



ISSN: 2594-1046

DESARROLLO DEL SENTIDO NUMÉRICO A TRAVÉS DE UNA PRÁCTICA DE REUTILIZACIÓN

María del Pilar Beltrán Soria
IEMS-DF, CICATA. pilysoria@gmail.com

Gisela Montiel Espinosa
CINVESTAV. gmontiele@cinvestav.mx

Resumen

En este documento se presenta la propuesta de una investigación cuyo objeto de estudio es el desarrollo de un tipo particular de pensamiento matemático: el sentido numérico. Se trata de una investigación basada en el diseño, fundamentada en la Socioepistemología, que se plantea como objetivo didáctico la resignificación del número, provocando diferentes usos en el contexto de una práctica de reutilización. El presente avance reporta la fundamentación y propuesta didáctica, como instrumento de intervención para el estudio.

Palabras clave: Sentido numérico, resignificación, uso del número, investigación basada en el diseño.

1. INTRODUCCIÓN

Esta investigación se está llevando a cabo en el Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal, cuyo programa de Matemáticas busca que: "...el estudiante perciba la matemática como una ciencia construida a través de los siglos, como algo más que conocimientos acumulados o aplicaciones prácticas, es decir, que el estudiante construya la matemática, que la descubra que invente y que discuta, que construya un método de análisis y razonamiento, que desarrolle su creatividad y explique sus resultados; además de presentar a la matemática no como una serie de reglas, fórmulas y algoritmos que el estudiante deba aprender de memoria para luego aplicarlas en la resolución de problemas." (IEMS, 2006, p. 3).

La experiencia didáctica y su análisis, reportados en Beltrán (2013), y posteriores intervenciones con otra secuencia didáctica bajo esta misma orientación didáctica (Beltrán y Montiel, 2015), mostraron la viabilidad de este enfoque, a partir del diseño y la organización de secuencias didácticas basadas en una anidación de prácticas. Ahora, con la intención de desarrollar el sentido numérico de los estudiantes, se propone diseñar y validar una nueva secuencia didáctica, estudiando el desarrollo de este tipo de pensamiento matemático en estudiantes de recién ingreso al nivel medio superior.

En este documento presentamos el avance de una investigación basada en el diseño, definida como una metodología diseñada por y para educadores que buscan incrementar el impacto, la transferencia y la traducción de la investigación educativa en la mejora de la práctica, pero también se propone la construcción de teoría y de principios de diseño que guíen, informen y mejoren, tanto la práctica como la investigación en contextos educativos (Anderson y Shattuck, 2012). De ahí que nos permita elaborar un diseño didáctico fundamentado en la investigación, a la vez que investigar sobre desarrollo del pensamiento matemático en el aula.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Se llevó a cabo una revisión bibliográfica con el objetivo de situar nuestra investigación e identificar, en otros resultados de investigación, posibles usos (en el sentido “social” que propone la Socioepistemología) del número en sus dimensiones cognitiva e histórico-epistemológica, que apoyen en la configuración de nuestra trayectoria hipotética de aprendizaje (THA).

2.1. Sentido Numérico

A decir de Verschaffel, Greer y Torbeyns (2006, citados en Lerman, 2014), no hay una única caracterización del sentido numérico. García (2014) lo reconoce, pero identifica que muy a menudo el término abarca el uso de diferentes representaciones de números.

Para McIntosh, Reys y Reys (1997), el sentido numérico es la habilidad y tendencia a hacer uso de los números y sus operaciones en formas flexibles; para hacer juicios cualitativos y para desarrollar estrategias eficientes con los números y métodos cuantitativos; también es considerado como la identificación de magnitudes relativas y absolutas de los números o como sistema de utilización de puntos de referencia, así como la composición y descomposición de números. En cambio para Sowder (1988) es la comprensión conceptual de las operaciones, en este sentido es la comprensión de los números y de sus múltiples relaciones, comprensión del conocimiento relativo de las magnitudes y de los efectos de las operaciones, así como del desarrollo referente a cantidades y medidas. También el sentido numérico es considerado como estimación, cálculos mentales y el juicio acerca de la razonabilidad de los resultados (Trarton y Hartman, 1997); en cambio, Friel y Carboni (2000) afirman que tener sentido numérico es razonar con cantidades con la finalidad de poder captar la magnitud de los números y comprender los números en diferentes contextos; o para Gurganus (2004), quien dice que el sentido numérico puede verse como la intuición acerca de los números que se extrae de los diversos significados de éste.

