



**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA HERRAMIENTA PARA LA
SIMULACIÓN DE LOS MÉTODOS DE CONTROL PID Y SLIDING MODE
CONTROL (SMC) APLICADO A UN MOTOR BLDC**

JHON ALEJANDRO CORDOBA MENDOZA

**UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
VILLAVICENCIO, COLOMBIA
2019**

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA HERRAMIENTA PARA LA
SIMULACIÓN DE LOS MÉTODOS DE CONTROL PID Y SLIDING MODE
CONTROL (SMC) APLICADO A UN MOTOR BLDC**

JHON ALEJANDRO CORDOBA MENDOZA

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero
Electrónico

Director:

Ing. Jairo David Cuero Ortega

**UNIVERSIDAD DE LOS LLANOS
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
VILLAVICENCIO, COLOMBIA
2019**

AGRADECIMIENTOS

Primero a Dios, a mi familia y especialmente a mi mamá que siempre cuidó y apoyó todos mis sueños y me hizo el hombre que soy. Este logro va dedicado a ella, mujer valiente y dedicada que me dio su amor incondicional y verdadero siempre y que aún me sigue cuidando desde el cielo.

a mi abuelita marina y a mis tíos Alejo y Mary. Gracias por ser ese apoyo incondicional, por creer en mí, en mis sueños locos, Gracias por siempre estar sin importar que, por que solo en los momentos difíciles se conocen las personas que verdaderamente te aman, Gracias a ustedes por sus enseñanzas por su sabiduría y sobre todo por su amor.

Gracias por creer en este loco soñador.

A mis hermanos Brallan, Daniel y a mi papá, cada uno de ustedes aportó cosas en mi vida que me han ayudado a crecer como persona y a entender que cada persona tiene su propio tiempo. ¡Gracias!

Gracias a los ingenieros que contribuyeron a mi formación académica y profesional en especial al ingeniero Jairo Cuero quien me enseñó que se debe ser no solo bueno sino excelente en cada emprendimiento que se tenga ¡Gracias!

NOTA DE ACEPTACIÓN

Jurado

Jurado

Villavicencio, (espacio para fecha)

RESUMEN

Los controladores PID y SMC (Sliding Mode Control) permiten que a través de una realimentación un determinado sistema alcance un estado deseado. Este proyecto presenta el diseño y construcción de un banco de pruebas de control para la simulación de estos métodos mediante un sistema balancín estabilizado físicamente con un motor Brushless DC. El desarrollo del proyecto integra la construcción, componentes electrónicos, modelos matemáticos, sistemas de control de la planta e interfaz gráfica (HMI).

El banco de pruebas de control consiste en una barra móvil fijada a otra barra vertical, un motor brushless DC está fijado al extremo de la barra móvil, a través de su hélice genera una fuerza de empuje con un rango de movimiento vertical cuya posición es determinada por el sensor IMU (Inertial Measurements Units), el cual retorna el valor de la posición de la barra móvil respecto a la barra vertical.

Para hallar el modelo matemático de la planta fue fundamental el análisis del movimiento dinámico del sistema. Así, basado en la ecuación diferencial de segundo orden obtenida, se realizó la identificación del sistema a través del comportamiento natural de la planta, de esta forma se encontró un modelo híbrido. Con la ayuda de la herramienta Matlab se diseñó los controladores PID y Sliding Mode Control cuyos parámetros se sintonizaron a través Ziegler Nichols automático de Matlab y el análisis FOPDT (First Order Plus Dead Time). Finalmente se hizo la implementación de los controladores en la tarjeta ESP8266 Nodemcu.

Palabras Clave: *control, modo deslizante, motor brushless, banco de pruebas.*

ABSTRACT

The PID and SMC (Sliding Mode Control) controllers allow a particular system to reach a desired state through feedback. This project presents the design and construction of a control test bench for the simulation of these methods through a physically stabilized balance system with a Brushless DC motor. The project development integrates the construction, electronic components, mathematical models, plant control systems and graphic interface (HMI).

The control test bench consists of a mobile bar fixed to another vertical bar, a brushless DC motor is fixed to the end of the mobile bar, through its propeller generates a pushing force with a vertical range of motion whose position is determined by the IMU (Inertial Measurements Units) sensor, which returns the value of the position of the mobile bar relative to the vertical bar.

In order to find the mathematical model of the plant, the analysis of the dynamic movement of the system was fundamental. Thus, based on the differential equation of the second order obtained, the system was identified through the natural behavior of the plant, in this way a hybrid model was found. With the help of the Matlab tool, the PID and Sliding Mode Control controllers were designed whose parameters were tuned through Matlab's automatic Ziegler Nichols and FOPDT (First Order Plus Dead Time) analysis. Finally, the drivers were implemented in the ESP8266 Nodemcu card.

Tabla de Contenido.

AGRADECIMIENTOS.....	3
NOTA DE ACEPTACIÓN.....	4
RESUMEN.....	5
ABSTRACT.....	6
LISTA DE FIGURAS.....	9
LISTA DE TABLAS.....	11
CAPITULO 1.....	12
2. OBJETIVOS.....	13
2.1 OBJETIVO GENERAL.....	13
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3. MARCO REFERENCIAL.....	14
3.1 MARCO CONTEXTUAL.....	14
3.2 MARCO TEÓRICO	15
3.2.1 Motores Brushless DC (BLDC)	15
3.2.2 Controlador electrónico de velocidad ESC	17
3.2.3 Conmutación de los motores Brushless DC	17
3.2.4 Fuerza Electro-motriz (FEM) Back EMF	18
3.2.5 Controlador PID.....	19
3.2.6 Sliding Mode Control.....	22
3.2.7 Giroscopio & Acelerómetro IMU	25
4. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA.....	27
4.1 FASE DE INICIO	27
4.2 FASE DE DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN FÍSICA.....	27
4.3 FASE DE MODELADO Y DISEÑO DE LOS CONTROLADORES	28
4.4 FASE DE IMPLEMENTACIÓN	28
4.5 FASE DE DISEÑO Y CREACIÓN DE LA INTERFAZ	28

4.6 FASE DE VALIDACIÓN Y ENTREGA FINAL.....	29
5. RESULTADOS.....	30
5.1 DESCRIPCIÓN DE LA PLANTA	30
5.2 DISEÑO DE LA PLANTA EN AUTODESK INVENTOR.....	31
5.3 COMPONENTES Y CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA	32
5.3.1 Motor Brushless A2212/13T 1000KV.....	32
5.3.2 Controlador de velocidad ESC de 30 Amperios.....	33
5.3.3 Sensor Acelerómetro-Giroscopio MPU6050	34
5.3.4 Chip ESP8266 Nodemcu V3	35
5.4 MODELO MATEMÁTICO	36
5.4.1 Ecuación del sistema	37
5.4.2 Funcion de transferencia.....	39
5.4.3 Comportamiento natural del sistema	40
5.4.4 Filtrado de la señal de entrada.....	47
5.4.5 Identificación del sistema	49
5.5 CONTROL.....	53
5.5.1 Controlador PID.....	53
5.5.2 Controlador SMC.....	57
5.6 IMPLEMENTACIÓN DE LOS CONTROLADORES	61
5.6.1 Implementación de PID:.....	62
5.6.2 Implementación de SMC:.....	64
5.6.3 Implementación de Hardware	66
5.7 INTERFAZ GRAFICA	67
6. GRAFICAS Y TABLAS DE RESULTADOS	68
7. CONCLUSIONES	71
8. RECOMENDACIONES.....	73
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	74

Lista de Figuras

Figura 1. Diagrama de motor BLDC	16
Figura 2. Circuito controlador trifásico motor BLDC	18
Figura 3. Back EMF & corriente en fase.....	19
Figura 4. Sistema de control en lazo cerrado PID.....	19
Figura 5. Definición de trayectoria de Modo deslizante.	23
Figura 6. Interpretación grafica del SMC.....	24
Figura 7. Representación de medición de ángulos de sensor.	26
Figura 8. Planta física real.....	30
Figura 9. Descripción de estructura de la planta	31
Figura 10 Diseño 3D de planta física en Autodesk Inventor	32
Figura 11. Motor Brushless DC A2212/13T 1000KV.....	33
Figura 12. Controlador Electrónico ESC 30A.	34
Figura 13. MPU6050 descripción.....	35
Figura 14. Distribución de pines, node micro controller units (MCUs) ESP-8266 NodeMCU	36
Figura 15. Diagrama de comportamiento del sistema y fuerzas que actúan sobre él.	37
Figura 16. Medición del sensor de posición IMU.....	40
Figura 17. balanza usada para la toma de los datos.....	41
Figura 18. Toma de datos para hallar fuerza de empuje en relación a la potencia aplicada al motor.	42
Figura 19. Ejemplo de señal enviada para ESC	43
Figura 20. Grafica peso en función del ancho de pulso.....	44
Figura 21. Grafica con ajuste de curvas de tipo lineal con ecuación de la recta.....	45
Figura 22. Entrada y salida del sistema en lazo abierto.....	47

Figura 23. Comportamiento natural del sistema frente a una entrada escalón	47
Figura 24. Implementación de filtro FIR, pasa bajo-media móvil de tipo exponencial.	48
Figura 25. Señal de entrada & señal suavizada con filtro	48
Figura 26. Salida $y(t)$ de un sistema de orden dos en su primera forma canónica con entrada escalón.....	49
Figura 27. Ejemplo de sistema con características del régimen transitorio.	50
Figura 28. respuesta del sistema frente a una entrada escalón de subida de 0,5 newtons. ..	51
Figura 29. Señal de función de transferencia del sistema $G(s)$, dado por la ecuación (5-19).	53
Figura 30. Herramienta Siso-tool para estimación y control.	55
Figura 31. Auto-tuning o sintonización a través de Sisotool.	55
Figura 32. respuesta al escalón del sistema con compensador (C).	56
Figura 33. Implementación de Sliding Mode Controller en Matlab.	58
Figura 34. simulación de Sliding Mode Control en Matlab	58
Figura 35. aplicación de FOPDT a grafica de respuesta escalón para determinar parámetros k , T , t_0	60
Figura 36. Diagrama de bloques del sistema de control.	62
Figura 37. Diagrama de bloques controlador PID.....	62
Figura 38. Diagrama de bloques de controlador en modo deslizante (SMC).....	64
Figura 39. Diagrama de conexiones del sistema.	66
Figura 40. Interfaz gráfica para control del sistema.	67
Figura 41. Respuesta del controlador PID ante diferentes cambios de Setpoint	68
Figura 42. respuesta del controlador SMC ante diferentes cambios de Setpoint.	70

Lista de Tablas

Tabla 1. Efectos de parámetro K_p , K_i , K_d en el sistema.	20
Tabla 2. Datos de fuerza en gramos generada por la hélice en función del ancho de pulso aplicado.	43
Tabla 3. Relación de ancho de pulso aplicado con relación a la fuerza generada (newtons).	46
Tabla 4. Ecuaciones dadas para sintonización de los parámetros para SMCrs.....	61
Tabla 5. Parámetros de sintonización PID. K_p , K_i , K_d	68
Tabla 6. Parámetros FOPDT (The First Order Plus Dead Time).	69
Tabla 7. Parámetros de sintonización para controlador en modo deslizante. SMC (Sliding Mode Controller).	69

CAPITULO 1

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo General

Diseñar y construir una herramienta para la simulación de los métodos de control PID y Sliding Mode Control (SMC) aplicado a un motor BLDC que permita a los estudiantes e investigadores del área de control analizar diferentes métodos de control.

2.2 Objetivos Específicos

- Diseñar e implementar un banco de pruebas de control para prototipo de estabilizador con motor BLDC que contribuya al laboratorio de automatización y los cursos de control de la universidad de los llanos.
- Diseñar y modelar Control PID y Sliding Mode Control para planta tipo balancín con motor Brushless DC mediante diversas herramientas de modelado matemático.
- Realizar Interfaz Gráfica del banco de control que sea amigable con el usuario con el fin de que cualquier persona pueda interactuar con la herramienta de aprendizaje.
- Analizar las diferencias e implicaciones de un control PID y Sliding Mode Control sobre un motor BLDC con el objetivo de contribuir a la comunidad científica en el área de control.

3. MARCO REFERENCIAL

3.1 Marco Contextual

En el siglo XXI la tecnología ha tenido una evolución exponencial, por esta razón el aprendizaje debe tener el mismo comportamiento, lo cual hace que las nuevas herramientas virtuales para el mundo digital en el que vivimos sean de gran importancia (**A low-cost, 2018**).

