

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

---

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS  
CONTINUOS Y TEORÍA DE ESTRUCTURAS**



# TRABAJO FIN DE GRADO

Modelización numérica de aleaciones de Titanio de  
aplicación industrial

**Autor:** Victor Alfonso Fuentes Quijano

**Titulación:** Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

**Tutor:** Ángel Arias Hernández

**Co-director:** Daniel García González

Leganés, Septiembre de 2014

# Contenido

|  |    |
|--|----|
| CAPÍTULO 1: Introducción .....                                 | 1  |
| 1.1. Motivación .....  | 2  |
| 1.2. Objetivos .....   | 3  |
| 1.3. Aportaciones originales.....                              | 3  |
| 1.4. Presupuesto .....   | 4  |
| 1.5. Estructura del documento.....                             | 5  |
| CAPÍTULO 2: Estado del arte .....                              | 6  |
| 2.1. El titanio y sus aleaciones.....                          | 7  |
| 2.1.1. Introducción a los metales .....                        | 7  |
| 2.1.2. Titanio puro.....                                       | 8  |
| 2.1.3. Aleaciones de titanio.....                              | 11 |
| 2.2. Biomateriales .....                                       | 17 |
| 2.2.1. Introducción .....                                      | 17 |
| 2.2.2. Biomateriales: definición y características.....        | 18 |
| 2.2.3. Tipos de biomateriales.....                             | 20 |
| 2.3. Análisis del fenómeno de perforación.....                 | 24 |
| 2.3.1. Clasificación.....                                      | 24 |
| 2.3.2. Fundamentos físicos del fenómeno .....                  | 25 |
| 2.3.3. Métodos analíticos.....                                 | 27 |
| CAPÍTULO 3: Ensayos experimentales de impacto .....            | 30 |
| 3.1. Procedimiento experimental.....                           | 31 |
| 3.2. Resultados obtenidos.....                                 | 34 |
| CAPÍTULO 4: Modelización constitutiva.....                     | 41 |
| 4.1. Introducción .....  | 42 |
| 4.2. Caracterización de materiales.....                        | 43 |
| 4.4. Modelos constitutivos.....                                | 45 |
| 4.4.1. Leyes de endurecimiento.....                            | 46 |
| 4.4.2. Criterios de fallo .....                                | 48 |
| CAPÍTULO 5 :Modelización del proceso de impacto.....           | 50 |
| 5.1. Método de los Elementos Finitos.....                      | 51 |
| 5.2. Modelo de comportamiento de los materiales empleados..... | 52 |

|  |    |
|--|----|
| 5.2.1. Definición del comportamiento termoviscoplastico de las aleaciones consideradas ..... | 52 |
| 5.2.2. Definición del criterio de fallo: .....   | 59 |
| 5.3. Descripción del modelo de Elementos Finitos. ....                                       | 66 |
| 5.3.1. Definición del impactador .....   | 66 |
| 5.3.2. Definición de la probeta de los ensayos. ....   | 67 |
| 5.3.3. Condiciones de contorno y cargas aplicadas. ....                                      | 72 |
| 5.3.4. Tipo de análisis. ....  | 72 |
| 5.3.5. Definición del contacto proyectil-placa .....   | 73 |
| CAPÍTULO 6: Análisis de resultados y validación del modelo numérico. ....                    | 75 |
| 6.1. Validación en términos velocidad de impacto-velocidad residual.....                     | 76 |
| 6.2. Validación del modelo en términos del modo de rotura de la placa.....                   | 78 |
| CAPÍTULO 7: Conclusiones .....   | 80 |
| 7.1. Introducción .....  | 81 |
| 7.2. Actividades realizadas .....  | 81 |
| 7.3. Conclusiones.....   | 81 |
| TRABAJOS FUTUROS.....  | 83 |
| BIBLIOGRAFIA.....  | 84 |
| ANEXO I: Archivo .inp del modelo de Elementos Finitos (material utilizado: Ti-6Al-4V).....   | 87 |
| ANEXO II: Código implementado en Matlab y explicación de la interpolación realizada.....     | 90 |

# **CAPÍTULO 1: Introducción**

## 1.1. Motivación

Tan pronto como el hombre comenzó a realizar construcciones y elementos mecánicos de diferentes tipos, desarrolló reglas empíricas que permitían determinar la forma que debían poseer y el material necesario para cumplir adecuadamente su función. Debido al escaso conocimiento que se tenía sobre los materiales y su comportamiento, la acción de cargas de diversa naturaleza provocaba graves consecuencias. Con el creciente desarrollo de la Mecánica de Medios Continuos se han ido creando teorías que permitían explicar correctamente los fenómenos que ocurrían a los materiales de las estructuras que se diseñaba. Gracias a este conocimiento, las estructuras comenzaron a diseñarse con el objetivo de que soportaran estados de carga muy diferentes, lo cual supuso la necesidad de caracterizar materiales sometidos a diferentes condiciones.

Este es el caso de materiales utilizados en la industria aeronáutica o automovilística: en ambos ejemplos, las cargas que el material debe soportar son de diversa naturaleza, pues las condiciones de operación varían según el régimen de funcionamiento que se quiera estudiar. Sin embargo, existen fenómenos que atentan contra la seguridad de las personas que los utilizan, como pueden ser el impacto de un objeto exterior o de la propia estructura en caso de accidente. Lo que se busca determinar es el límite de resistencia de los materiales ante fenómenos de este tipo para poder elegir el material más conveniente en cada caso. Pero no solo es necesario desarrollar un material con una resistencia excepcional, sino que cada aplicación requerirá otras características adicionales; en el caso de los ejemplos comentados, las propiedades deseables además de la resistencia suelen ser la baja densidad (para disminuir el peso de los componentes), buena resistencia al desgaste y a la corrosión o facilidad de fabricación.

Adicionalmente, en las últimas décadas han aparecido aplicaciones que requieren un estudio completo del comportamiento de los materiales. Este es el caso de la biomedicina, que trata de crear dispositivos que mejoren la salud de las personas. Aunque antiguamente ya existían aparatos biomédicos (principalmente prótesis), los requerimientos que hoy en día deben tener son muy superiores a los de entonces. En la actualidad, las prótesis que existen tienen una duración aproximada de unos 10 o 15 años, por lo que en muchos casos es necesario reemplazar el material. Debido a que este tipo de operaciones son muy delicadas, pues suelen ser muy invasivas y la zona de las proximidades de la prótesis puede haber quedado debilitada, es urgente desarrollar materiales que puedan ser utilizados para fabricar implantes y que tengan una mayor durabilidad.

Un material muy utilizado en las aplicaciones comentadas anteriormente son las aleaciones de titanio, debido a sus excepcionales propiedades específicas. La respuesta mecánica de estas aleaciones ante acciones cuasi-estáticas está relativamente bien estudiada. Sin embargo, el comportamiento de las mismas a altas velocidades de deformación es objeto de numerosas investigaciones.

## 1.2. Objetivos

Tal y como se expone en el último párrafo del apartado anterior, la respuesta mecánica de aleaciones de titanio bajo condiciones estáticas es suficientemente conocida. Sin embargo, el comportamiento mecánico de estos materiales frente a acciones dinámicas como el impacto es actualmente tema de estudio de innumerables trabajos científicos. Además, estas condiciones suelen darse en la mayoría de las aplicaciones de estos materiales, por lo que su estudio permitirá realizar diseños más óptimos.

Con el desarrollo del presente trabajo fin de grado se realiza un estudio tanto experimental como numérico de la respuesta mecánica bajo condiciones extremas (pero a la vez realistas) de dos aleaciones susceptibles de ser utilizadas en la industria, y más concretamente, en aplicaciones biomédicas. Puesto que para lograr dicho objetivo es preciso realizar numerosas tareas, a continuación se divide el mismo en actividades más sencillas:

- 1) Conocer las principales características del titanio y sus aleaciones, para poder comprender mejor el comportamiento de los mismos.
- 2) Analizar los resultados obtenidos en los ensayos experimentales.
- 3) Desarrollar un modelo numérico adecuado a los ensayos de perforación a alta velocidad.
- 4) Validar el modelo numérico creado a partir de datos extraídos de los ensayos experimentales, comprobando la relación entre ambos.
- 5) Analizar comparativamente los materiales utilizados con el fin de extraer conclusiones acerca de su comportamiento bajo las condiciones analizadas.

## 1.3. Aportaciones originales

En este apartado se recogen las contribuciones originales realizadas por el alumno:

- Calibración de una ley de endurecimiento para la aleación de titanio Ti-6Al-7Nb a partir de datos encontrados en la literatura.
- Programación de un código implementado en *Matlab* que permita extraer datos de una gráfica dada.
- Calibración de un criterio de fallo para la aleación Ti-6Al-7Nb aplicable para el rango de velocidades estudiadas.
- Calibración y validación de un modelo numérico a partir de datos experimentales que supone una potente herramienta predictiva para el estudio de fenómenos de impacto y perforación sobre placas de ambas aleaciones de titanio.
- Análisis numérico de la influencia de la velocidad de deformación en las aleaciones de titanio Ti-6Al-4V y Ti-6Al-7Nb sometidas a ensayos de impacto de alta velocidad.

## 1.4. Presupuesto

Se procede a estimar el coste económico que supone la elaboración de este proyecto. Para ello es necesario elaborar el desglose de los costes personales, materiales e indirectos.

*Costes personales:* se asocia un salario horario de 10€ para todo el personal involucrado en el presente proyecto. La dedicación personal diaria en promedio se establece como un 40% del tiempo disponible, por lo que si se considera una jornada estándar de 8 horas diarias, se obtienen 3,2 horas al día. Además es necesario añadir las horas de atención dedicadas por los tutores, así como el tiempo invertido en realizar los ensayos. Para el primero se supondrá una atención de 1 hora semanal, y el tiempo invertido en realizar los ensayos se estima en 10 horas, 5 para cada material ensayado.

*Costes materiales:* los costes materiales que se tienen en cuenta son el ordenador empleado con las licencias de los programas *Matlab* y *Abaqus*, así como el coste de los ensayos realizados. Para ello se aplicará la siguiente fórmula de amortización:

$$Coste_{material} = \frac{T}{t_d} \cdot C \cdot P \quad (1.1)$$

donde  $T$  es el tiempo que se utilizó el recurso,  $t_d$  el período de depreciación (12 meses para las licencias, 36 para el ordenador y 120 para la máquina utilizada en los ensayos),  $C$  el coste del equipo material y  $P$  el porcentaje de uso que se dio a cada uno para este proyecto.

*Costes indirectos:* se consideran un 20% de los costes personales y materiales.

Por tanto, a continuación se muestra el cálculo desglosado de dichos costes:

| COSTES PERSONALES | Actividad | Personas involucradas | Tiempo dedicado (horas) | Coste final (€) | TOTAL (€) |
|-------------------|-----------|-----------------------|-------------------------|-----------------|-----------|
|                   | Personal  | 1                     | 3,2·7·4·12=1075,2       | 10.752,00       | 13.072,00 |
|                   | Tutores   | 2                     | 2·4·12=96               | 1.920,00        |           |
|                   | Ensayos   | 4                     | 10                      | 400,00          |           |

| COSTES MATERIALES | Equipo             | Coste (€)  | Tiempo de uso (meses) | Período de depreciación (meses) | % uso proyecto/día | Coste final (€) | TOTAL (€) |
|-------------------|--------------------|------------|-----------------------|---------------------------------|--------------------|-----------------|-----------|
|                   | Ordenador          | 1.000,00   | 12                    | 36                              | 15%                | 50,00           | 10.516,67 |
|                   | Licencia Abaqus    | 25.000,00  | 5                     | 12                              | 80%                | 8.333,33        |           |
|                   | Licencia Matlab    | 2.000,00   | 1                     | 12                              | 50%                | 83,33           |           |
|                   | Máquina de ensayos | 100.000,00 | 0,06                  | 120                             | 100%               | 50,00           |           |
|                   | Probetas ensayadas | -          | -                     | -                               | -                  | 2.000,00        |           |

Tabla 1.1. Desglose de gastos del proyecto.

Por lo tanto, el proyecto tiene un coste final de 28.306,40 €

## 1.5. Estructura del documento

A continuación se justificará la estructura del documento, analizando los aspectos que se tratarán en los diferentes capítulos:

*Capítulo 2:* se realiza una revisión de numerosos conceptos que influyen en el presente estudio. En este capítulo se ofrece una visión global tanto de los materiales y de los retos que existen actualmente como del fenómeno de impacto, el cual representa el centro del presente estudio.

*Capítulo 3:* aquí se describe el procedimiento experimental de obtención de datos. Está dividido en dos apartados, uno de ellos explica la máquina utilizada en los ensayos, con los útiles y características principales, y el otro apartado muestra y analiza los resultados obtenidos

*Capítulo 4:* en este capítulo se analiza principalmente el material, pues en él se presenta el procedimiento que hay que llevar a cabo para modelizar el comportamiento de un material. También se presentan los modelos constitutivos que se usarán en las simulaciones numéricas.

*Capítulo 5:* explica paso a paso la creación completa del modelo numérico implementado en el programa de Elementos Finitos. Para ello se revisan las características más importantes y se explica cómo definir las en el programa.

*Capítulo 6:* se compara el modelo numérico con los resultados obtenidos experimentalmente, de modo que se comprueba su validez.

*Capítulo 7:* en este último capítulo se recogen las conclusiones sobre los estudios realizados.

*Trabajos futuros:* se enumeran algunas posibles mejoras y otros estudios a realizar sobre el tema del presente trabajo.

*Bibliografía:* se recogen los documentos que se han utilizado para la búsqueda y el contraste de información.

*Anexo I:* corresponde al archivo de extensión *.inp* generado por el programa *Abaqus* que recoge las definiciones que se realizaron sobre el material, condiciones de contorno y de contacto y mallado creado.

*Anexo II:* en él se puede encontrar el código creado en el programa *Matlab* para la extracción de valores de una gráfica cualquiera en formato imagen. También se explica el fundamento del método, proponiendo las ecuaciones que se utilizan y su explicación.



## **CAPÍTULO 2: Estado del arte**

## 2.1. El titanio y sus aleaciones.

### 2.1.1. Introducción a los metales

Dentro del amplio campo de los materiales metálicos, se pueden distinguir entre metales puros y aleaciones. Los metales puros están formados únicamente por un elemento metálico, como puede ser oro, plata, aluminio o hierro. En cambio, se denominan aleaciones a aquellos materiales cuya composición está formada por dos o más compuestos, de los cuales al menos uno es metálico.

Las aleaciones presentan brillo metálico y conductividades eléctrica y térmica elevadas, aunque usualmente menor que los metales puros. Sin embargo, en una aleación las propiedades mecánicas que se pueden obtener son muy diversas, debido a las modificaciones que introducen los diferentes elementos con los que se puede combinar. Este hecho permite que sean puedan ser empleadas en numerosas aplicaciones ingenieriles [1].

Dentro del amplio rango de aleaciones metálicas se pueden distinguir dos grupos, tal y como se observa en la figura 2.1: por un lado están las aleaciones férricas, que son aquellas cuyo componente principal es el hierro, habitualmente combinado con carbono para formar lo que se conoce comúnmente como acero; por otro lado, se denominan aleaciones no férricas a aquellas cuyo componente base no es el hierro, sino otros elementos metálicos como puedan ser aluminio, titanio, o cobre.

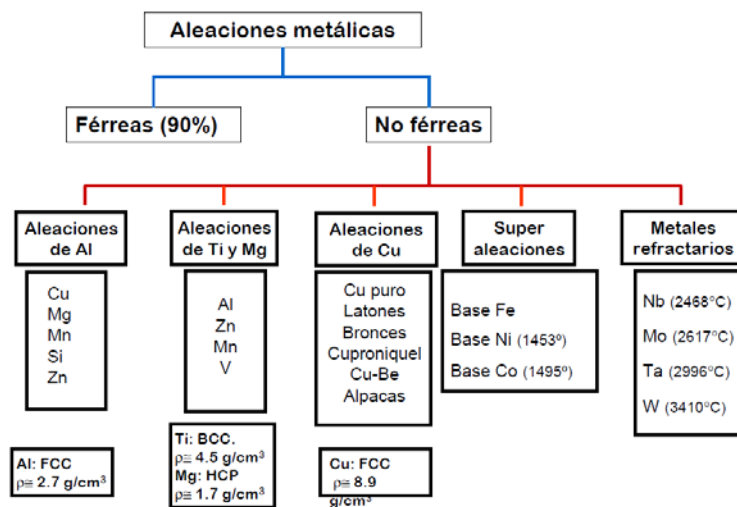


Figura 2.1. Clasificación de las aleaciones no férricas [2].

Como se puede apreciar en la figura 2.1, las aleaciones férricas están constituidas en el 90% en peso por elemento base (por lo tanto, sólomente hay un 10% de aleante), mientras que las no férricas pueden llegar a tener un 90% de elementos aleantes, lo que las dota de una polivalencia de propiedades mecánicas [2].

En la industria, las aleaciones férricas se fabrican en grandes cantidades y tienen un gran interés como material para construcción de dispositivos. Este uso generalizado se debe principalmente a tres factores:

- 1.- Los compuestos de hierro son abundantes en la corteza terrestre.
- 2.- Los aceros se fabrican mediante técnicas de extracción, afino, aleación y conformación relativamente económicas.
- 3.- Las aleaciones férreas son extremadamente versátiles, ya que se pueden adaptar para que tengan diferentes propiedades físicas y mecánicas.

Sin embargo, este tipo de aleaciones también tiene sus inconvenientes, como pueden ser su relativa alta densidad, conductividad eléctrica comparativamente baja y susceptibilidad a la corrosión en medios muy comunes. Estas características hacen que no sean utilizables en ciertas aplicaciones específicas, donde se buscan materiales con un comportamiento adecuado ante ciertas condiciones extremas. Por esta razón, en muchos casos es necesario emplear otros tipos de materiales que sean más aptos para trabajar en este tipo de entornos, siendo las aleaciones no férreas una alternativa muy empleada [3].

A continuación se analizarán las aleaciones de base titanio, pues son los materiales de estudio de este proyecto.

### **2.1.2. Titanio puro.**

#### *Introducción*

La obtención del titanio a partir de su mena es una de las principales barreras económicas para su introducción en nuevos mercados. El bajo crecimiento de la industria del titanio se ve fuertemente influenciado por el elevado precio del producto final, derivado del coste de extracción del metal, y de la dificultad de su procesado. En la actualidad, la industria aeronáutica y aeroespacial es la principal consumidora de este material, que demanda la mitad del titanio que se produce. Este hecho hace que el precio del metal varíe en función del ciclo económico de dicha industria, lo que dificulta su entrada en otros sectores. Sin embargo, recientes investigaciones muestran que hay un interés creciente en los materiales basados en titanio, tanto en mejorar la eficiencia de los procesos convencionales de obtención del metal como en desarrollar nuevas alternativas, que podrían suponer una reducción de costes entre un 30% y un 50%.

Como se verá a continuación, las principales propiedades del titanio como pueden ser la baja densidad, alta resistencia específica o resistencia a la corrosión hacen que este material se emplee también en la industria deportiva y en productos de altas prestaciones. Además, puesto que el titanio es un material biocompatible, su utilización en implantes o prótesis en el cuerpo humano supone otro mercado muy importante, ya que en este sector la obtención de propiedades óptimas puede compensar el gran coste que tenga el material. [4]

#### *Principales características*

El titanio y sus aleaciones constituyen materiales de ingeniería de reciente introducción en la industria que poseen una extraordinaria combinación de propiedades. Es el noveno elemento más abundante de la corteza terrestre (0,6%), ocupando el cuarto lugar entre los metales,

precedido por el magnesio (2,1%), hierro (5,1%) y aluminio (8,1%) en orden creciente. Las propiedades del metal puro son excelentes, entre las que destacan:

- Baja densidad, en torno a  $4,5 \text{ g/cm}^3$ , lo que le hace un 40% más ligero que el acero.
- Elevada temperatura de fusión ( $1668^\circ\text{C}$ ), por lo que resulta difícil fabricarlo por fundición, pero a la vez permite trabajar en altos rangos de temperatura.
- Dado que el coeficiente de dilatación suele ser pequeño (del orden de  $8 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ) y las conductividades térmica y eléctrica son muy bajas ( $14 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  la térmica y  $4 \text{ } \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$  la eléctrica), puede ser utilizado para trabajos a altas temperaturas y además servir de aislante.
- Gran resistencia, pues el elemento puro tiene un límite elástico de 410 MPa, mientras que las aleaciones a temperatura ambiente alcanzan los 1400 MPa.
- Alta resistencia a la corrosión: suelen ser inmunes a ambiente atmosférico, marino y a gran variedad de industriales. Esta propiedad proviene de la capacidad del titanio para formar una capa protectora de óxido  $\text{TiO}_2$  a menos de  $535^\circ\text{C}$ , pues a temperaturas mayores el óxido se disuelve en el titanio causando fragilización. El carácter protector de esta capa se debe a que el coeficiente de Pilling-Bedworth del material, o lo que es lo mismo la relación entre volumen de óxido formado y volumen de metal destruido, está entre 1 y 2; esto quiere decir que las tensiones de la capa de óxido son moderadas, por lo que la superficie queda bien cubierta.
- Biocompatibilidad con el cuerpo humano, lo que lo hace aplicable dentro del sector de la medicina. Este aspecto se analizará en detalle en próximos apartados.

Por lo anteriormente expuesto, se deduce que es un material con muy buenas propiedades específicas, esto es, tiene un elevado ratio resistencia-peso, lo que lo hace especialmente atractivo en industrias en las que el peso de los componentes es un factor crítico, como la aeronáutica o aeroespacial. [3; 5; 6].

La principal limitación del titanio es la alta reactividad química con otros elementos: este metal tiene una gran afinidad con el oxígeno, nitrógeno, carbono e hidrógeno. Esto se debe a que el potencial electroquímico es muy negativo, por lo que tiende a oxidarse con facilidad. Debido a esta propiedad, ha sido necesario diseñar métodos específicos de procesado para este elemento.

A continuación se especifican algunos métodos utilizados en la obtención del titanio.

#### *Métodos de obtención del titanio*

Debido a su reactividad, el titanio no se encuentra en la naturaleza en estado elemental, sino que se encuentra en forma de óxidos, bien sea el rutilo ( $\text{TiO}_2$ ) o ilmenita ( $\text{FeO}\cdot\text{TiO}_2$ ), ambos de difícil extracción de la corteza terrestre. Esto supone la primera barrera económica para la introducción del titanio en nuevos mercados. La elevada estabilidad de los óxidos de titanio limita las alternativas de obtener el metal, por lo que hoy en día el proceso Kroll es el método más empleado, pese a su alto coste económico.

El titanio puro se obtiene mediante el método Kroll (ver figura 2.2) que consta de los siguientes pasos:

- 1º Cloración del óxido para producir  $\text{TiCl}_4$ .
- 2º Destilación del  $\text{TiCl}_4$  para purificarlo.
- 3º Reducción del  $\text{TiCl}_4$  con magnesio para la obtención del titanio esponja.
- 4º Purificación de la esponja de titanio para eliminar los productos secundarios.

El proceso comienza con el material en forma de óxido, concretamente rutilo ( $\text{TiO}_2$ ). Debido a las numerosas aplicaciones industriales de este producto, el mercado de dicho mineral es muy estable, por lo que es posible satisfacer las fluctuaciones de demanda del titanio metálico. En el caso de que el mineral de partida sea ilmenita ( $\text{FeTiO}_3$ ), debe realizarse un proceso previo consistente en eliminar el hierro a partir de electrofusión con carbono, obteniendo  $\text{TiO}_2$ .

La primera etapa consiste en la cloración del rutilo en un lecho fluidizado a  $1000^\circ\text{C}$  que contiene carbono, y donde quedan algunas impurezas de la mena. El cloro se introduce por la parte inferior del lecho en estado gaseoso, dando lugar a la reacción química que se puede apreciar en la figura 2.2. Además de ésta, también se produce otra muy similar, con la única variación de que en los productos se obtiene monóxido de carbono en lugar de  $\text{CO}_2$ , y lógicamente la estequiometría de la reacción es diferente.

El segundo paso consiste en purificar el producto en una unidad de destilación fraccionada, en la que primero se eliminan las impurezas de bajo punto de ebullición, como puedan ser el  $\text{CO}$  y  $\text{CO}_2$ , y posteriormente se eliminan las de mayor punto de ebullición, como  $\text{SiCl}_4$  y  $\text{SnCl}_4$ .

El siguiente paso se considera el más importante, pues a partir del  $\text{TiCl}_4$  obtenido en el paso anterior se consigue el titanio puro mediante la reacción que aparece en la figura 2.3. Como se puede apreciar en el esquema, existe un proceso electrolítico asociado que reduce el  $\text{MgCl}_2$  obtenido como producto en este último paso, con el fin de utilizar el magnesio en la reducción del titanio y el cloro en el proceso de cloración [5].

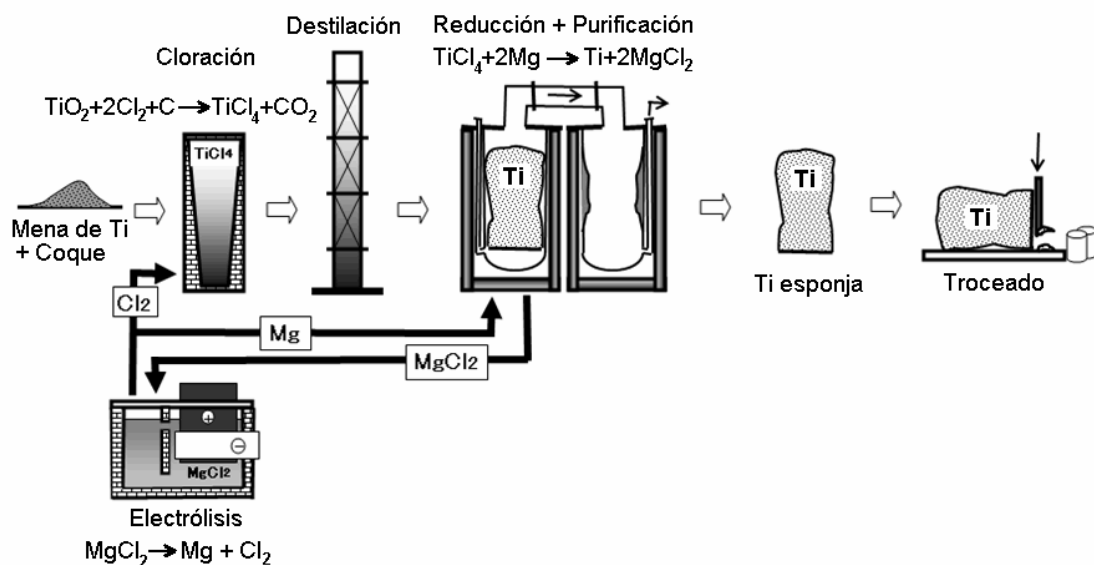


Figura 2.2. Esquema del proceso de obtención de Titanio (método Kroll) [5].

Una posible variación de esta última etapa sería la reducción del tetracloruro de titanio con sodio fundido en lugar de magnesio, lo que daría lugar a la reacción:  $\text{TiCl}_4 + 4\text{Na} \rightarrow \text{Ti} + 4\text{NaCl}$ .

En este caso, la esponja que se obtiene tiene una forma granular, por lo que podría ser más interesante si se quisiera conformar mediante pulvimetalurgia. La utilización mayoritaria de magnesio en el proceso de reducción se debe a una cuestión de costes. En este caso, el proceso se denomina Hunter y fue desarrollado en 1910, por lo que es anterior al método Kroll.

Tras realizar esta operación, es necesario separar la esponja y las sales, por ejemplo por lixiviación con ácido clorhídrico diluido.

Actualmente, el método utilizado para extraer titanio del mineral es el proceso Kroll combinado con la destilación al vacío, la cual elimina el cloruro residual de la esponja, fruto de una incompleta reacción con el magnesio [4; 5].

En cuanto a la economía del proceso, cabe destacar que las etapas más costosas son las de obtención del  $TiCl_4$  y la reducción del Mg. Esto se debe a que las condiciones que deben crearse para que ocurran estos procesos son complejas (para el primero es necesario alcanzar  $1000^{\circ}C$  de temperatura y para el segundo suele utilizarse una atmósfera inerte).

### 2.1.3. Aleaciones de titanio.

La justificación del uso tan extendido que tienen este tipo de aleaciones se puede deducir de la figura 2.3. En ella se realiza una comparativa de la resistencia específica de las diferentes aleaciones estructurales más comunes en función de la temperatura de trabajo. Como se puede apreciar, las aleaciones de titanio son las que mayor límite elástico específico presentan hasta temperaturas próximas a  $500^{\circ}C$ , a partir de la cual los aceros y las superaleaciones tienen un mejor comportamiento.

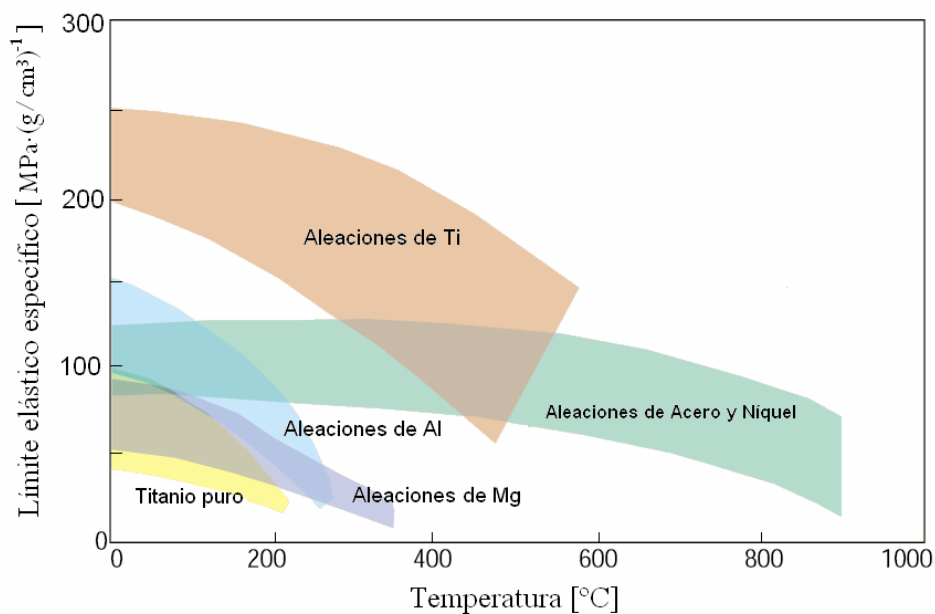


Figura 2.3. Variación del límite elástico específico en función de la temperatura para distintas aleaciones metálicas [5].

Cabe destacar que en el diagrama anterior se realiza una comparativa de las aleaciones de diferentes metales, no de los metales en estado puro. Esto se debe a que introduciendo elementos de aleación se modifican las propiedades del material, de manera que si este proceso se controla, pueden crearse materiales que tengan las propiedades que se estén buscando en función de la aplicación que se considere. La justificación de este fenómeno reside en la aparición de compuestos intermetálicos en el metal base o la formación de soluciones sólidas sustitucionales o intersticiales en la red metálica, de manera que la estructura cristalina del metal base se modifica y con ella propiedades del material tan importantes como el esfuerzo necesario para provocar una deformación permanente en un material, el cual depende del tamaño de la celda unidad y la densidad atómica planar [6].