Del posicionamiento de estas investigaciones y las evidencias empíricas que reportan, podemos considerar al sentido numérico como la habilidad, el razonamiento, la intuición, la capacidad o la comprensión acerca los números, que se identifica a partir de la funcionalidad del número en distintos escenarios y contextos; en donde es posible identificar usos del número como cantidad, medida, operación y estimación en estos escenarios.

2.2. Usos del número

Para la identificación de los usos del número, en el sentido social que propone la Socioepistemología, y con ello problematizar el saber en juego, atendimos a la historicidad del concepto de número (Boyer, 1968 y Waldegg, 1996), del signo matemático (Moreno y Kaput, 2005) y de los sistemas de numeración (Barriga, 2005; BBC, 2008). El objetivo principal fue identificar las prácticas asociadas a la emergencia y uso del número; esto fue posible gracias a que la revisión incluyó trabajos de muy diversos tipos, desde historia de la matemática, donde fue posible conocer los orígenes primitivos del número; así como de la contribución de este concepto en la matemática educativa; otros que nos mostraron aspectos semióticos de su evolución histórica y por último que nos presentaron desde la psicología evolutiva las primeras funciones de las notaciones numéricas.

No profundizaremos en esta revisión, pero sintetizaremos los usos encontrados y las prácticas asociadas, que identificamos:

Uso como cantidad, en el conteo (por ejemplo, de los animales cazados)

Uso para la comparación, en el comercio (por ejemplo, para identificar el número de productos, o el peso de un producto respecto de otro)

Uso para la medición, en el pago (por ejemplo, por el trabajo realizado, de la cantidad que se compra y vende en el comercio, en los impuestos en la agricultura, en la construcción y reparación de edificaciones como las pirámides)

Uso para predecir en la astronomía y en la agricultura

3. FUNDAMENTACIÓN

El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa propone democratizar el aprendizaje en Matemáticas; para alcanzar este fin, es necesario transitar de las perspectivas idealistas en la enseñanza de las matemáticas a otras de naturaleza realista. Es decir,

pasar de una visión centrada en objetos abstractos ajenos a la realidad, hacia una visión socioepistemológica que asume a las prácticas sociales como base en la construcción del conocimiento matemático de todo individuo. Se requiere de un rediseño del discurso Matemático Escolar, pero no basta con el rediseño de sus estructuras como libros de texto, currículos, programas de estudio, evaluaciones nacionales, entre otros, sino que es necesario un cambio de concepción profundo sobre la acción de la educación en matemáticas, se requiere del tránsito del programa clásico a un programa alternativo (Cantoral, 2013).

Esta teoría plantea que el saber matemático es construido socialmente en ámbitos no escolares e introducido al sistema didáctico con una serie de modificaciones que afectan tanto su estructura y su funcionamiento como las relaciones entre estudiantes y profesor. Al ser introducido al aula se producen discursos que facilitan la comunicación de concepto y procedimientos matemáticos, en consecuencia se despersonaliza y descontextualiza; reduciéndolo a temas aislados cuidadosamente secuenciados conocidos como Contenidos o Unidades Temáticas. Estos discursos que validan la introducción del saber matemático al sistema educativo y que legitiman un nuevo sistema de razón reciben el nombre de discurso Matemático Escolar. En Cantoral (2013) se propone el rediseño del discurso matemático escolar como una forma de atender a los problemas sociales y culturales que acompañan a la actividad educativa en el campo de las matemáticas.

3.1. Discurso Matemático Escolar (dME)

La problemática fundamental que reconoce la socioepistemología es la confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar (Cordero 2001); por lo que aparece de manera natural la preocupación por el dME.

