

## LA VARIACIÓN, COMO RAZÓN DE CAMBIO, UNA ARTICULACIÓN ENTRE LA ESCUELA Y CÁLCULO DE PRIMER AÑO DE UNIVERSIDAD

Andrea Pinto Vergara, Daniela Soto Soto  
Universidad de Santiago de Chile

*Resumen: Existe un vacío entre la matemática de la escuela y la matemática presente en de primer año de ingeniería de universidad, generado por el discurso matemático escolar (dME) imperante; es por ello que urge realizar una articulación entre dicho paso, a partir del rediseño del dME. La razón de cambio resulta ser un concepto fundamental en cálculo de primer año de Ingeniería, plan común, pues es fundamental para dar mayor significación a conceptos complejos como lo son: el límite y la derivada. Es por ello que se diseñara una situación de aprendizaje con la ayuda de los dispositivos de recolección de datos con sensores de movimiento, aceleración, temperatura, luz, entre otros, y la calculadora TI-Nspire.*

Razón de cambio, variación, modelación, graficación, sensores

### MOTIVACIÓN PARA REALIZAR LA INVESTIGACIÓN

En los últimos 30 años, el sistema de educación superior experimentó un fuerte aumento en su matrícula de pregrado, de unos cuantos miles a más de un millón. Sin duda este es un gran logro para nuestra sociedad, pues nuestro sistema de educación superior pasó de ser de elite a uno masivo.

En Chile, más del 50% de quienes se matriculan en la educación superior no concluye el programa en el que se matricularon inicialmente (Centro de estudios Mineduc, 2012). Un antecedente importante es ver la asignatura de Cálculo I, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Santiago de Chile (USACH) el 94% de los estudiantes reprobaron la primera prueba del ramo (Informe Cálculo I, 2016). En el programa oficial de Cálculo I para Ingeniería de la podemos observar que en la unidad temática dos: La Deriva y sus Aplicaciones, en las capacidades a desarrollar, busca Interpretar geométricamente la Función Derivada como Razón de Cambio de la Función Original. Dentro de los contenidos de esta misma unidad podemos encontrar, la razón de cambio y diferenciales, dentro de Aplicaciones de la Deriva.

Por otro lado en la enseñanza media en Chile, en el currículum nacional, para la asignatura de matemáticas en primero y segundo medio, cuyo decreto/marco N° 254/2009, Decreto Programa de Estudio N° 1358/2011, Decreto Plan de estudio N° 1358/2011; en tercero y cuarto medio, cuyo decreto/marco N° 254/2009, Decreto Programa de Estudio Sin decreto/2015, Decreto Plan de estudio N° 27/2001 y sus modificaciones: N° 102/2002 y N° 459/2002. Podemos encontrar en el Marco Curricular, en las Bases Curriculares y en los Programas de Estudio, que una de las habilidades a desarrollar es Modelar.

Se considera que modelar es construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla modificarla y/o evaluarla; así mismo, este modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos,

situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. En el eje temático: Álgebra y Funciones, podemos encontrar que se pretende que los alumnos puedan usar metáforas para interiorizar el concepto de función y para manipular, modelar y encontrar soluciones a situaciones de cambios en diferentes ámbitos, como el aumento de ventas en un tiempo determinado. Es este un primer acercamiento de manera indirecta al concepto de variación, como razón de cambio.

En los programas de estudios de primero a cuarto medio, podemos encontrar en distintas oportunidades los conceptos de variación, modelación y graficación. Específicamente en segundo medio (Programa de Estudio Segundo Año Medio, Ministerio de Educación, 2011) podemos encontrar que dentro de las habilidades del pensamiento que se quieren desarrollar está la de argumentar respecto a las variaciones que se producen en la representación gráfica de funciones; dentro de la unidad 3 Álgebra, en las habilidades podemos encontrar que se solicita argumentar respecto de las variaciones que se producen en la representación gráfica de las funciones exponenciales, logarítmicas y raíz cuadrada al modificar los parámetros. En el aprendizaje esperado AE04, uno de los indicadores de evaluación sugerido es: analizar fórmulas e interpretar las variaciones que se producen por cambios en las variables. Y la graficación está presente, en el análisis de las gráficas de diversas funciones. Sin embargo, aunque la variación como razón de cambio, es importante en la enseñanza de nivel superior y en particular en la formación del ingeniero, no se encuentra presente en el dME de nuestro sistema educativo.

El Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) se centra en aquello que los estudiantes necesitarán en el futuro, siendo las habilidades reflejo de las capacidades de los jóvenes para seguir aprendiendo en el futuro (PISA, 2013). En el Marco de Evaluación de Matemática para PISA 2012, dentro de los Contenidos, en particular en la categoría “Cambio y Relaciones” se hace referencia a la comprensión de los tipos fundamentales de cambio, con el fin de utilizar modelos matemáticos adecuados para describir y predecir fenómenos o situaciones de cambio. Desde un punto de vista matemático, esto implica modelar el cambio y las relaciones con las funciones y ecuaciones pertinentes, además de crear, interpretar y traducir las representaciones simbólicas y gráficas de las relaciones. Es importante utilizar diversos escenarios, como por ejemplo en la física con la Ley del Enfriamiento de Newton, en el cual los contenidos matemáticos tradicionales de las funciones y el álgebra, como las expresiones algebraicas, las ecuaciones literal y las desigualdades, las representaciones tabulares y gráficas, son fundamentales para describir, modelar e interpretar fenómenos de cambio. Por esta razón es imperante rediseñar el dME pues nuestra sociedad ha cambiado, y nuestra enseñanza se debe adaptar a los nuevos cambios.

*Problemática.* La variación es un concepto fundamental en la enseñanza superior, que debe ser comprendido y entendido por los estudiantes para alcanzar otros conocimientos como son: el límite, la derivada e integrales. En el nivel superior se asume que los estudiantes traen algunos núcleos de conocimientos matemáticos provenientes de los niveles medios, sin embargo, los mismos resultados de los cursos iniciales de matemáticas, como el cálculo, demuestran los escasos niveles de abstracción que alcanza los estudiantes en torno, por

ejemplo, al concepto de función o a los procesos de aproximación. Núcleos básicos para la enseñanza – aprendizaje del cálculo. Para poder articular los conocimientos matemáticos de la enseñanza de nivel medio con los conocimientos de la enseñanza del nivel superior se hace necesaria la creación de situaciones de aprendizaje, que permitan robustecer los núcleos básicos del cálculo. Los estudiantes al entrar a la universidad deben comprender y aprender el concepto de variación, pues es fundamental en toda asignatura que tenga relación con matemática básica y/o cálculo I, y en cuyos contenidos se encuentren el límite, derivadas o integrales.

De esta manera el objetivo general investigación es: Construir una situación modelación, que permita resignificar el discurso matemático escolar de la derivada como razón de cambio resaltando el pensamiento y lenguaje variacional, con el fin de articular conocimientos provenientes del nivel medio con los conocimientos necesarios para el nivel superior. Para lograr este objetivo general se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Fundamentar una epistemología para la derivada como razón de cambio a partir del pensamiento y lenguaje variacional y el uso de la gráfica.
- Diseñar una situación de modelación que tome como fenómeno el cambio de temperatura
- Utilizar recursos tecnológicos para modelar una situación de cambio de temperatura, entre ellos: calculadora graficadora, sensor de temperatura y applet en Geogebra
- Construir un instrumento de medición de la resignificación de la derivada como razón de cambio, a partir de la variación.

### **MARCO TEÓRICO: LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA**

El marco teórico que sustenta la presente investigación es la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. La Socioepistemología tiene por objetivo atender el explorar las formas de pensamiento matemático, fuera y dentro del aula, que pudieran difundirse socialmente y ser caracterizadas para su uso efectivo entre la población. Esta perspectiva reconoce la importancia de cuatro dimensiones para la investigación dentro de la Didáctica de la Matemática o Matemática Educativa: epistemológica, didáctica, cognitiva y sociocultural.

La TS concibe al conocimiento matemático como aquel que se genera a partir de las prácticas socialmente situadas (Soto y Cantoral, 2016). Propone la descentralización del objeto matemático, ya que ha reconocido en diferentes investigaciones que el discurso matemático escolar (dME) ha tenido una excesiva centración en los procesos algorítmicos y memorísticos relacionados con los objetos matemático. Llamamos dME al sistema de razón que produce una violencia simbólica (Soto y Cantoral, 2016) y que ha fundamentado la matemática escolar. Se ha evidenciado una serie de características del dME, que atomiza los conceptos, su carácter hegemónico, que el conocimiento matemático es acabado y continuo, posee un carácter utilitario y no funcional del conocimiento, y posee una falta de marcos de referencia para resignificar la matemática escolar.