En el caso específico del titanio, el refuerzo con partículas además es necesario si quiere utilizarse en aplicaciones con condiciones de operación agresivas, principalmente porque presenta una baja resistencia al desgaste.

A continuación se analizan las aleaciones que forma dicho elemento, mencionando sus principales características.

### 2.1.3.1. Elementos de aleación del titanio

Como se verá posteriormente, las aleaciones de titanio se clasifican según el tipo de estructura cristalina que presenta, y ésta se justifica con el tipo de elemento aleante que se añade. Por ello, para poder comprender el efecto que tienen los diferentes elementos de aleación sobre el titanio debe realizarse un estudio de las estructuras cristalinas del metal.

A temperatura ambiente el titanio elemental presenta una estructura cristalina hexagonal compacta (HCP) denominada alfa ( $\alpha$ ), y a 882°C se transforma en la estructura cúbica centrada en el cuerpo (BCC) denominada beta ( $\beta$ ).

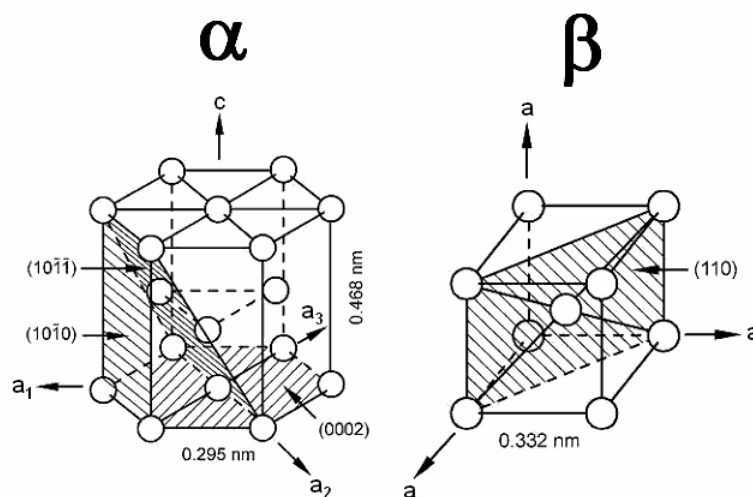


Figura 2.4. Estructuras cristalinas del Titanio. Izquierda: HCP ( $\alpha$ ). Derecha: BCC ( $\beta$ ) [5].

Como se ha comentado y puesto que en el presente trabajo se analizarán dos aleaciones del elemento puro, a continuación se analiza el efecto de elementos aleantes en estas estructuras. Para ello, en la figura 2.5 se presenta un esquema que muestra los radios atómicos de diferentes elementos en referencia al titanio y el tipo de solución sólida que constituyen. Se

define una solución sólida como un sólido que consta de dos o más elementos dispersos atómicamente en una estructura de fase única. Dentro de las soluciones sólidas existen dos tipos en función de la relación de tamaños de los átomos de soluto y solvente: las intersticiales, en las cuales los átomos de aleación se alojan en los huecos que quedan en la matriz de metal base, y las sustitucionales, consistente en que el átomo de soluto desplaza y ocupa la posición de un átomo de la red base. Para que los elementos de aleación se alojen en los intersticios de los átomos de la celda deben tener un tamaño muy pequeño, mientras que para que la solución sólida sea de tipo sustitucional deben cumplir ciertas características que se recogen en las reglas de Hume-Rothery, las cuales sientan las bases para que exista una gran solubilidad de un elemento en otro.

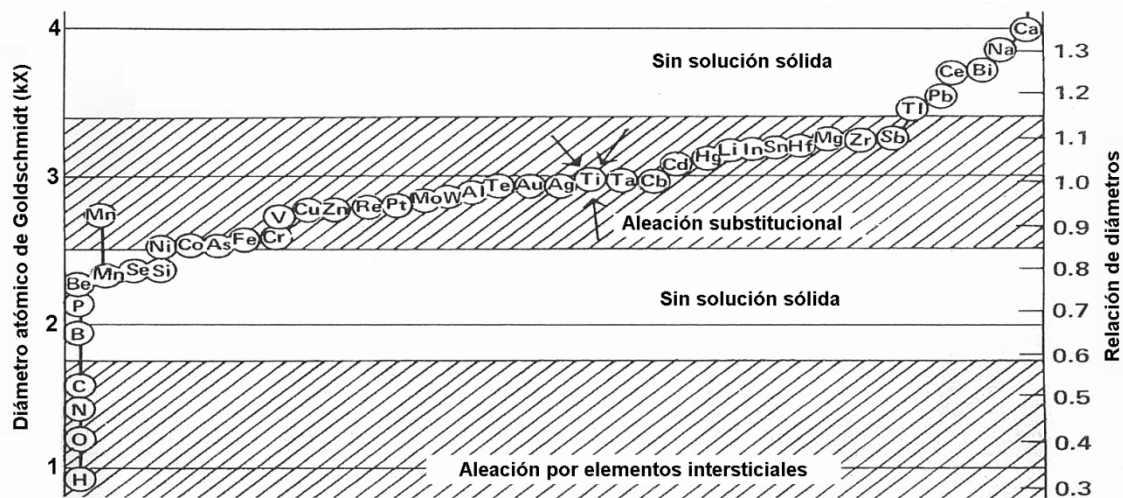


Figura 2.5. Relación de radios atómicos de diferentes elementos en relación al titanio y tipo de solución sólida que forman [5].

Como se puede observar en la figura 2.5, el titanio forma soluciones sólidas con casi todos los metales de transición, así como los que no son de transición y presentan compatibilidad de electronegatividad y radio atómico. Además presenta una gran afinidad con carbono, nitrógeno, oxígeno e hidrógeno, pudiendo formar soluciones sólidas intersticiales debido a que los radios atómicos son compatibles. Estas son las razones de la alta afinidad del titanio con numerosos elementos, lo cual dificulta su procesado como se comentó anteriormente.

A su vez, los elementos de aleación se pueden clasificar según el efecto estabilizador que tengan sobre las estructuras cristalinas  $\alpha$  y  $\beta$ : éstos pueden ser estabilizadores de la fase  $\alpha$  (o alfégenos), estabilizadores de la fase  $\beta$  (o betágenos) o neutros, cuyo efecto no favorece a ninguna de las fases. Este fenómeno se manifiesta con una modificación de la temperatura de transición  $\alpha$ - $\beta$  del titanio, la cual es  $882^{\circ}\text{C}$  para el metal puro. Como se puede apreciar en la figura 2.6, la manera de dificultar o facilitar la transición es aumentando o disminuyendo la temperatura a la que la fase  $\alpha$  se convierte en  $\beta$ , respectivamente.



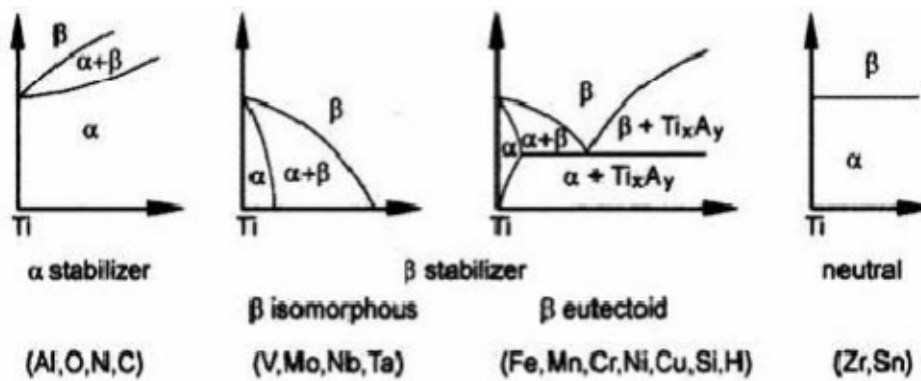


Figura 2.6. Efecto de los elementos de aleación en el diagrama de fases [7].

A continuación se agrupan los elementos de aleación según su efecto estabilizador [5; 7]:

#### Elementos alfégenos:

Como elementos que forman soluciones sólidas sustitucionales destaca el aluminio, mientras que el carbono, nitrógeno y oxígeno se mezclan con el titanio como elementos intersticiales. Todos son fuertes estabilizadores de la fase  $\alpha$ , pues aumentan la temperatura de transición  $\alpha$ - $\beta$ . Los estabilizadores  $\alpha$  tienen un límite en cuanto a cantidad máxima que se puede incorporar, pues si están presentes en un alto porcentaje se forma una fase  $\alpha_2$  ( $AlTi_3$ ) que soporta muy altas temperaturas y a la vez vuelve frágil la aleación. El estabilizador alfégeno más empleado comercialmente es el aluminio, pues con emplear un 6% de este elemento la temperatura de transformación  $\alpha$ - $\beta$  pasaría a ser aproximadamente 1000°C.

#### Elementos betágenos:

Por otra parte, los elementos de aleación betágenos se clasifican en dos tipos, según el tipo de aleación que formen: los elementos isomorfos tienen solubilidad total en la fase  $\beta$  del titanio, mientras que los eutectoides forman compuestos intermetálicos debido a que las características de los átomos de soluto y solvente no son compatibles para formar otro tipo de compuestos. El elemento betágeno isomorfo más empleado es el vanadio, mientras que el eutectoide más utilizado es el hierro debido a su bajo coste en comparación con otros elementos de aleación. El niobio es, al igual que el vanadio, un elemento betágeno isomorfo.

#### Elementos neutros:

Aunque se definan este tipo de elementos como aquellos que no favorece la estabilidad de ninguna de las dos fases, en la práctica presentan un comportamiento ligeramente alfégeno o betágeno. Por ejemplo, el circonio, hafnio o estaño tienden a disminuir la temperatura de transición cuando la concentración que se utiliza es baja, y a medida que se va aumentando el comportamiento es el opuesto (aumentar la temperatura de transición). Además, la presencia de otros elementos como el aluminio hace que este comportamiento se acentúe aún más.

Para evaluar cuantitativamente el efecto estabilizador en las fases de los elementos de aleación se utilizan dos ecuaciones para calcular el contenido equivalente de aluminio y molibdeno [5]. Para conocer el efecto alfégeno de los elementos se utiliza la fórmula de Rosenberg:

$$[Al]_{eq}=[Al]+0,17[Zr]+0,33[Sn]+10[O] \quad (2.1)$$

Mientras que para evaluar el efecto betágeno se calcula la cantidad de molibdeno equivalente según la ecuación de Molchanova:

$$[Mo]_{eq}=[Mo]+0,2[Ta]+0,28[Nb]+0,4[W]+0,67[V]+1,25[Cr]+1,25[Ni]+1,7[Mn]+1,7[Co]+2,5[Fe] \quad (2.2)$$

El fundamento de este método es establecer la equivalencia de elementos estabilizadores de una misma fase, de manera que además de expresarse este efecto en términos de un elemento, se puede conocer la mayor o menor influencia de cada uno en dicha estabilización. Por ejemplo, si se examinan los estabilizadores beta se puede comprobar que, según los coeficientes de la ecuación, el vanadio tiene más efecto  $\beta$ -estabilizador que el niobio, debido a que los coeficientes de ambos son 0,67 y 0,28 respectivamente.

### 2.1.3.2. Clasificación y propiedades de las aleaciones de titanio.

Una vez introducidos los elementos de aleación y su efecto sobre las diferentes fases, la clasificación de las aleaciones de titanio es inmediata, debido a que los materiales que presenten una misma estructura cristalina tendrán unas propiedades mecánicas muy similares. En este apartado no se analizan en cuestiones relativas al procesado, como por ejemplo los tratamientos térmicos, los cuales tienen una incidencia directa en el tipo de fase que se forma y, por tanto, en las propiedades del material. Como se refleja en la figura 2.8, el procesado afecta al material cambiando su estructura cristalina, de manera que las propiedades mecánicas quedan alteradas debido a este cambio.

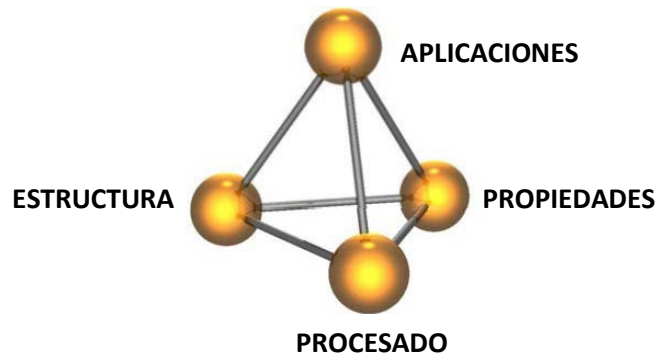


Figura 2.8. Influencia y relaciones de diferentes aspectos en el diseño de materiales [8].

Por consiguiente, los grupos en los que se clasifican las aleaciones de titanio son [7; 8; 9]:

#### Aleaciones $\alpha$ :

Formadas por el titanio comercial y las aleaciones que contienen únicamente elementos alfégenos o neutros. En base a la ecuación 2.1 del aluminio equivalente, el máximo valor de dicho parámetro es 9% para evitar la formación de fase  $\alpha_2$ . La temperatura en servicio es alta debido a que el titanio puro tiene estructura  $\alpha$  en estado ambiental. Presentan una resistencia baja o media, tienen una temperatura de transición dúctil-frágil muy baja, por lo que suelen emplearse en ambientes criogénicos. Tienen problemas de conformación por poseer

estructura cristalina HCP y presentan la mayor resistencia a la corrosión de todas las aleaciones de titanio.

Las cuasi- $\alpha$  son un pequeño subgrupo, que se distinguen por contener elemento betágenos en muy escasa proporción. Se desarrollaron para mejorar ciertas propiedades respecto a las aleaciones  $\alpha$ . Estas aleaciones presentan mayor resistencia a altas temperaturas y a fluencia. Además, la resistencia a tracción a temperatura ambiente aumenta debido a que tienen fase  $\alpha$  con parte de  $\beta$ .

#### *Aleaciones $\beta$ :*

Este tipo de aleaciones están formadas por más de un 6% de elementos betágenos, de manera que es posible encontrar estructura cristalina totalmente  $\beta$  a temperatura ambiente. Debido a esto, la densidad suele ser entre un 7 y un 10% mayor que el resto de aleaciones. Se utilizan en aplicaciones de alta resistencia mecánica y debido a la buena conformabilidad y soldabilidad son muy utilizadas en componentes estructurales.

#### *Aleaciones $\alpha+\beta$ :*

Debido a ciertas propiedades de las aleaciones  $\alpha$  como puedan ser la baja resistencia, baja forjabilidad y fragilidad que presentan si se trata de aumentar la resistencia, dieron paso a las aleaciones de tipo  $\alpha+\beta$ . Éstas contienen uno o más estabilizadores  $\alpha$  o elementos solubles en  $\alpha$  y uno o más estabilizadores  $\beta$ , hasta una proporción máxima del 4 o 6%. Estas aleaciones son soldables y tratables térmicamente, poseen una resistencia media-alta y pueden soportar ciertas operaciones de conformación en frío.

La mitad del consumo mundial de titanio está dedicado a producir la aleación  $\alpha+\beta$  Ti-6Al-4V. Esto se debe al balance entre sus excelentes propiedades mecánicas, resistencia a la corrosión y su tolerancia a trabajar en ambientes a altas temperaturas. Además, admite ser producida por conformación y sus propiedades pueden variar si se aplican tratamientos térmicos.

La aleación Ti-6Al-7Nb también es de este tipo, por lo que las propiedades que presenta son muy similares a las del Ti-6Al-4V. Sin embargo, la presencia del niobio en vez de vanadio supone una ventaja a la hora de aplicarlo en materiales biomédicos, como se verá en apartados siguientes.

## 2.2. Biomateriales

### 2.2.1. Introducción

Los materiales y la biología tienen una estrecha relación, pues estas dos ciencias se complementan mutuamente para evolucionar. Los ingenieros se han dado cuenta de que los sistemas biológicos han sufrido un proceso de desarrollo de millones de años y, por lo tanto, están muy optimizados para realizar la función para la que han sido concebidos. Por esta razón en numerosas investigaciones los ingenieros trabajan conjuntamente con biólogos para estudiar los sistemas y estructuras naturales, con el objetivo de inspirarse en la naturaleza para intentar fabricar artificialmente materiales que copien los sistemas naturales. Por lo tanto, a través de la observación de la naturaleza se pueden extraer modelos para desarrollar materiales con propiedades avanzadas y que reciben el nombre de materiales biomiméticos.

Un ejemplo de este tipo de material es la seda de la tela de araña, la cual tiene unas propiedades extraordinarias, debido a que las características mecánicas que tienen estas fibras son superiores a la inmensa mayoría de materiales tanto naturales como fabricados por el hombre. A pesar de que las telas han ido evolucionando desde hace 180 millones de años, el interés por investigar su estructura y propiedades físicas comenzó a finales de la década de 1970, con los estudios realizados por Denny [10].

Tal y como se puede apreciar en las gráficas tensión – deformación de la figura 2.9 existen dos tipos de fibras: las de color rojo tienen una función estructural: soporta todo el entramado y sirve como fijación del mismo a la zona en la que se sustente. Pueden tener un módulo elástico del orden de 10 GPa y la resistencia máxima puede estar por encima de 1 GPa. Por otra parte, la función de las de color azul es atrapar a los insectos que impacten con la tela de araña sin que éste rebote o atraviese dicha tela, por lo que la energía que absorbe hasta la rotura debe ser muy elevada.

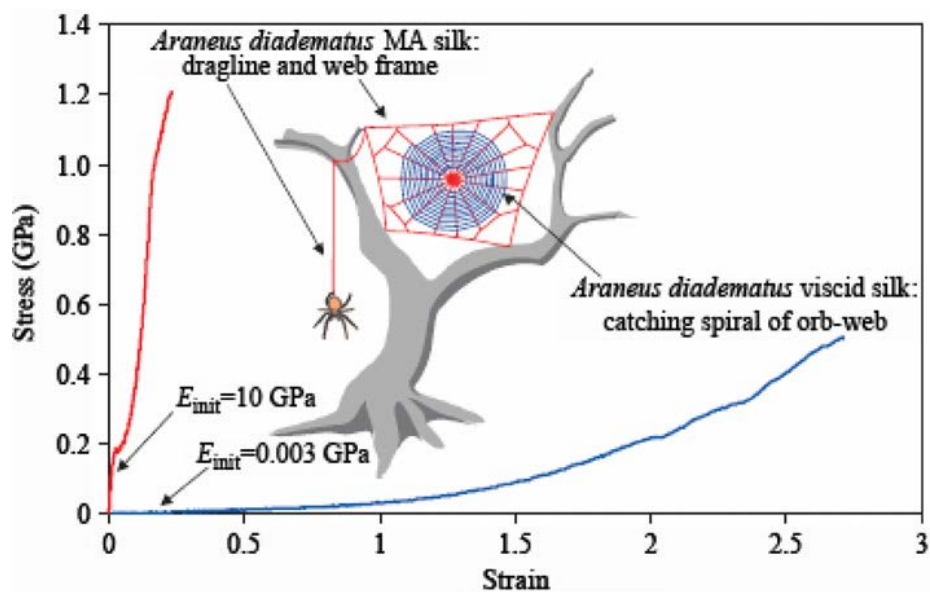


Figura 2.9. Curvas tensión-deformación para dos tipos de fibras de tela de araña [11].

Por lo tanto, si se calcula el área bajo la curva se obtienen valores elevados para los dos tipos, los cuales son del orden del doble si se compara con la fibra de nylon y 25 veces superior si se compara con un acero de alta resistencia (ver figura 2.10)

Tensile mechanical properties of spider silks and other materials

| Material                          | Stiffness (GPa) | Strength (GPa) | Extensibility | Toughness (MJ m <sup>-3</sup> ) | Hysteresis (%) | Source |
|-----------------------------------|-----------------|----------------|---------------|---------------------------------|----------------|--------|
| <i>Nature fibers</i>              |                 |                |               |                                 |                |        |
| <i>Araneus</i> MA silk            | 10              | 1.1            | 0.27          | 160                             | 65             | [213]  |
| <i>Araneus</i> viscid silk        | 0.003           | 0.5            | 2.7           | 150                             | 65             | [213]  |
| <i>Nephila clavipes</i> silk      | 11–13           | 0.88–0.97      | 0.17–0.18     |                                 |                | [214]  |
| <i>Bombyx mori</i> cocoon silk    | 7               | 0.6            | 0.18          | 70                              |                | [213]  |
| <i>B. mori</i> silk (w/ sericin)  | 5–12            | 0.5            | 0.19          |                                 |                | [215]  |
| <i>B. mori</i> silk (w/o sericin) | 15–17           | 0.61–0.69      | 0.4–0.16      |                                 |                | [215]  |
| <i>B. mori</i> silk               | 10              | 0.74           | 0.2           |                                 |                | [214]  |
| Rat-tail collagen                 | 0.002–0.05      | 0.0009–0.0074  | 0.24–0.68     |                                 |                | [216]  |
| Rat-tail collagen X-linked        | 0.4–0.8         | 0.047–0.072    | 0.12–0.16     |                                 |                | [216]  |
| Tendon collagen                   | 1.5             | 0.15           | 0.12          | 7.5                             | 7              | [213]  |
| Bone                              | 20              | 0.16           | 0.03          | 4                               |                | [213]  |
| Wool, 100%RH                      | 0.5             | 0.2            | 0.5           | 60                              |                | [213]  |
| Elastin                           | 0.001           | 0.002          | 1.5           | 2                               | 10             | [213]  |
| Resilin                           | 0.002           | 0.003          | 1.9           | 4                               | 6              | [213]  |
| <i>Synthetic materials</i>        |                 |                |               |                                 |                |        |
| Synthetic rubber                  | 0.001           | 0.05           | 8.5           | 100                             |                | [213]  |
| Nylon fiber                       | 5               | 0.95           | 0.18          | 80                              |                | [213]  |
| Kevlar 49 fiber                   | 130             | 3.6            | 0.027         | 50                              |                | [213]  |
| Carbon fiber                      | 300             | 4              | 0.013         | 25                              |                | [213]  |
| High-tensile steel                | 200             | 1.5            | 0.008         | 6                               |                | [213]  |

Figura 2.10. Comparación de propiedades mecánicas de las fibras de tela de araña con otros materiales utilizados en la ingeniería [11].

La explicación de las excelentes propiedades que poseen estos materiales reside en su microestructura, la cual revela el fundamento físico de estas propiedades e invita a los investigadores a reproducirlas, con el fin de obtener materiales artificiales con características muy avanzadas.

Sin embargo, la ciencia de los materiales también aporta su valor a la biología, desarrollando materiales específicos que ayudan a curar numerosos problemas de salud. Cada día existen más aplicaciones de estos materiales, como por ejemplo los injertos vasculares, regeneración de tejidos, implantes permanentes del sistema esquelético, miembros artificiales permanentes, etc. A los materiales con estas características se les denomina biomateriales, y a continuación se realizará un breve repaso de los mismos:

### 2.2.2. Biomateriales: definición y características.

#### *Definición:*

Los biomateriales son aquellos que, por sus características específicas, pueden mantenerse en un medio extremadamente hostil hacia ellos, como lo es el interior de un ser vivo. Por tanto, para que cumplan su función adecuadamente no deben ser rechazados por el cuerpo del ser vivo, sino que deben incorporarse y coexistir con el ambiente que le rodea.

Una definición más tangible de los biomateriales se formuló en Chester (Reino Unido) en el año 1991, la cual se cita textualmente: “es un material diseñado para actuar interfacialmente con sistemas biológicos con el fin de evaluar, tratar, aumentar o reemplazar algún tejido, órgano o función del cuerpo” [12].

El proceso de desarrollo de estos materiales es muy complejo, pues las condiciones que deben soportar son muy extremas. El ambiente interno es altamente agresivo hacia el material implantado, ya que además de soportar las difíciles condiciones del interior del cuerpo de los seres vivos, el sistema inmunológico del mismo puede tener una respuesta adversa. Ésta puede ser de dos tipos:

- Respuesta local: se produce alrededor del material implantado y consiste en una inflamación de los tejidos adyacentes, lo que provoca dolor y malestar al paciente.
- Respuesta remota: afecta a órganos del cuerpo, generando infecciones en ellos.

Sin embargo, al diseñar un biomaterial se realiza bajo las hipótesis de aceptación del mismo por parte del organismo, pues de otra manera el material debería poder controlar estos mecanismos de rechazo, lo cual resulta inviable.

#### *Características deseables:*

A continuación se expone algunas de las condiciones que representan el agresivo ambiente del cuerpo humano junto con las características que deben tener este tipo de materiales:

- Resistencia a la corrosión, debido a que los fluidos de nuestro cuerpo constituyen un ambiente agresivo, y al tener que estar permanentemente en contacto con ellos supone un riesgo potencial para el material.
- Biocompatibilidad, la cual se define como estabilidad química, resistencia a la corrosión y no ser carcinogénico ni tóxico cuando se usa en el cuerpo humano. No debe producir alergias o infecciones y además los tejidos del cuerpo deben poder adherirse fuertemente a él.
- Alta resistencia al desgaste y a la fatiga, pues las cargas a las que se verá sometido tendrán un carácter cíclico. Esto se debe a que, de media, una persona puede experimentar entre 1 y 2,5 millones de ciclos de tensión en su cadera al año (a causa de sus actividades normales), lo cual se traduce en un total de 50 o 100 millones de ciclos de tensión en un período de 50 años. Además, puesto que las operaciones de implantación de biomateriales suelen ser muy invasivas, es necesario que el componente se mantenga íntegramente el mayor tiempo posible.
- Deben ser fácilmente mecanizables, pues las formas que hay que reproducir suelen ser muy complejas.
- Módulo de elasticidad similar al del hueso para lograr proporcionalidad en el soporte de la carga entre el hueso y el material, pues de lo contrario el implante soportará más carga que el hueso; este fenómeno se denomina protección de esfuerzos y resulta indeseable, pues el hueso responde a la tensión reconstruyéndose, y si la tensión que sufre es menor se remodelará a un nivel de carga más bajo, empeorando su calidad.
- Bajo coste para que pueda estar al alcance de todo el mundo.

En general la mayor parte de los materiales no satisfacen todas estas condiciones, por lo que deben diseñarse específicamente para cumplir unas determinadas funciones. Por ello, en el proceso de creación de estos materiales los médicos e ingenieros deben trabajar conjuntamente [13];

### 2.2.3. Tipos de biomateriales.

Debido a las numerosas aplicaciones de los biomateriales, no existe una única clasificación. Algunas son en función de los usos, tipos y aplicaciones que tienen. Sin embargo, puesto que en definitiva son materiales, desde un punto de vista ingenieril se pueden calificar según los grupos de materiales tradicionales: metales, polímeros, cerámicas y materiales compuestos. A continuación se muestra un breve cuadro a modo de esquema de las propiedades de los mismos:

| Material                     | Ventajas   | Inconvenientes  | Aplicaciones   |
|------------------------------|--|---|--|
| <b>Metales</b>               | Resistencia a esfuerzos de alto impacto, alta resistencia al desgaste.                     | Baja biocompatibilidad, corrosión en medios fisiológicos, alta densidad.  | Fijación ortopédica: tornillos, clavos, alambres, barras intermedulares, implantes dentales. |
| <b>Cerámicos</b>             | Buena biocompatibilidad, resistencia a la corrosión, inerte.                               | Fractura ante esfuerzos de alto impacto, difícil procesado, baja resistencia mecánica, no elásticos, alta densidad. | Prótesis de cadera, dientes, dispositivos transcutáneos, injertos óseos.                     |
| <b>Polímeros</b>             | Elásticos, fáciles de fabricar, baja densidad  | Baja resistencia mecánica, degradación con el tiempo.   | Suturas, arterias, tendones.   |
| <b>Materiales compuestos</b> | Buena compatibilidad, inerte, resistencia a la corrosión, alta resistencia a los esfuerzos | Carecen de consistencia en la fabricación del material  | Valvulas cardíacas, marcapasos, uniones óseas.   |

*Tabla 2.1. Clasificación de los biomateriales y características de los mismos [14].*

A continuación se analiza cada uno de los grupos, centrando la atención en los metálicos debido a que los materiales usados en el presente trabajo fin de grado pertenecen a dicho grupo [7; 9; 13].

#### 2.2.3.1. Biomateriales metálicos.

Hasta el siglo XVIII los materiales metálicos que se empleaban en implantes quirúrgicos eran principalmente el oro y la plata. Posteriormente comenzaron a emplearse los aceros y ya en el siglo XX han ido apareciendo los aceros inoxidables y las aleaciones de cromo-cobalto-molibdeno, siendo la década de los 40 cuando se introdujeron el titanio y sus aleaciones.

Estos implantes metálicos se usan en muchas aplicaciones biomédicas como, por ejemplo, aquellas específicas para sustituir tejidos dañados con el objetivo de restablecer una función como ocurre en las aplicaciones ortopédicas, donde parte o la totalidad de un hueso o articulación es sustituida o reforzada con aleaciones de metal.

Los materiales metálicos implantables deben presentar una buena resistencia a la corrosión, pues uno de sus principales inconvenientes es su tendencia a la oxidación, la cual puede tener lugar debido al ambiente altamente corrosivo del cuerpo humano. Esto provoca no solo que el implante se debilite, si no que se produzca una liberación de productos de corrosión a los tejidos adyacentes, originándose efectos no deseables.

A continuación se realiza un resumen de los materiales metálicos utilizados en aplicaciones biomédicas:

#### Acero inoxidable:

Dependiendo de su microestructura existen tres tipos de aceros inoxidables; martensíticos, ferríticos, austeníticos.

Los aceros inoxidables austeníticos son los que ofrecen mejores resultados para implantes debido a su alta resistencia mecánica y a la corrosión.

Los aceros inoxidables martensíticos se emplean para la utilización de material quirúrgico, mientras que los ferríticos, aunque presentan una excelente resistencia a la corrosión bajo tensiones, sus propiedades mecánicas y su capacidad de endurecimiento por trabajo son notoriamente inferiores a la de los austeníticos, no encontrando así ninguna aplicación en el sector de la biomedicina.

#### Aleaciones base Cobalto:

Existen principalmente dos tipos: las aleaciones forjadas y las aleaciones colables. En ambas aleaciones los elementos principales, Co y Cr forman una solución sólida de 65% Co – 35% Cr, pudiéndose añadir Mo para obtener un tamaño de grano más fino, lo que aporta una mayor resistencia mecánica.

#### Aleaciones de titanio:

Todas las aleaciones de titanio (alfa, beta y alfabeta) tienen unas características mecánicas y de moldeo que son atractivas para diferentes aplicaciones. Aunque ambas tienen una notable resistencia a la corrosión, incluso en ambientes agresivos como el del cuerpo humano. Dicha resistencia es superior, tanto a la del acero inoxidable como a la de las aleaciones cobalto - cromo debido a su capacidad para formar una capa protectora de óxido  $TiO_2$ .