Debido a las nuevas tecnologías emergentes, es necesario estudiar las más recientes aplicaciones de control y sus implicaciones en el mundo real; por ello, esta investigación busca el diseño e implementación de un banco de pruebas que permita el estudio de control de un motor Brushless y sus diferentes aplicaciones. Este tipo de motor se ha hecho muy popular en los últimos años y es usualmente usados en drones.

Cuando se habla de Control en modo deslizante (SMC: Sliding Mode Control) se hace referencia a control robusto, el cual es diseñado para que el sistema sea estable en presencia de perturbaciones, característica que lo hace ideal para la industria de los motores brushless DC, ya que son empleados en diferentes aplicaciones como segways, motocicletas, Hoverboards y distintos medios de transporte de 2 ruedas que son usados en la actualidad, también en ambientes con múltiples variables por lo cual es importante el estudio e investigación de métodos de control como PID y SMC en este ámbito.

Con la creación de un banco de control para un motor Brushless DC con el método PID y Sliding Mode Control, se busca acercar a los estudiantes y a futuras investigaciones del área de control a aplicaciones modernas en la industria, ya que un banco de pruebas permite analizar diferentes tipos de modelos, métodos y algoritmos de control que pueden ser aplicados en la industria. un ejemplo de esta es la aplicación más común y popular son los drones. Según La FAA (Federation Aviation Administration) a enero del 2017 fueron registrados ciento veinte mil drones solamente en estados unidos (**FAA, 2018**), pero según la Asociación de Electrónica de Consumo (CEA) señala que “en el 2018 se vendieron 700.000 drones”, siendo china el proveedor del 70% del mercado de los drones (**CEA, s.f.**).

Generalmente los bancos de pruebas en la educación sirven para complementar la formación teórica del estudiante y al contrario del ámbito industrial, en la investigación primero se hacen las pruebas y usando las pruebas del fenómeno físico como referencia se

hacen los cálculos como modelos, estadísticas, simulaciones y programas especializados para ver como el modelo físico real tiene el comportamiento teórico obtenido de los cálculos realizados después de su uso (Sierra, 2018).

3.2 Marco Teórico

3.2.1 Motores Brushless DC (BLDC)

Los motores brushless DC o motores de corriente continua sin escobillas son el tipo de motor más popular y son usados en diferentes industrias, como en la de transporte, robótica aeroespacial, automovilística entre muchas otras áreas.

El motor BLDC es un motor conmutado electrónicamente, no tiene escobillas y es un motor síncrono de imán permanente con conmutación electrónica en algunas posiciones del rotor. Esto permite que sea de alto rendimiento y eficiencia para aplicaciones donde se requiere potencia, además de tener un par motor mucho mayor que lo hace ideal para trabajar en espacios pequeños.

Los motores BLDC están divididos en dos grupos, los motores síncronos de imán permanente (PMSM) y los motores DC sin escobillas de imán permanente (PMBLDC). Estos tienen diferentes características, especialmente en la salida de la onda EMF. La salida característica de los motores PMSM es una onda sinusoidal mientras que los motores PMBLDC tienen forma de onda trapezoidal para la salida EMF (Y.B. Adyapaka Apatya, 2017).

Los motores brushless DC tienen diferentes ventajas respecto a los motores DC convencionales ya que no emplean escobillas para realizar el cambio de polaridad del motor como se muestra en la **figura 1**, (Y.B. Adyapaka Apatya, 2017). Estas ventajas son:

- Este tipo de motor al tener menor rozamiento produce menor ruido.
- Produce una mayor potencia y tiene un tamaño menor y un peso menor con respecto a los motores convencionales.
- Tiene un consumo de energía mucho más bajo lo que hace que al usar baterías tenga una mayor autonomía y rendimiento.
- Como no usa escobillas el mantenimiento de este tipo motor debe hacerse con menor frecuencia.

- La relación velocidad-potencia se incrementa ya la pérdida de calor es menor.
- La vida útil del motor es mayor que la de los motores convencionales.

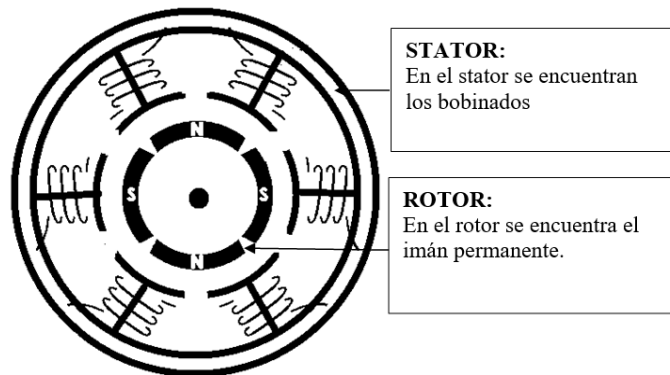


Figura 1. Diagrama de motor BLDC
Fuente: (Y.B. Adyapaka Apatya, 2017)

3.2.1.1 Tipos de motores Brushless

Existen diferentes tipos de motor sin escobillas, pero básicamente estos están divididos en dos categorías, con sensores (sensored) los cuales disponen de sensores de efecto hall o de encoders y, sin sensores (sensorless) para los cuales la posición se determina mediante la medición de la fuerza contra electromotriz. De los tipos de motores desarrollados sobre la base anterior se pueden encontrar los siguientes:

- **Motores CC Brushless Stepper:** Este tipo de motores son los motores son muy comunes en aplicaciones de CNC y son llamados paso a paso, este tipo de motor convierte impulsos eléctricos a desplazamientos por pasos o angulares. Este tipo de motor es sensorless, aunque existen sensores de efecto hall que pueden ser adaptados.
- **Motores CC Brushless Outrunner:** En el outrunner el exterior o la carcasa hace las veces de rotor, tienen un mayor número de polos lo cual hace que la torsión sea mayor estos motores son más comúnmente usados o aplicados para la industria aeronáutica, este tipo de motor es sensed.

- **Motores CC Brushless de un solo polo:** Este motor tiene solo un par de polos no múltiples polos esto permite mejorar el funcionamiento del motor a velocidades altas, este tipo de motor es sensorless.
- **Motores cardán brushless DC (BLDC):** Estos motores en el rotor están diseñados los bobinados y con múltiples polos en forma circular en donde se encuentra el conmutador y sobre el cual gira el estator con los imanes permanentes en su casco, este tipo de motor se ha hecho muy popular y el uso más común es en drones. Es un motor con sensor (sensored).

3.2.2 Controlador electrónico de velocidad ESC

ESC (Electronic Speed Controller) es un circuito electrónico que tiene como objetivo variar la velocidad de un motor Brushless DC, más específicamente hacer que la velocidad del rotor sea estable.

El controlador electrónico de velocidad recibe una señal PWM que conmuta desfasándola para un motor de 3 fases, esto hace girar el rotor en mayor o en menor proporción dependiendo de la velocidad deseada.

3.2.3 Conmutación de los motores Brushless DC

Los motores brushless de corriente continua tienen un funcionamiento similar al que tienen los motores eléctricos de imán permanente los cuales generan un campo magnético al energizar las bobinas. El rotor que tiene un campo magnético constante, hace la detección cuando este varía y alinea el campo creado por el estator y el campo propio lo que hace girar el estator. Para que gire se debe energizar la bobina siguiente y la anterior se debe desenergizar (**Gonzalo Solchaga, 2015**).

Los motores de corriente continua sin escobillas tienen tres tipos de configuraciones las cuales son monofásicas, bifásicas y trifásicas, el motor a través de su controlador puede usar una señal modulada de ancho de pulso (PWM). Así, se puede variar la velocidad del motor, para mantener el control preciso del motor se debe saber la posición exacta del estator en relación con el rotor, si está desalineado se puede tener un comportamiento ineficiente del motor. Para saber la posición se usan sensores de efecto hall.

Los sensores de efecto hall son usados para la realimentación de conmutación. Para los motores sin escobillas de corriente continua con control trifásico se requieren tres sensores los cuales están integrados en el estator para detectar la posición del rotor, las salidas de los sensores se indican como U, V y W como se muestra en la **figura 2**. Los sensores deben proporcionar información de posición en tiempo real para saber la velocidad, dirección, distancia recorrida y posición angular.

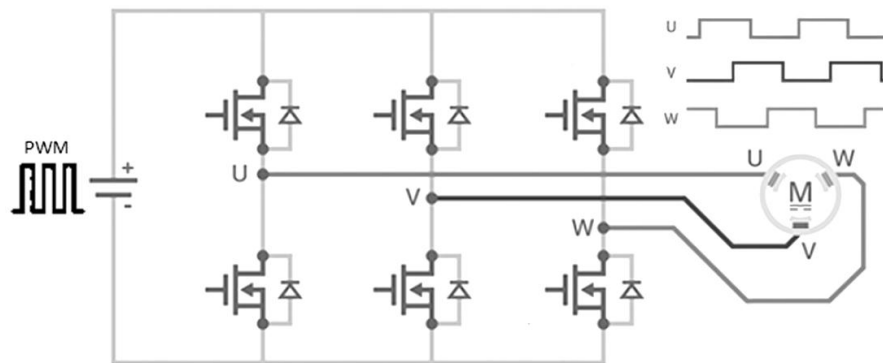


Figura 2. Circuito controlador trifásico motor BLDC

Fuente: El autor.

3.2.4 Fuerza Electro-motriz (FEM) Back EMF

Es la tensión inducida en la bobina del estator producida por el desplazamiento del rotor. Un motor brushless DC cuando se encuentra en movimiento, cada bobina produce una tensión llamada fuerza electro-motriz (FEM), esta se opone a la tensión principal que se aplica a las bobinas (**Jimbo, 2015**). En los motores brushless DC los devanados del rotor o bobinas inducen una corriente eléctrica a causa de la rotación de las espiras en el campo magnético del estator. La fuerza electromotriz denominada **E**, es proporcional a la velocidad en la que gira el rotor denominada **n**, y, también proporcional al flujo magnético **phi**, la constante **k** depende del fabricante:

$$E = K . n . \phi \quad (3-1)$$

Para medir la posición del rotor a través del uso del Back EMF del motor brushless, se maneja normalmente a seis pasos durante 120 grados del ciclo cada uno. En el movimiento de un motor brushless la conmutación se hace a través de 3 fases, en cada paso solo hay dos

fases en conducción y a lo que se llama conmutación es el cambio de un paso al siguiente, en total en un ciclo eléctrico hay seis pasos. La corriente se conmuta estando en fase con el Back EMF para que el torque sea mayor y que la relación entre el torque y el amperaje sea eficiente.

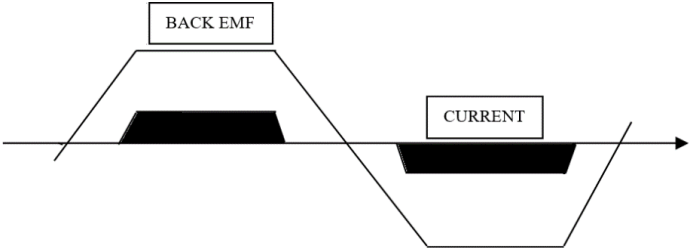


Figura 3. Back EMF & corriente en fase
Fuente: El autor.

3.2.5 Controlador PID

Los controladores PID son usados en diferentes aplicaciones como motores eléctricos, sistemas neumáticos, eléctricos, hidráulicos. Los controladores son importantes ya que permiten el control de un sistema en lazo cerrado con el fin de que el sistema en su salida alcance el estado que se desea. Los controladores PID han sido ampliamente usados en la industria por el buen control, rendimiento y robustez ante incertidumbres. El controlador PID se compone de tres diferentes acciones: Proporcional, integral y derivativo (Sung, Lee, & Lee, 2009).