El dME podría pensarse como la función declarativa en el aula (el discurso escolar) o como la organización esquemática de los contenidos; pero este constructo teórico va más allá del estudio de textos, discurso escolar o currículo; son los fundamentos con los cuales el conocimiento se manifiesta de una forma y no de otra. (Soto 2010).

Como propone Cantoral (2013), el conocimiento matemático adquiere su estatus de saber sólo hasta que se socializa en ámbitos no escolares; su difusión desde y hacia el sistema de enseñanza lo obliga a una transformación que afecta su estructura y funcionamiento, al mismo tiempo afecta las relaciones que se establecen entre estudiantes y profesores.

3.2. Rediseño del discurso Matemático Escolar



El rediseño del discurso Matemático Escolar (rdME) se ha propuesto como una forma de atender los problemas sociales y culturales que acompañan a la actividad educativa en el campo de las matemáticas. Para lo cual la teoría socioepistemológica postula atender la complejidad de la naturaleza del saber y su funcionamiento a niveles cognitivo, didáctico, epistemológico y social en la vida de los seres humanos; en otras palabras, problematizarlo en el sentido más amplio del término, situándolo en la vida del aprendiz, lo cual exige del rediseño compartido, orientado y estructurado, al *dME*.

Reyes-Gasperini (2011) sintetiza la caracterización teórica que logra Soto (2010) del dME y, con base en los principios de la teoría Socioepistemológica, propone la caracterización del discurso resultado de un rediseño.

Discurso Matemático Escolar actual (Soto, 2010)	Principios de la Socioepistemología (Cantor, 2013)	Propuesta de dME
<i>Carácter utilitario</i>	<i>Normativa de la práctica social</i>	<i>Carácter funcional</i>
La organización de la matemática escolar ha antepuesto la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades.	La significación de la matemática mediante el uso: anidación de prácticas.	La matemática escolar se organiza con base en el saber y el funcionamiento cognitivo, didáctico, epistemológico y social en la vida de los seres humanos, reconociendo a las prácticas sociales en la base de la creación del conocimiento: contexto de significación.
<i>Atomización en los conceptos</i>	<i>Racionalidad contextualizada</i>	<i>Racionalidades conceptuales diversas</i>
No considera los aspectos sociales, contextuales y culturales que permiten la constitución del conocimiento.	La relación con el saber es una función contextual.	Se reconocen, privilegian y potencian diversos tipos de racionalidad relativos a la realidad en la que el individuo se encuentre en un momento y lugar; desde el cual se construirá conocimiento: aula extendida (contexto situado)
<i>Carácter hegemónico</i>	<i>Relativismo epistemológico</i>	<i>Validación de saberes (conocimientos construidos)</i>
Supremacía de argumentaciones y significados frente a otros. <i>Conocimiento acabado y continuo</i>	La validez del saber es relativa al individuo y al grupo cultural.	La matemática escolar tiene diversas maneras de verse, trabajarse, construirse y desarrollarse, concibiendo que la validez del saber es relativa al individuo y al grupo cultural en el cual éste ha emergido y respecto a la racionalidad contextualizada que éste posea.
<i>Falta marcos de referencia para la resignificación</i>	<i>Resignificación progresiva</i>	<i>Pluralidad de prácticas de referencia para la resignificación</i>
Se ha soslayado el hecho de que la matemática responde a otras prácticas de referencia, donde se encuentran las bases de significados naturales.	La significación no es estática, es funcional, relativa y contextual.	La pluralidad de prácticas de referencia, su interacción con diversos contextos y la propia evolución de la vida del individuo o grupo, resignificarán los saberes hasta el momento construidos, enriqueciéndolos con nuevos significados.

Tabla 1: Propuesta de Rediseño Reyes-Gasperini (2011)

La Socioepistemología descansa en cuatro principios fundamentales (Cantoral, 2011): el principio normativo de la práctica social, el principio de la racionalidad contextualizada, el principio del relativismo epistemológico y el principio de resignificación progresiva o apropiación. A continuación señalamos cómo Cantoral (2013) detalla estos principios.