Desde el punto de vista ortopédico, la excelente biocompatibilidad, la alta resistencia a la corrosión y su bajo módulo de elasticidad son sumamente deseables. Sin embargo, su escasa resistencia a la fricción y al desgaste representan un inconveniente.



Los materiales que más se utilizan dentro de este grupo son las aleaciones de titanio. Esto se debe principalmente a la protección de esfuerzos que se ha comentado anteriormente, en relación al módulo elástico. En la tabla 2.2 se compara este parámetro para diferentes metales comúnmente usados en prótesis, llegando a la conclusión de que aunque el módulo elástico de las aleaciones de titanio difieren bastante del de los huesos, es la alternativa más similar, por lo que aún hay mucho trabajo por delante para desarrollar materiales más aptos.

| Material         | Módulo Elástico (GPa) |
|------------------|-----------------------|
| Hueso            | 7-25                  |
| Aleaciones de Ti | 100-120               |
| Acero Inoxidable | 210                   |
| Aleaciones Co-Cr | 230                   |

*Tabla 2.2. Comparativa del módulo de elasticidad de materiales utilizados en prótesis.*

Además de la anterior característica, las aleaciones de titanio son las más prometedoras en este campo debido a numerosos factores: es un material resistente a la corrosión gracias a que forma una capa de óxido natural, y es un material muy biocompatible: es ligero, lo que provoca que el peso del componente no sea muy alto; no provoca alergias; y además la adherencia del implante al hueso es muy buena. Esta característica se denomina oseointegración y es un proceso que ocurre cuando el implante se introduce en el cuerpo: la superficie del material reacciona con el agua e iones presentes en el cuerpo humano, se adsorben proteínas a esta superficie y finalmente unas células llamadas osteoblastos comienzan a crecer alrededor del implante hasta que éste queda encapsulado y aislado. Por lo tanto, lo que se busca es que estas células se adhieran fuertemente y proliferen rápidamente para acelerar este proceso.

En el presente trabajo fin de grado se estudian dos de estas aleaciones, de ahí el interés hacia este grupo de materiales: la aleación Ti-6Al-4V, muy utilizada en numerosas aplicaciones industriales, y la aleación Ti-6Al-7Nb, empleada como sustitución de la anterior debida a sus mejores características en aplicaciones biomédicas. A continuación se mencionan algunas características de ambas, pues las principales propiedades que afectan al estudio realizado se verán en apartados posteriores:

- Ti-6Al-4V: es la aleación de titanio más utilizada. Tiene una composición química aproximada de 6% de Al, 4% de V, 0,25% de Fe como máximo, 0,2% de oxígeno como máximo y el resto es titanio. Es significativamente más resistente que el titanio puro manteniendo además la misma rigidez y propiedades térmicas. Puesto que admite tratamientos térmicos, presenta una combinación de resistencia, soldabilidad, resistencia a la corrosión y conformabilidad que hacen atractivo a este material en numerosas industrias con gran poder económico, como puedan ser la aeroespacial o el transporte, la generación de energía eléctrica o en aplicaciones marítimas.
- Ti-6Al-7Nb: si se consideran aplicaciones biomédicas, el Ti-6Al-4V ha sido ampliamente utilizado pero presenta algunos inconvenientes, como su baja resistencia al desgaste o baja resistencia a efectos de cortadura. Por lo tanto, la aleación Ti-6Al-7Nb se desarrolló específicamente para utilizarse en implantes biomédicos. Este material

mejora la biocompatibilidad al sustituir el niobio por vanadio, ya que el vanadio está considerado citotóxico cuando está en contacto con tejidos.

### **2.2.3.2. Biomateriales cerámicos.**

Este tipo de materiales es muy utilizado en odontología, pues las piezas dentales tienen características similares a los materiales cerámicos. Fuera de esta aplicación su uso resulta de reciente introducción. Estos materiales presentan una característica crucial en comparación con el resto, y es la baja reactividad química con los compuestos del interior del cuerpo. Como ejemplos más novedosos cabe destacar el uso de implantes de carbono como intercara con la sangre, por ejemplo en válvulas del corazón, o los cementos basados en fosfatos de calcio para utilizarlos en injertos óseos.

### **2.2.3.3. Biomateriales poliméricos y compuestos.**

Los polímeros constituyen una alternativa a los materiales tradicionales, gracias a su facilidad de procesado y gran diversidad de propiedades. Además, gran parte de los tejidos naturales son, en esencia, materiales poliméricos, por lo que su biocompatibilidad e integración en el sistema del ser vivo es completa.

Por otro lado, los materiales compuestos combinan materiales metálicos, cerámicos y poliméricos, de manera que las propiedades del conjunto son mayores que las de cada material por separado. Esta combinación permite aunar las propiedades más adecuadas de los diferentes materiales. Dentro de esta familia cabe destacar la fibra de carbono, compuestos cerámica-polímero para sistemas de obturación odontológicos o materiales con fibra de vidrio para ser utilizados en placas de oseosíntesis.

## 2.3. Análisis del fenómeno de perforación.

### 2.3.1. Clasificación.

Hoy en día se presta una especial atención a los procesos que involucran impacto o colisión entre dos o más cuerpos sólidos. Tradicionalmente, las aplicaciones militares eran la principal aplicación de dichos estudios. Sin embargo, los rápidos avances en la tecnología han hecho que los materiales trabajen cada vez más solicitados, de manera que el estudio de la respuesta de materiales bajo intensas cargas impulsivas es importante en aplicaciones tan comunes como la protección de vehículos terrestres o aéreos, vulnerabilidad de sistemas de seguridad en entornos peligrosos (como por ejemplo nuclear) o el diseño de sistemas de protección ligeros.

El estudio del fenómeno de impacto involucra numerosas disciplinas científicas. En los impactos a baja velocidad (menos de 2 m/s) los problemas se pueden estudiar por medio de la dinámica estructural. En estos casos, la indentación provocada por el impacto se puede modelar con la teoría del contacto de Hertz. A medida que la velocidad de impacto aumenta, el estudio de la respuesta de la estructura se centraliza en la zona cercana al impacto. Debido a la naturaleza del fenómeno, es habitual estudiar la propagación de ondas de tensión, y las influencias de la velocidad, geometría, constitución del material, velocidad de deformación, localización de la zona plastificada y el fenómeno de fallo se van manifestando progresivamente a medida que ocurre el proceso de impacto. A velocidades aún mayores (2 o 3 km/s) las presiones localizadas superan en un orden de magnitud la resistencia del material, y a velocidades mayores de 12 km/s los sólidos pueden modelarse como fluidos, pues debido a la alta velocidad de deformación los materiales pueden llegar a sufrir evaporación explosiva.

En la figura 2.11 se realiza una clasificación de los tipos de impacto en función de la velocidad de impacto,  $V_s$ , y la velocidad de deformación,  $\dot{\epsilon}$ . Además, para cada rango de velocidades se muestran los efectos predominantes del problema, comentados anteriormente, así como el método de ensayo utilizado para caracterizar materiales.

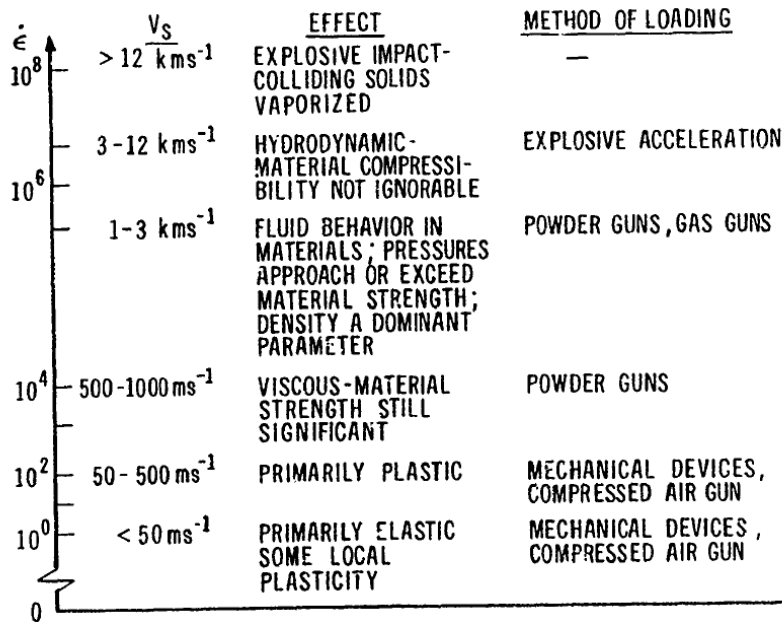


Figura 2.11. Clasificación de los ensayos de impacto en función de la velocidad de deformación y velocidad del impacto [15].

Para abordar completamente el fenómeno de impacto sería necesario tener en cuenta numerosos fenómenos: la geometría del penetrador y del cuerpo que sufre el impacto, propagación de ondas elasto-plásticas, deformaciones y deflexiones finitas, efectos de la velocidad de deformación, temperatura y fricción, endurecimiento por deformación, y la iniciación y propagación de mecanismos de fallo en el material impactado.

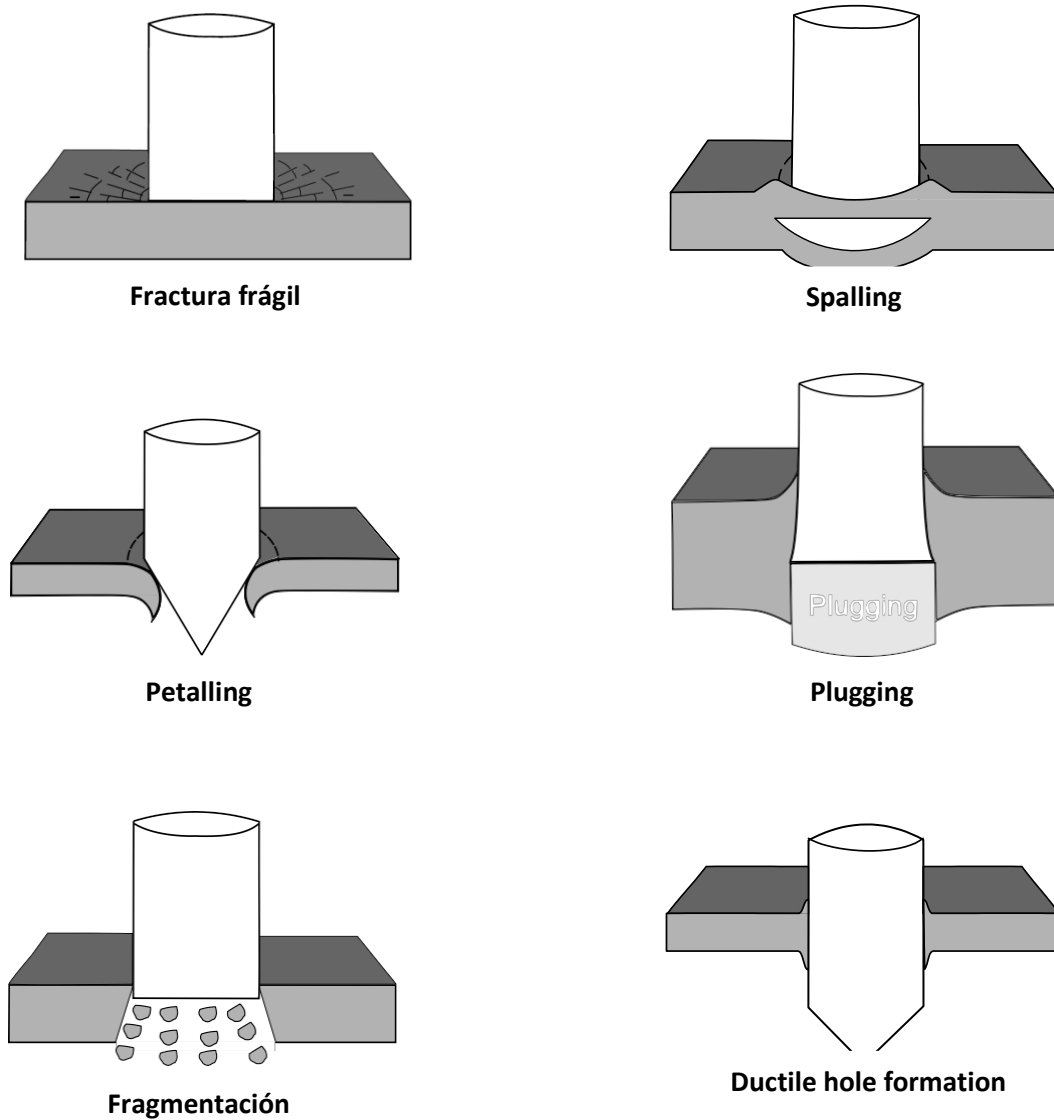
Por tanto, el intento de una formulación analítica del problema tendría que tener en cuenta todos estos parámetros, además de la caracterización del material bajo altas velocidades de deformación. Luego es frecuente que los investigadores traten de estudiar el fenómeno de manera experimental. Los modelos analíticos se basan en observaciones empíricas y tratan de reproducir alguno de los fenómenos predominantes de impacto anteriormente mencionados.

### 2.3.2. Fundamentos físicos del fenómeno.

Cuando un proyectil impacta en un objetivo determinado, aparece una intensa propagación de ondas de compresión en ambos sólidos. Si la velocidad de impacto es suficientemente alta, a continuación de la onda compresiva aparecen ondas de rarefacción (expansivas) que se propagan desde las superficies libres del impactador y se cruzan en el centro del impacto, creando una zona de altas tensiones de tracción. Las tensiones de esta región pueden dar lugar a la fractura del sólido en el caso de materiales frágiles, como pueden ser los aceros de alta resistencia. El estado tensional inducido en un impacto normal es claramente bidimensional, pero si el proyectil incide de manera oblicua aparecen más dificultades, debido a la aparición de momentos flectores producidos por la asimetría de la carga.

El estudio del modo de fallo de los materiales impactados puede revelar características muy importantes acerca del comportamiento del material. Este mecanismo depende de variables como la forma del proyectil, la velocidad de impacto, las propiedades del material o las

dimensiones relativas del impactador y el objeto. En la figura 2.12 se muestran los principales modos de fallo para especímenes de pequeño o medio espesor, y a continuación se describirán los mecanismos físicos de los mismos:



*Figura 2.12. Diferentes modos de fallo de materiales sometidos a impacto [16].*

- **Fractura frágil:** como se puede observar en la imagen, la fractura en este tipo de materiales ocurre de forma radial debido a que las tensiones en esta dirección se construyen como una onda de compresión que se propaga desde el punto de impacto hacia el exterior. Las grietas radiales se deben a las tensiones circunferenciales.
- **Spalling:** el fallo se debe a un efecto de tracción debido a la reflexión de la onda inicial de compresión en placas de espesor finito. Este modo de fallo es característico de materiales que soportan mejor a compresión que a tracción, sometidos a cargas explosivas o grandes impactos.

- **Petalling:** se produce por la aparición de altas tensiones radiales y circunferenciales que aparecen cerca de la punta del proyectil, tras el paso de la onda inicial de compresión. El movimiento del impactador empuja la placa y aparecen momentos flectores que son los causantes de esta característica apariencia. Aparece frecuentemente en placas impactadas por proyectiles ojivales o cónicos a bajas velocidades de impacto, o en proyectiles planos a velocidades cercanas al límite balístico. El fenómeno del petalling aparece junto a grandes deformaciones plásticas y flexión permanente. La resistencia a tracción del material se supera y una grieta en forma de estrella crece en los alrededores de la punta del proyectil. Los sectores que se forman se flectan debido al continuo movimiento del proyectil, formando los denominados pétalos.
- **Plugging:** este modo de fallo ha sido objeto de numerosos estudios tanto analíticos como experimentales. Suele ocurrir en aquellos casos donde el proyectil tiene punta plana o hemisférica y se lanza a velocidades cercanas al límite balístico. El resultado es la formación de un tapón aproximadamente cilíndrico y del mismo diámetro que el impactador. El mecanismo de formación del tapón se denomina bandas adiabáticas de cortadura, debido a las puntiagudas líneas de color blanco que se forman en la placa. Esto se debe a que el trabajo producido por la deformación plástica se convierte casi todo en calor, que apenas puede propagarse por conducción debido a la alta velocidad del proceso. Por tanto, en esta zona plástica la temperatura va aumentando, de manera que favorece el desarrollo de flujo plástico y el fenómeno de deformación plástica se localiza. Este proceso continúa acentuándose a lo largo del ensayo y el resultado es la propagación de una pequeña banda de grandes deformaciones plásticas a través del material a lo largo de planos de máxima tensión tangencial o mínima resistencia, finalizando en la descarga del material o su rotura. Para velocidades de impacto que excedan en un 5 o 10% el límite balístico, es más común la aparición de fragmentos que el tapón completo.
- **Fragmentación:** a velocidades de impacto muy altas el fenómeno de localización es aún mayor y se generan grandes cantidades de energía en pequeños intervalos de tiempo. En placas relativamente delgadas el material se fractura por completo, dando lugar a la fragmentación de la placa.
- **Ductile hole formation:** el uso de proyectiles cónicos u ojivales favorece la concentración de tensiones en torno a la punta, por lo que el material de la placa suele fracturarse primero en esa zona. A medida que avanza la perforación, el proceso se localiza principalmente en esta zona, dando lugar a grandes deformaciones y progresiva fractura. Este modo de fallo es característico de materiales muy dúctiles.

### 2.3.3. Métodos analíticos

Como se puede observar, los mecanismos de fallo son tremendamente complejos, pues además de los fenómenos que ocurren deben tenerse en cuenta los posibles defectos del material o fallos producidos en el proceso de ensayo. Además, en numerosas ocasiones no aparece un único modo de fallo, sino que es una combinación de varios comportamientos. Todo ello provoca que, como se ha comentado anteriormente, existan numerosos métodos analíticos basados en observaciones experimentales. Estos modelos se suelen basar en la

conservación de energía e intentan estimar la velocidad residual del proyectil o el espesor necesario de la protección para que no exista penetración. Constituyen un método rápido y eficaz de evaluar el límite balístico de un objetivo, pero el proceso de obtención supone asumir numerosas hipótesis simplificadoras que restringen los resultados obtenidos a unas condiciones de impacto determinadas. Aunque hoy en día es posible realizar complejos modelos numéricos y obtener tantos datos como se quiera, anteriormente los ingenieros solamente disponían de estas herramientas para calcular las estructuras. Como se podrá comprobar, estas expresiones analíticas se ajustarán correctamente a los resultados obtenidos de los materiales ensayados.

Los modelos analíticos han sufrido un gran proceso de desarrollo en los últimos años, lo que ha provocado un avance en las aproximaciones analíticas y su capacidad de predicción y exactitud. A continuación se muestran algunos de los principales modelos analíticos que se pueden encontrar en la literatura:

#### *Modelo de Recht e Ipson*

Recht e Ipson propusieron un modelo para estimar la velocidad residual del proyectil para casos en los que el espesor de la placa es del orden del diámetro del impactador. Para desarrollarlo se basaron en las ecuaciones de conservación del momento lineal y de la energía. La expresión analítica de la velocidad residual,  $V_r$ , es la siguiente:

$$V_r = B \cdot (V_o^p - V_{bl}^p)^{1/p} \quad (2.3)$$

donde  $V_r$  representa la velocidad residual,  $V_o$  la velocidad de impacto,  $V_{bl}$  el límite balístico y  $B$  y  $p$  son constantes del modelo. Adicionalmente, la constante  $B$  se suele aproximar como  $\frac{m_p}{m_p + m_{plug}}$ , donde  $m_p$  representa la masa del proyectil y  $m_{plug}$  la masa del tapón

#### *Modelo de Lambert*

Lambert [18; 19] propuso una expresión similar para calcular la velocidad residual:

$$V_r = \alpha \cdot (V_o^p - V_{bl}^p)^{1/p} \quad (2.4)$$

en este caso, las constantes se obtienen mediante la expresión:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{m_p}{m_p + M'/3} \\ p = 2 + \frac{z}{3} \\ z = (e/D) \sec^{0,75} \varphi \end{cases}$$

siendo  $m_p$  la masa del proyectil,  $M'$  la masa de la placa,  $e$  el espesor de la placa,  $D$  el diámetro del proyectil y  $\varphi$  el ángulo de impacto medido en radianes.

#### *Modelo de Thomson*

Thomson [20] desarrolló una expresión explícita para obtener la energía cinética a partir del trabajo de deformación plástica y el trabajo de las fuerzas de inercia, tal y como se muestra en

la ecuación 2.5. Los resultados que se obtienen predicen correctamente la energía de proyectiles cónicos.

$$E_c = \pi R^2 e_o \left[ \frac{1}{2} \sigma_y + \rho \left( \frac{VR}{L} \right)^2 \right] \quad (2.5)$$

donde  $e_o$  es el espesor inicial de la placa,  $\rho$  la densidad del material de la placa proyectada y  $\sigma_y$  es el límite elástico del material.

En el presente trabajo fin de grado se va a ajustar el modelo propuesto por Recht e Ipson a los valores experimentales que se obtengan. De esta manera, se podrá realizar una comparativa de ambas aleaciones incluso para rangos de velocidades no ensayados.



# **CAPÍTULO 3: Ensayos experimentales de impacto**

En este capítulo se muestra el procedimiento experimental referente a los ensayos de impacto realizados por el Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad Carlos III de Madrid.

El laboratorio cuenta con modernos aparatos que permiten lanzar proyectiles con velocidades comprendidas entre 150 y 350 m/s, y también analizar las velocidades antes y después del impacto, con el fin de obtener parámetros como la capacidad de absorción de energía del material.

A continuación se describen los medios utilizados, así como los resultados obtenidos en los diferentes ensayos y el ajuste de los mismos a modelos experimentales.

### 3.1. Procedimiento experimental.

Los ensayos realizados han sido realizados en el laboratorio del departamento, situado en el Parque Tecnológico de Leganés. Para darle la velocidad deseada al proyectil se ha utilizado la lanzadera neumática de alta velocidad de la figura 3.1, cuyo diámetro interior es de 7,62 mm.



*Figura 3.1. Cañón de gas utilizado en los ensayos de impacto.*

El cañón presuriza un gas ( $\text{CO}_2$ ) que empuja el proyectil, haciéndolo salir a gran velocidad e impactando sobre la probeta de material. Las presiones utilizadas en el dispositivo varían entre 10 y 50 bares, obteniendo velocidades del proyectil entre 150 y 350 m/s.

En cuanto al proyectil, consiste en una esfera de diámetro 7,25 mm y masa 1,3 g. Como el diámetro del cañón es ligeramente superior al del proyectil, no fue necesario emplear ningún

dispositivo de guiado del proyectil, de manera que la perpendicularidad del impacto está garantizada por la geometría del problema. El material del proyectil es un acero con un límite elástico aproximado de 2GPa, muy superior al de las aleaciones consideradas, por lo que tras realizar los ensayos se comprobó que el material no sufre deformaciones plásticas. Además, se realizó un tratamiento térmico al proyectil para incrementar su dureza, de manera que el daño superficial que sufra sea menor.

Las probetas utilizadas han sido placas cuadradas de espesor 1 mm y dimensiones 130x130 mm como la que se muestra en la figura 3.2.

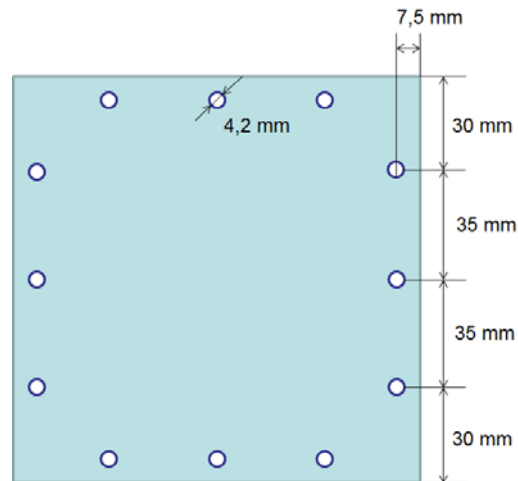


Figura 3.2. Esquema de las probetas utilizadas en los ensayos.

Debido a las condiciones de contorno impuestas sobre la placa, el área efectiva de ésta se reduce a 100x100 mm. Puesto que las velocidades de impacto utilizadas son altas, el fenómeno de impacto está muy localizado en la zona alrededor de la cual ocurre la penetración, por lo que los bordes de la probeta se ven muy poco afectados por el fenómeno. Aunque la placa dispone de agujeros para fijarla mediante tornillos, también se fijó mediante grapas rápidas horizontales para impedir el despegue del útil. Este sistema de sujeción se muestra en la figura 3.3.

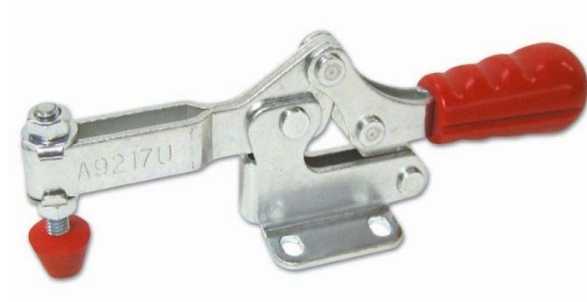
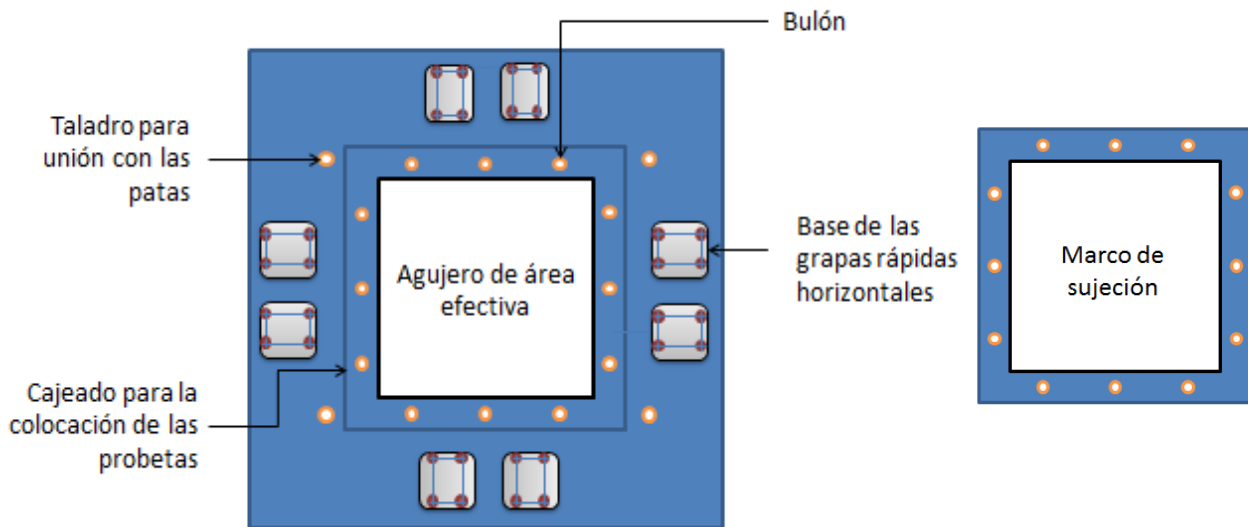


Figura 3.3. Ejemplo de grapa rápida horizontal.

El dispositivo en el que se introduce la probeta se muestra en la figura 3.4. Éste consiste en dos piezas:

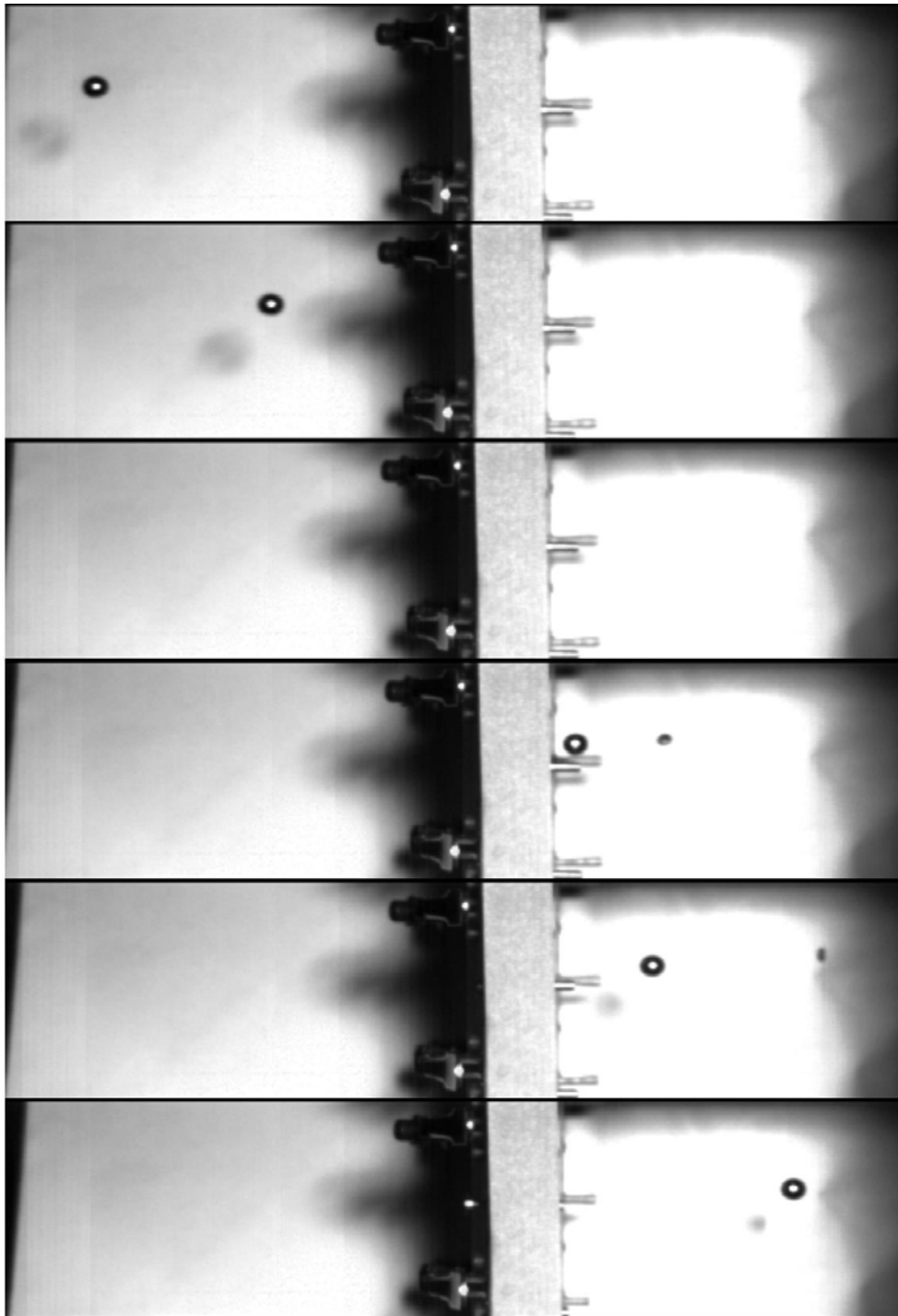


*Figura 3.4. Esquema del útil de fijación de la probeta.*

- La primera es una placa cuadrada de lado 220 mm, a la que se le realiza un hueco cuadrado en el centro de 100x100 mm (área efectiva). Además, se realiza un cajeado en el espesor para poder introducir la placa y que quede bien posicionada. Para guiar el posicionamiento, existen bulones incorporados en el dispositivo que coinciden con los agujeros realizados en las probetas, de manera que además de centrarla sirve de sujeción. Esta placa soporta las grapas rápidas horizontales mencionadas anteriormente y tiene cuatro taladros mediante los que se une a la bancada del dispositivo.
- La segunda pieza es el marco de sujeción, una chapa cuadrada de dimensiones externas 130x130 mm, con un hueco centrado de 100x100 mm y los mismos taladros que los realizados en la probeta. Al introducir la placa a ensayar sobre la primera pieza, a continuación se incorpora esta segunda, de manera que las grapas agarran el marco y no la probeta.