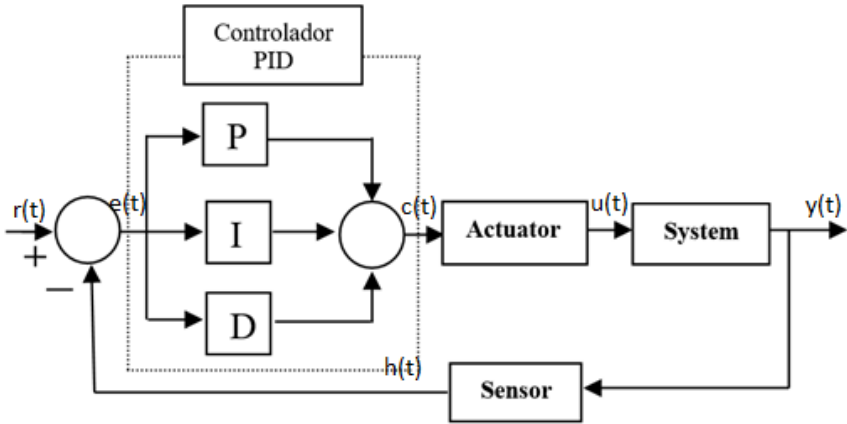


Figura 4. Sistema de control en lazo cerrado PID.

Fuente: El autor.

Las ganancias K_p , K_i , K_d son los parámetros que efectúan o que afectan la señal de salida del sistema como el tiempo de subida, sobrepaso, tiempo de asentamiento y el error en estado estable, el comportamiento de tales propiedades de acuerdo a la variación independiente de cada parámetro se explica en la siguiente tabla:

Efecto	K_p	K_i	K_d
Tiempo de subida	Disminuye	Disminuye	Poca variación
Sobrepaso	Aumenta	Aumenta	Disminuye
Tiempo de asentamiento	Poca variación	Aumenta	Disminuye
Error en estado estable	Disminuye	Elimina	Null

Tabla 1. Efectos de parámetro K_p , K_i , K_d en el sistema.

Fuente: (Mazzone, 2002).

A la respuesta de la salida de control en función del error $e(t)$ se le llama acción de control. Existen diferentes acciones de control que relacionan las ganancias K_p , K_i y K_d en función del error $e(t)$ (Mazzone, 2002). A continuación se describen las acciones de control:

- **Acción de control Proporcional (P):** Es la relación dada por la constante proporcional K_p y la señal de error $e(t)$ que ayuda a que el error en estado estacionario decrezca. Esta acción de control responde a los cambios que se hacen en la entrada del sistema y genera una respuesta proporcional en la salida.

La acción de control aumenta cuando el error es grande lo que hace que tienda a minimizar el error, un controlador de tipo proporcional es capaz de controlar cualquier tipo de planta que sea estable, sin embargo, tiene error en régimen permanente y está dada por la siguiente ecuación:

$$u(t) = KP.e(t) \quad C_p(s) = K_p \quad (3-2)$$

- **Acción de control Integral (I):** La acción integral elimina el error en estado estacionario, la velocidad en la que responde el sistema depende del valor integral K_i . Si el valor del error varía dos veces la velocidad de la señal de salida se va a duplicar, en caso de que el error sea cero, la señal de salida se mantendrá estacionaria. La acción de

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad C_i(s) = \frac{K_i}{s} \quad (3-3)$$

- **Acción de control Derivativo (D):** La acción derivativa es considerada una predicción del comportamiento del sistema, calcula la derivada del error y calcula la tangente de la curva dando una proyección del comportamiento que va a tener el sistema. En realidad, esta acción derivativa (D) no puede actuar por sí sola.

Si la señal empieza a variar a una velocidad alta, la acción de control derivativa empieza a actuar para contrarrestar el cambio, es decir, la velocidad de cambio de la señal de error es regulada por la acción derivativa, la ecuación que determina esta acción de control es la siguiente:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3-4)$$

- **Acción de control Proporcional Integral (PI):** El controlador Proporcional sumado con el Integral busca una respuesta estable a la salida del sistema y elimina el error en estado estacionario. en conclusión, hace que el error en estado estacionario sea disminuido hasta ser eliminado.

Este tipo de controlador es el más usado en la industria por su sencillez, debe existir error para obtener una acción de control que no sea cero, su ecuación se muestra a continuación, donde T_i es el tiempo integral.

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad C_{PI}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (3-5)$$

- **Acción de control Proporcional Derivativa (PD):** La acción de control derivativa no funciona de manera singular, por esto debe ser agregado un control proporcional para poder responder al error constante.

Cuando a la acción de control proporcional se le agrega el control derivativo, se obtiene un controlador altamente sensible, es decir que el Tiempo derivativo (T_d) regula la velocidad del cambio del error y lo corrige antes de que este sea muy grande.

El controlador PD agrega un amortiguamiento al sistema, pero no afecta el error en estado estacionario directamente. Este amortiguamiento hace que la ganancia K pueda ser más grande lo que supone que el error en estado estable mejora, la ecuación del controlador PD está dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad C_{PD}(s) = K_p + sK_p T_d \quad (3-6)$$

- **Acción de control Proporcional Integral Derivativa (PID):** Esta acción de control es la suma de las tres acciones Proporcional, Integral y Derivativa la cual reúne cada una de las propiedades en un solo controlador, su ecuación es la siguiente:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3-7)$$

$$C_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

3.2.6 Sliding Mode Control

El control en modo deslizante SMD es una técnica de control que deriva de los sistemas de estructura variable VSS. El modo deslizante tiene como función controlar el sistema a través de una lógica de conmutación de una llave semiconductor, la cual es manipulada en función de las ecuaciones diferenciales características del sistema. (ayala & gutierrez, 2015).

El modo deslizante es un metodo de control no lineal que altera la dinamica de sistemas no lineales para aplicaciones de control donde se requiere alta frecuencia. Los investigadores en esta area de control han descubierto que el modo deslizante es muy util para ayudar a solucionar el fenomeno del chattering. (Sulaiman, 2013).

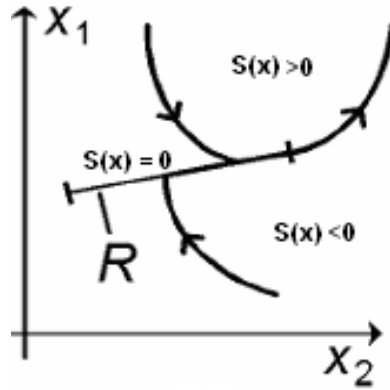


Figura 5. Definición de trayectoria de Modo deslizante.
Fuente: (Calvo, 2001)

Como se muestra en la **figura 5**. En un sistema de estructura variable y de segundo orden hay un modo deslizante en un segmento de fase R. de esta forma todas las trayectorias que tocan a R permanecen sobre R, donde posiblemente pueden escapar solamente al llegar a los extremos. R es también llamada región de deslizamiento y si el sistema evoluciona sobre este, se dice que el sistema está en modo deslizante. (Calvo, 2001).

El control en modo deslizante se trata de una versión especial de un control on-off y su análisis de la planta debe hacerse mediante ecuaciones de espacio de estados, las cuales describen cuál es la evolución del sistema (King, 2010).

El primero de los pasos para el control en modo deslizante es definir la superficie de deslizamiento \$S(t)\$ la cual es lineal y estable:

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^n \int_0^t e(t) dt \quad (3-8)$$

El objetivo del control es hacer que el error sea cero, por esta razón se debe aplicar la condición de invariancia,

$$\dot{S}(t) = 0; \quad \cong \quad \frac{dS(t)}{dt} = 0;$$

La variable de control se encuentra dada en dos partes, continua \$U_c(t)\$ y discontinua \$U_D(t)\$

$$U(t) = U_c(t) + U_D(t) \quad (3-9)$$

La parte continua y discontinua estan dadas por las siguientes ecuaciones:

$$Uc(t) = f(X(t), R(t)) \ ; \ UD(t) = KD \frac{S(t)}{|s(t)| + \delta} \quad (3-10)$$

Donde, KD es un parametro de sintonizacion responsable por el modo de alcance y δ es tambien un parametro de sintonizacion que es usado para reducir el problema de chattering (Camacho, 2016).

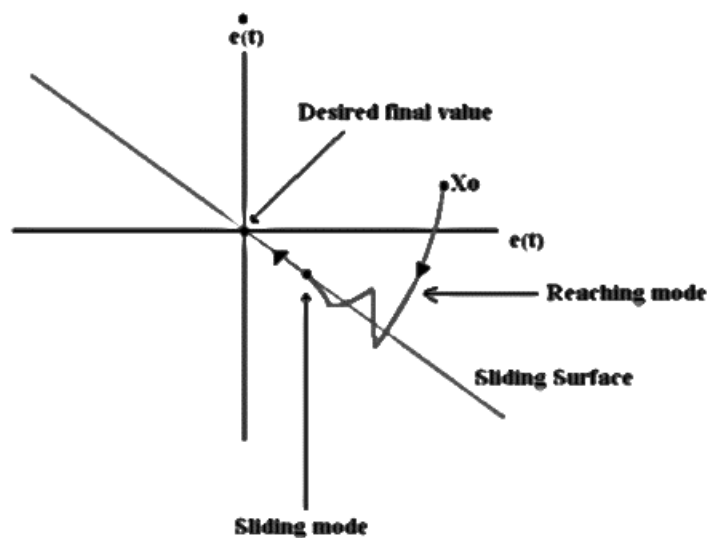


Figura 6. Interpretación grafica del SMC
Fuente: (Camacho, 2016).

El principal proposito de la ley de control es conducir las trayectorias del sistema hacia la curva de deslizamiento y una vez allí mantenerlas dentro sin importar las incertidumbres que se presenten. El controlador debe regular la variable deslizante. Una vez que los estados del sistema se encuentran en la superficie deslizante, el error de seguimiento ira hacia cero asintoticamente. El control solo actua para empujar los estados del sistema en la superficie deslizante. El comportamiento del sistema se puede dividir en dos partes:

Modo de alcance: El movimiento del sistema para $0 < t < t_r$, durante el cual las trayectorias del sistema no estan dentro de la superficie deslizante sino que solo se acerca a ella se le

denomina modo de alcance. El tiempo en el modo de alcance debe minimizarse ya que la robustez con las incertidumbres no esta presente en el modo de alcance.

Modo deslizante: El movimiento del sistema para $t > t_r$, cuando las trayectorias del sistema estan dentro de la superficie deslizante, se denomina modo deslizante o movimiento deslizante.

Para la implementacion del control se debe seguir el siguiente procedimiento:

1. Definir la superficie de deslizamiento.
2. Se debe comprobar que existe una superficie en modo deslizante alrededor de la superficie de conmutacion.
3. Hacer el calculo del control equivalente.
4. Definir las regiones en la que el modo deslizante existe y comprobar que el control equivalente este acotado por valores discretos de la variable de control.
5. Se obtiene la condicion de invarianza, que es la dinamica de deslizamiento ideal del sistema alrededor de la superficie de deslizamiento.
6. Se obtiene el punto de equilibrio ideal para la dinamica de deslizamiento, que debe ser alcanzado por el sistema de control
7. Se debe comprobar si hay estabilidad alrededor del punto de equilibrio
8. Si el sistema no cumple con los puntos anteriores se debe definir una nueva superficie de deslizamiento.

3.2.7 Giroscopio & Acelerómetro IMU

La finalidad del sensor IMU es permitir lecturas de movimientos inerciales de un determinado sistema. Es un dispositivo que está constituido por diferentes componentes como lo es el acelerómetro, el cual mide los cambios de fuerza producidos cuando el dispositivo se mueve, el magnetómetro tiene una interacción con el campo magnético de la tierra y finalmente el giroscopio el cual mide la variación que tiene cada uno de los ejes (**Calatayud**).

Los giroscopios en movimientos rápidos y pequeños son fiables, pero tienen bastante error cuando es necesario medir la velocidad angular, además de que el ruido se hace mayor. Por otra parte, los acelerómetros realizan una medición del ángulo que forma el sensor con la dirección del eje vertical dada por la fuerza gravitacional, los acelerómetros no son muy

confiables ya que el ruido y los movimientos del dispositivo intervienen en la medición de los datos.

La posición de un objeto normalmente se conoce en un eje de coordenadas X, Y, Z. pero los sensores IMU representan la posición mediante los ángulos de Tait-Bryan, X(roll), Y(pitch), Z(yaw), los cuales son una rotación representada sobre cada eje.

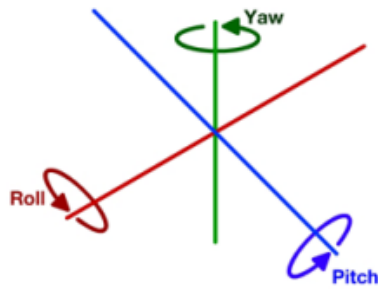


Figura 7. Representación de medición de ángulos de sensor.

Fuente: (Gonzalez, 2016).

4. DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA

La actividad principal fue la implementación controladores diferentes en una planta de tipo balancín, donde su actuador es un motor BLDC. Para lo anterior, se comenzó con la recolección y búsqueda de información en bases de datos confiables, con la información recopilada y las bases teóricas claras se realizó el diseño de la estructura del banco de pruebas en un software CAD, para luego comenzar la construcción de la planta física. Una vez construida la planta se llevó a cabo el modelado matemático de la misma, teniendo en cuenta las diferentes fuerzas que actúan sobre el sistema y el estudio del movimiento dinámico. Ya con la planta se diseñó e implementó el circuito para la activación del motor BLDC para lo cual se seleccionó la tarjeta ESP-Nodemcu y los componentes mencionados en este trabajo, luego se procedió a hacer la caracterización de la fuerza de empuje respecto a la potencia aplicada al motor. Una vez conocidos estos valores y la curva de respuesta, se aplicó un escalón unitario al sistema para observar la respuesta o movimiento natural del sistema y así poder hacer la identificación y el cálculo de la función de transferencias del sistema. Se hizo el diseño del controlador PID y se encontraron los parámetros del controlador, de la misma forma con el controlador SMC se hallaron los parámetros de sintonización mediante la aplicación del FOPDT. Una vez hecho el diseño de los controladores se hizo la implementación, se creó la interfaz gráfica y se hicieron las respectivas pruebas.

4.1 fase de inicio

Durante la fase de inicio se desarrollaron las actividades de búsqueda y recopilación de información tomada de diferentes bases de datos confiables como la IEEE entre otras. Primero se hizo un análisis y se definió que tipo de información se necesitaba. Luego, fueron definidas las fuentes de la información para finalizar con la gestión de la misma. También se hizo la búsqueda de los diferentes proveedores de hardware y material para la construcción de la planta. Por último, se analizó y se definió los diferentes softwares a usar durante el proyecto.

4.2 Fase de diseño y construcción física

En esta fase se usó el software Autodesk inventor para realizar el diseño físico y mecánico del sistema. El diseño CAD permite ver el funcionamiento del sistema, el número de ejes de este y sus componentes físicos. Después de haber elaborado la primera etapa de la fase

fue llevado a cabo la construcción física que cuenta con una plataforma, con su eje móvil y fijo, así como sus partes mecánicas y electrónicas las cuales incluyen el motor, el controlador ESC, la tarjeta ESP y el sensor giroscopio y acelerómetro IMU.

4.3 Fase de modelado y diseño de los controladores

La función de transferencia del sistema se obtuvo teniendo en cuenta el análisis del movimiento dinámico de este, movimiento que implica una ecuación diferencial de segundo que se relaciona con la identificación del sistema hecho a través del comportamiento natural de la planta, de esta forma se creó un modelo híbrido. Matlab fue usado como herramienta para encontrar el controlador PID adecuado para el sistema. Luego, mediante el análisis FOPDT (modelo de primer orden más tiempo muerto) se encontraron los valores de los parámetros adecuados para implementar las ecuaciones descritas del controlador SMC.

4.4 Fase de implementación

La implementación se hizo en dos partes: Primero. La implementación de software, esta fue desarrollada en el framework VisualStudio, esta herramienta permite la edición de código en diferentes lenguajes en este caso C++, el código desarrollado e implementado fue basado en las ecuaciones para control PID y Sliding Mode Control. La segunda parte fue la implementación del circuito que implica la unión de los diferentes componentes electrónicos que componen la planta.

4.5 Fase de diseño y creación de la interfaz

La fase de diseño de la interfaz se hizo con base a los requerimientos necesarios para la implementación, como por ejemplo envió de datos, gráficas necesarias para observar el funcionamiento de los controladores y una barra que permitiera seleccionar el ángulo deseado del controlador. Para la implementación de la interfaz se debió hacer una búsqueda de un software adecuado que permitiera un óptimo funcionamiento, en esta fase se probó LabVIEW, la GUI de Matlab y Python, pero finalmente la interfaz fue desarrollada en lenguaje C# con la herramienta Visual Studio la cual permite un óptimo desarrollo de la HMI.

4.6 Fase de validación y entrega final

En la fase final se hace la comprobación del funcionamiento completo del banco de pruebas de control, en donde después de la implementación se activa el sistema con cada uno de los controladores propuestos para así obtener el comportamiento del sistema. Una vez validado el sistema, su funcionamiento y cumplidos los objetivos planteados, se hace entrega de los reportes y resultados de la investigación.

5. RESULTADOS

5.1 Descripción de la planta

Un banco de pruebas de control permite experimentar con máquinas o sistemas complejos y así comprobar algún método, algoritmo o fenómeno físico (**Freddy Marquez, 2011**).

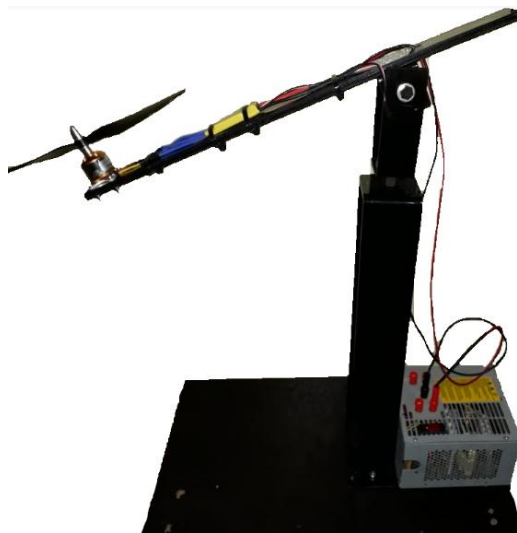


Figura 8. Planta física real

Fuente: El autor

La planta se ha construido teniendo en cuenta los requisitos necesarios para poder hacer pruebas de control de un motor brushless DC. Este sistema es de tipo balancín (Gimbal) con balineras, lo que permite poca fricción en los ejes de movimiento del sistema de un grado de libertad, en el extremo del eje horizontal esta puesto el motor BLDC que al ser activado con su hélice se mueve en diferentes grados con respecto al eje vertical. El sistema está fijado a una base lo que hace que solo tenga una parte móvil y una parte fija.

La parte fija tiene una altura de 50 centímetros mientras que la parte móvil mide 45 centímetros de largo. La hélice tiene una medida de 25 cm lo que genera una fuerza de empuje determinada, sobre el eje de giro se encuentra el giroscopio y en la parte inferior la fuente de alimentación.

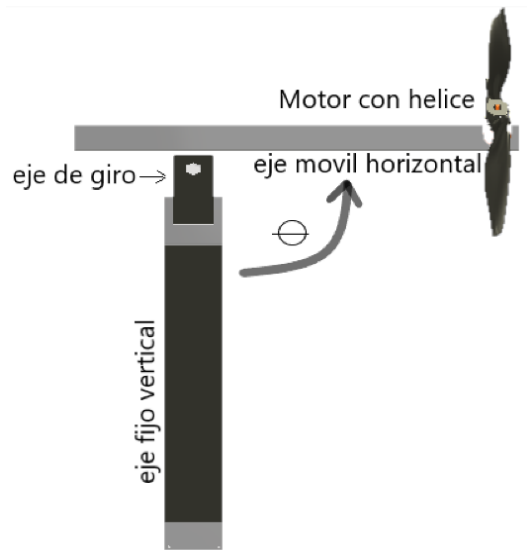


Figura 9. Descripción de estructura de la planta
Fuente: El autor

5.2 Diseño de la planta en Autodesk Inventor

Fue utilizado el software Autodesk inventor que permite el diseño, modelo 3D y simulación de la planta, Autodesk tiene una versión con licencia para estudiantes, esta herramienta permitió hacer un modelo detallado con acotaciones de la planta para futuros usos. La planta real fue construida basada en el diseño hecho en Autodesk inventor después de haber probado la funcionalidad de este en el software.



Figura 10 Diseño 3D de planta física en Autodesk Inventor
Fuente: El autor.

5.3 Componentes y características del sistema

La planta cuenta con diferentes componentes, entre los cuales está el motor BLDC, el componente de hardware, el sensor y la fuente de alimentación cada uno de estos elementos cuentan con diferentes características:

5.3.1 Motor Brushless A2212/13T 1000KV

Este motor es un motor Brushless sin escobillas que funciona con corriente directa, opera a través de conmutación electrónica, este motor es ideal para aplicaciones donde se requiere un bajo peso y poco tamaño, lo que lo hace altamente eficiente.



Figura 11. Motor Brushless DC A2212/13T 1000KV
Fuente: El autor.

Las características del Motor Brushless DC A2212/13T son:

- Corriente de tolerancia 12A/60 Segundos.
- Dimensiones: 4 cm de alto y 2.8 cm de diámetro.
- Diámetro del eje: 3.175 milímetros.
- Peso: 51 gramos.
- Revoluciones por minuto: 1000 RPM /Volt.

5.3.2 Controlador de velocidad ESC de 30 Amperios

El controlador ESC es el que hace posible variar la velocidad electrónicamente a través de pulsos, el controlador ESC acepta una señal PWM que varía entre 1 milisegundo y 2 milisegundos en su ancho de pulso, el motor se activa con una señal de entrada de ancho de pulso en el ESC de 1.5 milisegundos y cuando la señal es de 2 milisegundos el funciona a su velocidad máxima.



Figura 12. Controlador Electrónico ESC 30A.

Fuente: El autor.

Las características del controlador ESC son las siguientes:

- Corriente: Hasta 30 amperios.
- Medidas: 45mm largo. 24mm alto. 11mm ancho.
- Voltaje: 5.5 VDC hasta 12.6 VDC.
- Peso: 25 gramos.

5.3.3 Sensor Acelerómetro-Giroscopio MPU6050

El sensor MPU6050 combina la capacidad de medir acelerómetro con un giroscopio y tiene 6 ejes, 3 ejes que miden la aceleración y otros 3 que miden la velocidad angular.

El Integrado posee un conversor analógico digital que se puede comunicar mediante un protocolo I2C. Igualmente, el MPU6050 consta de un sensor de temperatura si se desea usar.

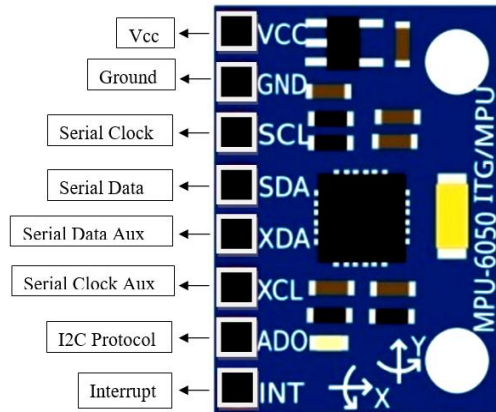


Figura 13. MPU6050 descripción
Fuente: El autor.

Las características de sensor acelerómetro-giroscopio MPU6050 son los siguientes:

- Voltaje de alimentación entre 3 y 5 voltios
- Protocolo de comunicación I2C
- Salida digital con 6 ejes
- Peso: 2.1 gramos
- Salida de datos de 16 bits
- Rango del giroscopio: +/- 250, +/- 500, +/- 1000, +/- 2000 ° / s
- Rango de aceleración: +/- 2g, +/- 4g, +/- 8g, +/- 16g

5.3.4 Chip ESP8266 Nodemcu V3

El chip Nodemcu es una tarjeta embebida con varias ventajas frente a los otros chips de su misma familia ESP8266. Esta tarjeta permite una conexión a través de Wifi y su costo es muy bajo a comparación de otras, su precio ronda cerca de los 5 dólares. La placa de desarrollo está basada en la placa ESP12E, pero con mayores ventajas y flexibilidad como un puerto micro USB con puerto serie pines de salida GPIO y leds integrados, así como la alimentación por el puerto USB.

El firmware de la tarjeta utiliza el lenguaje lua para ser programado, aunque también permite la programación en C. (MCU) por sus siglas en ingles node microcontroller units o

unidad de microcontrolador esto significa que es un chip integrado y está fabricado para trabajar con la tecnología de la internet de las cosas (IoT).