3.3. El principio normativo de la práctica social

Las prácticas sociales son aquellas que norman la forma de construir conocimiento de los individuos, es decir, nos hacen hacer lo que hacemos y por tanto están en la base de toda construcción del conocimiento, todos los individuos construimos las nociones matemáticas basándonos en lo que en sus orígenes motivó su construcción. Esta premisa, nos indica que si se tiene la intención de que cualquier individuo o grupo aprenda, considerando que aprender es construir conocimiento y ponerlo en *uso*, es decir, pasar del conocimiento al saber, inevitablemente, serán las *prácticas sociales* las que sustentarán la construcción. Estas prácticas sociales son normativas de la actividad humana en tanto su función que dota de identidad cultural al individuo o al grupo, su función reflexiva discursiva que construye argumentaciones de acción y su función pragmática que organiza la acción, regulan los comportamientos de los individuos. Las actividades ya instituidas se organizan para dar lugar a las prácticas socialmente compartidas, que pasan generacionalmente, con lo que se denota el *uso* social del conocimiento, se transfiere socialmente el valor de uso, que es un supuesto de naturaleza social pues proviene de la reiteración intencional y compartida de prácticas, lo que origina la experiencia compartida. Esta práctica es regulada por las prácticas de referencia en escenarios socioculturales, que son normadas por prácticas sociales.

Esta cadena de articulaciones entre prácticas parte de la coordinación entre acción y actividad. Ella moviliza diferentes tipos de mediadores culturales, tanto prácticos como instrumentales y sobre todo conforma una noción de práctica.

La articulación entre actividad y práctica es la que se muestra en el modelo de anidación de prácticas. Para que este proceso de articulación constructiva de prácticas construya efectivamente un conocimiento, se precisa de una reflexión sobre dichas prácticas o se requiere de una práctica social, lo cual puede hacerse al seno de las prácticas de referencia.

3.4. El principio de la racionalidad contextualizada

Este principio declara que la racionalidad con la que se actúa depende del contexto en el que el sujeto se encuentre en un momento y lugar determinado; en otras palabras, la validez del saber es

relativa a la epistemología de partida, tanto del individuo como del grupo cultural y su contexto. El sentido de racionalidad contextualizada lo brinda fundamentalmente la práctica de referencia.



Figura 1. Modelo de anidación de prácticas Cantoral (2013)

3.5. El principio del relativismo epistemológico

Este principio sostiene que los puntos de vista no tienen verdad ni validez universal, sino que poseen una validez subjetiva y relativa a los diferentes marcos de referencia, la teoría socioepistemológica concibe que la matemática escolar no debe tener una sola manera de verse, trabajarse, construirse y desarrollarse, sino que la validez del saber es relativa al individuo y al grupo cultural en el cual éste ha emergido y respecto a la racionalidad contextualizada que éste posea. En el caso escolar, las situaciones de aprendizaje propuestas por la socioepistemología, privilegian la diversidad de argumentaciones y considera a la matemática como la herramienta que ayuda a la toma de decisiones, donde la respuesta depende de la interpretación y argumentación del estudiante, considerándose que todas son válidas si sus argumentaciones son coherentes con su racionalidad.

Por tanto, la validez de un saber es relativa al individuo y grupo. La socioepistemología acepta que dentro de aquellas argumentaciones que sean erradas existe un pensamiento matemático que debe ser estudiado y considerado para de allí desarrollar pensamiento matemático y construir conocimiento (Cantoral, 2013).

3.6. El principio de la resignificación progresiva

Una vez que el individuo se ha relacionado con el objeto y construido significado del mismo, el significado dependerá en gran medida del escenario contextual donde se produce la acción, el empleo de símbolos, donde se personaliza y se despersonaliza la apropiación, es decir se significa al objeto; produciendo conocimientos que al momento de ponerlos en uso se pueden denominar saber, este saber puede considerarse como el nuevo punto de partida para comenzar una nueva etapa de significación, en donde, este saber se enriquecerá con la resignificación, en la cual se construirán más argumentaciones, espacios de uso, procedimientos y todo aquello que rodea a un saber.

