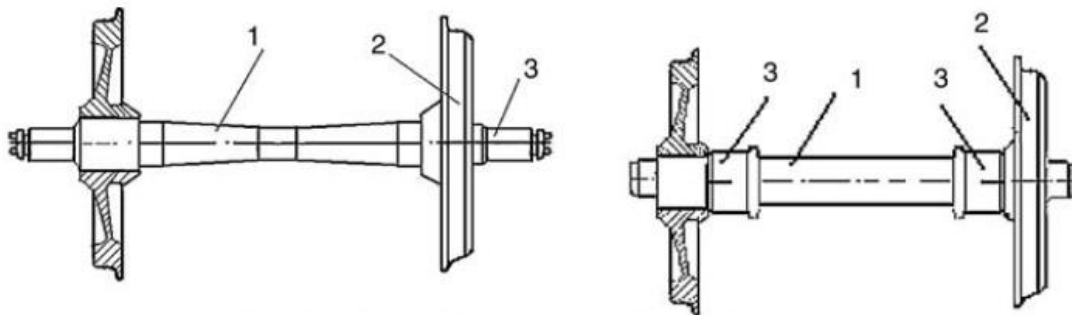
- El tipo de vehículo (motor o remolque).



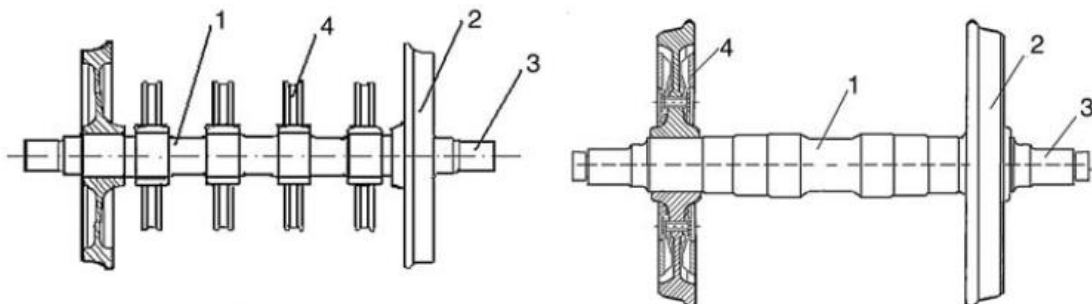
- El tipo de sistema de frenado empleado (zapata de freno, disco de freno en el eje, o disco de freno en la rueda).
- La construcción del centro de la rueda y la posición de los rodamientos en el eje (dentro o fuera).
- La necesidad de limitar las fuerzas de alta frecuencia utilizando elementos elásticos entre el centro de la rueda y el perfil de rodadura.

Los tipos principales de diseño de los ejes montados se muestran en las figuras 5, 6 y 7. A pesar de la variedad de diseños, todos los ejes montados tienen dos características en común: la unión rígida entre las ruedas y el eje, y el perfil de la sección transversal de la zona de rodadura de la rueda, llamado perfil de rodadura.

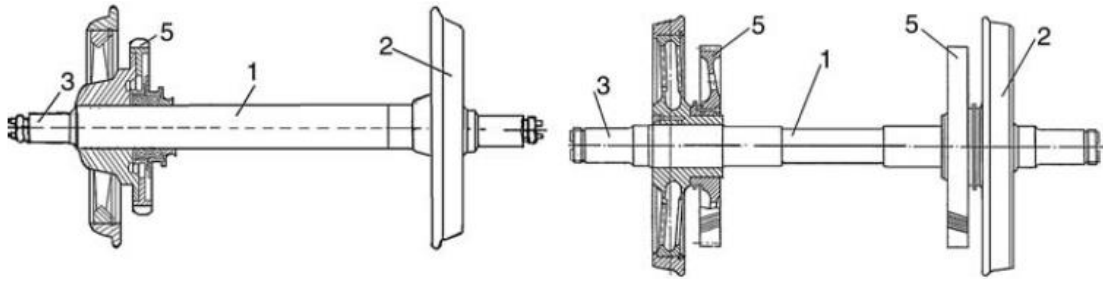
En las curvas, el carril exterior tendrá un radio mayor que el carril interior. Esto quiere decir que una rueda cilíndrica tiene que recorrer una mayor distancia en el carril exterior que en el carril interior. Como el movimiento de las ruedas en el carril interior y exterior debe tener el mismo número de rotaciones por unidad de tiempo, tal movimiento no puede ocurrir por rodadura pura. Para que las distancias recorridas por las dos ruedas sean iguales, una o las dos tendrán que deslizar, incrementando en consecuencia la resistencia a la rodadura y produciendo desgaste en las ruedas y los carriles. La solución consiste en mecanizar la superficie de rodadura de las ruedas con un perfil cónico y un ángulo de inclinación variable respecto al eje.



**Figura 5. a) Ejes montados con manguetas externas e internas [4]**



**Figura 6. b) Ejes montados con discos de freno en el eje y en la rueda [4]**



**Figura 7. c) Ejes montados para material rodante de tracción con posición asimétrica y simétrica de los engranajes [4]**

Tipos principales de diseño de un eje montado: a) con manguetas externas e internas; b) con discos de freno en el eje y en la rueda; c) con posición asimétrica y simétrica de los engranajes (1, eje; 2, rueda; 3, mangueta; 4, disco de freno; 5, engranaje).

## **4 FATIGA**

### **4.1 Introducción**

Muchos de los elementos de máquinas, tales como cigüeñales, árboles, ejes, bielas y resortes, son sometidos a cargas variables. El comportamiento de los materiales bajo este tipo de carga es diferente a aquel bajo cargas estáticas; mientras que una pieza soporta una gran carga estática, la misma puede fallar con una carga mucho menor si ésta se repite un gran número de veces. Los esfuerzos variables en un elemento tienden a producir grietas que crecen a medida que éstos se repiten, hasta que se produce la falla total. Este fenómeno se denomina fatiga.

### **4.2 Historia**

El término fatiga designa la falla de un material sometido a cargas variables, después de cierto número de repeticiones (ciclos) de carga. Podría decirse que este tipo de falla fue observado por primera vez en el siglo XIX, cuando los ejes de los vagones de ferrocarril comenzaron a fallar después de un corto tiempo de servicio. A pesar de haber sido construidos con acero dúctil, se observó una falla súbita de tipo frágil.

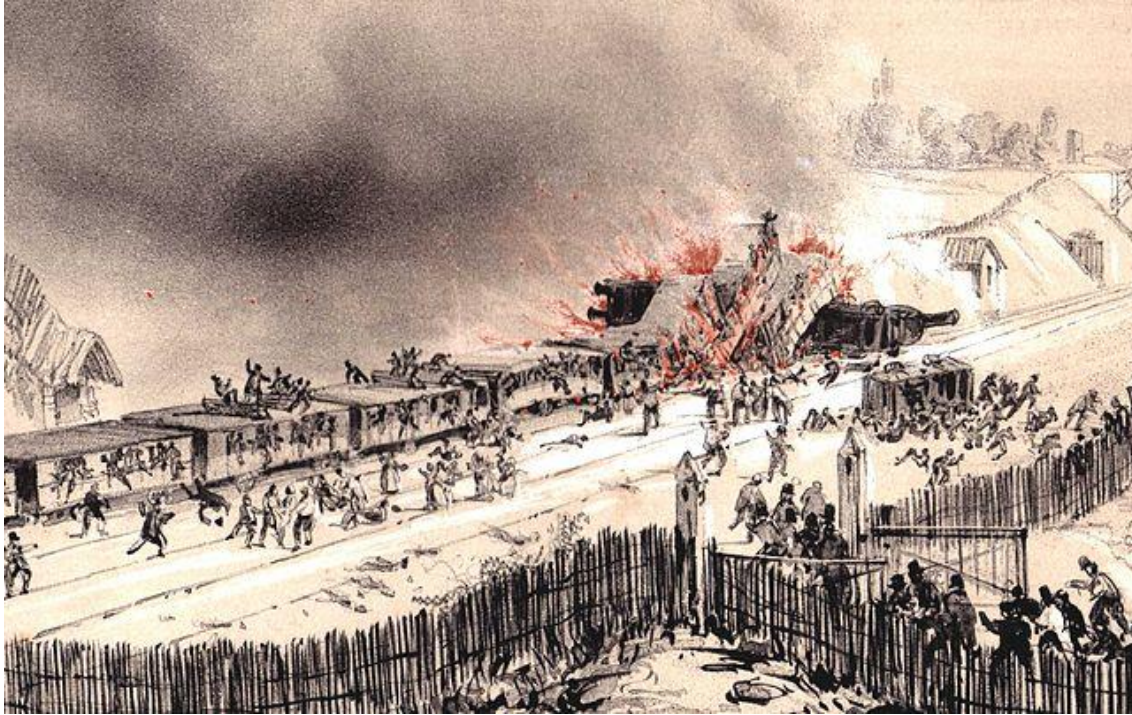
El término “fatiga” fue usado por primera vez por Poncelet en 1839, para describir la situación de falla de los materiales sometidos a cargas variables. Debido a que la falla por fatiga tiene apariencia frágil, se pensaba que el material se había “cansado” y hecho frágil después de soportar un cierto número de fluctuaciones de esfuerzo. Similarmente, en 1843, Rankine publicó un estudio sobre las causas de la ruptura inesperada de los muñones de los ejes de ferrocarril, en el cual decía que el material dúctil se había cristalizado y hecho frágil debido a la fluctuación de los esfuerzos.

Luego, en 1870, después de 12 años de investigación sobre las fallas por fatiga, el ingeniero alemán August Wöhler publicó los resultados de su estudio, en el cual se mostraba como “culpable” de la falla al número de ciclos de esfuerzo. Al realizar pruebas sobre las mitades rotas de los ejes que habían fallado por fatiga, observó que el material tenía la misma resistencia y ductilidad bajo esfuerzo de tensión que el material original; es decir, el material no se había “cansado” ni fragilizado como se creía. Sin embargo, el término fatiga se sigue utilizando para referirse a las fallas de elementos sometidos a cargas variables.

### **4.3 Accidentes**

En 1842 se produjo uno de los primeros accidentes ferroviarios de la historia debido a la rotura de un eje por fatiga, en el trayecto entre las estaciones de Versalles y París. El tren de 120 metros y remolcado por dos locomotoras circulaba a 40 km/h, uno de los ejes de la primera locomotora se partió y ésta descarriló, esparciendo el contenido de la caldera. Cuando la segunda locomotora y el resto del tren chocaron contra la primera locomotora se produjo un incendio, los pasajeros quedaron atrapados y murieron unas 70 personas.

El gobierno francés formó una comisión, cuyas conclusiones fueron que los ejes debían ser probados para determinar su vida e inspeccionados antes de que concluyera su vida en servicio.



**Figura 8. Cuadro sobre el accidente de Versailles en 1842 [5]**

El fenómeno de fatiga era poco conocido en la época y el accidente marcó el inicio del estudio sistemático del problema.

Otros trenes también han descarrilado en la actualidad debido a un fallo por fatiga:

El 17 de junio de 2000, un tren Clase 73 de los Ferrocarriles Nacionales de Noruega descarriló en la Estación de Nelaug en la Línea Sorland. El tren circulaba a baja velocidad y nadie resultó herido, pero si el descarrilamiento hubiera ocurrido a la máxima velocidad, podría haber sido fatal. El descarrilamiento se produjo debido a un fallo por fatiga del eje delantero del tren. Los ejes del tren descarrilado habían sido inspeccionados recientemente en busca de signos de fatiga, pero no se detectó ninguna grieta. El 19 de junio, los Ferrocarriles Nacionales de Noruega NSB declararon que las inspecciones cada 100.000 km habían sido insuficientes. Un informe de la DNV a finales de agosto concluyó que las grietas habían sido causadas por la corrosión, que a su vez había sido causada por agua alojada dentro de la capa de protección contra la corrosión.



**Figura 9. Eje motor fracturado del tren Clase 73 que descarriló en Noruega**

En julio de 2008 un tren de alta velocidad ICE 3 diseñado para circular a una velocidad máxima de 330 km/h descarriló al salir de la Estación Central de Colonia, Alemania, debido a la rotura por fatiga de uno de los ejes motores. El tren paró inmediatamente y debido a la baja velocidad a la que circulaba, ninguno de los pasajeros sufrió heridas importantes.



**Figura 10. Eje motor fracturado del tren ICE 3 que descarriló en Colonia [6]**

Inmediatamente después de la rotura, el intervalo de inspección de los ejes huecos de todos los trenes ICE 3 pasó de 300.000 km a 60.000 km e incluso a 30.000 km en octubre de 2008.

En octubre de 2009 la industria fabricante de ejes y el operador Deutsche Bahn DB decidieron reemplazar todos los ejes motores de los trenes ICE 3 por otros nuevos fabricados de un material de menor resistencia EA4T (25CrMo4) con un nuevo diseño y mayor diámetro en las zonas de calado.

## 5 AVE SERIE 103<sup>[7]</sup>

El AVE S103 es un tren de alta velocidad que deriva del ICE 3, actualmente en servicio en los ferrocarriles alemanes y holandeses, suministrado por Siemens.

Se han realizado numerosas modificaciones respecto al ICE 3 para tener en cuenta factores como el aumento de velocidad o las exigencias de servicio al cliente en AVE.

Una de las características más significativas del S103 es que se trata de un tren de tracción distribuida, es decir, los equipos de tracción están repartidos bajo el bastidor de los coches, lo que permite aprovechar la práctica totalidad de la longitud del tren para espacio de viajeros y servicios a bordo. La mitad de los ejes está motorizado lo que permite un aprovechamiento óptimo de la capacidad de tracción.

El tren está equipado con los sistemas de señalización ERTMS niveles 1 y 2, instalados en la línea de alta velocidad Madrid-Barcelona, STM de LZB, que le permite circular por la línea Madrid-Sevilla y ASFA, utilizado como sistema de respaldo en ambos corredores.

### Datos Técnicos

|   |                                  |
|---|----------------------------------|
| • Trenes construidos:                           | 26                               |
| • Año de recepción:                             | 2007/2008                        |
| • Composición del tren:                         | M-R-M-R-R-M-R-M                  |
| • Masa estática máxima por eje en carga normal: | 16.79 t                          |
| • Tensiones nominales de alimentación:          | 25 kV/50 Hz                      |
| • Potencia máxima:                              | 8800 kW                          |
| • Velocidad máxima:                             | 350 km/h                         |
| • Capacidad de plazas:                          | 404 (inc 2 P.M.R.)               |
| • Servicio:                                     | Corredor Nordeste y Corredor Sur |
| • Constructor principal:                        | SIEMENS                          |

### Sistema de Freno:

|                                       |                           |
|---------------------------------------|---------------------------|
| • Freno eléctrico en ejes motores:    | Regenerativo + reostático |
| • Freno neumático en ejes motores:    | 2 discos sobre rueda      |
| • Freno neumático en ejes portadores: | 3 discos sobre eje        |

### Tracción:

- 28300 daN en el arranque
- 8500 daN a velocidad máxima (350 km/h)

### Freno eléctrico en bogies motores:

- 28170 daN a velocidad= 5 km/h
- Lineal hasta 25150 daN a velocidad= 126 km/h
- Entre 126 km/h y 350 km/h la potencia del freno es de 8800 kW

## Freno eléctrico neumático

Consigue la simultaneidad del accionamiento de freno y el mismo grado de frenado en todos los remolques de la rama.

## Freno de estacionamiento

Inmovilización de la rama en rampa de 30 mm, en vacío, orden de marcha y con viento fuerte (100 km/h).

## Dimensiones

- Longitud total del tren: 200 m
- Ancho de vía: 1435 mm
- Gálibo: UIC internacional
- Longitud de las cajas intermedias: 24.18 m
- Longitud de las cajas extremas: 25.38 m
- Ancho máximo de la caja: 2.95 m
- Altura de caja: 2.95 m

## Masas y plazas

- Masa del tren con carga normal: 463 t
- Plazas en Clase Club: 30 + 7
- Plazas en Clase Preferente: 103
- Plazas en Clase Turista: 264 (inc 2 P.M.R.)

## Motor de tracción

- Tracción distribuida: 50% ejes
- Número de motores: 16 (asíncronos)
- Número de convertidores principales: 4 (tipo GTO)
- Número de transformadores: 2
- Potencia motor: 550 kW
- Velocidad máxima: 5880 rpm
- Número de bogies motores: 8 (50%)

## Servicios del tren

- Cabinas de conducción: 2
- Señalización en cabinas: ERTMS niv 1 y 2, LZB y ASFA
- Aire acondicionado: Sí
- Cafetería: Sí
- Aseos: 11 WC
- Audio-video: Sí

## Acoplamiento de trenes

- Acoplamiento automático: Scharfenberg
- Mando múltiple: Sí (2 trenes).

# **Capítulo 2**

## **Cálculo según la norma EN 13104**



## **CÁLCULO SEGÚN LA NORMA EN 13104**

### **1 CAMPO DE APLICACIÓN**

La norma EN 13104 especifica en su apartado 1, como casos de aplicación los siguientes:

- \_ ejes motores macizos y huecos de material rodante ferroviario
- \_ ejes portadores macizos y huecos de bogies motores
- \_ ejes portadores macizos y huecos de locomotoras
- \_ ejes definidos en la norma EN 13261
- \_ todos los anchos de vía

El eje del proyecto corresponde al primer caso ya que se trata del eje motor hueco de un coche de pasajeros con ancho de vía de 1435 mm (Ancho UIC).

La norma define su campo de aplicabilidad a material rodante destinado a circular en condiciones normales europeas. También en este caso se cumple la condición de aplicabilidad.

### **2 NORMAS PARA CONSULTA**

*EN 13260 Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes montados. Requisitos de producto.*

*EN 13261 Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes. Requisitos de producto.*

### **3 SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS**

Se enumeran a continuación los símbolos y abreviaturas que se utilizarán en el desarrollo y aplicación de la norma EN 13104.

| Símbolo        | Unidad           | Descripción   |
|----------------|------------------|---|
| $m_1$          | kg               | Masa en las manguetas por eje (las masas de los rodamientos y de las cajas de grasa están incluidas)  |
| $m_2$          | kg               | Masa del eje y masas sobre el eje entre los planos de rodadura (disco de freno, etc.)   |
| $m_1 + m_2$    | kg               | Para el eje considerado, es la masa aplicada sobre los carriles   |
| $g$            | m/s <sup>2</sup> | Aceleración debida a la gravedad  |
| $P$            | N                | La mitad de la fuerza vertical por cada eje sobre el carril<br>$\frac{(m_1 + m_2)g}{2}$   |
| $P_0$          | N                | Fuerza vertical estática por cada mangueta, cuando el eje está cargado simétricamente<br>$\frac{m_1 g}{2}$  |
| $P_1$          | N                | Fuerza vertical sobre la mangueta más cargada   |
| $P_2$          | N                | Fuerza vertical sobre la mangueta menos cargada   |
| $P'$           | N                | Parte de $P$ frenado por cualquier sistema mecánico de freno  |
| $Y_1$          | N                | Fuerza horizontal de la rueda sobre el carril, perpendicular al carril, en el lado de la mangueta más cargada   |
| $Y_2$          | N                | Fuerza horizontal de la rueda sobre el carril, perpendicular al carril, en el lado de la mangueta menos cargada                                       |
| $H$            | N                | Fuerza que equilibra las fuerzas $Y_1$ e $Y_2$  |
| $Q_1$          | N                | Reacción vertical sobre la rueda situada del lado de la mangueta más cargada  |
| $Q_2$          | N                | Reacción vertical sobre la rueda situada del lado de la mangueta menos cargada  |
| $F_i$          | N                | Fuerzas ejercidas por las masas de los elementos no suspendidos, situadas entre las dos ruedas [disco(s) de freno, piñón, etc.]                       |
| $F_f$          | N                | Fuerza máxima aplicada a las zapatas de un mismo portazapatas sobre una rueda o fuerza de las superficies de contacto de las pastillas sobre un disco |
| $M_x$          | N·mm             | Momento de flexión producido por las masas en movimiento  |
| $M'_x, M'_z$   | N·mm             | Momentos de flexión producidos por el frenado   |
| $M'_y$         | N·mm             | Momento de torsión producido por el frenado   |
| $M''_x, M''_z$ | N·mm             | Momentos de flexión producidos por la tracción  |
| $M''_y$        | N·mm             | Momento de torsión producido por la tracción  |
| $MX, MZ$       | N·mm             | Suma de los momentos de flexión   |
| $MY$           | N·mm             | Suma de los momentos de torsión   |
| $MR$           | N·mm             | Momento resultante  |

Tabla 1. Símbolos y unidades empleados en la norma EN 13104 [8]

| Símbolo  | Unidad            | Descripción  |
|----------|-------------------|--|
| $2b$     | mm                | Distancia entre los puntos de aplicación de las fuerzas verticales sobre las manguetas del eje               |
| $2s$     | mm                | Distancia entre los círculos de rodadura de las ruedas   |
| $h_1$    | mm                | Altura por encima de la línea central del eje del centro de gravedad de las masas soportadas por el eje      |
| $y_i$    | mm                | Distancia entre el círculo de rodadura de una rueda y la fuerza $F_i$  |
| $y$      | mm                | Abscisa para cualquier sección del eje medida desde la sección sometida a la fuerza $P_1$                    |
| $\Gamma$ |                   | Coefficiente de fricción medio entre la rueda y la zapata de freno o entre las pastillas de freno y el disco |
| $\sigma$ | N/mm <sup>2</sup> | Esfuerzo calculado en una sección  |
| $K$      |                   | Coefficiente de concentración del esfuerzo de fatiga   |
| $R$      | mm                | Radio nominal del círculo de rodadura de una rueda   |
| $R_b$    | mm                | Radio de frenado   |
| $d$      | mm                | Diámetro para una sección del eje  |
| $d'$     | mm                | Diámetro interior de un eje hueco  |
| $D$      | mm                | Diámetro utilizado para determinar $K$   |
| $r$      | mm                | Radio de la curva de transición utilizado para determinar $K$  |
| $S$      |                   | Coefficiente de seguridad  |
| $G$      |                   | Centro de gravedad   |
| $R_{fL}$ | N/mm <sup>2</sup> | Límite de fatiga en flexión rotativa hasta $10^7$ ciclos para probetas lisas                                 |
| $R_{fE}$ | N/mm <sup>2</sup> | Límite de fatiga en flexión rotativa hasta $10^7$ ciclos para probetas con entalla                           |
| $a_q$    | m/s <sup>2</sup>  | Desequilibrio de la aceleración transversal  |
| $f_q$    |                   | Factor de propulsión   |

**Tabla 2. Continuación símbolos y unidades empleados en la norma EN 13104 [8]**

#### 4 PROCESO GENERAL DE CÁLCULO

El procedimiento de cálculo de un eje ferroviario requiere seguir un proceso definido por las siguientes fases principales:

a) Fase de definición de fuerzas.

En esta fase se definen las cargas, es decir, las fuerzas que actúan sobre el eje. Para ello se realiza un dibujo esquemático representando el punto de aplicación, la dirección y la magnitud de cada fuerza.

b) Fase de cálculo de reacciones.

Una vez conocidas las fuerzas actuantes, se definen los apoyos y se calculan las correspondientes reacciones, por equilibrio estático.

c) Fase de cálculo de momentos.

Después de determinar completamente las fuerzas y reacciones a las que está sometido el eje se procede a calcular las leyes de momentos flectores y momentos torsores tanto analíticamente como gráficamente, para las distintas secciones transversales del eje.

d) Fase de definición de dimensiones.

Tomando como punto de partida los diámetros del cuerpo del eje y de las manguetas, se definen los diámetros del resto de las zonas y sus correspondientes transiciones.

Dadas las características y objetivos de este proyecto, el eje ha venido completamente definido previamente en todas sus dimensiones.

e) Fase de verificación.

En esta fase se procede a calcular el estado de tensiones de cada sección, comparándolas con las máximas tensiones permitidas, con el objetivo de determinar la validez dimensional de cada sección. La norma especifica tanto el criterio de comprobación de tensiones como la máxima tensión permitida a aplicar, que es función de:

\_ el tipo de acero;

\_ el tipo de eje: macizo o hueco;

\_ el tipo de transmisión del motor de tracción.

En función de los resultados de la fase de verificación, puede ser necesario volver a la fase anterior de definición de dimensiones, con el objetivo de optimizar el diseño, mediante un proceso iterativo. Nuevamente, dado el objetivo de este proyecto, no se considerará esta posibilidad, pero, no obstante, se aportarán conclusiones sobre posibles secciones críticas o secciones cuyos diámetros pudieran ser optimizados.

Siguiendo el modelo de hoja de especificaciones recomendado por la norma, se ha elaborado la siguiente tabla:

|  |                         |      |
|--|-------------------------|------|
| Tipo   | Eje hueco motor         |      |
| Tren   | AVE S103                |      |
| Aplicación   | Transporte de pasajeros |      |
| Plano del eje  | Nº 16992087             |      |
| Material   | EA4T                    |      |
| Masas (kg)   |                         |      |
|  | Ruedas                  | 609  |
|  | Eje                     | 352  |
|  | Reductora               | 311  |
| Total ( $m_2$ )  | 1272                    |      |
| Masa sobre el carril por cada eje <sup>1</sup> ( $m_1 + m_2$ ) | 16050                   |      |
| Masa en las manguetas ( $m_1$ )                                | 14778                   |      |
| Medidas (mm)   |                         |      |
|  | $b$                     | 1000 |
|  | $s$                     | 750  |
|  | $R$                     | 460  |
|  | $R_B$                   | 300  |
|  | $h_1$                   | 1063 |

**Tabla 3. Masas y medidas necesarias para el cálculo del eje**

<sup>1</sup>El valor de la Masa sobre el carril por cada eje ( $m_1 + m_2$ ), se calcula dividiendo el valor de la Masa con carga: 64.2 t (véase la tabla 28) entre el número de ejes del coche, en este caso 4.

## 5 FUERZAS Y MOMENTOS A TENER EN CUENTA

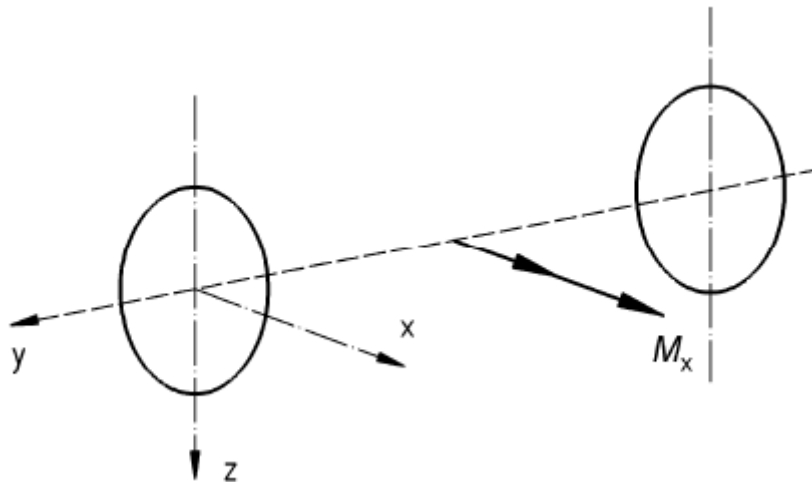
### 5.1 Tipos de fuerzas

Hay que distinguir entre dos tipos de fuerzas:

- \_ Fuerzas asociadas a las masas en movimiento;
- \_ Fuerzas asociadas al sistema de frenado y al sistema de tracción.

### 5.2 Fuerzas asociadas a las masas en movimiento

Estas fuerzas son de carácter gravitatorio, asociadas al peso de los diferentes elementos soportados por el eje. En consecuencia, tanto estas fuerzas como las reacciones asociadas a ellas están contenidas en el plano vertical de simetría (y, z) y los momentos flectores generados irán en el eje perpendicular a dicho plano, denominándose genéricamente  $M_x$ .



**Figura 11. Momento que actúa sobre el eje debido a las masas en movimiento [8]**

Concretamente, las fuerzas actuantes son:

$P_1$ : Es la fuerza vertical sobre la mangueta más cargada.

$P_2$ : Es la fuerza vertical sobre la mangueta menos cargada.

$F_i$ : Es la fuerza resultante de las fuerzas ejercidas por las masas de los elementos no suspendidos situados entre las dos ruedas, en este caso, la reductora.

La norma define las siguientes fórmulas para  $P_1$  y  $P_2$ :

$$P_1 = (0.625 + 0.0875h_1 / b)m_1g$$

$$P_2 = (0.625 - 0.0875h_1 / b)m_1g$$

Estas fórmulas se obtienen a partir de las fórmulas generales:

$$P_1 = \frac{1}{2}(1 + \alpha + \beta \frac{h_1}{b})m_1g$$

$$P_2 = \frac{1}{2}(1 + \alpha - \beta \frac{h_1}{b})m_1g$$

siendo  $\alpha$  un coeficiente de mayoración de la masa soportada en las manguetas en condiciones no estáticas, denominándose en la literatura técnica “factor dinámico”. El coeficiente  $\beta$  está asociado al reparto desigual del peso aplicado en el centro de gravedad  $G$  entre las dos manguetas en situaciones de inclinación del conjunto debidas al peralte de la vía.

Para todos los ejes definidos en el ámbito de aplicación de la norma el valor de estos coeficientes es:

$$\alpha=0.25$$

$$\beta=0.175$$

obteniéndose las fórmulas arriba mencionadas.

En cuanto a las fuerzas debidas a las masas no suspendidas,  $F_i$ , la norma indica que la dirección (hacia arriba o hacia abajo) debe escogerse de tal manera que su acción flectora represente un incremento sobre la acción flectora debida a las fuerzas verticales sobre las manguetas  $P_1$  y  $P_2$ , para representar la condición más desfavorable. En este caso la norma no considera ningún coeficiente de mayoración, indicando explícitamente que el valor de la fuerza debe obtenerse multiplicando la masa de cada elemento no suspendido por 1 g.

$$P_1 = (0.625 + 0.0875h_1 / b)m_1g = (0.625 + 0.0875 \cdot 1063 / 1000) \cdot 147789.81 = 104092 \text{ N}$$

$$P_2 = (0.625 - 0.0875h_1 / b)m_1g = (0.625 - 0.0875 \cdot 1063 / 1000) \cdot 147789.81 = 77123 \text{ N}$$

$$F_1 = 311 \cdot g = 3051 \text{ N}$$

Las reacciones correspondientes a las fuerzas debidas a las masas en movimiento se aplican en el punto de contacto de cada rueda con el carril, descomponiéndose en una componente vertical  $Q$  y una componente horizontal  $Y$ . Las componentes horizontales  $Y_1$ , correspondiente a la mangueta más cargada, e  $Y_2$ , correspondiente a la mangueta menos cargada, son definidas expresamente en la norma como una fracción de la masa soportada por las manguetas, para contemplar el efecto debido a la inclinación del conjunto en curvas peraltadas. Se tienen por tanto las fórmulas:

$$Y_1 = 0.35m_1g$$

$$Y_2 = 0.175m_1g$$

Dado el diferente valor de  $Y_1$  e  $Y_2$  se hace necesario considerar una fuerza equilibrante horizontal  $H$  aplicada en el eje, que será por tanto:

$$H = Y_1 - Y_2 = 0.175m_1g$$

Las componentes verticales de las reacciones en las ruedas,  $Q_1$  y  $Q_2$ , se obtienen por equilibrio estático de fuerzas, resultando las expresiones:

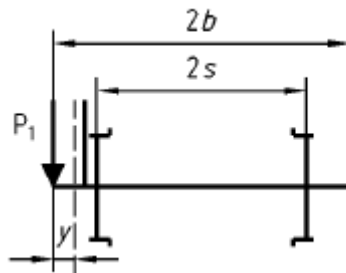
$$Q_1 = \frac{1}{2s} [P_1(b+s) - P_2(b-s) + (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i(2s - y_i)]$$

$$Q_2 = \frac{1}{2s} [P_2(b+s) - P_1(b-s) - (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i y_i]$$

Una vez determinadas todas las fuerzas y reacciones debidas a las masas en movimiento se procede a calcular el momento flector correspondiente  $M_x$ , cuya expresión será diferente para cada zona del eje, según las siguientes fórmulas:

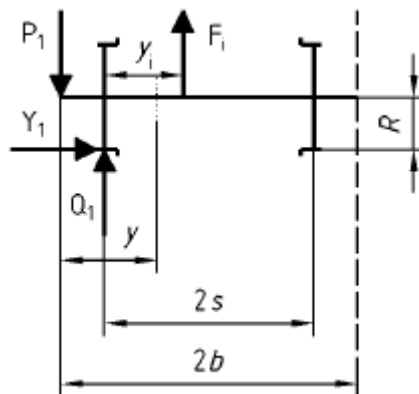
- Entre el plano de carga izquierdo y el plano de rodadura izquierdo

$$M_x = P_1 y \quad 0 \leq y \leq 250$$



- Entre el plano de rodadura izquierdo y la reductora

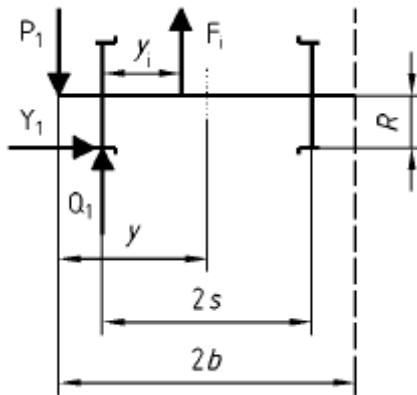
$$M_x = P_1 y - Q_1(y - b + s) + Y_1 R \quad 250 \leq y \leq 554.5$$





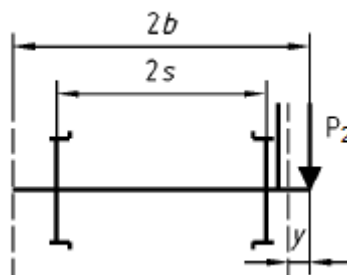
- Entre la reductora y el plano de rodadura derecho

$$M_x = P_1 y - Q_1(y - b + s) + Y_1 R - F_i(y - b + s - y_i) \quad 554.5 \leq y \leq 1750$$



- Entre el plano de rodadura derecho y el plano de carga derecho

$$M_x = P_2(2b - y) \quad 1750 \leq y \leq 2000$$



A fin de determinar el caso más desfavorable, se consideran las siguientes combinaciones:

**Combinación 1:**

Mangueta más cargada izquierda y fuerza debida a la reductora hacia arriba.

**Combinación 2:**

Mangueta más cargada izquierda y fuerza debida a la reductora hacia abajo.

**Combinación 3:**

Mangueta más cargada derecha y fuerza debida a la reductora hacia arriba.

**Combinación 4:**

Mangueta más cargada derecha y fuerza debida a la reductora hacia abajo.

Para cada combinación se determinará el correspondiente diagrama de momentos flectores y, a continuación, se determinará el diagrama de momentos flectores definitivo tomando en cada sección el valor máximo de los cuatro posibles. Esto asegura la elección de la condición más desfavorable.

## Cálculo de la ley de momentos flectores para la combinación 1

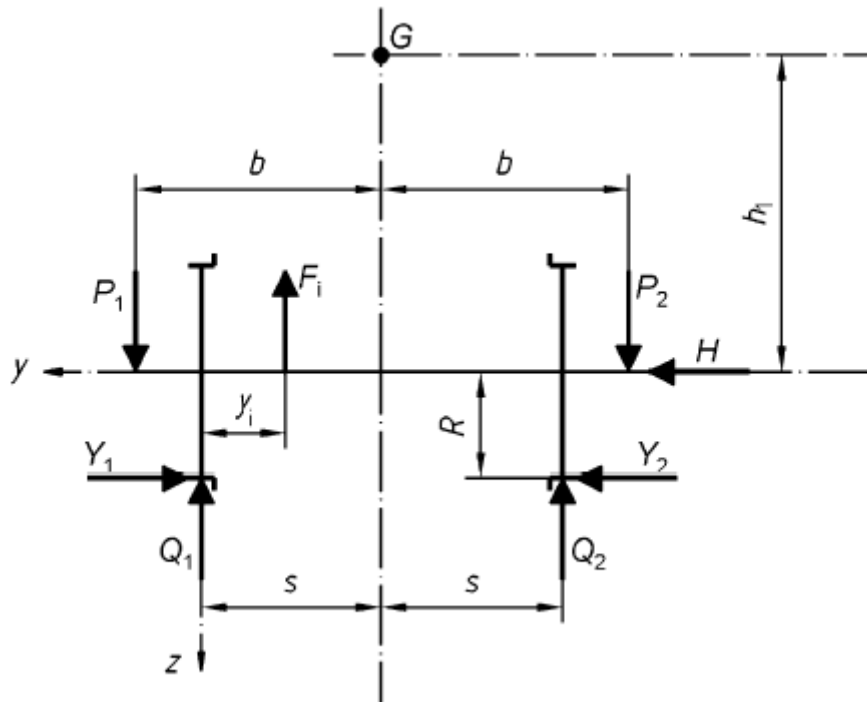


Figura 12. Diagrama de fuerzas que actúan sobre el eje montado [8]

$$P_1 = (0.625 + 0.0875h_1/b)m_1g = (0.625 + 0.0875 \cdot 1063/1000) \cdot 147789.81 = 104092 \text{ N}$$

$$P_2 = (0.625 - 0.0875h_1/b)m_1g = (0.625 - 0.0875 \cdot 1063/1000) \cdot 147789.81 = 77123 \text{ N}$$

$$Y_1 = 0.35m_1g = 0.35 \cdot 147789.81 = 50740 \text{ N}$$

$$Y_2 = 0.175m_1g = 0.175 \cdot 147789.81 = 25370 \text{ N}$$

$$H = Y_1 - Y_2 = 0.175m_1g = 0.175 \cdot 147789.81 = 25370 \text{ N}$$

$$Q_1 = \frac{1}{2s} [P_1(b+s) - P_2(b-s) + (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i(2s - y_i)]$$

$$Q_1 = \frac{1}{1500} [104092 \cdot (1750) - 77123 \cdot (250) + (25370) \cdot 460 - 3051 \cdot (1195.5)]$$

$$Q_1 = 113935 \text{ N}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2s} [P_2(b+s) - P_1(b-s) - (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i y_i]$$

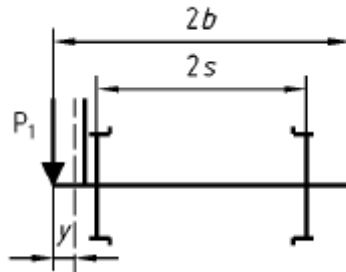
$$Q_2 = \frac{1}{1500} [77123 \cdot (1750) - 104092 \cdot (250) - (25370) \cdot 460 - 3051 \cdot 304.5]$$

$$Q_2 = 64229 \text{ N}$$

### Cálculo de $M_x$ para cada zona del eje

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M_x = P_1 y$$



$$M_x = 104092 \cdot y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

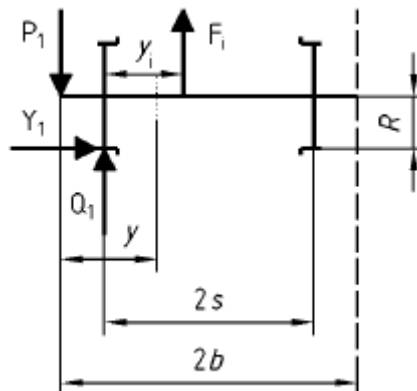
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=0$   $M_x = 0$

Para  $y=250$   $M_x = 26023000 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y \leq 554.5$

$$M_x = P_1 y - Q_1 (y - b + s) + Y_1 R$$



$$M_x = 104092 \cdot y - 113935 \cdot (y - 1000 + 750) + 50740 \cdot 460$$

$$M_x = 104092 \cdot y - 113935 \cdot y + 28483750 + 23340400$$

$$M_x = -9843 \cdot y + 51824150 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

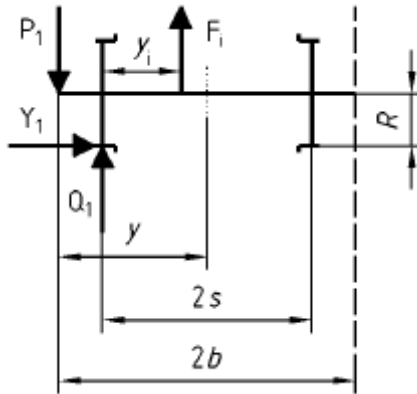
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=250$   $M_x = 49363400 \text{ N}\cdot\text{mm}$

Para  $y=554.5$   $M_x = 46366207$  N·mm

- Entre la reductora y el plano de rodadura  $554.5 \leq y \leq 1750$

$$M_x = P_1 y - Q_1(y - b + s) + Y_1 R - F_i(y - b + s - y_i)$$



$F_i$ : fuerza(s) situada(s) a la izquierda de la sección considerada

$$M_x = 104092 \cdot y - 113935 \cdot (y - 1000 + 750) + 50740460 - 3051 \cdot (y - 1000 + 750 - 304.5)$$

$$M_x = 104092 \cdot y - 113935 \cdot y + 28483750 + 23340400 - 3051 \cdot y + 1691779.5$$

$$M_x = -12894 \cdot y + 53515929.5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

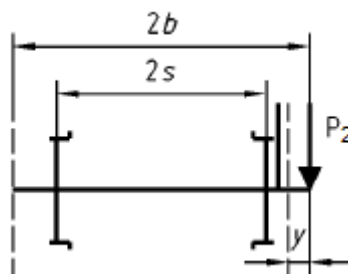
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=554.5$   $M_x = 46366207$  N·mm

Para  $y=1750$   $M_x = 30951430$  N·mm

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M_x = P_2(2b - y)$$



$$M_x = 77123 \cdot (21000 - y)$$

$$M_x = -77123 \cdot y + 154246000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=1750$   $M_x = 19280750$  N·mm

Para  $y=2000$   $M_x = 0$

- Diagrama de momentos flectores

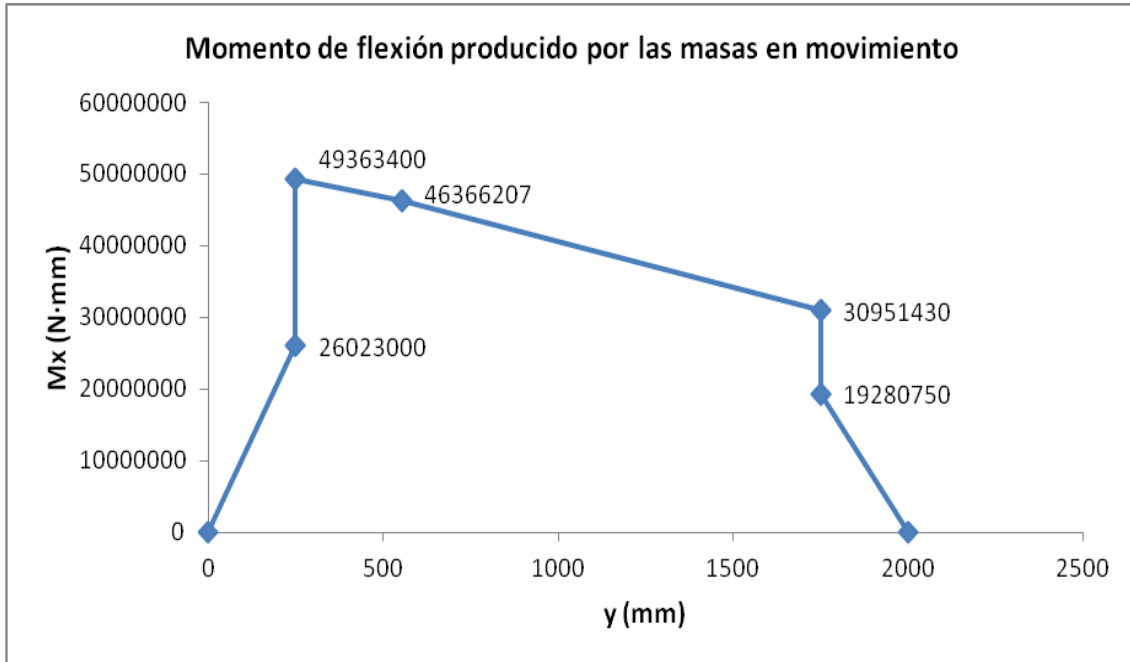


Figura 13. Diagrama de momentos flectores para la combinación 1

### Cálculo de la ley de momentos flectores para la combinación 2

$$Q_1 = \frac{1}{2s} [P_1(b+s) - P_2(b-s) + (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i(2s - y_i)]$$

$$Q_1 = \frac{1}{1500} [104092(1750) - 77123(250) + (25370) \cdot 460 + 3051(1195.5)]$$

$$Q_1 = 118799 \text{ N}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2s} [P_2(b+s) - P_1(b-s) - (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i y_i]$$

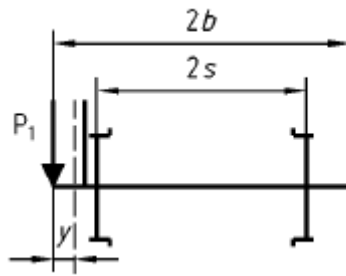
$$Q_2 = \frac{1}{1500} [77123(1750) - 104092(250) - (25370) \cdot 460 + 3051 \cdot 304.5]$$

$$Q_2 = 65467 \text{ N}$$

### Cálculo de $M_x$ para cada zona del eje

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M_x = P_1 y$$



$$M_x = 104092 \cdot y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

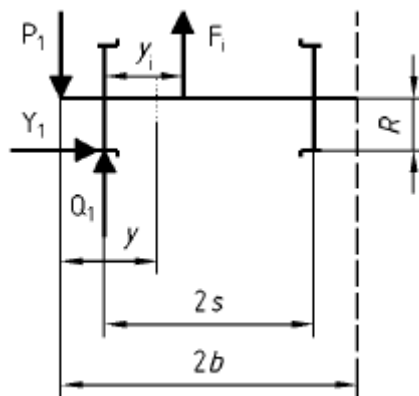
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=0$        $M_x = 0$

Para  $y=250$      $M_x = 26023000 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- Entre el plano de rodadura y la reductora       $250 \leq y \leq 554.5$

$$M_x = P_1 y - Q_1(y - b + s) + Y_1 R$$



$$M_x = 104092 \cdot y - 118799(y - 1000 + 750) + 50740460$$

$$M_x = 104092 \cdot y - 118799 \cdot y + 29699750 + 23340400$$

$$M_x = -14707 \cdot y + 53040150 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

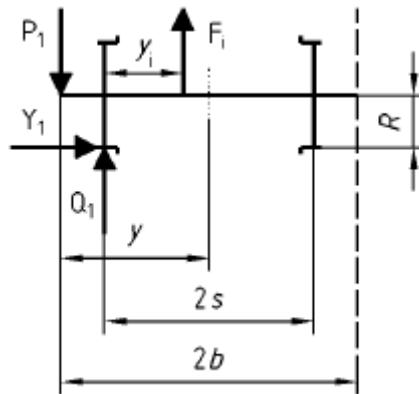
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=250$      $M_x = 49363400 \text{ N}\cdot\text{mm}$

Para  $y=554.5$   $M_x = 44885119 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- Entre la reductora y el plano de rodadura       $554.5 \leq y \leq 1750$

$$M_x = P_1 y - Q_1(y - b + s) + Y_1 R - F_i(y - b + s - y_i)$$



$F_i$ : fuerza(s) situada(s) a la izquierda de la sección considerada

$$M_x = 104092 \cdot y - 118799 \cdot (y - 1000 + 750) + 50740 \cdot 460 + 3051 \cdot (y - 1000 + 750 - 304.5)$$

$$M_x = 104092 \cdot y - 118799 \cdot y + 29699750 + 23340400 + 3051 \cdot y - 1691779.5$$

$$M_x = -11656 \cdot y + 51348370.5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