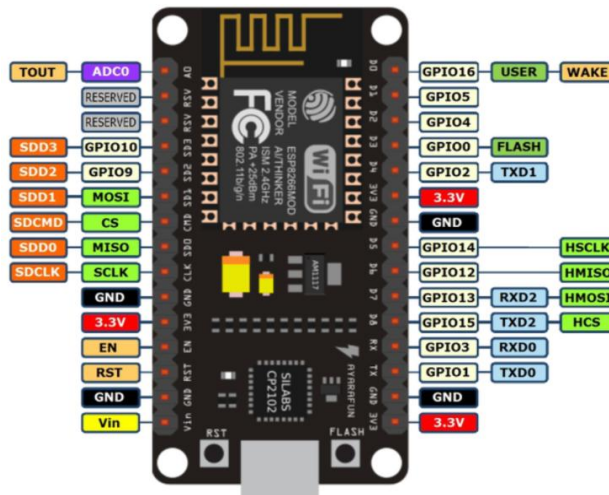


Figura 14. Distribución de pines, node micro controller units (MCUs) ESP-8266 NodeMCU
Fuente: Imagen tomada de (Moreno, 2019).

Características de placa ESP8266 NodeMCU:

- Tarjeta de bajo costo
- WiFi 802.11 integrado
- 10 pines GPIO
- Uso de: PWM, protocolo I2C, 1-wire
- 4 MB de Memoria flash integrada
- Pin analogo
- Boton de reset
- USB Puerto serial
- Procesador ESP8266 de 80MHz (3.3 V)

5.4 Modelo matemático

El modelo matemático fue basado en el comportamiento del sistema, el cual implica el estudio del movimiento, la identificación de las fuerzas que actúan sobre el sistema y el estudio dinámico del sistema.

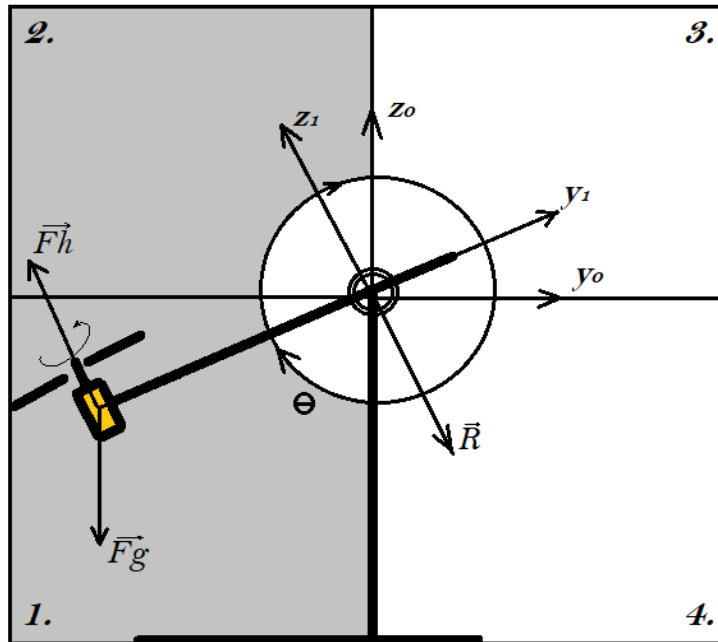


Figura 15. Diagrama de comportamiento del sistema y fuerzas que actúan sobre él.

Fuente: El autor

5.4.1 Ecuación del sistema

Las fuerzas que intervienen y las zonas en las que el sistema tiene movilidad se pueden visualizar en la **Figura 15**. Para definir la posición de un eje respecto al otro llamado ángulo (θ), el cual se tiene que deducir a partir de la fuerza generada por la fuerza normal o peso, respecto a la fuerza de empuje (fuerza generada por la hélice), esta relación se puede expresar de la siguiente forma:

F_h = Es la fuerza de empuje de la hélice, esta varía dependiendo de la velocidad de la hélice y la potencia del motor

$$\vec{F}_h = -F_h \cos \theta \vec{y}_0 + F_h \sin \theta \vec{z}_0 = F_h \vec{z}_1 \quad (5-1)$$

F_p = Es la fuerza que se genera debido al peso, o gravedad por la masa, que en este caso es una constante

$$\vec{F}_p = -F_p \vec{z}_0 = -F_p \cos \theta \vec{y}_1 - F_p \operatorname{sen} \theta \vec{z}_1 \quad (5-2)$$

R = Esta fuerza es la fuerza de reacción que es generada en el rodamiento que se encuentra en el eje.

$$\vec{R} = R_{v0} \vec{y}_0 + R_{z0} \operatorname{sen} \theta \vec{z}_0 = R_{v1} \vec{y}_1 + R_{z1} \vec{z}_1 \quad (5-3)$$

Para poder hallar la ecuación del sistema es necesario aplicar la ley de conservación del momento cinético, esto para hallar la relación entre el ángulo de la barra móvil con respecto a la fija y las fuerzas que intervienen en el sistema.

$$\vec{F}_h = F_h \vec{z}_1 \quad (5-4)$$

$$\vec{F}_p = -m_t g (\cos \theta \vec{y}_1 + \operatorname{sen} \theta \vec{z}_1) \quad (5-5)$$

Para un sistema indeformable móvil a un punto fijo se encontró que en la teoría mecánica el momento cinético en cualquier punto tiene la ecuación (5-6), en el sistema implementado el movimiento está en un plano con eje Y, Z. con dos sistemas de referencia.

$$\vec{\Gamma}_0 = I_0 \vec{\omega}_{21} + \mathbb{M} \vec{OG} \wedge \vec{v}_{21}^0 \quad (5-6)$$

Donde:

$\vec{\omega}_{21}$, es la velocidad angular en el eje de giro.

I_0 , es el momento de inercia que se encuentra respecto al eje central donde gira.

\mathbb{M} , se trata de la totalidad del sistema.

\vec{OG} , este es el vector que da la posición del centro de gravedad.

\vec{v}_{21}^0 , esta es la velocidad del sistema.

El sistema es no lineal y se representa por una ecuación de segundo orden que relaciona la fuerza de empuje de la hélice con el ángulo de la barra horizontal con respecto a la vertical.

La ecuación (5-7) se obtiene cuando se sustituye la sumatoria por cada fuerza y posición en la ecuación del movimiento (5-6) presentada anteriormente.

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + m_t g d_c \sin \theta - d_H F_h = 0 \quad (5-7)$$

$$I \ddot{\theta}(t) + B \dot{\theta}(t) + m_t g d_c \sin \theta(t) = d_H F_h(t)$$

5.4.2 Función de transferencia

Para encontrar la función de transferencia es necesario la linealización de la ecuación (5-7), ya que es una ecuación diferencial no lineal, esta función de transferencia $G(s)$ debe relacionar la entrada (fuerza de empuje) con la salida (ángulo). Donde: $\alpha(t) = \theta(t) - \theta_0$; $\dot{\alpha}(t) = \dot{\theta}(t)$; $\ddot{\alpha}(t) = \ddot{\theta}(t)$; $\beta(t) = F_h(t) - F_{h_0}$.

$$f(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta, F_h) = I \ddot{\theta} + B \dot{\theta} + m_t g d_c \sin \theta - d_H F_h = 0 \quad (5-8)$$

Ahora se debe hallar un punto de equilibrio, se tomó como referencia el punto de equilibrio 0. Donde: $\ddot{\theta}_0 = 0$; $\dot{\theta}_0 = 0$; $\theta = \theta_0$; $F_h = F_{h_0}$. De lo que se obtiene que :

$$f(0, 0, \theta_0, F_{h_0}) = m_t g d_c \sin \theta_0 - d_H F_{h_0} = 0 \quad (5-9)$$

El siguiente paso es hacer una aproximación por serie de Taylor tomando las derivadas de la función sobre el punto de equilibrio donde $f(0, 0, \theta_0, F_{h_0})$ y $\sigma(\alpha^2, \beta^2)$ son igual a 0.

$$f(0, 0, \theta_0, F_{h_0}) + \left. \frac{\partial f}{\partial \ddot{\theta}} \right|_{\ddot{\theta}=0} \ddot{\alpha} + \left. \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}} \right|_{\dot{\theta}=0} \dot{\alpha} + \left. \frac{\partial f}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} \alpha + \left. \frac{\partial f}{\partial F_h} \right|_{F_h=F_{h_0}} \beta + \sigma(\alpha^2, \beta^2) = 0 \quad (5-10)$$

Sabiendo lo anterior y realizando la derivada correspondiente se obtiene la siguiente ecuación:

$$I \ddot{\alpha}(t) + B \dot{\alpha}(t) + m_t g d_c \cos \theta_0 \alpha(t) - d_H F_{h_0} \beta(t) = 0 \quad (5-11)$$

Para hallar la función de transferencia se debe hallar la transformada de Laplace que relaciona la entrada $\beta(s) \approx F_e(s)$ con la salida $\alpha(s) \approx \theta(s)$ (fuerza que genera la helice con el ángulo respectivamente).

$$I [s^2\alpha(s) - s\alpha(0) - \dot{\alpha}(0)] + B [s\alpha(s) - \alpha(0)] + m_t g d_c \cos\theta_0 \alpha(s) - d_H F_{h_0} \beta(s) = 0$$

También se deben tener en cuenta las condiciones iniciales, de donde se obtiene la **ecuación (5-12)**.

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{F_e(s)} \approx \frac{\alpha(s)}{\beta(s)} = \frac{d_H F_{h_0}}{Is^2 + Bs + m_t g d_c \cos\theta_0} \quad (5-12)$$

En la **ecuación (5-7)** existen tres variables desconocidas en el sistema que son: momento de inercia del conjunto respecto del punto O (I), coeficiente de rozamiento que existe en el eje de giro de la estructura (B) e inercia (dc). Estas variables son difíciles de encontrar, por esto se debe recurrir a la identificación de la planta mediante el comportamiento natural del sistema tomando como referencia la **ecuación (5-7)**.

5.4.3 Comportamiento natural del sistema

Para visualizar el comportamiento del sistema es necesario el uso del sensor IMU (Inertial Measurement Unit) de posición, este retorna los grados en que se encuentra la barra móvil con respecto a la fija. El sensor MPU6050 mide el ángulo de 0 a 180, cuando las barras están ubicadas paralelamente mide 0° y va aumentando hasta estar de forma perpendicular donde mide 90° muestra en la **figura 16**.

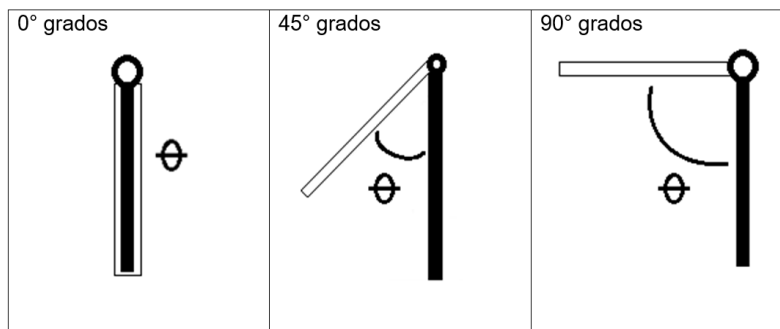


Figura 16. Medición del sensor de posición IMU.

Fuente: El autor.

El motor BLDC funciona enviando un pulso con una longitud total de 20 milisegundos y para variar o regular la velocidad del motor se debe modificar el ancho de pulso que puede variar entre 1 a 2 milisegundos.

Después de la activación del motor se procede a la toma de datos de la fuerza de empuje que ejerce el sistema respecto al ancho de pulso aplicado. Los datos fueron tomados con una balanza observando los gramos generados por la fuerza de empuje que ejerce la hélice en función de la potencia aplicada al motor a través del ancho de pulso.



Figura 17. balanza usada para la toma de los datos.

Fuente: el autor

Se tomaron los datos colocando el eje móvil en una posición de tal manera que quedara en equilibrio, de forma horizontal y el extremo donde se encuentra el motor fue apoyado con un peso contrario con el fin de contrarrestar el peso como se muestra en la **figura 18**.

Cada 5 gramos en la balanza se tomó el dato del ancho de pulso necesario para llegar a determinado peso, pero cuando se llegó a 200 gramos se genera demasiada vibración lo que hace necesario ajustar la toma de datos cada 20 gramos. A partir de ahí, estos datos se tomaron con el fin de encontrar la entrada del sistema es decir la fuerza de empuje.