La última característica destacable es la obtención de las velocidades inicial y residual del proyectil. Para ello se emplea una cámara de alta velocidad capaz de tomar un millón de imágenes por segundo, de manera que mediante el registro de fotogramas se pueden calcular las velocidades mencionadas. Se coloca la cámara junto a un foco HMI de alta intensidad apuntando en dirección perpendicular al espesor de la probeta, tal y como se muestra en la figura 3.5, de manera que se puede reproducir el momento de impacto de la bola y el instante posterior a la perforación.

A continuación se muestra una secuencia de las imágenes obtenidas por la cámara durante un ensayo de impacto:



*Figura 3.5. Secuencia de fotogramas del proceso de perforación.*

### **3.2. Resultados obtenidos**

Los ensayos realizados sirven para cuantificar la capacidad protectora del material. Esto se realiza evaluando el límite balístico, definido como la mínima velocidad que debe llevar un proyectil para atravesar una determinada pieza. Es decir, la condición de penetración de un material y un proyectil dado está garantizada para velocidades superiores a dicho límite

balístico, mientras que si la velocidad de impacto es menor no ocurrirá penetración del componente. Además, a partir de las velocidades de impacto y residual se puede obtener la cantidad de energía que es capaz de absorber cada material que, junto con el límite balístico, permite la discusión sobre su capacidad protectora frente a cargas de impacto.

Para obtener el límite balístico y la respuesta del componente frente a un rango de velocidades dado, se llevaron a cabo ensayos sobre placas de las aleaciones de titanio Ti-6Al-4V y Ti-6Al-7Nb. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 3.1

| Ti-6Al-4V                         |                                 | Ti-6Al-7Nb                        |                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| Velocidad de impacto, $V_o$ (m/s) | Velocidad residual, $V_r$ (m/s) | Velocidad de impacto, $V_o$ (m/s) | Velocidad residual, $V_r$ (m/s) |
| 232                               | 0                               | 225,4                             | 0                               |
| 234                               | 71                              | 237,1                             | 0                               |
| 250                               | 110                             | 242,9                             | 92,19                           |
| 260                               | 138,6                           | 248,8                             | 73,2                            |
| 311                               | 202                             | 313,2                             | 207,8                           |
| 350                               | 243                             | 336,6                             | 240,6                           |
|                                   |                                 | 506,3                             | 428,05                          |

*Tabla 3.1. Resultados experimentales obtenidos para las placas de Ti-6Al-4V y Ti-6Al-7Nb.*

Se define velocidad de impacto como la velocidad que presenta el proyectil en el momento de impacto, mientras que la residual es la velocidad que mantiene tras la completa perforación de la probeta ensayada (cero en caso de parada). De esta manera, puesto que en casos de parada el proyectil no lleva a cabo una perforación completa de la placa, se asume una velocidad residual nula, es decir, el material ha sido capaz de absorber la totalidad de la energía debida al impacto.

Para el caso de la aleación de titanio Ti-6Al-4V, la mayor velocidad de impacto para la cual el proyectil no perforó la placa fue 232 m/s. por lo tanto se define este valor como límite balístico para la aleación estudiada. En el caso del Ti-6Al-7Nb el límite balístico, o lo que es lo mismo, la máxima velocidad para un caso de parada, e igual a 237,1 m/s.

En este tipo de ensayos es habitual representar la velocidad residual frente a la de impacto, obteniendo gráficos como el que se muestra en las Figuras 3.6 y 3.7.

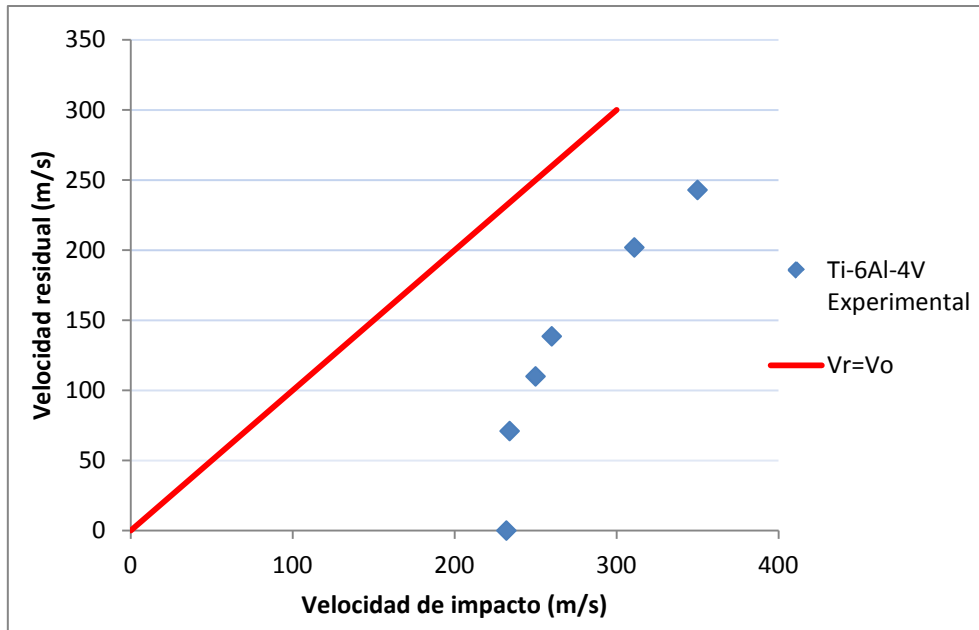


Figura 3.6. Gráfica experimental velocidad residual vs velocidad de impacto del Ti-6Al-4V.

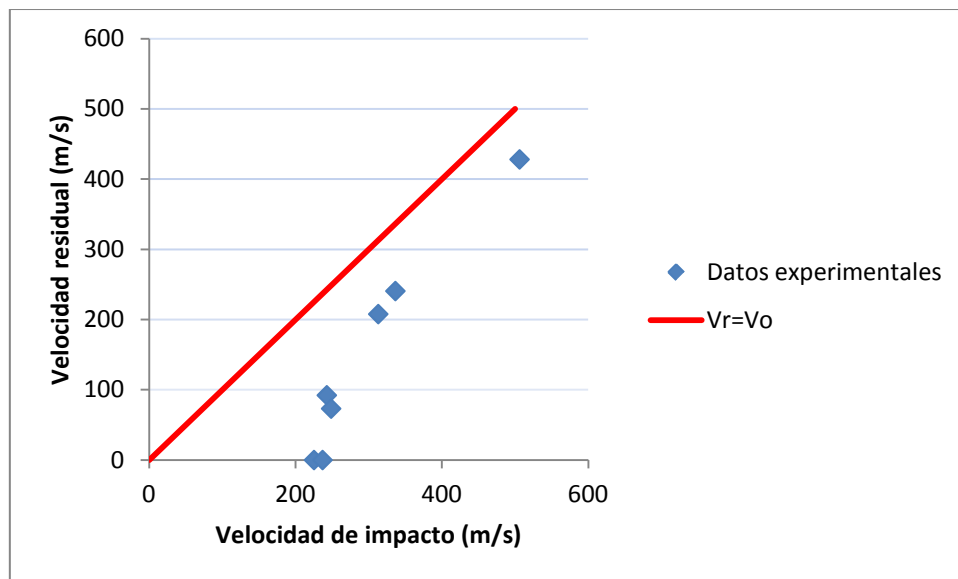


Figura 3.7. Gráfica experimental velocidad residual vs velocidad de impacto del Ti-6Al-7Nb.

Como se comentó en el apartado 2.3, existen modelos que intentan buscar relaciones analíticas de variables involucradas en el fenómeno de penetración. En este trabajo fin de grado se va a utilizar el modelo de Recht e Ipson, el cual da una expresión analítica para la velocidad residual del proyectil una vez conocido el límite balístico: [17]

$$V_r = B \cdot (V_o^p - V_{bl}^p)^{1/p} \quad (4.1)$$

se recuerda que  $V_r$  representa la velocidad residual,  $V_o$  la velocidad de impacto,  $V_{bl}$  el límite balístico y  $B$  y  $p$  son constantes del modelo.

Puesto que el límite balístico es conocido para ambos materiales, queda por determinar las constantes  $B$  y  $p$  para cada uno de ellos. Para ello se toman logaritmos en la ecuación 4.1 y se obtiene lo siguiente:

$$\ln V_r = \ln B + \frac{1}{p} \cdot \ln(V_o^p - V_{bl}^p) \quad (4.2)$$

si se compara dicha ecuación con una expresión logarítmica del tipo  $y = C_1 + C_2 \cdot \ln x$ , se puede apreciar que:

$$\begin{cases} \ln B = C_1 \Rightarrow B = e^{C_1} \\ \frac{1}{p} = C_2 \Rightarrow p = \frac{1}{C_2} \end{cases} \quad (4.3)$$

Por lo tanto, basta con representar  $\ln V_r$  frente a  $V_o^p - V_{bl}^p$  para cada una de las aleaciones y se obtienen dichos parámetros. Ahora bien, puesto que en esta representación aparece el parámetro  $p$ , el proceso de obtención de las constantes es iterativo: se empieza tomando un valor de  $p$  y se realiza el ajuste de la ecuación 4.2 a una expresión logarítmica, pudiendo obtener de esta ecuación el nuevo valor de  $p$ , de manera que cuando ambos valores sean similares el proceso iterativo habrá finalizado.

Siguiendo este método, en la siguiente tabla se recogen los resultados de dichos parámetros:

| Material   | Límite balístico, $V_{bl}$<br>(m/s) | $p$   | $B$   |
|------------|-------------------------------------|-------|-------|
| Ti-6Al-4V  | 232                                 | 4,016 | 0,683 |
| Ti-6Al-7Nb | 237                                 | 2,65  | 0,85  |

Tabla 3.2. Resultados de las constantes del modelo de Recht e Ipson de ambas aleaciones.

A continuación se muestran el ajuste gráfico de los modelos con las constantes anteriormente calculadas a los datos experimentales:



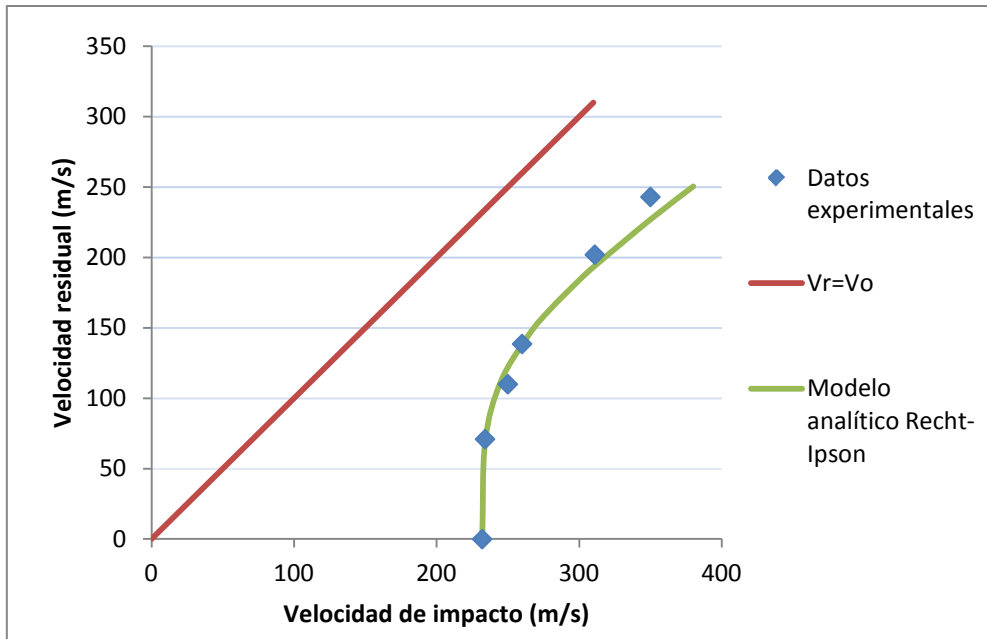


Figura 3.8. Verificación de ajuste del modelo analítico de Recht e Ipson a los datos experimentales del titanio Ti-6Al-4V.

En el caso de la aleación Ti-6Al-7Nb se obtiene el siguiente ajuste entre los datos experimentales y los aportados por el modelo analítico:

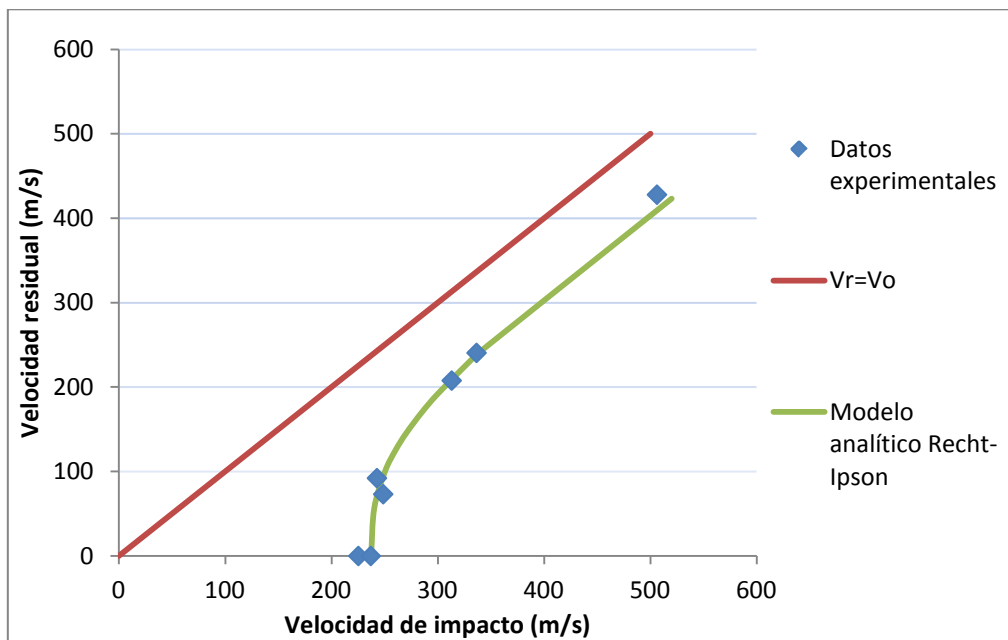


Figura 3.9. Verificación de ajuste del modelo analítico de Recht e Ipson a los datos experimentales del titanio Ti-6Al-7Nb.

A continuación se realiza una comparativa de los modelos de las dos aleaciones:

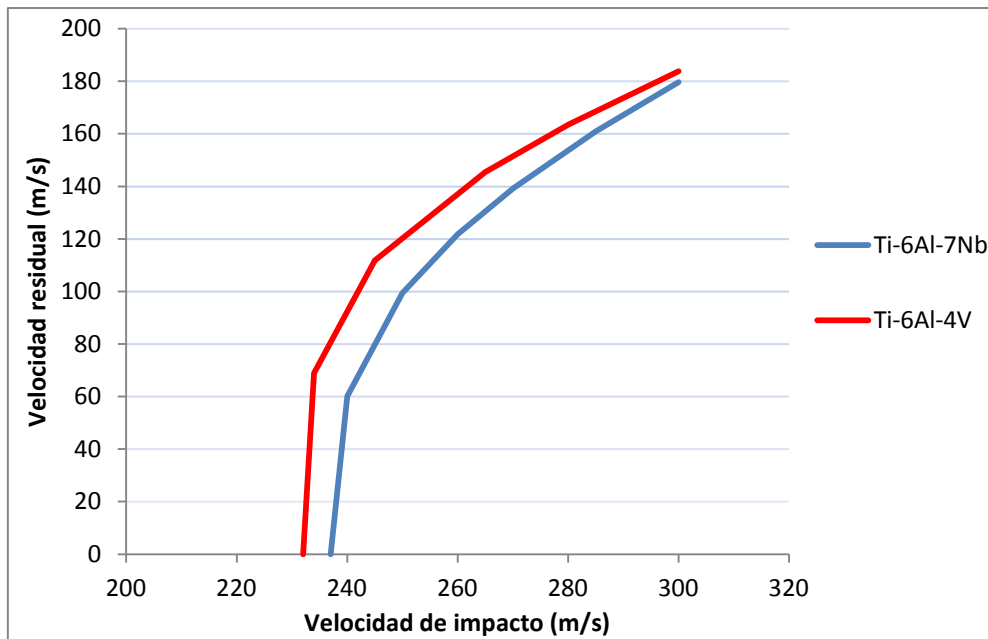


Figura 3.10. Comparación del modelo de Recht e Ipson de las aleaciones de titanio estudiadas.

Como se puede observar en la Figura 3.10, el límite balístico del Ti-6Al-7Nb es ligeramente superior al Ti-6Al-4V. También se observa que para el rango de velocidades 220-320 m/s los valores de las velocidades residuales predicen un mejor comportamiento de la aleación de Ti-6Al-7Nb en términos de energía absorbida, a partir de este punto ambas curvas tienden asintóticamente a valores parecidos.

Para realizar un estudio más detallado de este fenómeno, a continuación se calcula la energía absorbida por cada material en el proceso de impacto. La ecuación que se utilizará es:

$$E_t = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot (V_o^2 - V_r^2) \quad (4.4)$$

donde  $m_p$  es la masa del proyectil (1,3 g),  $V_o$  es la velocidad inicial del impactador y  $V_r$  la velocidad residual tras el impacto.

Para tener más datos disponibles de esta energía, se evalúa la expresión 4.4 para las velocidades que se obtienen del modelo experimental de Recht-Ipson, introduciendo una velocidad de impacto y calculando con la ecuación la velocidad residual que predice.

Por tanto, si se calcula la energía para cada uno de los materiales y se grafica en función de la velocidad del impacto, los resultados que se obtienen son los que se muestran en la siguiente gráfica:

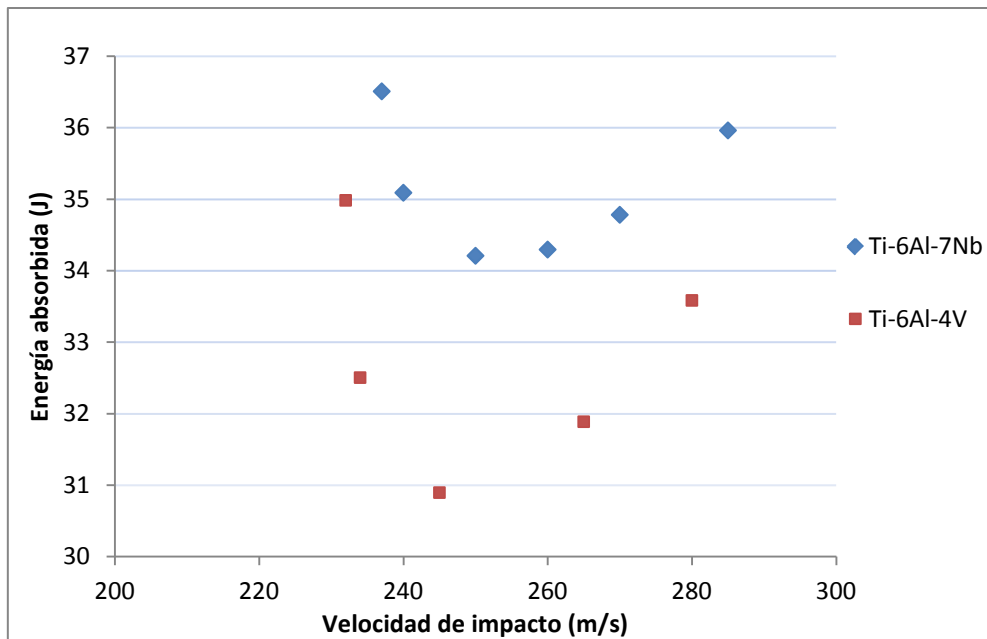


Figura 3.11. Energía absorbida por cada material en función de la velocidad de impacto.

Como se puede apreciar, para el rango de velocidades considerado, la aleación Ti-6Al-7Nb absorbe más energía que el Ti-6Al-4V. Este hecho está en contradicción con los estudios previos sobre otro tipo de cargas de carácter menos dinámico, pues éstos predicen un mejor comportamiento del Ti-6Al-4V [33]; sin embargo, la aleación Ti-6Al-7Nb muestra una mayor sensibilidad a la velocidad de deformación y por lo tanto en estos casos muestra mayor endurecimiento por deformación, por lo que absorbe una mayor cantidad de energía en procesos de impacto presentando un mayor límite balístico.

# **CAPÍTULO 4: Modelización constitutiva**

## 4.1. Introducción

Para poder estudiar el comportamiento en servicio de una estructura deben conocerse previamente las características de los materiales que pueden emplearse en su construcción, con el fin de elegir aquel que cumpla las especificaciones requeridas y tenga un coste menor. Cuando las solicitaciones que actúan sobre la estructura y las condiciones de operación de ésta son sencillas, la respuesta del material puede ser evaluada conociendo propiedades básicas del mismo, como pueden ser el módulo de elasticidad  $E$  o el coeficiente de Poisson  $\nu$ . En estos casos, para conocer dichos parámetros los ensayos a realizar son sencillos y están normalizados, de manera que si se sigue la metodología que se especifica en la norma, los resultados que obtendremos serán aceptables. Es más, si el material es de uso común en la industria, las propiedades que nos interesan del mismo probablemente sean conocidas y, por tanto, el proceso de ensayo no será necesario.

Sin embargo, hay numerosas estructuras que deben diseñarse para ser capaces de mantener su integridad en condiciones de carga complejas, de manera que en estos casos la obtención de las propiedades relevantes del material es un proceso que requiere de un estudio detallado. En estos casos no es suficiente con un modelo elástico lineal del material, sino que se deberá conocer, entre otras cosas, su comportamiento en la zona plástica y su evolución hasta la rotura. Para conseguir esto, debemos acudir a la Mecánica de Sólidos Deformables, pues esta disciplina científica plantea modelos matemáticos con los que se estudian el comportamiento y las propiedades de los sólidos deformables. Este subcampo está dentro de la Mecánica de Medios Continuos, la cual analiza cualquier porción de materia formada por un conjunto de partículas. La figura 4.1 corresponde con un diagrama en forma de árbol en el que se pueden apreciar las diferentes áreas de estudio que forman la ciencia de la mecánica, ampliando las zonas que se utilizarán en este proyecto.



Figura 4.1. Disciplinas de la mecánica [21].

A la vista del esquema, es necesario destacar que la Mecánica de Medios Continuos constituye una aproximación válida en situaciones macroscópicas en las que la geometría del sólido ha de ser considerada, mientras que la microestructura de la materia puede ser ignorada. Esta ciencia no busca llegar a la estructura interna de los átomos, sino que el material se estudia

como un compuesto homogéneo con unas propiedades constantes en el interior. El concepto de homogeneidad se basa en eludir la estructura discreta atómica del material y de sus texturas a escala mesoscópica.

Por esta razón, mientras la Mecánica del Daño sólo busca modelar la pérdida de cualidades del material (principalmente la degradación de la capacidad de soportar cargas), la Mecánica de la Fractura se ocupa de estudiar la aparición, crecimiento y propagación de grietas, donde el sólido no es considerado como un continuo [22].

Además, tal y como indica la figura 4.2, cada una de estas escalas tiene una longitud de resolución característica. Al ir aumentando la resolución (hacia dimensiones más pequeñas) se conocen mejor las causas de los procesos que ocurren a niveles macroscópicos, pero por el contrario se pierde detalle de las fluctuaciones de los campos de tensión y deformación.

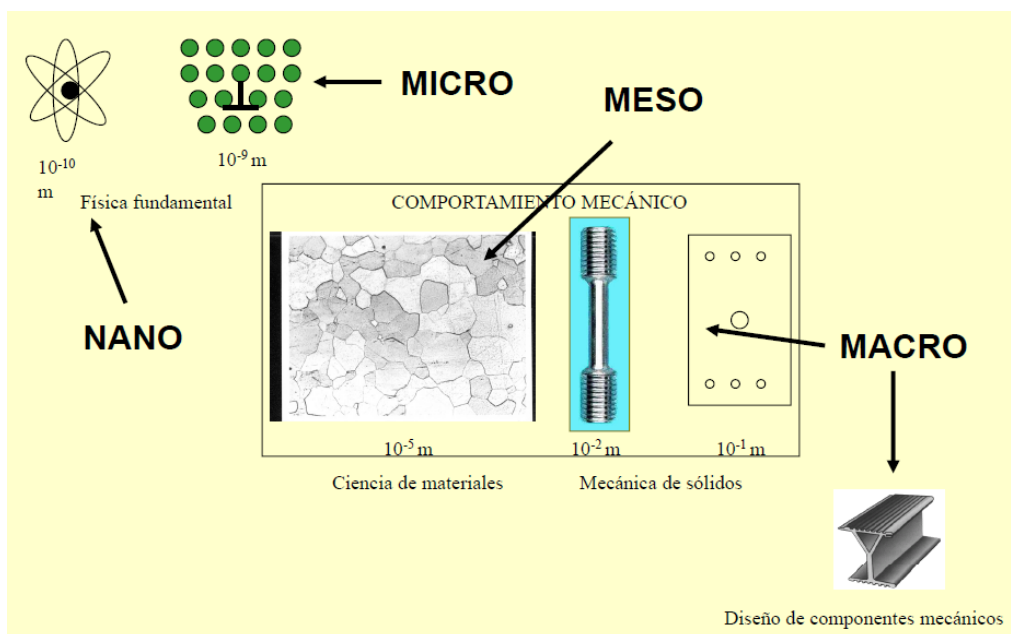


Figura 4.2. Escala de estudio en diferentes disciplinas [23].

## 4.2. Caracterización de materiales

El objetivo final de la Mecánica de Sólidos Deformables es estudiar y comprender el comportamiento en servicio de componentes o elementos estructurales. Su estudio es importante porque permite evaluar y mejorar los métodos de diseño de componentes, de manera que los dispositivos operen en condiciones de seguridad y disminuir los costes a largo plazo.

Para ello es preciso realizar lo que se denomina una caracterización mecánica del material, entendiendo como tal el proceso de obtener experimentalmente los valores de los principales parámetros observables que describen sus propiedades mecánicas, así como relaciones entre estos parámetros (tensión aplicada, deformación, velocidad de deformación, temperatura, etc.). Para caracterizar un material correctamente es preciso realizar ensayos estándar, cuyas características y proceso de ejecución están fijados por normas oficiales.

Adicionalmente, puesto que la información obtenida en los ensayos es reducida, es habitual desarrollar modelos numéricos del ensayo para conocer parámetros que de otra manera serían imposibles de obtener.

Para la creación un modelo numérico que sea capaz de predecir el comportamiento de un componente mecánico debe utilizarse la modelización constitutiva, pues esta disciplina plantea modelos matemáticos que relacionan entre sí las magnitudes mecánicas y termodinámicas más relevantes del sólido, tales como la tensión, deformación, temperatura, o velocidad de deformación. La relación entre estas propiedades puede no estar expresadas de manera explícita, tal y como manifiesta la ley de Hooke, sino que pueden ser funciones no lineales, lo que impide obtener explícitamente una relación entre las diferentes variables. En estos casos, las ecuaciones constitutivas suelen resolverse por iteraciones.

A continuación se realiza un resumen de los ensayos mecánicos utilizados para caracterizar materiales, así como los modelos constitutivos empleados en los programas de simulación.

#### 4.3. Ensayos mecánicos para la caracterización de materiales.

Para obtener las propiedades de los materiales es preciso realizar ensayos bajo diferentes condiciones para conocer el comportamiento completo del mismo. Una clasificación de los tipos de ensayos puede verse en la figura 4.3: en función de la velocidad de deformación y tiempo del ensayo, la sollicitación del material puede considerarse de diferente naturaleza, como puede apreciarse en el inferior de la imagen.

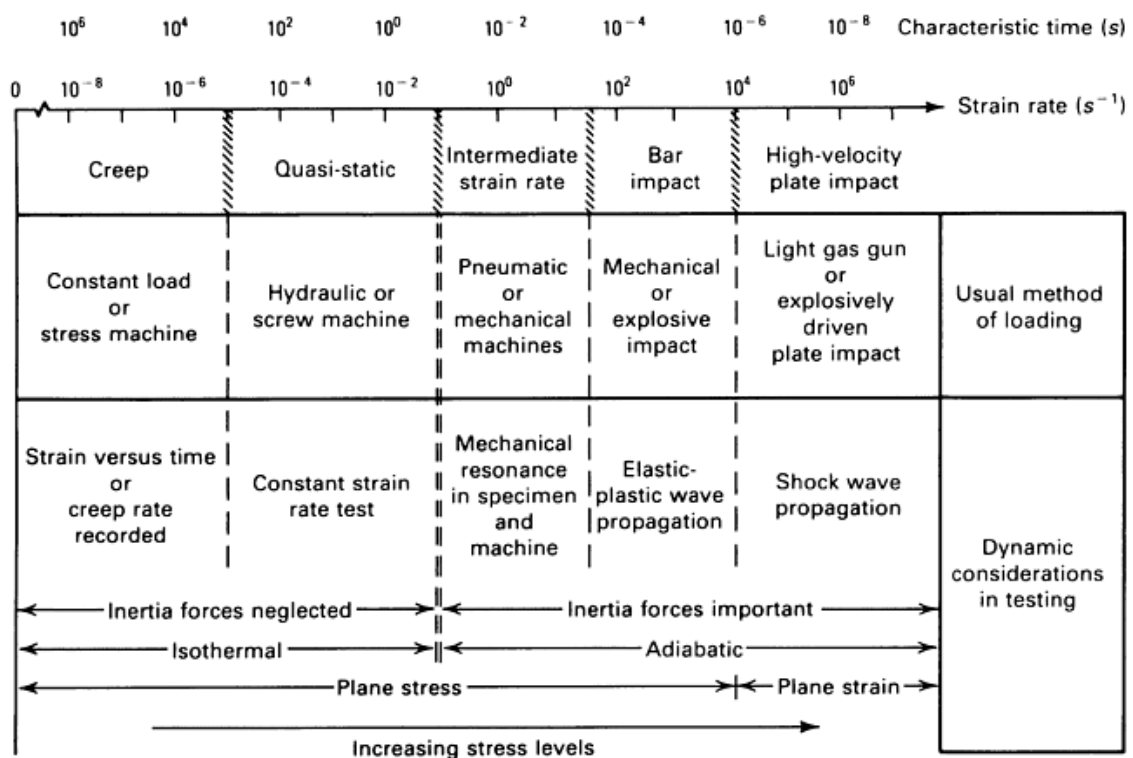


Figura 4.3. Tipos de ensayos mecánicos [24].