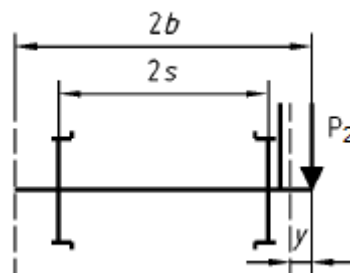
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=554.5$   $M_x = 44885119 \text{ N} \cdot \text{mm}$

Para  $y=1750$   $M_x = 30950371 \text{ N} \cdot \text{mm}$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M_x = P_2(2b - y)$$



$$M_x = 77123 \cdot (2 \cdot 1000 - y)$$

$$M_x = -77123 \cdot y + 154246000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=1750$   $M_x = 19280750 \text{ N} \cdot \text{mm}$

Para  $y=2000$   $M_x = 0$

- Diagrama de momentos flectores

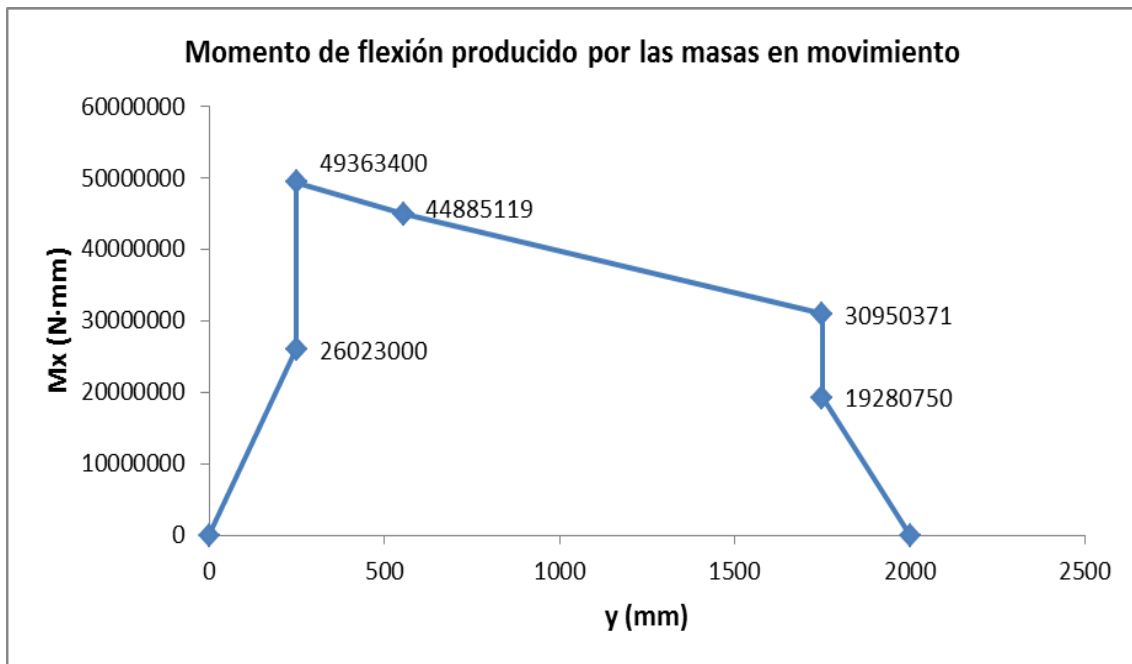


Figura 14. Diagrama de momentos flectores para la combinación 2

### Cálculo de la ley de momentos flectores para la combinación 3

A continuación se repiten los mismos cálculos intercambiando los valores de  $P_1$  y  $P_2$ :

$$P_1 = (0.625 - 0.0875h_1/b)m_1g = (0.625 - 0.0875 \cdot 1063/1000) \cdot 147789.81 = 77123\text{N}$$

$$P_2 = (0.625 + 0.0875h_1/b)m_1g = (0.625 + 0.0875 \cdot 1063/1000) \cdot 147789.81 = 104092\text{N}$$

$$Y_1 = 0.175m_1g = 0.175 \cdot 147789.81 = 25370\text{N}$$

$$Y_2 = 0.35m_1g = 0.35 \cdot 147789.81 = 50740\text{N}$$

$$Q_1 = \frac{1}{2s} [P_1(b+s) - P_2(b-s) + (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i(2s - y_i)]$$

$$Q_1 = \frac{1}{1500} [77123(1750) - 104092(250) + (-25370) \cdot 460 - 3051(1195.5)]$$

$$Q_1 = 62416\text{N}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2s} [P_2(b+s) - P_1(b-s) - (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i y_i]$$

$$Q_2 = \frac{1}{1500} [104092(1750) - 77123(250) - (-25370) \cdot 460 - 3051 \cdot 304.5]$$

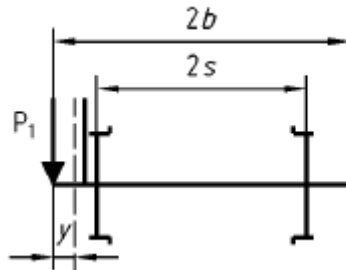
$$Q_2 = 115748\text{N}$$



### Cálculo de $M_x$ para cada zona del eje

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M_x = P_1 y$$



$$M_x = 77123 \cdot y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

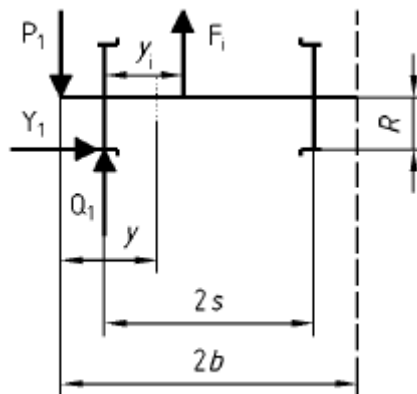
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=0$   $M_x = 0$

Para  $y=250$   $M_x = 19280750 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y \leq 554.5$

$$M_x = P_1 y - Q_1 (y - b + s) + Y_1 R$$



$$M_x = 77123 y - 62416 (y - 1000 + 750) + 25370460$$

$$M_x = 77123 y - 62416 y + 15604000 + 11670200$$

$$M_x = 14707 \cdot y + 27274200 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

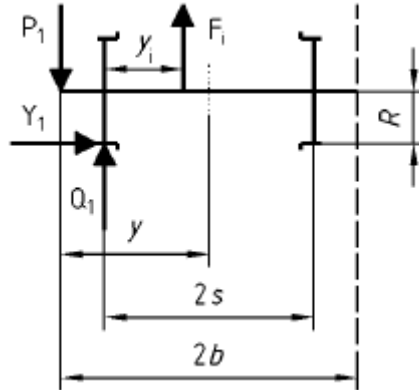
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=250$   $M_x = 30950950 \text{ N}\cdot\text{mm}$

Para  $y=554.5$   $M_x = 35429232 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- Entre la reductora y el plano de rodadura  $554.5 \leq y \leq 1750$

$$M_x = P_1 y - Q_1(y - b + s) + Y_1 R - F_i(y - b + s - y_i)$$



$F_i$ : fuerza(s) situada(s) a la izquierda de la sección considerada

$$M_x = 77123y - 62416(y - 1000 + 750) + 25370460 - 3051(y - 1000 + 750 - 304.5)$$

$$M_x = 77123y - 62416y + 15604000 + 11670200 - 3051y + 1691779.5$$

$$M_x = 11656y + 28965979.5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

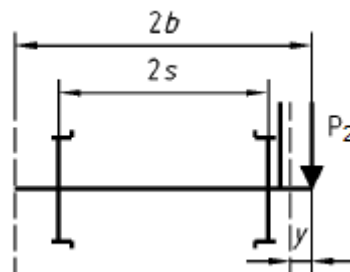
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=554.5 \quad M_x = 35429232 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=1750 \quad M_x = 49363980 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M_x = P_2(2b - y)$$



$$M_x = 104092(21000 - y)$$

$$M_x = -104092y + 208184000 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=1750$   $M_x = 26023000$  N·mm  
 Para  $y=2000$   $M_x = 0$

- Diagrama de momentos flectores

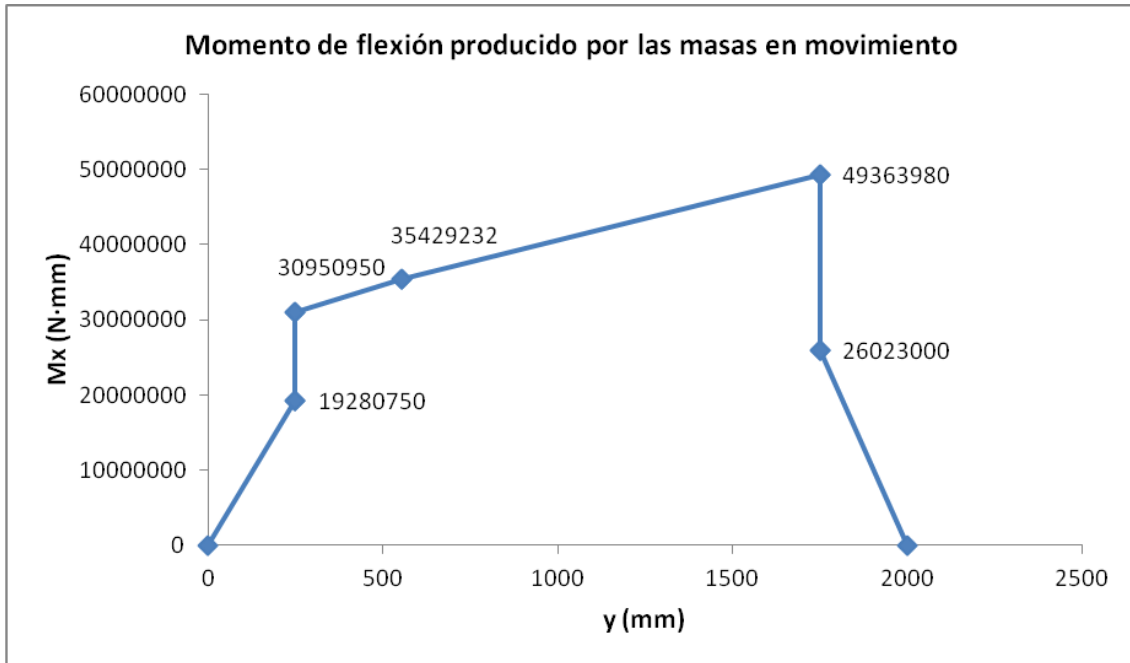


Figura 15. Diagrama de momentos flectores para la combinación 3

#### Cálculo de la ley de momentos flectores para la combinación 4

$$Q_1 = \frac{1}{2s} [P_1(b+s) - P_2(b-s) + (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i(2s - y_i)]$$

$$Q_1 = \frac{1}{1500} [77123(1750) - 104092(250) + (-25370) \cdot 460 + 3051(1195.5)]$$

$$Q_1 = 67280 \text{ N}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2s} [P_2(b+s) - P_1(b-s) - (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i y_i]$$

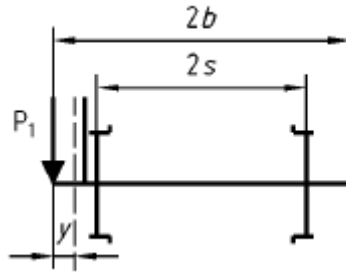
$$Q_2 = \frac{1}{1500} [104092(1750) - 77123(250) - (-25370) \cdot 460 + 3051 \cdot 304.5]$$

$$Q_2 = 116986 \text{ N}$$

#### Cálculo de $M_x$ para cada zona del eje

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M_x = P_1 y$$



$$M_x = 77123y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

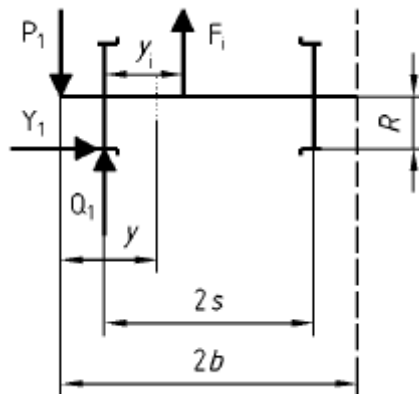
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=0$   $M_x = 0$

Para  $y=250$   $M_x = 19280750 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y \leq 554.5$

$$M_x = P_1y - Q_1(y - b + s) + Y_1R$$



$$M_x = 77123y - 67280(y - 1000 + 750) + 25370460$$

$$M_x = 77123y - 67280y + 16820000 + 11670200$$

$$M_x = 9843y + 28490200 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

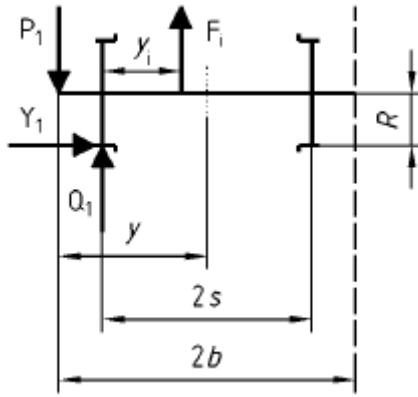
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=250$   $M_x = 30950950 \text{ N}\cdot\text{mm}$

Para  $y=554.5$   $M_x = 33948144 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- Entre la reductora y el plano de rodadura  $554.5 \leq y \leq 1750$

$$M_x = P_1y - Q_1(y - b + s) + Y_1R - F_i(y - b + s - y_i)$$



$F_i$ : fuerza(s) situada(s) a la izquierda de la sección considerada

$$M_x = 77123y - 67280 \cdot (y - 1000 + 750) + 25370460 + 3051 \cdot (y - 1000 + 750 - 304.5)$$

$$M_x = 77123y - 67280y + 16820000 + 11670200 + 3051y - 1691779.5$$

$$M_x = 12894y + 26798420.5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

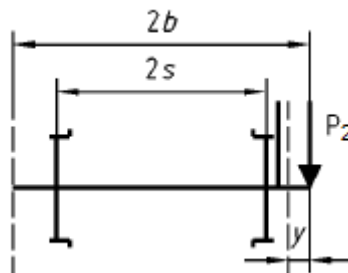
La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=554.5$   $M_x = 33948144 \text{ N}\cdot\text{mm}$

Para  $y=1750$   $M_x = 49362921 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M_x = P_2(2b - y)$$



$$M_x = 104092 \cdot (2 \cdot 1000 - y)$$

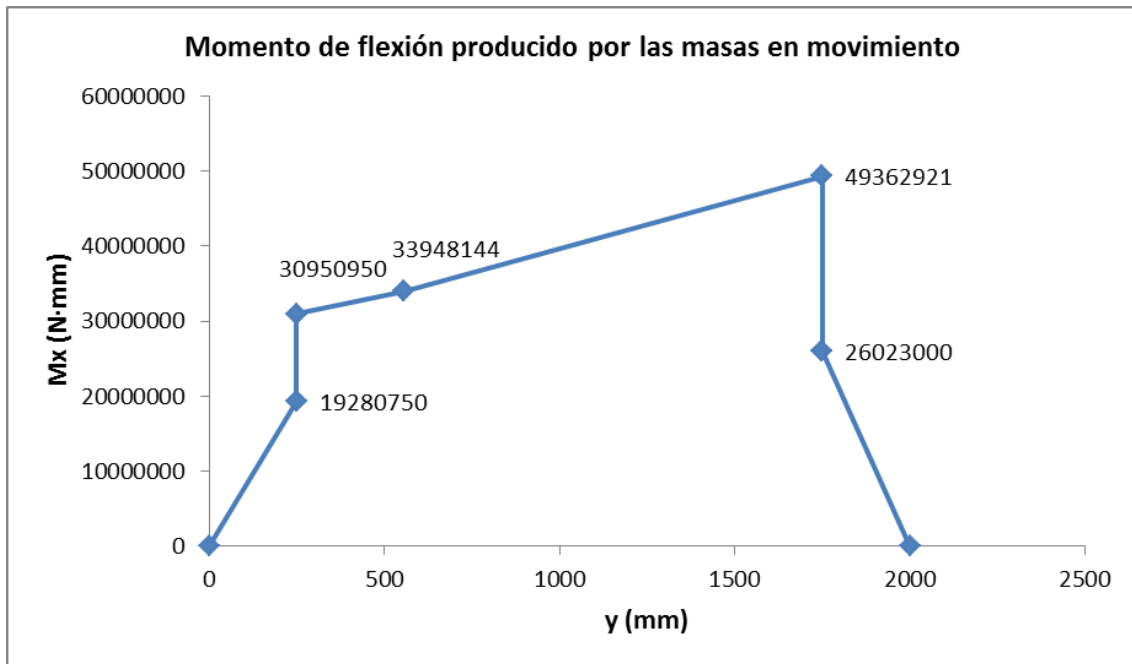
$$M_x = -104092y + 208184000 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=1750$   $M_x = 26023000 \text{ N}\cdot\text{mm}$

Para  $y=2000$   $M_x = 0$

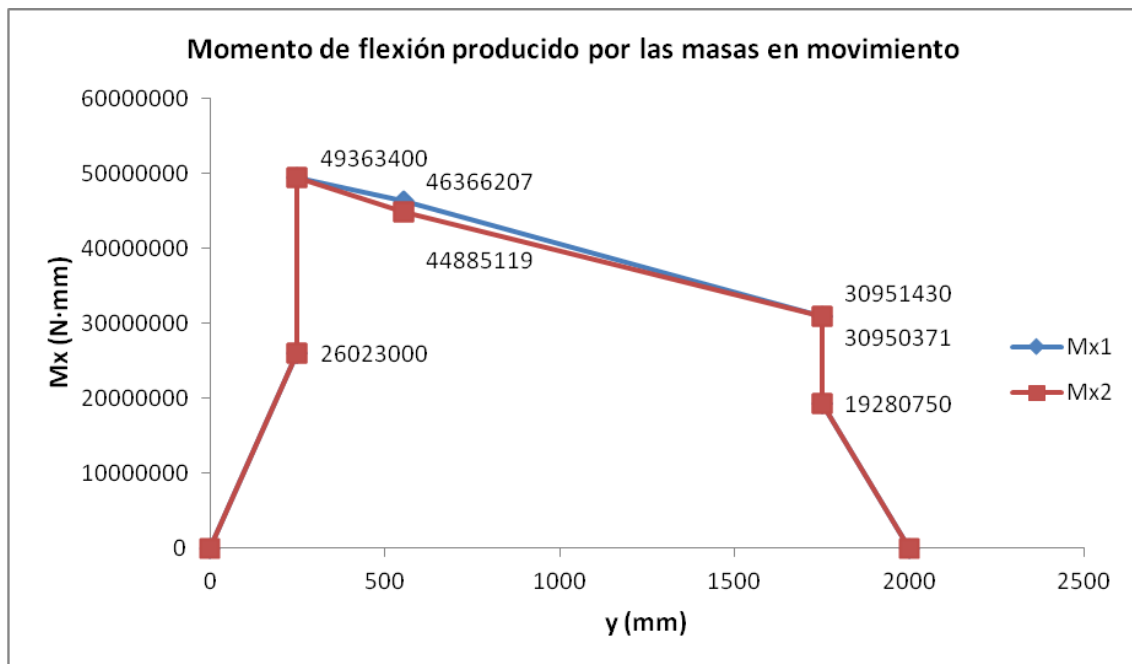
- Diagrama de momentos flectores



**Figura 16. Diagrama de momentos flectores para la combinación 4**

#### Determinación del momento flector más desfavorable

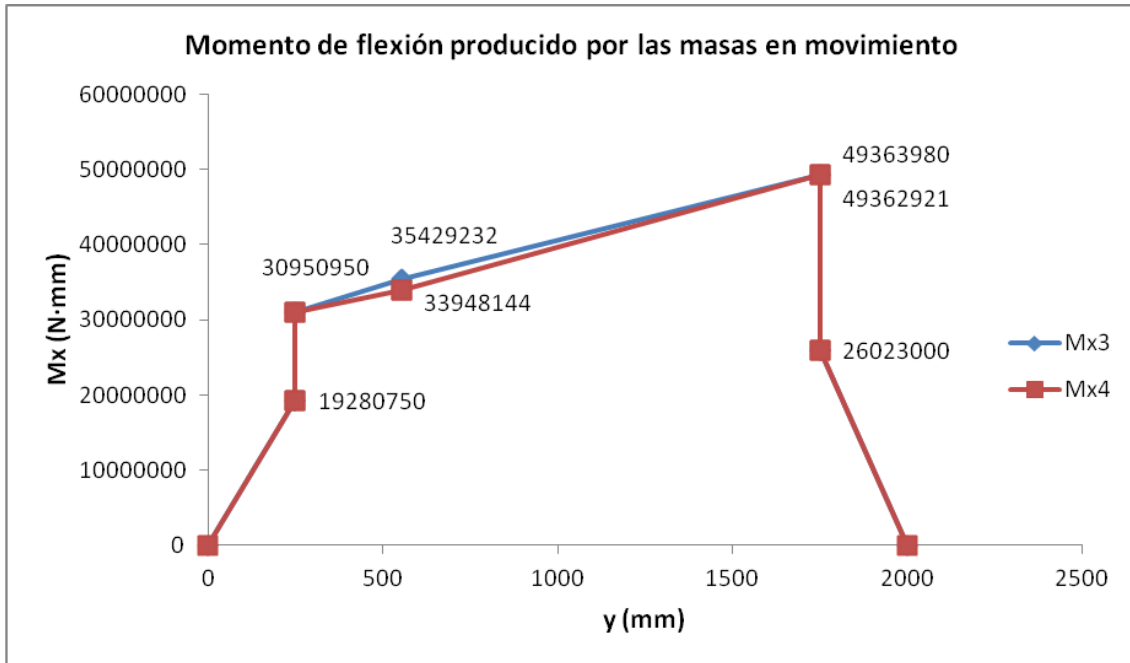
Analizando los resultados anteriores se procede primeramente a comparar la combinación 1 y la combinación 2, cuyos diagramas de momentos flectores están representados en la siguiente figura:



**Figura 17. Diagrama de momentos flectores para la combinación 1 y 2**

Se observa que el diagrama correspondiente a la combinación 2 queda en todo punto igual o por debajo del correspondiente a la combinación 1. En consecuencia, a efectos de considerar el caso más desfavorable, queda desestimada la combinación 2.

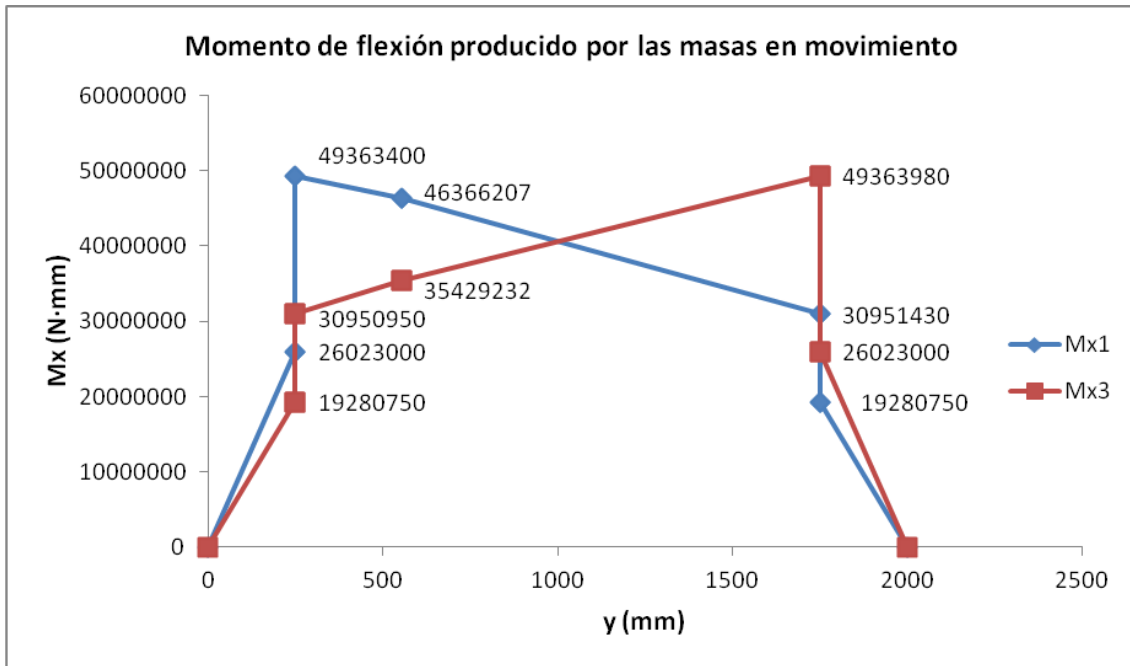
Análogamente se procede a comparar la combinación 3 y la combinación 4, cuyos diagramas de momentos flectores aparecen representados en la siguiente figura:



**Figura 18. Diagrama de momentos flectores para la combinación 3 y 4**

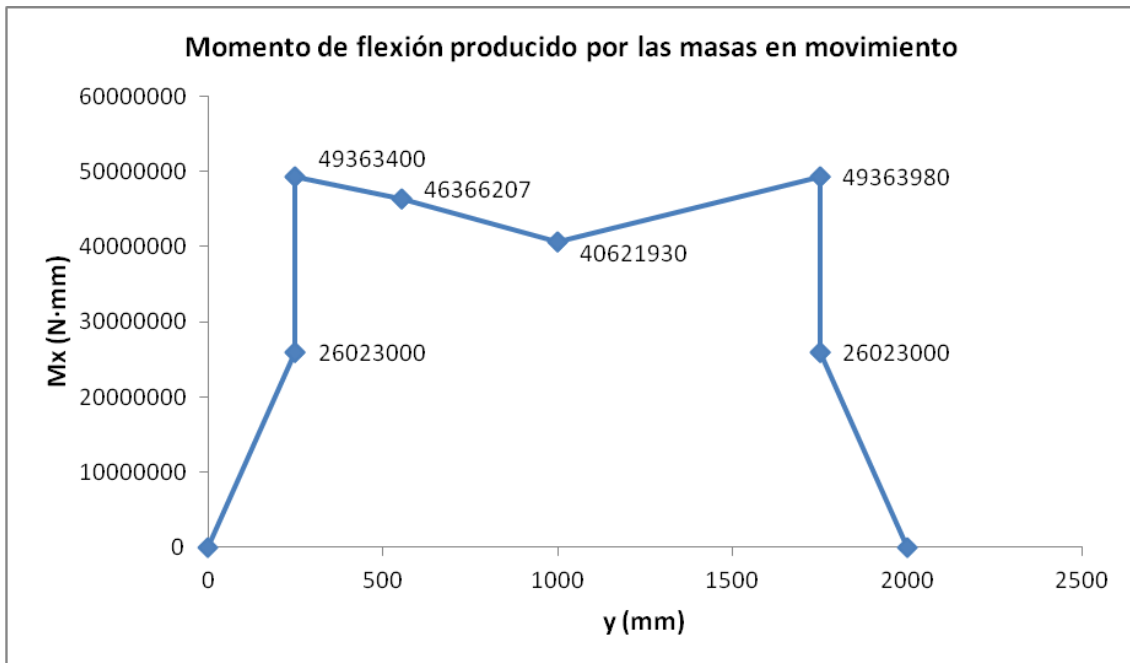
Se observa igualmente que el diagrama correspondiente a la combinación 4 queda siempre igual o por debajo del correspondiente a la combinación 3. Por consiguiente, se procede a desestimar la combinación 4 a efectos de determinar la condición más desfavorable.

Como consecuencia de lo anterior, se toman en consideración conjuntamente la combinación 1 y la combinación 3, representándose sus diagramas de momentos flectores en la siguiente figura:



**Figura 19. Diagrama de momentos flectores para la combinación 1 y 3**

Tomando en cada sección el mayor valor se obtiene la ley de momentos flectores más desfavorable, que se representa en la siguiente figura:



**Figura 20. Diagrama de momentos flectores escogiendo los tramos más desfavorables de la combinación 1 y 3**

La correspondiente expresión analítica se expresa de la siguiente manera:

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$



$$M_x = 104092 \cdot y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y \leq 554.5$

$$M_x = -9843 \cdot y + 51824150 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre la reductora y la mitad del eje  $554.5 \leq y \leq 1000$

$$M_x = -12894 \cdot y + 53515929.5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre la mitad del eje y el plano de rodadura  $1000 \leq y \leq 1750$

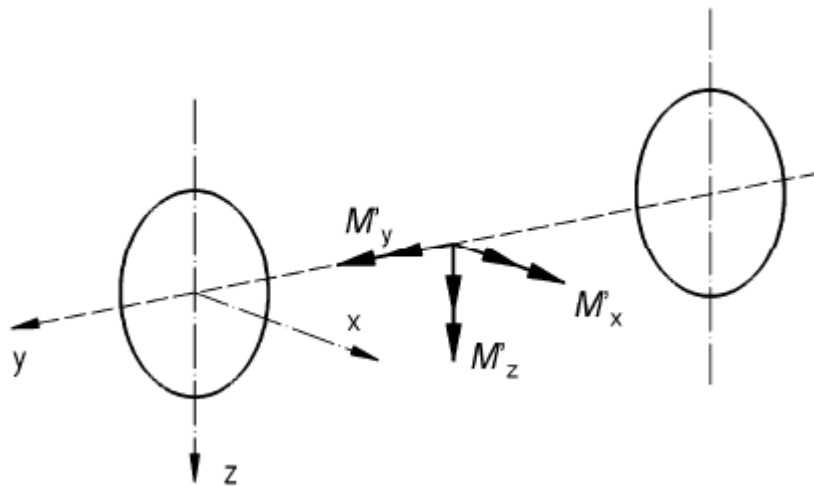
$$M_x = 11656 \cdot y + 28965979.5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M_x = -104092 \cdot y + 208184000 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

### 5.3 Fuerzas asociadas al sistema de frenado

El sistema de frenado implica la aparición de un conjunto de fuerzas que producen momentos flectores y torsores que se representan por las tres componentes  $M'_x$ ,  $M'_y$ ,  $M'_z$ , según se aprecia en la figura:

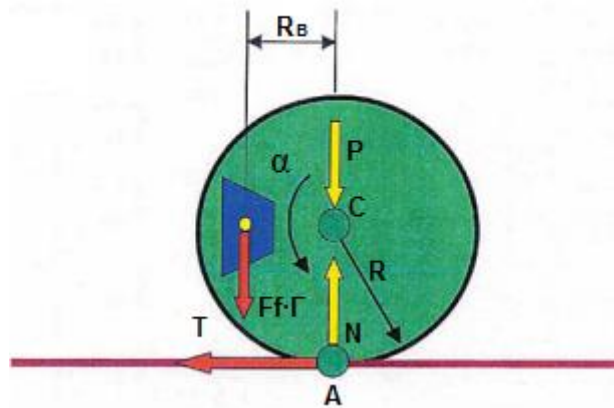


**Figura 21. Momentos que actúan sobre el eje debidos al frenado [8]**

A fin de evaluar estos momentos es preciso describir el procedimiento de frenado del coche motor objeto del proyecto. Consta de dos pares de discos (uno por cada rueda), estando cada disco montado sobre el cubo de la rueda, tanto en la cara interna como en la cara externa. Cada pastilla de freno genera dos fuerzas de rozamiento, una a cada lado de la rueda. En el punto de contacto entre rueda y carril existe una fuerza tangencial que tiene dos efectos: Por una parte se opone al movimiento rectilíneo del tren; por otra parte posibilita la rodadura.

Un criterio de diseño fundamental es que la rueda se mantenga en todo momento en condición de rodadura sin deslizamiento, ya que el deslizamiento produce una fuerza tangencial menor y en consecuencia se incrementa la distancia de frenado. Esto lleva a la necesidad de fijar un límite máximo a la fuerza aplicada a la pastilla de freno para garantizar la condición de rodadura.

Se procede a continuación a calcular los valores de las fuerzas asociadas al frenado, partiendo del siguiente modelo teórico, representado en la figura:



**Figura 22. Diagrama de fuerzas sobre la rueda durante el frenado [9]**

$F_f$ : Fuerza normal ejercida por las pastillas de freno sobre el disco.

$\Gamma$ : Coeficiente de rozamiento entre la pastilla y el disco.

$T$ : Fuerza de reacción tangencial del carril sobre la rueda.

$N$ : Reacción normal del carril sobre la rueda.

$\mu$ : Coeficiente de adherencia entre rueda y carril.

$P$ : Peso transmitido por la rueda al carril.

$m_R$ : Masa de la rueda.

$I$ : Momento de inercia de la rueda.

$R$ : Radio de la rueda.

$R_B$ : Radio de frenado.

$a$ : Aceleración lineal del tren.

$\alpha$ : Aceleración angular de la rueda.

$C$ : Centro de la rueda.

$A$ : Punto de contacto entre rueda y carril.

La condición de rodadura sin deslizamiento implica que la velocidad del punto de contacto de la rueda con el carril es cero, con lo que se establece una relación entre la velocidad del centro de la rueda considerada como sólido rígido y la misma velocidad obtenida por el movimiento lineal de deceleración del tren.

Las ecuaciones correspondientes son:

$$T = \frac{P}{g} \cdot a$$

$$\Gamma \cdot F_f \cdot R_B - T \cdot R = I \cdot \alpha$$

La norma recoge la simplificación consistente en despreciar el término  $I \cdot \alpha$ . Para justificar esta simplificación se procede a continuación a estimar su valor.

La aceleración lineal durante el frenado se evalúa teniendo en cuenta una distancia de frenado de 3900 m circulando a una velocidad de 320 km/h<sup>[10]</sup>:

$$a = \frac{v^2}{2d}$$

$$a = \frac{88.88^2}{2 \cdot 3900} = 1.01 \text{ m/s}^2$$

Y por tanto la aceleración angular de la rueda es:

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

$$\alpha = \frac{1.01}{0.46} = 2.20 \text{ rad/s}^2$$

El momento de inercia de la rueda se evalúa considerando la rueda como un disco, es decir:

$$I = \frac{1}{2} m_R \cdot R^2$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot 304.5 \cdot 0.46^2 = 32.22 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Con lo cual:

$$I \cdot \alpha = 32.22 \cdot 2.20 = 70.88 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Efectivamente, este valor es despreciable frente a las fuerzas de frenado y por tanto:

$$\Gamma \cdot F_f \cdot R_B - T \cdot R = I \cdot \alpha \approx 0$$

$$T = \frac{\Gamma \cdot F_f \cdot R_B}{R}$$

La fuerza tangencial  $T$  está limitada por la adherencia entre rueda y carril, es decir:

$$T \leq \mu \cdot N$$

La reacción normal es el peso transmitido por la rueda al carril:

$$N = P$$

En consecuencia:

$$F_f \leq \frac{\mu \cdot P \cdot R}{\Gamma \cdot R_B}$$

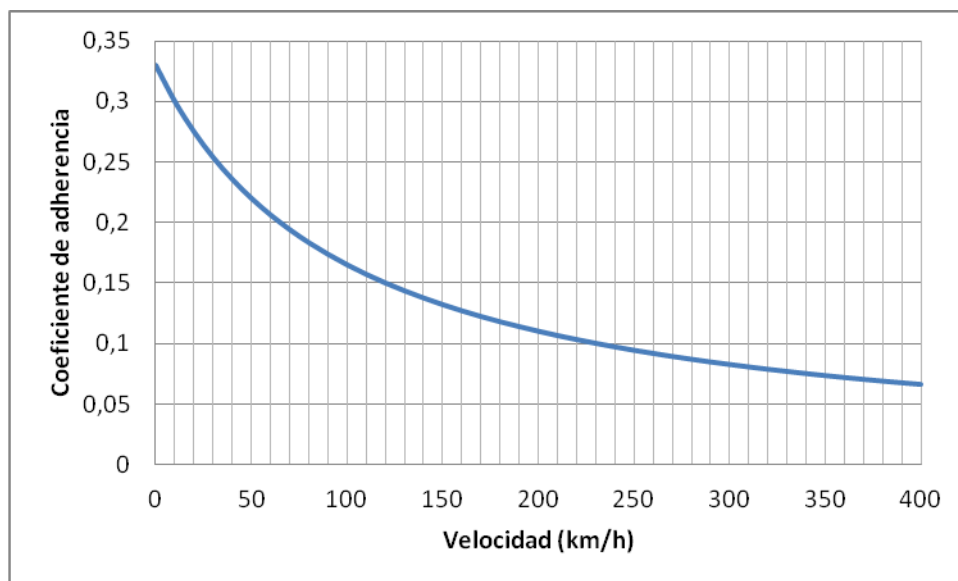
El coeficiente de rozamiento entre la pastilla y el disco,  $\Gamma$ , tiene un valor de 0.35 de acuerdo con la norma, permaneciendo prácticamente constante con la velocidad.

El coeficiente de adherencia entre la rueda y el carril  $\mu$ , disminuye con la velocidad de acuerdo con la siguiente fórmula empírica:

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + 0.01V)}$$

siendo  $\mu_0 = 0.33$ , y estando expresado  $V$  en km/h.

La representación gráfica de esta fórmula está contenida en la siguiente figura:



**Figura 23. Variación del coeficiente de adherencia con la velocidad**

Para elegir un valor adecuado de  $\mu$  se considera a modo orientativo la indicación de la ETI (Especificaciones Técnicas de Interoperabilidad) de Alta Velocidad.

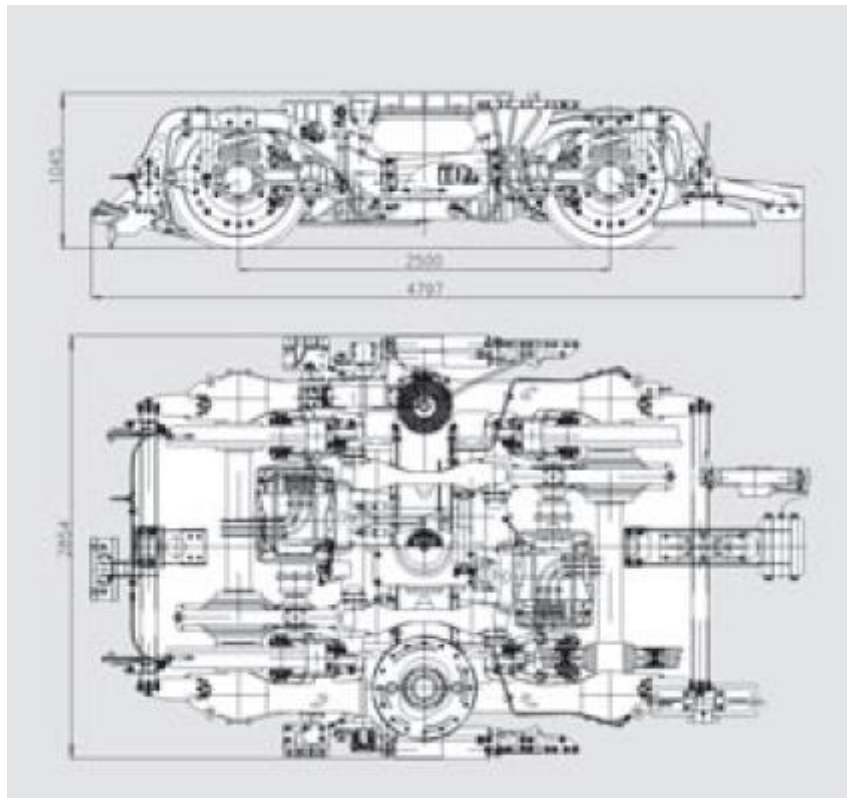
|            |        | Tiempo eq. retardo | Deceler. entre 330 y 300 km/h | Deceler. entre 300 y 230 km/h | Deceler. entre 230 y 170 km/h | Deceler. entre 170 y 0 km/h |
|------------|--------|--------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
|            |        | s                  | m/s <sup>2</sup>              | m/s <sup>2</sup>              | m/s <sup>2</sup>              | m/s <sup>2</sup>            |
| Emergencia | Caso A | 3                  | 0.85                          | 0.90                          | 1.05                          | 1.20                        |
| Emergencia | Caso B | 3                  | 0.65                          | 0.70                          | 0.80                          | 0.90                        |
| Servicio   | Caso B | 2                  | 0.35                          | 0.35                          | 0.60                          | 0.60                        |

**Tabla 4. Prestaciones mínimas de los frenos en la ETI de Alta Velocidad [11]**

El tramo de velocidades de mayor deceleración y, en consecuencia, de mayor requerimiento de frenado es de 0 a 170 km/h y se supone que es constante para todo el tramo. Parece razonable por consiguiente tomar para  $\mu$  el valor correspondiente a 170 km/h, que es:

$$\mu = \frac{0.33}{1 + 0.01 \cdot 170} = 0.12$$

El radio de frenado  $R_B$  se ha obtenido del dibujo a escala del bogie, obteniendo un valor de 300 mm.



**Figura 24. Plano del bogie motor SF 500 del tren AVE S103 [12]**

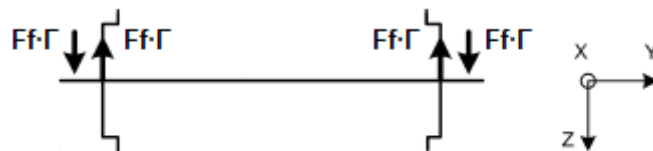
Llevando estos valores a la expresión anterior se obtiene el valor máximo de la fuerza de frenado  $F_f$ :

$$F_f \leq \frac{\mu \cdot P \cdot R}{\Gamma \cdot R_B} = \frac{0.12 \cdot 80259.81 \cdot 0.46}{0.35 \cdot 0.3} = 41387 \text{ N}$$

Asociada a esta fuerza de frenado máxima se tiene la fuerza tangencial que se obtiene mediante la expresión:

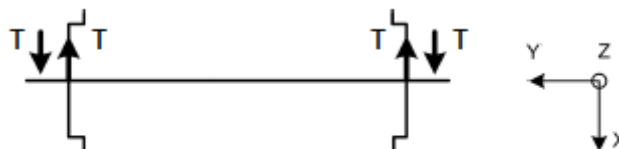
$$T = F_f \cdot \Gamma \cdot \frac{R_B}{R}$$

La fuerza de rozamiento de las pastillas sobre el disco está descentrada al estar aplicada a una distancia  $R_B$  del eje  $y$ . El efecto de esta fuerza es equivalente a la composición de una fuerza centrada de igual valor y un momento de valor  $F_f \cdot \Gamma \cdot R_B$  en la dirección del eje  $y$ . Se tiene por tanto el siguiente diagrama de fuerzas, en el que aparecen las correspondientes reacciones en las manguetas:



**Figura 25. Diagrama de fuerzas de frenado en el plano YZ [13]**

Igualmente la fuerza tangencial en el extremo inferior de la rueda está descentrada respecto al eje  $y$ , siendo su efecto equivalente a la composición de una fuerza centrada de igual valor y un momento de valor  $T \cdot R$  en la dirección del eje  $y$ . Se llega por tanto al siguiente diagrama de fuerzas, en el que aparecen las correspondientes reacciones en las manguetas:



**Figura 26. Diagrama de fuerzas de frenado en el plano XY [13]**

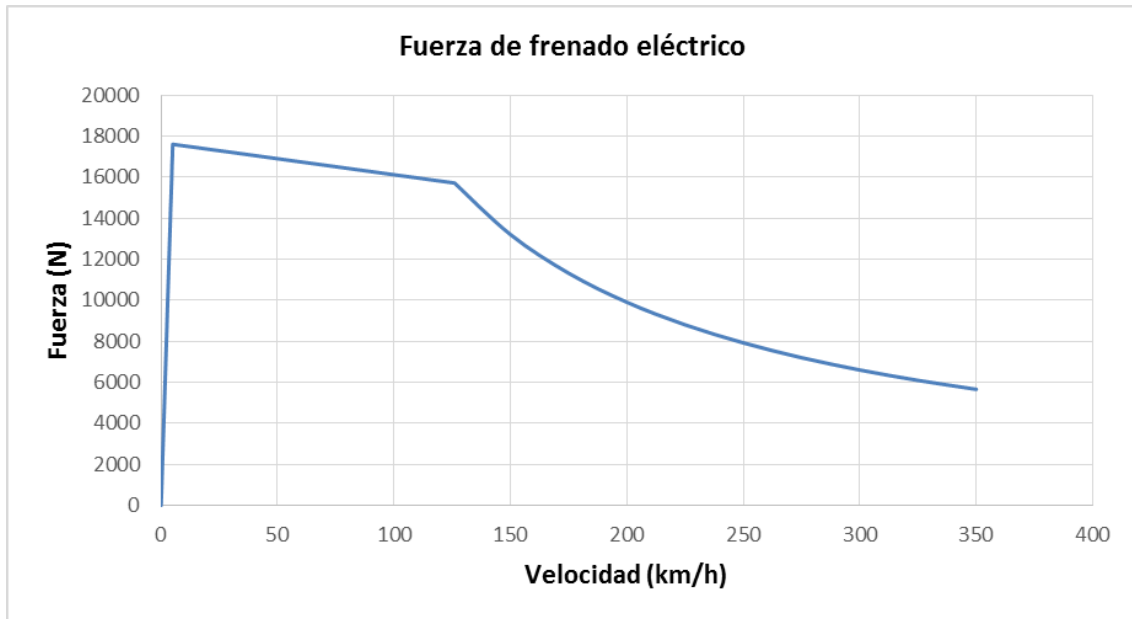
Con ello se puede proceder al cálculo de las leyes de momentos flectores:

Se ha supuesto que el AVE S103 utiliza un sistema de frenado que combina el uso del freno eléctrico con el freno neumático. En primer lugar se utiliza el freno eléctrico, y si la fuerza de frenado no fuera suficiente se combina con el freno neumático. Para velocidades inferiores a 5 km/h el freno eléctrico no es eficaz, por lo que se utiliza únicamente el freno neumático.

De acuerdo con las especificaciones técnicas del tren AVE S103 correspondientes al sistema de frenado, se obtiene la siguiente expresión para la fuerza de frenado eléctrico:

$$T_e = \begin{cases} \frac{17610}{5}v & 0 \leq v \leq 5 \\ 17688 - 15.62 \cdot v & 5 \leq v \leq 126 \\ \frac{1980720}{v} & 126 \leq v \leq 350 \end{cases}$$

La fuerza  $T_e$  se expresa en N y la velocidad  $v$  en km/h.