En síntesis, la teoría socioepistemológica sostiene que las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento (normatividad de las prácticas sociales), y que el contexto determinará el tipo de racionalidad con la cual un individuo o grupo como miembro de una cultura construye conocimiento en tanto lo signifique y ponga en uso (racionalidad contextualizada). Cuando este conocimiento es puesto en uso, y se consolida como un saber, su validez será relativa al individuo o al grupo, ya que de ellos emergió su construcción y sus respectivas argumentaciones, lo cual dota a ese saber de un relativismo epistemológico.

3.7. La reutilización como práctica de referencia

En el presente año, algunos estudiantes del IEMS-DF participaron en el Plastianguis-2016, recolectando botellas de plástico, obteniendo los llamados “PLASTIpesos” que sirven como moneda de cambio para adquirir productos de la canasta básica.

En la actividad de la reutilización de las botellas de plástico se identificó que los estudiantes se enfrentaron a situaciones en donde diferentes usos del número emergían, como contar, medir, predecir, entre otros; por lo que se decidió incorporar la práctica de la reutilización en el diseño didáctico que busca el desarrollo del sentido numérico.

La sociedad actual es una sociedad de desechos y no se hace responsable de estos (Ponte de Chacín y Caballero, 2012), los desechos son acumulados en las calles, alcantarillas y en el menor de los casos son recolectados por el servicio de limpia de las ciudades para enviarlos a rellenos sanitarios.

En particular existe un gran impacto ambiental nocivo en el medio ambiente producido por los plásticos (Colomer y Gallardo, 2007), además su fabricación requiere menos recursos que otros

materiales, su ligereza y resistencia ambiental aportan claras ventajas a su transporte y embalaje, aunado a esto, los plásticos se pueden reciclar. En la Ciudad de México se producen cerca de 12 mil toneladas de residuos sólidos de los cuales apenas el 12% son reciclados (Secretaría del Medio Ambiente, 2016).

Para generar mayor conciencia sobre la importancia del reciclaje y valorización de los residuos sólidos, la Secretaría del Medio Ambiente del Gobierno del Distrito Federal ha puesto en marcha programas como el Mercado de Trueque de la Ciudad de México, donde es posible el intercambio de residuos reciclables (papel, botellas de vidrio, cartón, latas de aluminio, PET, tetrapack y electrónicos) por productos agrícolas producidos en el Distrito Federal.

Además existen otros programas como el Plastianguis que se realiza cada año y en donde es posible el intercambio de residuos plásticos por productos de la canasta básica; el Trueque ambiental llevado a cabo por la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM) Xochimilco, donde es posible cambiar hojas de papel o 10 botellas de PET por un libro editado por la UAM Xochimilco y el Reciclatrón que se llevó a cabo en la Rectoría de la UAM, donde recibían los residuos eléctricos y electrónicos.

4. MÉTODO

Una vez identificados los usos del número y las prácticas asociadas a la emergencia del número y en la práctica de la reutilización, tomando en cuenta el modelo de anidación de prácticas (Cantoral, 2013), se planean una serie de actividades en las que los estudiantes requieran llevar a cabo varias acciones como contar, comparar, medir, identificar y predecir para hacer emerger el sentido numérico.

Para efectos de esta propuesta se presenta parte de la planeación para el primer semestre, en la cual se identifican las acciones y actividades que buscamos que logren hacer emerger el sentido numérico, como parte de esta planeación se retoma la metodología del problema de la determinación del número de canicas que hay en un saco, en donde se desconoce el número de canicas y la masa individual de cada una de ellas (Beltrán y Rodríguez, 2009 y 2010).

Se proponen 12 etapas a desarrollar durante el semestre, una por semana, aquí se presentan algunas de ellas.