En particular se han reconocido tres fenómenos que provoca el dME

Los modelos educativos olvidaron un sujeto, a saber: la gente. La construcción social del conocimiento matemático, consiste en ponernos en el lugar de la gente. La ausencia de la inclusión de la gente ha generado en el dME que se produzcan tres fenómenos enlazados: la adherencia, la exclusión y la opacidad; cuya base epistemológica en los usos del conocimiento matemático, para así lograr la construcción social del conocimiento matemático (Cordero, Gómez, Silva-Crocci, Soto, 2015).

Los conocimientos matemáticos del ingeniero, de biólogos, de la gente en su cotidiano, no son considerados por el dME. Para Cordero (2013) es necesario identificar la matemática que es utilizada en otros dominios, donde es utilizada en algunas explicaciones de su hacer, pero no es el objeto de estudio. Esto implica reconocer a la matemática como un conocimiento multidisciplinar, transversal y funcional.

Reconocer la matemática que vive en otros escenarios, implica reconocer elementos para formular MR que reconocen la pluralidad epistemológica de la matemática. Cordero (2001) señala que “hasta ahora se han logrado precisar tres de estos marcos y se ha convenido presentarlos en términos de situaciones: variación, transformación y aproximación. Cada situación compone un marco epistemológico del cálculo, respectivamente). La epistemología del Cálculo y del Análisis permiten reconocer tres posibles construcciones y que cada una de éstas genera argumentos que permiten construir nuevos conocimientos. Sin embargo, reconocer que estos argumentos son distintos y seleccionar uno dependiendo de la situación es la parte esencial de la construcción. Por ejemplo, el concepto de derivada por lo común se reconstruye a través de situaciones de aproximación (Cordero, 2001).

*Situación de aprendizaje.* Se pretende, con la utilización de los sensores de la calculadora Texas Instruments, lograr conectar la matemática con fenómenos del mundo real. En esta situación de aprendizaje los estudiantes son introducidos a la variación como razón de cambio. El proceso intenta ser explícito y visualmente dinámico, la actividad tiene un diseño centrado en el estudiante, donde se les presenta como ejemplo: el enfriamiento de una taza de café. Además, se utilizará el sensor de calor para encontrar la razón de cambio en la temperatura de un queque recién sacado del horno y el tiempo que demora en enfriarse.

El método de investigación de tipo cualitativo en el cual se apoyará nuestro estudio es la Ingeniería didáctica, que se caracteriza porque sus productos son construidos en un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en clases. Seguiremos las cuatro fases del proceso: análisis preliminar, concepción y análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori y evaluación.

## REFLEXIONES

La presente investigación se encuentra en pleno desarrollo. Donde el desafío siguiente es que las situaciones de aprendizaje planificadas se lleven a cabo en el aula, para su posterior análisis a posteriori y su evaluación.

## Referencias

Cantoral, R., Cordero, F., Farfán, R. & Ímaz, C. (Eds.) (1990). *Memorias del Simposio Internacional de Educación Matemática en el tema de Cálculo – Análisis*. PNFAPM, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Universidad de Valencia, University of London. D.F., México: UAEM.

Centro de estudios Mineduc, (2012). *Serie Evidencias: Deserción en la educación superior en Chile*.

- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *RELIME*, 4, 2, 103-128.
- Cordero, F. (2013). Matemática y el Cotidiano. Diplomado Desarrollo de estrategias de aprendizaje para las matemáticas del bachillerato: la transversalidad curricular de las matemáticas Modulo III. Documento interno. Cinvestav-IPN.
- Cordero, F. ; Gómez, K.; Silva-Crocci, H. ; Soto, D.. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. Barcelona, España: Editorial Cediza, S.A.
- MINEDUC, (2013). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio*.
- Soto, D., & Cantoral, R. (2014). *Academic Mathematical Discourse and Exclusion. A Socio-epistemological Vision*. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1525-1544. <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25>
- Soto , D. (2010). *El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una Visión Socioepistemológica*. Tesis (Maestría en Ciencias) - Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV, IPN, Ciudad de México.
- Universidad de Santiago de Chile. Facultad de Ciencias. Departamento de Matemática y C.C., (2016). *Informe cálculo I, módulo básico para ingeniería*.