**Figura 27. Fuerza de frenado eléctrico en función de la velocidad para cada eje**

Ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Gamma \cdot F_f \cdot R_b}{R} + \frac{T_e}{2} &\leq \mu \cdot P \\ F_e &= \frac{T_e \cdot R}{R_e} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\Gamma \cdot F_f \cdot R_b}{R} = \mu \cdot P - \frac{T_e}{2} \quad \Gamma \cdot F_f = \left( \mu \cdot P - \frac{T_e}{2} \right) \frac{R}{R_b}$$

$$\left. \begin{aligned} \Gamma \cdot F_f &= \left( \mu \cdot P - \frac{T_e}{2} \right) \frac{R}{R_b} \\ F_e &= \frac{T_e \cdot R}{R_e} \end{aligned} \right\}$$

## Cálculo de $M'_x$ para cada zona del eje

### Tramo de velocidad de 0 a 5 km/h

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f \cdot y \quad M'_{xe} = \frac{F_e \cdot (b + s - y_1)}{2b} y$$

$$M'_x = \left[ (0.12 \cdot 8025 \cdot 9.81 - 1761 \cdot v) \frac{0.46}{0.30} + \frac{176100 \cdot 0.46}{5 \cdot 0.28} v \left( \frac{1000 + 750 - 304.5}{2 \cdot 1000} \right) \right] y$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 5$  km/h

$$M'_x = 21893.9 \cdot y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=0 \quad M'_x = 0$$

$$\text{Para } y=250 \quad M'_x = 5473475 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y \leq 554.5$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f \cdot (b - s) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b + s - y_1)}{2b} y$$

$$M'_x = 3621350 - 675050v + 4181.9 \cdot v \cdot y$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 5$  km/h

$$M'_x = 246100 + 20909.5 \cdot y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=250 \quad M'_x = 5473475 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=554.5 \quad M'_x = 11840514 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre la reductora y el plano de rodadura  $554.5 \leq y \leq 1750$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f \cdot (b - s) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b - s + y_1)}{2b} (2b - y)$$

$$M'_x = 3621350 - 675050v + \frac{176100 \cdot 0.46}{5 \cdot 0.28} v \left( \frac{1000 - 750 + 304.5}{2 \cdot 1000} \right) (2000 - y)$$



$$M'_x = 3621350 - 675050v + 1604.21v(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Para determinar el máximo de esta función se hace la derivada respecto a la velocidad y se iguala a 0.

$$\frac{\partial M'_x}{\partial v} = -675050 + 1604.21(2000 - y) = 0$$

$$2000 - y = \frac{675050}{1604.21} \quad y = 1579.2 \text{ mm}$$

Para  $554.5 \leq y < 1579.2$  el valor máximo se obtiene para  $v = 5 \text{ km/h}$

Para  $1579.2 \leq y < 1750$  el valor máximo se obtiene para  $v = 0 \text{ km/h}$

La ley de momentos es lineal hasta 1579.2, después se mantiene constante hasta 1750. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan los puntos de la recta:

$$\text{Para } y=554.5 \quad M'_x = 11840514 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=1579.2 \quad M'_x = 3621350 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=1750 \quad M'_x = 3621350 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f (2b - y) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b - s + y_1)}{2b} (2b - y)$$

$$M'_x = (14485.4 - 2700.2v)(2000 - y) + 1604.21v(2000 - y)$$

$$M'_x = (14485.4 - 1095.99v)(2000 - y)$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 0 \text{ km/h}$

$$M'_x = 14485.4(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=1750 \quad M'_x = 3621350 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=2000 \quad M'_x = 0$$

- Diagrama de momentos flectores

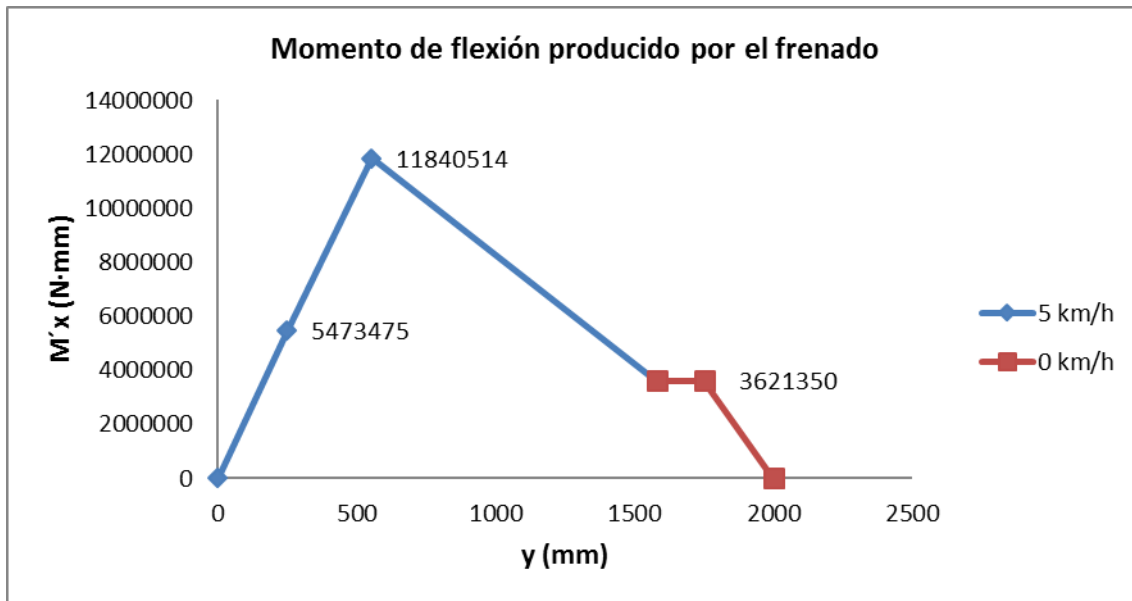


Figura 28. Diagrama de momentos flectores  $M'_x$  entre 0 y 5 km/h

Tramo de velocidad de 5 a 126 km/h

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f \cdot y \quad M'_{xe} = \frac{F_e \cdot (b + s - y_1)}{2b} y$$

$$M'_x = \left[ \left( 0.1280259 \cdot 81 - \frac{17688}{2} + \frac{15.62}{2} v \right) \frac{0.46}{0.30} + \frac{(17688 - 15.62 \cdot v) \cdot 0.46}{0.28} \frac{(1000 + 750 - 304.5)}{2 \cdot 1000} \right] y$$

$$M'_x = (14485.4 - 13560.8 + 11.9753v + 21002.3 - 18.5468v)y$$

$$M'_x = (21926.9 - 6.5715v)y$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 5$  km/h

$$M'_x = 21894y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Coincide con el valor obtenido en el tramo de velocidad anterior.

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y \leq 554.5$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f \cdot (b - s) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b + s - y_1)}{2b} y$$

$$M'_x = (14485.4 - 13560.8 + 11.9753)(1000 - 750) + (21002.3 - 18.5468v)y$$

$$M'_x = 231150 + 2993.825v + 21002.3 \cdot y - 18.5468vy$$

Para determinar el comportamiento de esta función se calcula la derivada respecto a la velocidad, obteniendo:

$$\frac{\partial M'_x}{\partial v} = 2993.825 - 18.5468 \cdot y$$

Esta expresión es negativa para cualquier sección del eje en el intervalo  $250 \leq y \leq 554.5$ , por lo cual la función es decreciente con la velocidad  $y$ , en consecuencia, el valor máximo se obtiene para  $v = 5$  km/h. Sustituyendo este valor:

$$M'_x = 231150 + 14969.1 + 20909.566 \cdot y$$

$$M'_x = 246119.1 + 20909.566 \cdot y \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Coincide con el valor obtenido en el tramo de velocidad anterior.

- Entre la reductora y el plano de rodadura  $554.5 \leq y \leq 1750$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f (b - s) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b - s + y_1)}{2b} (2b - y)$$

$$M'_x = 231150 + 2993.825 \cdot v + \frac{(17688 - 15.62 \cdot v) \cdot 0.46}{0.28} \left( \frac{1000 - 750 + 304.5}{2 \cdot 1000} \right) (2000 - y)$$

$$M'_x = 231150 + 2993.825 \cdot v + (8056.568 - 7.1146 \cdot v) (2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Para determinar el máximo de esta función se hace la derivada respecto a la velocidad y se iguala a 0.

$$\frac{\partial M'_x}{\partial v} = 2993.825 - 7.1146(2000 - y) = 0$$

$$2000 - y = \frac{2993.825}{7.1146} \quad y = 1579.2 \text{ mm}$$

Para  $554.5 \leq y < 1579.2$  el valor máximo se obtiene para  $v = 5$  km/h

Para  $1579.2 \leq y < 1750$  el valor máximo se obtiene para  $v = 126$  km/h

La ley de momentos es lineal hasta 1579.2, después continúa disminuyendo con menor pendiente hasta 1750. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan los puntos de la recta:

$$\text{Para } y=554.5 \quad M'_x = 11840514 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=1579.2 \quad M'_x = 3621350 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=1750 \quad M'_x = 2398404 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f \cdot (2b - y) \quad M'_{xe} = \frac{F_e \cdot (b - s + y_1)}{2b} (2b - y)$$

$$M'_x = (924.646 + 11.9753v + 8056.5681 - 7.1146v)(2000 - y)$$

$$M'_x = (8981.2141 + 4.8607v)(2000 - y)$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 126 \text{ km/h}$

$$M'_x = 9593.6(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=1750 \quad M'_x = 2398404 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=2000 \quad M'_x = 0$$

- Diagrama de momentos flectores

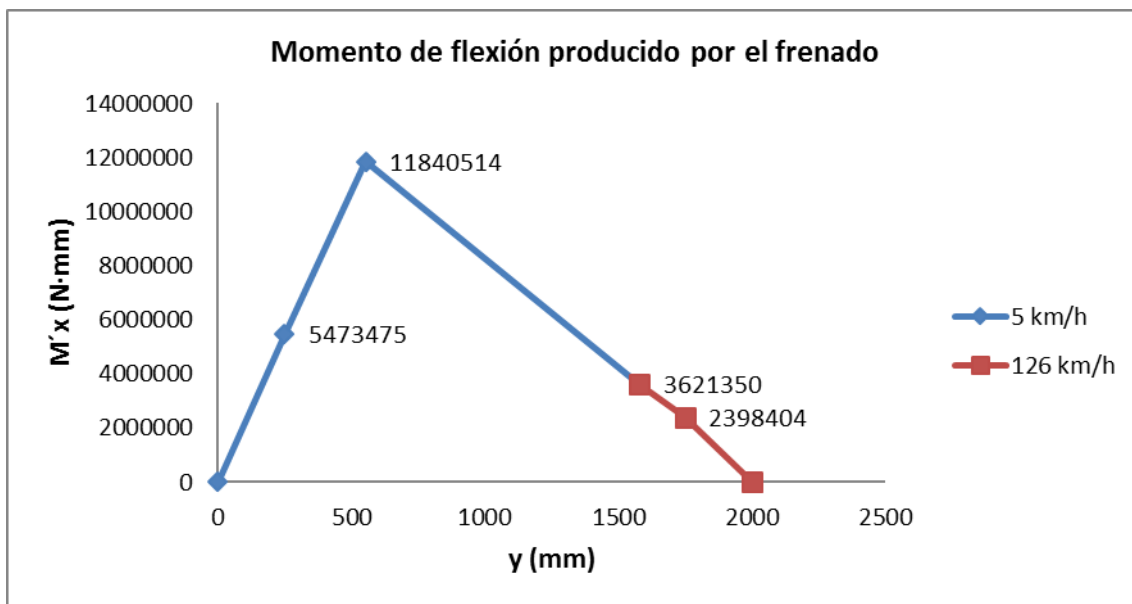


Figura 29. Diagrama de momentos flectores  $M'_x$  entre 5 y 126 km/h

Tramo de velocidad de 126 a 175 km/h

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f \cdot y \quad M'_{xe} = \frac{F_e \cdot (b + s - y_1)}{2b} y$$

$$M'_x = \left[ \left( 0.12 \cdot 80259.81 - \frac{1980720}{2 \cdot v} \right) \frac{0.46}{0.30} + \frac{1980720 \cdot 0.46}{v \cdot 0.28} \frac{(1000 + 750 - 304.5)}{2 \cdot 1000} \right] y$$

$$M'_x = \left( 14485.4 - \frac{1518552}{v} + \frac{2351857.4}{v} \right) y$$

$$M'_x = \left( 14485.4 + \frac{833305.4}{v} \right) y$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 126$  km/h

$$M'_x = 21098.9 \cdot y \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=0 \quad M'_x = 0$$

$$\text{Para } y=250 \quad M'_x = 5274725 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y \leq 554.5$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f (b - s) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b + s - y_1)}{2b} y$$

$$M'_x = 3621350 - \frac{379638000}{v} + \frac{2351857.4}{v} y$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 126$  km/h

$$M'_x = 3621350 - 3013000 + 18665.535 \cdot y$$

$$M'_x = 608350 + 18665.535 \cdot y \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=250 \quad M'_x = 5274725 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\text{Para } y=554.5 \quad M'_x = 10958389 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

- Entre la reductora y el plano de rodadura  $554.5 \leq y \leq 1750$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f (b - s) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b - s + y_1)}{2b} (2b - y)$$

$$M'_x = 3621350 - \frac{379638000}{v} + \frac{1980720 \cdot 0.46}{v \cdot 0.28} \frac{(1000 - 750 + 304.5)}{2 \cdot 1000} (2000 - y)$$

$$M'_x = 3621350 - \frac{379638000}{v} + \frac{902182.59}{v} (2000 - y)$$

El punto crítico es  $y = 1579.2$  mm

Para  $554.5 \leq y < 1579.2$  el valor máximo se obtiene para  $v = 126$  km/h

$$M'_x = 608350 + 7160.1793(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Para  $1579.2 \leq y < 1750$  el valor máximo se obtiene para  $v = 175$  km/h

$$M'_x = 1451990 + 5155.3291(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal hasta 1579.2, después continúa disminuyendo con menor pendiente hasta 1750. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan los puntos de la recta:

$$\text{Para } y=554.5 \quad M'_x = 10958389 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=1579.2 \quad M'_x = 3621353 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=1750 \quad M'_x = 2740822 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f (2b - y) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b - s + y_1)}{2b} (2b - y)$$

$$M'_x = \left( 14485.446 - \frac{1518552}{v} + \frac{902182.59}{v} \right) (2000 - y)$$

$$M'_x = \left( 14485.446 - \frac{616369.41}{v} \right) (2000 - y)$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 175$  km/h

$$M'_x = 10963.3(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=1750 \quad M'_x = 2740822 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=2000 \quad M'_x = 0$$

- Diagrama de momentos flectores

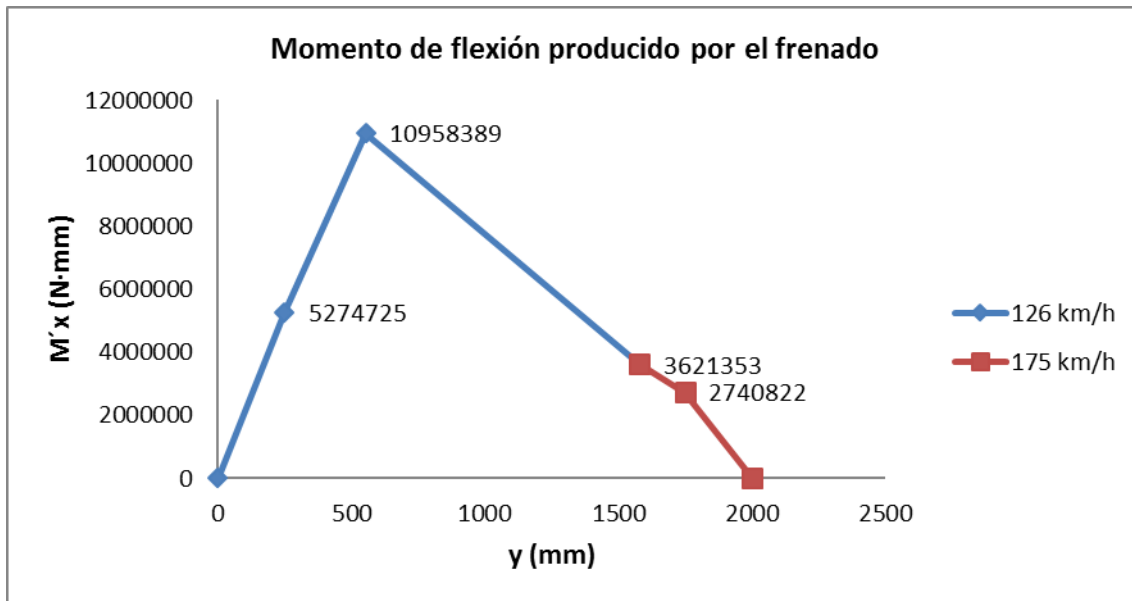


Figura 30. Diagrama de momentos flectores  $M'_x$  entre 126 y 175 km/h

Tramo de velocidad de 175 a 350 km/h

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f \cdot y \quad M'_{xe} = \frac{F_e \cdot (b + s - y_1)}{2b} y$$

$$M'_x = \left[ \left( \frac{0.33}{1 + 0.01 \cdot v} 80259.81 - \frac{1980720}{2 \cdot v} \right) \frac{0.46}{0.30} + \frac{1980720}{v} \frac{0.46}{0.28} \left( \frac{1000 + 750 - 304.5}{2 \cdot 1000} \right) \right] y$$

$$M'_x = \left( \frac{39834.9765}{1 + 0.01 \cdot v} - \frac{1518552}{v} + \frac{2351857.41}{v} \right) y$$

$$M'_x = \left( \frac{39834.9765}{1 + 0.01 \cdot v} + \frac{833305.41}{v} \right) y$$

El valor máximo se obtiene para  $v = 175$  km/h

$$M'_x = 19247.19 \cdot y \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=0$   $M'_x = 0$

Para  $y=250$   $M'_x = 4811798 \text{ N} \cdot \text{mm}$

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y \leq 554.5$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f (b - s) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b + s - y_1)}{2b} y$$

$$M'_x = \left( \frac{39834.9765}{1 + 0.01 \cdot v} - \frac{1518552}{v} \right) 250 + \frac{2351857.41}{v} y$$

La expresión del momento flector disminuye con la velocidad, por lo tanto, el mayor valor del momento flector se obtiene para  $v = 175$  km/h.

$$M'_x = 1452001.5 + 13439.1852 \cdot y \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=250 \quad M'_x = 4811798 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\text{Para } y=554.5 \quad M'_x = 8904030 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

- Entre la reductora y el plano de rodadura  $554.5 \leq y \leq 1750$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f (b - s) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b - s + y_1)}{2b} (2b - y)$$

$$M'_x = \left( \frac{39834.9765}{1 + 0.01 \cdot v} - \frac{1518552}{v} \right) 250 + \frac{1980720 \cdot 0.46}{v} \left( \frac{1000 - 750 + 304.5}{2 \cdot 1000} \right) (2000 - y)$$

$$M'_x = \left( \frac{39834.9765}{1 + 0.01 \cdot v} - \frac{1518552}{v} \right) 250 + \frac{902182.59}{v} (2000 - y)$$

Para determinar el máximo de esta función se hace la derivada respecto a la velocidad y se iguala a 0.

$$\frac{\partial M'_x}{\partial v} = \frac{-99587.441}{(1 + 0.01 \cdot v)^2} + \frac{379638000}{v^2} - \frac{902182.59}{v^2} (2000 - y) = 0$$

$$902182.59(2000 - y) = 379638000 - \frac{99587.441 \cdot v^2}{(1 + 0.01 \cdot v)^2}$$

$$2000 - y = 420.7995 - \frac{0.110385 \cdot v^2}{(1 + 0.01 \cdot v)^2}$$

$$y = 1579.2 + \frac{0.110385 \cdot v^2}{(1 + 0.01 \cdot v)^2}$$

$M'_x$  siempre es decreciente con la velocidad para cualquier sección del intervalo.



Esto es así porque:

$$y = 1579.2 + \frac{0.110385v^2}{(1+0.01v)^2} > 1750, \quad 175 \leq v \leq 350$$

Por tanto la derivada no se anula y el signo de la derivada no cambia en el tramo de velocidades y en el intervalo del eje.

Dando un valor cualquiera a  $v$  y a  $y$  se comprueba que el signo de la derivada es negativo.

El valor máximo se obtiene para  $v = 175$  km/h

$$M'_x = 1452001.5 + 5155.32919(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=554.5 \quad M'_x = 8904030 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=1750 \quad M'_x = 2740834 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M'_{xf} = \Gamma \cdot F_f (2b - y) \quad M'_{xe} = \frac{F_e (b - s + y_1)}{2b} (2b - y)$$

$$M'_x = \left( \frac{39834.9765}{1+0.01v} - \frac{1518552}{v} \right) (2000 - y) + \frac{902182.59}{v} (2000 - y)$$

Para determinar el máximo de esta función se hace la derivada respecto a la velocidad y se iguala a 0.

$$\frac{\partial M'_x}{\partial v} = \left( \frac{-398.349765}{(1+0.01v)^2} + \frac{1518552}{v^2} - \frac{902182.59}{v^2} \right) (2000 - y)$$

$$\frac{\partial M'_x}{\partial v} = \left( \frac{-398.349765}{(1+0.01v)^2} + \frac{616369.41}{v^2} \right) (2000 - y) < 0 \quad \forall y, \forall v$$

La función es decreciente, luego el valor máximo se obtiene para  $v = 175$  km/h

$$M'_x = 10963.33509(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=1750 \quad M'_x = 2740834 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\text{Para } y=2000 \quad M'_x = 0 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Diagrama de momentos flectores

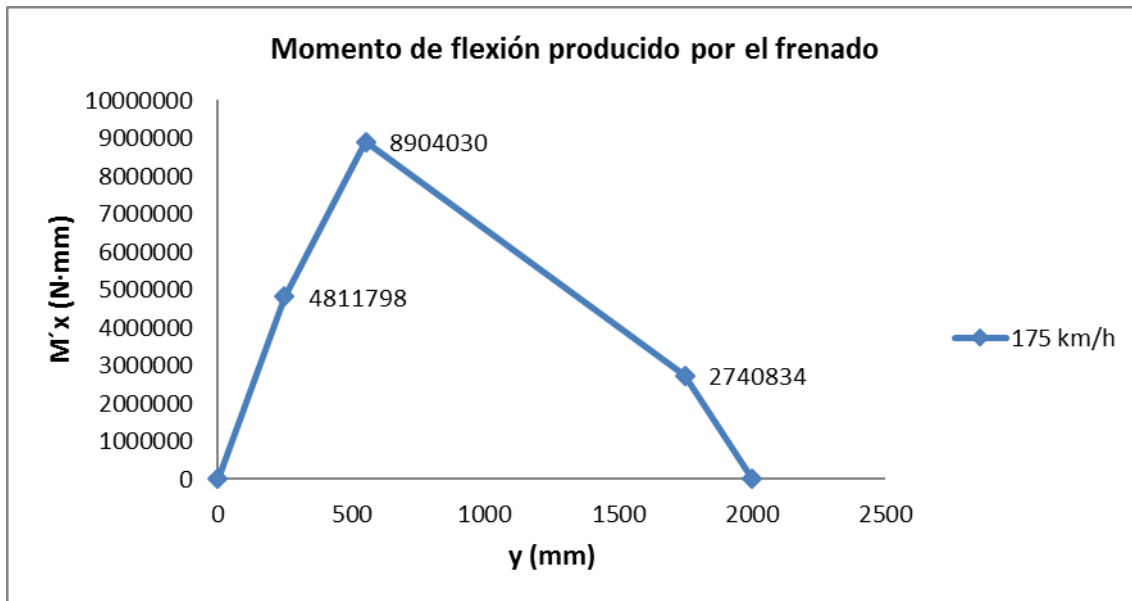


Figura 31. Diagrama de momentos flectores  $M'_x$  entre 175 y 350 km/h

### Cálculo de $M'_z$ para cada zona del eje

El momento flector está generado por las dos fuerzas tangenciales en cada rueda, cuyo valor máximo está en el tramo de velocidades  $0 \leq v \leq 175$  y es:

$$T = \mu \cdot P = 0.12 \cdot 80259.81 = 9447.03 \text{ N}$$

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M'_z = F_f \Gamma \frac{R_b}{R} y$$

$$M'_z = 41387 \cdot 0.35 \frac{300}{460} y$$

$$M'_z = 9447.03 \cdot y \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

$$\text{Para } y=0 \quad M'_z = 0$$

$$\text{Para } y=250 \quad M'_z = 2361758 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

- Entre los planos de rodadura  $250 \leq y \leq 1750$

$$M'_z = F_f \Gamma (b - s) \frac{R_b}{R}$$

$$M'_z = 41387 \cdot 0.35 \cdot (1000 - 750) \frac{300}{460}$$

$$M'_z = 2361758 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es una recta horizontal.

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M'_z = F_f \Gamma \frac{R_b}{R} (2b - y)$$

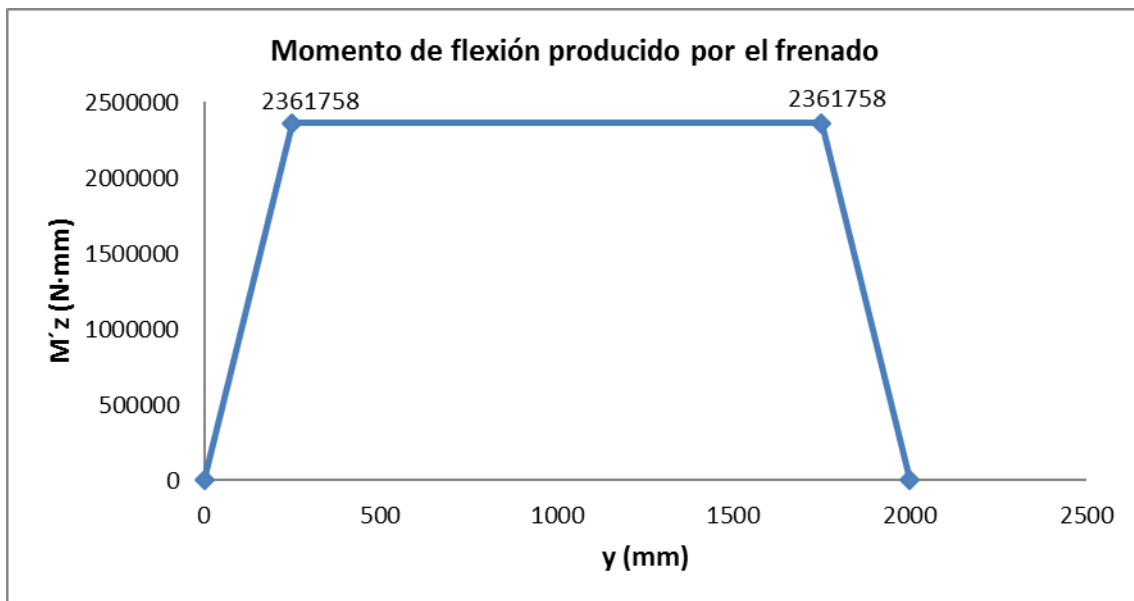
$$M'_z = 41387 \cdot 0.35 \frac{300}{460} (2 \cdot 1000 - y) \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La ley de momentos es lineal. Para dibujar el diagrama de momentos se calculan dos puntos de la recta:

Para  $y=1750$   $M'_z = 2361758 \text{ N} \cdot \text{mm}$

Para  $y=2000$   $M'_z = 0$

- Diagrama de momentos flectores



**Figura 32. Diagrama de momentos flectores  $M'_z$**

El momento de torsión  $M'_y$  producido por las fuerzas descentradas es contemplado por la norma, por convenio, como un valor constante de  $0.3P'R$  entre los planos de rodadura y un valor nulo en el resto del eje. Esto incluye el momento de torsión debido al frenado y los efectos debidos a las posibles diferencias en diámetros de las ruedas y la circulación por curvas.  $P'$  es el llamado peso freno, que se define como una proporción respecto al peso sobre la rueda  $P$ . Para estar del lado de la seguridad se ha considerado para el sistema de frenado los valores máximos sin deslizamiento, por lo que  $P'$  se considera igual a  $P$ .

Se procede por tanto a expresar la ley de momentos torsores:

### Cálculo de $M'_y$ para cada zona del eje

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y \leq 250$

$$M'_y = 0$$

- Entre los planos de rodadura  $250 \leq y \leq 1750$

$$M'_y = 0.3P'R$$

$$M'_y = 0.3 \cdot P \cdot R = 0.3 \frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{2} R$$

$$M'_y = 0.3 \frac{(16050) \cdot 9.81}{2} 460$$

$$M'_y = 10864084.5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La ley de momentos es una recta horizontal.

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y \leq 2000$

$$M'_y = 0$$

- Diagrama de momentos torsores

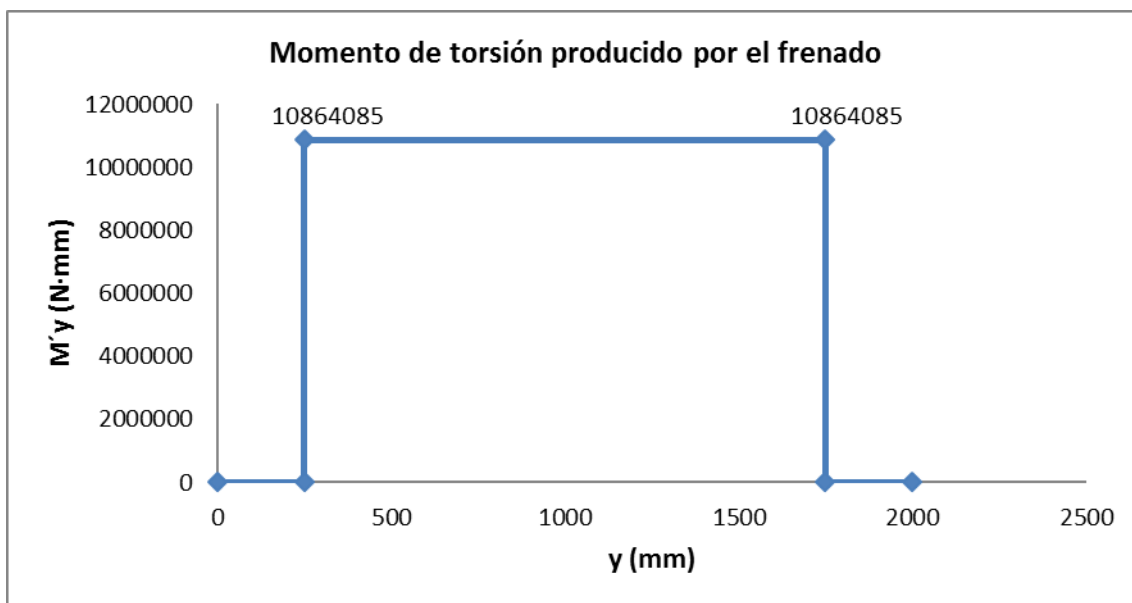


Figura 33. Diagrama de momentos torsores  $M'_y$

#### 5.4 Efectos debidos a la curvatura y geometría de la rueda

Para un eje no frenado, el momento de torsión  $M'_y$  es igual a  $0.2PR$ , teniendo en cuenta posibles diferencias de diámetro de las ruedas y el efecto de circulación en curva.

Para un eje frenado, estas influencias están incluidas en las influencias producidas por el frenado.

#### 5.5 Efectos debidos a la tracción

Las fuerzas generadas en el eje debido a la transmisión del par motor bajo condiciones de adherencia constante normalmente se pueden despreciar.

Los cálculos y la experiencia han demostrado que los momentos flectores  $M''_x$  y  $M''_z$ , y el momento torsor  $M''_y$ , son menores que los generados por el frenado. Los momentos de tracción y frenado no ocurren simultáneamente.

#### 5.6 Cálculo del momento resultante

En todas las secciones, los esfuerzos máximos se calculan a partir del momento resultante  $MR$  que es igual a:

$$MR = \sqrt{MX^2 + MY^2 + MZ^2}$$

donde  $MX$ ,  $MY$  y  $MZ$  son la suma de las diferentes componentes producidas por las masas en movimiento y el frenado:

$$MX = M_x + \Sigma M'_x$$

$$MY = \Sigma M'_y$$

$$MZ = \Sigma M'_z$$

- Entre el plano de carga y el plano de rodadura  $0 \leq y < 250$

$$MX = 104092 \cdot y + 21893.9 \cdot y = 125985.9 \cdot y \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$MY = 0$$

$$MZ = 9447.03 \cdot y \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$MR = \sqrt{(125985.9 \cdot y)^2 + (9447.03 \cdot y)^2} \text{ N} \cdot \text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y la reductora  $250 \leq y < 554.5$

$$MX = -9843 \cdot y + 51824150 + 246100 + 20909.5 \cdot y = 11066.5 \cdot y + 52070250 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$MY = 10864085 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$MZ = 2361758 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$MR = \sqrt{(11066.5 \cdot y + 52070250)^2 + 10864085^2 + 2361758^2} \text{ N} \cdot \text{mm}$$

- Entre la reductora y la mitad del eje  $554.5 \leq y \leq 1000$

$$MX = -12894y + 53515929.5 + 3621350 - 3375250 + 8021.05(2000 - y)$$

$$= -20915.05 \cdot y + 69804129.5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MY = 10864085 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MZ = 2361758 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MR = \sqrt{(-20915.05 \cdot y + 69804129.5)^2 + 10864085^2 + 2361758^2} \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre la mitad del eje y el plano de rodadura  $1000 \leq y \leq 1750$

$$1000 \leq y \leq 1579.2$$

$$MX = 11656y + 28965979.5 + 3621350 - 3375250 + 8021.05(2000 - y)$$

$$= 3634.95 \cdot y + 45254179.5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MY = 10864085 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MZ = 2361758 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MR = \sqrt{(3634.95 \cdot y + 45254179.5)^2 + 10864085^2 + 2361758^2} \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$1579.2 \leq 1750$$

$$MX = 11656y + 28965979.5 + 3621350 = 11656y + 32587329.5 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MY = 10864085 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MZ = 2361758 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MR = \sqrt{(11656y + 32587329.5)^2 + 10864085^2 + 2361758^2} \text{ N}\cdot\text{mm}$$

- Entre el plano de rodadura y el plano de carga  $1750 \leq y < 2000$

$$MX = -104092y + 208184000 + 14485.4(2000 - y) = -118577.4 \cdot y + 237154800$$

$$\text{N}\cdot\text{mm}$$

$$MY = 0$$

$$MZ = 9447.03(2000 - y) \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$MR = \sqrt{(-118577.4 \cdot y + 237154800)^2 + (-9447.03 \cdot y + 18894060)^2} \text{ N}\cdot\text{mm}$$

En un punto de la superficie exterior de un cilindro macizo de diámetro  $d$  (demostración análoga en el caso de uno hueco), las componentes  $MX$ ,  $MY$  y  $MZ$  producen:

- Un esfuerzo normal para  $MX$  y  $MZ$ ;
- Un esfuerzo tangencial para  $MY$ .

El esfuerzo normal tiene el siguiente valor (flexión de las vigas de sección circular):

$$\sigma_n = \frac{32\sqrt{MX^2 + MZ^2}}{\pi d^3}$$

El esfuerzo tangencial tiene el siguiente valor (torsión de las vigas de sección circular):

$$\sigma_t = \frac{16MY}{\pi d^3}$$

Y de ello resultan dos esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  iguales a:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_n + \sqrt{\sigma_n^2 + 4\sigma_t^2}}{2} \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_n - \sqrt{\sigma_n^2 + 4\sigma_t^2}}{2}$$

Puesto que el esfuerzo normal tiene un valor absoluto mucho mayor que el esfuerzo tangencial (de 10 a 20 veces), se selecciona el diámetro más grande del círculo de Mohr (en este caso,  $\sigma_1 - \sigma_2$ ) para verificar el valor elegido para  $d$ .

$$\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{\sigma_n^2 + 4\sigma_t^2} = \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{MX^2 + MZ^2 + MY^2}$$

Y de ello resulta la definición del momento resultante:

$$MR = \sqrt{MX^2 + MY^2 + MZ^2}$$

## 6 DETERMINACIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS PARA LAS DISTINTAS PARTES DEL EJE

### 6.1 Esfuerzos en las distintas secciones del eje

Dada cualquier sección del eje tomando  $d$  como diámetro, el esfuerzo que tiene que tomarse en consideración es el siguiente:

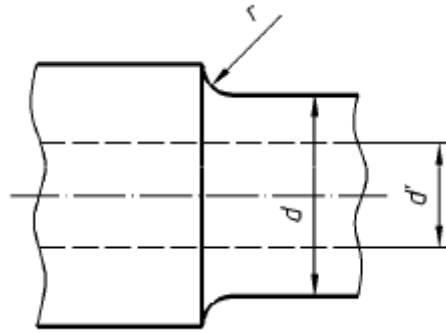
- para un eje macizo

$$\sigma = \frac{K \cdot 32 \cdot MR}{\pi \cdot d^3}$$

- para un eje hueco

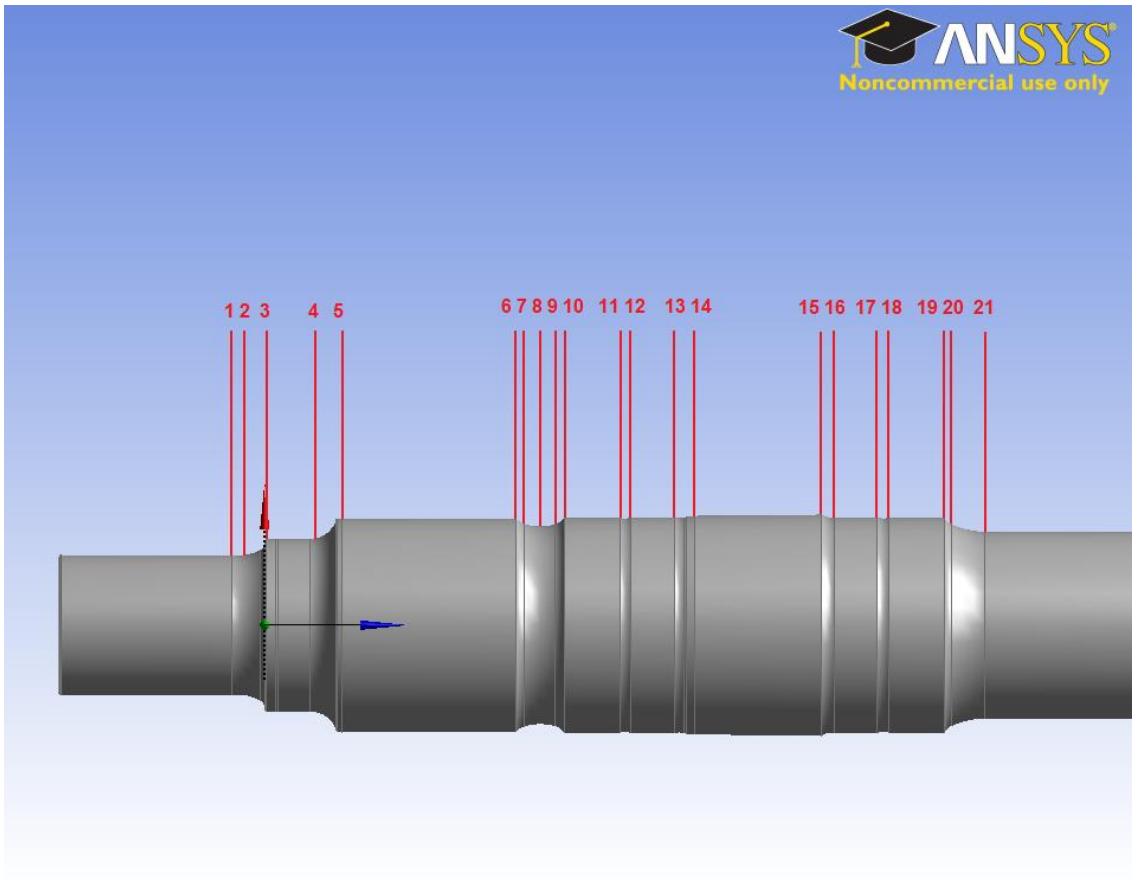
- en la superficie exterior: 
$$\sigma = \frac{K \cdot 32 \cdot MR \cdot d}{\pi(d^4 - d'^4)}$$

- en el hueco: 
$$\sigma = \frac{K \cdot 32 \cdot MR \cdot d'}{\pi(d^4 - d'^4)}$$



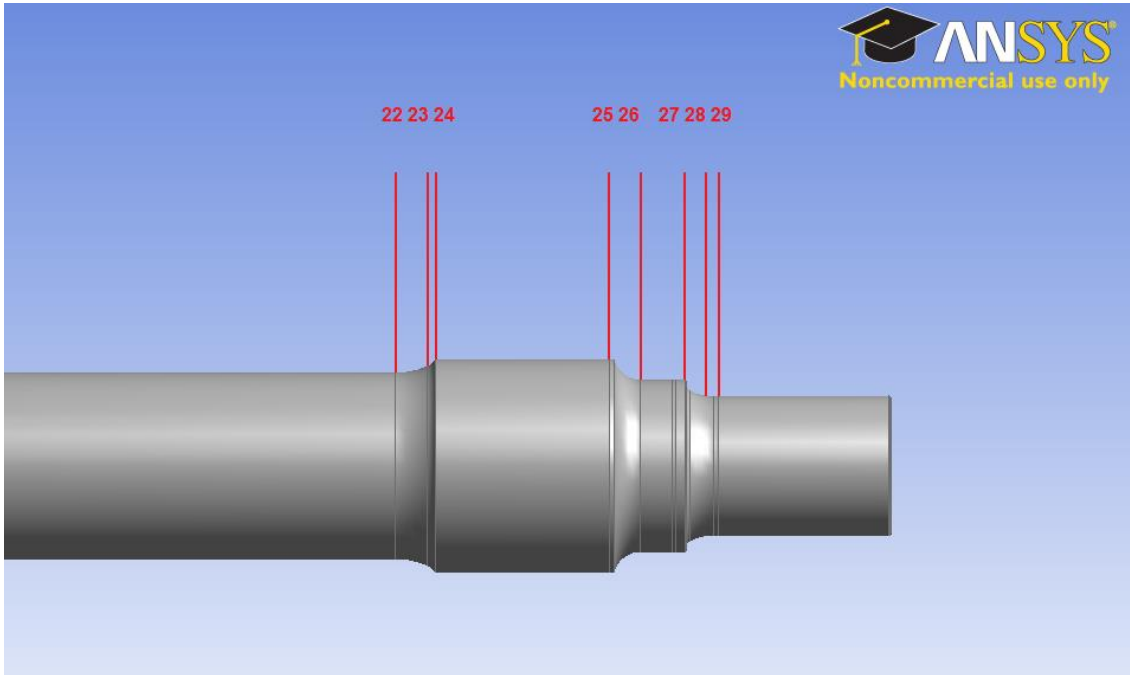
**Figura 34. Definición de diámetro de la superficie y diámetro del hueco [8]**

Para el cálculo de los esfuerzos en las diferentes partes del eje se ha dividido el mismo en 29 secciones, las cuales corresponden a las curvas de transición y a las zonas de calado de los componentes del eje (ruedas, rodamientos y reductora).



**Figura 35. Posición de las secciones estudiadas del eje 1-21**





**Figura 36. Posición de las secciones estudiadas del eje 22-29**

En una parte cilíndrica situada sobre la superficie de un eje hueco y en el agujero, el coeficiente de concentración de esfuerzos de fatiga  $K$  es igual a 1. Sin embargo, todo cambio de sección produce un aumento de esfuerzo, cuyo valor máximo puede encontrarse en:

- la transición inferior, entre dos partes cilíndricas contiguas de diámetros diferentes;
- la parte más profunda (fondo) de la acanaladura.

El factor de concentración del esfuerzo de fatiga  $K$  se muestra en los gráficos de la figura 37 (transición entre dos partes cilíndricas) y de la figura 38 (fondo de la acanaladura). Se obtiene a partir de dos relaciones:

$$\frac{r}{d} \text{ y } \frac{D}{d}$$

donde

- $r$  radio de la curva de transición;
- $d$  diámetro de la parte cilíndrica en la que se calcula la concentración de esfuerzos;
- $D$  diámetro de la otra parte cilíndrica.