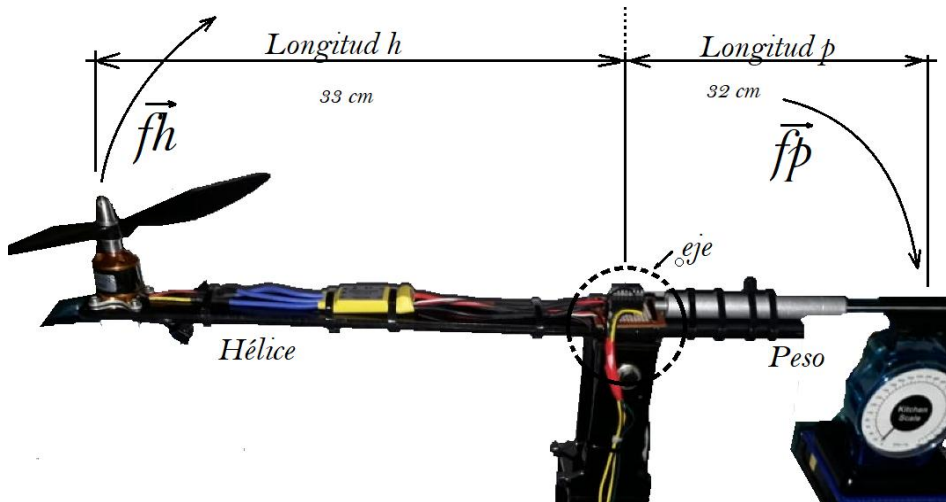


Figura 18. Toma de datos para hallar fuerza de empuje en relación a la potencia aplicada al motor.
Fuente: El autor

La ecuación (5-13) muestra la relación del sistema que se observa en la figura 18. Se puede ver que la fuerza generada por la hélice F_H , depende de F_p que es el peso que se genera cuando la hélice gira y L_p que es la longitud entre el eje de giro y el extremo donde se encuentra el peso, mientras que L_H es la longitud entre el eje de giro y la hélice.

$$F_H = \frac{l_p}{l_H} F_p \quad (5-13)$$

Como ya se explicó anteriormente el motor funciona enviándole un pulso cada 20 milisegundos, con un ancho de pulso que puede variar entre 1 a 2 milisegundos, con una fuente de voltaje de 12 voltios.

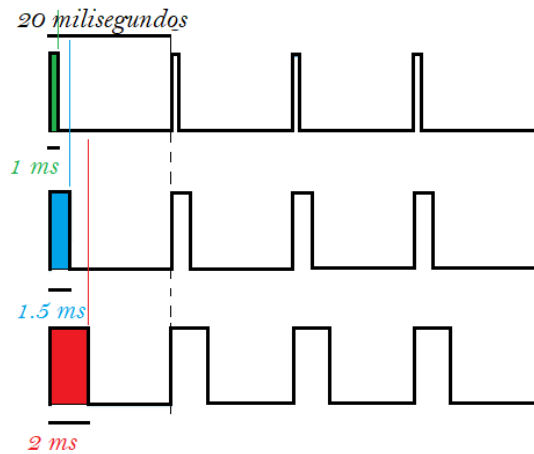


Figura 19. Ejemplo de señal enviada para ESC

Fuente: El autor

Los datos tomados se pueden visualizar en la siguiente tabla:

Pulse	Gr		Pulse	gr		
1032	45	<-Motor enciende	1200	150	Cada 20 gramos	
1035	50		1209	155		
1058	55		1214	160		
1065	60		1225	165		
1068	65		1228	170		
1072	70		1237	175		
1082	75		1247	180		
1091	80		1254	185		
1098	85		1261	190		
1103	90		1265	195		
1112	95		1272	200		<-vibración
1120	100		1312	220		
1127	105		1338	240		
1136	110		1369	260		
1143	115		1400	280		
1157	120		1425	300		
1162	125		1458	320		
1171	130	1475	340			
1178	135	1512	360			
1181	140	1557	380			
1192	145					

Tabla 2. Datos de fuerza en gramos generada por la hélice en función del ancho de pulso aplicado.

Fuente: El autor.

De 1000 a 1032 microsegundos no se genera ningún valor en gramos es decir que la fuerza de empuje es 0 ya que el motor se encuentra apagado De 1560 hasta 2000 microsegundos la

fuerza de empuje es la misma ya que en 1560 microsegundos el motor ya ha alcanzado su máxima RPM.

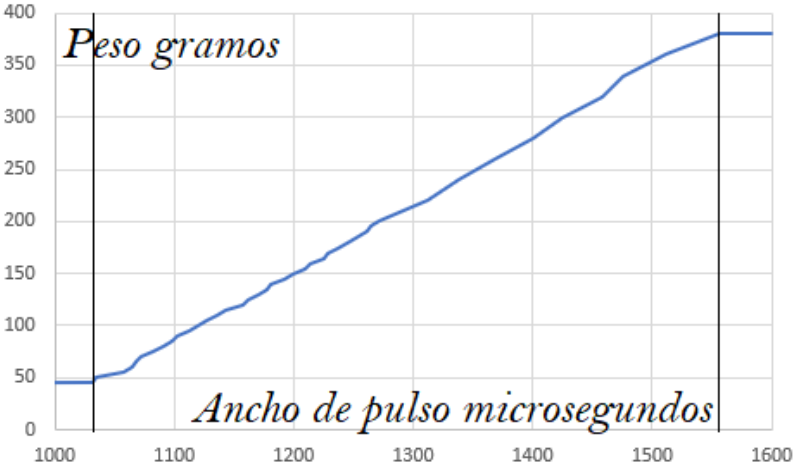


Figura 20. Gráfica peso en función del ancho de pulso
Fuente: el autor

Una vez obtenidos los datos se procede a revisar la **Figura 20**, y se hace un ajuste de curvas para determinar la ecuación característica que permitirá ordenar los datos en función del ancho de pulso en microsegundos y obtener la fuerza de empuje mediante la **ecuación (5-13)**, la cual relaciona la longitud de la barra desde la hélice al eje central y la longitud desde el eje hasta el peso.

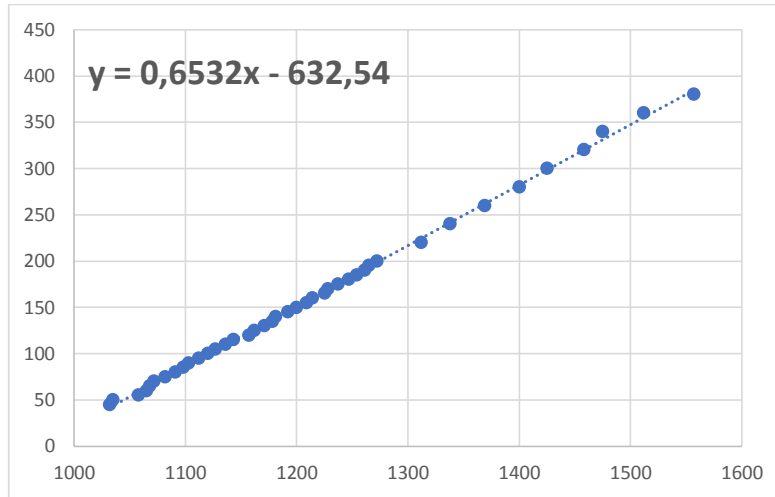


Figura 21. Grafica con ajuste de curvas de tipo lineal con ecuación de la recta.

Fuente: El autor.

La segunda ley de Newton muestra la relación entre la masa y aceleración ($m=f \cdot a$), aplicando esta ley para la conversión de gramos a fuerza en Newtons se obtiene la siguiente ecuación:

$$f(\text{Newtons}) = Fp(\text{gramos}) \times 9,8 \cdot \frac{m}{s^2} * 0.001 \quad (5-14)$$

Luego, relacionando la **ecuación (5-13)** con la **ecuación (5-14)** y sabiendo que F_p es igual al peso que genera la fuerza de empuje menos el peso de la barra cuando está en equilibrio. Se obtiene:

$$f(N) = \frac{Lp}{LH} \cdot (Fp(\text{gramos}) - Barra(\text{gr})) * 9,8 \cdot \frac{m}{s^2} * 0.001 \quad (5-15)$$

La tabla 3 muestra la relación entre el ancho de pulso y el peso generado por la fuerza del empuje de la hélice, el ancho de pulso aumenta de 10 en 10 desde 1040 hasta 1560 microsegundos, los datos fueron ordenados usando la ecuación de la recta que se puede ver en la **figura 21**. Además, la tabla 3 muestra los datos de peso convertidos a Fuerza en Newton.

tabla 3.1				tabla 3.2			
Pulso(us)	G	kg	Fh (Newtons)	Pulso(us)	G	kg	Fh (Newtons)
1032	41,6	0,04	0,016	1300	216,6	0,22	1,786
1040	46,8	0,05	0,069	1310	223,2	0,22	1,852
1050	53,3	0,05	0,135	1320	229,7	0,23	1,918
1060	59,9	0,06	0,201	1330	236,2	0,24	1,984
1070	66,4	0,07	0,267	1340	242,7	0,24	2,050
1080	72,9	0,07	0,333	1350	249,3	0,25	2,116
1090	79,4	0,08	0,399	1360	255,8	0,26	2,183
1100	86,0	0,09	0,465	1370	262,3	0,26	2,249
1110	92,5	0,09	0,531	1380	268,9	0,27	2,315
1120	99,0	0,10	0,597	1390	275,4	0,28	2,381
1130	105,6	0,11	0,663	1400	281,9	0,28	2,447
1140	112,1	0,11	0,729	1410	288,5	0,29	2,513
1150	118,6	0,12	0,795	1420	295,0	0,30	2,579
1160	125,2	0,13	0,861	1430	301,5	0,30	2,645
1170	131,7	0,13	0,927	1440	308,1	0,31	2,711
1180	138,2	0,14	0,993	1450	314,6	0,31	2,777
1190	144,8	0,14	1,060	1460	321,1	0,32	2,843
1200	151,3	0,15	1,126	1470	327,7	0,33	2,909
1210	157,8	0,16	1,192	1480	334,2	0,33	2,975
1220	164,4	0,16	1,258	1490	340,7	0,34	3,041
1230	170,9	0,17	1,324	1500	347,3	0,35	3,107
1240	177,4	0,18	1,390	1510	353,8	0,35	3,173
1250	184,0	0,18	1,456	1520	360,3	0,36	3,239
1260	190,5	0,19	1,522	1530	366,9	0,37	3,306
1270	197,0	0,20	1,588	1540	373,4	0,37	3,372
1280	203,6	0,20	1,654	1550	379,9	0,38	3,438
1290	210,1	0,21	1,720	1560	386,5	0,39	3,504

Tabla 3. Relación de ancho de pulso aplicado con relación a la fuerza generada (newtons).

Fuente: El autor.

La entrada del sistema es el empuje de la hélice FH dado en newtons, esto supondría que para un empuje aplicado de la hélice el sistema tendría un determinado ángulo de salida, pero el sistema es no lineal oscilatorio con un comportamiento Subamortiguado por esto

debe ser aplicado el controlador correspondiente para obtener la salida deseada, este movimiento se comprobará en la identificación del sistema.

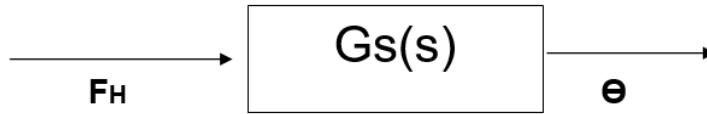


Figura 22. Entrada y salida del sistema en lazo abierto

Fuente: El autor.

5.4.4 Filtrado de la señal de entrada

Se activó el sistema aplicándole una entrada de ancho de pulso de 1160 microsegundos o una fuerza de empuje de 0,13 newtons para observar el comportamiento natural del sistema y se obtuvo la siguiente gráfica:



Figura 23. Comportamiento natural del sistema frente a una entrada escalón

Fuente: El autor.

Aunque ya se ha aplicado un filtro complementario para los datos del sensor IMU, el motor genera vibración sobre el sistema. Al momento de recoger los datos a través del mpu6050 se genera ruido que debe ser disminuido con un filtro, en este caso se aplica un filtro de respuesta al impulso finita (FIR) dado en el dominio del tiempo o (Media móvil) el cual hace un suavizado de la señal y disminuye el ruido. Este filtro consiste en el promedio de las últimas muestras y lo describe la siguiente ecuación:

$$y[n] = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x[n - k] \quad (5-16)$$

La implementación del código en el programa se hace tomando la señal de entrada del sensor de posición y pasándola a través de la ecuación como se muestra en la siguiente imagen:

```
double real_angle;  señal del sensor
float alpha = 0.1;  alpha
float S = real_angle;  salida suavizada
S = (alpha*real_angle)+((1-alpha)*S);  ecuación
```

Figura 24. Implementación de filtro FIR, pasa bajo-media móvil de tipo exponencial.
Fuente: El autor.