En el rango de bajas velocidades de deformación la carga se aplica lentamente desde un valor nulo hasta su valor final, de manera que el material llega al estado tensional final en ausencia

de fuerzas inerciales. El valor de la carga se va aumentando poco a poco, registrando en un dispositivo variables que permiten conocer el nivel de tensión que se aplica al material, como la fuerza que se ejerce o el desplazamiento que sufre el material. Los resultados de estos tipos de ensayos suelen ser el módulo de elasticidad, la resistencia máxima del material o el límite elástico, así como la relación entre la tensión y la deformación.

Sin embargo, el comportamiento mecánico de los materiales a altas velocidades de deformación es muy diferente al observado en el caso cuasi-estático o a bajas velocidades de deformación, por lo que la mayoría de aplicaciones ingenieriles requieren caracterizar este comportamiento bajo condiciones dinámicas. Por ejemplo, existen numerosas aplicaciones de interés práctico cuyo proceso de deformación involucra velocidades entre  $100$  y  $10^4 \text{ s}^{-1}$ , como pueden ser los terremotos, impacto de un objeto extraño o *foreign object damage*, estudios balísticos o conformación de metales. Las características principales de estos tipos de fenómenos son las siguientes:

- Es necesario tener en cuenta los efectos inerciales, pues en situaciones de carga reales es posible que la fuerza se aplique en un corto intervalo de tiempo, de manera que en los primeros instantes el sistema no se encuentre en equilibrio.
- Los dispositivos mecánicos son más complejos, debido a que las condiciones de carga son complejas y garantizar su estabilidad durante el proceso de ensayo es una tarea de ingeniería.
- Los resultados obtenidos tienen un mayor ruido, pues además de que los aparatos de ensayo no son totalmente perfectos, los materiales presentan ciertos defectos que amplifican la distorsión en rangos de velocidades de deformación tan altos.
- La correcta interpretación de los datos es difícil, pues supone conocer todos los fenómenos que afectan al problema y analizar, en cada caso, los que sean predominantes, de manera que cuando aparezcan valores atípicos se tenga una conciencia de por qué ha podido ocurrir.
- Para este tipo de ensayos no existe normativa aplicable. El uso de normativa facilita el tratamiento de datos y extracción de resultados correctos [23].

Los resultados que se obtienen en este tipo de ensayos son muy variados, debido a que las máquinas que generan la sollicitación mecánica proporcionan resultados muy diferentes. Sin embargo, es común obtener parámetros como la energía que absorbe el material hasta la rotura, la extensión del daño, la relación tensión-deformación dinámica o el límite balístico.

Existen numerosos tratados que analizan con profundidad las características de los ensayos mecánicos y las máquinas que suelen utilizarse [24]. Tanto el fenómeno físico como el procedimiento experimental objeto del presente estudio ya se han analizado en capítulos anteriores.

#### **4.4. Modelos constitutivos**

Como se ha comentado en el apartado 4.1 de introducción, el comportamiento mecánico de materiales es hoy en día objeto de estudio de numerosas investigaciones, cuyo fin es predecir el comportamiento del material bajo unas condiciones establecidas. Los fenómenos que deben reproducirse pueden incluir grandes deformaciones, efectos tanto inerciales como térmicos o



cambio de condiciones de contorno. Por ello, las leyes de comportamiento del material suelen ser complejas y su implementación en programas de simulación no es sencilla. Adicionalmente, también es necesario predecir el daño progresivo que sufre el material para conocer cuándo colapsa.

Por ello, a continuación se realiza un repaso de las principales leyes de comportamiento del material y de la modelización del daño y la fractura.

#### 4.4.1. Leyes de endurecimiento.

En base a la literatura disponible [16; 24], los mecanismos de endurecimiento y ablandamiento producidos en los metales están significativamente influenciados por varios factores: la sensibilidad a la deformación, a la velocidad de deformación y a la temperatura. En la mayoría de los metales, el flujo plástico aumenta con la velocidad de deformación y disminuye con el efecto de la temperatura. Por esta razón, una ley de endurecimiento apta para modelar el comportamiento de metales debe tener en cuenta los parámetros anteriormente mencionados.

A continuación se realiza una clasificación de las leyes de endurecimiento [25]:

##### a) Fenomenológicos:

La escala a la que se observan los efectos es a nivel macroscópico, de manera que en esta aproximación se intenta establecer relaciones causa-efecto entre numerosas variables observables en el sólido, como puedan ser la temperatura o la deformación. Consisten en ajustes matemáticos de los resultados obtenidos de manera experimental, por lo que además del ahorro en coste computacional, la calibración de sus parámetros resulta relativamente fácil. Por esta razón el ámbito de aplicación de este tipo de modelos es restringido al campo de análisis realizado y material estudiado, por lo que los resultados obtenidos no se pueden extrapolar a otros casos genéricos.

Un ejemplo de este tipo de formulación es la ley de endurecimiento de Johnson-Cook (J-C) [26] que se utiliza en el presente trabajo fin de grado. Es un modelo de comportamiento termoviscoplastico, pues incluye expresiones analíticas de la ley de endurecimiento y la dependencia con la velocidad de deformación y temperatura. Es apto para modelar simulaciones con metales a altas velocidades de deformación y se usa en análisis dinámicos transitorios adiabáticos, es decir, simulaciones en las que el tiempo del ensayo es tan pequeño que se puede asumir que el calor generado por la deformación que sufre no se intercambia con el medio [27]. La formulación es relativamente simple, pues incorpora los tres términos anteriormente mencionados de manera desacoplada de la forma siguiente:

$$\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}_p, \dot{\bar{\epsilon}}_p, T) = [A + B(\bar{\epsilon}_p)^n][1 + C \ln(\dot{\epsilon}^*)][1 - (T^*)^m] \quad (4.1)$$

Donde  $A$  es la tensión de fluencia y los parámetros  $B$  y  $n$  representan los efectos del endurecimiento por deformación, siendo  $B$  el coeficiente de endurecimiento y  $n$  el exponente del endurecimiento por deformación;  $C$  es un coeficiente multiplicativo que representa el

efecto de la velocidad de deformación; por último, el parámetro  $m$  corresponde al exponente de ablandamiento debido al efecto de la temperatura.

En cuanto al resto de parámetros,  $\bar{\sigma} = \left( \frac{3\sigma_{ij}'\sigma_{ij}'}{2} \right)^{1/2}$  es la tensión equivalente, con  $\sigma_{ij}'$  cada una de las componentes del tensor desviador de tensiones en notación indicial;  $\bar{\epsilon}_p$  es la deformación plástica equivalente, obtenida como  $\bar{\epsilon}_p = \int \dot{\bar{\epsilon}}_p dt$ , donde  $\dot{\bar{\epsilon}}_p = \left( \frac{2\dot{\epsilon}_{p_{ij}}\dot{\epsilon}_{p_{ij}}}{3} \right)^{1/2}$  es la velocidad de deformación plástica equivalente;  $\dot{\epsilon}^* = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}_p}{\dot{\epsilon}_o}$  es la velocidad de deformación adimensional, donde  $\dot{\epsilon}_o$  es la velocidad de deformación de referencia; y por último,  $T^* = \frac{(T-T_R)}{(T_M-T_R)}$  es la temperatura adimensional, donde  $T$  es la temperatura del modelo,  $T_R$  es la temperatura de referencia a la cual las constantes A, B y n se obtienen,  $T_M$  es la temperatura de fusión del material.

Por lo tanto, como se puede observar en la expresión, el modelo presenta un endurecimiento por deformación isótropo correspondiente al primer término, una relación lineal entre la tensión y el logaritmo de la velocidad de deformación (segundo término), y un efecto no lineal de la temperatura, correspondiente al tercer término multiplicativo.

Esta ley sirve para modelar tanto el límite elástico, a partir del cual la tensión deja de ser proporcional a la deformación y aparecen fenómenos plásticos irreversibles, como para describir la evolución de la tensión con la deformación una vez superado dicho punto, así como la influencia de efectos como la temperatura o la velocidad de deformación en el flujo tensional.

Para obtener las constantes del modelo correctamente deben realizarse numerosos ensayos, pues cada uno de ellos permitirá evaluar ciertas constantes de la ecuación sin tener en cuenta el resto, que por la naturaleza del ensayo se anularán. Las condiciones bajo las que se determinará cada parámetro son las siguientes:

Para obtener las constantes relativas al término de endurecimiento por deformación se realizan ensayos bajo las condiciones de  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_o$  y  $T = T_R$ , de modo que los otros dos términos de la ecuación se anulan.

Para determinar el parámetro  $C$  se analizan ensayos a diferentes velocidades de deformación y temperatura  $T = T_R$ , de manera que este término se anula y están presentes los del endurecimiento por deformación, ya obtenido anteriormente, y el parámetro que se quiere obtener. Estos ensayos deben relacionarse con el de velocidad de deformación de referencia, y así para cada velocidad ensayada se conoce la respuesta del material en términos relativos.

Por último, el procedimiento de obtención de la constante  $m$  es similar al del anterior parámetro: se comparan ensayos a diferentes temperaturas con el ensayo realizado a la temperatura de referencia  $T_R$ , todos ellos con una velocidad de deformación  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_o$ , de manera que mediante el tratamiento matemático de los datos se halla el parámetro buscado.

Existen numerosas publicaciones que explican detalladamente la metodología a seguir para obtener las constantes del modelo de Johnson-Cook [28; 29]. En apartados posteriores se desarrollará con más detalle el procedimiento debido a que ha tenido que ser utilizado en el presente trabajo fin de grado.

#### **b) Teóricas o físicas:**

Este tipo de formulación se basa en una aproximación a escala microscópica del material, de manera que mediante el planteamiento termodinámico de las ecuaciones que rigen el comportamiento de la red cristalina, se tratan de explicar los mecanismos de deformación y fallo del material. Debido a que el planteamiento parte de ecuaciones generales que modelan el material, su ámbito de aplicabilidad es mucho mayor que en el caso de la formulación fenomenológica, por lo que es muy común en aplicaciones de ingeniería como conformado de materiales o diseño de componentes mecánicos. La utilidad de un modelo predictivo del material requiere que el modelo sea capaz de reproducir una amplia variedad de condiciones de temperaturas y velocidad de deformación, así como grandes deformaciones. Por otra parte, puesto que explican el comportamiento del material de manera más detallada, el número de constantes involucradas y la determinación de éstas es mucho más laborioso, por lo que el coste computacional de este tipo de modelos es mucho mayor.

Un ejemplo de este tipo de modelos es el propuesto por Zerilli-Amstrong . Representa una mejora del modelo de Johnson-Cook, pues incluye diferencias significativas en el comportamiento entre materiales en función de sus características: por ejemplo, el modelo distingue entre el comportamiento de estructuras cristalinas BCC y FCC, o el efecto del tamaño de grano sobre las propiedades mecánicas. No se entra en más detalle debido a que no es objeto de estudio del presente trabajo fin de grado.

#### **4.4.2. Criterios de fallo**

El fallo dúctil de materiales metálicos ha sido objeto de estudio en las últimas décadas debido a su vital importancia. Para poder modelar la fractura y el daño progresivo que sufre el material es necesario utilizar un criterio de fallo. A continuación se analiza la modelización que se suele realizar de dicho fenómeno [16]:

Se considera que un material falla cuando pierde su capacidad de soportar cargas. Este fenómeno se considera como un evento que ocurre cuando los estados tensional y deformacional alcanzan un nivel crítico. Para cuantificar este nivel se suele utilizar un nivel de deformación plástica equivalente crítico.

En el presente trabajo fin de grado se ha optado por utilizar el modelo de Johnson-Cook, el cual incorpora el efecto de la temperatura, velocidad de deformación y triaxialidad en una ecuación de la forma:

$$\bar{\epsilon}_f = [D_1 + D_2 e^{(D_3 \eta)}] \cdot [1 + D_4 \ln(\dot{\epsilon}^*)] \cdot [1 + D_5 T^*] \quad (4.2)$$

Donde  $D_i$  son constantes que dependen del material;  $\eta = \frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}}$  es la triaxialidad, definida como el cociente entre la tensión hidrostática y la tensión de Von Mises;  $\dot{\epsilon}^*$  es la velocidad de deformación adimensional definida anteriormente y, por último,  $T^*$  es la temperatura adimensional, también definida en el apartado 4.4.1.

El criterio de fallo propiamente dicho consiste en la sucesiva evaluación de un sumatorio a lo largo del proceso de deformación, tal y como se muestra en la ecuación 4.3

$$D = \sum \left( \frac{\Delta \bar{\epsilon}_p}{\bar{\epsilon}_f(\eta, \dot{\epsilon}^*, T^*)} \right) \quad (4.3)$$

La rotura del material se produce cuando el valor del parámetro  $D$  alcanza la unidad, lo que significa que la deformación plástica acumulada en la simulación ( $\Delta \bar{\epsilon}_p$ ) ha alcanzado la deformación de fractura ( $\bar{\epsilon}_f$ ).

# **CAPÍTULO 5 :Modelización del proceso de impacto**

Para poder realizar un estudio comparativo de las dos aleaciones sometidas a los ensayos de impacto es necesario desarrollar un modelo numérico del problema, con el fin de poder conocer magnitudes que de otra manera no se podrían obtener.

Para ello, en el presente trabajo fin de grado se va a hacer uso del Método de los Elementos Finitos (MEF) implementado en el código comercial *Abaqus* para modelizar el proceso de impacto. Los modelos utilizados en este tipo de simulaciones suelen ser axisimétricos, pues esta simplificación permite obtener resultados que corroboran las observaciones experimentales en términos de límite balístico y velocidad residual para diferentes configuraciones de impactadores. Además, el uso de esta geometría permite aumentar la densidad de la malla sin afectar al coste computacional. Sin embargo, el uso de una configuración tridimensional es adecuada cuando se quiere reproducir los mecanismos de fallo; además, aunque este tipo de modelos suelen conllevar mayores tiempos de cálculo, éste puede reducirse considerablemente si se realiza un adecuado análisis de sensibilidad de la malla. Por esta razón, se ha utilizado un modelo Lagrangiano tridimensional para representar el fenómeno.

A continuación se va a realizar un breve repaso del funcionamiento del MEF con el fin de comprender el fundamento del método. Acto seguido se describirá el modelo de comportamiento de las aleaciones de titanio, así como la definición de la geometría, condiciones de contorno y de más características implementadas en el programa.

## **5.1. Método de los Elementos Finitos.**

El Método de los Elementos Finitos es un procedimiento numérico general de resolución de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en la industria. Debido a la complejidad de los problemas de la ingeniería moderna, su papel es cada vez más importante en el diseño de componentes industriales, pues ahorra tiempo y costes. El objetivo es obtener el campo de desplazamientos del sólido, puesto que una vez conocido, la deformación será también conocida a través de las ecuaciones de compatibilidad y condiciones de contorno, y una vez halladas, la tensión se relacionará con la deformación a través de la ecuación constitutiva que se emplee.

Por lo tanto, para obtener el campo de desplazamientos global se discretiza la geometría del problema en elementos de dimensiones finitas, de manera que en vez de tratar de buscar una expresión global para el campo de desplazamientos, se obtiene una aproximación local. Para ello se plantea el principio de la energía potencial mínima, de manera que al desarrollarlo y aplicar las condiciones de contorno se obtienen los desplazamientos de ciertos puntos del sólido, mediante los cuales se puede obtener el desplazamiento de cualquier otro punto mediante interpolación entre los valores de los puntos adyacentes.

Para casos dinámicos el algoritmo de resolución es más complejo, pues intervienen más parámetros en el sistema de ecuaciones y el método de resolución de dicho sistema suele ser más costoso, pero el fundamento del método es el mismo. En este caso aparecen términos inerciales, que tienen que ver con la masa del sistema, y efectos viscosos, cuya causa suele ser no linealidades del material o fricciones internas o externas que producen pérdidas de energía.

## 5.2. Modelo de comportamiento de los materiales empleados.

En este apartado se explican las ecuaciones constitutivas que se introducen en el programa de Elementos Finitos para analizar el problema de impacto. Como se ha comentado en el apartado 2.3, el estudio de este fenómeno es complicado y para tratar de abordarlo numéricamente de un modo completo, el modelo a realizar debería ser sumamente complejo. Por esta razón la modelización del proceso de penetración debe realizarse con extremada precaución, normalmente planteando hipótesis razonables que simplifiquen el análisis.

Para determinar correctamente el comportamiento de las aleaciones es preciso definir tres elementos: el comportamiento del material hasta la plastificación, el cual queda determinado con el coeficiente de Poisson y el módulo elástico, el punto de plastificación y el comportamiento a partir del mismo, y el punto en el que el material se fractura. Para definir estos dos últimos elementos se puede escoger entre los modelos comentados en el apartado 4.4, además de todos los existentes en la literatura. Para ello es preciso elegir uno que refleje las características principales del fenómeno a modelizar: en un ensayo de impacto existe una fuerte influencia del endurecimiento por deformación, la velocidad de deformación y la temperatura. Además, tras realizar una búsqueda de trabajos de otros autores relativos al estudio de aleaciones de titanio en condiciones de carga dinámicas [30; 31], se puede apreciar que el modelo más empleado para reproducir el comportamiento de este tipo de materiales metálicos es el de Johnson-Cook [26] debido a que tiene en cuenta los parámetros mencionados anteriormente y está implementado en numerosos códigos comerciales de Elementos Finitos.

Por estas razones, a continuación se explica cómo se han obtenido los parámetros que definen cada material y cómo se implementan estas características en el programa *Abaqus*.

### 5.2.1. Definición del comportamiento termoviscoplastico de las aleaciones consideradas

Puesto que el procedimiento de obtención de las constantes de cada aleación es diferente, primero se definirán dichos parámetros para la aleación Ti-6Al-4V y posteriormente se realizará para el material Ti-6Al-7Nb.

#### a) Ti-6Al-4V

Como se ha anticipado en el apartado anterior y en el capítulo 4, para modelar correctamente las aleaciones estudiadas es preciso definir varios elementos. Tal y como se expone en el apartado 5.1, puesto que para realizar un análisis dinámico es preciso tener en cuenta la masa del modelo, uno de los parámetros a introducir es la densidad del material. También es necesario introducir la respuesta del material en la zona elástica, pues el modelo de Johnson-Cook solo refleja la parte plástica. Para ello basta con definir el módulo de elasticidad (o módulo de Young) y el coeficiente de Poisson. También es necesario definir el calor específico del material y la conductividad por razones que se comentarán a continuación. Dichos parámetros se obtienen del artículo de los autores Xuemei Wang y Jun Shi [30] por los motivos que se detallan a continuación. Los valores de estas constantes se especifican en la tabla 5.1.

| Propiedades del material | Densidad                    | Módulo de Young | Coef. Poisson | Calor específico a presión constante | Conductividad térmica | Coeficiente de Quinney-Taylor |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------|---------------|--------------------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| <b>Símbolo</b>           | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | $E$ (GPa)       | $\nu$ (-)     | $C_p$ (J/kg·K)                       | $k$ (J/kg·K)          | $\beta$ (-)                   |
| <b>Ti-6Al-4V</b>         | 4428                        | 109,778         | 0,31          | 560                                  | 7,2                   | 0,9                           |

Tabla 5.1. Propiedades físicas, elásticas y térmicas de la aleación Ti-6Al-4V [30].

Para introducir estas propiedades en *Abaqus* es suficiente con encontrar el menú correspondiente en la interfaz de usuario y definirlas en el módulo *Property*.

Por otra parte, para obtener las constantes de los modelos de Johnson-Cook, tanto el de endurecimiento como el de fallo, es suficiente realizar una búsqueda de estudios de otros autores, pues al ser un material muy utilizado en la industria su comportamiento ha sido previamente estudiado en detalle. Tras realizar una comparativa de los análisis realizados en la literatura, se ha decidido optar por utilizar los parámetros que se validan en la publicación realizada por Xuemei Wang y Jun Shi [30]. En el artículo se realiza una validación experimental de las constantes del modelo de Johnson-Cook obtenidas por otros investigadores mediante ensayos de impacto a altas velocidades de deformación y para diferentes ángulos de impacto. En el apartado de validación de los resultados, realizada comparando las formas de los cráteres creados, muestran que los parámetros utilizados en la simulación se ajustan correctamente a los resultados experimentales. Como los ensayos realizados en este artículo tienen unas características similares a los que se quieren estudiar, se concluye que el valor de dichos parámetros es aplicable al presente estudio. Éstos se muestran en la tabla 5.2.

| Propiedades del material | Tensión de fluencia de J-C | Coeficiente de endurecimiento de J-C | Exponente de endurecimiento por deformación de J-C | Coeficiente de la velocidad de deformación de J-C | Exponente de ablandamiento de J-C | Temperatura de fusión del material | Temperatura de referencia | Velocidad de deformación de referencia |
|--------------------------|----------------------------|--------------------------------------|--|---|-----------------------------------|------------------------------------|---------------------------|--|
| <b>Símbolo</b>           | $A$ (MPa)                  | $B$ (MPa)                            | $n$ (-)  | $C$ (-)   | $m$ (-)                           | $T_M$ (K)                          | $T_R$ (K)                 | $\dot{\epsilon}_0$ (1/s)               |
| <b>Ti-6Al-4V</b>         | 1098                       | 1092                                 | 0,93   | 0,014   | 1,1                               | 1878                               | 293                       | 1,0                                    |

Tabla 5.2. Parámetros de la ley de endurecimiento de Johnson-Cook del titanio Ti-6Al-4V [30].

Para implementar la ley de endurecimiento de Johnson-Cook en *Abaqus* hay que seleccionar la secuencia *Mechanical* → *Plasticity* → *Plastic*, y en el apartado *Hardening* elegir *Johnson-Cook*. Para introducir la dependencia con la velocidad de deformación es necesario elegir *Suboptions*, *Rate dependent* y especificar en *Hardening* la opción *Johnson-Cook* (ver figura 5.1).



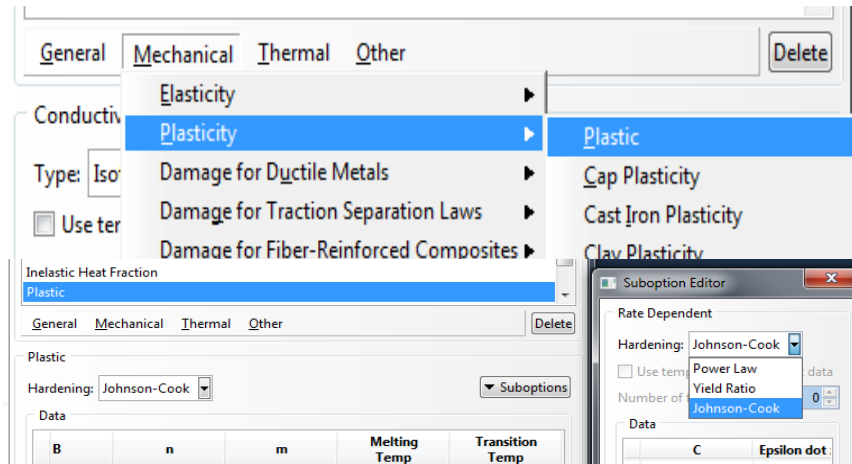


Figura 5.1. Definición del modelo de endurecimiento de Johnson-Cook en Abaqus.

Como se anticipó en el apartado 4.4.1, las deformaciones plásticas del proceso dan lugar a incrementos de temperatura y al ser un proceso tan rápido es habitual realizar la hipótesis de adiabaticidad. Para que *Abaqus* tenga en cuenta el calor generado por el proceso de deformación es necesario incluir la opción *Include adiabatic heating effects*, dentro del módulo *step*.

El incremento de temperatura se calcula directamente en los puntos de integración de los elementos del mallado de acuerdo con la ecuación 5.4 que se obtiene de realizar un balance de energía, al cual se le aplica un coeficiente de corrección  $\beta$  expresado en tanto por uno que refleja la cantidad de trabajo plástico transformado en calor:

$$\Delta T(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}_p) = \frac{\beta}{\rho C_p} \int_0^{\bar{\epsilon}_p^{max}} \bar{\sigma}(\bar{\epsilon}_p, \dot{\bar{\epsilon}}_p, T) d\bar{\epsilon}_p \quad (5.1)$$

donde  $\beta$  es el denominado coeficiente de Quinney-Taylor,  $\rho$  es la densidad del material y  $C_p$  el calor específico a presión constante. También es preciso definir la conductividad térmica del material para que el programa tenga en cuenta la transferencia de calor por conducción en el seno del sólido a estudiar. El valor de dichas constantes se especifica en la tabla 5.1, y para implementarlas en *Abaqus* es suficiente con buscarlas en el apartado de propiedades térmicas del material, con la salvedad de que para introducir el coeficiente  $\beta$  la nomenclatura que utiliza el programa es diferente, denominándolo *inelastic heat fraction*. Igualmente, el valor de dicho parámetro aparece en el artículo mencionado [30], y además el manual de *Abaqus* [27] indica que el valor que se suele adoptar es el mismo que el que se especifica en el artículo del que se ha obtenido.

#### b) Ti-6Al-7Nb

Puesto que ya se ha justificado el uso de las constantes para el caso de la aleación Ti-6Al-4V y como el modelo que se va a implementar es el mismo, en el presente apartado solamente se detallan los parámetros utilizados en el caso del material Ti-6Al-7Nb.

Para las constantes definidas en la tabla 5.1 como parámetros físicos, térmicos y elásticos, se realiza una búsqueda de las mismas en repositorios especializados de materiales [32], encontrando los siguientes valores de los mismos:

| Propiedades del material | Densidad                    | Módulo de Young | Coef. Poisson | Calor específico a presión constante | Conductividad térmica | Coeficiente de Quinney-Taylor |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------|---------------|--------------------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| Símbolo                  | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | $E$ (GPa)       | $\nu$ (-)     | $C_p$ (J/kg·K)                       | $k$ (J/kg·K)          | $\beta$ (-)                   |
| Ti-6Al-7Nb               | 4430                        | 113,8           | 0,342         | 526,3                                | 6,7                   | 0,9                           |

Tabla 5.3. Propiedades físicas, elásticas y térmicas de la aleación Ti-6Al-7Nb. [32]

En cuanto a los parámetros de la ley de endurecimiento de Johnson-Cook, puesto que es un material del que actualmente se están estudiando las características mecánicas, no existe ningún autor que haya obtenido las constantes del material para dicho modelo. Por lo tanto, se ha tenido que encontrar datos de los ensayos necesarios y procesarlos para obtener los parámetros buscados.

Gracias a los estudios de Woei-Shyan Lee y Chia-Wei Chen [33; 34] se ha podido analizar la aleación correctamente. Concretamente, el artículo utilizado es [33] debido a que contiene la gráfica de interés, que se muestra en la figura 5.2.

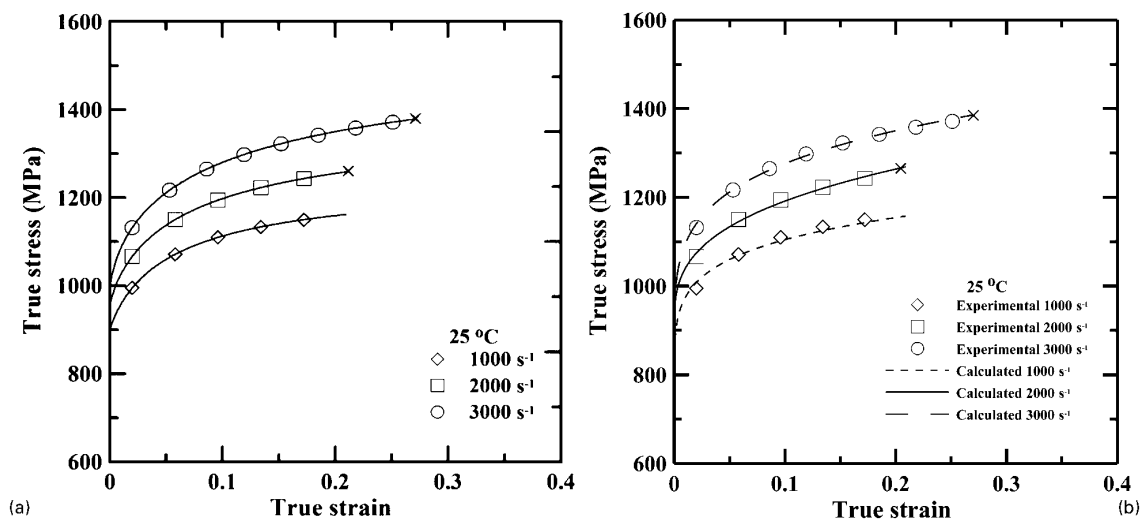


Figura 5.2. a) Curvas experimentales tensión-deformación de la aleación Ti-6Al-7Nb. b) Comparación entre los resultados experimentales y el modelo propuesto [33].

Como se ha comentado en el apartado 4.4.1, para obtener las constantes del modelo de J-C es necesario tener datos de ensayos realizados a diferentes velocidades de deformación y temperaturas. Sin embargo, en ambos artículos se muestra que las aleaciones tienen un coeficiente de sensibilidad de temperatura similar, mientras que el de sensibilidad a la velocidad de deformación es notablemente más alto para la aleación Ti-6Al-7Nb que para el Ti-

6Al-4V, lo que quiere decir que la principal diferencia entre las aleaciones estudiadas es el endurecimiento que sufren debido a la velocidad de deformación. Por este fenómeno, el exponente de ablandamiento de J-C utilizado para el Ti-6Al-7Nb es el mismo que para la aleación Ti-6Al-4V,  $m=1,1$ . Igualmente, los parámetros de temperatura de fusión y de referencia son los mismos, pues en el caso del primero ambos materiales presentaban el mismo valor y para el segundo los datos se obtuvieron en condiciones de temperatura ambiente.

Ahora bien, para determinar el resto de constantes de la ecuación de J-C es necesario procesar los datos de la figura 5.2. Para extraerlos bastaría con ir recorriendo la gráfica punto a punto e irlo anotando, o bien utilizar algún programa informático que detectara la curva y diera directamente los valores. Puesto que este tipo de programas son de pago, se han investigado otras posibles opciones y finalmente se ha creado un código en *Matlab* específico para ello.

*Matlab* es un paquete informático que sirve para realizar cálculos numéricos y tratamiento de datos. Entre sus características destacan las siguientes:

- Posee un lenguaje de programación propio potente y relativamente sencillo de usar.
- Tiene implementadas numerosas funciones matemáticas (trigonométricas, exponenciales, estadísticas, etc.) que pueden usarse para construir funciones más complejas, evaluarlas y graficarlas.
- Permite trabajar con escalares, vectores o matrices.
- Permite leer datos numéricos externos desde archivos de texto clásicos suministrados por el usuario, con el fin de utilizarlos en algoritmos o para su análisis gráfico.