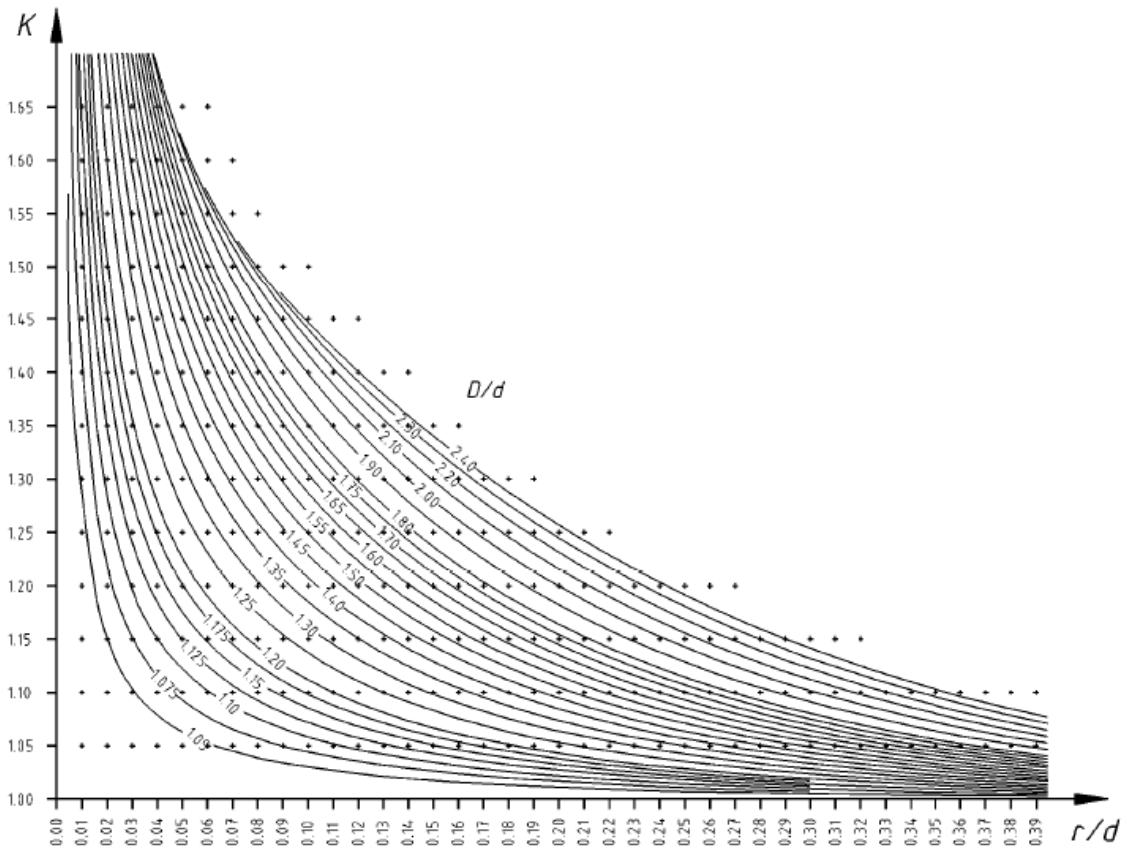


Figura 37. Coeficiente de concentración de esfuerzos  $K$  en función de  $D/d$  y  $r/d$  (en la transición inferior entre dos partes cilíndricas) [8]

$$K = A + 1$$

$$A = \frac{(4 - Y)(Y - 1)}{5(10X)^{(2.5X + 1.5 - 0.5Y)}}$$

$$X = r/d$$

$$Y = D/d$$

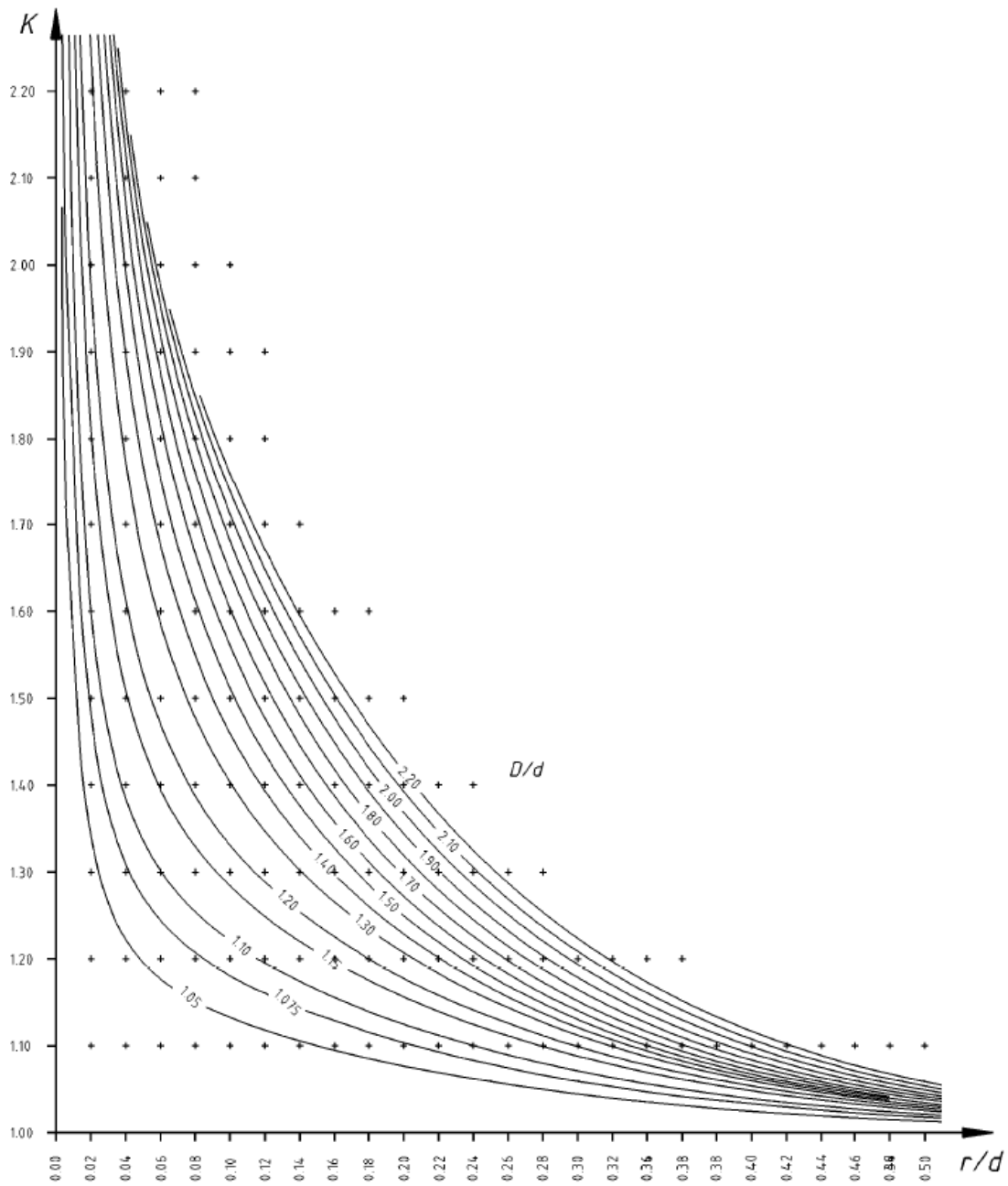


Figura 38. Coeficiente de concentración de esfuerzos  $K$  en función de  $D/d$  y  $r/d$  (fondo de la acanaladura) [8]

$$K = Ax + B + 1$$

$$A = \frac{(4 - Y)(Y - 1)}{5(10X)^{(2.5X + 1.5 - 0.5Y)}}$$

$$B = \frac{-1.2X^2 + 37X}{Y^6} + 1.74$$

$$X = r/d$$

$$Y = D/d$$

A continuación, se incluye una tabla con los cálculos para determinar los coeficientes de concentración de esfuerzos  $K$  para las diferentes secciones. El coeficiente puede ser calculado mediante las curvas o utilizando las fórmulas. En este caso se han empleado las fórmulas para obtener una mayor precisión.

| Sección | y (mm)  | K     | A     | B     | X | Y     | r (mm) | d (mm) | d' (mm) | D (mm) |
|---------|---------|-------|-------|-------|---|-------|--------|--------|---------|--------|
| 1       | 71      | 1     | 1     |       |   |       |        | 130    | 70      | 130    |
| 2       | 72,48   | 1,020 | 0,020 |       |   | 0,309 | 1,235  | 40     | 129,6   | 160    |
| 3       | 102     | 1     |       |       |   |       |        | 160    | 70      | 160    |
| 4       | 143,34  | 1,216 | 0,216 |       |   | 0,156 | 1,758  | 25     | 159,8   | 281    |
| 5       | 172,5   | 1     |       |       |   |       |        | 198    | 70      | 198    |
| 6       | 334     | 1     |       |       |   |       |        | 198    | 70      | 198    |
| 7       | 341,56  | 1,281 | 0,281 |       |   | 0,080 | 1,441  | 15     | 187,4   | 270    |
| 8       | 356,25  | 1,076 | 0,010 | 7,800 |   | 0,273 | 1,087  | 50     | 183     | 199    |
| 9       | 370,29  | 1,049 | 0,049 |       |   | 0,080 | 1,064  | 15     | 187,0   | 199    |
| 10      | 378,5   | 1     |       |       |   |       |        | 199    | 70      | 199    |
| 11      | 430     | 1,004 | 0,004 |       |   | 0,080 | 1,005  | 16     | 199     | 200    |
| 12      | 440,5   | 1     |       |       |   |       |        | 200    | 70      | 200    |
| 13      | 485,5   | 1,023 | 0,005 | 4,598 |   | 0,081 | 1,006  | 16     | 198,7   | 200    |
| 14      | 499     | 1     |       |       |   |       |        | 202,5  | 70      | 202,5  |
| 15      | 617     | 1     |       |       |   |       |        | 204,9  | 70      | 204,9  |
| 16      | 628,5   | 1,019 | 0,019 |       |   | 0,080 | 1,024  | 16     | 200     | 204,9  |
| 17      | 668,5   | 1     |       |       |   |       |        | 200    | 70      | 200    |
| 18      | 679     | 1,004 | 0,004 |       |   | 0,080 | 1,005  | 16     | 199     | 200    |
| 19      | 730,5   | 1     |       |       |   |       |        | 199    | 70      | 199    |
| 20      | 737,28  | 1,050 | 0,050 |       |   | 0,080 | 1,066  | 15     | 186,6   | 199    |
| 21      | 768,5   | 1,002 | 0,002 |       |   | 0,434 | 1,079  | 75     | 173     | 186,6  |
| 22      | 1629    | 1,002 | 0,002 |       |   | 0,434 | 1,073  | 75     | 173     | 185,5  |
| 23      | 1659,03 | 1,285 | 0,285 |       |   | 0,081 | 1,455  | 15     | 185,5   | 270    |
| 24      | 1666    | 1     |       |       |   |       |        | 198    | 70      | 198    |
| 25      | 1827,5  | 1     |       |       |   |       |        | 198    | 70      | 198    |
| 26      | 1856,66 | 1,216 | 0,216 |       |   | 0,156 | 1,758  | 25     | 159,8   | 281    |
| 27      | 1898    | 1     |       |       |   |       |        | 160    | 70      | 160    |
| 28      | 1927,52 | 1,020 | 0,020 |       |   | 0,309 | 1,235  | 40     | 129,6   | 160    |
| 29      | 1929    | 1     |       |       |   |       |        | 130    | 70      | 130    |

**Tabla 5. Cálculo en cada sección del coeficiente de concentración de esfuerzos  $K$**

Todas las secciones salvo la 8 y la 13 se han calculado empleando la fórmula correspondiente a la transición inferior entre dos partes cilíndricas. Para las dos restantes, se ha empleado la fórmula correspondiente al fondo de la acanaladura.

## 6.2 Determinación del diámetro para las manguetas y cuerpo del eje

La elección de los diámetros de las manguetas y del cuerpo del eje debe efectuarse inicialmente entre los tamaños existentes de los componentes asociados al eje (como, por ejemplo, los rodamientos).

En este caso los diámetros de las manguetas y del cuerpo del eje son conocidos y son: 130 mm y 173 mm respectivamente. Se compararán los esfuerzos calculados en dichas partes con los máximos permitidos.

- **Mangueta izquierda**

La sección más crítica para la mangueta izquierda se encuentra en  $y=71$  mm.

El momento resultante es  $8.970 \cdot 10^6$  N·mm

$$\sigma = \frac{K \cdot 32 \cdot MR \cdot d}{\pi(d^4 - d'^4)} = \frac{1.32 \cdot 8.970 \cdot 10^6 \cdot 130}{\pi(130^4 - 70^4)} = 45.40 \text{ MPa} \quad \sigma_{m\acute{a}x} = 68 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad es:

$$S = \frac{68}{45.40} = 1.50$$

- **Mangueta derecha**

La sección más crítica para la mangueta derecha se encuentra en  $y=1929$  mm.

El momento resultante es  $8.446 \cdot 10^6$  N·mm

$$\sigma = \frac{K \cdot 32 \cdot MR \cdot d}{\pi(d^4 - d'^4)} = \frac{1.32 \cdot 8.446 \cdot 10^6 \cdot 130}{\pi(130^4 - 70^4)} = 42.75 \text{ MPa} \quad \sigma_{m\acute{a}x} = 68 \text{ MPa}$$

El coeficiente de seguridad es:

$$S = \frac{68}{42.75} = 1.59$$

- **Cuerpo del eje**

La sección más crítica para el cuerpo del eje se encuentra en  $y=768.5$  mm.

El momento resultante es  $54.869 \cdot 10^6$  N·mm

$$\sigma = \frac{K \cdot 32 \cdot MR \cdot d}{\pi(d^4 - d'^4)} = \frac{1.002 \cdot 32 \cdot 54.869 \cdot 10^6 \cdot 173}{\pi(173^4 - 70^4)} = 111.14 \text{ MPa} \quad \sigma_{m\acute{a}x} = 145 \text{ MPa}$$

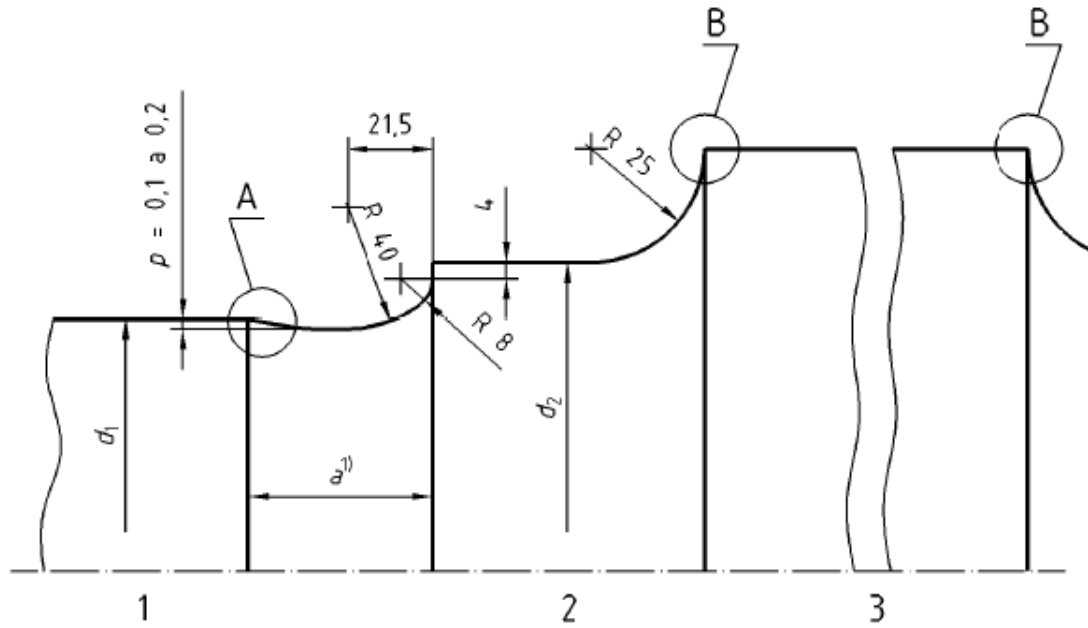
El coeficiente de seguridad es:

$$S = \frac{145}{111.14} = 1.30$$

### **6.3 Determinación del diámetro de las diferentes zonas de calado a partir del diámetro de las manguetas**

#### **6.3.1 Zona de calado del obturador**

Para poder normalizar, cuando sea posible, conviene que el diámetro de la zona de calado del obturador ( $d_2$ ) sea 30 mm mayor que el de la mangueta ( $d_1$ ). La transición entre la mangueta y la zona de calado del obturador se realiza conforme a lo especificado en las figuras 39, 40 y 41.

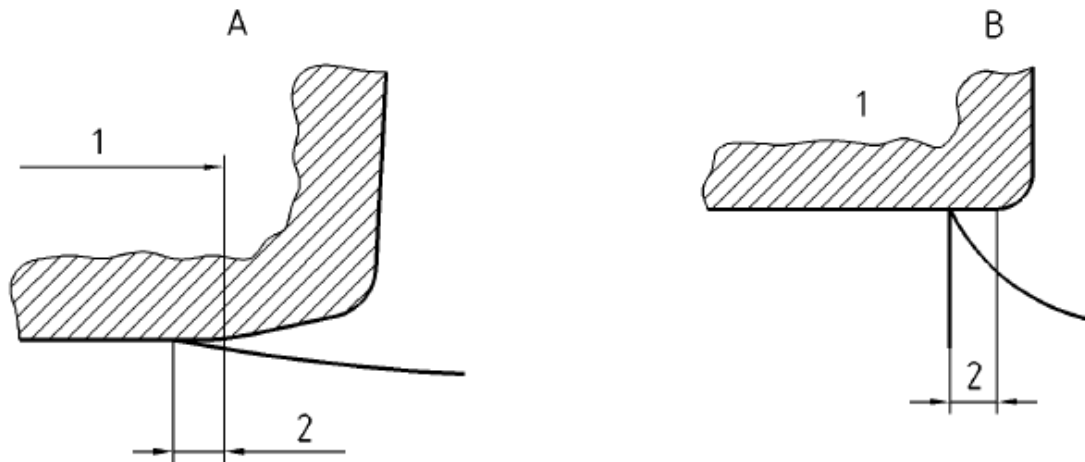


**Figura 39. Zonas de transición entre: la mangueta y la zona de calado del obturador y entre la zona de calado del obturador y la zona de calado de la rueda [8]**

Leyenda

- 1 Mangueta
- 2 Zona de calado del obturador
- 3 Zona de calado de la rueda

- 1) Variante cuando  $a$  es demasiado grande para mantener la profundidad  $p$  con un único radio de 40 mm.



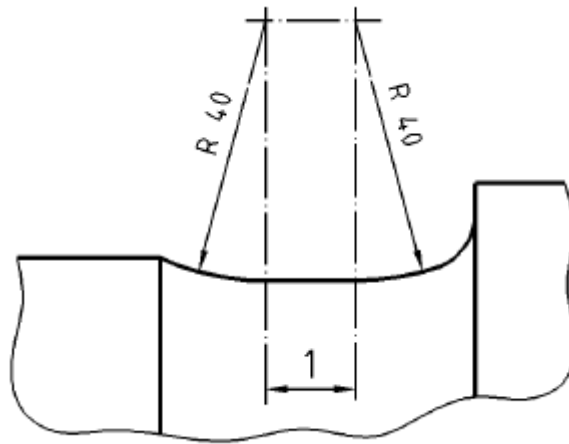
**Figura 40. Detalle A y B de la figura 41 [8]**

Leyenda

- 1 Parte cilíndrica de la pista interior del rodamiento
- 2 Solapamiento:  $\geq 2$  hasta  $\leq 3$

Leyenda

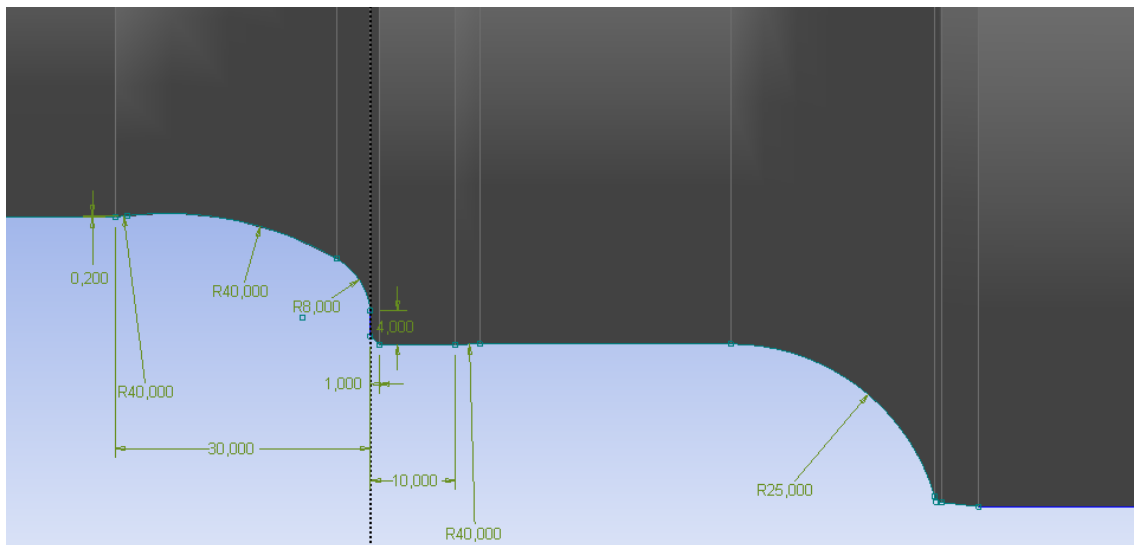
- 1 Cubo de rueda
- 2 Solapamiento:  $\geq 0$  hasta  $\leq 5$



**Figura 41. Transición entre la mangueta y la zona de calado del obturador [8]**

Leyenda

1 Surco cilíndrico inferior (fondo)



**Figura 42. Geometría del eje entre la mangueta y la zona de calado del obturador y entre la zona de calado del obturador y la zona de calado de la rueda**

El eje posee la acanaladura de 0.2 mm entre la mangueta y la zona de calado del obturador. El diámetro de la zona de calado del obturador ( $d_2$ ) es de 160 mm, este disminuye hasta 159.8 mm tras una acanaladura de 0.1 mm. Los radios empleados para la transición entre la mangueta y la zona de calado del obturador son adecuados para dicha zona.

### 6.3.2 Transición entre la superficie de la zona de calado del obturador y la zona de calado de la rueda

Para poder normalizar, cuando sea posible, esta transición debería tener un único radio de 25 mm.

El eje posee un único radio de 25 mm para dicha transición.

### 6.3.3 Zona de calado de la rueda sin zona de calado adyacente

La relación entre el diámetro de la zona de calado de la rueda y los diámetros del cuerpo del eje debe ser por lo menos igual a 1.12, cuando esté en el límite de desgaste del eje. Se recomienda que esta relación sea por lo menos igual a 1.15 para un eje nuevo.

El diámetro de la zona de calado de la rueda es de 198 mm y el diámetro del cuerpo del eje es de 173 mm. Por lo tanto, la relación es igual a 1.14. Esta es inferior al mínimo de 1.15.

La transición entre estas dos zonas se debe efectuar de tal manera que la concentración de esfuerzos se mantenga en el nivel más bajo posible.

Las longitudes de la zona de calado y del cubo de la rueda se eligen de tal manera que esta última sobresalga ligeramente de la zona de calado, en particular, en el lado del cuerpo del eje. El diseño debe garantizar que, en las cotas límites de mantenimiento, se produce un solapamiento para las condiciones límite, incluyendo las tolerancias de mantenimiento.

A fin de conseguir un valor bajo de  $K$  en la transición entre el cuerpo del eje y las zonas de calado de la rueda, del disco o de la rueda de engranaje, el valor del radio del cuerpo debe ser por lo menos igual a 75 mm.

La figura muestra un ejemplo de esta transición.

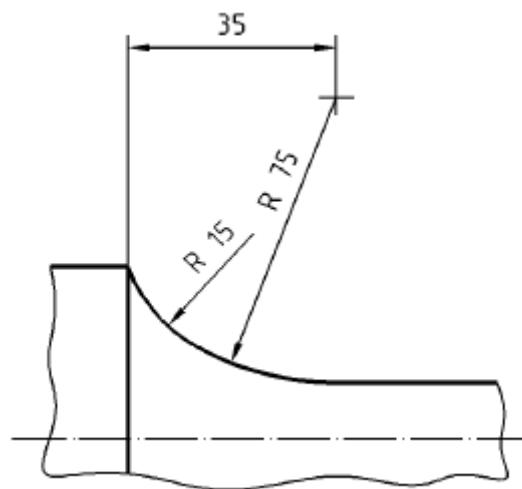
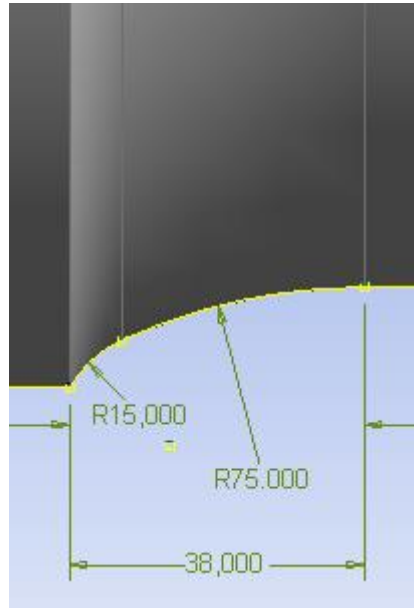


Figura 43. Transición entre el cuerpo y la zona de calado [8]





**Figura 44. Geometría del eje entre la zona de calado de la rueda y el cuerpo del eje**

El radio de la transición entre la zona de calado de la rueda y el cuerpo del eje tiene el valor mínimo de 75 mm.

## 7 ESFUERZOS MÁXIMOS PERMITIDOS

### 7.1 Generalidades

Los esfuerzos máximos permitidos se determinan a partir de:

- \_ el límite de fatiga en flexión rotativa de las diferentes partes del eje;
- \_ el valor de un coeficiente de seguridad llamado “S”, que depende de la calidad del acero.

### 7.2 Calidad de acero EA1N

Los valores de los límites de fatiga en las distintas partes del eje son los siguientes:

- F1 = fuera de la zona de calado;
- F2 = para la superficie interior del hueco;
- F3 = en zona de calado (solo para ejes macizos);
- F4 = en zona de calado, excepto las manguetas;
- F5 = en zona de calado en la mangueta.

|       | F1  | F2 | F3  | F4  | F5 |
|-------|-----|----|-----|-----|----|
| (MPa) | 200 | 80 | 120 | 110 | 94 |

**Tabla 6. Límites de fatiga en las distintas partes del eje con calidad de acero EA1N [15]**

Las tablas muestran respectivamente para el eje macizo y hueco:

\_ el valor del coeficiente de seguridad  $S$ , por el cual se tienen que dividir los límites de fatiga para obtener los esfuerzos máximos permitidos;

\_ los esfuerzos máximos permitidos.

| Uso previsto del eje                   | Coeficiente de seguridad $S$ | Zona 1 <sup>a</sup> (MPa) | Zona 2 <sup>b</sup> (MPa) |
|--|------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Eje motor con engranaje o piñón calado | 1.5                          | 133                       | 80                        |
| Otros casos                            | 1.3                          | 154                       | 92                        |

<sup>a</sup> Zona 1: cuerpo del eje, zonas de calado de rodamiento, curvas de transición y fondo de la acanaladura.  
<sup>b</sup> Zona 2: zonas de calado de rueda, de disco de freno, de rodamiento, de piñón y de obturador.

**Tabla 7. Esfuerzos máximos permitidos para ejes macizos con calidad de acero EA1N [8]**

| Uso previsto del eje                   | Coeficiente de seguridad $S$ | Zona 1 <sup>a</sup> (MPa) | Zona 2 <sup>b</sup> (MPa) | Zona 3 <sup>c</sup> (MPa) | Zona 4 <sup>d</sup> (MPa) |
|--|------------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Eje motor con engranaje o piñón calado | 1.5                          | 133                       | 73                        | 63                        | 53                        |
| Otros casos                            | 1.3                          | 154                       | 85                        | 72                        | 62                        |

<sup>a</sup> Zona 1: cuerpo del eje, zonas de calado de rodamiento y curvas de transición.  
<sup>b</sup> Zona 2: todas las zonas de calado, excepto manguetas y zonas de calado de rodamiento.  
<sup>c</sup> Zona 3: mangueta (debajo del rodamiento).  
<sup>d</sup> Zona 4: hueco.

**Tabla 8. Esfuerzos máximos permitidos para ejes huecos con calidad de acero EA1N [8]**

### 7.3 Calidades de acero distintas de EA1N

El límite de fatiga se debe determinar:

\_ en la superficie del cuerpo del eje;

\_ por debajo del calado, con condiciones de apriete equivalentes a las de las zonas de calado de las ruedas.

En el caso de un eje hueco, el límite de fatiga también se debe determinar:

\_ en la superficie interior del hueco;

\_ en la mangueta, con condiciones de apriete equivalentes entre rodamiento y mangueta.

Los procedimientos de ensayo para determinar las características de fatiga se especifican en EN 13260 y EN 13261.

El valor del coeficiente de seguridad  $S$ , por el cual se tienen que dividir los límites de fatiga para obtener los esfuerzos máximos permitidos, es igual a:

$$S = 1.2 \times q(\text{otro acero})/q(\text{acero EA1N})$$

donde  $q = \frac{R_{fL}}{R_{fE}}$

1.3 (o 1.5): es el valor del coeficiente de seguridad para ejes de acero EA1N;

$R_{fL}$  es el límite de fatiga en flexión rotativa hasta  $10^7$  ciclos para probetas lisas;

$R_{fE}$  es el límite de fatiga en flexión rotativa hasta  $10^7$  ciclos para probetas con entallas.

$$q(\text{acero EA1N}) = \frac{250\text{MPa}}{170\text{MPa}} = 1.47$$

$q$  (para otras calidades de acero) debe determinarse con probetas lisas o con entallas de unos 10 mm de diámetro. Las características geométricas de las entallas se muestran a continuación (véase la figura 45):

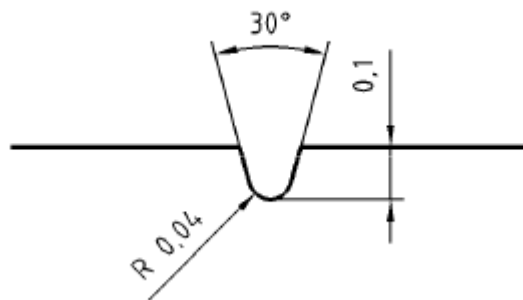


Figura 45. Características geométricas de las entallas [8]

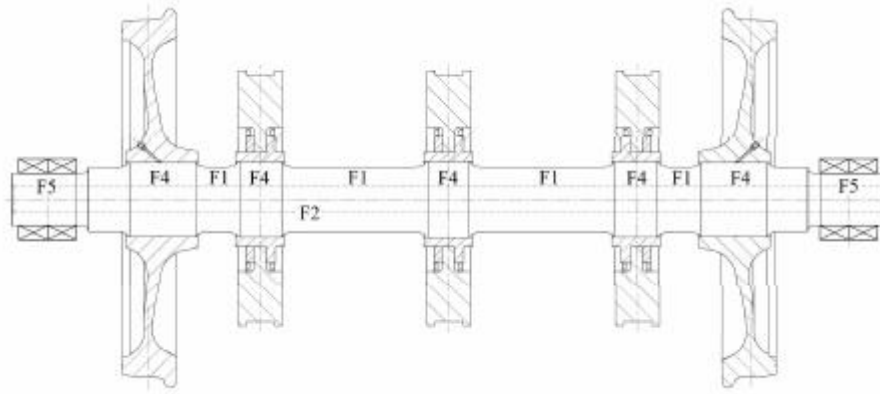
#### 7.4 Calidad de acero EA4T

Los valores de los límites de fatiga en las distintas partes del eje son los siguientes:

- F1 = fuera de la zona de calado;
- F2 = para la superficie interior del hueco;
- F3 = en zona de calado (solo para ejes macizos);
- F4 = en zona de calado, excepto las manguetas;
- F5 = en zona de calado en la mangueta.

|       | F1  | F2 | F3  | F4  | F5  |
|-------|-----|----|-----|-----|-----|
| (MPa) | 240 | 96 | 145 | 132 | 113 |

Tabla 9. Límites de fatiga en las distintas partes del eje para un acero EA4T [15]



**Figura 46. Posición de los diferentes límites de fatiga para un eje ferroviario hueco [16]**

El valor del coeficiente de seguridad  $S$  se determina de la siguiente manera:

$$R_{fl} = 350 \text{ MPa}$$

$$R_{JE} = 215 \text{ MPa}$$

$$q = 350/215 = 1.63$$

\_ eje motor con engranaje o piñón calado:

$$S = 1.5 \times 1.63/1.47 = 1.66$$

\_ otros casos:

$$S = 1.3 \times 1.63/1.47 = 1.44$$

Los esfuerzos máximos permitidos se muestran en las tablas.

| Uso previsto del eje                   | Coeficiente de seguridad $S$ | Zona 1 <sup>a</sup> (MPa) | Zona 2 <sup>b</sup> (MPa) |
|--|------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Eje motor con engranaje o piñón calado | 1.66                         | 145                       | 87                        |
| Otros casos                            | 1.44                         | 167                       | 101                       |

<sup>a</sup> Zona 1: cuerpo del eje, zonas de calado de rodamiento, curvas de transición y fondo de la acanaladura.

<sup>b</sup> Zona 2: zonas de calado de rueda, de disco de freno, de rodamiento, de piñón y de obturador.

**Tabla 10. Esfuerzos máximos permitidos para ejes macizos con calidad de acero EA4T [8]**

| Uso previsto del eje                   | Coefficiente de seguridad $S$ | Zona 1 <sup>a</sup> (MPa) | Zona 2 <sup>b</sup> (MPa) | Zona 3 <sup>c</sup> (MPa) | Zona 4 <sup>d</sup> (MPa) |
|--|-------------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Eje motor con engranaje o piñón calado | 1.66                          | 145                       | 80                        | 68                        | 58                        |
| Otros casos                            | 1.44                          | 167                       | 92                        | 78                        | 67                        |

<sup>a</sup> Zona 1: cuerpo del eje, zonas de calado de rodamiento y curvas de transición.  
<sup>b</sup> Zona 2: todas las zonas de calado, excepto manguetas y zonas de calado de rodamiento.  
<sup>c</sup> Zona 3: mangueta (debajo del rodamiento).  
<sup>d</sup> Zona 4: hueco.

**Tabla 11. Esfuerzos máximos permitidos para ejes huecos con calidad de acero EA4T [8]**

El valor de los esfuerzos máximos permitidos para cada zona del eje se obtiene dividiendo el valor del límite de fatiga correspondiente a la misma zona entre 1.66.

## 8 ESFUERZOS Y COEFICIENTES DE SEGURIDAD EN CADA SECCIÓN

Con los valores de los momentos resultantes y los factores de concentración de esfuerzos, se pueden calcular los esfuerzos en cada sección y los coeficientes de seguridad.

### 8.1 En la superficie exterior

| Sección | y (mm)  | $32K10^6 d / (\pi^*(d^4 - d'^4))$ | $M_x (N\cdot mm) \times 10^{-6}$ | $M_{x2} (N\cdot mm) \times 10^{-6}$ | $M'_x (N\cdot mm) \times 10^{-6}$ | $M'_z (N\cdot mm) \times 10^{-6}$ | $M''_y (N\cdot mm) \times 10^{-6}$ | $M''_z (N\cdot mm) \times 10^{-6}$ | $\sigma (N/mm^2)$ | $\sigma_{max} (N/mm^2)$ | $S$  |
|---------|---------|-----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------------------|-------------------------|------|
| 1       | 71      | 5,062                             | 7,391                            | 5,476                               | 1,554                             | 0,671                             | 0                                  | 8,970                              | 45,40             | 68                      | 1,50 |
| 2       | 72,48   | 5,217                             | 7,545                            | 5,590                               | 1,587                             | 0,685                             | 0                                  | 9,157                              | 47,78             | 68                      | 1,42 |
| 3       | 102     | 2,581                             | 10,617                           | 7,867                               | 2,233                             | 0,964                             | 0                                  | 12,887                             | 33,27             | 145                     | 4,36 |
| 4       | 143,34  | 3,152                             | 14,921                           | 11,055                              | 3,138                             | 1,354                             | 0                                  | 18,110                             | 57,08             | 145                     | 2,54 |
| 5       | 172,5   | 1,333                             | 17,956                           | 13,304                              | 3,777                             | 1,630                             | 0                                  | 21,794                             | 29,05             | 80                      | 2,75 |
| 6       | 334     | 1,333                             | 48,537                           | 32,186                              | 7,230                             | 2,362                             | 10,864                             | 56,864                             | 75,80             | 80                      | 1,06 |
| 7       | 341,56  | 2,021                             | 48,462                           | 32,298                              | 7,388                             | 2,362                             | 10,864                             | 56,946                             | 115,08            | 145                     | 1,26 |
| 8       | 356,25  | 1,828                             | 48,318                           | 32,514                              | 7,695                             | 2,362                             | 10,864                             | 57,105                             | 104,40            | 145                     | 1,39 |
| 9       | 370,29  | 1,666                             | 48,179                           | 32,720                              | 7,989                             | 2,362                             | 10,864                             | 57,258                             | 95,36             | 145                     | 1,52 |
| 10      | 378,5   | 1,313                             | 48,099                           | 32,841                              | 8,160                             | 2,362                             | 10,864                             | 57,347                             | 75,28             | 80                      | 1,06 |
| 11      | 430     | 1,318                             | 47,592                           | 33,598                              | 9,237                             | 2,362                             | 10,864                             | 57,906                             | 76,31             | 145                     | 1,90 |
| 12      | 440,5   | 1,293                             | 47,488                           | 33,753                              | 9,457                             | 2,362                             | 10,864                             | 58,020                             | 75,00             | 80                      | 1,07 |
| 13      | 485,5   | 1,349                             | 47,045                           | 34,414                              | 10,398                            | 2,362                             | 10,864                             | 58,509                             | 78,93             | 145                     | 1,84 |
| 14      | 499     | 1,244                             | 46,912                           | 34,613                              | 10,680                            | 2,362                             | 10,864                             | 58,656                             | 72,98             | 80                      | 1,10 |
| 15      | 617     | 1,201                             | 45,560                           | 36,158                              | 11,339                            | 2,362                             | 10,864                             | 57,976                             | 69,63             | 80                      | 1,15 |
| 16      | 628,5   | 1,317                             | 45,412                           | 36,292                              | 11,247                            | 2,362                             | 10,864                             | 57,739                             | 76,05             | 145                     | 1,91 |
| 17      | 668,5   | 1,293                             | 44,896                           | 36,758                              | 10,926                            | 2,362                             | 10,864                             | 56,919                             | 73,58             | 80                      | 1,09 |
| 18      | 679     | 1,318                             | 44,761                           | 36,880                              | 10,842                            | 2,362                             | 10,864                             | 56,703                             | 74,72             | 145                     | 1,94 |
| 19      | 730,5   | 1,313                             | 44,097                           | 37,481                              | 10,429                            | 2,362                             | 10,864                             | 55,648                             | 73,04             | 80                      | 1,10 |
| 20      | 737,28  | 1,679                             | 44,009                           | 37,560                              | 10,374                            | 2,362                             | 10,864                             | 55,509                             | 93,21             | 145                     | 1,56 |
| 21      | 768,5   | 2,026                             | 43,607                           | 37,924                              | 10,124                            | 2,362                             | 10,864                             | 54,869                             | 111,17            | 145                     | 1,30 |
| 22      | 1629    | 2,026                             | 32,512                           | 47,954                              | 3,621                             | 2,362                             | 10,864                             | 52,760                             | 106,88            | 145                     | 1,36 |
| 23      | 1659,03 | 2,091                             | 32,124                           | 48,304                              | 3,621                             | 2,362                             | 10,864                             | 53,102                             | 111,06            | 145                     | 1,31 |
| 24      | 1666    | 1,333                             | 32,035                           | 48,385                              | 3,621                             | 2,362                             | 10,864                             | 53,181                             | 70,89             | 80                      | 1,13 |
| 25      | 1827,5  | 1,333                             | 13,304                           | 17,956                              | 2,499                             | 1,630                             | 0                                  | 20,519                             | 27,35             | 80                      | 2,92 |
| 26      | 1856,66 | 3,152                             | 11,055                           | 14,921                              | 2,076                             | 1,354                             | 0                                  | 17,051                             | 53,74             | 145                     | 2,70 |
| 27      | 1898    | 2,581                             | 10,617                           | 14,787                              | 1,478                             | 0,964                             | 0                                  | 12,133                             | 31,32             | 145                     | 4,63 |
| 28      | 1927,52 | 5,217                             | 5,590                            | 7,545                               | 1,050                             | 0,685                             | 0                                  | 8,622                              | 44,99             | 68                      | 1,51 |
| 29      | 1929    | 5,062                             | 5,476                            | 7,391                               | 1,028                             | 0,671                             | 0                                  | 8,446                              | 42,75             | 68                      | 1,59 |

**Tabla 12. Cálculo en cada sección del esfuerzo y el coeficiente de seguridad en la superficie exterior**

## 8.2 En el hueco

| Sección | y (mm)  | $32K10^6 d' / (\pi * (d^4 - d'^4))$ | Mx (N-mm)x10-6 | Ms2 (N-mm)x10-6 | M'x (N-mm)x10-6 | M'z (N-mm)x10-6 | M'y (N-mm)x10-6 | MR (N-mm)x10-6 | $\sigma$ (N/mm2) | $\sigma_{max}$ (N/mm2) | S    |
|---------|---------|-------------------------------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------|------------------------|------|
| 1       | 71      | 2,726                               | 7,391          | 5,476           | 1,554           | 0,671           | 0               | 8,970          | 24,45            | 58                     | 2,37 |
| 2       | 72,48   | 2,763                               | 7,545          | 5,590           | 1,587           | 0,685           | 0               | 9,157          | 25,30            | 58                     | 2,29 |
| 3       | 102     | 1,129                               | 10,617         | 7,867           | 2,233           | 0,964           | 0               | 12,887         | 14,55            | 58                     | 3,99 |
| 4       | 143,34  | 1,135                               | 14,921         | 11,055          | 3,138           | 1,354           | 0               | 18,110         | 20,56            | 58                     | 2,82 |
| 5       | 172,5   | 0,471                               | 17,956         | 13,304          | 3,777           | 1,630           | 0               | 21,794         | 10,27            | 58                     | 5,65 |
| 6       | 334     | 0,471                               | 48,537         | 32,186          | 7,230           | 2,362           | 10,864          | 56,864         | 26,80            | 58                     | 2,16 |
| 7       | 341,56  | 0,589                               | 48,462         | 32,298          | 7,388           | 2,362           | 10,864          | 56,946         | 33,57            | 58                     | 1,73 |
| 8       | 356,25  | 0,650                               | 48,318         | 32,514          | 7,695           | 2,362           | 10,864          | 57,105         | 37,10            | 58                     | 1,56 |
| 9       | 370,29  | 0,594                               | 48,179         | 32,720          | 7,989           | 2,362           | 10,864          | 57,258         | 34,04            | 58                     | 1,70 |
| 10      | 378,5   | 0,462                               | 48,099         | 32,841          | 8,160           | 2,362           | 10,864          | 57,347         | 26,48            | 58                     | 2,19 |
| 11      | 430     | 0,462                               | 47,592         | 33,598          | 9,237           | 2,362           | 10,864          | 57,906         | 26,74            | 58                     | 2,17 |
| 12      | 440,5   | 0,452                               | 47,488         | 33,753          | 9,457           | 2,362           | 10,864          | 58,020         | 26,25            | 58                     | 2,21 |
| 13      | 485,5   | 0,464                               | 47,045         | 34,414          | 10,398          | 2,362           | 10,864          | 58,509         | 27,18            | 58                     | 2,13 |
| 14      | 499     | 0,430                               | 46,912         | 34,613          | 10,680          | 2,362           | 10,864          | 58,656         | 25,23            | 58                     | 2,30 |
| 15      | 617     | 0,410                               | 45,560         | 36,158          | 11,339          | 2,362           | 10,864          | 57,976         | 23,79            | 58                     | 2,44 |
| 16      | 628,5   | 0,452                               | 45,412         | 36,292          | 11,247          | 2,362           | 10,864          | 57,739         | 26,12            | 58                     | 2,22 |
| 17      | 668,5   | 0,452                               | 44,896         | 36,758          | 10,926          | 2,362           | 10,864          | 56,919         | 25,75            | 58                     | 2,25 |
| 18      | 679     | 0,462                               | 44,761         | 36,880          | 10,842          | 2,362           | 10,864          | 56,703         | 26,18            | 58                     | 2,22 |
| 19      | 730,5   | 0,462                               | 44,097         | 37,481          | 10,429          | 2,362           | 10,864          | 55,648         | 25,69            | 58                     | 2,26 |
| 20      | 737,28  | 0,600                               | 44,009         | 37,560          | 10,374          | 2,362           | 10,864          | 55,509         | 33,29            | 58                     | 1,74 |
| 21      | 768,5   | 0,818                               | 43,607         | 37,924          | 10,124          | 2,362           | 10,864          | 54,869         | 44,88            | 58                     | 1,29 |
| 22      | 1629    | 0,818                               | 32,512         | 47,954          | 3,621           | 2,362           | 10,864          | 52,760         | 43,15            | 58                     | 1,34 |
| 23      | 1659,03 | 0,614                               | 32,124         | 48,304          | 3,621           | 2,362           | 10,864          | 53,102         | 32,61            | 58                     | 1,78 |
| 24      | 1666    | 0,471                               | 32,035         | 48,385          | 3,621           | 2,362           | 10,864          | 53,181         | 25,06            | 58                     | 2,31 |
| 25      | 1827,5  | 0,471                               | 13,304         | 17,956          | 2,499           | 1,630           | 0               | 20,519         | 9,67             | 58                     | 6,00 |
| 26      | 1856,66 | 1,135                               | 11,055         | 14,921          | 2,076           | 1,354           | 0               | 17,051         | 19,36            | 58                     | 3,00 |
| 27      | 1898    | 1,129                               | 7,867          | 10,617          | 1,478           | 0,964           | 0               | 12,133         | 13,70            | 58                     | 4,23 |
| 28      | 1927,52 | 2,763                               | 5,590          | 7,545           | 1,050           | 0,685           | 0               | 8,622          | 23,82            | 58                     | 2,44 |
| 29      | 1929    | 2,726                               | 5,476          | 7,391           | 1,028           | 0,671           | 0               | 8,446          | 23,02            | 58                     | 2,52 |

**Tabla 13. Cálculo en cada sección del esfuerzo y el coeficiente de seguridad en el hueco**

En las dos tablas anteriores se observa que todos los valores del coeficiente de seguridad, tanto en la superficie exterior como en el hueco, son mayores que 1. Esto quiere decir que los esfuerzos máximos en cada sección son menores que los esfuerzos máximos permitidos. Para que la sección esté correctamente dimensionada es condición suficiente que el valor del coeficiente de seguridad sea mayor o igual que 1, este coeficiente no debe ser confundido con el coeficiente de seguridad para el tipo de acero empleado.

Se llega, por tanto, a la conclusión de que el eje está correctamente diseñado de acuerdo a la norma EN 13104.

# Capítulo 3

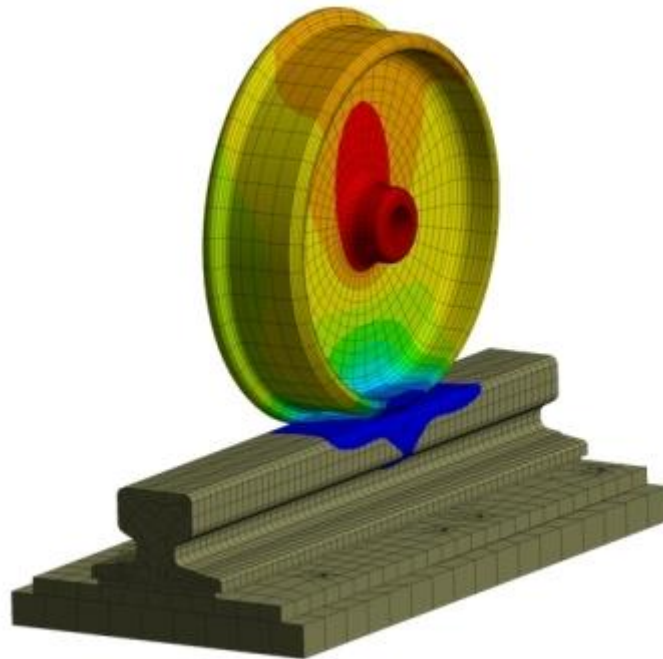
## Introducción al método de los elementos finitos (MEF)

# INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

## 1 INTRODUCCIÓN

El método de los elementos finitos (MEF) ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etc., ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El MEF permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero puede acercarse bastante más al diseño óptimo.



**Figura 47. Análisis del contacto rueda carril mediante el método de los elementos finitos**

El método de los elementos finitos como formulación matemática es relativamente nuevo; aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en los últimos años ha sufrido un gran desarrollo debido a los avances informáticos. Han sido precisamente estos avances informáticos los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos con elementos finitos. Pero no hay que llevarse a engaño, el manejo correcto de este tipo de programas exige un profundo conocimiento no solo del material con el que se trabaja, sino también de los principios del MEF. Sólo en este caso estaremos en condiciones de garantizar que los resultados obtenidos en los análisis se ajustan a la realidad.



## 2 CONCEPTOS GENERALES DEL MÉTODO

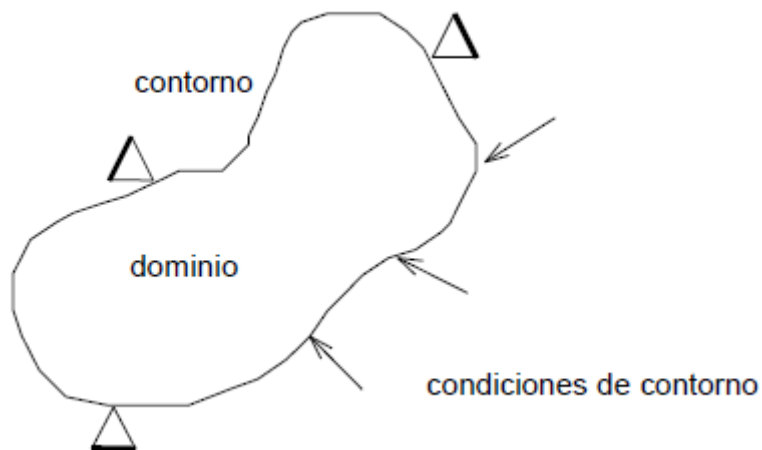
La idea general del método de los elementos finitos es la división de un sistema continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema continuo regirán también el del elemento.

De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir entre:

- Dominio. Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- Condiciones de contorno. Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor,...
- Incógnitas. Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema: desplazamientos, tensiones, temperaturas,...

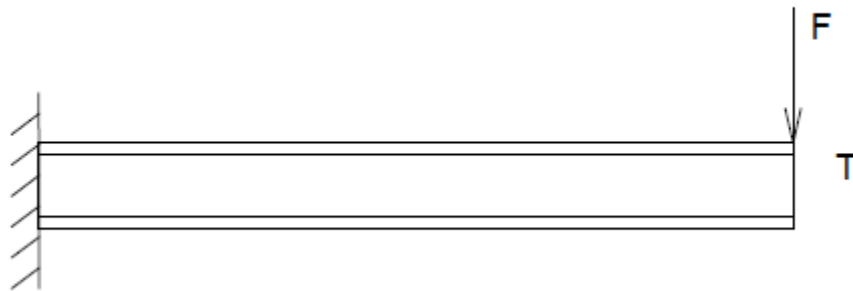


El método de los elementos finitos supone, para solucionar el problema, que el dominio esté discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide. Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre si los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema.