Alpha es la constante de suavizado, si alpha aumenta, el acercamiento a la señal real va a ser mayor y la respuesta de la señal filtrada va a ser más rápida, por el contrario, si Alpha es menor el suavizado va a ser mucho mayor y la respuesta será más lenta.

Una vez implementado el filtro se procedió a hacer la activación del sistema nuevamente para verificar que la señal fuera suavizada, obteniendo la siguiente grafica donde se evidencia la señal filtrada.

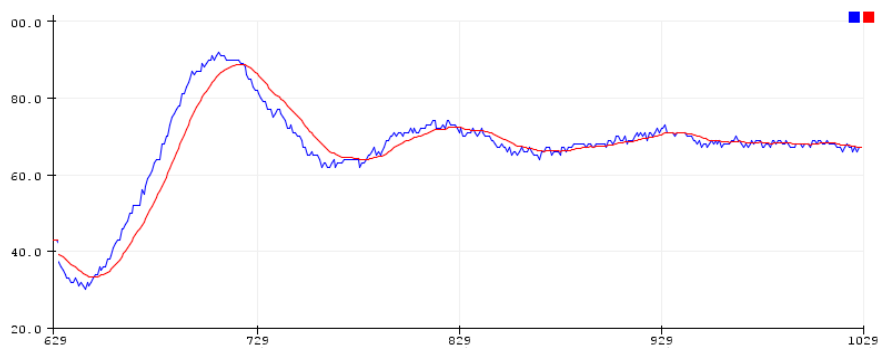


Figura 25. Señal de entrada & señal suavizada con filtro

Fuente: El autor

5.4.5 Identificación del sistema

El coeficiente de amortiguamiento determina el tipo de sistema que puede ser, subamortiguado, críticamente-amortiguado y sobre amortiguado como se muestra en la **figura 26**.

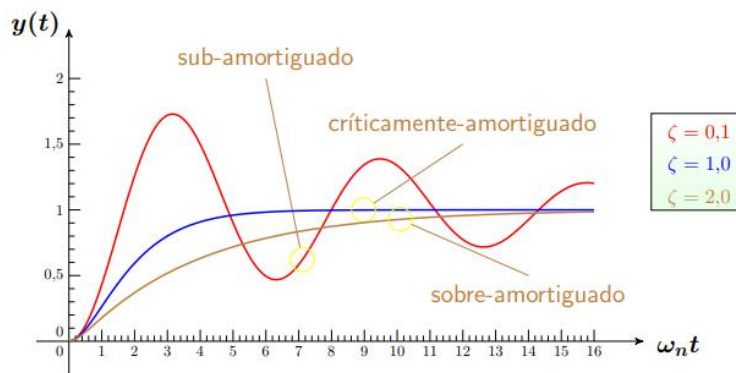


Figura 26. Salida $y(t)$ de un sistema de orden dos en su primera forma canónica con entrada escalón.

Fuente: (Monasterio, 2016)

Al ver el comportamiento del sistema frente a una entrada escalón y dejándolo oscilar de forma libre como se muestra en la **figura 25**, Se puede observar que el sistema tiene un comportamiento subamortiguado.

Las características del sistema en régimen transitorio deben ser usadas como especificaciones de diseño de los controladores, tales como tiempo de establecimiento t_s , la sobre elongación máxima M_p , el tiempo de pico t_p y el tiempo de subida t_r . Estos parámetros se muestran en la **figura 27**.

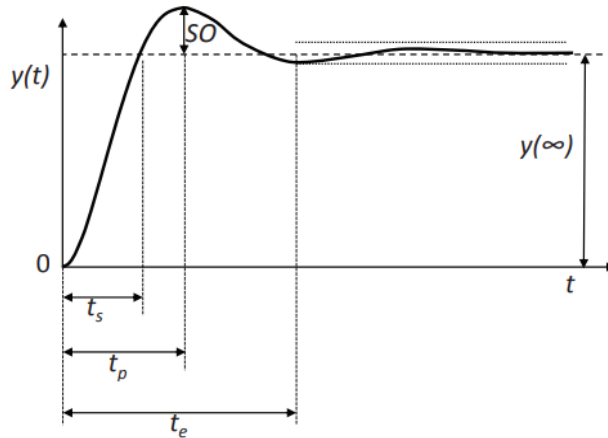


Figura 27. Ejemplo de sistema con características del régimen transitorio.

Fuente: (Pearson, 2015)

En la **ecuación (5-12)** existen diferentes incógnitas que no permiten obtener la función de transferencia del sistema desde el modelado matemático por lo cual se propone un modelo híbrido, por esta razón es necesario encontrar los parámetros de forma experimental para ello se usa la ecuación diferencial de segundo orden con base en la **ecuación (5-17)**, esta define el movimiento del sistema sobre amortiguado.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\delta\omega_n \frac{d\theta}{dt} + \omega_n^2\theta = K\omega_n^2 F_h \quad (5-17)$$

A la **ecuación (5-17)** se le debe aplicar la transformada de Laplace, lo que lleva a la ecuación característica de un sistema subamortiguado.

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{F_h(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5-18)$$

Para hallar los parámetros de ganancia estática (K), coeficiente de amortiguación (δ_u), y la frecuencia natural (ω_n) es necesario hallar mediante un proceso experimental la sobre oscilación ($SO(\%)$), el tiempo de pico (t_p (s)), el tiempo de subida(t_s (s)) y el tiempo de establecimiento (t_e (s)).

Para encontrar los valores de los parámetros de régimen transitorio se aplicó una entrada de escalón unitario de 0,5 newtons, Ver tabla 3. **Figura 28** muestra la gráfica obtenida a partir de esos parámetros.

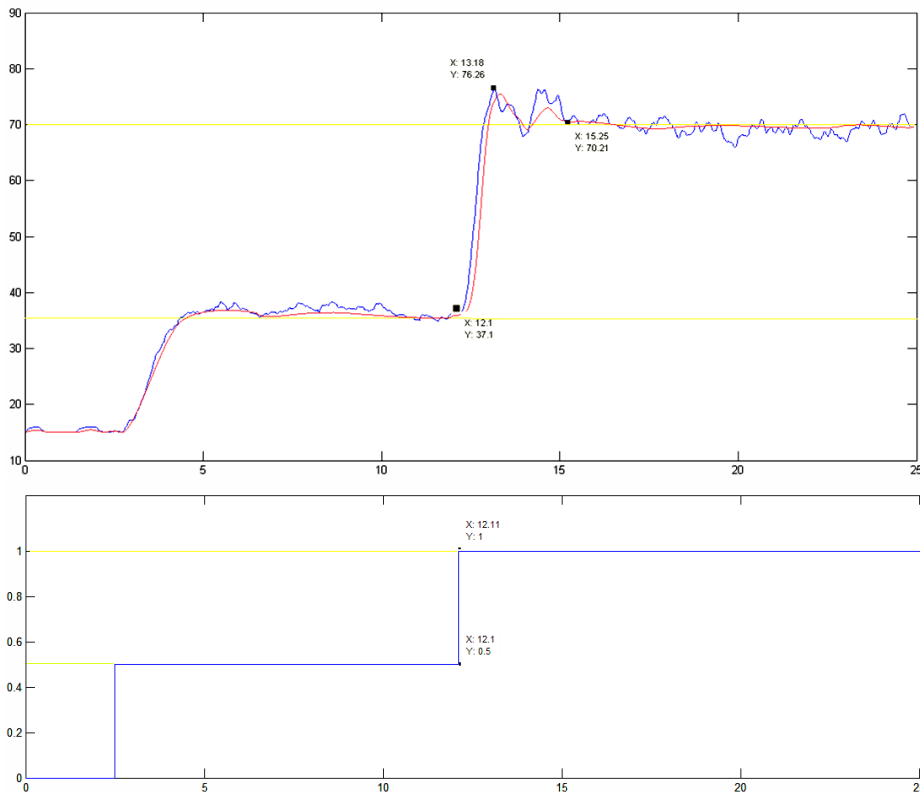


Figura 28. respuesta del sistema frente a una entrada escalón de subida de 0,5 newtons.

Fuente: el autor.

Tomando en cuenta la **ecuación (5-18)**, se hallan los parámetros necesarios para completarla con base en los valores obtenidos a partir de la gráfica de la **figura 28**.

- Frecuencia natural de subida:

$$\omega_n \uparrow = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \delta u^2} * t_p} = \frac{\pi}{\sqrt{1 - 0.476^2} * 1.07} = 3.609$$

- Ganancia estática de subida:

$$K \uparrow = \frac{\Delta\theta}{\Delta F} = \frac{\theta(sup) - \theta(Inf)}{F(sup) - F(Inf)} = \frac{70,21 - 37,1}{1 - 0,5} = 66,22$$

- Tiempo pico de subida

$$tp = tpico - tp.escalon = 13,18 - 12,11 = 1.07 \text{ Seg.}$$

- Sobre-Oscilación de subida

$$SO^{pu} \uparrow = \frac{(y(tp \uparrow)) - (y.estable)}{(y.estable) - y(t0)} = \frac{76,26 - 70,21}{70,21 - 37,1} = 0,182$$

- Coeficiente de amortiguación

$$\delta u = \sqrt{\frac{\ln^2(SO^{pu})}{\pi^2 + \ln^2(SO^{pu})}} = \sqrt{\frac{\ln^2(0.182)}{\pi^2 + \ln^2(0.182)}} = 0.476$$

La función de transferencia del sistema en lazo abierto es la siguiente:

$$G \uparrow (s) = \frac{K \cdot \omega n^2}{s^2 + 2 \cdot \delta \cdot \omega n \cdot s + \omega n^2} = \frac{66,22 * 3,609^2}{s^2 + 2 * 0,476 * 3,609 \cdot s + 3,609^2}$$

Operando los términos se obtiene la función de transferencial final:

$$G(s) = \frac{862,5}{s^2 + 3,436 \cdot s + 13,02} \quad (5-19)$$

5.5 Control

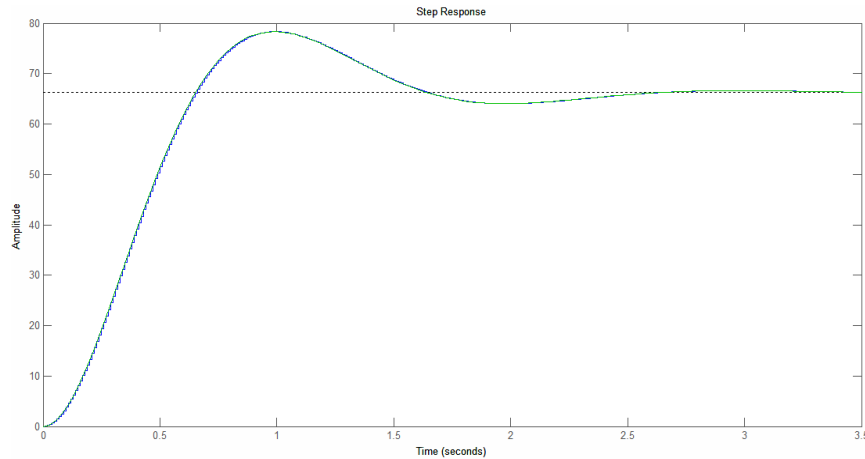


Figura 29. Señal de función de transferencia del sistema $G(s)$, dado por la ecuación (5-19).

Fuente: El autor

Una vez que se ha encontrado la función de transferencia se procede al diseño e implementación de los controladores PID y SMC, para hacer la comparación entre los controladores.

5.5.1 Controlador PID

El diseño del controlador fue realizado usando la herramienta Siso-tool del software Matlab que permite analizar y diseñar diversos tipos de control teniendo la función de transferencia $G(s)$ y estudiándola en lazo cerrado. Para esto se siguieron los siguientes pasos:

- Ingresar la función de transferencia en Matlab:

```
n = 862.5076198;  
d=[1 3.435768 13.024881];  
Gs=tf(n,d);  
Gs =  
  
      862.5  
-----  
s^2 + 3.436 s + 13.02  
  
Continuous-time transfer function.
```

De esta función de transferencia se obtiene la gráfica de la **Figura 29**, la cual es la respuesta al escalón.