El objetivo del uso de este programa es emplear alguna de las herramientas que tiene incorporadas para obtener los valores de la gráfica de la figura 5.2. A continuación se explica la estrategia de programación seguida, reservando la explicación detallada del código al anexo II.

Primero se debe almacenar la gráfica de la que se quiere obtener los datos en el ordenador, en un archivo de tipo imagen. En principio el programa está preparado para leer imágenes con formato '.bmp', pero se ha probado con éxito que *Matlab* permite abrir imágenes con distinto formato, como puede ser '.jpg'. A continuación se abre el gráfico en formato imagen y a partir de aquí aparecen cuadros de diálogo que van guiando al usuario con las tareas a realizar. En la figura 5.3 se puede ver una captura de la implementación del programa en el entorno *Matlab*.

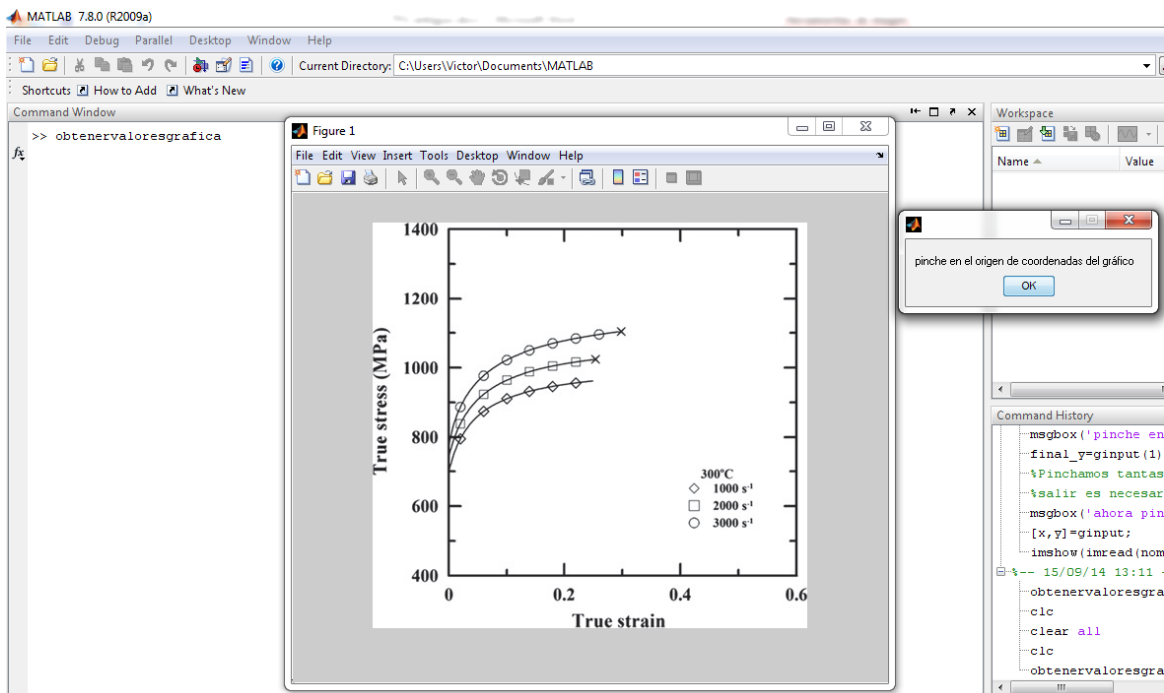


Figura 5.3. Imagen del programa creado en Matlab.

El fundamento del programa se basa en la función *ginput*, la cual sirve para obtener las coordenadas de los puntos en los que se posiciona el cursor del ratón y se aprieta el botón izquierdo. Para que esto funcione debe igualarse la función a un vector genérico, en el cual *Matlab* va guardando los valores. Además, la función permite obtener tantos puntos como se quiera si se define correctamente la función, de manera que se va recorriendo la gráfica y cuando se quiera finalizar basta con presionar *Enter*. Pero el programa aún no está terminado, pues las coordenadas que se obtienen no están en concordancia con los ejes de la figura, por lo que hay que tratar esta información para que sea de utilidad.

Para ello se han definido dos funciones que realizan una interpolación o mapeo de coordenadas, una para el eje horizontal y otra para el vertical. Conociendo las coordenadas del origen, el final del eje horizontal y el final del eje vertical se puede establecer un mapeo de coordenadas lineal que transforme las coordenadas obtenidas por *Matlab* (definidas en una escala arbitraria) en las coordenadas del gráfico que se han introducido (definidas en la escala que tenga éste). El procedimiento se explica con más detalle en el Anexo II del presente documento. El resultado de esta operación son dos vectores con los valores reales de la gráfica.

Por último, se vuelve a graficar el eje vertical frente al eje horizontal para ver los resultados, obteniendo curvas tensión-deformación como las que se muestra a continuación:

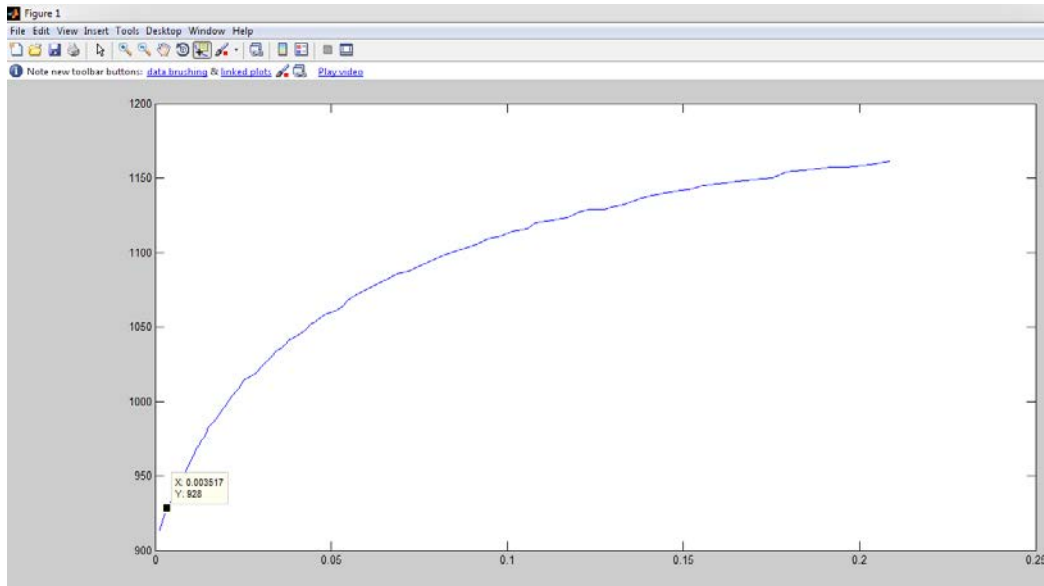


Figura 5.4. Resultado de la gráfica obtenida por Matlab para el Ti-6Al-7Nb y velocidad de deformación de  $1000 \text{ s}^{-1}$ .

Llegados a este punto, se realiza el mismo procedimiento para las tres curvas de la figura 5.2, por lo que se obtienen los datos de las curvas tensión-deformación para el Ti-6Al-7Nb para velocidades de deformación de 1000, 2000 y  $3000 \text{ s}^{-1}$  y temperatura ambiente.

A continuación se muestra el procedimiento seguido para la obtención de parámetros de la ley de endurecimiento de J-C:

Como se especificó en el apartado 3.4.1, para obtener los parámetros relativos al endurecimiento por deformación es necesario fijar una curva de referencia. Puesto que la velocidad de referencia más baja es  $1000 \text{ s}^{-1}$ , se define la curva correspondiente como la de referencia. El límite elástico de dicha curva corresponde con el parámetro  $A$  del modelo de J-C de dicho material, que aproximadamente corresponde con 928 MPa. La deformación asociada a dicha tensión es 0,0036, tal y como se aprecia en la figura 5.4.

Para obtener los parámetros  $B$  y  $n$  es necesario graficar  $\ln(\sigma - A)$  frente a  $\varepsilon^{pl}$ , obtenida esta última como la resta  $\varepsilon_{total} - \varepsilon_{elástica}$ . Se realiza un ajuste de la gráfica a una ecuación logarítmica del tipo:

$$y = C_1 \ln(x) + C_2 \quad (5.2)$$

Para tratar de identificar términos se toman exponenciales de base  $e$ , de manera que se obtiene lo siguiente:

$$e^{\ln(\sigma - A)} = e^{\ln(\varepsilon^{pl C_1})} \cdot e^{C_2} \quad (5.3)$$

Y si se desarrolla para compararlo el término de la ecuación de J-C, se obtiene lo que sigue:

$$\sigma = A + e^{C_2} \cdot \varepsilon^{pl C_1} = A + B \cdot \varepsilon^{pl n} \quad (5.4)$$

Por lo tanto, si se identifican términos de la ecuación 5.4,  $B = e^{C_2}$  y  $n = C_1$ . Los resultados que se obtienen son  $B=790,4$  MPa y  $n=0,621$ .

A continuación, para conocer la constante  $C$  se comparan los límites elásticos de los ensayos a diferentes velocidades de deformación y misma temperatura. Como la deformación plástica en el límite elástico es nula, el término de endurecimiento por deformación de la ecuación de J-C se cancela, al igual que el de la temperatura por ser los ensayos realizados a temperatura ambiente.

Por lo tanto, la ecuación de J-C contiene los términos siguientes:

$$\bar{\sigma}_y = A \cdot \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \quad (5.5)$$

Donde  $\bar{\sigma}_y$  corresponde al límite elástico para el ensayo realizado a una velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}_p$ . Por lo tanto,  $C$  se obtendrá como:

$$C = \frac{\bar{\sigma}_y - A}{A \cdot \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_0} \right)} \quad (5.6)$$

Para cada una de las dos curvas a velocidades superiores a la de referencia se obtiene un valor para el parámetro  $C$ , de manera que el que se utilice finalmente debe estar comprendido entre ambos. Se ha elegido la media entre ambos, por lo que  $C=0,105$ .

En la tabla que aparece a continuación se muestran todos los coeficientes obtenidos en el proceso descrito anteriormente:

| Propiedades del material | Tensión de fluencia de J-C | Coefficiente de endurecimiento de J-C | Exponente del endurecimiento por deformación de J-C | Coefficiente de la velocidad de deformación de J-C | Exponente de ablandamiento de J-C | Temperatura de fusión del material | Temperatura de referencia | Velocidad de deformación de referencia |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---|--|-----------------------------------|------------------------------------|---------------------------|--|
| Símbolo                  | $A$ (MPa)                  | $B$ (MPa)                             | $n$ (-)   | $C$ (-)  | $m$ (-)                           | $T_M$ (K)                          | $T_R$ (K)                 | $\dot{\epsilon}_0$ (1/s)               |
| Ti-6Al-7Nb               | 928                        | 790,4                                 | 0,621   | 0,105  | 1,1                               | 1878                               | 293                       | 1000                                   |

Tabla 5.4. Parámetros de la ley de endurecimiento de Johnson-Cook de la aleación Ti-6Al-7Nb.

### 5.2.2. Definición del criterio de fallo:

Por las razones comentadas en el apartado 5.2, se ha decidido utilizar el criterio de fallo de Johnson-Cook para modelar el daño y el fallo de las aleaciones estudiadas.

Se recuerda que el criterio de J-C se basa en una expresión analítica de la deformación de fallo, la cual viene definida por la ecuación siguiente:

$$\bar{\epsilon}_f = [D_1 + D_2 e^{(D_3 \eta)}] \cdot [1 + D_4 \ln(\dot{\epsilon}^*)] \cdot [1 + D_5 T^*] \quad (5.7)$$

Para implementarlo en el programa Abaqus es necesario conocer el valor de las constantes  $D_1 - D_5$ . De nuevo, primero se definirán los parámetros de la aleación Ti-6Al-4V y posteriormente los del material Ti-6Al-7Nb.

#### a) Ti-6Al-4V

Como se ha mencionado, las constantes que definen el comportamiento de este material se han obtenido de las investigaciones realizadas Xuemei Wang y Jun Shi [30]. A continuación se muestra el valor de dichos parámetros:

| Propiedades del material | Parámetros del modelo de daño de Johnson-Cook |       |       |       |       |
|--------------------------|---|-------|-------|-------|-------|
|                          | Símbolo                                       | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ |
| Ti-6Al-4V                | -0,09   | 0,27  | 0,48  | 0,014 | 3,87  |

Tabla 5.5. Constantes del modelo de daño de J-C de la aleación Ti-6Al-4V.[30]

La implementación de los mismos en *Abaqus* es enrevesada, pues requiere la definición de elementos adicionales. Dicha explicación se realiza una vez presentadas las constantes del modelo de daño de las dos aleaciones estudiadas.

#### b) Ti-6Al-7Nb

Al igual que ocurrió con la ley de endurecimiento de este material, ningún autor ha definido las constantes del modelo de fallo de J-C para este material, y el estudio del que se obtuvieron los parámetros de la ley de endurecimiento resulta insuficiente, pues para calibrar el modelo de daño sería necesario una mayor cantidad de datos experimentales. Sin embargo, el Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras ha realizado estudios en paralelo en los que tratan de caracterizar el comportamiento de fallo de este material. Los ensayos realizados muestran que la deformación de fallo de esta aleación sometida a ensayos de tracción está entre valores de 0,12 para situaciones en las que las condiciones de carga son estáticas o dinámicas con velocidades de deformación en un rango muy por debajo de  $1000 \text{ s}^{-1}$ .

Debido a que las condiciones de ensayo estudiadas en este trabajo inducen velocidades de deformación considerablemente mayores, se ha decidido ajustar un criterio de fallo basado en distintos resultados aportados por la literatura disponible. De esta manera se ha validado el criterio a partir de la comparación de los resultados numéricos con los experimentales.

A continuación se muestra el procedimiento de obtención de dichos parámetros, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones cualitativas:

Los resultados aportados por Woei-Shyan Lee y Chia-Wei Chen [33; 34] muestran una sensibilidad al ablandamiento térmico similar para ambas aleaciones de titanio, por esta razón se ha optado por un parámetro  $D_5=3,87$ . Además las simulaciones no muestran grandes incrementos de temperatura debidos a efectos adiabáticos, por lo que se asume que esta constante no tendrá una gran influencia en los resultados finales.

Para las constantes  $D_2$  y  $D_3$ , puesto que indican la dependencia de la deformación de fallo con la triaxialidad y no se ha observado diferencias considerables en cuanto a la influencia de este parámetro entre ambos materiales, se asumen los mismos valores que para el Ti-6Al-4V.

Sin embargo, en el caso de la constante  $D_4$ , como indican los estudios de la literatura [33; 34], la sensibilidad a la velocidad de deformación es significativamente mayor en la aleación Ti-6Al-7Nb que en el Ti-6Al-4V, se ha optado por utilizar un valor de 0,02.

Por último, en cuanto al parámetro  $D_1$  se ha calculado para reproducir los resultados obtenidos experimentalmente, de manera que valide las curvas velocidad de impacto-velocidad residual.

En la siguiente tabla se muestran finalmente los valores del criterio de fallo de J-C obtenidos para este material:

| Propiedades del material | Parámetros del modelo de daño de Johnson-Cook |       |       |       |       |
|--------------------------|---|-------|-------|-------|-------|
|                          | Símbolo                                       | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ |
| <b>Ti-6Al-7Nb</b>        | -0,05   | 0,27  | 0,48  | 0,02  | 3,87  |

Tabla 5.6. Constantes del modelo de daño de J-C de la aleación Ti-6Al-7Nb.

### Implementación del criterio de fallo en Abaqus:

De manera general, *Abaqus* ofrece dos modos diferentes de estudiar el proceso de degradación y eliminación de elementos: los modelos de daño progresivo y fallo y los de fallo dinámico, dentro de los cuales se incluyen el fallo por cortadura y el fallo en tracción. El factor común de todos ellos es que el daño que sufre progresivamente el material se modeliza mediante una variable que se define como un cociente entre un valor que se va calculando a lo largo de la simulación y un valor límite, de manera que cuando ambas magnitudes se igualan, el elemento en cuestión falla. El fallo de un material se caracteriza por la pérdida de capacidad de soportar carga, que es resultado de una degradación progresiva de la rigidez del material. Esta degradación de rigidez se modeliza utilizando teorías de mecánica de daño [27].

Para comprender mejor la modelización del daño que *Abaqus* realiza, se considera la curva tensión-deformación de la figura 5.5. En ella podemos apreciar diferentes fases: la zona comprendida entre los puntos *a* y *b* es una respuesta elástica lineal, a la cual le sigue una zona



de endurecimiento por deformación una vez superado el límite de fluencia, contenida en la zona  $b-c$ . A partir del punto  $c$  la carga que el material es capaz de soportar disminuye considerablemente hasta la rotura, zona  $c-d$ . La deformación en esta última fase está localizada en una región denominada cuello o estricción que se forma en la probeta. Por tanto, el punto  $c$  se corresponde con el inicio del proceso de daño en el material, el cual se denomina criterio de inicio de daño. A partir de este punto, la zona  $c-d$  caracteriza la evolución de la disminución de rigidez en la zona de la estricción.

Por lo tanto, para especificar un mecanismo de fallo tenemos que identificar cuatro partes:

- Definir la respuesta del material en ausencia de daño (esto es, la curva  $a-b-c-d'$ ).
- Definir un criterio de inicio de daño (punto  $c$ ).
- Definir una ley de evolución del daño (tramo  $c-d$ ).
- Elección de un parámetro en función del cual los elementos se eliminan de la simulación una vez que la rigidez del material se haya degradado completamente (punto  $d$ ).

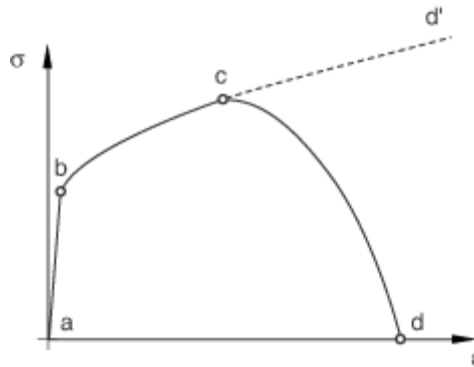


Figura 5.5. Curva típica de tensión-deformación de un material sometido a un estado de tracción uniaxial [27].

El elemento común de las dos formulaciones es la respuesta elasto-plástica del material en ausencia del daño, correspondiente con dos contribuciones principales: una de ellas será la parte elástica del material, que se definirá como la conocida Ley de Hooke, la cual establece una proporcionalidad lineal entre tensión y deformación; mientras que la otra contribución modeliza la rama plástica del material a través de una ecuación que determina la relación entre tensión y deformación plástica, con posibilidad de incluir los efectos de variables como la temperatura, el tiempo o velocidad de deformación.

Una vez introducido el estudio del mecanismo de fallo que realiza *Abaqus*, a continuación se analizan ambas formulaciones del problema, pues es importante conocer las diferencias entre ambas para elegir la que mejor se ajuste al problema que se quiere estudiar.

#### a) Daño progresivo y fallo para metales dúctiles:

Este método implica la necesidad de definir dos características:

1) Criterio de inicio del daño: en el caso general puede optarse por dos formulaciones fenomenológicas diferentes para estudiar el mecanismo que causa la fractura de materiales

dúctiles: una de ellas puede ser la rotura dúctil producida por la nucleación, crecimiento y coalescencia de vacíos; y la segunda de ellas puede ser la fractura por cortadura debida a localización de bandas de cortadura.

A su vez, en el modo de rotura dúctil se puede optar por dos formulaciones análogas: la formulación que incorpora *Abaqus*, consistente en una deformación de fallo dependiente de la triaxialidad y de la velocidad de deformación, o puede utilizarse la definición de daño de Johnson-Cook, teniendo en cuenta la modificación del signo del parámetro  $d_3$  respecto de la ecuación original.

2) Ley de evolución del daño que describa la progresiva degradación de la capacidad portante del material. Como se observa en la figura 5.6, el daño se manifiesta de dos maneras diferentes: la progresiva disminución del límite elástico cuando se realiza una descarga desde un punto en el que el material se ha dañado, y la degradación del módulo de elasticidad. La modelización del fenómeno ocurre relacionando la curva con trazo continuo, correspondiente a la respuesta del material dañado, y la de trazo discontinuo, correspondiente al mismo material en ausencia de daño, a partir de la variable de daño  $D$ .

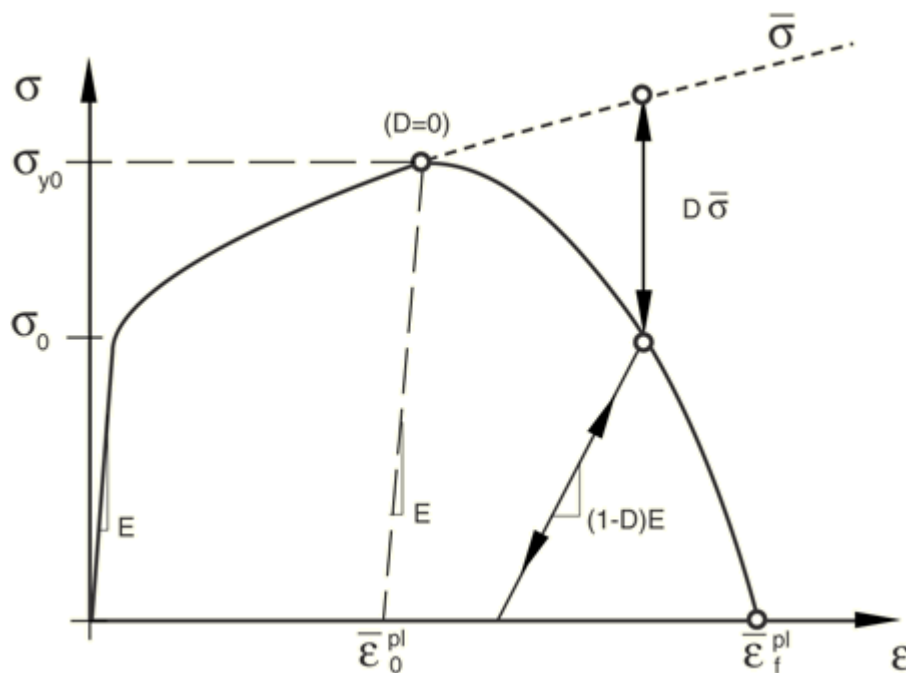


Figura 5.6. Curva tensión-deformación con degradación progresiva del material [27].

Por lo tanto, para implementar esta alternativa en el programa de elementos finitos se puede hacer uso del CAE, de manera que en el módulo de propiedades del material que se haya definido se elija uno de los tres modelos de daño para materiales dúctiles, los cuales se han comentado anteriormente. Al añadir esta opción se estaría definiendo el inicio del daño, de manera que para incluir la evolución debe indicarse como *suboption* y se puede hacer de dos maneras distintas: bien especificando un valor de la energía de fractura por unidad de área o bien indicando un valor máximo del desplazamiento de fallo, definido como la deformación

plástica multiplicada por una longitud característica, que es función del tipo y tamaño de elementos utilizados. En el caso de la energía de fractura, ésta se define por Hillerborg [35] como la energía requerida para abrir una grieta desde un valor nulo hasta uno especificado, por unidad de área de una fisura; es decir, esta energía es la misma que la que utiliza el planteamiento energético de la Mecánica de la Fractura.

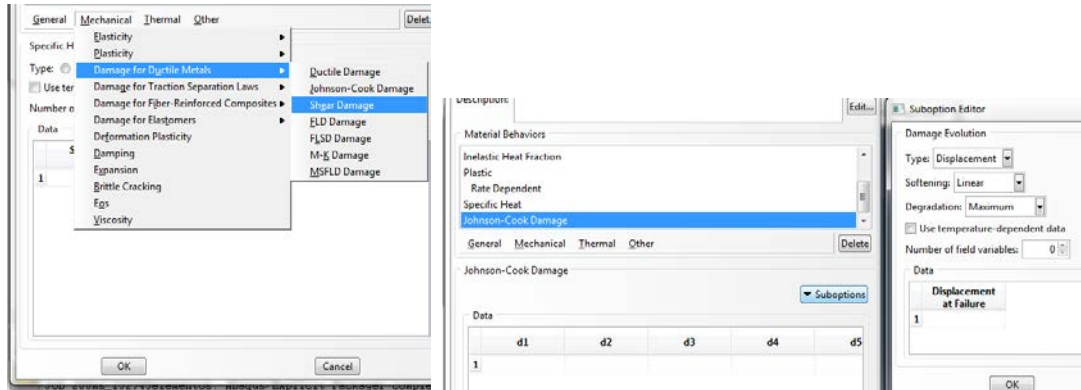


Figura 5.7. Menú de la interfaz de Abaqus para la introducción del criterio de fallo.

Como se deduce, al utilizarse esta formulación es preciso estimar valores de la variable de evolución del daño que influirá en el proceso de eliminación de elementos del material, por lo que es una fuente adicional de incertidumbre que podemos paliar si se opta por la formulación alternativa que se explica en el siguiente apartado.

### b) Modelos de fallo dinámico:

Los modelos de daño progresivo y fallo descritos anteriormente son los recomendados para modelar el daño del material y el fallo en *Abaqus* tanto para casos cuasi-estáticos como dinámicos. Sin embargo, existen dos modelos de análisis de fallo y eliminación de elementos aplicables únicamente para problemas dinámicos de altas velocidades de deformación, en los cuales los efectos inerciales son importantes.

El primero de ellos es el modelo de fallo por cortadura, el cual se basa en el cálculo de la deformación plástica en los puntos de integración; el fallo ocurre cuando el cociente definido en la ecuación 5.8 toma el valor unidad. En esta ecuación  $\bar{\epsilon}_0^{pl}$  es un valor inicial de la deformación plástica equivalente,  $\Delta\bar{\epsilon}^{pl}$  representa los incrementos de la deformación plástica equivalente a lo largo de cada incremento de tiempo de la simulación y  $\bar{\epsilon}_f^{pl}$  es la deformación de fallo, la cual puede ser definida mediante una tabla (en función de parámetros como la velocidad de deformación, temperatura o el cociente tensión hidrostática-tensión desviadora), o mediante la ecuación del modelo de fallo de Johnson-Cook (ver apartado 4.4.2)

$$\omega = \frac{\bar{\epsilon}_0^{pl} + \sum \Delta\bar{\epsilon}^{pl}}{\bar{\epsilon}_f^{pl}} \quad (5.8)$$

Cuando el criterio de fallo se cumple, los componentes del tensor de tensiones se vuelven nulos y el punto de integración material falla. Para que un elemento se elimine de la malla todos los puntos de integración del elemento deben cumplir el criterio de fallo. Por lo tanto, se deduce que el fallo de un elemento ocurrirá en función del número de puntos de integración

del tipo de elemento que se defina. En el presente trabajo, puesto que se definirán elementos de tipo tetraédrico y hexaédrico de integración reducida, ambos tienen únicamente un punto de integración, por lo que para que se produzca el fallo solamente se requiere que ocurra en este punto.

Para definir este modo de fallo en *Abaqus* no podemos implementarlo mediante el CAE, sino que debemos editar el *Keywords* del modelo e introducirlo dentro del apartado de material, a continuación de la definición del modelo de plasticidad de Johnson-Cook, tal y como se observa en la figura 5.8. Para introducir la expresión de Johnson-Cook como deformación de fallo se deben introducir los parámetros del material en orden creciente, de  $D_1$  hasta  $D_5$  separados por comas, tal y como se ha definido en el modelo.

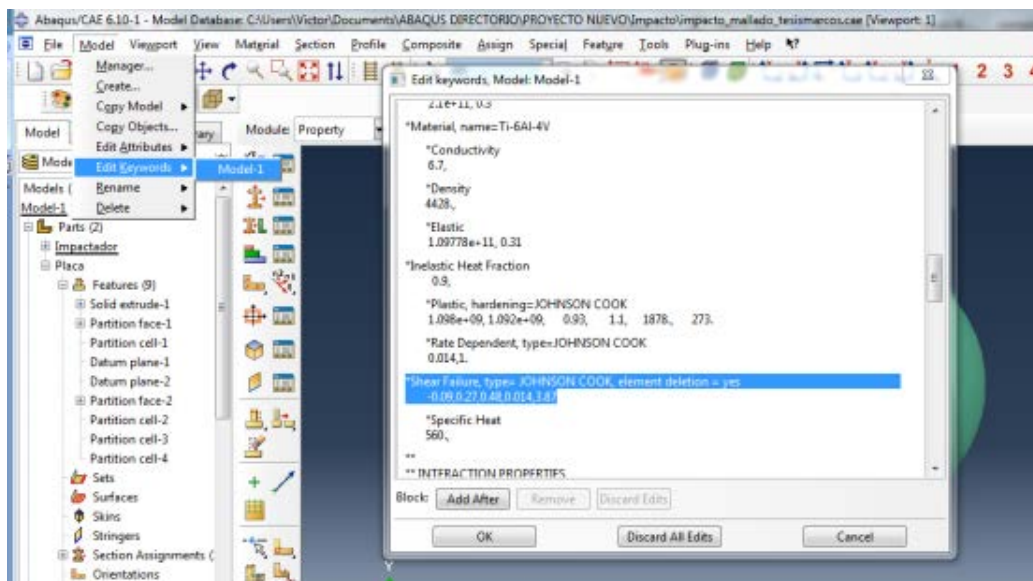


Figura 5.8. Imagen del programa que muestra la edición del *Keywords*.

El segundo modelo de fallo dinámico es el de fallo por tracción, consistente en comparar la tensión hidrostática con un valor o una tabla de valores definida por el usuario, que puede expresarse en función de variables predefinidas.

Es conocido que uno de los mecanismos físicos que explica la deformación plástica es el movimiento de dislocaciones, el cual ocurre bajo esfuerzos de tipo cizalladura. Al aplicar un esfuerzo de compresión o tracción de igual magnitud en todas las direcciones del espacio (definición de esfuerzo hidrostático) lo único que produciría es un acercamiento o alejamiento de los átomos del material, pero no existiría un efecto de cizalla que intentara modificar enlaces y posibilitara mover las dislocaciones.

Puesto que este modelo se basa únicamente en el estudio de la tensión hidrostática, o lo que es lo mismo, el primer invariante del tensor hidrostático de tensiones, según el párrafo anterior y puesto que es indudable la contribución del segundo y tercer invariantes del tensor desviador en la plastificación y fallo de materiales, no sería útil utilizar este modelo en el presente trabajo.

Una vez analizadas todas las maneras de definir el proceso de daño en el programa, se eligió la opción del modelo de fallo dinámico con la expresión de deformación de fallo de J-C. La elección está justificada por el menor coste computacional de las simulaciones y para evitar fuentes de error debido a la energía de fractura, pues su valor puede ser errático para las condiciones estudiadas.

Puesto que ya se ha definido la implementación de los materiales utilizados, en el apartado siguiente se estudiará la modelización del resto del problema de penetración.