En el caso de elementos estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de éstos podemos calcular el resto de incógnitas que nos interesen:

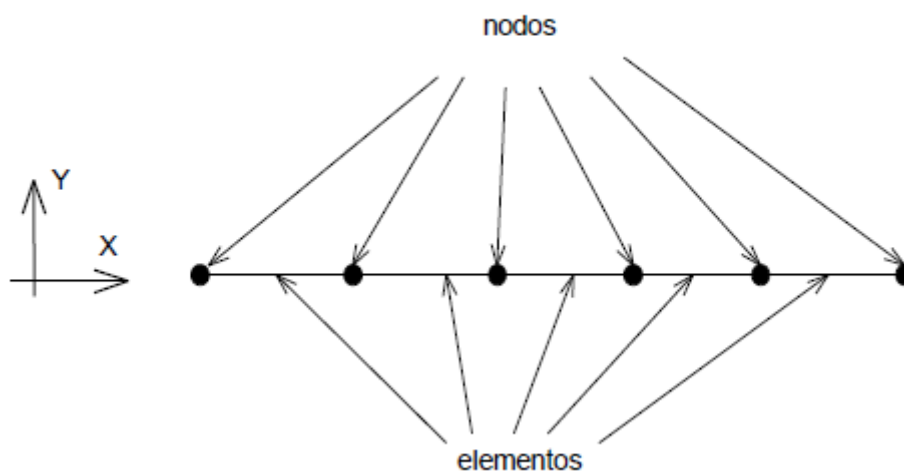
tensiones, deformaciones,... A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que nos determinan el estado y/o posición del nodo.

Por ejemplo si el sistema a estudiar es una viga en voladizo con una carga puntual en el extremo y una distribución de temperaturas tal y como muestra la figura,



**Figura 48. Viga en voladizo con una carga puntual en el extremo y una distribución de temperaturas**

el discretizado del dominio puede ser:



**Figura 49. Discretizado del dominio de la viga en elementos y nodos**

Los grados de libertad de cada nodo serán:

- Desplazamiento en dirección x
- Desplazamiento en dirección y
- Giro según z

- Temperatura

El sistema, debido a las condiciones de contorno: empotramiento, fuerza puntual y temperatura, evoluciona hasta un estado final. En este estado final, conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos del sistema podemos determinar cualquier otra incógnita deseada: tensiones, deformaciones,... También sería posible obtener la evolución temporal de cualquiera de los grados de libertad.

Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del sistema continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de unas funciones llamadas de interpolación, ya que éstas ‘interpolan’ el valor de la variable nodal dentro del elemento.

El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices mediante ordenador. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento (en el caso estructural serán las llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa, aunque esta terminología ha sido aceptada en otros campos de conocimiento) se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que resolviéndolas nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

# **Capítulo 4**

## **Cálculo con ANSYS**

## CÁLCULO CON ANSYS

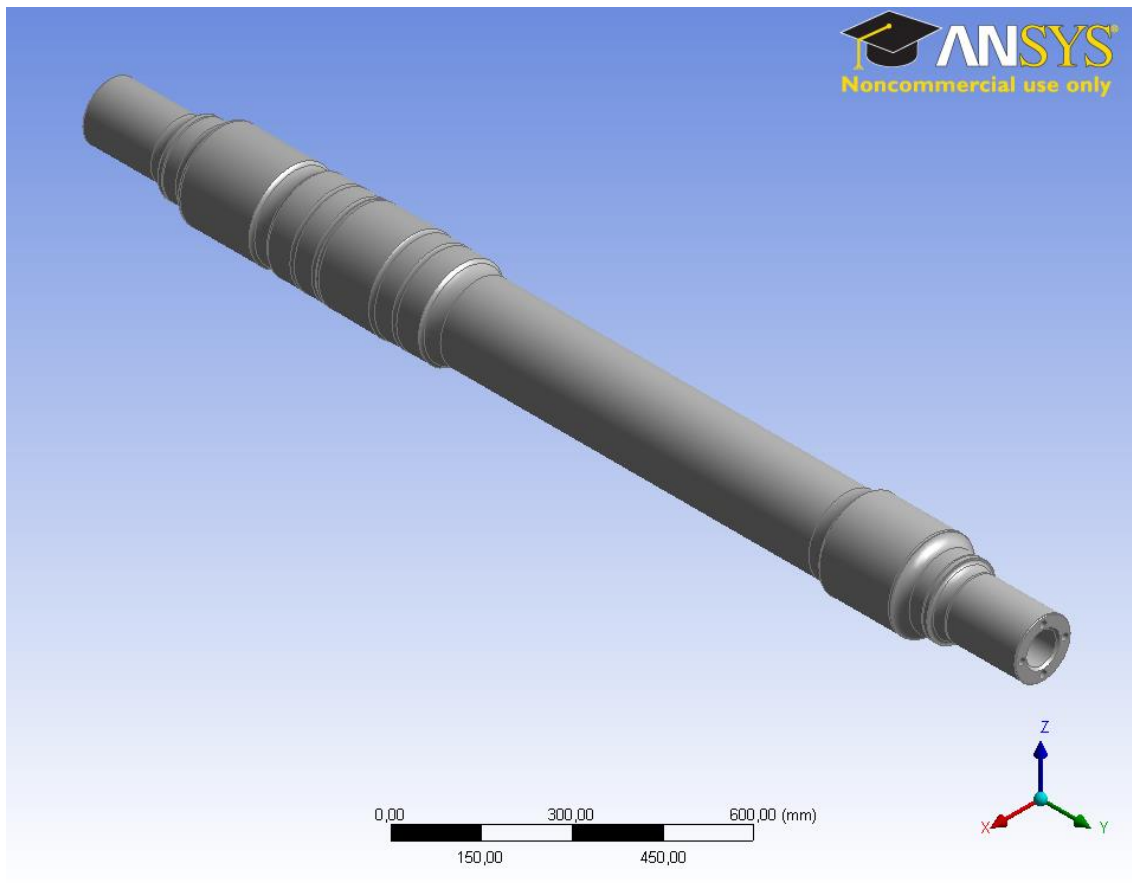
### 1 INTRODUCCIÓN

Una vez obtenidos los valores de las cargas según la norma EN 13104, se procede a calcular el eje con el programa de análisis mediante elementos finitos ANSYS.

### 2 DIBUJO

Para dibujar el eje en 3 dimensiones, primero se ha dibujado una sección en el plano YZ. A continuación, utilizando el comando Revolve y seleccionando un ángulo de 360°, se obtiene el eje.

El siguiente paso es realizar los 4 taladros en cada extremo del eje, esto se consigue con el comando Extrude.



**Figura 50. Vista del eje en perspectiva isométrica**

Una vez modelado, ANSYS proporciona los valores de masa y volumen:

|         |                                  |
|---------|----------------------------------|
| Masa    | 346.41 kg                        |
| Volumen | $4.4016 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$ |

**Tabla 14. Propiedades del eje**

### 3 ORIGEN DE COORDENADAS

Las coordenadas de todos los puntos del eje mostrados a continuación se expresan respecto al siguiente origen de coordenadas.

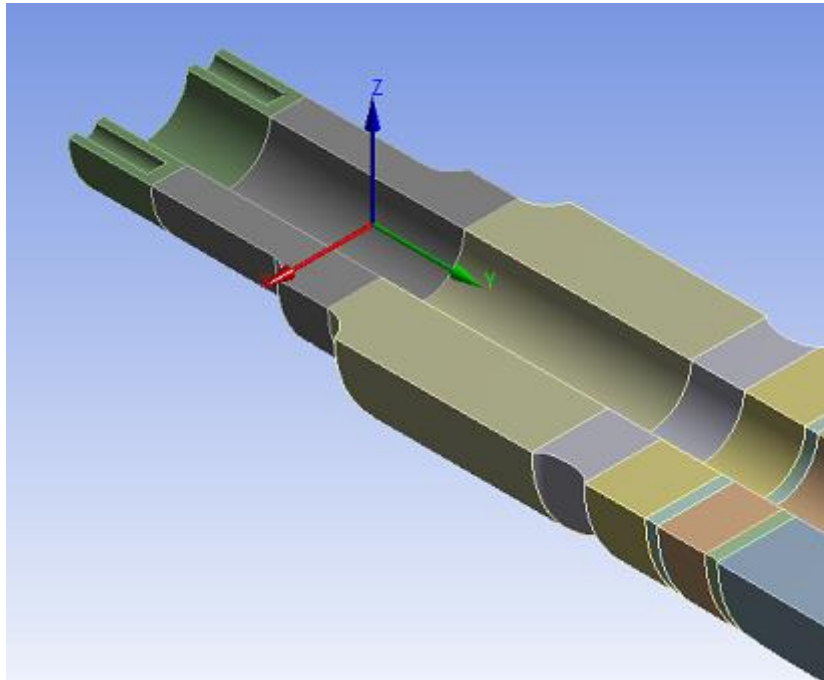


Figura 51. Origen de coordenadas del eje en ANSYS

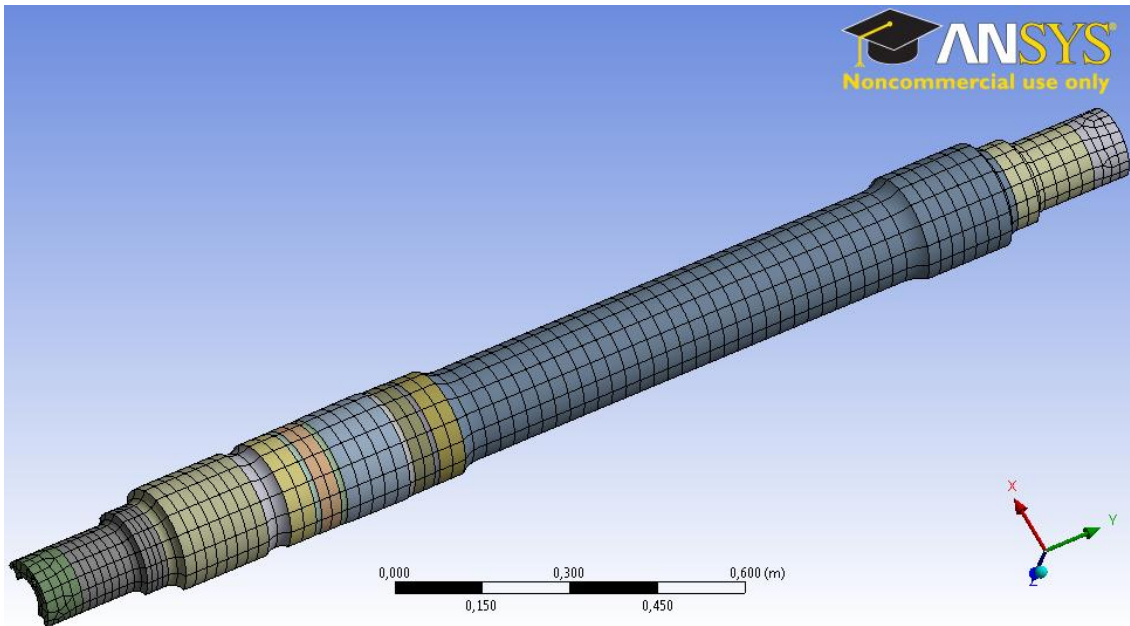
### 4 CARACTERÍSTICAS DEL ACERO

Para el cálculo del eje se ha asumido que el material es isotrópico y con las siguientes características:

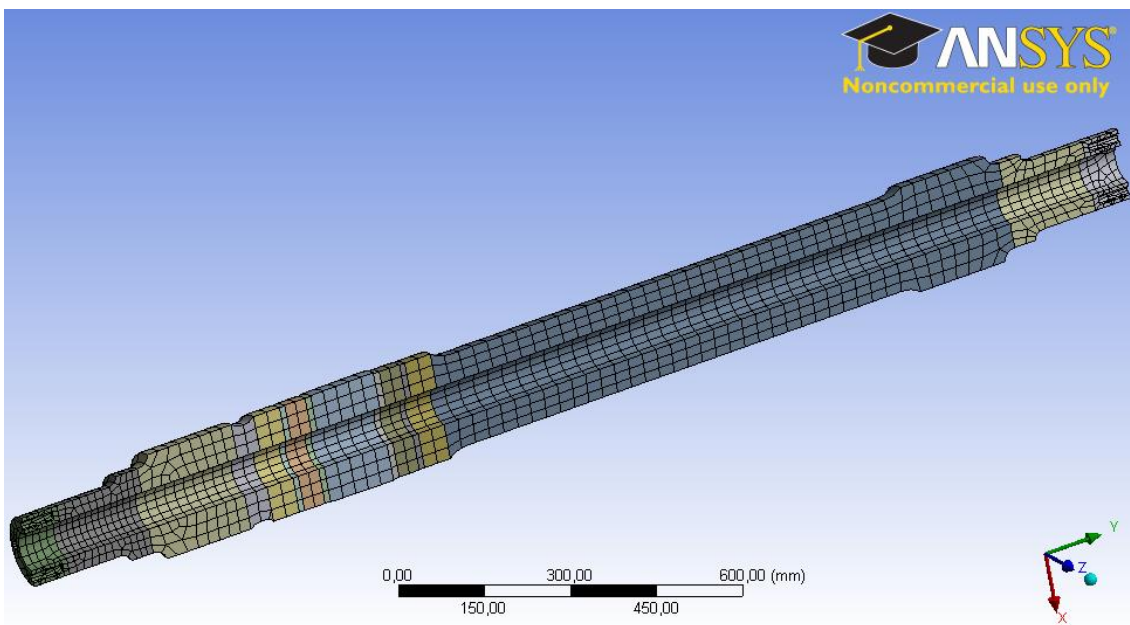
|                                |                        |
|--------------------------------|------------------------|
| Densidad                       | 7.87 kg/m <sup>3</sup> |
| Módulo de Young                | 205 GPa                |
| Coefficiente de Poisson        | 0.3                    |
| Límite elástico                | 420 MPa                |
| Resistencia última de tracción | 650 MPa                |

Tabla 15. Características del acero EA4T

## 5 MALLA



**Figura 52. Vista de la malla en la superficie del eje**



**Figura 53. Vista de la malla en una sección longitudinal**

El mallado del eje se ha realizado principalmente en hexaedros. Para facilitar esta tarea se ha dividido el eje en diferentes bodies (cuerpos). En la imagen, a cada body le corresponde un color diferente. A la hora de realizar el mallado se ha ido mallando body a body en lugar de todos a la vez.

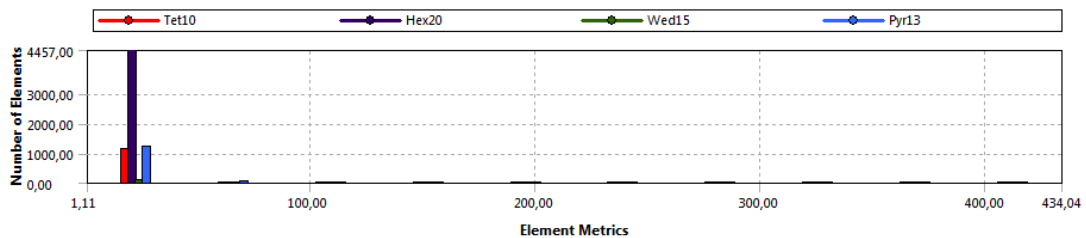
Hay zonas en las que se aprecia una malla menos uniforme, principalmente en los taladros y sus proximidades. Esto es debido a que la licencia del programa es de tipo académico, lo cual limita el número de nodos de la malla a 32000. A pesar de esta

limitación, la malla cumple los requisitos de calidad y no hay pérdida de precisión en los cálculos como se demuestra a continuación:

| Defaults                                    |                    |
|---|--------------------|
| Physics Preference                          | Mechanical         |
| <input type="checkbox"/> Relevance          | 0                  |
| Sizing                                      |                    |
| Inflation                                   |                    |
| Patch Conforming Options                    |                    |
| Triangle Surface Mesher                     | Program Controlled |
| Advanced                                    |                    |
| Defeaturing                                 |                    |
| Statistics                                  |                    |
| <input type="checkbox"/> Nodes              | 27914              |
| <input type="checkbox"/> Elements           | 6929               |
| Mesh Metric                                 | Aspect Ratio       |
| <input type="checkbox"/> Min                | 1.1146             |
| <input type="checkbox"/> Max                | 434.04             |
| <input type="checkbox"/> Average            | 4.48024156443931   |
| <input type="checkbox"/> Standard Deviation | 9.83375151077537   |

**Tabla 16. Características del mallado del eje en ANSYS**

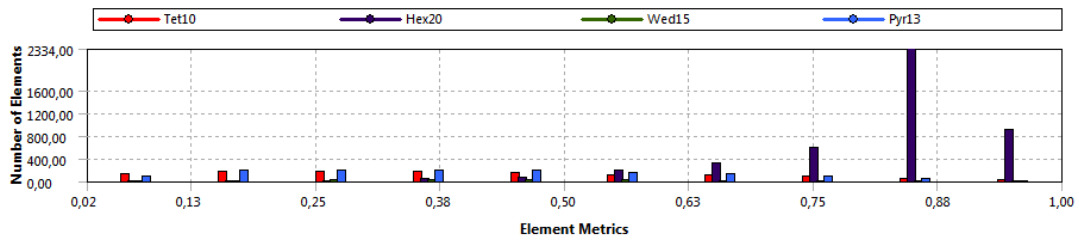
La calidad de la malla se puede evaluar mediante el Aspect Ratio. La pérdida de precisión en los resultados aparece con valores mayores de 1000, en este caso el valor máximo está en torno a 400, por lo que podemos concluir que la malla cumple los requisitos de calidad.



**Figura 54. Gráfico representando el Aspect Ratio de la malla**

También se puede comprobar la calidad de los elementos de la malla. El valor varía entre 0 y 1, el valor de 1 representa un cubo perfecto, mientras que el valor de 0 representa un cubo sin volumen.





**Figura 55. Gráfico representando la calidad de los elementos de la malla**

El valor medio de la calidad de los elementos es 0.67 y la desviación típica 0.26.

## 6 VALORES PROMEDIADOS Y NO PROMEDIADOS

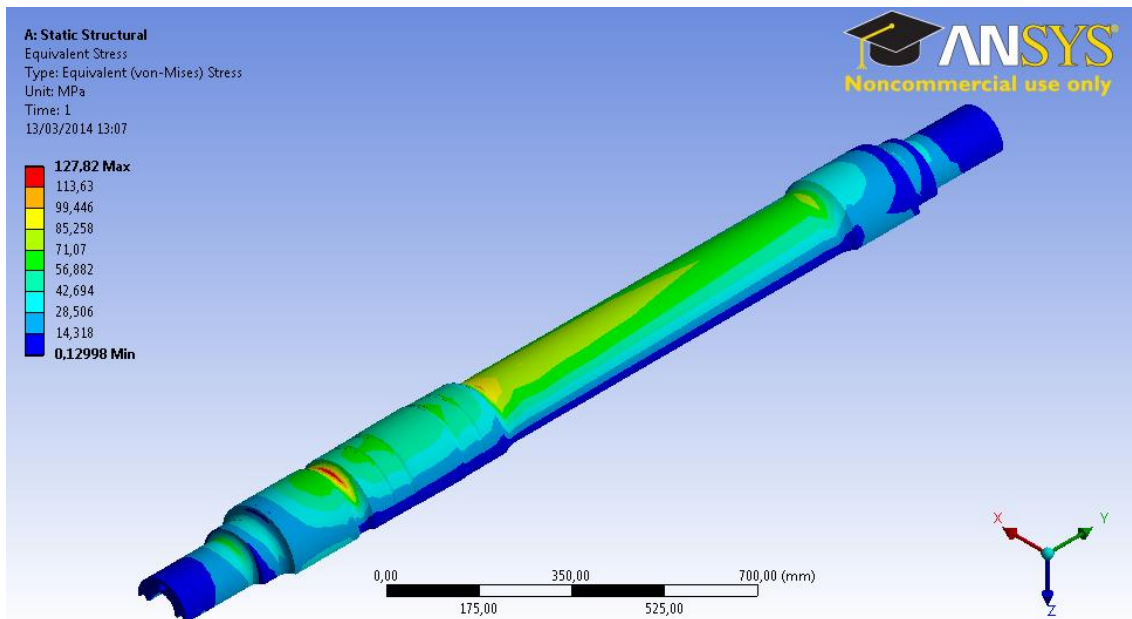
En todo análisis estructural, como primera comprobación de resultados se deben comparar los resultados promediados con los no promediados.

A la hora de resolver, el solver calcula los grados de libertad en los nodos (desplazamientos) y los resultados derivados (tensiones y deformaciones entre otros) en los puntos de integración.

Los valores de tensiones denominados no promediados (Unaveraged) están en los puntos de integración. Los valores promediados (Averaged) están en los nodos.

Para considerar que los resultados no tienen error numérico la diferencia entre los valores promediados y no promediados debe ser menor del 10% y el campo de tensiones ser igual (si la malla es muy mala puede pasar que el máximo en valores promediados esté en un punto distinto al máximo en los no promediados).

Estas condiciones se cumplen en el modelo.



**Figura 56. Valores de tensiones promediados en la superficie del eje**

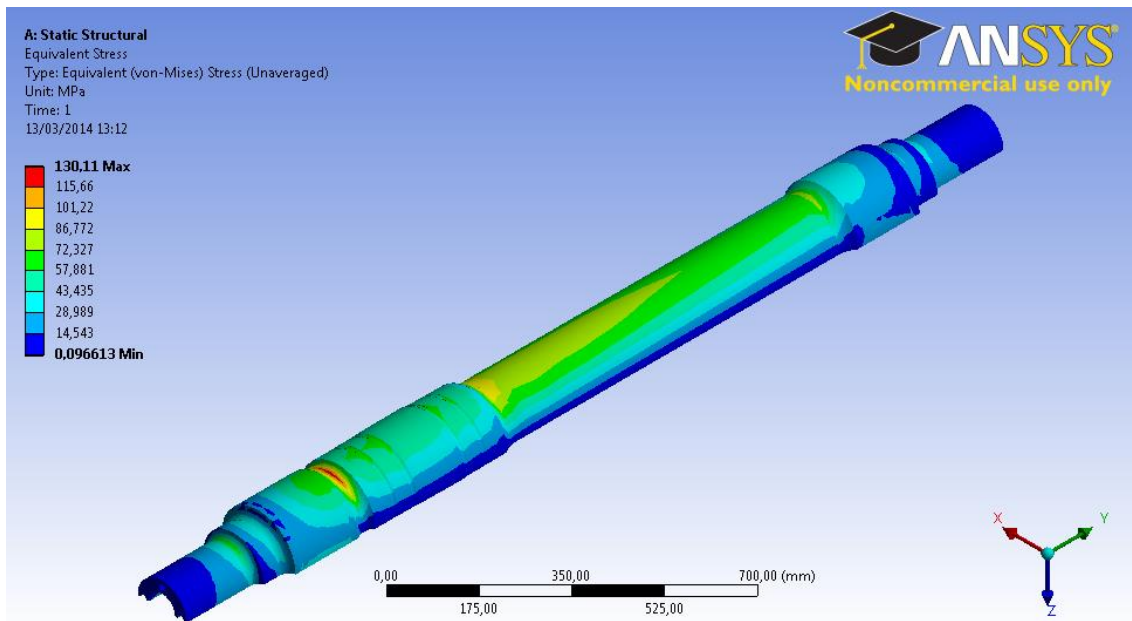


Figura 57. Valores de tensiones no promediados en la superficie del eje

## 7 ANÁLISIS ESTÁTICO

### 7.1 Masas en movimiento

#### 7.1.1 Cargas

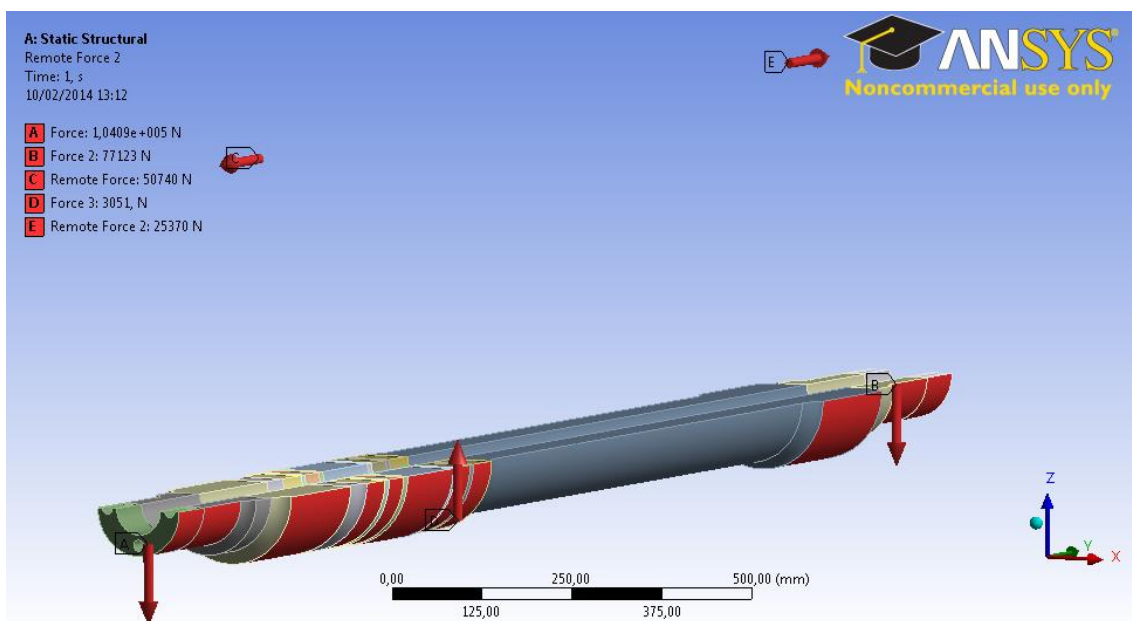


Figura 58. Cargas producidas por las masas en movimiento

Las fuerzas A y B representan la carga que se aplica sobre las manguetas, siendo el valor de estas cargas diferente para simular el paso por curva, cuando una mangueta está más cargada que la otra por efecto de la fuerza centrífuga.

Para definir el punto de aplicación de cada fuerza se deben seleccionar las dos superficies que hay en cada mangueta.

El valor de las fuerzas A y B se introduce por componentes. Para la fuerza A sobre la mangueta más cargada: (0, 0, -104092) N y para la fuerza B sobre la mangueta menos cargada: (0, 0, -77123) N.

Las fuerzas remotas C y E representan las fuerzas que el carril ejerce sobre las ruedas.

Para definir el punto de aplicación de cada fuerza se debe seleccionar la superficie de la zona de calado de la rueda.

Debido a que estas fuerzas se aplican en cada rueda, se van a definir unas coordenadas que simulan la existencia de dichas ruedas.

Para la fuerza remota C las coordenadas correspondientes son: (0, 149.75, 460) mm y para la fuerza remota E: (0, 1749.25, 460) mm. La coordenada Z=460 representa el radio de la rueda.

Los valores de las fuerzas remotas C y E son respectivamente: (0, -50740, 0) N y (0, 25370, 0) N.

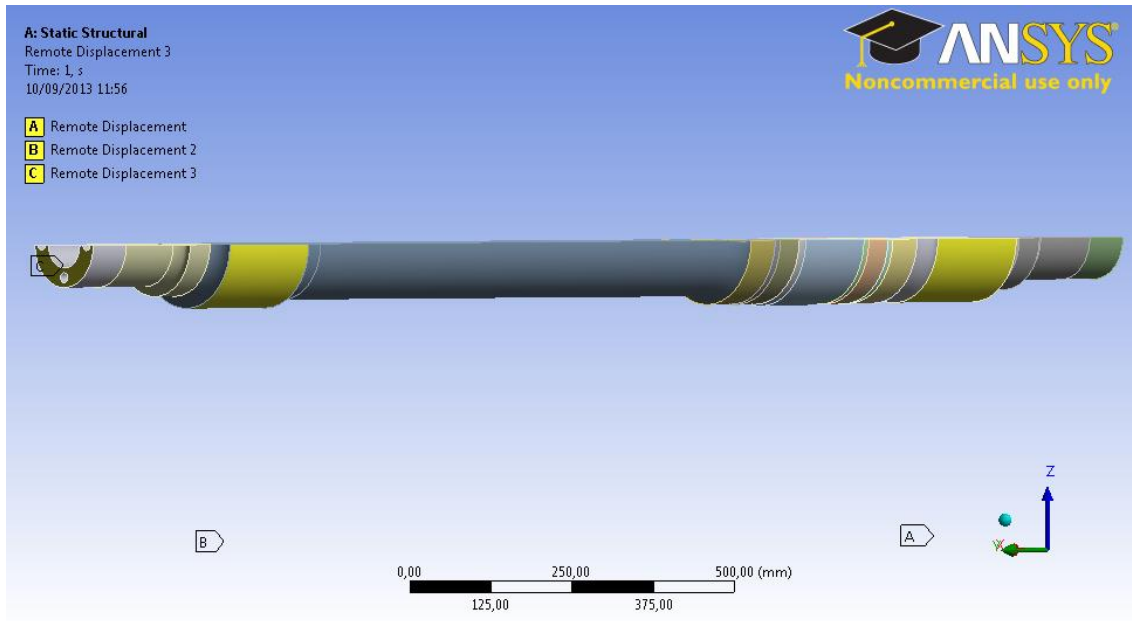
La fuerza D representa el peso de la reductora.

Para definir el punto de aplicación de la fuerza se deben seleccionar las cinco superficies que hay en la zona de calado de la reductora.

Las componentes de la fuerza D son: (0, 0, 3051) N.

Otra opción en lugar de definir las cargas como fuerzas, es definir las como una presión dividiendo la fuerza por el área. Con esto se consigue que las cargas se repartan más uniformemente sobre los nodos de la malla. Después de probar esta segunda opción, se mantuvieron las cargas como fuerzas, ya que los resultados apenas variaban de una a otra opción.

### 7.1.2 Condiciones de contorno



**Figura 59. Condiciones de contorno para las masas en movimiento**

Los desplazamientos remotos A y B simulan las condiciones de contorno sobre las ruedas. Estos desplazamientos se sitúan en: (0, 149.75, -460) mm y (0, 1749.25, -460) mm. La componente Z=-460 representa el radio de la rueda. Las restricciones que tienen son:

|                  |       |
|------------------|-------|
| Desplazamiento X | 0     |
| Desplazamiento Y | Libre |
| Desplazamiento Z | 0     |

|        |       |
|--------|-------|
| Giro X | Libre |
| Giro Y | Libre |
| Giro Z | Libre |

**Tabla 17. Desplazamientos y giros en cada rueda para las masas en movimiento**

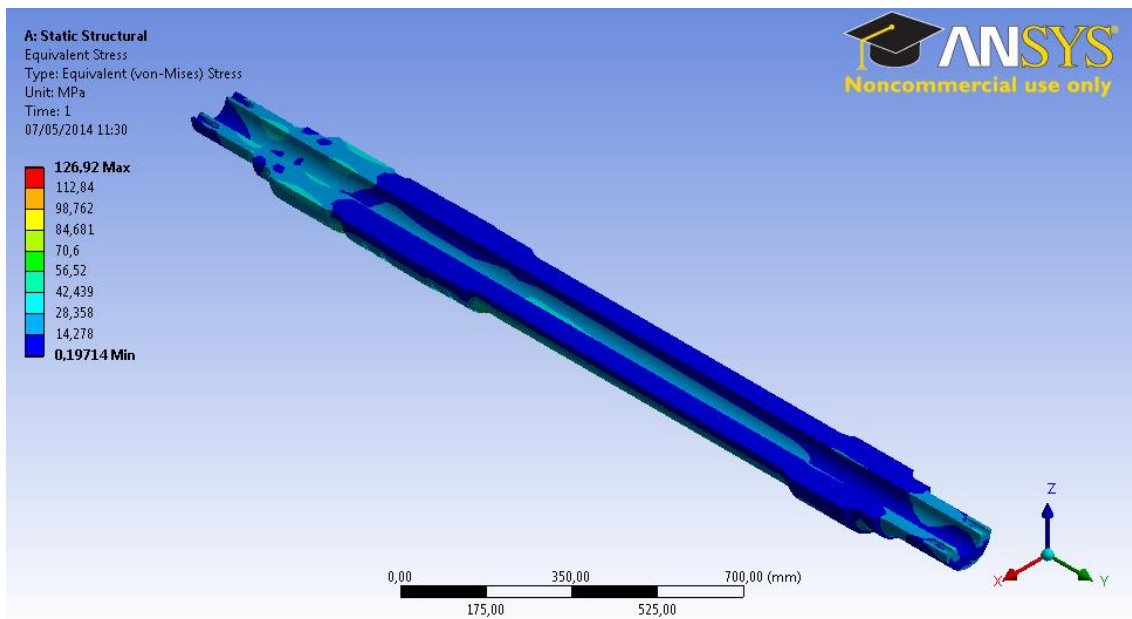
El último desplazamiento remoto C, está situado en la superficie donde se hacen los taladros. Este desplazamiento está situado en: (0, 1989, 0) mm. Las restricciones que tiene son:

|                  |       |
|------------------|-------|
| Desplazamiento X | 0     |
| Desplazamiento Y | 0     |
| Desplazamiento Z | Libre |

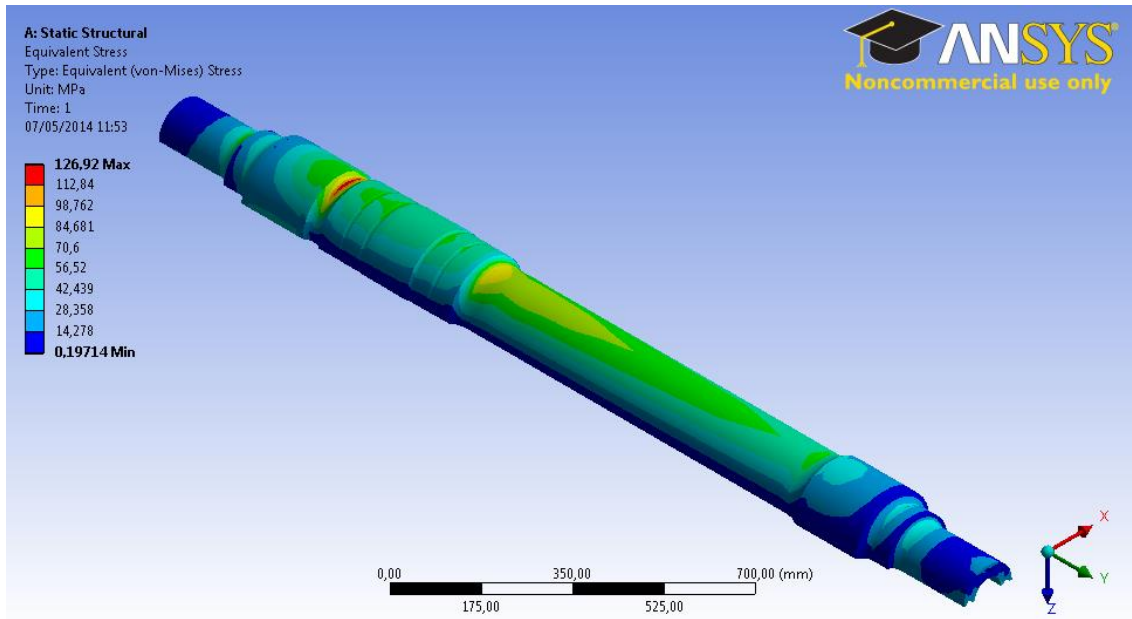
|        |       |
|--------|-------|
| Giro X | Libre |
| Giro Y | Libre |
| Giro Z | Libre |

**Tabla 18. Desplazamientos y giros en la superficie donde se hacen los taladros para las masas en movimiento**

### 7.1.3 Tensiones



**Figura 60. Tensiones en el interior del eje debidas a las masas en movimiento**

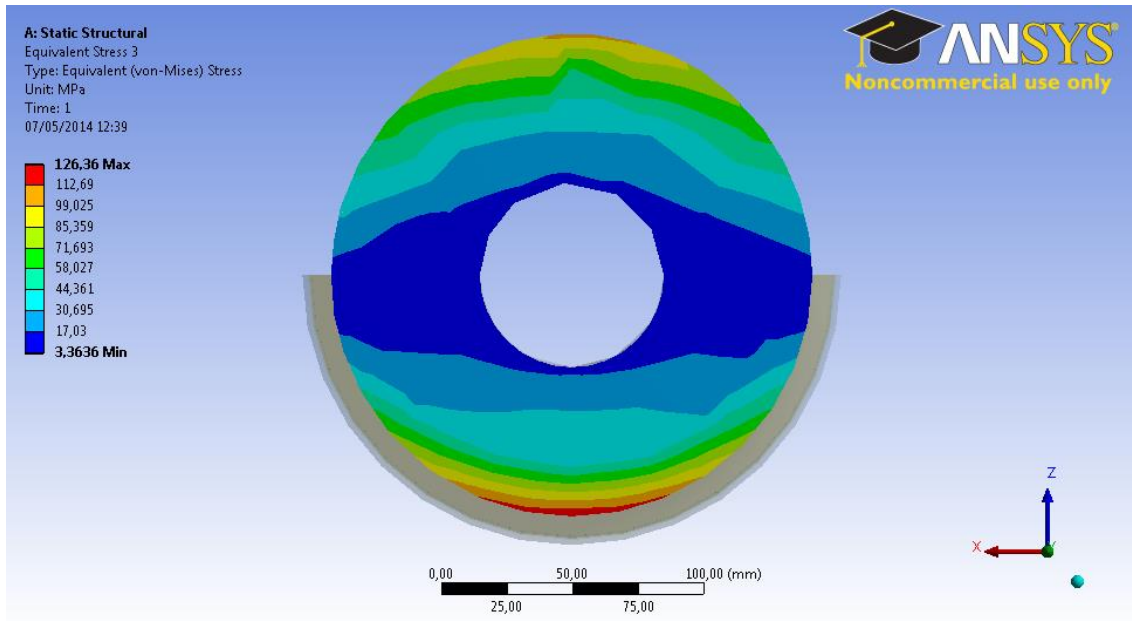


**Figura 61. Tensiones en la superficie del eje debidas a las masas en movimiento**

La máxima tensión equivalente de von-Mises se encuentra en la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora. El valor de la tensión es 126.92 MPa. Este valor es inferior a la máxima tensión permitida para esta zona, que es 145 MPa. Por lo tanto, el coeficiente de seguridad es 1.14.

La segunda sección crítica se encuentra en la transición entre la reductora y el cuerpo del eje. El valor de la tensión es 98.37 MPa, también inferior a 145 MPa, y el coeficiente de seguridad es 1.47.

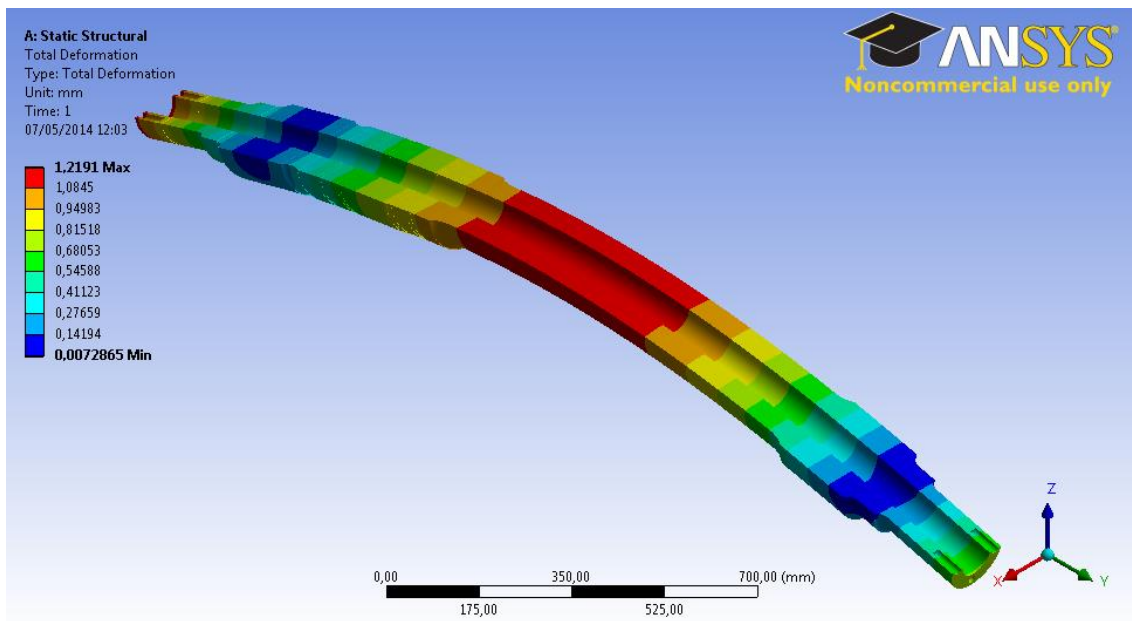
La relación de diámetros  $D/d$  de 1.08 y 1.15 respectivamente, provoca que la sección crítica se encuentre en la curva de transición en lugar de en la zona de calado. La norma recomienda que esta relación de diámetros sea mayor o igual que 1.15. En la primera sección crítica a pesar de ser inferior, el valor máximo de la tensión no aparece en la zona de calado de la rueda.



**Figura 62. Distribución de tensiones en la sección crítica debida a las masas en movimiento**

Observando la primera sección crítica más en detalle, se observa que las tensiones máximas se encuentran en la parte superior e inferior, y que las mínimas se encuentran en el interior.

#### 7.1.4 Deformación



**Figura 63. Deformación del eje debida a las masas en movimiento**

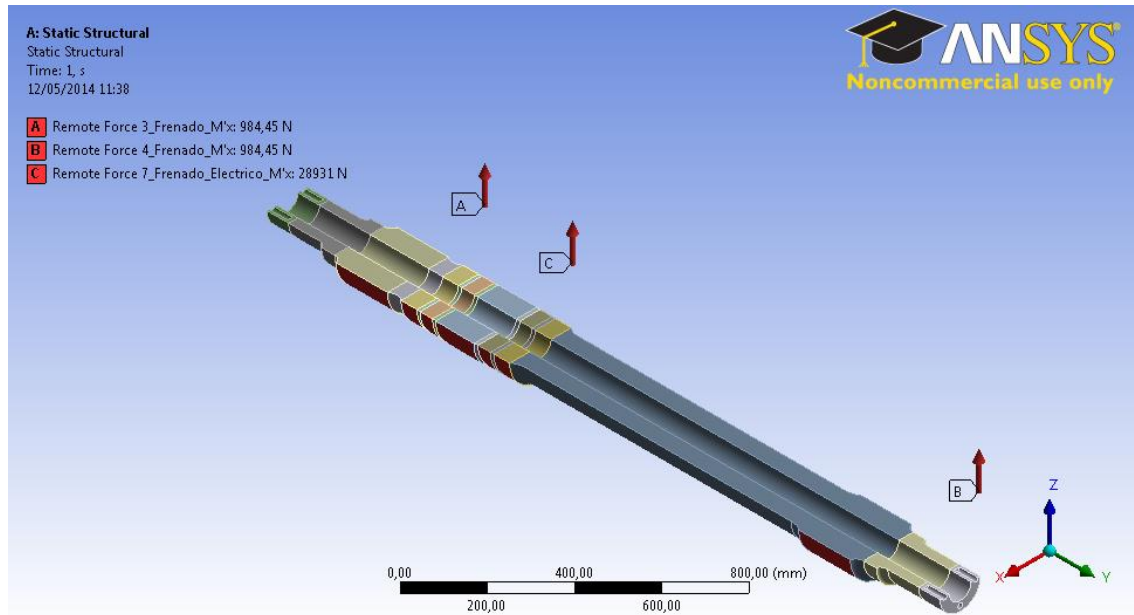
Las mayores deformaciones se producen en el cuerpo del eje y en los extremos de las manguetas, con un valor de 1.2191 mm. La menor deformación se encuentra en la zona de calado de ambas ruedas, con un valor de 0.0073 mm.

## 7.2 Frenado

A continuación se analizará el efecto de las fuerzas de frenado individualmente.

### 7.2.1 Cargas

$M'_x$



**Figura 64. Cargas paralelas al eje Z producidas por el frenado**

Las fuerzas remotas A y B representan la fuerza de rozamiento entre las pastillas y los discos de freno en cada rueda. Estas fuerzas se aplican en los puntos  $(-300, 149.75, 0)$  mm y  $(-300, 1749.25, 0)$  mm. La componente  $X=-300$  representa el radio de frenado.

El valor de las fuerzas se introduce por componentes. Para la fuerza remota A:  $(0, 0, 984.45)$  N y para la fuerza remota B:  $(0, 0, 984.45)$  N.

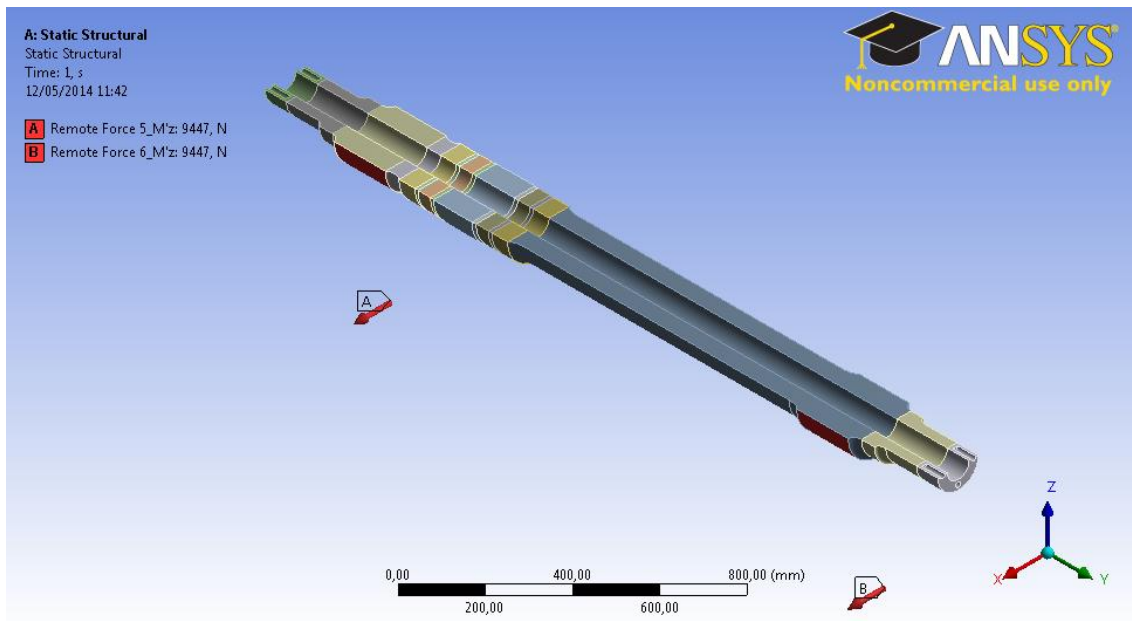
La fuerza remota C representa la fuerza de frenado eléctrico que el motor transmite a la reductora. Esta fuerza se aplica en:  $(-280, 453.5, 0)$  mm. La componente  $X=-280$  representa el radio del engranaje.

El valor de la fuerza C por componentes es:  $(0, 0, 28931)$  N.

Estas tres fuerzas son paralelas al eje Z, por lo tanto, la componente de flexión que producen tiene la dirección del eje X.