Etapas "1". Después de abordar el tema de los desechos sólidos urbanos en la Ciudad de México, y el problema que ocasionan en una delegación como Iztapalapa, se solicita a los

estudiantes comenzar a recolectar y clasificar en casa los envases de plástico que desocupan diariamente durante una semana. Se les pide llenar una tabla con tres columnas, donde colocarán la información referente al tipo de botella (de agua, de refresco, de jabón de trastes, de detergente líquido, etc....), su capacidad (contenido neto del producto) y finalmente el número de botellas de ese tipo recolectadas en la semana. El objetivo de esta etapa es que emerja el uso de cantidad, mediante la actividad de contar botellas durante dos semanas y ordenar los datos en la tabla solicitada. Durante las clases de esta semana se les preguntará sobre los datos obtenidos, si se continúa con esa cantidad de botellas recolectadas ¿Cuántas se recolectarían en un mes? Y se analizarán las posibles respuestas y el cómo las obtienen.

Etapa “2”. Después de abordar el tipo de residuos plásticos en que se dividen estas botellas, se pide hacer una separación y se discute sobre el tipo de plástico que conviene juntar para obtener la mayor ganancia en el Plastianguis. Se les presenta la clasificación contenida en la Tabla 2:

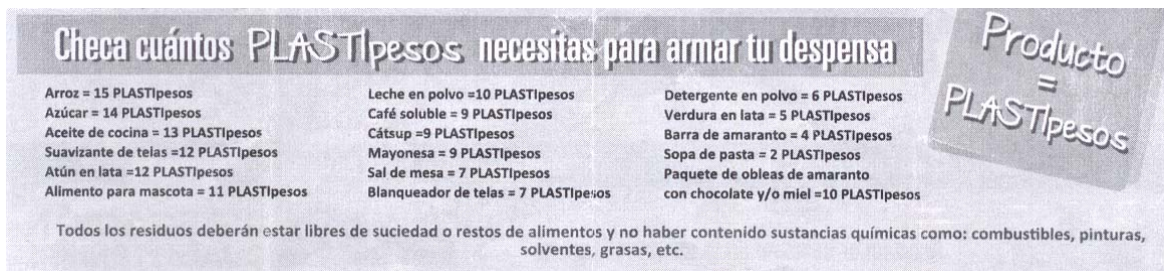
1PET	2PEAD 4PEBD	3PVC	5PP	6PS
Botellas y envases para conservas alimenticias Botellas para artículos de limpieza y cosméticos Garrafondos de agua	Envases para detergentes, líquidos, cosméticos y alimenticios. Tarimas plásticas Bolsas de supermercado Cubetas de plástico Tapa rosca de bebidas	Tuberías y conexiones de PVC Mangueras de jardín de colores Canaleta Hule cristal Manteles de mesa individuales (espumados) Cortinas de baño Tarjetas de teléfono, crédito, etc Pelotas (no balones)	Empaques para alimentos y botanas transparente Envases y botellas (Ej. Envases para mantequilla)	Empaques para alimentos (charolas, platos y vasos desechables) de unicel y PS cristal (Ej. Charola para pastel Embalaje Placas para la construcción
1Kg de PET =	500 g de PEAD o PEBD =	200 g de PVC =	200 g de PP =	50 gr de PS =
5 PLASTIpesos	2 PLASTIpesos	2 PLASTIpesos	2 PLASTIpesos	5 PLASTIpesos

Tabla 2: Residuos plásticos recibidos en el Plastianguis

En esta actividad se dividirán en dos equipos, en un primer momento el primer equipo pesará el total de gramos o kilogramos de cada tipo de residuo plástico que recolectó el equipo dos y expedirá un cheque como el que se obtendría en el Plastianguis para que pueda ser canjeado por un total de PLASTIpesos; en un segundo momento se invertirán los roles. El objetivo de esta etapa es que emerja el uso de comparación, mediante la acción de identificar los productos a canjear por un número determinado de PLASTIpesos e identificar el número de tapa roscas necesarias para lograr un PLASTIpeso.