### 5.3. Descripción del modelo de Elementos Finitos.

Una vez definido el comportamiento de los materiales a utilizar y su implementación en el programa de elementos finitos, es necesario especificar las demás características del problema. Cada uno de los apartados siguientes se centra en un aspecto del modelo y su exposición trata de seguir la secuencia de pasos a realizar en *Abaqus*:

#### 5.3.1. Definición del impactador

Aunque el objeto de estudio es la placa, en una primera aproximación podría pensarse en representar el percutor como un sólido rígido, restringiendo el análisis solamente a una parte del modelo. Sin embargo, se ha decidido modelar esta parte de la geometría como deformable, pues de este modo las pequeñas deformaciones que sufre el proyectil durante el impacto se tienen en cuenta y, con ello, la energía que absorbe.

##### a) Geometría

La geometría del impactador ya se introdujo en el apartado 3.1: es una esfera de diámetro 7,25 mm, por lo que en *Abaqus* se crea una *part* denominada *Impactador* de tipo *3D deformable* y creada por revolución.

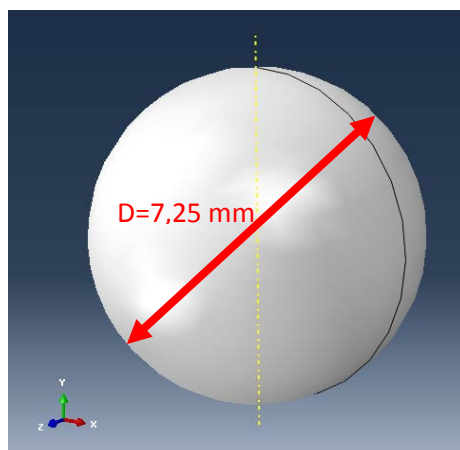


Figura 5.9. Geometría del impactador.

## b) Mallado

Para definir un tamaño de elemento adecuado para esta *part* se ha utilizado la herramienta de verificación de la malla, concretamente el parámetro *geometric deviation factor*. Según el manual de Abaqus [27] dicha medida es un cociente entre dos longitudes que indica cuánto se desvía la geometría del mallado utilizado respecto a la geometría original del modelo (ver figura 5.10).

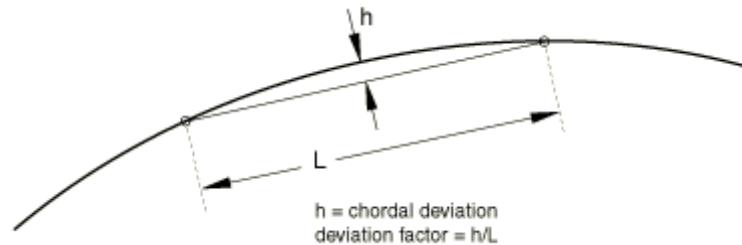


Figura 5.10. Definición gráfica del factor de desviación del mallado [27].

Por tanto, según la fórmula que aparece en la figura 5.10 y la captura realizada del programa (figura 5.11), se ha creado una malla que dista de la geometría original menos de un 2,5%, pues el peor de los elementos tiene un factor del 2,44%.

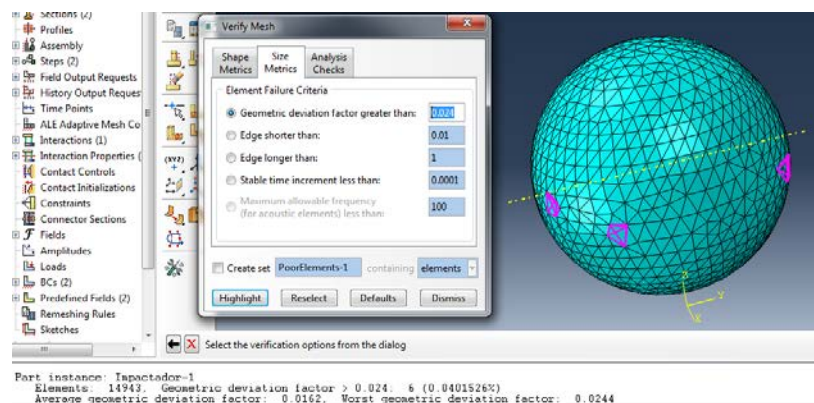


Figura 5.11. Mallado creado y verificación del mismo.

Por tanto, la malla definitiva de esta geometría está formada por 14943 elementos tetraédricos lineales de cuatro nodos (C3D4 según la nomenclatura de Abaqus).

## 5.3.2. Definición de la probeta de los ensayos.

### a) Geometría de la placa

Igual que ocurrió con el proyectil, la geometría de la placa utilizada en los ensayos fue definida en el apartado 3.1. Sin embargo, puesto que el área efectiva de la placa era menor que el total de la misma (pues una zona está reservada a los apoyos, de manera que se asegure la condición de contorno) el modelo que se implementó en Abaqus corresponde al área efectiva de la placa, es decir, 100x100 mm con 1 mm de espesor. Debido a esto, tampoco se incluyen los taladros de la placa, pues esa zona no es de interés. En la figura 5.12 se puede ver la placa y

las particiones realizadas sobre ella, que se usarán para crear un mallado lo más uniforme posible. La *part* se definió como 3D de tipo *deformable*, y fue realizada por extrusión.

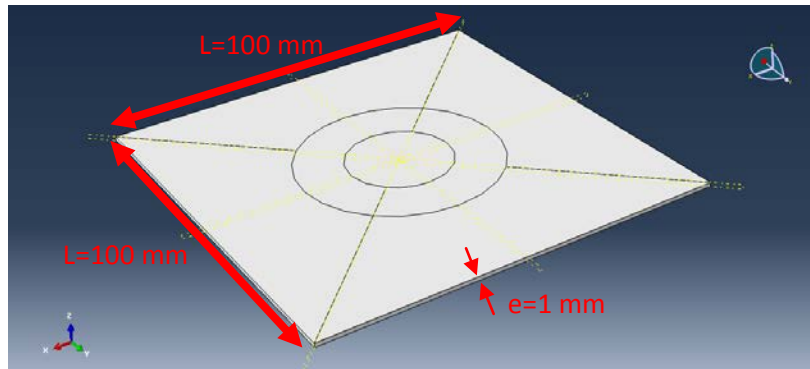


Figura 5.12. Geometría de la placa y particiones realizadas.

## b) Mallado

En base a los resultados que se encuentran en los estudios sobre el fenómeno de impacto [36], se deben utilizar al menos cuatro elementos a lo largo del espesor de la placa para modelar bien el fenómeno de flexión de la misma. Tras realizar pruebas variando este parámetro, se ha optado finalmente por elegir seis elementos por tener una mayor similitud con los ensayos experimentales.

Como se observa en la figura 5.12, se ha dividido la geometría de la placa en tres regiones, tal y como lo indican los estudios realizados por J.A. Rodríguez-Martínez et al. [36].

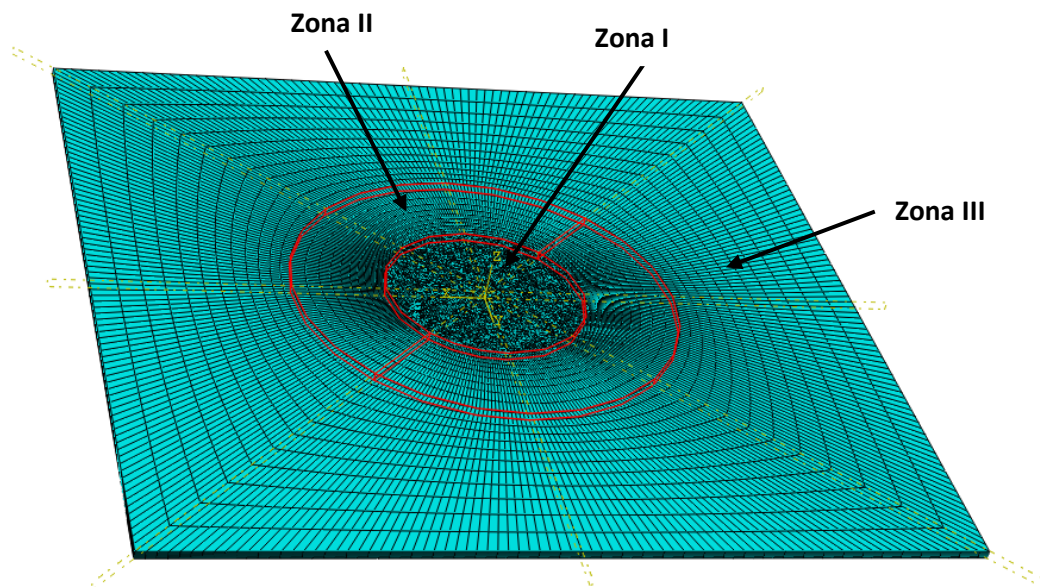


Figura 5.12. Zonas en las que se ha dividido el mallado de la placa.

- Zona I: es la zona central de la placa y constituye la parte más importante, pues en ella impactará el proyectil y es la más solicitada. La densidad de elementos en esta zona debe ser la mayor, por lo que el tamaño de elemento definido es el más pequeño del modelo. El mallado está compuesto por 49259 nodos y 238312 elementos tetraédricos lineales de cuatro nodos (C3D4 según la nomenclatura de *Abaqus*).

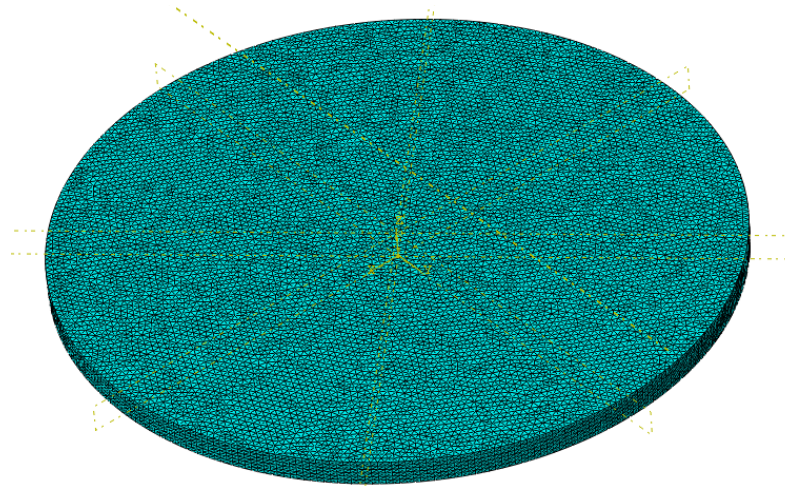


Figura 5.13. Mallado de la Zona I.

- Zona II: es una región de transición entre el mallado fino del centro de la placa y el mallado más burdo de los contornos. Con el fin de eliminar direcciones preferenciales de propagación del fallo y crear un mallado uniforme, se ha optado por realizar esta zona con simetría radial, de manera que el proceso de impacto fuera lo más independiente posible del mallado. Para ello, se eligieron elementos geoméricamente similares, como son los hexaédricos, para que el programa permitiera definir un mallado estructurado. Además, se utilizó la opción *bias* del programa, que permite ir aumentando progresivamente el tamaño de elementos a lo largo de una línea que en este caso se define radialmente. En esta zona se insertaron 27468 nodos y 21582 elementos hexaédricos de integración reducida (C3D8R).

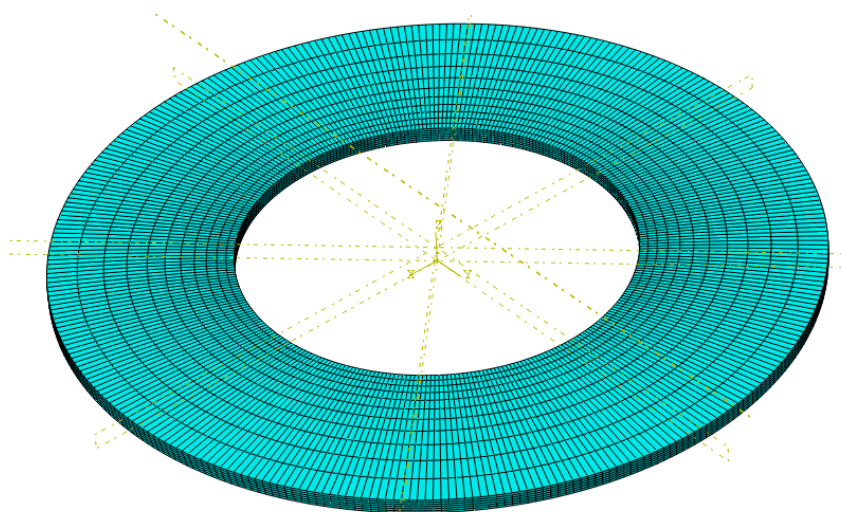
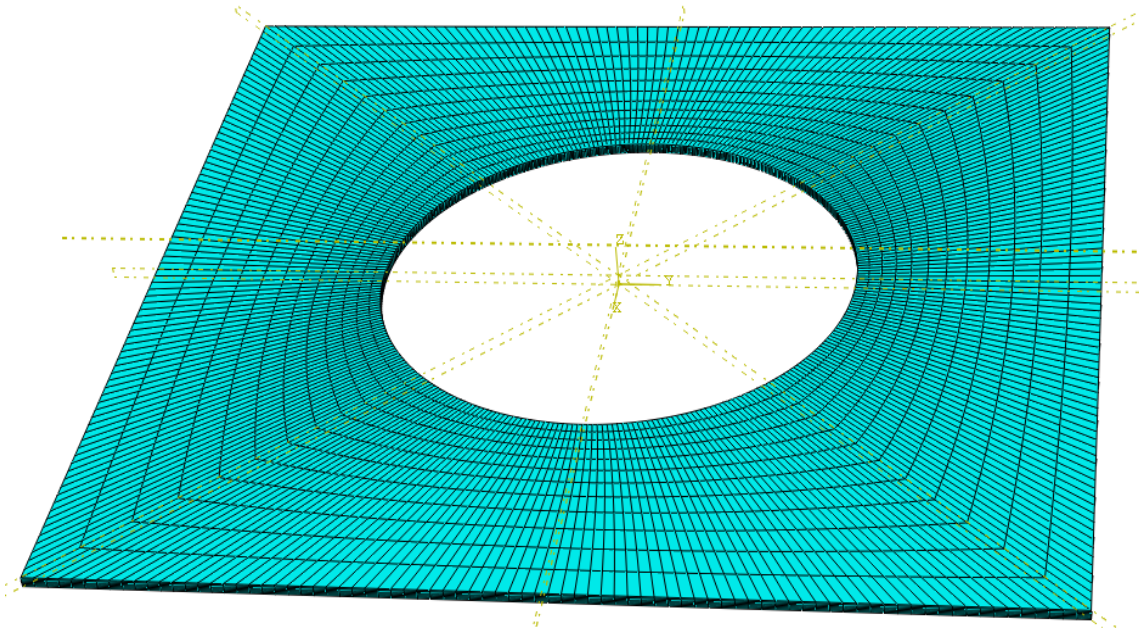


Figura 5.14. Mallado de la región periférica al impacto.



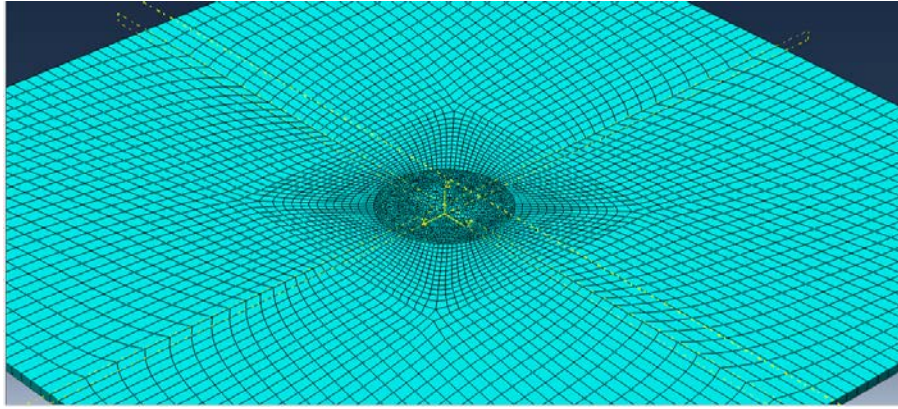
- Zona III: esta región está tan alejada de donde ocurre el fenómeno localizado de impacto que es prácticamente irrelevante en el estudio. Por ello, se empleó un mallado más fino en la zona cercana al centro de la placa que en los extremos, de manera que siguiera aproximadamente el crecimiento radial definido en la zona II. El mallado está compuesto por 29757 nodos y 23544 elementos hexaédricos de integración reducida (C3D8R).



*Figura 5.15. Malla generada en la Zona III.*

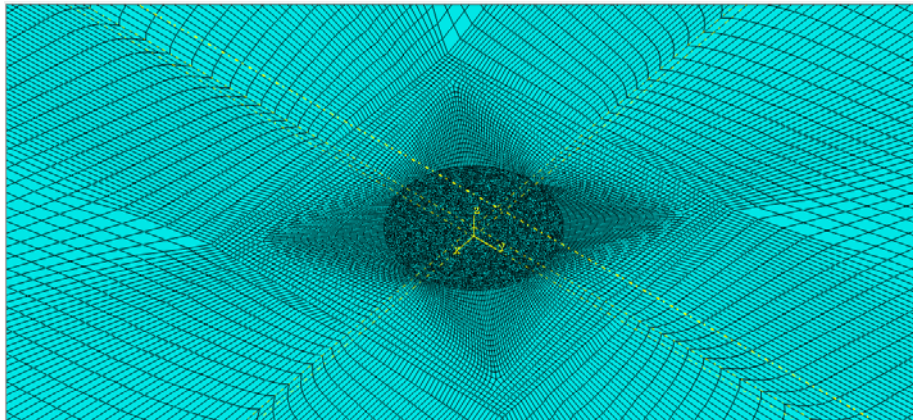
El proceso de análisis de sensibilidad del mallado fue concienzudo, pues para que el modelo representara correctamente el fenómeno debía crearse una discretización del problema adecuada, con el fin de verificar el modelo tanto en términos de velocidad residual como en modo de fallo. Para ello se probaron diferentes configuraciones de las tres zonas anteriormente comentadas, con el fin de elegir la que mejor se ajustara a los resultados experimentales. A continuación se mencionan algunas técnicas seguidas, con la geometría finalmente obtenida y los inconvenientes que presentó.

En una primera aproximación al problema, se trató de definir una zona de transición cuadrada, de manera que la parte externa fuera coherente con la malla que venía generada del contorno y, a la vez, fuera reduciéndose progresivamente hasta llegar a la parte central del problema (ver figura 5.16). Sin embargo, los resultados obtenidos no coincidían con los experimentales. Por tanto, se pensó en realizar un mallado más refinado, llevando a estudiar el caso de la figura 5.17.



*Figura 5.16. Malla generada en primeras aproximaciones al problema.*

En el caso de la figura 5.17, la densidad de elementos era superior, pero la geometría era idéntica. Al realizar las simulaciones, se observó que aunque la velocidad residual se iba acercando a los resultados experimentales, el modo de fallo era incontrolable.



*Figura 5.17. Segundo mallado utilizado, más refinado que en el caso anterior.*

Como se puede observar en la figura 5.18, sólo mediante la creación de un mallado muy fino (432544 elementos) se podía reproducir correctamente el modo de fallo, y aún así en algunas zonas se podía observar que el mallado presentaba direcciones falseadas en las que el crecimiento de grietas era preferencial.

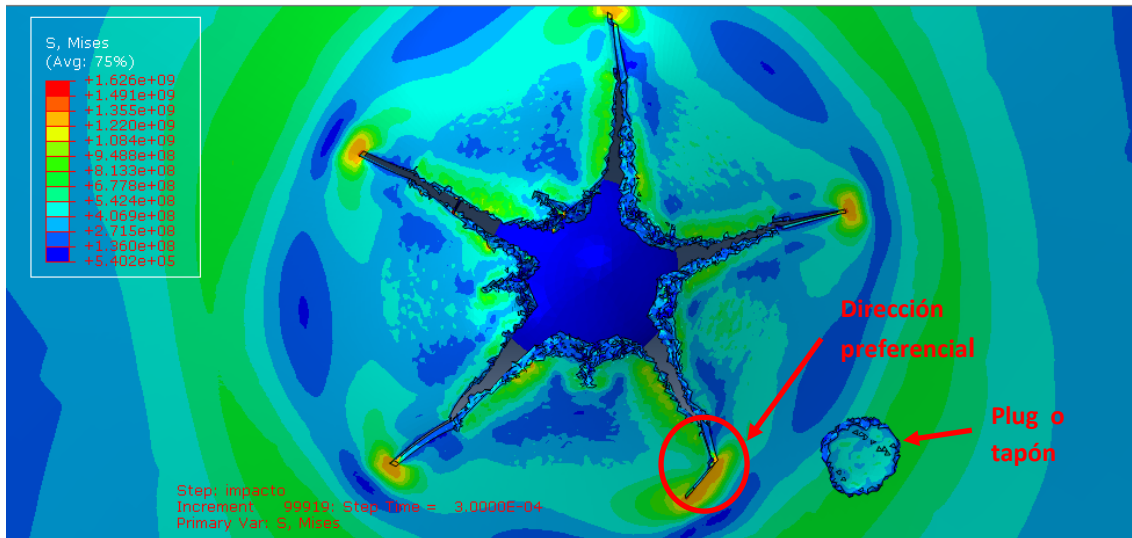


Figura 5.18. Resultados del análisis y muestra de la dirección de fallo falseada.

Por lo tanto, visto que esta geometría no era adecuada para el problema a estudiar, se decidió implementar la zona de transición circular, tal y como es el modelo definitivo. Con este mallado los resultados eran mucho más similares a los experimentales, por lo que se realizó un análisis de sensibilidad, principalmente en función del tamaño y tipo de elementos en la zona central, periférica y espesor de la placa. Cabe destacar que se eligieron elementos tetraédricos para la zona central por reproducir mejor el modo de fallo, y que la elección de elementos hexaédricos en la periférica está justificada porque permitían crear una malla estructurada con simetría radial.

### 5.3.3. Condiciones de contorno y cargas aplicadas.

Para modelar la condición de apoyo de la placa sobre el útil se ha optado por aplicar una *Boundary condition* de tipo *Encastre* a las paredes exteriores de la placa, de manera que todos los grados de libertad de esta zona quedan restringidos. También se ha decidido impedir todos los movimientos del impactador excepto el de traslación perpendicular a la placa; esta restricción se debe a que las condiciones en las que se realizaron los ensayos garantizan que sólo exista este movimiento.

Para definir la temperatura ambiental del ensayo, se ha incluido un campo de tipo temperatura aplicado a toda la placa que simula este efecto.

Por último, para que el proyectil tenga una velocidad de impacto definida por el usuario se crea un campo de velocidad de traslación, aplicado al impactador esférico y cuya velocidad se define en las componentes del vector cartesiano.

### 5.3.4. Tipo de análisis.

Puesto que los efectos inerciales son de gran importancia en este tipo de fenómenos, se plantea un análisis dinámico. Además, como se comentó en el apartado 5.2.1, es necesario

seleccionar la opción de *Include adiabatic heating effects* para que se tenga en cuenta el efecto de la temperatura. Además, como se trata de un problema que involucra grandes deformaciones, la opción de no linealidades geométricas (*nlgeom*) también se activa.

En cuanto al tipo de método a utilizar para resolver las ecuaciones dinámicas, *Abaqus* dispone de dos, denominados *Explicit* y *Standard*. *Abaqus/Standard* utiliza integración directa implícita, la cual se basa en operadores implícitos para integrar las ecuaciones del movimiento, mientras *Abaqus/Explicit* usa integración directa explícita, consistente en el operador de diferencias centrales. En un análisis dinámico implícito, el operador matricial de integración debe invertirse y un conjunto de ecuaciones no lineales de equilibrio se resuelven en cada incremento de tiempo. En un análisis dinámico explícito se calculan desplazamientos y velocidades en términos de cantidades que son conocidas al inicio de cada incremento; por lo tanto, la matriz global de masa y de rigidez no tienen que crearse e invertirse en cada paso de integración, lo que significa que cada incremento en explícito es menos costoso computacionalmente que el incremento en implícito.

Por estas razones y puesto que el problema a estudiar involucra propagación de ondas de tensión, el manual de *abaqus* [27] recomienda utilizar el análisis tipo *Dynamic/Explicit*.

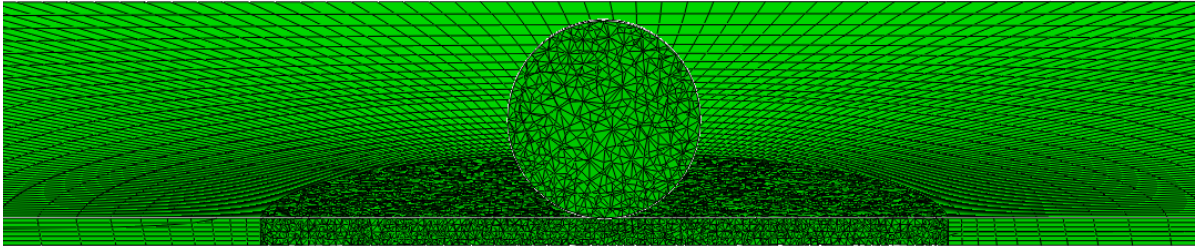
Para que el programa deje de mostrar los elementos que han fallado, en el módulo de creación del análisis (módulo *Step*) es preciso indicar al programa que incluya la variable *Status*, la cual toma un valor de 1 para elementos activos y 0 para aquellos que hayan colapsado. Por tanto, cuando un elemento del mallado satisface el criterio de fallo, la variable *Status* toma el valor 0 y dicho elemento es eliminado. Además, dentro de las opciones de definición de variables de salida (*Field output* y *History output*) se eligió una frecuencia de tipo *Evenly spaced time intervals*, de manera que el número que se establezca representa la cantidad de intervalos en los que se calculará la solución del problema.

### 5.3.5. Definición del contacto proyectil-placa

Dado que en el problema que se va a analizar se conocen las superficies en las que ocurrirá el contacto, lo más eficiente desde el punto de vista computacional es definir una interacción de tipo *contact pair*, debido a que de esta manera las condiciones de contacto se aplican exclusivamente a las zonas que lo requieran y no a todo el modelo, el cual se implementaría con un contacto de tipo *general contact*.

Para definir el contacto en *Abaqus* es necesario crear las propiedades del mismo y, a continuación, asignárselas al tipo de interacción que se cree. En cuanto a las condiciones, se definió un comportamiento tangencial isótropo con coeficiente de rozamiento de 0,34 y un comportamiento en dirección normal de tipo *Hard contact*, para impedir la penetración de ambos sólidos. En cuanto a la interacción propiamente dicha, se definió una de tipo *Surface-to-surface contact (Explicit)*, eligiendo la superficie del proyectil como *First surface* y como *Second surface* la región de nodos de la placa. De este modo según vayan eliminándose elementos, el contacto entre el percutor y el resto de la placa seguirá manteniéndose.

En la figura 5.19 se puede observar el modelo final con el que se realizaron todas las simulaciones.



*Figura 5.19. Vista en corte del modelo realizado para simular ensayos de impacto a altas velocidades.*

# **CAPÍTULO 6: Análisis de resultados y validación del modelo numérico**

En este capítulo se presenta tanto el análisis como el proceso de validación de los modelos numéricos desarrollados. En cuanto a ensayos de impacto, en la literatura disponible es frecuente encontrar estudios que validan el modelo numérico comparando las curvas velocidad inicial-velocidad residual obtenidas tanto numérica como experimentalmente [36; 37].

Como se comentó en el apartado 5, una vez comprobado que el modelo numérico reproduce fielmente los ensayos realizados, el programa ofrece una solución completa al problema de impacto. Los resultados que se pueden obtener son descripciones completas de variables de campo o magnitudes físicas que se consideren importantes en el problema. En *Abaqus*, para incluir más parámetros en la solución sencillamente debe activarse la casilla correspondiente en el módulo *Step*. Además, el uso de estos programas permite analizar condiciones de ensayo muy diferentes a un bajo coste económico, pues para ello es suficiente con cambiar éstas en el programa y correr otro análisis.

Para comprobar que el modelo numérico desarrollado se ajusta a los ensayos experimentales, se realizará una comparativa de los resultados obtenidos numéricamente y experimentalmente tanto de las curvas de velocidad de impacto-velocidad residual como del modo de fallo que presenta la placa.

## 6.1. Validación en términos velocidad de impacto-velocidad residual.

A continuación se muestran los resultados numéricos obtenidos para las dos aleaciones estudiadas:

| Ti-6Al-4V                   |  |  | Ti-6Al-7Nb                  |  |  |
|-----------------------------|--|--|-----------------------------|--|--|
| Velocidad de impacto, (m/s) | Velocidad residual experimental, (m/s) | Velocidad residual modelo numérico (m/s) | Velocidad de impacto, (m/s) | Velocidad residual experimental, (m/s) | Velocidad residual modelo numérico (m/s) |
| 232                         | 0                                      | 0  | 225,4                       | 0                                      | 0  |
| 234                         | 71                                     | 82                                       | 237,1                       | 0                                      | 0  |
| 250                         | 110                                    | 120                                      | 242,9                       | 92,19                                  | 94                                       |
| 260                         | 138,6                                  | 141                                      | 248,8                       | 73,2                                   | 74,5                                     |
| 311                         | 202                                    | 214                                      | 313,2                       | 207,8                                  | 209                                      |
| 350                         | 243                                    | 254                                      | 336,6                       | 240,6                                  | 241                                      |
|                             |  |  | 506,3                       | 428,05                                 | 420                                      |

Tabla 6.1. Comparación de resultados obtenidos experimental y numéricamente.