$M'_z$



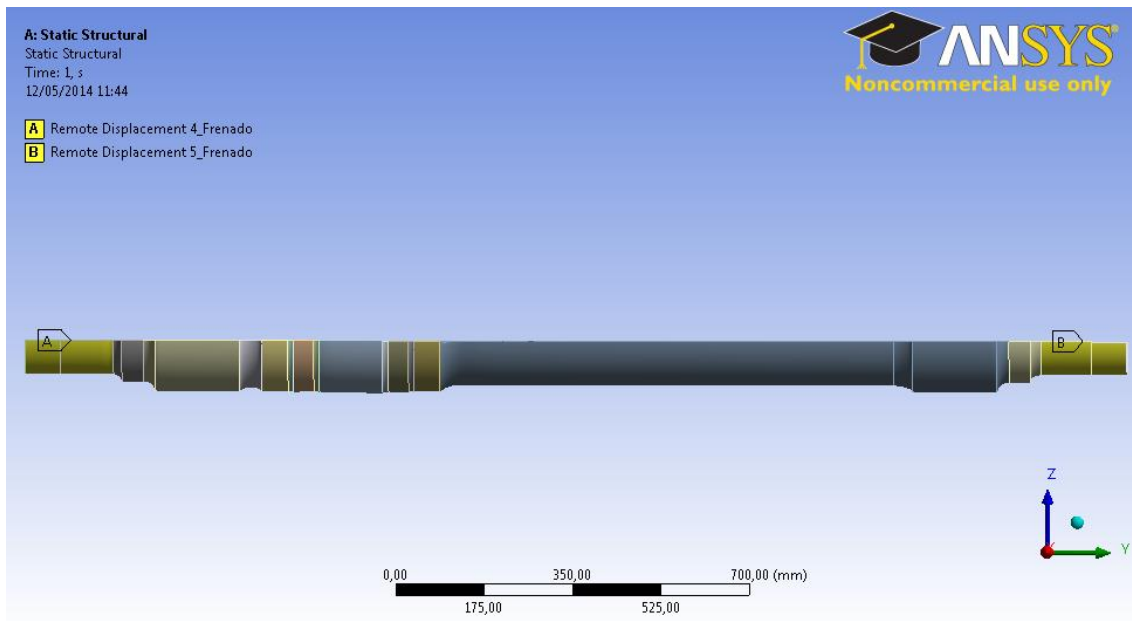
**Figura 65. Cargas paralelas al eje X producidas por el frenado**

Las fuerzas remotas A y B representan la fuerza de rozamiento entre cada rueda y el carril. Estas fuerzas se aplican en: (0, 149.75, -460) mm y (0, 1749.25, -460) mm. La componente  $Z=-460$  representa el radio de la rueda.

El valor de las fuerzas se introduce por componentes. Para la fuerza remota A: (9447, 0, 0) N y para la fuerza remota B: (9447, 0, 0) N.

Estas dos fuerzas son paralelas al eje X, por lo tanto, la componente de flexión que producen tiene la dirección del eje Z.

## 7.2.2 Condiciones de contorno



**Figura 66. Condiciones de contorno para el frenado**

Los desplazamientos remotos A y B representan las condiciones de contorno sobre las manguetas. Estos desplazamientos se sitúan en: (0, -101, 0) mm y (0, 1899, 0) mm. Las restricciones que tienen son:

### Mangueta izquierda

|                  |       |
|------------------|-------|
| Desplazamiento X | 0     |
| Desplazamiento Y | Libre |
| Desplazamiento Z | 0     |

|        |       |
|--------|-------|
| Giro X | Libre |
| Giro Y | Libre |
| Giro Z | Libre |

**Tabla 19. Desplazamientos y giros en la mangueta izquierda para el frenado**

### Mangueta derecha

|                  |   |
|------------------|---|
| Desplazamiento X | 0 |
| Desplazamiento Y | 0 |
| Desplazamiento Z | 0 |

|        |       |
|--------|-------|
| Giro X | Libre |
| Giro Y | Libre |
| Giro Z | Libre |

**Tabla 20. Desplazamientos y giros en la mangueta derecha para el frenado**

### 7.2.3 Tensiones

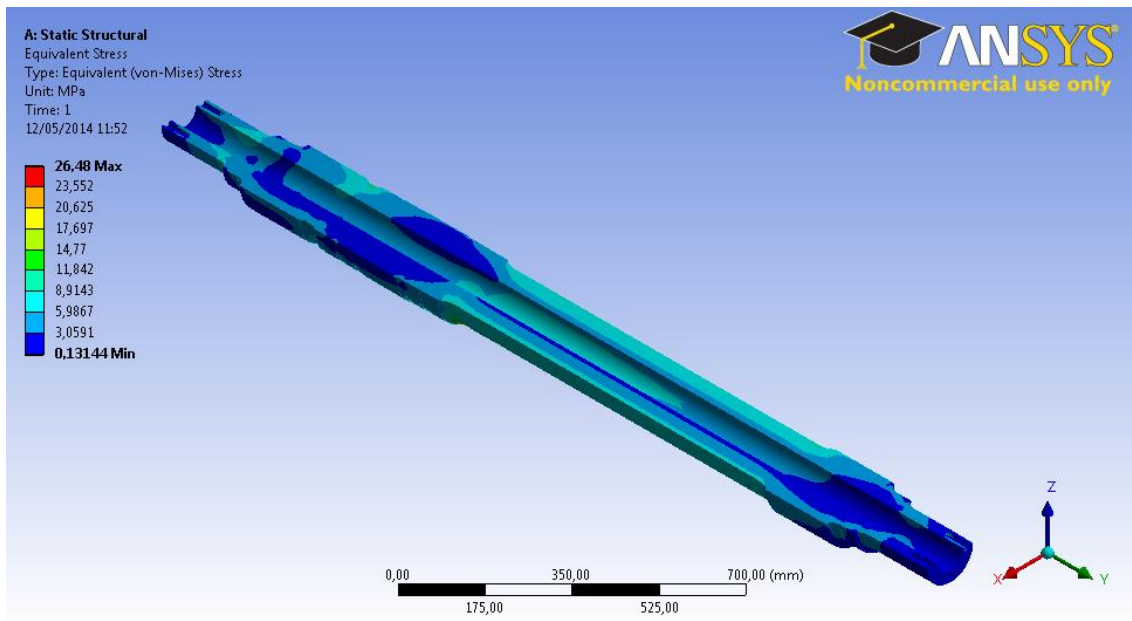


Figura 67. Tensiones en el interior del eje debidas al frenado

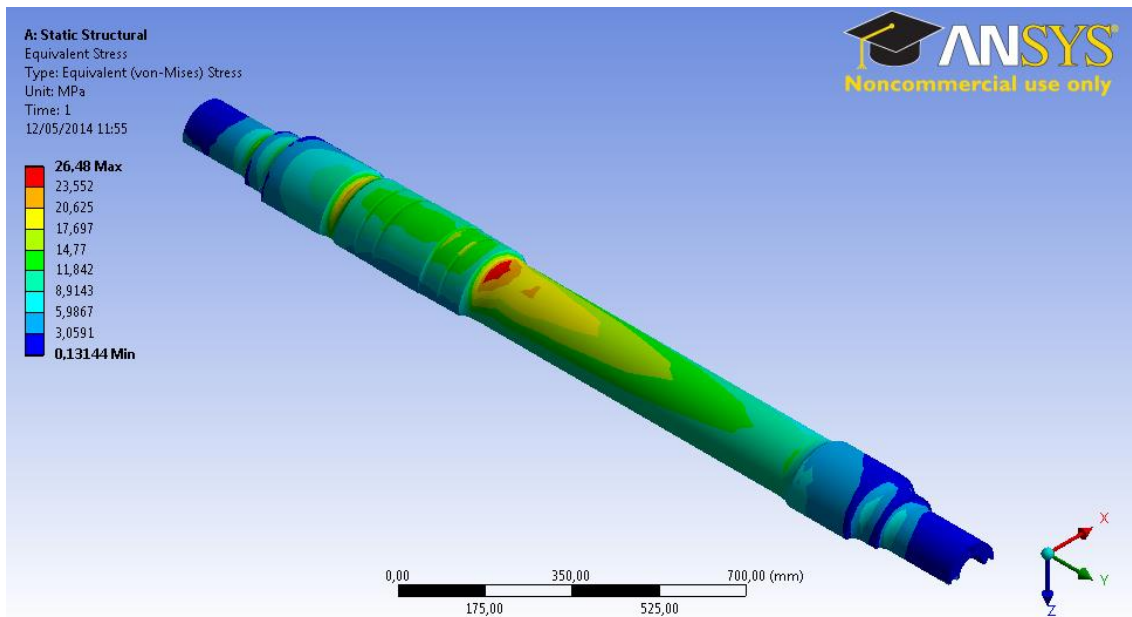
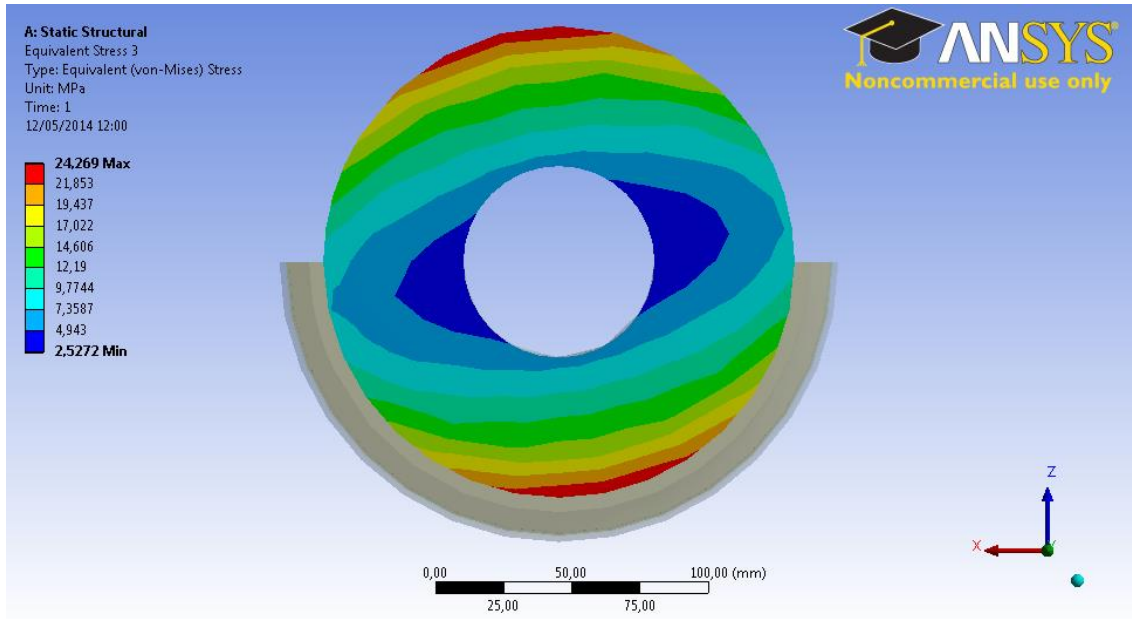


Figura 68. Tensiones en la superficie del eje debidas al frenado

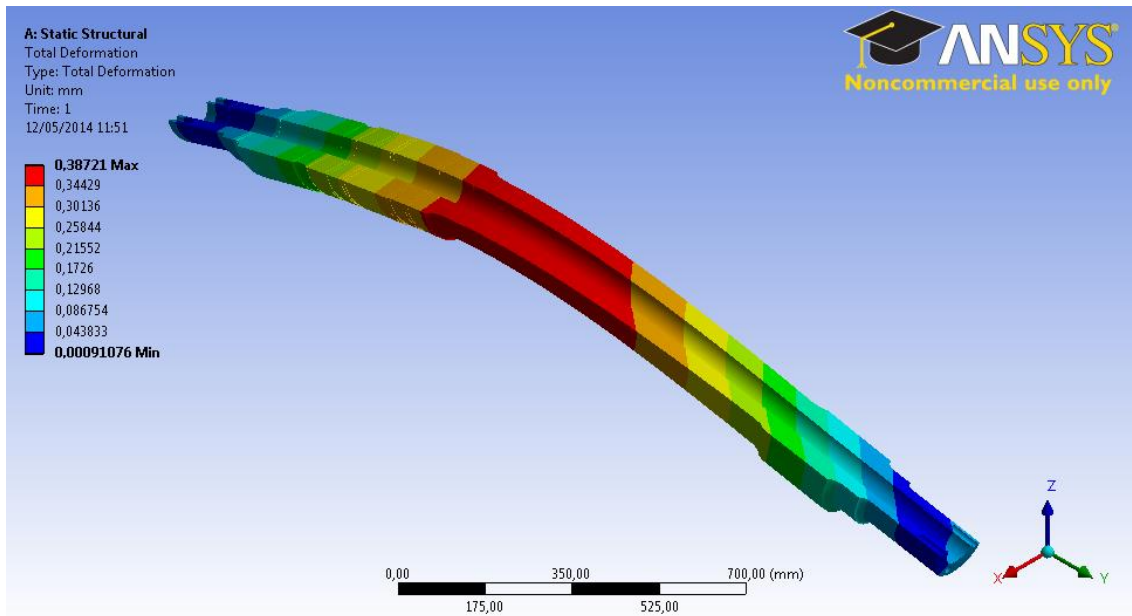
Las máximas tensiones equivalentes de von-Mises se encuentran en la transición entre la zona de calado de la reductora y el cuerpo del eje, y en la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora. En la primera transición la tensión es 26.48 MPa, siendo este valor inferior a la máxima tensión permitida para esta zona, que es 145 MPa. Por lo tanto, el coeficiente de seguridad es 5.48. En la segunda sección crítica la tensión es 22.46 MPa y el coeficiente de seguridad 6.46.



**Figura 69. Distribución de tensiones en la sección crítica debida al frenado**

El giro del eje en sentido antihorario es debido al momento de torsión producido por el descentramiento de las fuerzas de frenado.

#### 7.2.4 Deformación



**Figura 70. Deformación del eje debida a las fuerzas de frenado**

Al igual que en el caso anterior, la mayor deformación se produce en el cuerpo del eje, con un valor de 0.3872 mm. En las manguetas la deformación es prácticamente 0.

### 7.3 Masas en movimiento y frenado

Hasta ahora se ha analizado el efecto de las masas en movimiento y las fuerzas de frenado por separado. En la práctica esto no ocurre así, ya que las fuerzas debidas al frenado siempre van acompañadas del efecto de las masas en movimiento. El caso en el que se analiza únicamente el efecto de las masas en movimiento, representa la circulación del tren sin fuerzas de tracción o frenado y el paso por curva.

A continuación se analizará el efecto de las fuerzas de frenado conjuntamente con las masas en movimiento.

#### 7.3.1 Tensiones

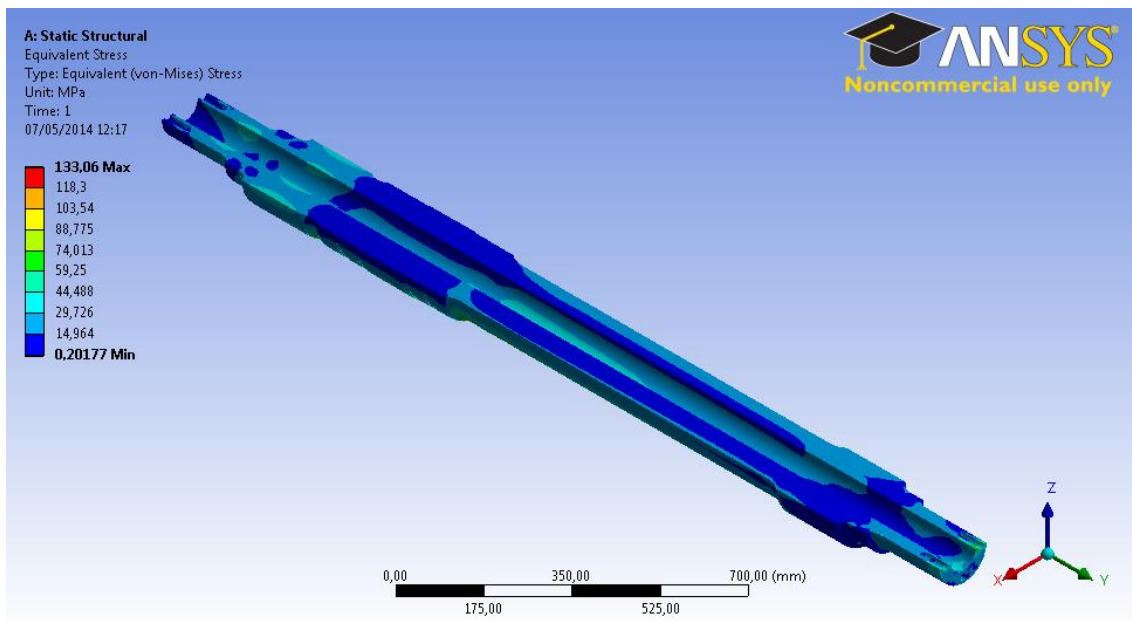
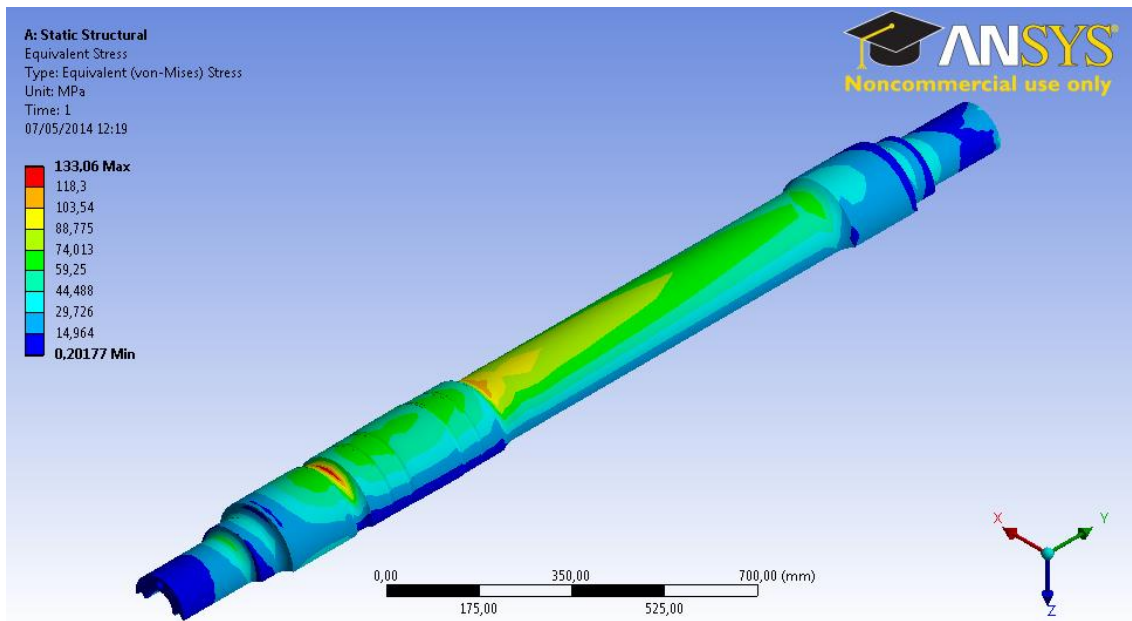


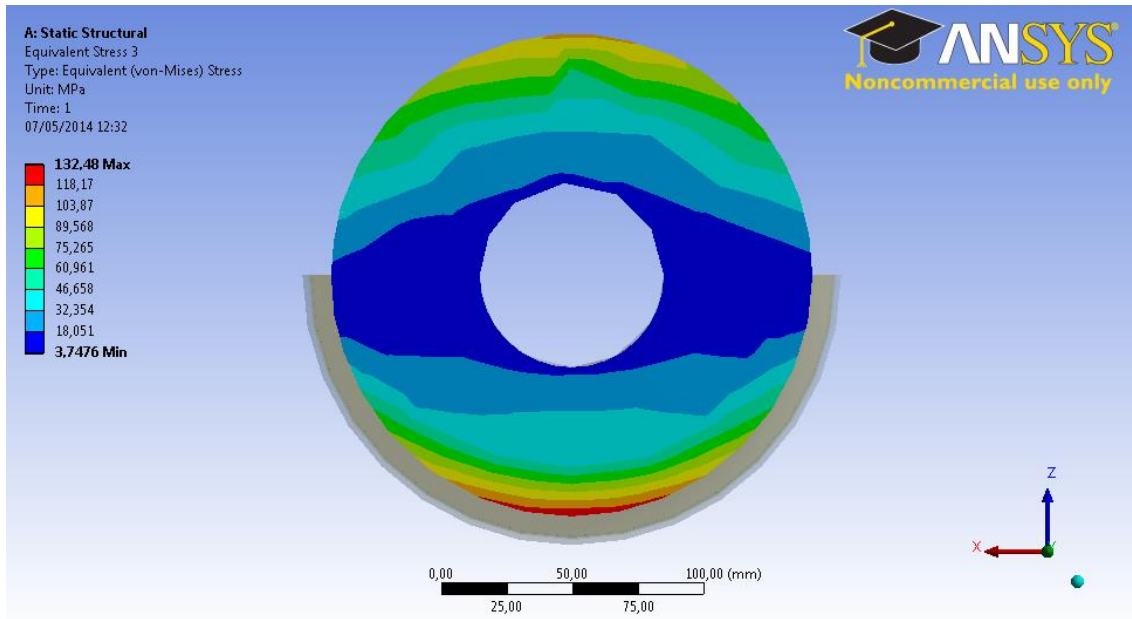
Figura 71. Tensiones en el interior del eje debidas a las masas en movimiento y al frenado



**Figura 72. Tensiones en la superficie del eje debidas a las masas en movimiento y al frenado**

En las dos figuras anteriores se muestran las tensiones de von-Mises en el interior y en la superficie del eje. Las zonas más solicitadas son: la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora y la transición entre la zona de calado de la reductora y el cuerpo del eje.

La sección crítica para esta combinación resulta ser la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora, con un valor de 133.1 MPa. La tensión máxima permitida para esta zona es 145 MPa, por lo tanto el coeficiente de seguridad es 1.09. En la segunda sección crítica la tensión es 113.4 MPa y el coeficiente de seguridad 1.28.



**Figura 73. Distribución de tensiones en la sección crítica debidas a las masas en movimiento y al frenado**

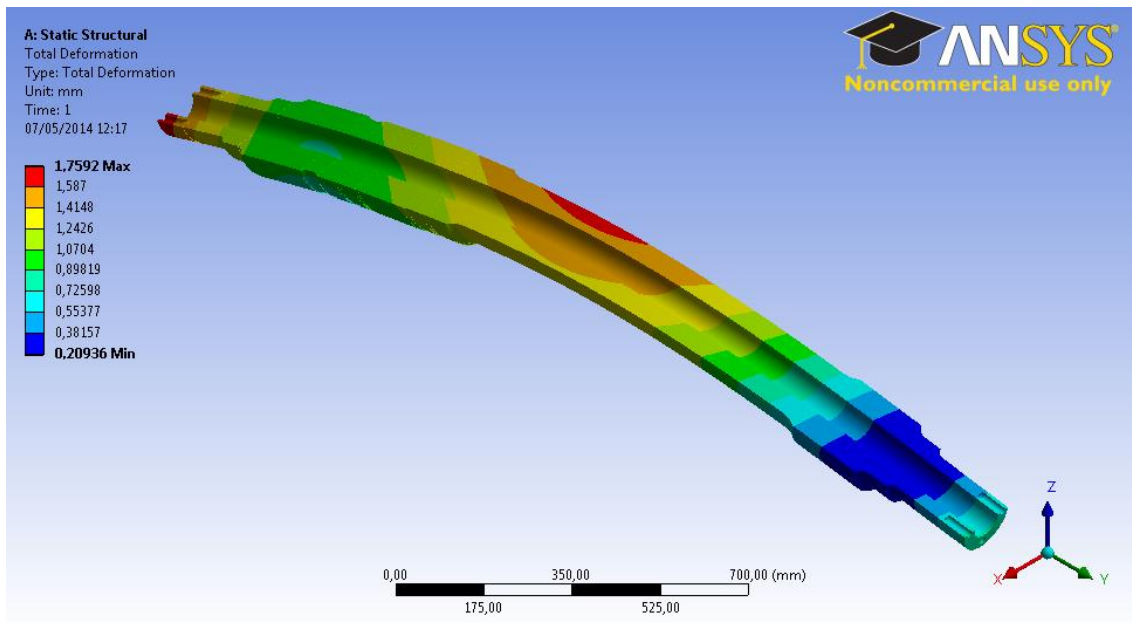
La combinación de fuerza de frenado neumático ( $F_f$ ) y fuerza de frenado eléctrico ( $F_e$ ) utilizada, produce la tensión más desfavorable en el eje. A continuación, se incluye una tabla con el resto de combinaciones estudiadas en función de la velocidad.

| v (km/h) | $F_f$ (N) | $F_e$ (N) | $\sigma$ (Mpa) |
|----------|-----------|-----------|----------------|
| 0        | 14485     | 0         | 127,49         |
| 5        | 984       | 28931     | 133,06         |
| 126      | 2433      | 25826     | 132,43         |
| 175      | 5808      | 18595     | 130,99         |
| 350      | 10147     | 9297      | 129,2          |

**Tabla 21. Combinación de fuerzas de frenado en función de la velocidad y tensión máxima resultante**

Se observa que la combinación más desfavorable corresponde a la velocidad de 5 km/h.

### 7.3.2 Deformación



**Figura 74. Deformación del eje debida a las masas en movimiento y a las fuerzas de frenado**

La mayor deformación se sigue produciendo en el cuerpo del eje, con un valor de 1.7592 mm. En la mangueta más cercana a la reductora la deformación alcanza un valor cercano al máximo, mientras que en la otra mangueta se produce la deformación mínima de 0.2094 mm.



## 8 ANÁLISIS A FATIGA

### 8.1 Curva S-N

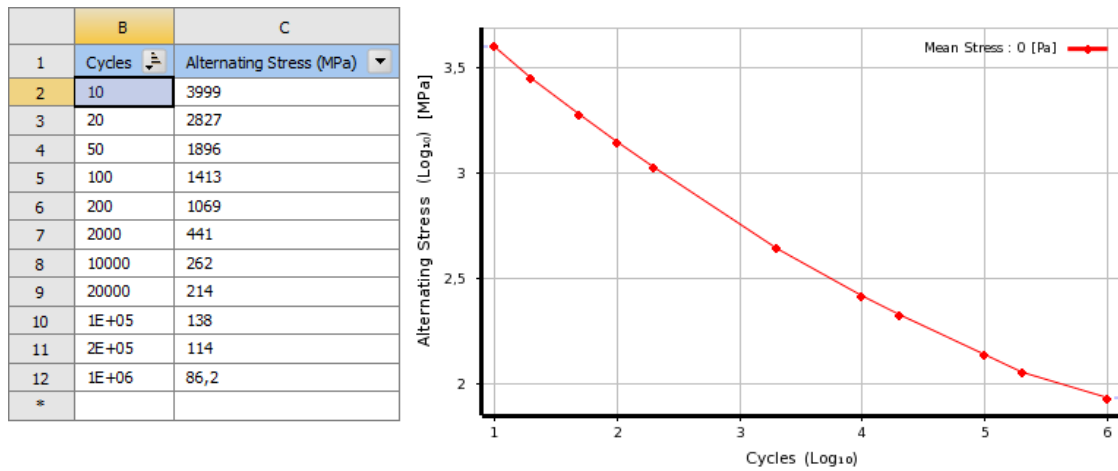


Figura 75. Curva S-N para el acero estructural en ANSYS

La curva S-N que incluye ANSYS para el acero estructural asigna un valor para la zona del límite de fatiga que difiere del que especifica la norma para el acero EA4T. Al utilizar esta curva el número de ciclos que soporta el eje es muy bajo y alejado de la realidad.

Por lo tanto, se ha calculado otra curva S-N a partir del valor del límite de fatiga que especifica la norma, cuyo valor es 350 MPa para  $10^7$  ciclos.

Para el cálculo de la curva se han hecho las siguientes suposiciones:

Cuando se representa en escala logarítmica log-log, una curva S-N puede aproximarse mediante una línea recta como se muestra en la siguiente figura.

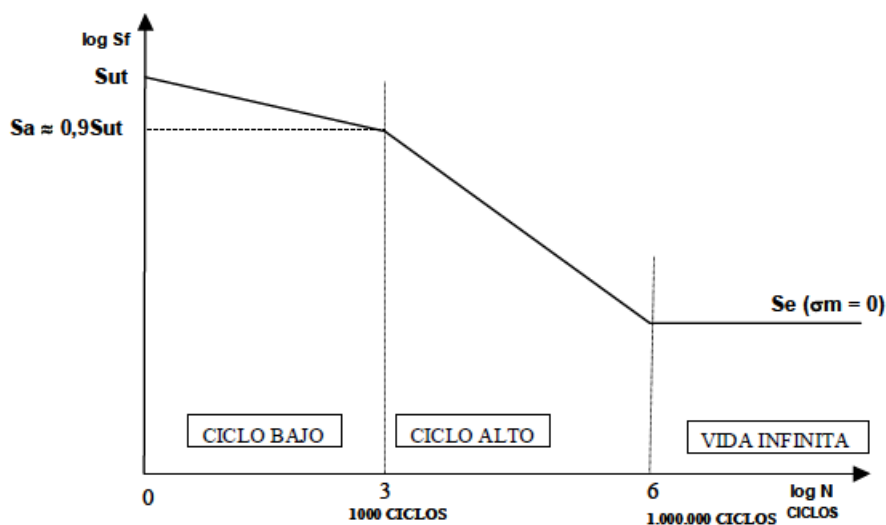


Figura 76. Curva S-N típica para el acero [17]

La curva satisface la siguiente ecuación:

$$N_1 = N_2 \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^{\frac{1}{b}}$$

donde  $b$  es la pendiente de la recta, que puede calcularse de la siguiente forma:

$$b = \frac{-(\log S_1 - \log S_2)}{\log N_2 - \log N_1}$$

La relación entre el límite de fatiga sin corregir  $S_e$  y la resistencia última tracción  $S_{ut}$  varía entre 0.25 y 0.60 dependiendo del tipo de material.

Para el acero, el límite de fatiga puede aproximarse de esta manera:

$$S_e = 0.5 \cdot S_{ut} \quad \text{para } S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$S_e = 700 \text{ MPa} \quad \text{para } S_{ut} > 1400 \text{ MPa}$$

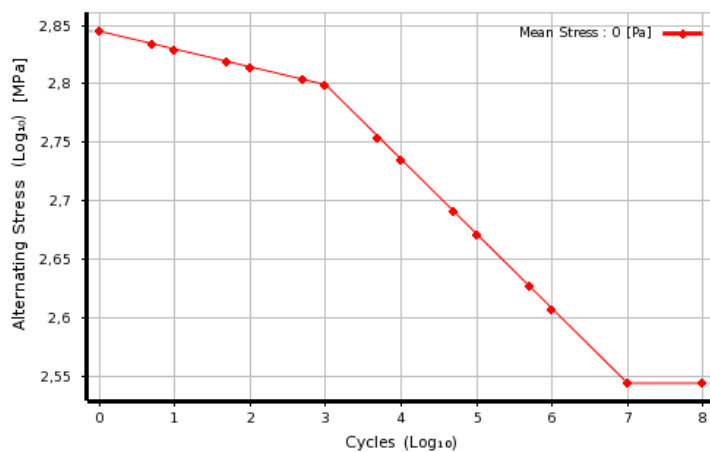
Aparte de estas relaciones, el esfuerzo correspondiente a 1000 ciclos se puede aproximar como:

$$S_{1000} = 0.9 \cdot S_{ut}$$

Utilizando estas aproximaciones, se puede construir una curva S-N uniendo los puntos  $S_{1000}$  con  $S_e$ .

A continuación, se incluye la curva S-N calculada:

|    | B      | C                        |
|----|--------|--------------------------|
| 1  | Cycles | Alternating Stress (MPa) |
| 2  | 1      | 700                      |
| 3  | 5      | 683,03                   |
| 4  | 10     | 675,84                   |
| 5  | 50     | 659,45                   |
| 6  | 100    | 652,52                   |
| 7  | 500    | 636,7                    |
| 8  | 1000   | 630                      |
| 9  | 5000   | 568,5                    |
| 10 | 10000  | 543,9                    |
| 11 | 50000  | 490,81                   |
| 12 | 1E+05  | 469,57                   |
| 13 | 5E+05  | 423,74                   |
| 14 | 1E+06  | 405,4                    |
| 15 | 1E+07  | 350                      |
| *  | 1E+08  | 350                      |



**Figura 77. Curva S-N para el acero EA4T**

## 8.2 Efectos de la tensión media

El intervalo de tensiones es la diferencia algebraica entre la tensión máxima y la mínima en un ciclo:

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

La amplitud de tensión es la mitad del intervalo de tensiones:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

La tensión media es la media algebraica entre la tensión máxima y mínima en el ciclo:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{\max}}{2}$$

Dos relaciones que se utilizan a menudo para representar la tensión media son, la relación de tensiones R y la relación de amplitudes A:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1 - R}{1 + R}$$

Para el caso de un ciclo con inversión completa de carga, el valor de R es igual a -1. Para el caso de carga estática, R es igual a 1. Para un caso donde la tensión media es de tracción e igual que la amplitud de tensión, R es igual a 0.

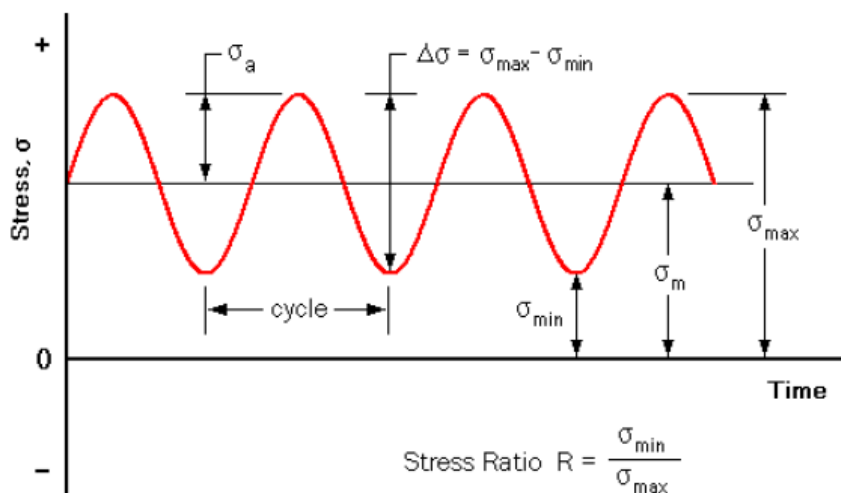
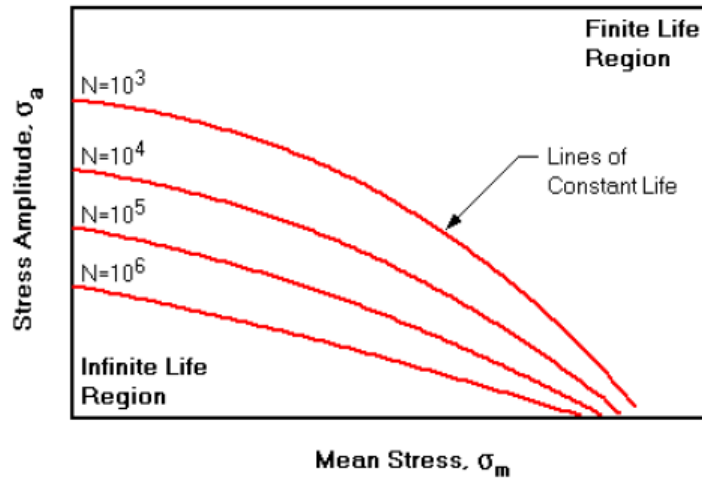


Figura 78. Parámetros típicos para una carga cíclica

Los resultados de un análisis a fatiga utilizando una tensión media diferente de 0 se representan a menudo en un diagrama de Haigh. La tensión media, normalmente de tracción, se representa a lo largo del eje x y la amplitud de la tensión alternante a lo largo del eje y. Las líneas de vida constante se dibujan uniendo los puntos. La región de vida infinita se encuentra por debajo de la curva y la de vida finita por encima de esta.



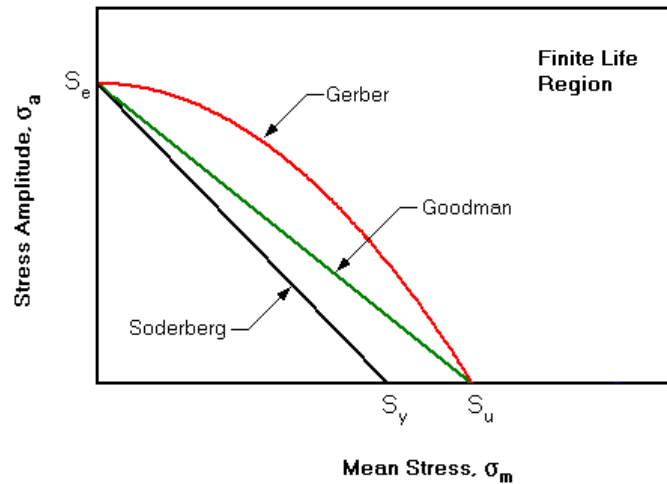
**Figura 79. Ejemplo de un diagrama de Haigh**

Se requiere una gran cantidad de ensayos para obtener un diagrama de Haigh, y normalmente no es práctico generar curvas para todas las combinaciones de tensión media y alternante. Para resolver esta dificultad se han desarrollado diferentes criterios empíricos que relacionan la tensión alternante y media. Estos métodos definen varias curvas que conectan el límite de fatiga en el eje de la tensión alternante con el límite elástico  $S_y$  o la tensión última de rotura  $S_{ut}$  en el eje de la tensión media.

Goodman (Inglaterra, 1899): 
$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

Gerber (Alemania, 1874): 
$$\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

Soderberg (EEUU, 1930): 
$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = 1$$



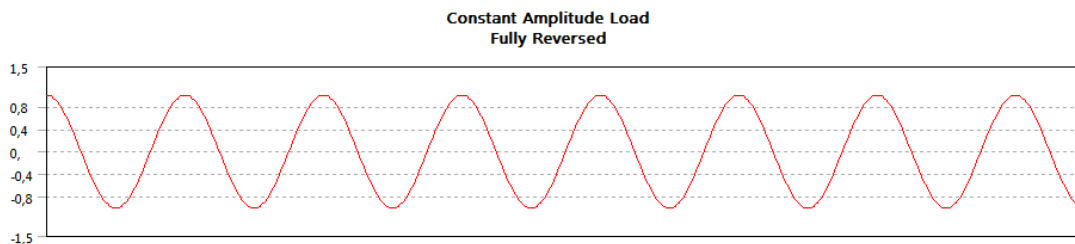
**Figura 80. Comparación de los criterios de fatiga**

Los dos criterios más aceptados son el de Goodman y el de Gerber. La experiencia ha demostrado que los resultados de los ensayos tienden a quedar entre las curvas de Goodman y Gerber. El criterio de Goodman es el más utilizado debido a su simplicidad matemática y a que aporta resultados conservadores.

### 8.3 Relación de tensiones en los ejes ferroviarios

Los ejes ferroviarios típicamente experimentan un esfuerzo de flexión debido al movimiento giratorio del eje, caracterizado por una relación de tensiones de  $R=-1$ , bajo la cual grietas semi-elípticas pueden aparecer en la superficie provocando una rotura del eje. Se han llevado a cabo mediciones de las cargas en servicio de los ejes, obteniéndose una amplia gama de relaciones de esfuerzo desde  $R=0$  hasta  $R=-2$ , e incluso menores. Estos niveles de esfuerzo ocurren en los cambios de agujas y en las curvas y provocan sobrecargas positivas o negativas en la carga de amplitud constante del eje de  $R=-1$ <sup>[18]</sup>.

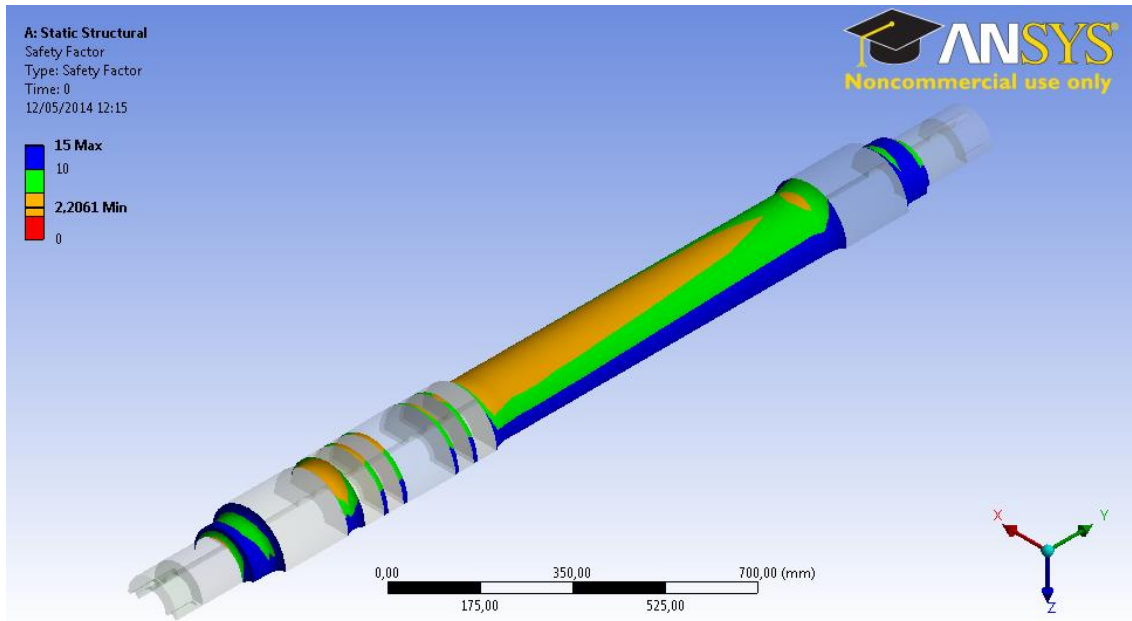
### 8.4 Relación de tensiones $R=-1$



#### 8.4.1 Masas en movimiento

Primero se analizará el efecto que tienen las masas en movimiento sobre la vida a fatiga de las diferentes zonas del eje. Para este análisis se seleccionarán únicamente las zonas del eje que han de ser estudiadas en cada caso. Esto es posible gracias a que el eje ha sido dividido previamente en “bodies”.

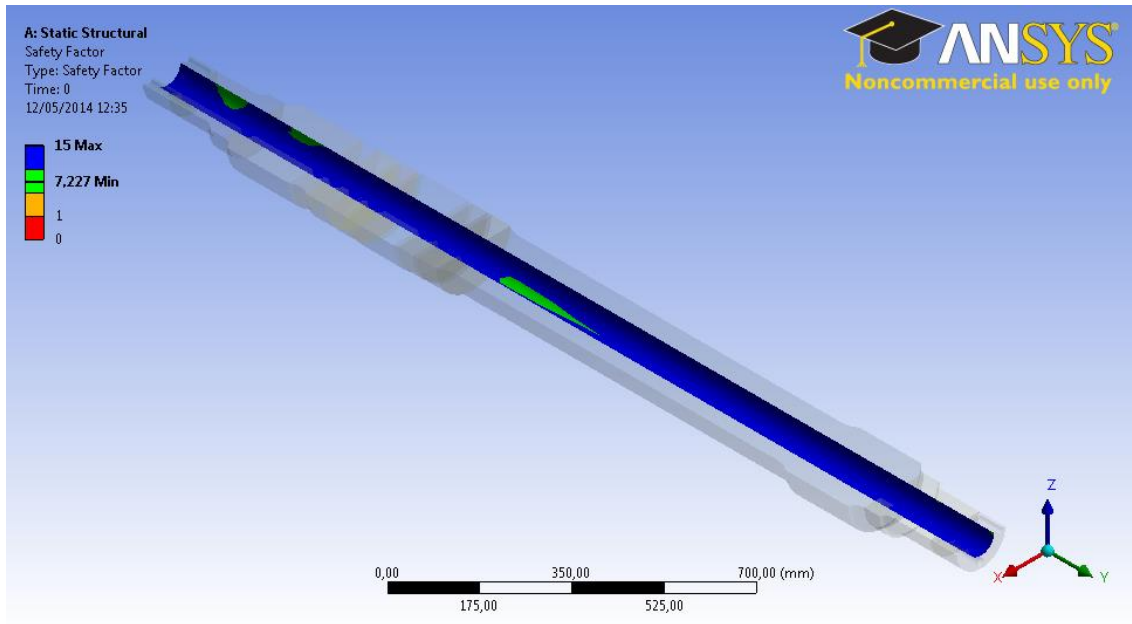
### 8.4.1.1 Fuera de la zona de calado



**Figura 81. Coeficiente de seguridad fuera de la zona de calado para las masas en movimiento, con  $R=-1$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad de las diferentes partes con un valor mínimo de 2.21 para las más desfavorables y un valor máximo de 15 para las menos solicitadas. La norma exige un coeficiente de seguridad para esta zona de 1.46. Debido a que el coeficiente de seguridad mínimo es mayor que 1, no se incluye la figura con el número de ciclos que soporta el eje, ya que todas las partes tendrían una vida de  $10^7$  ciclos como mínimo.

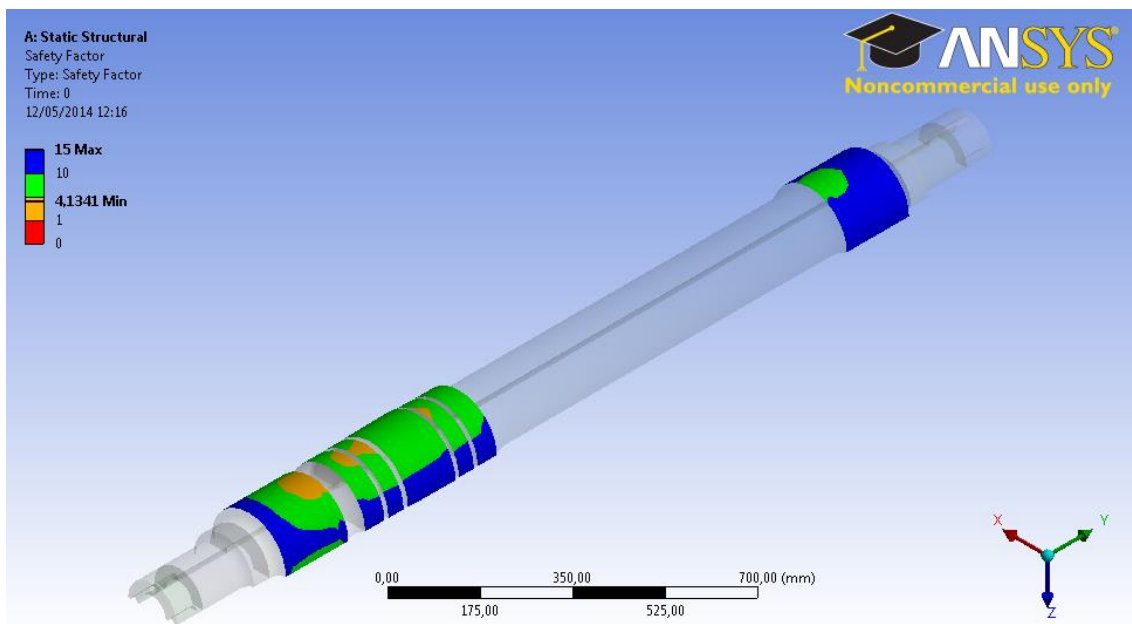
### 8.4.1.2 Superficie interior del hueco



**Figura 82. Coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco para las masas en movimiento, con  $R=-1$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad para toda la superficie interior del hueco. Las zonas más desfavorables tienen un coeficiente de seguridad de 7.23, mientras que las zonas menos solicitadas alcanzan el valor máximo de 15. La norma exige un coeficiente de seguridad para esta zona de 3.65.