Etapa “3”. Por su tamaño y facilidad de manejo, en esta parte se trabajará sólo con las tapa roscas, se les plantea el siguiente problema: “Si se tienen varias bolsas, cada una con un número determinado de tapa roscas del mismo tipo de envase. Los pesos de las bolsas son de 2.82, 6.58, 10.34, 14.1, 17.86 y 23.5 gramos respectivamente, ¿cuál es el peso de una tapa rosca?, ¿cuántas tapa roscas hay en cada bolsa? y, finalmente, ¿cuántas tapa roscas necesitaría juntar para 500 g? El objetivo de esta etapa es que emerja el uso de comparación, mediante la acción de comparar los diferentes pesos de las bolsas y, al mismo tiempo, que surja la necesidad de identificar la magnitud unidad y la magnitud Máximo Común Divisor (MCD), el cual variará dependiendo de las cantidades comparadas (Waldegg, 2006).

Etapa “4”. En el Plastianguis la forma de pago es en una moneda llamada PLASTIpesos. Si quisieras “armar tu despensa” ¿cuántos PLASTIpesos necesitarías?, siguiendo con el problema de las tapa roscas, ¿cuántos kilos de tapa roscas necesitarías?, ¿cuántas tapa roscas serían?



Fotografía 1. Volante informativo del Plastianguis 2016

El objetivo de esta etapa es que emerja el uso de operación, mediante la acción de comparar lo que se quiere obtener y lo que sería necesario recolectar para lograrlo.

5. POBLACIÓN Y ESCENARIO ESCOLAR

La implementación de la secuencia se llevará a cabo en tres grupos de primer semestre que ingresarán del ciclo escolar 2016-2017. Aproximadamente, serán 90 estudiantes en total. Los rangos de edades son muy variados, pueden ingresar desde los 14 años y hemos llegado a tener estudiantes adultos, mayores de 50 años ingresando al bachillerato.

6. CONCLUSIONES

Actualmente varias instituciones educativas, asociaciones y empresas están participando en programas que buscan fomentar el reciclaje de PET, pues además de ayudar al medio ambiente es una práctica que es redituable económicamente.

De acuerdo a la experiencia que se tuvo con los estudiantes que asistieron al Plastianguis de este año, se espera que esta actividad sea de interés para los estudiantes de nuevo ingreso, con los cuales se realizará la actividad del reciclaje de PET en vías de asistir al Plastianguis 2017.

Las actividades que realizarán los estudiantes se diseñaron con la intencionalidad de hacer emerger los usos del número, como *cantidad*, mediante la acción de contar el número de botellas y tapa roscas; *comparación*, mediante la acción de identificar los productos a canjear por un número determinado de PLASTIpesos e identificar el número de tapa roscas necesarias para lograr un PLASTIpeso; *medida*, en la identificación de cuántos PLASTIpesos serán necesarios pagar por una despensa; *operación*, para medir la cantidad de tapa roscas y botellas que canjearán y predicción del tiempo que les llevará juntar un determinado número de tapa roscas, en la práctica del reciclaje, en busca de lograr el desarrollo del sentido numérico.

7. PROSPECTIVAS

Nos proponemos poner estas etapas al inicio del bachillerato, para provocar una transición en los estudiantes que vienen de un sistema escolar centrado en los objetos matemáticos. Es decir, aprovechar el ingreso a un nuevo sistema y nivel educativo para modificar en el estudiante la concepción del aprendizaje de las matemáticas como el dominio de técnicas a una concepción de participación en actividades matemáticas. A partir del estudio del proceso de planeación, implementación y validación de los diseños con la finalidad de identificar las condiciones y elementos que permiten el rediseño del discurso Matemático Escolar y la constitución del aula extendida, así como los efectos que tiene en el sistema didáctico.

Utilizar la metodología basada en el diseño; que consiste en:

- Preparación del diseño: esta etapa contiene la definición del diseño y la formulación, de manera explícita y detallada, de los criterios que lo sustentan; en este caso la fundamentación se dará a partir de los principios socioepistemológicos.