Para que la comparación se pueda realizar de un modo más visual, a continuación se muestran las curvas de Recht e Ipson ajustadas a los datos experimentales y los datos obtenidos del modelo numérico:

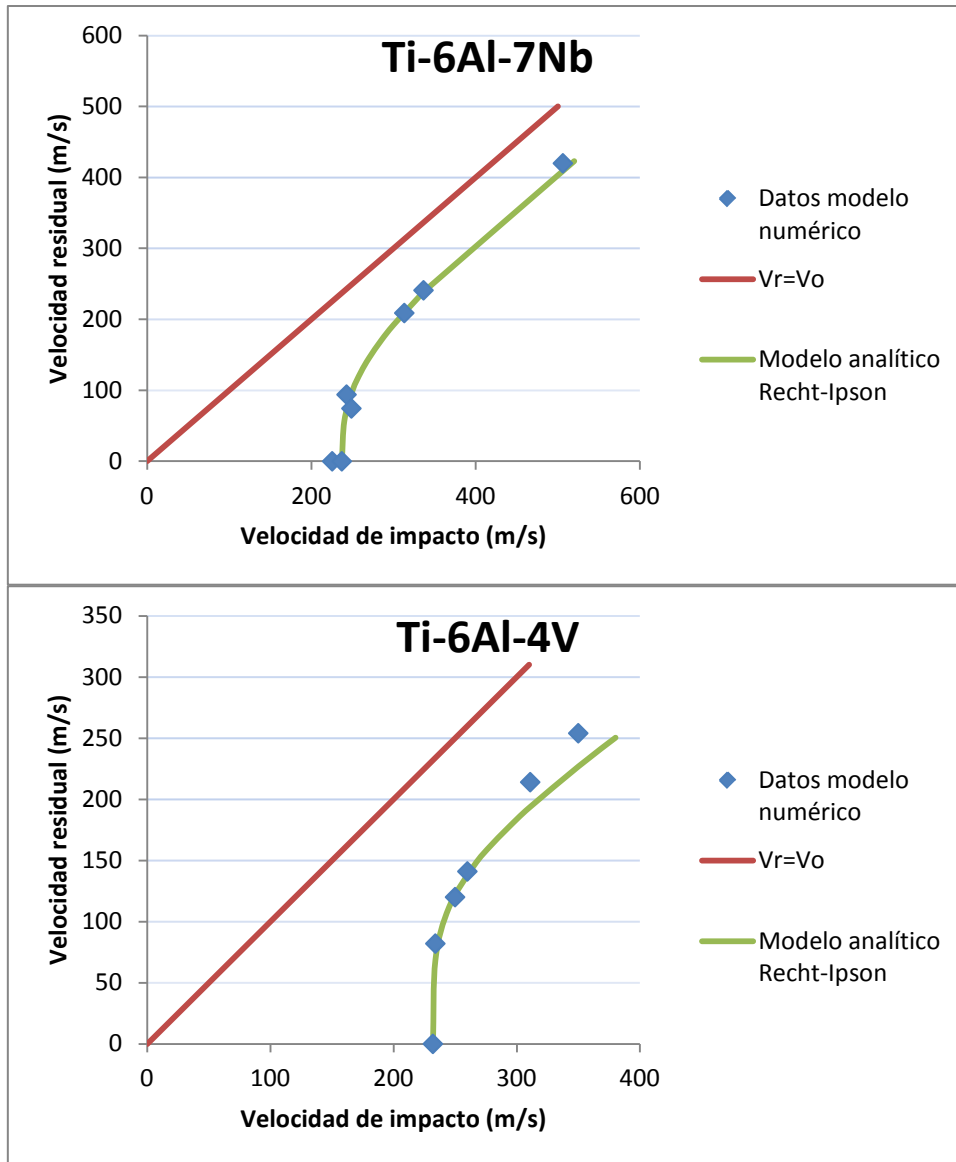


Figura 6.1. Comparación gráfica de los resultados experimentales y numéricos.

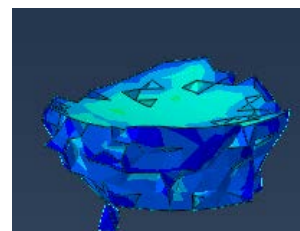
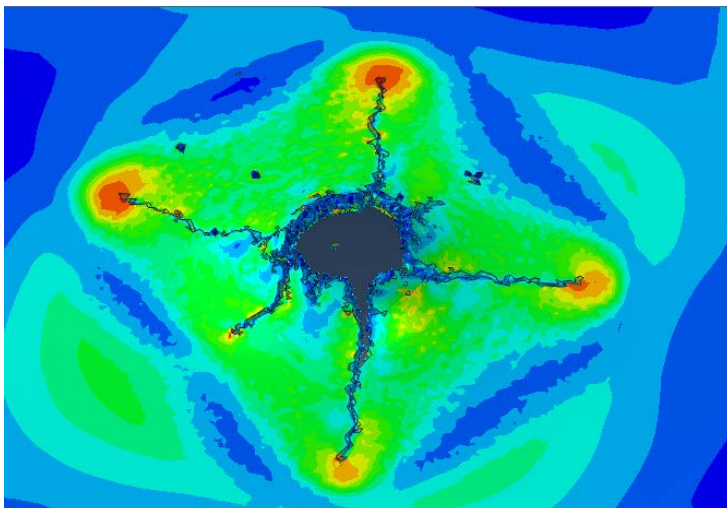
A partir de las gráficas mostradas en la Figura 6.1, se observa una muy buena correspondencia entre los datos obtenidos experimentalmente y representados por la curva de ajuste analítico (línea verde), y los resultados aportados por el modelo numérico desarrollado (puntos azules). Por lo tanto, se puede confirmar la validación del modelo en términos de comparación entre curvas Velocidad de impacto-Velocidad residual. De esta manera, se consigue un modelo numérico que representa una herramienta predictiva muy potente que permitirá el análisis del problema planteado en este trabajo facilitando un estudio más profundo y riguroso de variables imposibles de estudiar mediante métodos puramente experimentales. Entre estas variables se encuentra la distribución de tensiones, la distribución de deformaciones y la evolución de la temperatura en la placa a lo largo del proceso de perforación. Además, permite analizar distintas posibilidades en cuanto a la geometría y condiciones de contorno de las probetas ensayadas, al tener validada la definición del comportamiento de los materiales en cuestión.



## 6.2. Validación del modelo en términos del modo de rotura de la placa.

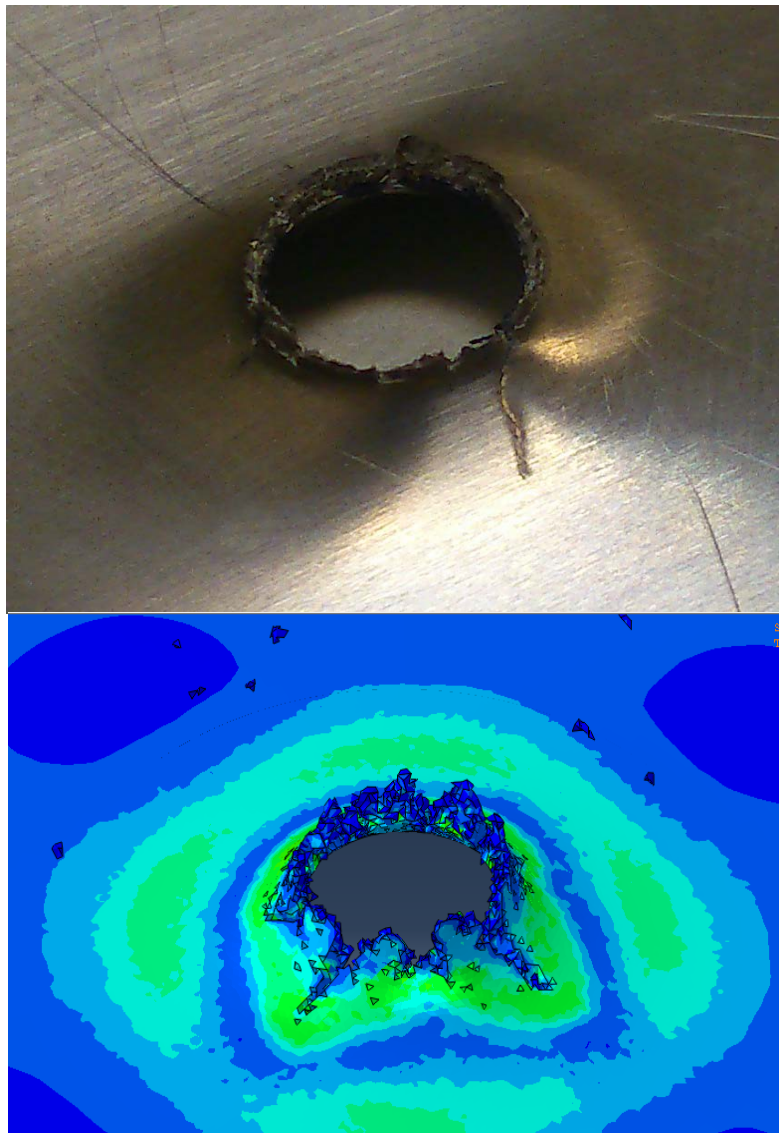
Adicionalmente, se ha realizado una validación en términos de daño macroscópico asociado a la rotura de la placa. Al comparar el aspecto de la zona central de la perforación pueden establecerse las siguientes equivalencias:

En el caso del Ti-6Al-4V, las pruebas experimentales revelan que para velocidades de impacto altas, el material rompía de manera frágil, presentando una combinación de plugging y propagación de dos fisuras principales, una en dirección paralela a la laminación de la placa y otra perpendicular a dicha dirección. Además, aparecen otras fisuras secundarias en otras direcciones que no acaban por progresar. En la siguiente imagen se puede observar todos estos fenómenos.



*Figura 6.2. Comparación entre la placa ensayada de titanio Ti-6Al-4V a velocidad de 266 m/s: experimentalmente (arriba) y numéricamente, mostrando la distribución de tensiones y además el tapón creado (abajo izquierda y derecha, respectivamente).*

Por otra parte, el Ti-6Al-7Nb tiene un modo de fallo distinto al observado para las placas de Ti-6Al-4V. El proyectil empuja el material situado en la cabeza del mismo, llevando a cabo la formación de bandas de cortadura que progresan a través del espesor de la placa hasta alcanzar el final, lo que concluye en la formación de un tapón. Como se ha comentado en el apartado 2.3.2, aparecen zonas adherentes a la zona de rotura que muestran un colorido blanco que sugiere la formación de bandas de cortadura [15].



*Figura 6.3. Comparación entre la placa ensayada de titanio Ti-6Al-7Nb a velocidad de 313 m/s: numéricamente, mostrando la distribución de tensiones (arriba) y experimentalmente (abajo).*

# **CAPÍTULO 7: Conclusiones**

## 7.1. Introducción

En este último capítulo se realiza un resumen recapitulativo de los trabajos llevados a cabo, las aportaciones originales que ha supuesto la creación de este trabajo fin de grado

En el presente trabajo fin de grado se han estudiado el comportamiento de las aleaciones de titanio Ti-6Al-4V y Ti-6Al-7Nb frente a estados dinámicos que presentan cargas de impacto a altas velocidades. Para ello se han desarrollado modelos numéricos representativos de los ensayos experimentales que se han validado a partir de éstos y, que en última instancia, permiten un estudio más amplio de los fenómenos involucrados en la perforación e impacto de las placas.

## 7.2. Actividades realizadas

Las tareas que se han llevado a cabo en el presente trabajo fin de grado son las siguientes:

- Programación de un código implementado en *Matlab* que permita extraer datos de una gráfica dada.
- Ajuste de una ley de endurecimiento para las dos aleaciones de titanio a partir de datos encontrados en la literatura.
- Ajuste de un criterio de fallo para ambas aleaciones de titanio aplicable para el rango de velocidades estudiadas.
- Calibración y validación de un modelo numérico a partir de datos experimentales que supone una potente herramienta predictiva para el estudio de fenómenos de impacto y perforación sobre placas de ambas aleaciones de titanio.
- Análisis numérico de la influencia de la velocidad de deformación en las aleaciones de titanio Ti-6Al-4V y Ti-6Al-7Nb sometidas a ensayos de impacto de alta velocidad.

## 7.3. Conclusiones

En base a los objetivos marcados en el presente trabajo, a continuación se mencionan las conclusiones tras su realización:

### 1) Programación de un código implementado en *Matlab* que permita extraer datos de una gráfica dada.

- Con el fin de extraer los datos numéricos de las curvas tensión-deformación para diferentes velocidades de deformación existentes en la literatura, se ha creado un programa en Matlab genérico que puede utilizarse para la aplicación que se desee.

## **2) Ajuste de una ley de endurecimiento para las dos aleaciones de titanio a partir de datos encontrados en la literatura.**

- Se ha verificado la validez de la ley de endurecimiento de Johnson-Cook elegida de la literatura para la aleación Ti-6Al-4V para los ensayos realizados con las condiciones estudiadas.
- Una vez extraídos los datos de las gráficas que aparecen en la literatura, se han ajustado las constantes de la ley de endurecimiento de Johnson-Cook utilizada para modelar el comportamiento de la aleación Ti-6Al-7Nb. De este modo se ha definido la dependencia de la tensión con la deformación, velocidad de deformación y temperatura en la zona plástica de ambos materiales.

## **3) Ajuste de un criterio de fallo para ambas aleaciones de titanio aplicable para el rango de velocidades estudiadas.**

- Se ha verificado la validez del criterio de fallo de Johnson-Cook elegido de la literatura para la aleación Ti-6Al-4V para los ensayos realizados con las condiciones estudiadas.
- A partir de los estudios existentes en la literatura que revelan el comportamiento de dicho material, se han obtenido las constantes del criterio de fallo de Johnson-Cook estudiando la sensibilidad del mismo a la deformación, a la temperatura y a la velocidad de deformación.

## **4) Calibración y validación de un modelo numérico a partir de datos experimentales que supone una potente herramienta predictiva para el estudio de fenómenos de impacto y perforación sobre placas de ambas aleaciones de titanio.**

- A partir de los resultados experimentales, se ha comprobado la validez del modelo numérico desarrollado para predecir el comportamiento de las aleaciones estudiadas. Esto se ha realizado comprobando ambos resultados en términos del modo de rotura de las placas y de las curvas velocidad de impacto-velocidad residual.

## **5) Análisis numérico de la influencia de la velocidad de deformación en las aleaciones de titanio Ti-6Al-4V y Ti-6Al-7Nb sometidas a ensayos de impacto de alta velocidad.**

- Puesto que se ha comprobado una buena correspondencia entre los resultados analíticos y experimentales, se puede concluir que para el rango de velocidades estudiado, la aleación Ti-6Al-7Nb presenta una mayor capacidad de absorción de energía de impacto que el Ti-6Al-4V. Esto se debe a que la aleación Ti-6Al-7Nb muestra una mayor sensibilidad a la velocidad de deformación y, por lo tanto, en estos casos muestra un mayor endurecimiento por deformación, siendo capaz de absorber una mayor cantidad de energía en este tipo de procesos.

# TRABAJOS FUTUROS

En el proceso de realización del presente trabajo fueron surgiendo nuevas ideas que completarían el estudio realizado, pero debido al excesivo tiempo que llevaría su estudio y realización, no se tuvieron en cuenta a la hora de realizar este trabajo. A continuación se recogen algunas de estas sugerencias, con el fin de servir de guía para trabajos futuros.

- Analizar la influencia de un impacto oblicuo, pues en condiciones reales la trayectoria del proyectil no tiene porqué ser perfectamente perpendicular a la placa
- Analizar más detalladamente el efecto de la fricción, en concreto la dependencia del coeficiente friccional con la temperatura o la velocidad.
- Estudiar en mayor profundidad la aleación Ti-6Al-7Nb, pues hay poca literatura disponible en cuanto a la respuesta dinámica de este material y sería interesante realizar una extensa campaña de ensayos con el fin de calibrar un mecanismo de fallo con datos experimentales, o poder ajustar otros modelos de plasticidad como el de Gurson-Tvergaard-Needleman que reproduzcan mejor el comportamiento del material.

# BIBLIOGRAFIA

- [1] Colaboradores de Wikipedia. Titanio [en línea]. Wikipedia, La enciclopedia libre, 2014. [Disponible en: <http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Titanio&oldid=77075105>. Consultado: 15-06-2014].
- [2] Martínez Casanova, Miguel Ángel. (2013) *Tema 3: Aleaciones no férreas [Material de la asignatura "Tecnología de Materiales" de la titulación Grado en Ing. en Tecnologías Industriales]*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- [3] Callister, William D. (1995) *Ciencia e Ingeniería de los Materiales*. Barcelona: Editorial Reverté. 787 páginas.
- [4] Esteban, P.G.; Bolzoni, L; Ruiz-Navas, E.M.; Gordo, E.. (2011) Introducción al procesado pulvimetalúrgico del titanio. *Revista de metalurgia*, 47 (2): 169-187.
- [5] García, Pablo. (2009). *Diseño y procesado por vía pulvimetalúrgica convencional de aleaciones de Ti de bajo coste [tesis doctoral]*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid. 332p. [Disponible en: <http://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/5618>. Consultado: 13-06-2014].
- [6] Kalpakjian, S.; Schmid, S.R. (2008) *Manufactura, Ingeniería y Tecnología*. Quinta edición. México: Pearson educación. 1328 páginas.
- [7] Camino Benito, José Luis. (2010) *Estudio De La Biocompatibilidad En Diferentes Aleaciones De Titanio [Proyecto Fin de Carrera]*. Zaragoza: Universidad de Zaragoza. 248p. [Disponible en: <http://zaguan.unizar.es/record/5448?ln=es> . Consultado: 13-06-2014].
- [8] Pozuelo de Diego, Javier. (2012) *Apuntes de la asignatura "Ciencia e Ingeniería de Materiales" de la titulación Grado en Ing. en Tecnologías Industriales*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- [9] Delegación de alumnos, UPM. (2003-2004) *Apuntes de la asignatura "Aleaciones aeroespaciales" de la titulación Ingeniería Técnica Aeronáutica, especialidad en Equipos y Materiales*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- [10] Denny, M.W. (1976) The physical properties of spiders' silk and their role in the design of orb-webs. *Journal of Experimental Biology* 65: 483- 506. [Disponible en <http://jeb.biologists.org/content/65/2/483.full.pdf>. Consultado: 02-09-2014].
- [11] André Meyers, Marc; Chen, Po-Yu; Yu-Min Lin, Albert; Seki, Yasuaki. (2008) Biological materials: Structure and mechanical properties. *Progress in Materials Science*, 53: 1-203.
- [12] Vilador Voegeli, A. et al. (2000). *Lecciones básicas de biomecánica del aparato locomotor*. Primera edición. Springer-verlag Iberica. 342 páginas.

- [13] Smith, William F. (1998) *Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales*. Tercera edición. Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España. 715 páginas.
- [14] Soria, J. M; Barcia-González, J; Andrades, J.A; Romero, J; Monleón Pradas, M; García-Verdugo, J.M. (2009) Uso de biomateriales en medicina regenerativa, aspectos básicos y aplicaciones en el Sistema Nervioso. *Trauma Fund MAPFRE*, 20 (1): 15-22.
- [15] Zukas, J. (1980) *Impact Dynamics: Theory and Experimental*, *tech. rep.*
- [16] Rodríguez Millán, Marcos. (2013). *Análisis experimental y numérico de la influencia del estado tensional en la deformación de fallo de elementos estructurales de aluminio [tesis doctoral]*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid. 167p. [Disponible en: <http://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/18700>. Consultado: 02-09-2014].
- [17] Recht, R; Ipson, T. (1963) Ballistic Perforation Dynamics. *Journal of Applied Mechanics*, 30 (3): 384 - 390.
- [18] Lambert, J; Jonas, G. (1976) Towards standardization of in terminal ballistic testing: velocity representation. *tech. rep., Ballistic Research Laboratory, Aberdeen*.
- [19] Lambert, J. (1978) A residual velocity predictive model for long rod penetrators. *tech. rep., Ballistic Research Laboratory, Aberdeen*.
- [20] Thomson, W. (1955) An Approximate Theory of Armor Penetration. *Journal of Applied Physics*, 26 (1): 80-82.
- [21] Barbero Pozuelo, Enrique. (2013) *Apuntes de la asignatura "Elasticidad y Resistencia de Materiales" de la titulación Grado en Ing. en Tecnologías Industriales*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- [22] Group of Structural Mechanics and Material Modelling (GEMM). *Modelos de daño continuo*. (Presentación PDF). Instituto de investigación en ingeniería de Aragón, Universidad de Zaragoza.
- [23] Zahr Viñuela, Jorge Alonso. (2013) *Apuntes de la asignatura "Modelización en Mecánica de Sólidos" de la titulación Grado en Ing. en Tecnologías Industriales*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- [24] American Society for Materials (ASM). (2000) *Mechanical Testing and Evaluation*. Volumen 8.
- [25] Lin, Y; Chen, X.-M. (Abril 2011) A critical review of experimental results and constitutive descriptions for metals and alloys in hot working. *Materials & Design*, 32: 1733-1759.
- [26] Johnson, G; Cook, W. (1985) Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, *Engineering Fracture Mechanics*, 21 (1): 31-48.
- [27] *Abaqus Analysis User's Manual*. Versión 10.



- [28] Dorogoy, A; Rittel, D. (2008) Determination of the Johnson-Cook material parameters using SCS specimen. *Experimental Mechanics*, 49: 881 - 885.
- [29] Huang, Xicheng; Zhu, Jianshi; Hu, Wenjun. (2012) Identification of Johnson-Cook constitutive model parameters for high strain rate deformation. *15th International Conference on Experimental Mechanics*.
- [30] Wang, Xuemei; Shi, Jun. (2013) Validation of the Johnson-Cook plasticity and damage model using impact experiment. *International Journal of Impact Engineering*, 60: 67-75
- [31] Meyer, Humbert W. Jr; Kleponis, David S. (2001) Modeling the high strain rate behavior of titanium undergoing ballistic impact and penetration. *International Journal of Impact Engineering*, 26: 509-521.
- [32] MatWeb. (2014) Propiedades del material Titanium Ti-6Al-4V (Grade 5), Annealed [en línea]. Lugar: MatWeb: Material Property Data. Accesible en: <http://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?MatGUID=a0655d261898456b958e5f825ae85390&ckck=1> [Fecha de consulta: 13/09/2014].
- [33] Lee, W.-S; Chen, C.-W. (2013) Dynamic mechanical properties and microstructure of Ti-6Al-7Nb biomedical alloy as function of strain rate. *Materials Science and Technology*, 29(9): 1055-1064.
- [34] Lee, W.-S; Chen, C.-W. (2013). High temperatura impact properties and dislocation substructure of Ti-6Al-7Nb biomedical alloy. *Materials Science & Engineering*, 576: 91-100.
- [35] Hillerborg, A; Modeer, M; Petersson, P.E. (1976) Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements. *Cement and Concrete Research*, 6: 773–782.
- [36] Rodríguez-Martínez, J.A; Rusinek, A; Pesci, R; Zaera, R. (2013) Experimental and numerical analysis of the martensitic transformation in AISI 304 steel sheets subjected to perforation by conical and hemispherical projectiles. *International Journal of Solids and Structures*, 50: 339-351.
- [37] Swaddiwudhipong, S; Islam, M.J; Liu, Z.S. (2010) High Velocity Penetration/Perforation Using Coupled Smooth Particle Hydrodynamics-Finite Element Method. *International Journal of Protective Structures*, 1 (4): 489-506.

# ANEXO I: Archivo .inp del modelo de Elementos Finitos (material utilizado: Ti-6Al-4V)

```
*Heading
** Job name: 260ms_298381elementos Model name: Model-1
** Generated by: Abaqus/CAE 6.10-1
*Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO, contact=NO
**
** PARTS
**
*Part, name=Impactador
*End Part
**
*Part, name=Placa
*End Part
**
**
** ASSEMBLY
**
*Assembly, name=Assembly
**
*Instance, name=Placa-1, part=Placa
*Surface, type=ELEMENT, name=_T1_Placa-1_S, internal
__T1_Placa-1_S_S3, S3
__T1_Placa-1_S_S4, S4
__T1_Placa-1_S_S2, S2
__T1_Placa-1_S_S1, S1
*Tie, name=_T1_Placa-1, adjust=no
_T1_Placa-1_S, _T1_Placa-1_M
*End Assembly
**
** MATERIALS
**
*Material, name=Acero
*Density
6515.24,
*Elastic
2.1e+11, 0.3
*Material, name=Ti-6Al-4V
*Conductivity
7.2,
*Density
4428.,
*Elastic
1.09778e+11, 0.31
*Inelastic Heat Fraction
0.9,
*Plastic, hardening=JOHNSON COOK
1.098e+09, 1.092e+09, 0.93, 1.1, 1878., 293.
```

```

*Rate Dependent, type=JOHNSON COOK
  0.014,1.
*Shear Failure, type= JOHNSON COOK, element deletion = yes
  -0.09,0.27,0.48,0.014,3.87
*Specific Heat
560.,
**
** INTERACTION PROPERTIES
**
*Surface Interaction, name=Contacto
*Friction
  0.34,
*Surface Behavior, pressure-overclosure=HARD
**
** BOUNDARY CONDITIONS
**
** Name: Empotramiento Type: Symmetry/Antisymmetry/Encastre
*Boundary
_PickedSet200, ENCASTRE
** Name: Movimiento_guiado Type: Displacement/Rotation
*Boundary
_PickedSet14, 1, 1
_PickedSet14, 2, 2
_PickedSet14, 4, 4
_PickedSet14, 5, 5
_PickedSet14, 6, 6
**
** PREDEFINED FIELDS
**
** Name: Temperatura Type: Temperature
*Initial Conditions, type=TEMPERATURE
_PickedSet249, 293.
** Name: Velocidad Type: Velocity
*Initial Conditions, type=VELOCITY
_PickedSet12, 1, 0.
_PickedSet12, 2, 0.
_PickedSet12, 3, -260.
** -----
**
** STEP: impacto
**
*Step, name=impacto
*Dynamic, Explicit, adiabatic
, 0.0003
*Bulk Viscosity
0.06, 1.2
**
** INTERACTIONS
**
** Interaction: interaccion
*Contact Pair, interaction=Contacto, mechanical
constraint=KINEMATIC, cpset=interaccion
_PickedSurf201, _PickedSet203_CNS_
**
** OUTPUT REQUESTS
**
*Restart, write, number interval=1, time marks=NO
**

```

```
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field, number interval=100
*Node Output
A, RF, U, V
*Element Output, directions=YES
DMICRT, EVF, LE, PE, PEEQ, PEEQVAVG, PEVAVG, S, STATUS, SVAVG, TEMP
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
**
*Output, history, variable=PRESELECT, time interval=3e-06
*End Step
```

# ANEXO II: Código implementado en Matlab y explicación de la interpolación realizada

En este segundo anexo se puede consultar el código realizado en *Matlab* para la obtención de los valores numéricos de las gráficas estudiadas. Es recomendable leer las anotaciones realizadas sobre el código del programa, además como las explicaciones que aquí se incluyen del proceso de interpolación.

Código del programa utilizado en *Matlab*:

```
%Nota: El gráfico tiene que ser formato imagen, pero puede ser
%cualquiera, aunque el código esté realizado para formato ".bmp".
%Primero se lee el nombre y la dirección del gráfico a utilizar:
[nombreimagen1 direccionimagen1]=uigetfile('*.bmp','Selecciona una
figura para obtener los datos x-y');
if isequal(nombreimagen1,0) | isequal(direccionimagen1,0); return; end
%Si se cumple esta condición significa que el usuario ha presionado
%"cancelar"

%Primero se abre la imagen y se muestra en pantalla
imshow(imread(nombreimagen1));

%Comienza la parte del código necesaria para la interpolación de los
%valores. Para ello es necesario conocer la posición del origen de
%coordenadas, el final del eje horizontal y el final del vertical
%para, posteriormente, realizar una interpolación con los datos que
%introduzca el usuario a modo de escala de los ejes.

%Pinchamos en el origen de coordenadas de la imagen
msgbox('pinche en el origen de coordenadas del gráfico')
origen=ginput(1);

%pinchamos en el final del eje horizontal (eje x)
msgbox('pinche en el final del eje horizontal (eje x)')
final_x=ginput(1);

%pinchamos en el final del eje vertical (eje y)
msgbox('pinche en el final del eje vertical (eje y)')
final_y=ginput(1);

%Pinchamos tantas veces como queramos siguiendo la curva; cuando se
%quiera salir es necesario presionar "ENTER"
msgbox('ahora pinche tantas veces como queramos siguiendo la curva;
cuando quiera salir es necesario presionar "ENTER"')
[x,y]=ginput;
```

```

%Introducimos el valor inicial y final del eje horizontal en el
%gráfico real
prompt='Introducir inicio eje horizontal \n';
inicioX=input(prompt);
prompt='Introducir final eje horizontal \n';
finalX=input(prompt);
%Introducimos el valor inicial y final del eje vertical en el gráfico
%real
prompt='Introducir inicio eje vertical \n';
inicioY=input(prompt);
prompt='Introducir final eje vertical \n';
finalY=input(prompt);

%Mapeo las coordenadas
ejehorizontal=((finalX-inicioX)/(final_x(1,1)-origen(1,1)))*x +
inicioX - ((finalX-inicioX)*origen(1,1))/(final_x(1,1)-origen(1,1));
ejevertical=((finalY-inicioY)/(final_y(1,2)-origen(1,2)))*y + inicioY
- ((finalY-inicioY)*origen(1,2))/(final_y(1,2)-origen(1,2));

%Se muestran las gráficas con los valores obtenidos de la curva
plot(ejehorizontal,ejevertical)
    
```

A continuación se explica la interpolación realizada para el eje horizontal de los valores obtenidos con *Matlab*. Las operaciones realizadas con el eje vertical son las mismas pero cambiando ligeramente la nomenclatura y las posiciones que utiliza el programa, pues todas ellas se referirán en este caso a las coordenadas verticales (índice número 2 de los vectores definidos).

Para ello es necesario fijarse en la figura II.1: en ella se definen los ejes  $\xi$ , correspondiente a las coordenadas que crea *Matlab*, y al eje  $x$ , que sería el de coordenadas del gráfico real. Los datos estarían expresados en la escala del eje  $\xi$  y se busca expresarlos en la escala del eje  $x$ . Para conocer las coordenadas del origen y el final del eje  $x$  se llama dos veces a la función *ginput* (una para cada punto), de manera que al pinchar en cada punto del gráfico se almacenan las coordenadas de cada uno en un vector. Por otra parte, el programa le pedirá al usuario que defina los valores *inicioX* y *finalX* correspondientes a los valores mínimo y máximo de las coordenadas horizontales reales.

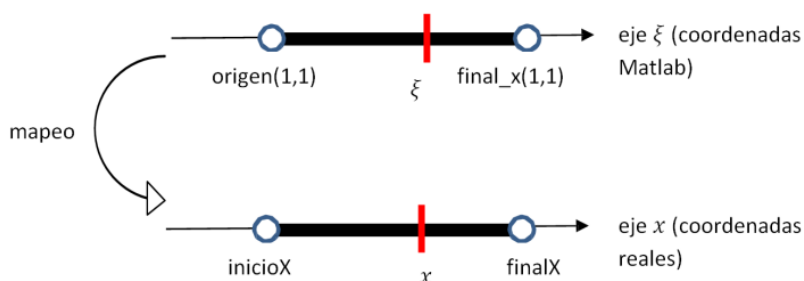


Figura II.1. Esquema del mapeo de coordenadas y nomenclatura utilizada.

Los datos que se tienen son coordenadas en la escala  $\xi$ , y lo que se quiere es transformarlos a la escala real  $x$ . Para ello se ha planteado una interpolación lineal de la manera que sigue:

$$\begin{aligned}x(\xi) &= a\xi + b ; \\x(\xi = \text{origen}(1,1)) &= \text{inicio}X ; \\x(\xi = \text{final}_x(1,1)) &= \text{final}X ;\end{aligned}$$

Si se opera la expresión se obtiene la ecuación lineal que aparece en el código de *Matlab*, que asigna el valor de las nuevas coordenadas a una variable denominada *ejehorizontal*.

Para el caso de la interpolación realizada en el eje vertical, la nomenclatura cambia los términos *x* por *y* y los índices de algunos vectores, pues para este caso debe utilizarse la coordenada vertical.