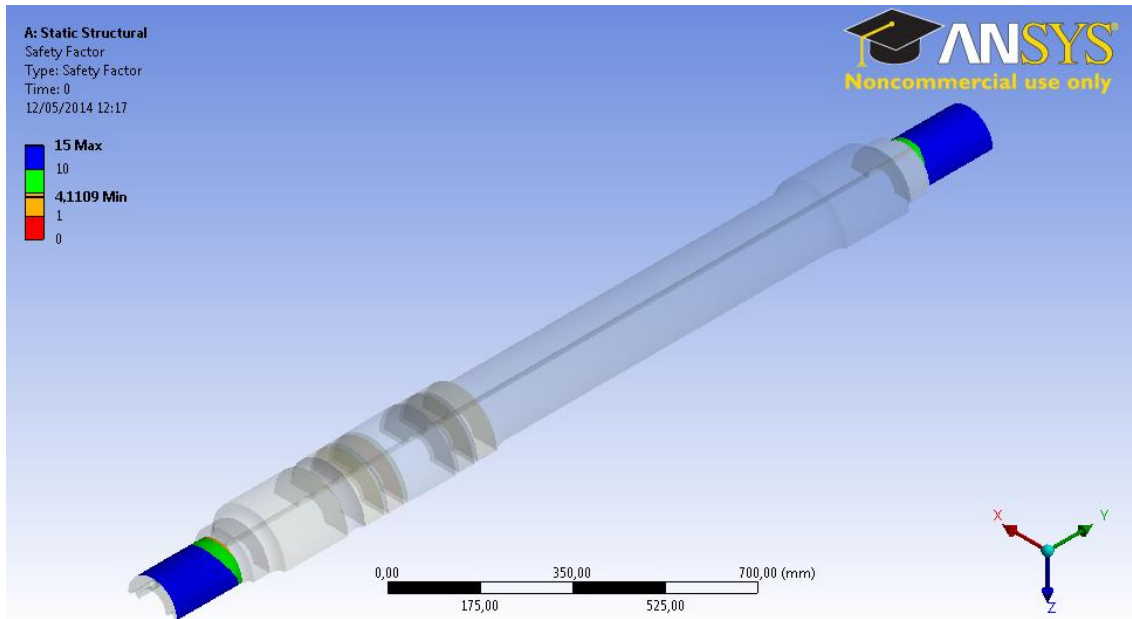
### 8.4.1.3 Zonas de calado, excepto las manguetas



**Figura 83. Coeficiente de seguridad en las zonas de calado, excepto en las manguetas para las masas en movimiento, con  $R=-1$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad para todas las zonas de calado exceptuando las manguetas. Las zonas más desfavorables tienen un coeficiente de seguridad de 4.13. Se observa que en la mangueta más cercana a la reductora el coeficiente de seguridad es menor que en la otra. Esto es debido a que la primera está más cargada que la otra. En las cinco zonas de calado de la reductora el coeficiente de seguridad varía entre 4.13 y 15. La norma exige un coeficiente de seguridad para esta zona de 2.65.

#### 8.4.1.4 Zona de calado en la mangueta



**Figura 84. Coeficiente de seguridad en las manguetas para las masas en movimiento, con  $R=-1$**

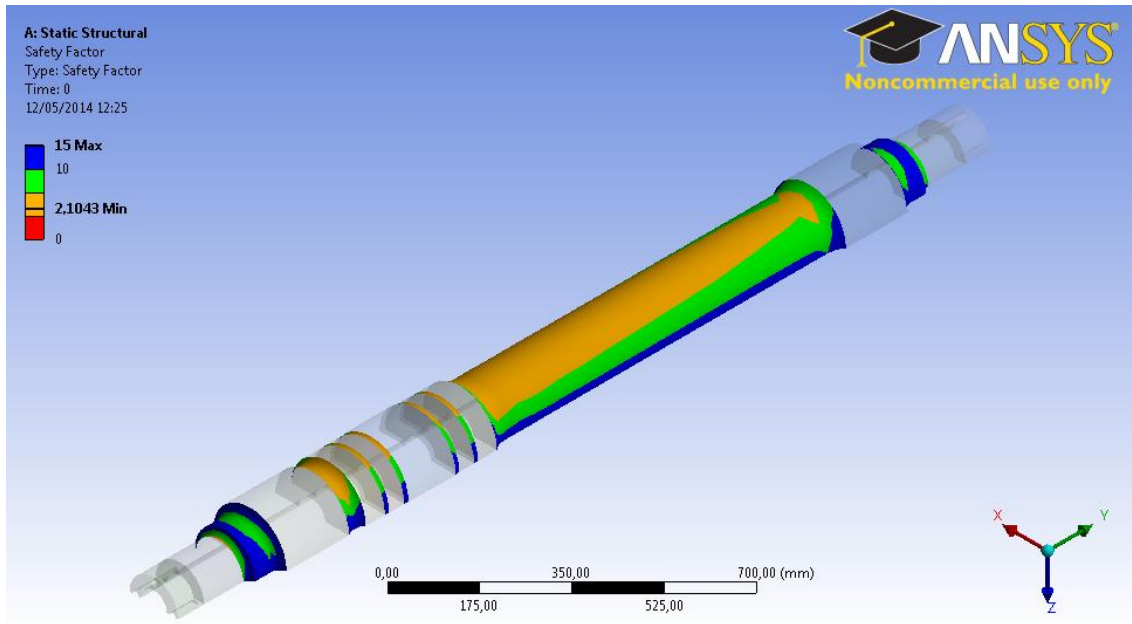
En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en las dos manguetas. La zona más desfavorable de cada una resulta ser la transición entre la mangueta y la zona de calado del rodamiento. El coeficiente de seguridad en la zona más desfavorable es 4.11, mientras que en cada extremo alcanza el valor de 15. La norma exige un coeficiente de seguridad para esta zona de 3.10.

#### 8.4.2 Masas en movimiento y frenado

A continuación, se analizará el efecto del frenado unido al de las masas en movimiento. Se analizarán las mismas zonas que en el caso anterior.



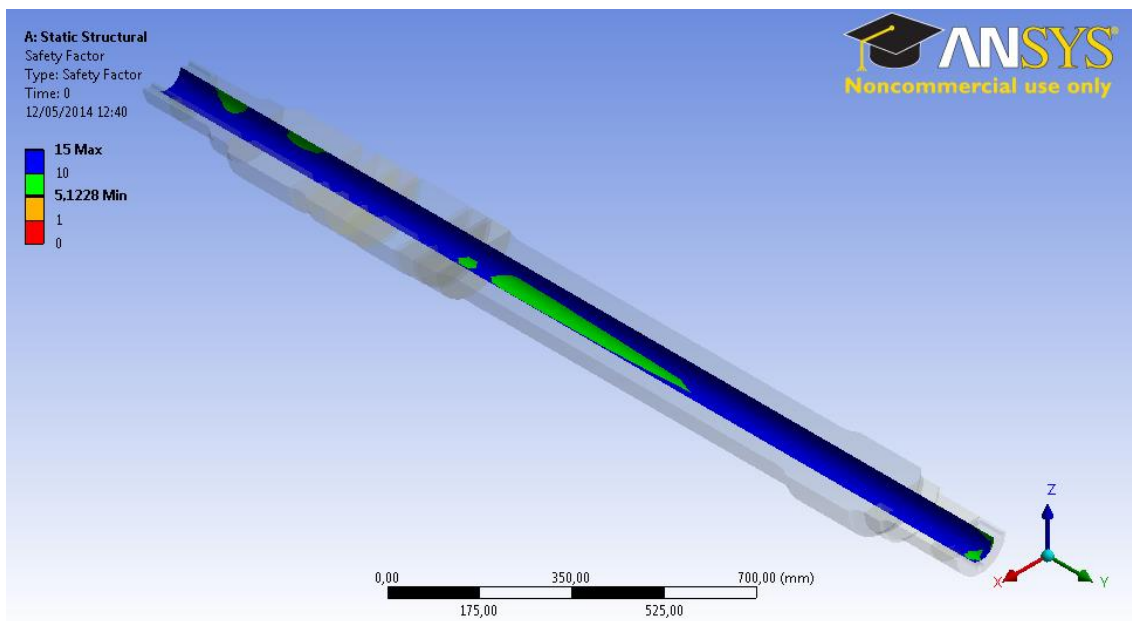
### 8.4.2.1 Fuera de la zona de calado



**Figura 85. Coeficiente de seguridad fuera de la zona de calado para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-1$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad fuera de las zonas de calado. El efecto de las fuerzas de frenado unidas a las masas en movimiento hace que todas las zonas estén más solicitadas que en el caso anterior. Debido a esto, en la transición antes mencionada el coeficiente de seguridad ha disminuido hasta 2.10.

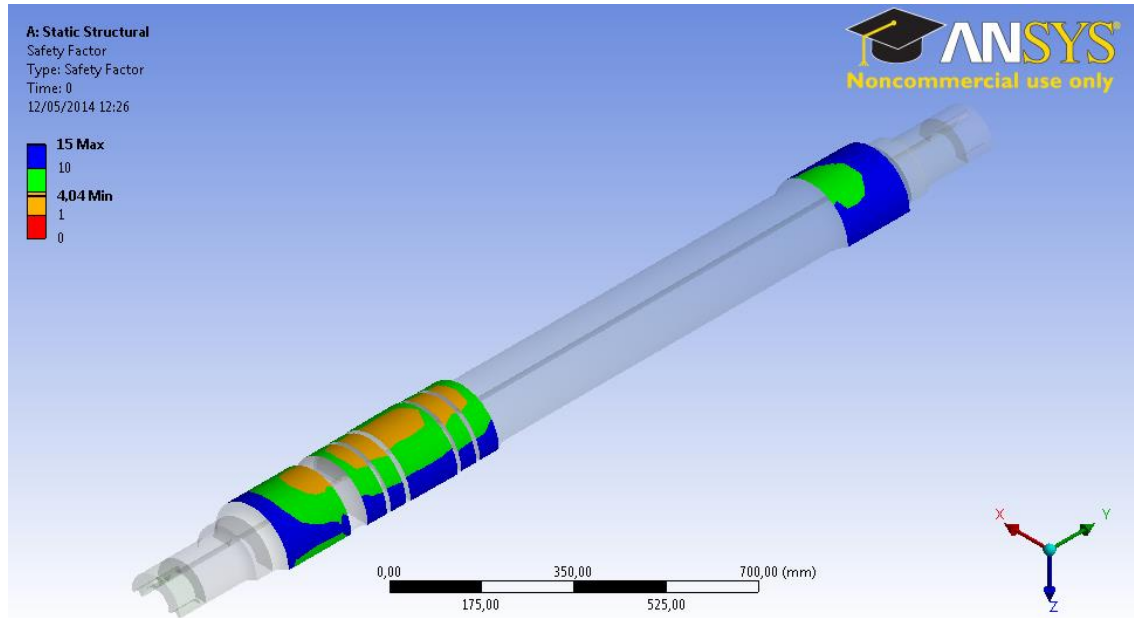
### 8.4.2.2 Superficie interior del hueco



**Figura 86. Coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-1$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco. En este caso, el coeficiente de seguridad es 5.12, apreciablemente menor que en el caso anterior, 7.23. Al aproximarse a los extremos del eje estos están menos solicitados y el coeficiente de seguridad aumenta hasta 15.

#### 8.4.2.3 Zonas de calado, excepto las manguetas



**Figura 87. Coeficiente de seguridad en las zonas de calado, excepto en las manguetas para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-1$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en las zonas de calado de las ruedas y de la reductora. En este caso, todas las zonas están más solicitadas que teniendo en cuenta únicamente el efecto de las masas en movimiento. El coeficiente de seguridad alcanza su valor mínimo en la zona de calado de la rueda más próxima a la reductora y en las zonas de calado de la reductora, con un valor de 4.04.

### 8.4.2.4 Zona de calado en la mangueta

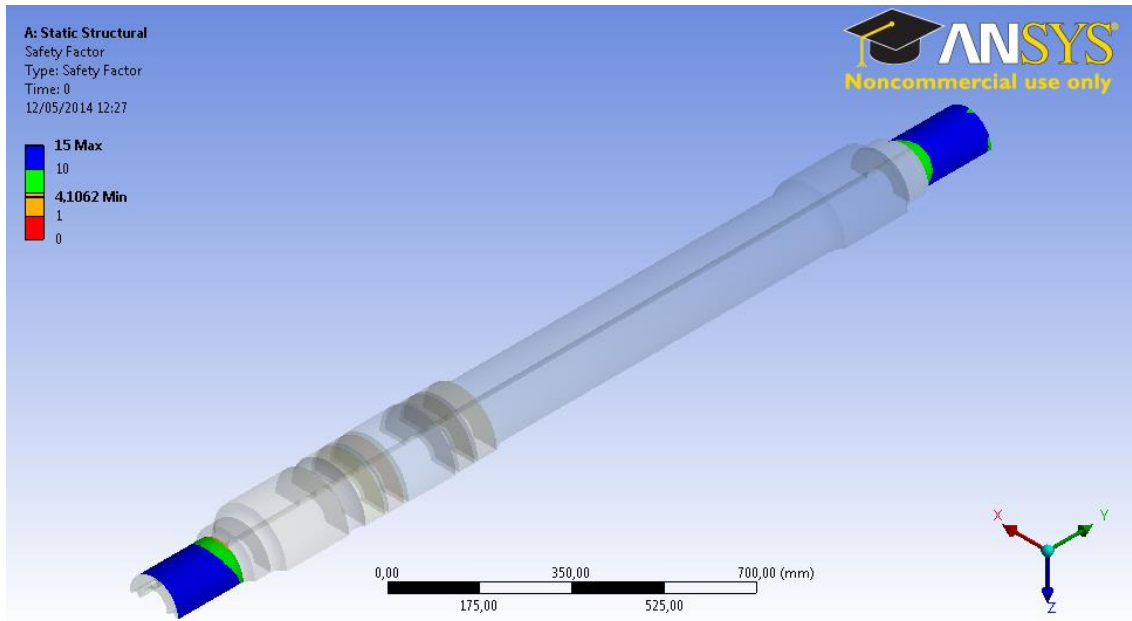
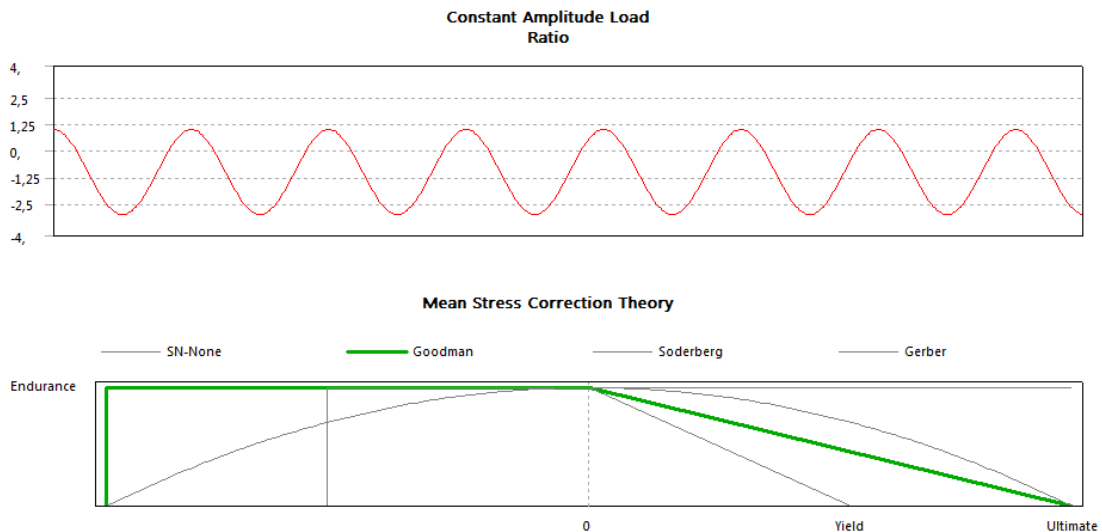


Figura 88. Coeficiente de seguridad en las manguetas para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-1$

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en las dos manguetas. La zona más desfavorable de cada una resulta ser la transición entre la mangueta y la zona de calado del rodamiento. El coeficiente de seguridad en la zona más desfavorable es 4.11, mientras que en cada extremo alcanza el valor de 15.

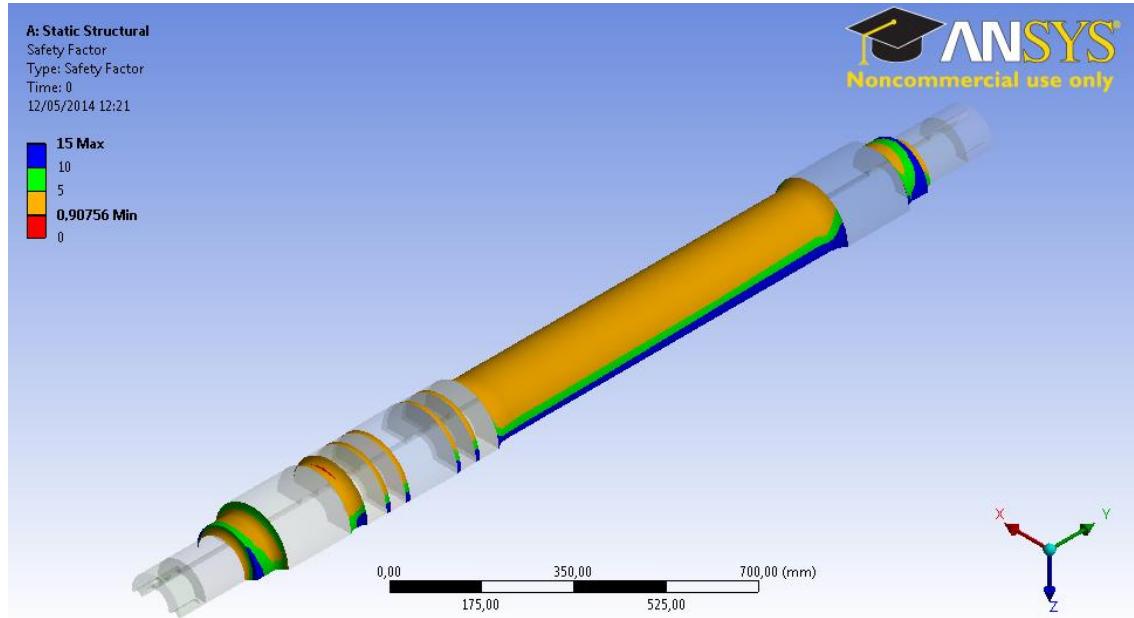
### 8.5 Relación de tensiones $R=-3$



En el siguiente análisis se someterá al eje a una carga con esfuerzo medio no nulo. Por lo tanto, seleccionando una relación de esfuerzos  $R=-3$  se podrá determinar el efecto que la componente media de la tensión tiene sobre el eje. Para calcular el efecto de la tensión media se ha escogido el criterio de Goodman.

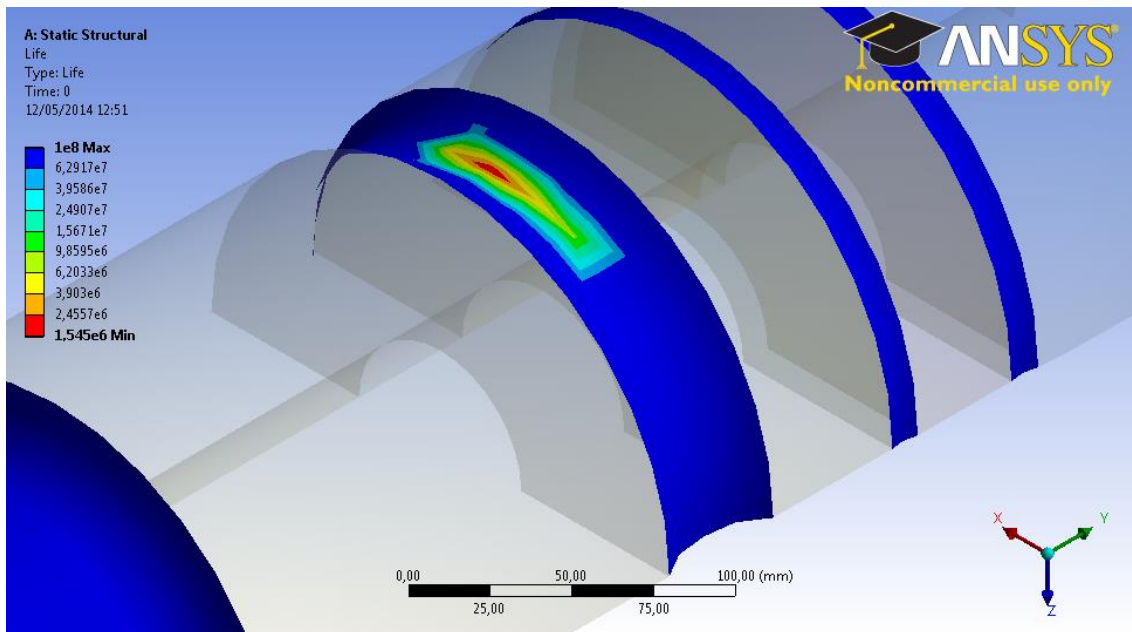
## 8.5.1 Masas en movimiento

### 8.5.1.1 Fuera de la zona de calado



**Figura 89. Coeficiente de seguridad fuera de la zona de calado para las masas en movimiento, con  $R=-3$**

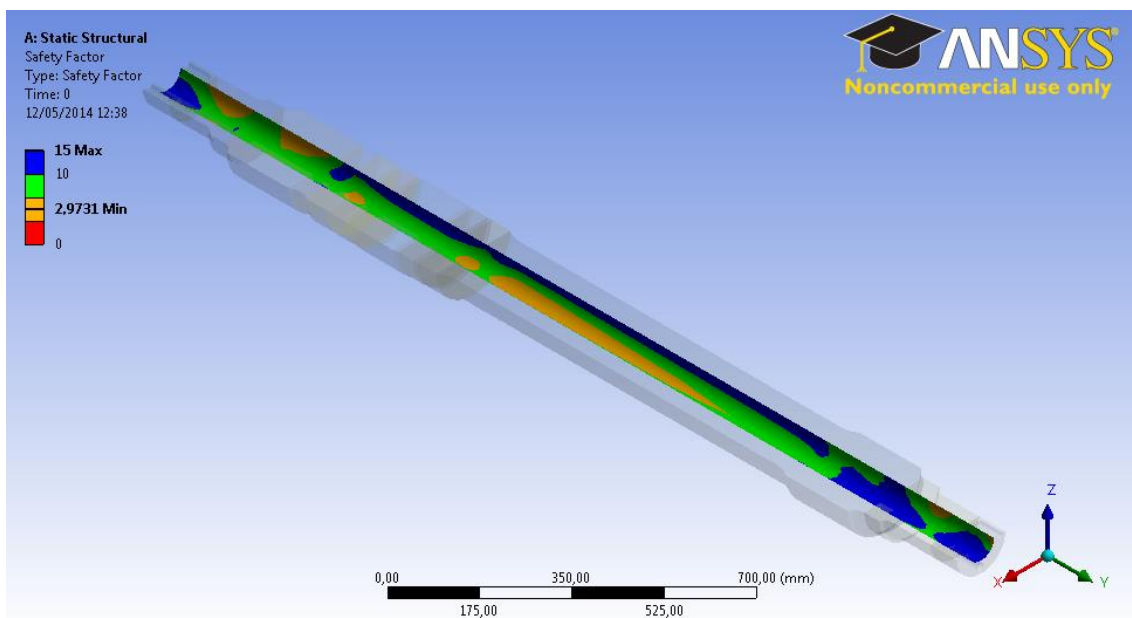
En la figura se muestra el coeficiente de seguridad fuera de las zonas de calado. Todas las zonas presentan un coeficiente de seguridad mayor que 1, salvo la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora con un valor de 0.91. Al ser menor que 1 el eje ya no tendrá vida infinita. En la siguiente figura se muestra el número de ciclos que soporta el eje hasta el fallo en la zona estudiada.



**Figura 90. Vida de la sección crítica fuera de la zona de calado para las masas en movimiento, con R=-3**

La vida en la sección crítica es  $1.545 \cdot 10^6$  ciclos. Teniendo en cuenta que cada ciclo representa una vuelta completa del eje, y que el diámetro de la rueda es 920 mm el número de kilómetros recorridos hasta el fallo es 4465. Este valor es inferior a 30.000 km, que es la distancia máxima recorrida entre cada inspección del eje.

### 8.5.1.2 Superficie interior del hueco

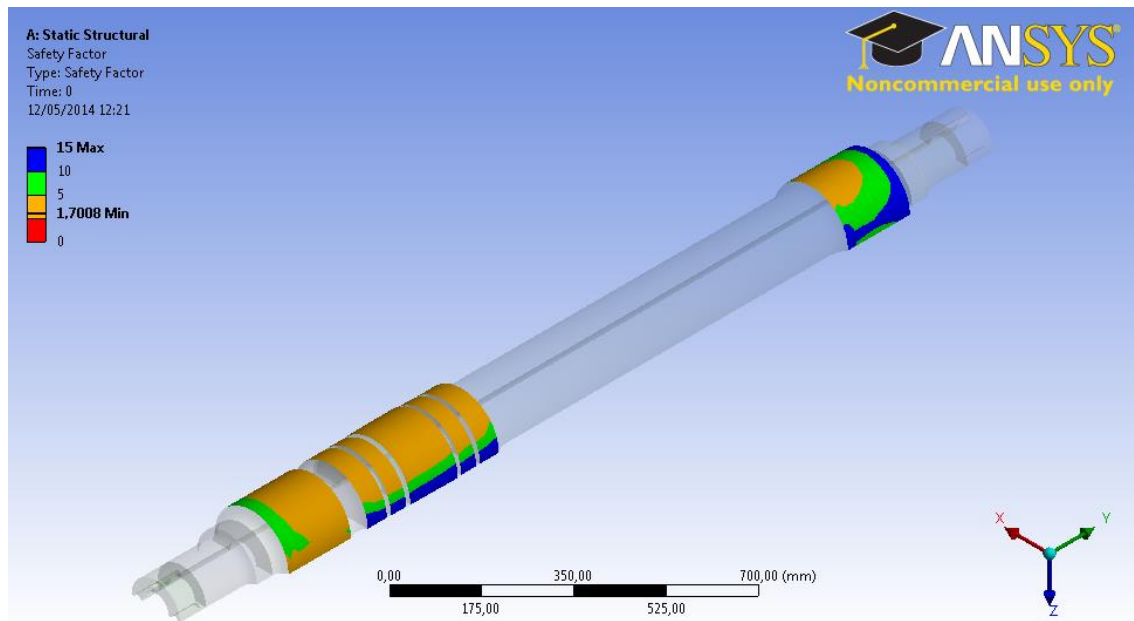


**Figura 91. Coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco para las masas en movimiento, con R=-3**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad de la superficie interior del hueco. El valor del coeficiente de seguridad en las zonas más desfavorables es 2.97. Se observa

que las zonas más desfavorables se corresponden con las curvas de transición entre las diferentes zonas de calado.

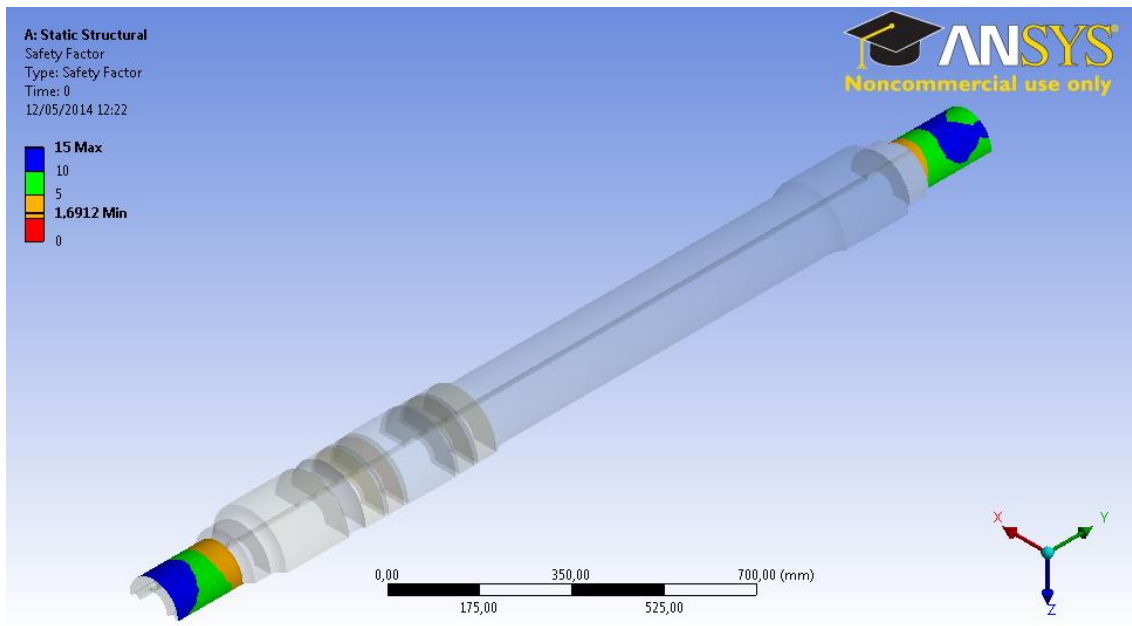
### 8.5.1.3 Zonas de calado, excepto las manguetas



**Figura 92. Coeficiente de seguridad en las zonas de calado, excepto en las manguetas para las masas en movimiento, con  $R=3$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en las zonas de calado exceptuando las manguetas. El valor del coeficiente de seguridad en las zonas más desfavorables es 1.70.

### 8.5.1.4 Zona de calado en la mangueta

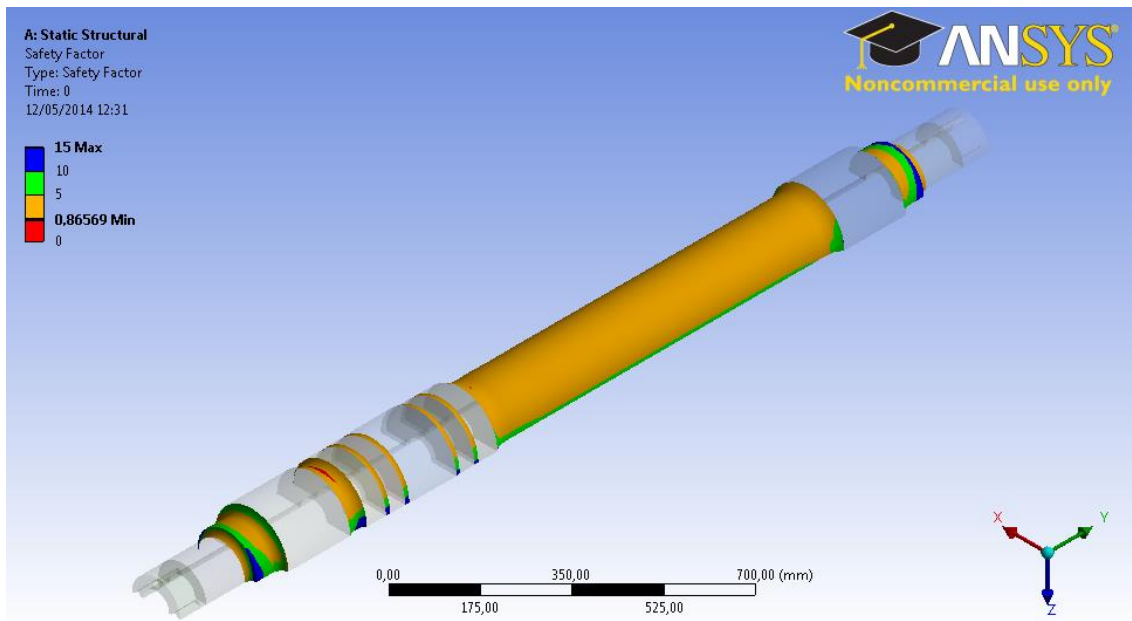


**Figura 93. Coeficiente de seguridad en las manguetas para las masas en movimiento, con  $R=3$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en la zona de calado de las manguetas. El valor del coeficiente de seguridad en las zonas más desfavorables es 1.69. Las dos zonas más desfavorables son la transición entre cada mangueta y la zona de calado del rodamiento.

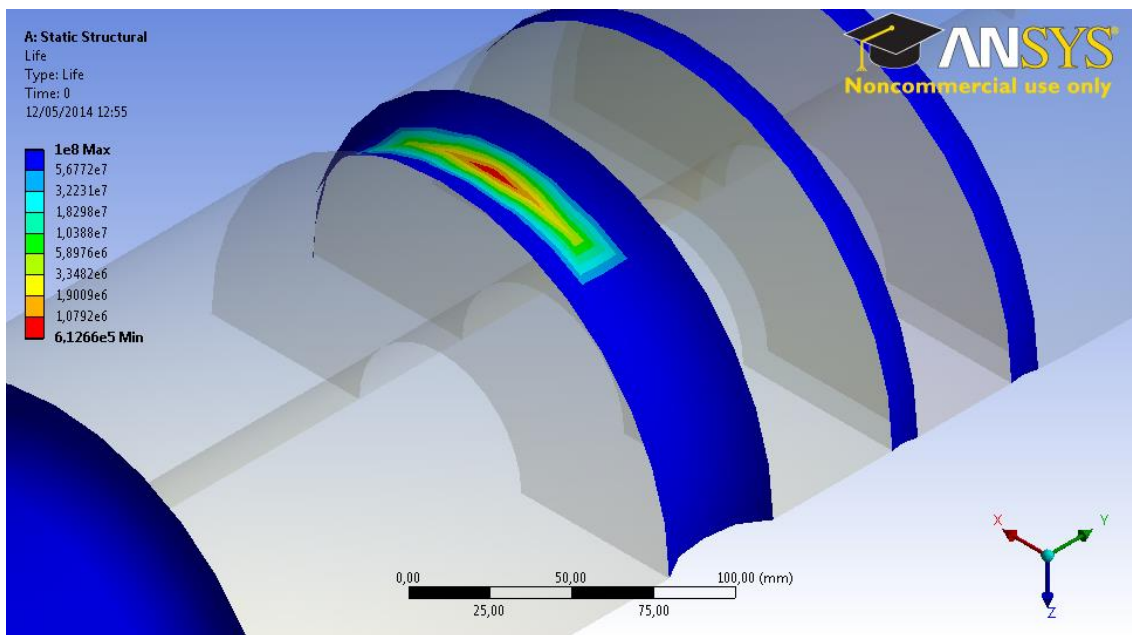
## 8.5.2 Masas en movimiento y frenado

### 8.5.2.1 Fuera de la zona de calado



**Figura 94. Coeficiente de seguridad fuera de la zona de calado para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-3$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad fuera de las zonas de calado. El valor del coeficiente de seguridad en la zona más desfavorable es 0.87. Las zonas más desfavorables son, la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora y la transición entre la zona de calado de la reductora y el cuerpo del eje.

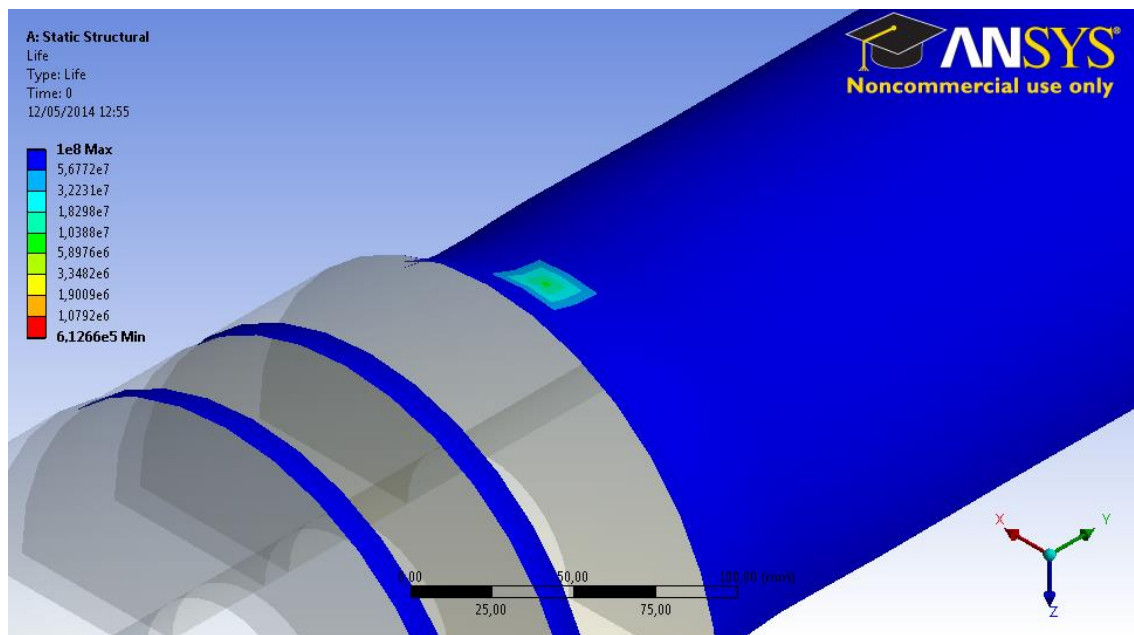


**Figura 95. Vida de la sección crítica en la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-3$**



En la figura se muestra el número de ciclos que soporta la sección estudiada hasta el fallo. El fallo se produce al cabo de  $6.1266 \cdot 10^5$  ciclos, que se corresponde con 1771 km recorridos.

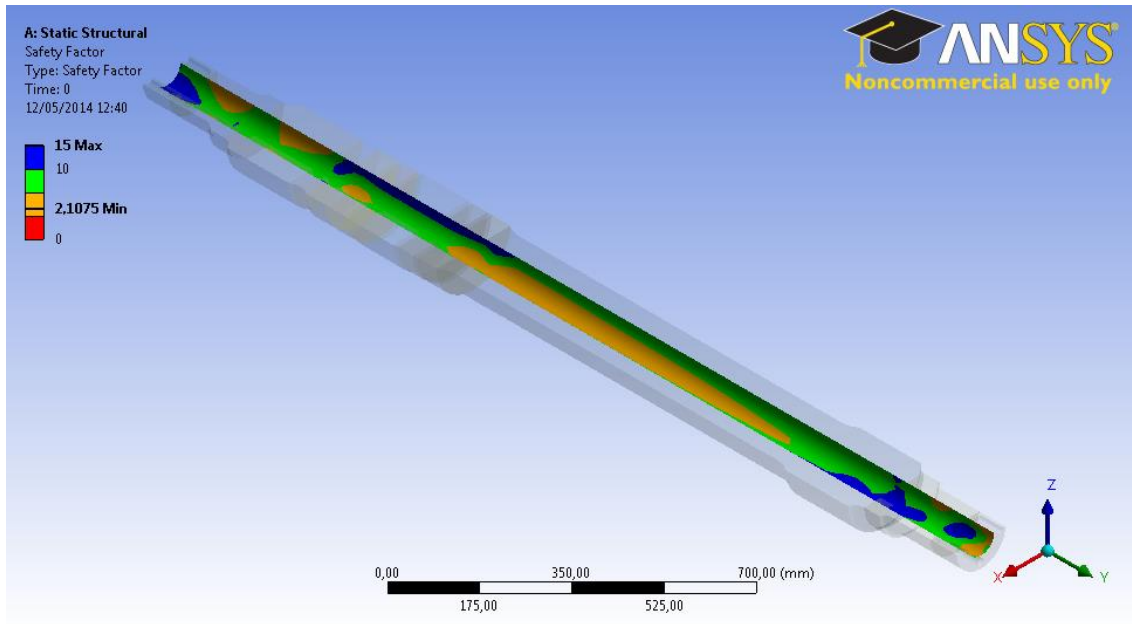
En esta sección se observa que el número de ciclos que resiste el eje hasta el fallo es alarmantemente bajo. Hay que tener en cuenta que en este caso se está sometiendo al eje a unas tensiones que son 3 veces mayores que la tensión máxima que el eje soporta debida a la carga máxima.



**Figura 96. Vida de la sección crítica en la transición entre la zona de calado de la reductora y el cuerpo del eje para las masas en movimiento y el frenado, con R=-3**

En la figura se muestra el número de ciclos que soporta la sección estudiada hasta el fallo. El fallo se produce al cabo de  $1.0388 \cdot 10^7$  ciclos, que se corresponde con 30024 km recorridos.

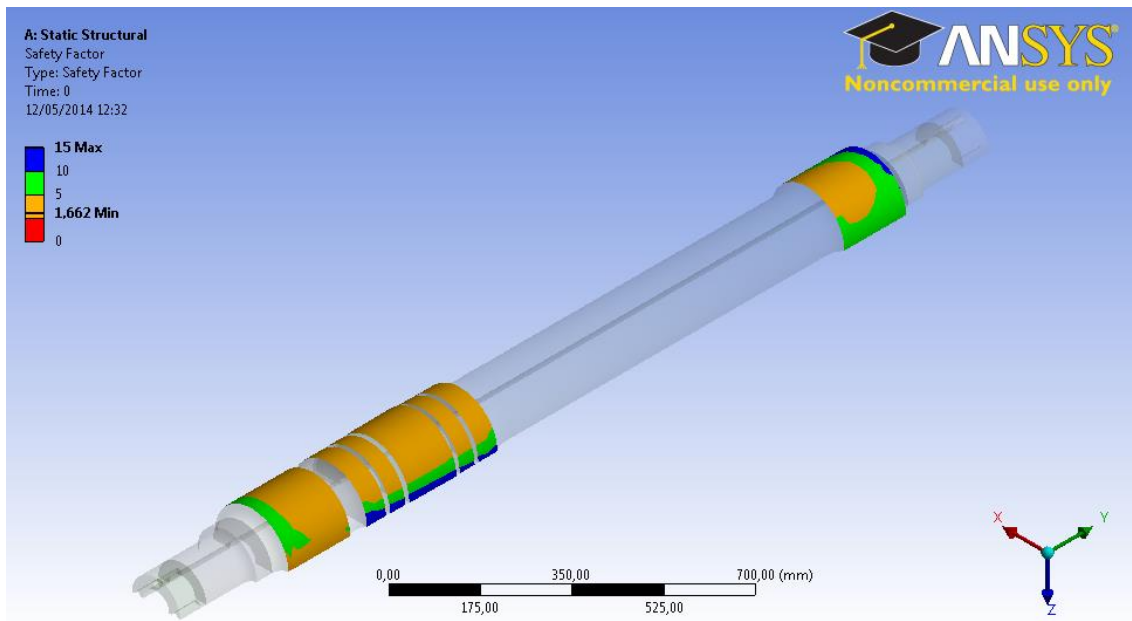
### 8.5.2.2 Superficie interior del hueco



**Figura 97. Coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-3$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en la superficie interior del hueco. Se observa que las regiones más solicitadas son las transiciones entre las diferentes zonas y el cuerpo del eje. El coeficiente de seguridad en las zonas más desfavorables es 2.11.

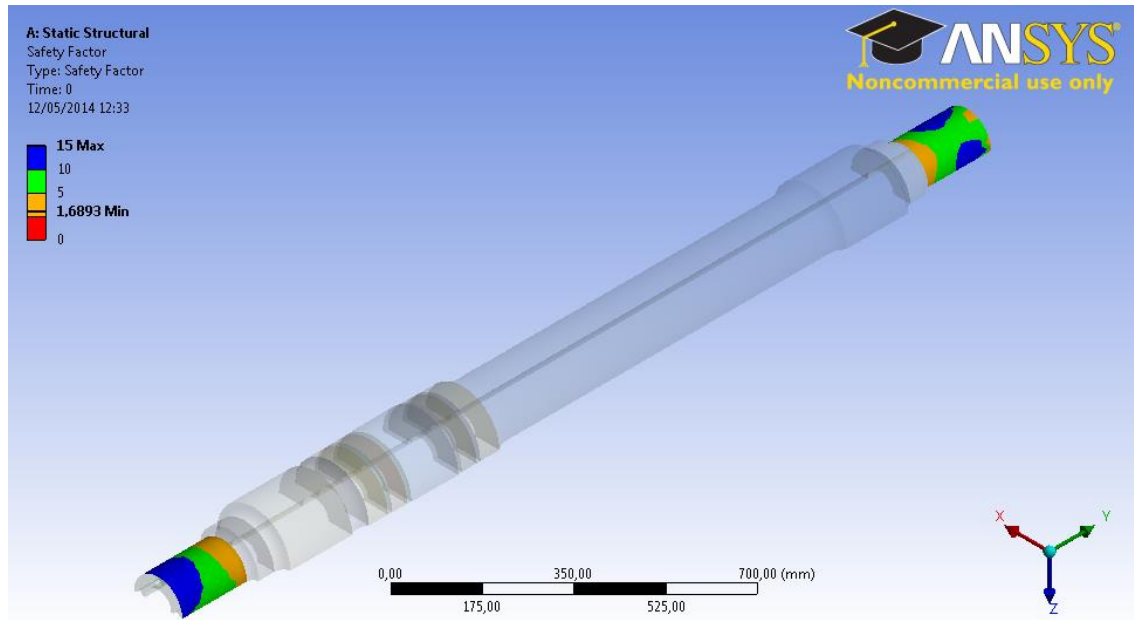
### 8.5.2.3 Zonas de calado, excepto las manguetas



**Figura 98. Coeficiente de seguridad en las zonas de calado, excepto en las manguetas para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-3$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en las zonas de calado exceptuando las manguetas. El valor mínimo del coeficiente de seguridad se encuentra en la zona de calado de las ruedas y en las zonas de calado de la reductora, con un valor de 1.66.

#### 8.5.2.4 Zona de calado en la mangueta



**Figura 99. Coeficiente de seguridad en las manguetas para las masas en movimiento y el frenado, con  $R=-3$**

En la figura se muestra el coeficiente de seguridad en la zona de calado de las manguetas. Los extremos de las manguetas se encuentran poco solicitados, mientras que en la zona próxima a la transición entre la mangueta y la zona de calado del rodamiento, el coeficiente de seguridad es mínimo con un valor de 1.69.

## 9 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En este apartado se compararán los valores de los coeficientes de seguridad obtenidos con ANSYS con los calculados mediante la norma.

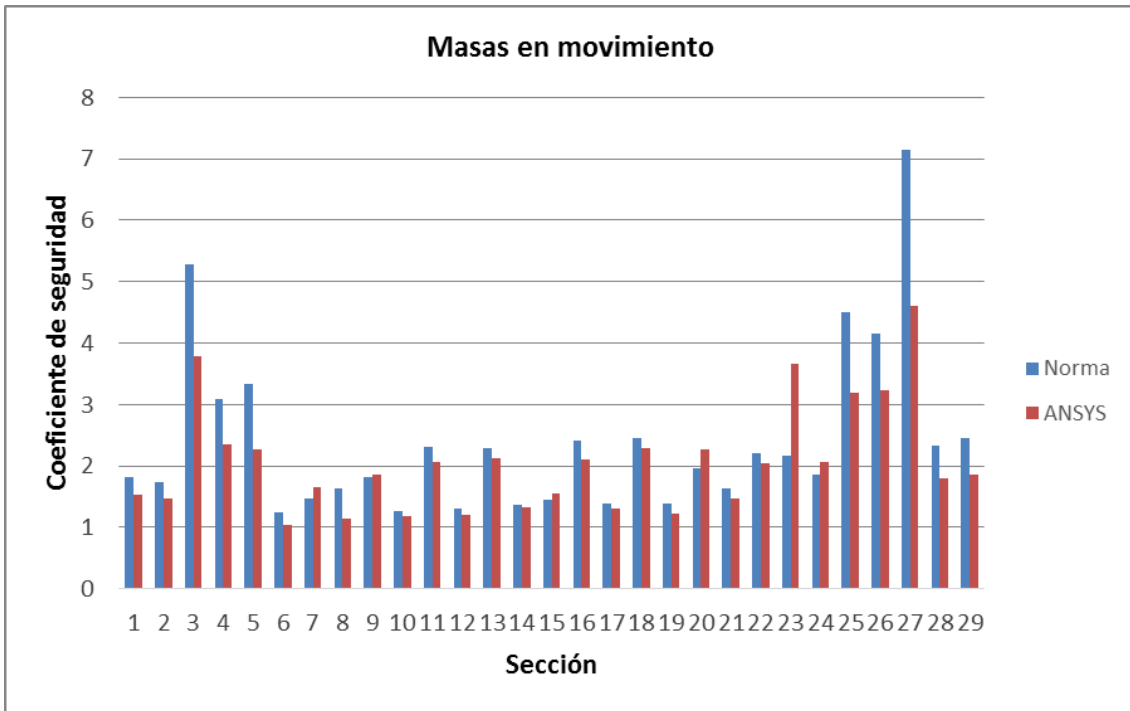
Se compararán dos casos:

- Masas en movimiento.
- Masas en movimiento y frenado.