- El diseño: se realizará tomando en cuenta los principios teóricos del rdme y retomando el modelo de anidación de prácticas como la trayectoria hipotética de aprendizaje.
- La implementación del diseño: se lleva a cabo la implementación de la secuencia instructiva diseñada. Se van realizando ajustes continuos del diseño: el diseño inicial va adecuándose en función de la dinámica y el contexto.
- La confrontación; análisis retrospectivo: concluida la intervención se inicia esta etapa que incluirá dos niveles:
 - Analizar que realmente se logren los objetivos de aprendizaje.
 - Analizar que se cumplan en relación al diseño.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-Based Research: A Decade of Progress in Education Research? *Educational Researcher*, 41(1), 16-25.
- Barriga, F. (2005). La historia natural de los sistemas de numeración. En M. Alvarado & B. Brizuela (Comps.), *Haciendo números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia* (pp. 13-29). D.F, México: Paidós Educador.
- BBC. [Matemáticas TV](2008). *La historia de las Matemáticas. El lenguaje del Universo*. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=XOAA0fnq-hI>
- Beltrán, P. (2013). *El papel de la modelación en el desarrollo del pensamiento funcional trigonométrico en estudiantes del nivel medio superior*. (Tesis de maestría no publicada), Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Legaria. México.
- Beltrán, P., & Montiel, G. (2015) Implementación de una secuencia didáctica en el desarrollo del pensamiento funcional trigonométrico. *Matemática Educativa Investigación e Innovación (MEII)*, 1(2).
- Beltrán, P., & Rodríguez, R. (2009) ¡A cuenta gotas! Parte I. Contactos. *Revista en Ciencias e Ingeniería*, 74, 43-49.
- Beltrán, P., & Rodríguez, R. (2010) ¡A cuenta gotas! Parte II. Contactos. *Revista en Ciencias e Ingeniería*, 75, 53-63.
- Boyer, C. (1968/1986). *Historia de la Matemática*. (Traducción de M. Martínez). Madrid, España: Alianza Editorial.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Sociopistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona, España: Gedisa.
- Colomer, F., & Gallardo, A. (2007). *Tratamiento y gestión de residuos sólidos*. Valencia, España: Universidad Politécnica de Valencia.
- Friel, S. N., & Carboni, L. W. (2000). Using video-based pedagogy in an elementary mathematics methods course. *School Science and Mathematics*, 100(3), 118-127. doi:10.1111/j.1949-8594.2000.tb17247.x

- Gurganus, S. (2004). *Promote number sense. Intervention in School and Clinic*, 40(1), 55-58. Recuperado de <http://www.bidi.uam.mx:8331/login?url=http://search.proquest.com/docview/211723951?accountid=37347>
- Instituto de Educación Media Superior (2006). *Programa de estudio de Matemáticas*. (p.29). México, D.F.: IEMS.
- Lerman, S. (2014). *Encyclopedia of Mathematics Education* [version digital PDF].DOI: 10.1007/ 978-94-007-4978-8
- Mcintosh, A., Reys, R., & Reys, B. (1997). Mental Computation in the Middle Grades: The importance of thinking strategies. *Mathematics teaching in the middle school*, 2(5), 322-327.
- Moreno, L. & Kaput, J. (2005). Aspectos semióticos de la evolución histórica de la aritmética y el álgebra. En M. Alvarado & B. Brizuela (Comps.), *Haciendo números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia* (pp. 31-49). D.F, México: Paidós Educador.
- Ponte de Chacín, C., & Caballero, M.C. (2012) Representaciones sociales de la práctica del e reciclaje en el instituto pedagógico de Caracas. En R.C. Flores (Coord.) *En la búsqueda de los sentidos y significados de la educación ambiental*. Universidad Pedagógica Nacional, pp. 149-170.
- Secretaría del Medio Ambiente. (2016). *¿Qué es el Mercado del Trueque?* México: Sedema.cdmx.gob.mx, Recuperado de http://sedema.cdmx.gob.mx/mercadodetrueque/index.php?option=com_content&view=article&id=50&Itemid=29
- Sowder, L. (1988). Children's solutions of story problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 7(3), 227-238.
- Verschaffel, L., Greer, B., & Torbeyns, J. (2006). Numerical thinking. In: A. Gutiérrez, y P. Boero (Eds.) *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future*. Sense Publishers, Rotterdam, pp. 51–82