### 9.1 Masas en movimiento

| Sección | Norma | ANSYS |
|---------|-------|-------|
| 1       | 1,82  | 1,54  |
| 2       | 1,73  | 1,47  |
| 3       | 5,29  | 3,78  |
| 4       | 3,08  | 2,35  |
| 5       | 3,34  | 2,27  |
| 6       | 1,24  | 1,03  |
| 7       | 1,48  | 1,65  |
| 8       | 1,64  | 1,15  |
| 9       | 1,81  | 1,87  |
| 10      | 1,27  | 1,18  |
| 11      | 2,31  | 2,07  |
| 12      | 1,3   | 1,2   |
| 13      | 2,28  | 2,13  |
| 14      | 1,37  | 1,32  |
| 15      | 1,46  | 1,56  |
| 16      | 2,42  | 2,1   |
| 17      | 1,38  | 1,31  |
| 18      | 2,46  | 2,29  |
| 19      | 1,38  | 1,22  |
| 20      | 1,96  | 2,27  |
| 21      | 1,64  | 1,47  |
| 22      | 2,2   | 2,04  |
| 23      | 2,16  | 3,66  |
| 24      | 1,87  | 2,07  |
| 25      | 4,51  | 3,19  |
| 26      | 4,16  | 3,24  |
| 27      | 7,14  | 4,6   |
| 28      | 2,33  | 1,79  |
| 29      | 2,45  | 1,85  |

**Tabla 22. Coeficientes de seguridad en cada sección según la norma y ANSYS para las masas en movimiento**



**Figura 100. Comparación de los coeficientes de seguridad en cada sección según la norma y ANSYS para las masas en movimiento**

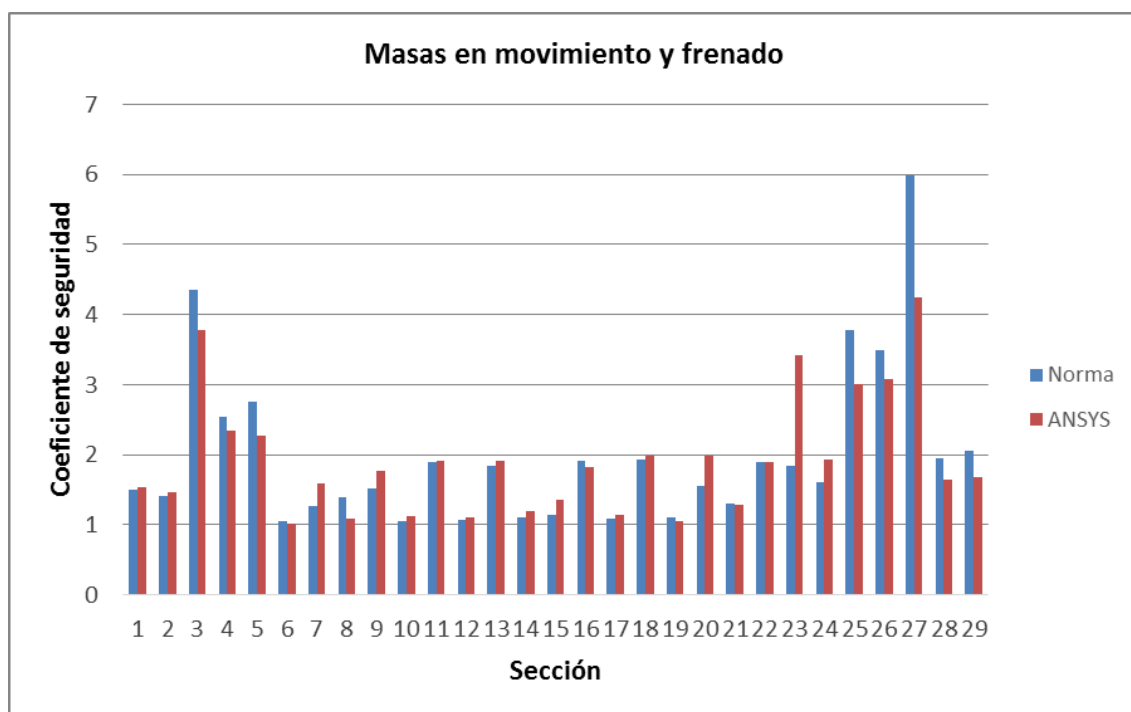
Comparando los valores de las masas en movimiento, se observa que los coeficientes de seguridad calculados con ANSYS son similares a los calculados con la norma, exceptuando los de las secciones 3, 4, 5, 25, 26 y 27. Esta diferencia es debida a la forma en la cual ANSYS calcula el factor de concentración de tensiones, que es mayor que en la norma. La diferencia que se observa entre los valores de la sección 23 parece ser debida a la geometría del mallado, que no tiene suficiente precisión.

## 9.2 Masas en movimiento y frenado

| Sección | Norma | ANSYS |
|---------|-------|-------|
| 1       | 1,5   | 1,54  |
| 2       | 1,42  | 1,47  |
| 3       | 4,36  | 3,78  |
| 4       | 2,54  | 2,35  |
| 5       | 2,75  | 2,27  |
| 6       | 1,06  | 1,01  |
| 7       | 1,26  | 1,59  |
| 8       | 1,39  | 1,09  |
| 9       | 1,52  | 1,77  |
| 10      | 1,06  | 1,12  |
| 11      | 1,9   | 1,91  |
| 12      | 1,07  | 1,1   |
| 13      | 1,84  | 1,92  |
| 14      | 1,1   | 1,19  |
| 15      | 1,15  | 1,36  |
| 16      | 1,91  | 1,83  |
| 17      | 1,09  | 1,14  |

|    |      |      |
|----|------|------|
| 18 | 1,94 | 1,99 |
| 19 | 1,1  | 1,06 |
| 20 | 1,56 | 1,98 |
| 21 | 1,3  | 1,28 |
| 22 | 1,89 | 1,9  |
| 23 | 1,85 | 3,42 |
| 24 | 1,61 | 1,94 |
| 25 | 3,78 | 3,01 |
| 26 | 3,49 | 3,08 |
| 27 | 5,98 | 4,25 |
| 28 | 1,95 | 1,64 |
| 29 | 2,05 | 1,69 |

**Tabla 23. Coeficientes de seguridad en cada sección según la norma y ANSYS para las masas en movimiento y el frenado**



**Figura 101. Comparación de los coeficientes de seguridad en cada sección según la norma y ANSYS para las masas en movimiento y el frenado**

Comparando los valores de las masas en movimiento y el frenado, se observan las mismas diferencias que en el caso anterior.

# **Capítulo 5**

## **Conclusiones y Trabajos futuros**

## 1 CONCLUSIONES

En primer lugar se ha comprobado que el eje cumple los requisitos de la norma EN 13104. Después de analizar cada una de las 29 secciones en las que ha sido dividido el eje, se puede concluir que el eje satisface los requerimientos de la norma, ya que el coeficiente de seguridad es mayor que 1 en todas las secciones. Al ser el coeficiente de seguridad mayor que 1, la norma asegura que el eje soportará  $10^7$  ciclos como mínimo antes de que se produzca una rotura.

El siguiente apartado del proyecto consiste en comprobar que el eje cumple la norma EN 13104, esta vez utilizando el programa de análisis por elementos finitos ANSYS. Las cargas introducidas en ANSYS son las que han sido calculadas previamente con la norma y en cuanto a las condiciones de contorno, también se han escogido las mismas que utiliza la norma.

El cálculo con ANSYS se divide en dos partes: Análisis estático y cálculo a fatiga.

Los resultados del análisis estático difieren de los obtenidos analíticamente. En concreto en la transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora. En esta sección la tensión alcanza un valor de 133.1 MPa. Por lo tanto, el valor del coeficiente de seguridad es 1.09. En cambio, para esa misma sección se ha obtenido el valor de 1.39 de forma analítica.

Esta diferencia no parece que sea debida a una imprecisión en los cálculos o a una mala calidad de la malla. Es posible que el método de cálculo utilizado en la norma no tenga en cuenta todos los factores de concentración de tensiones debidos a la geometría del eje.

En cuanto al cálculo a fatiga, el primer análisis utilizando una relación de esfuerzos de  $R=-1$  ha resultado ser satisfactorio para todas las zonas del eje. El segundo análisis, esta vez con una relación de esfuerzos de  $R=-3$ , ha obtenido un valor para el coeficiente de seguridad de 0.87 en la curva de transición entre la zona de calado de la rueda y la zona de calado de la reductora.

Hay que tener en cuenta que la relación de esfuerzos de  $R=-3$  representa una sobrecarga extrema en el eje, esto únicamente ocurre en situaciones excepcionales, tales como la circulación por cambios de agujas. Atendiendo al número de kilómetros recorridos por el eje hasta el fallo, el eje podría recorrer 1771 km a través de cambios de agujas sin que se produzca el fallo. Si se supone que el eje recorre 30000 km entre cada inspección, y de esa distancia se sabe cuántos corresponden a la circulación por curvas y cambios de agujas, se podría calcular el daño que producen en el eje y comprobar cuantos kilómetros restantes se pueden recorrer con una relación de esfuerzos de  $R=-1$  hasta que se produzca el fallo. De esta manera se podría obtener un resultado exacto del número de kilómetros que puede recorrer el eje en una determinada ruta.

No obstante, a fin de llegar a una conclusión respecto a este punto, se puede realizar una ponderación del efecto de la circulación por cambios de agujas y curvas, estimando una relación de 1:100 entre el número de kilómetros recorridos por tramos de cambios de agujas y curvas y el número de kilómetros totales. Teniendo en cuenta las características



habituales de una línea de alta velocidad, esta estimación está claramente del lado de la seguridad.

Aplicando esta ponderación se tiene,

$$\text{N}^\circ \text{ km estimados} = (\text{N}^\circ \text{ km recorridos con R}=-1) \cdot 0.99 + (\text{N}^\circ \text{ km recorridos con R}=-3) \cdot 0.01 = 28902 \cdot 0.99 + 1771 \cdot 0.01 = 28630 \text{ km.}$$

Por tanto, el efecto de la circulación por cambios de agujas y curvas no afecta significativamente al número de kilómetros recorridos entre inspecciones y, en consecuencia, el valor de 30000 km es adecuado.

## 2 TRABAJOS FUTUROS

Debido a las limitaciones de la versión académica de ANSYS no se ha podido emplear una malla con más de 32000 nodos. Una propuesta de trabajo futuro podría consistir en repetir el mallado del eje, pero esta vez siguiendo las indicaciones que ofrece un fabricante de ejes como VALDUNES.

Se incluye, a continuación, la forma de realizar el mallado:

### 2.1 Condiciones del mallado

En este caso, se van a considerar 6 zonas diferentes para realizar el mallado y el cálculo.

Para el mallado en los radios de transición se van a emplear entre 10 y 20 divisiones. En las zonas de calado y las manguetas se utilizará un mallado uniforme con elementos regulares para obtener la transición adecuada con los radios.

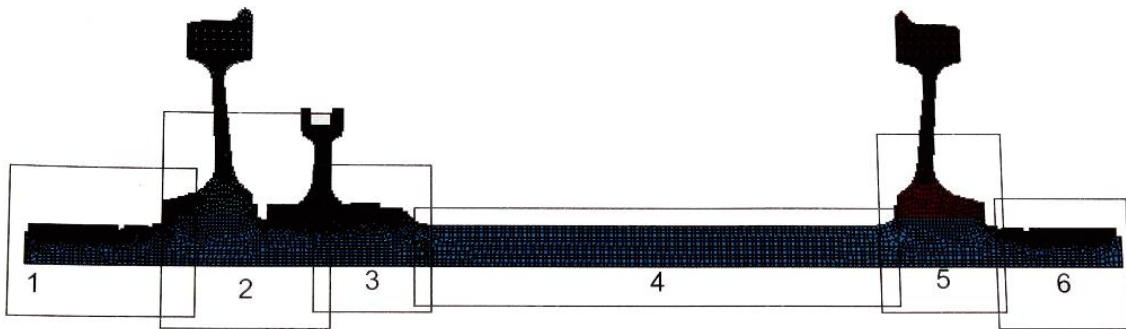


Figura 102. Detalle de las secciones para el cálculo del eje motor

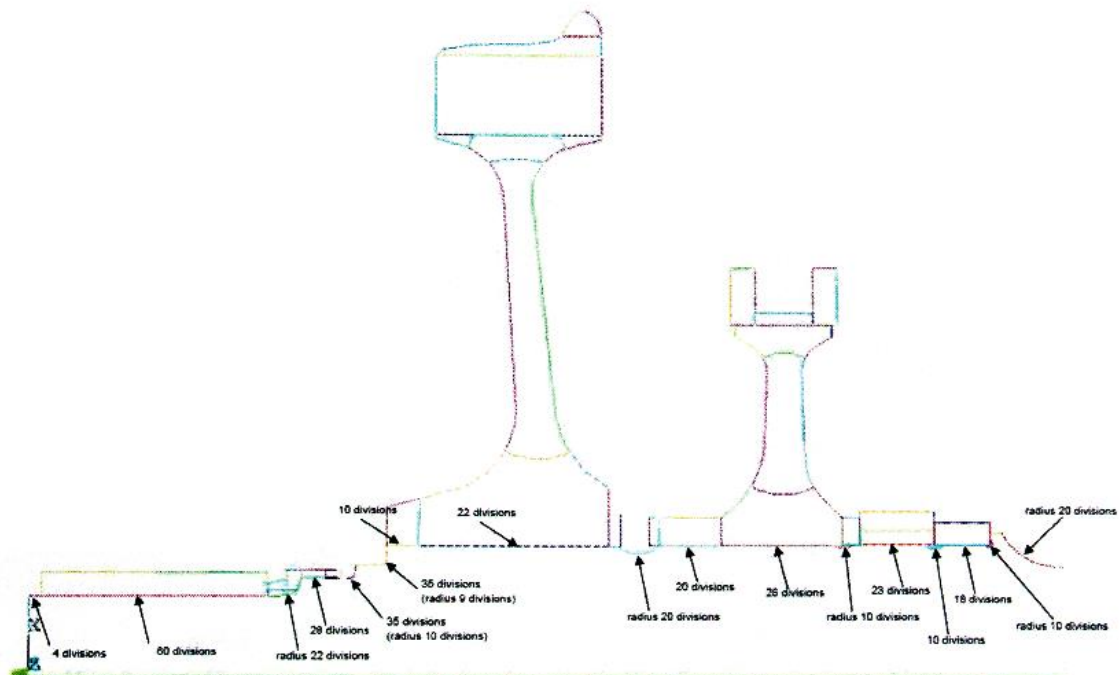
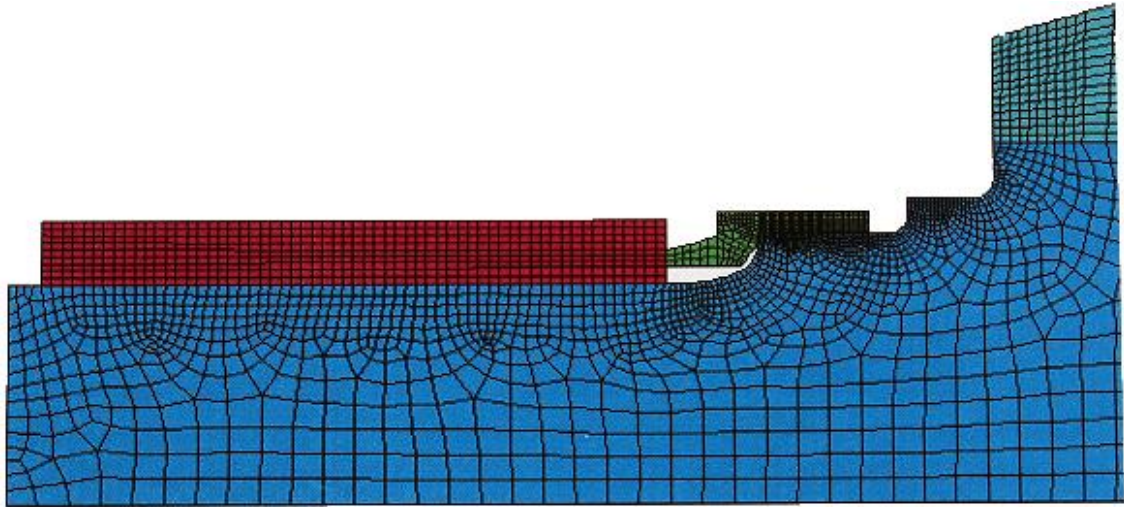


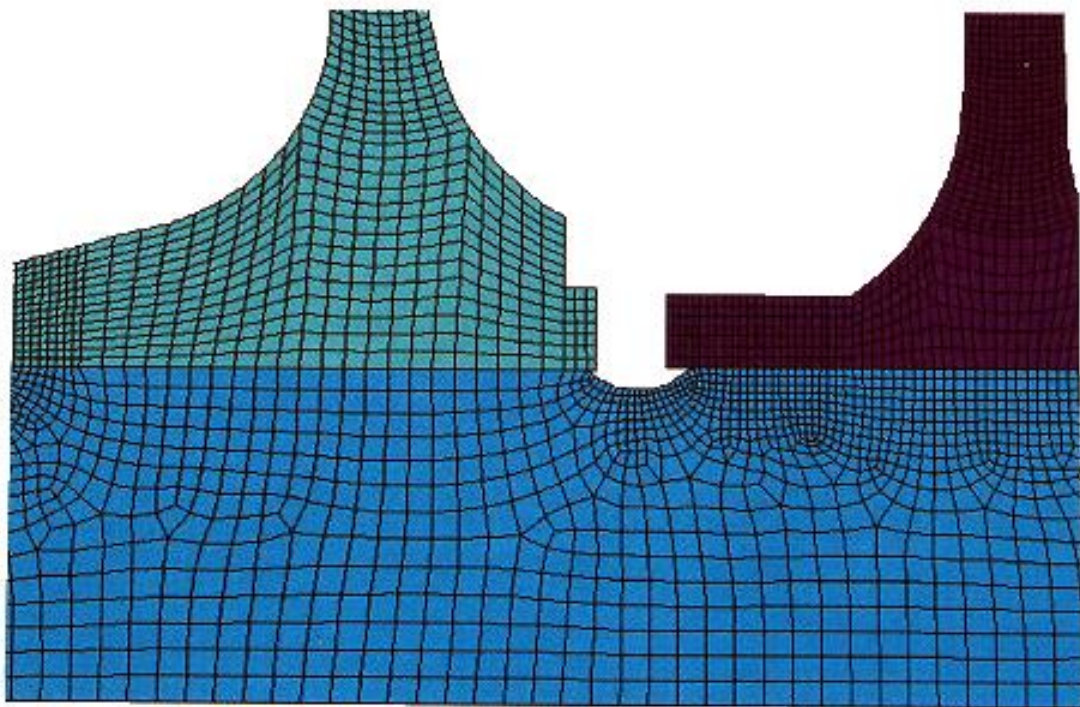
Figura 103. Detalle de las divisiones utilizadas para el mallado especialmente en las acanaladuras

## 2.2 Elementos calados

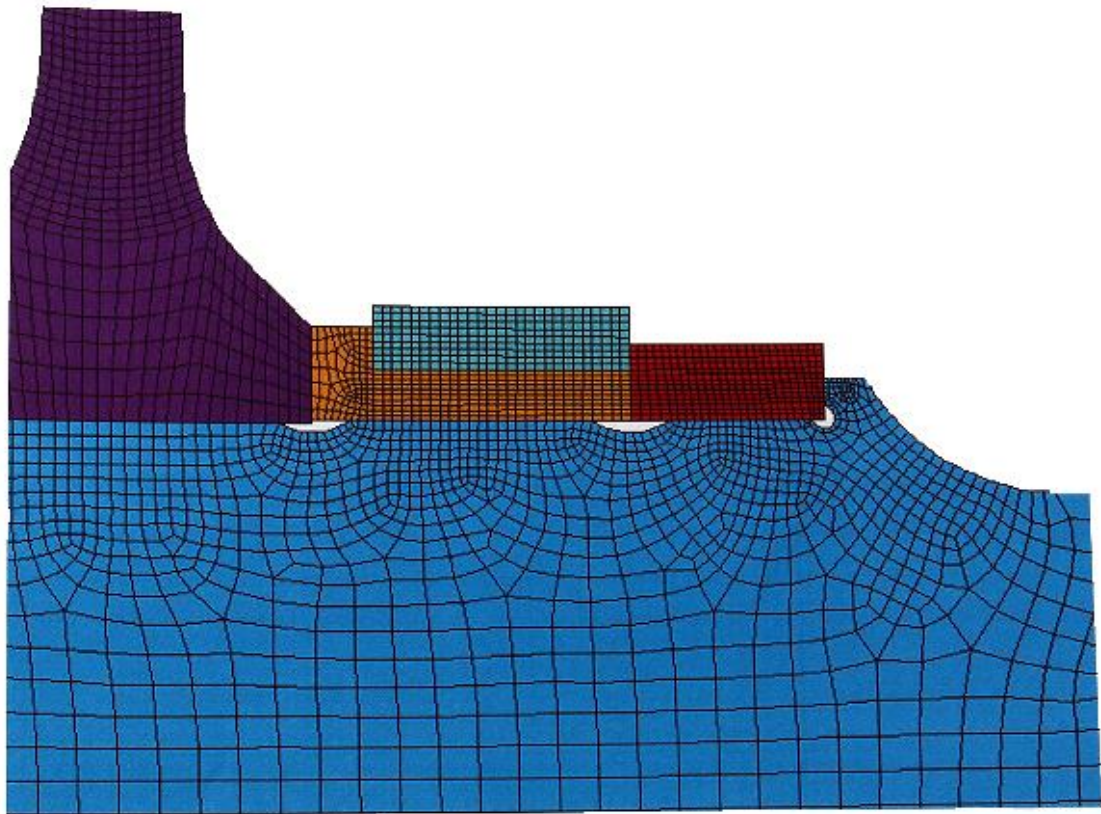
Los elementos calados tales como ruedas, rodamientos, obturadores y engranajes se considera que tienen una interferencia con las zonas de calado del eje o las manguetas.



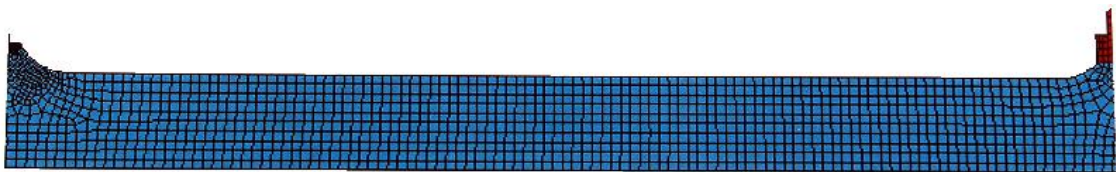
**Figura 104. Detalle de la zona de la mangueta**



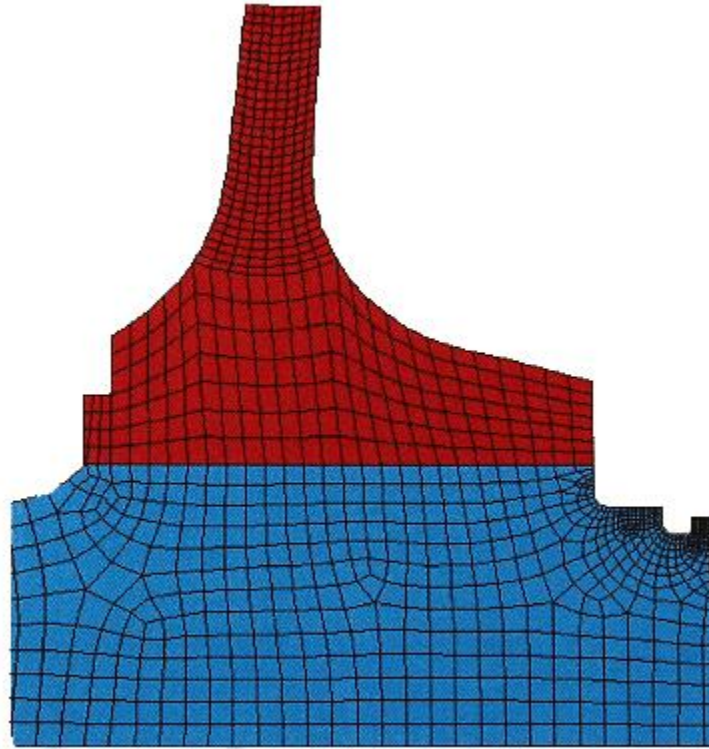
**Figura 105. Detalle de la acanaladura entre la rueda y el engranaje**



**Figura 106. Detalle de la zona del rodamiento**



**Figura 107. Detalle del cuerpo del eje**



**Figura 108. Detalle de la zona de calado de la rueda**

### **2.3 Otros trabajos futuros**

Para el cálculo a fatiga con ANSYS se ha utilizado una curva S-N aproximada para el acero EA4T. Con una curva S-N específica se podrían obtener resultados más precisos.

Para el cálculo de la vida del eje con ANSYS se podría analizar el efecto que supondría una carga variable. Utilizando la regla de Palmgren-Miner o la matriz de Rainflow, para calcular el daño acumulado.

# Capítulo 6

## Presupuesto

## 1 INTRODUCCIÓN

A continuación se incluye el presupuesto detallado de la realización del proyecto.

Los costes del proyecto se van a desglosar en tres partes: El coste humano, el coste de máquina y el coste de material. Finalmente se sumarán los tres costes para obtener el coste total.

## 2 COSTES

### 2.1 Coste humano

El coste humano incluye el tiempo empleado en la realización del proyecto por parte del alumno, así como la supervisión del mismo por parte del tutor.

| Tarea                    | Tiempo empleado | Coste horario | Coste total     |
|--------------------------|-----------------|---------------|-----------------|
| Realización del proyecto | 400 h           | 30 €/h        | 12.000 €        |
| Supervisión del proyecto | 40 h            | 60 €/h        | 2.400 €         |
| <b>Total</b>             |                 |               | <b>14.400 €</b> |

Tabla 24. Coste humano del presupuesto

### 2.2 Coste de máquina

El coste de máquina incluye el tiempo empleado en el modelado del eje, que consiste en el diseño en 3 dimensiones y el mallado; el análisis estático y el análisis de fatiga.

| Tarea              | Tiempo empleado | Coste horario | Coste total    |
|--------------------|-----------------|---------------|----------------|
| Modelado           | 30 h            | 10 €/h        | 300 €          |
| Análisis estático  | 40 h            | 10 €/h        | 400 €          |
| Análisis de fatiga | 40 h            | 10 €/h        | 400 €          |
| <b>Total</b>       |                 |               | <b>1.100 €</b> |

Tabla 25. Coste de máquina del presupuesto

### 2.3 Coste de material

El coste de material incluye el equipo informático, el software y la norma empleada.

| Concepto                       | Cantidad | Coste unitario | Coste total       |
|--------------------------------|----------|----------------|-------------------|
| Ordenador portátil Sony VAIO   | 1        | 849 €/u        | 849 €             |
| Licencia Microsoft Office 2013 | 1        | 81 €/u         | 81 €              |
| Licencia académica ANSYS 1 año | 3        | 25 €/u         | 75 €              |
| Norma EN 13104:2009+A1:2010    | 1        | 75,45 €/u      | 75,45 €           |
| <b>Total</b>                   |          |                | <b>1.080,45 €</b> |

Tabla 26. Coste de material del presupuesto

## 2.4 Coste total

| <b>Tipo de coste</b> | <b>Importe</b>     |
|----------------------|--------------------|
| Coste humano         | 14.400 €           |
| Coste de máquina     | 1.100 €            |
| Coste de material    | 1.080,45 €         |
| <b>Coste total</b>   | <b>16.580,45 €</b> |

**Tabla 27. Coste total del presupuesto**

Asciende el presupuesto total de este proyecto a la cantidad de 16.580,45 €.

El ingeniero autor del proyecto,

Jorge Cerezo Toledo

Leganés, 27 de enero de 2015



# Referencias

- [1] <http://www.siemens.com>
- [2] OKAMOTO, Isao. *Railway Technology Today 6 (Edited by Kanji Wako) Shinkansen Bogies*. Japan Railway & Transport Review 19. Marzo 1999.
- [3] ÁLVAREZ MÁNTARAS, Daniel; LUQUE RODRÍGUEZ, Pablo. *Ingeniería e infraestructura de los transportes*. Oviedo: Universidad de Oviedo, Servicio de Publicaciones, 2003.
- [4] IWNICKI, Simon. *Handbook of railway vehicle dynamics*. CRC Press, 2006.
- [5] [http://en.wikipedia.org/wiki/Versailles\\_rail\\_accident](http://en.wikipedia.org/wiki/Versailles_rail_accident)
- [6] <http://eisenbahn.egghof.com/2008/11/ice-radsatzwellen-gedanken.html>
- [7] [http://www.renfe.com/viajeros/nuestros\\_trenes/ave\\_s103.html](http://www.renfe.com/viajeros/nuestros_trenes/ave_s103.html)
- [8] EN 13104:2009+A1:2010. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes motores. Método de diseño*. Octubre 2010.
- [9] ÁLVAREZ RODRÍGUEZ, Julio. *Ingeniería ferroviaria*. Juan de la Cuesta, 2010.
- [10] [http://www.siemens.com/press/pool/de/materials/industry/imo/velaro\\_e\\_en.pdf](http://www.siemens.com/press/pool/de/materials/industry/imo/velaro_e_en.pdf)
- [11] GONZÁLEZ FERNÁNDEZ, Francisco Javier; FUENTES LOSA, Julio. *Ingeniería ferroviaria*. Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2010.
- [12] <http://www.mobility.siemens.com/mobility/global/SiteCollectionDocuments/en/rail-solutions/components-and-systems/bogies-catalog-en.pdf>
- [13] DAVID, Patrick. *Beanspruchungen von Radsatzwellen im Schienennahverkehr*. Fakultät für Mathematik/Informatik und Maschinenbau der Technischen Universität Clausthal, Septiembre 2011.
- [14] RIQUELME CEPEDA, Francisco Javier; GABALDÓN CASTILLO, Felipe. *Análisis dinámico de estructuras sometidas a acciones de trenes de alta velocidad*. Universidad Politécnica de Madrid, Grupo de Mecánica Computacional, Noviembre 2005.

- [15] MANCINI, Giampaolo; CORBIZI, Alessandro; LOMBARDO, Francesco; CERVELLO, Steven. *Design of railway axle in compliance with the European Norms: high strength alloyed steels compared to standard steels*. UIC, 2006.
- [16] CERVELLO, Steven; ONGARO, Daniele. *Modelling of the fretting fatigue phenomena – design tools*. Lucchini RS, Junio 2008.
- [17] <http://ocw.uc3m.es/ingenieria-mecanica/disenio-de-maquinas>
- [18] CRAIG MCCLUNG, R.; NEWMAN, J. C. *Advances in Fatigue Crack Closure Measurement and Analysis*. ASTM International, 1999.
- [19] ÁLVAREZ RODRÍGUEZ, Julio. *El Rodaje en el Ferrocarril. Ejes (1)*. Juan de la Cuesta, 2010.
- [20] ÁLVAREZ RODRÍGUEZ, Julio. *El Rodaje en el Ferrocarril. Ruedas (2)*. Juan de la Cuesta, 2010.
- [21] HIRAKAWA, K.; MASANOBU, K. *On the fatigue design method for high speed railway axles*. Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Wheelset Congress, p. 447-482, 1998.
- [22] MAKINO, Taizo; SAKAI, Hiroki. *Fatigue Property of Railway Axles for Shinkansen Vehicles*. Nippon Steel & Sumitomo Metal Technical Report, No. 105, Diciembre 2013.
- [23] CASILLAS GUILLERMO, Mario. *Diseño de un eje (UNE-EN 13103) y modelado con Pro-E: aplicación a un eje ferroviario*. Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Ingeniería Mecánica, Octubre 2011.
- [24] UNE-EN 13261:2009+A1:2010. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes. Requisitos de producto*. Septiembre 2011.
- [25] DIKMEN, Ferhat; BAYRAKTAN, Meral; GUCLU, Rahmi. *Railway Axle Analyses: Fatigue Damage and Life Analysis of Rail Vehicle Axle*. Department of Mechanical Engineering, Yildiz Technical University, Turkey, Journal of Mechanical Engineering, 2012.
- [26] BAYRAKTAN, Meral; TAHRALI, Necati. *Design of Rail Vehicle Axles Related to Failure and Life*. Department of Mechanical Engineering, Yildiz Technical University, Turkey, 5<sup>th</sup> International Advanced Technologies Symposium (IATS'09), Mayo 2009.
- [27] SMITH, Brian; KOCH, Kevin; KALAY, Semih. *Fatigue Life and Design Evaluation of Axles for Heavy Haul Operation*. Transportation Technology Center, Inc. Pueblo, Colorado, USA, UIC, 2006.

# **Anexo**

## 1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se incluyen los cálculos que se han realizado previamente a la utilización de la norma, así como los planos del eje.

## 2 CÁLCULOS PREVIOS

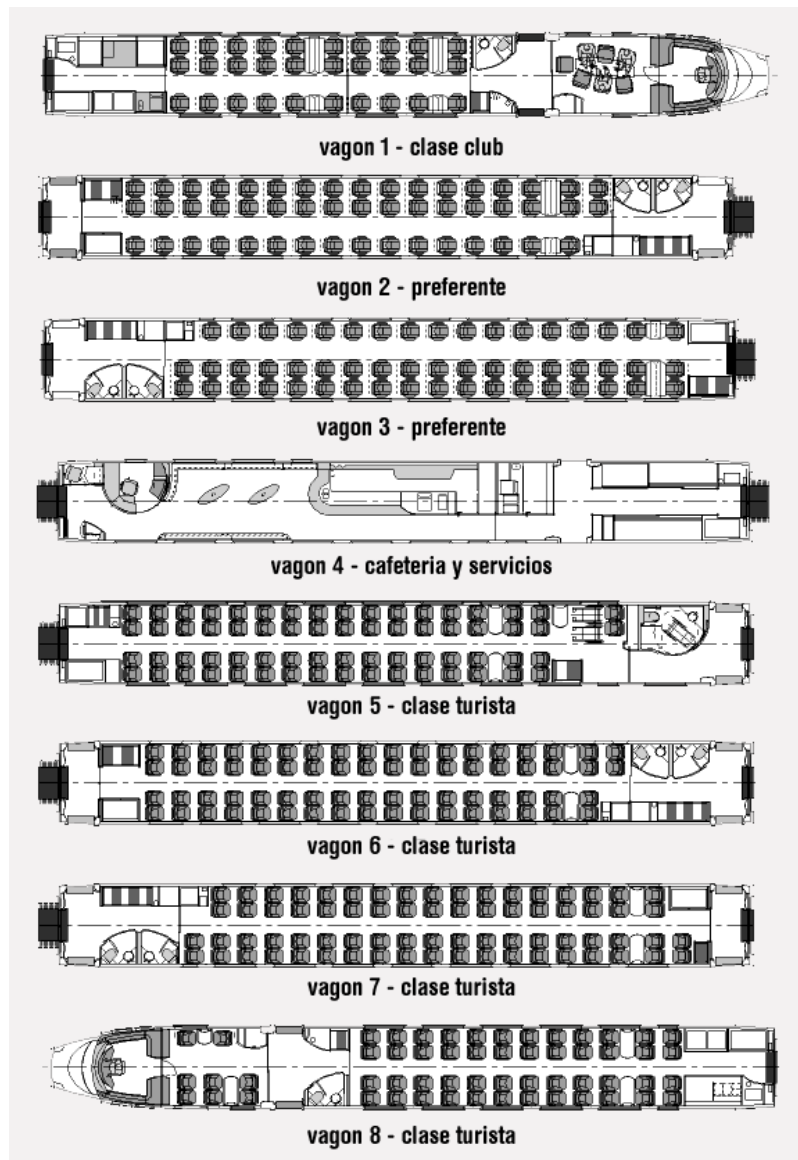
### 2.1 Cálculo de la carga máxima del vehículo

| Coche   | Tipo     | Masa sin carga (t) | Masa con carga (t) |
|---------|----------|--------------------|--------------------|
| Coche 1 | Motor    | 58.5               | 61.9               |
| Coche 2 | Remolque | 58.0               | 62.0               |
| Coche 3 | Motor    | 57.5               | 61.7               |
| Coche 4 | Remolque | 49.1               | 53.3               |
| Coche 5 | Remolque | 48.5               | 53.7               |
| Coche 6 | Motor    | 48.6               | 64.2               |
| Coche 7 | Remolque | 59.0               | 64.8               |
| Coche 8 | Motor    | 58.3               | 63.0               |

**Tabla 28. Masa sin carga y con carga para cada coche y tipo [14]**

Teniendo en cuenta el criterio del caso más desfavorable, se elegirá el coche 6 por ser el coche motor de mayor masa con carga.

A continuación, se comprobará si el valor de la masa con carga está de acuerdo con lo especificado en la norma.



**Figura 109. Plano con la distribución de los asientos para cada coche**

Las masas ( $m_1 + m_2$ ) que tienen que tenerse en cuenta para las aplicaciones principales del material rodante se definen en la siguiente tabla:

| Tipos de unidades de material rodante   | Masa ( $m_1 + m_2$ )  |
|---|---|
| Vagones de carga  | Para el eje considerado, fracción de la masa del vagón en el caso de carga máxima prevista en servicio  |
| Coche que incluye plazas para viajeros, zonas de equipaje y furgones<br><br>1 Vehículos de grandes líneas | Masa en servicio + 1.2 x carga neta,<br><br>la “masa en servicio” se define como la masa del vehículo sin viajeros, con los depósitos llenos (de agua, arena, combustible, etc.);<br><br>la “carga neta” se define como la masa de un viajero, la cual se estima en 80 kg, incluyendo equipaje de mano; |

|                          |   |
|--------------------------|---|
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>_ 1 viajero por asiento;</li> <li>_ 2 viajeros por m<sup>2</sup> en pasillos y plataformas de intercomunicación</li> <li>_ 2 viajeros por compartimento para personal de asistencia en viaje;</li> <li>_ 300 kg por m<sup>2</sup> en compartimentos de equipaje.</li> </ul>  |
| 2 Vehículos de cercanías | <p>Masa en servicio + 1.2 x carga neta,</p> <p>la “masa en servicio” se define como la masa del vehículo sin viajeros, con los depósitos llenos (de agua, arena, combustible, etc.);</p> <p>la “carga neta” se define como la masa de un viajero, la cual se estima en 70 kg (con poco o nada de equipaje);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>_ 1 viajero por asiento;</li> <li>_ 3 viajeros por m<sup>2</sup> en zonas de pasillos;</li> <li>_ 4 o 5 viajeros por m<sup>2</sup> en zonas de plataformas de intercomunicación;</li> <li>_ 300 kg por m<sup>2</sup> en compartimentos de equipaje.</li> </ul> |

**Tabla 29. Indicaciones para el cálculo de la masa (m<sub>1</sub>+m<sub>2</sub>) [8]**

Asientos = 70

Masa pasajeros = 70 asientos · 80 kg/asiento = 5600 kg

Área pasillo y plataformas = (6.98 + 6.69 + 5.92) m<sup>2</sup> = 19.59 m<sup>2</sup>

Masa pasajeros pasillo y plataformas = 19.59 m<sup>2</sup> · 2 pasajeros/m<sup>2</sup> · 80 kg/pasajero = 3134.4 kg

Área compartimentos de equipaje = 13.96 m<sup>2</sup>

Masa compartimentos de equipaje = 13.96 m<sup>2</sup> · 300 kg/m<sup>2</sup> = 4188 kg

Masa en servicio + 1.2 · carga neta = 48600 + 1.2 · (5600 + 3134.4 + 4188) = 64107 kg

El valor de la masa en servicio calculado con los valores de la tabla, es muy próximo al valor suministrado por el operador 64200 kg. Por lo tanto, el valor suministrado concuerda con la norma y será utilizado en los cálculos.

## 2.2 Cálculo de la altura del centro de gravedad

Para calcular la altura del centro de gravedad del coche 6 a partir de la altura del centro de gravedad de la caja sin incluir los bogies, primero se calcula la masa de la caja.

$$m_{\text{carga}} = 64.2 \text{ t}$$

$$m_{\text{bogie motor}} = 9.2 \text{ t}$$

$$m_{\text{caja}} = 64.2 - (9.2 \cdot 2) = 45.8 \text{ t}$$

A continuación se calcula la masa del bogie sin las ruedas.

$$m_{\text{ruedas}} = 609 \text{ kg}$$

$$m_{\text{bogie sin ruedas}} = 9.2 - (0.609 \cdot 2) = 7.982 \text{ t}$$

Tomando momentos estáticos y considerando como origen el punto de contacto entre la rueda y el carril,

$$h_{\text{cg bogie}} = 0.5 \text{ m} \quad h_{\text{cg caja}} = 1.88 \text{ m}$$

$$(45.8 + 15.964) \cdot h_{\text{cg coche}} = 45.8 \cdot 1.88 + 15.964 \cdot 0.5$$

$$h_{\text{cg coche}} = 1.523 \text{ m}$$

### 3 PLANOS

A continuación se incluyen los diferentes planos necesarios para la construcción del eje:

#### 3.1 Eje motor completo

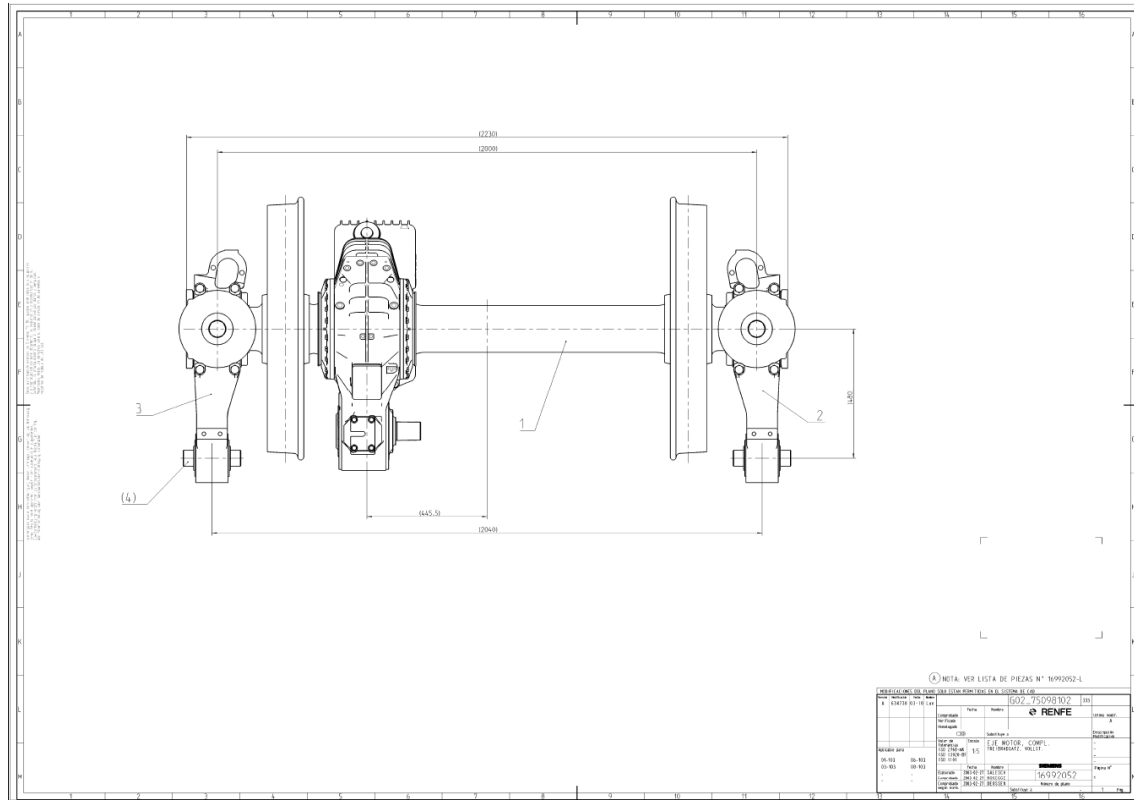


Figura 110. Plano del eje motor completo



### 3.2 Eje motor con rodamiento, anillo y reductor

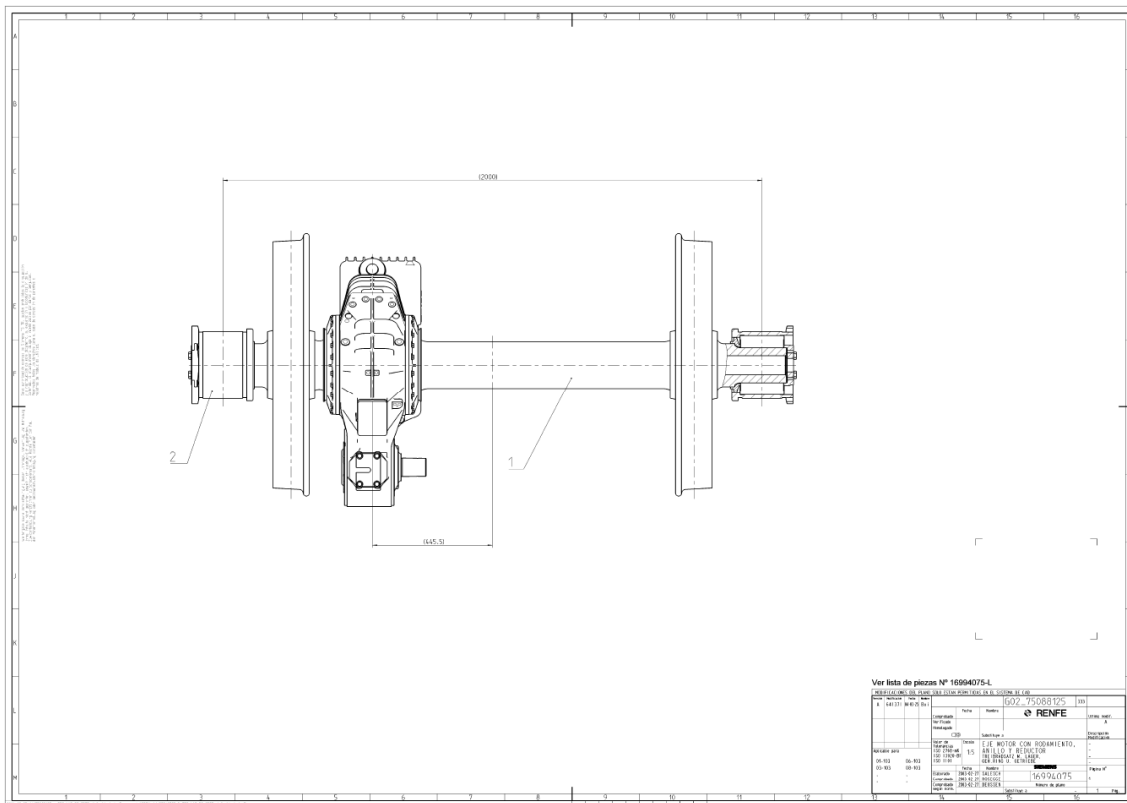


Figura 111. Plano del eje motor con rodamiento, anillo y reductor