- Luego se debe pasar la función de transferencia de tiempo continuo a tiempo discreto mediante la función `c2d` de matlab, donde el tiempo de muestreo definido para reconstruir la señal de manera fiable es 0.01 seg ya que este es el tiempo que tarda el sistema en responder ante una entrada escalón. Aunque puede ser mayor ya que el teorema de Nyquist indica que la frecuencia de muestreo debe ser mayor a dos veces la frecuencia máxima $\omega_s > 2\omega_n$, y el tiempo de muestreo máximo $T = 1/\omega_n$ es decir $T_{max} = 0.26$.

```
>> Gz = c2d(Gs,0.01)

Gz =

      0.04263 z + 0.04215
      -----
      z^2 - 1.965 z + 0.9662

Sample time: 0.01 seconds
Discrete-time transfer function.
```

- Para poder hacer el adecuado diseño del controlador se debe hacer el análisis de la ecuación en lazo cerrado, ya que solo así puede ser aplicado el compensador PID.

```
>> sys=feedback(Gz,1)

sys =

      0.04263 z + 0.04215
      -----
      z^2 - 1.922 z + 1.008

Sample time: 0.01 seconds
Discrete-time transfer function.
```

- Luego se debe abrir la herramienta para el diseño de control, `sisotool` permite variar las raíces, polos y ceros del sistema para hallar el control adecuado. Para abrir la herramienta se debe escribir `sisotool(Gz)`.

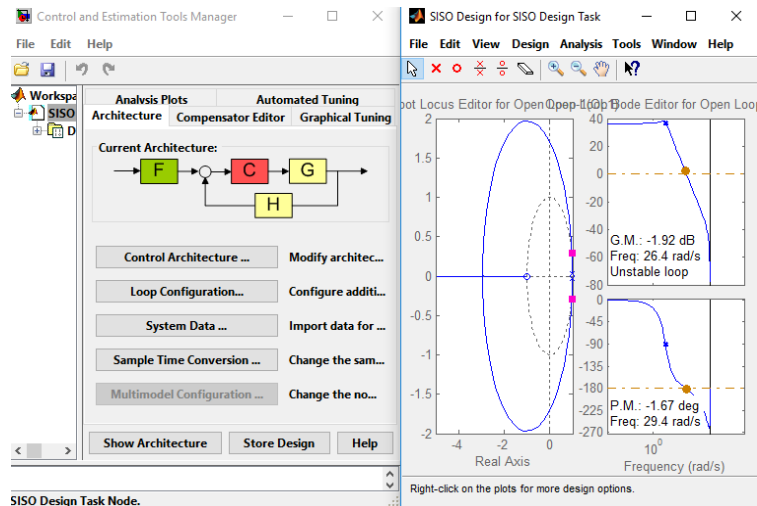


Figura 30. Herramienta Siso-tool para estimación y control.

Fuente: El autor

La respuesta al escalón que se muestra en la **Figura 29**, varía en función del control aplicado. Sisotool permite hacer auto-Tuning (Sintonización por Ziegler Nichols) para hallar el compensador adecuado.

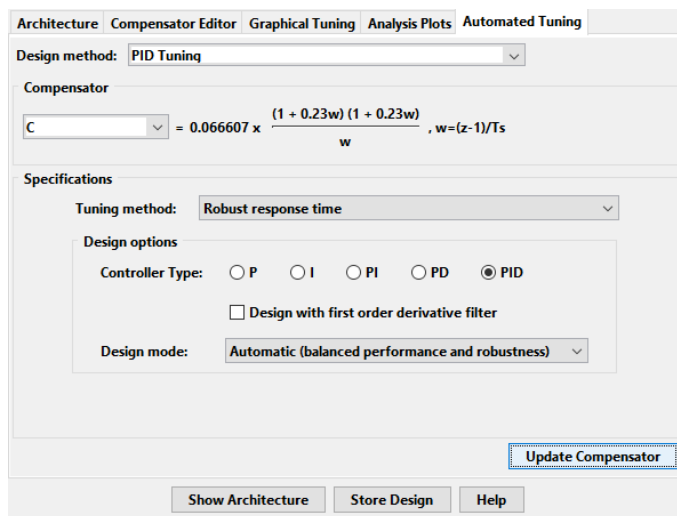


Figura 31. Auto-tuning o sintonización a través de Sisotool.

Fuente: El autor.

La respuesta al escalón despues de hallar el compensador se ve en la **Figura 32**.

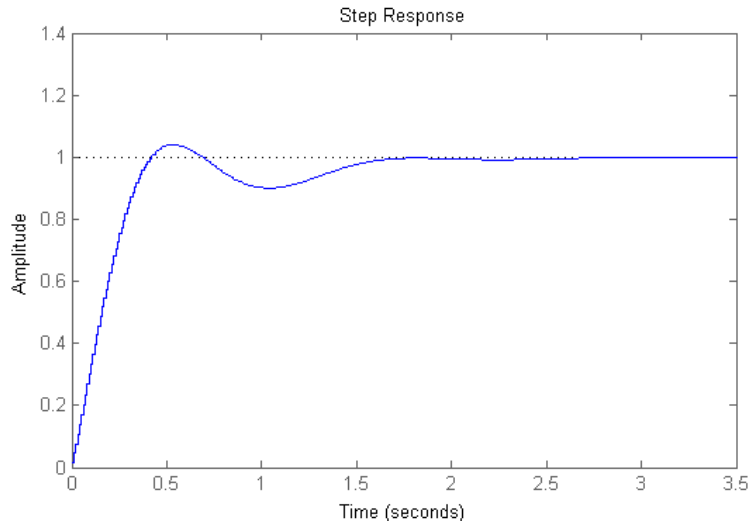


Figura 32. respuesta al escalón del sistema con compensador (C).
Fuente: El autor.

- La variable del compensador (C) se exporta al Workspace en Matlab y se usa el comando `pid(C)` para conocer los valores de K_p , K_i y K_d .

```
>> pid(C)

ans =

      Ts      z-1
Kp + Ki * ---- + Kd * ----
      z-1      Ts

with Kp = 0.0309, Ki = 0.0666, Kd = 0.00359, Ts = 0.01

Sample time: 0.01 seconds
Discrete-time PID controller in parallel form.
```

La sintonización también se puede hacer manualmente usando métodos como el de Ziegler Nichols que permiten hallar los valores adecuados de K_p , K_i , K_d .

5.5.2 Controlador SMC

Para conseguir hacer un control adecuado mediante la técnica de Modo deslizante y saber si al sistema puede ser aplicado esta técnica, es necesario llevar a cabo el análisis del sistema mediante ecuaciones de espacio de estado para lo cual se parte de la **ecuación (5-17)**, la cual es la ecuación de movimiento del sistema y de esta forma hallar la ecuación de estados equivalente:

La ecuación de estado equivalente es:

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}(t) + 2\delta\omega n\dot{\theta}(t) + \omega n^2\theta(t) &= K\omega n^2u(t) \\ \ddot{\theta}(t) &= K\omega n^2u(t) - \omega n^2\theta(t) - 2\delta\omega n\dot{\theta}(t) \\ \theta(t) &= X1(t) \\ \dot{X}1(t) &= X2(t) \\ \dot{X}2(t) &= K\omega n^2u(t) - \omega n^2X1(t) - 2\delta\omega nX2(t) \\ \dot{X}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega n^2 & -2\delta\omega n \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ K\omega n^2 \end{bmatrix} u(t)\end{aligned}\quad (5-20)$$

Para hallar el controlador en modo deslizante (Sliding Mode Controller) se debe hacer mediante tres pasos:

Primero. Definir la superficie de deslizamiento

$$S(t) = ax1(t) + x2(t); \quad a > 0$$

Segundo. Calcular el control equivalente aplicando la condición de invarianza

$$\begin{aligned}\dot{s} &= 0; \\ s(t) &= ax1(t) + x2(t) \\ -ax1(t) &= x2(t) \\ -a\dot{x}1(t) &= \dot{x}2(t); \quad \dot{x}1(t) = x2(t) \\ -ax2(t) &= \dot{x}2(t)\end{aligned}$$

Reemplazando se obtiene:

$$U_{eq}(t) = \frac{-ax2(t) + \omega nx1(t) + 2\delta\omega nx2(t)}{k\omega n^2}\quad (5-21)$$

Tercero. Ecuación del controlador

$$u(t) = U_{eq}(t) - k \cdot \text{sign}(s); \quad k > 0 \quad (5-22)$$

Para confirmar la fiabilidad de la ecuación para el controlador en modo deslizante, se implementó en Matlab tomando en cuenta los valores hallados para la ecuación de movimiento.

```

%loop for integrating the pendulum equation
for n=1:length(t)
    % defining the linear sliding surface
    s(n) = a*x1(n)+x2(n);
    % equivalent control; k is control gain; sign is signum function
    u(n) = ((-a*x2(n)+wn^2*x1(n)+2*z*wn*x2(n))/(ks*wn^2))-K*sign(s(n));
    %USING EULER APPROXIMATION OF INTEGRATION FOR EQUATION1 x1_dot=x2
    x1(n+1)=x1(n)+h*x2(n);
    % integrating second equation
    x2(n+1)=x2(n)+h*((ks*(wn^2)-wn^2*x1(n)-2*z*wn*x2(n))*u(n));
end % ending the running loop

```

Figura 33. Implementación de Sliding Mode Controller en Matlab.

Fuente: El autor.

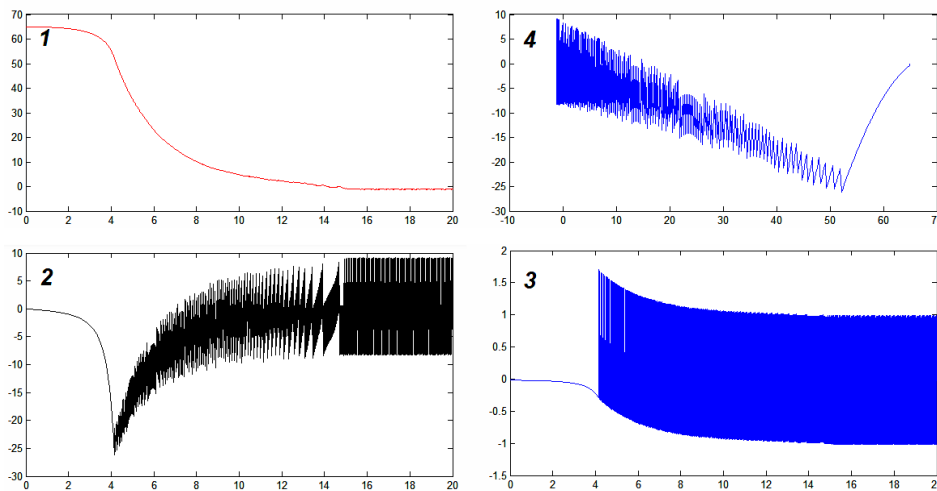


Figura 34. simulación de Sliding Mode Control en Matlab

Fuente: el autor.

En la figura 34. Se puede observar en 1. La salida o ángulo en cada instante de tiempo, en 2. La tasa de cambio del ángulo, en 3. Se muestra el chattering que es provocado por el

control en modo deslizante y, por último, en 4. Se logra observar cómo se hace la conmutación a través de la superficie de deslizamiento, esto comprueba que el Sliding Mode Control puede ser aplicado a este sistema.

Para desarrollar la implementación y que el controlador tenga una correcta autorregulación se debe usar un (modelo de primer orden más tiempo muerto o FOPDT) esto con el fin de sintonizar los parámetros de la ecuación de la forma adecuada

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau s + 1} \quad (5-23)$$

Donde, Ke^{-t_0s} es el tiempo muerto (Dead time) del proceso. Según (Camacho, 1999), (Camacho, 2000), (Camacho, 2007), (Oscar Camacho, 2000) en la literatura no se muestra un SMC que trate directamente con el dead time, por eso propone la siguiente forma general para el dead time,

Se aplica una aproximación de series de Taylor de primer orden al término de dead time:

$$e^{-t_0s} = \frac{1}{e^{t_0s}} = \frac{1}{t_0s + 1} \quad (5-24)$$

De lo que sustituyendo las ecuaciones

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s + 1)(t_0s + 1)} \quad (5-25)$$

Luego, la ecuación (5-25) es representada en forma diferencial

$$t_0 \frac{d^2X(t)}{dt^2} + (t_0 + \tau) \frac{dX(t)}{dt} + X(t) = KU(t) \quad (5-26)$$

Tomando en cuenta la ecuación (3-8) la cual define la superficie de deslizamiento se obtiene la siguiente ecuación:

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt \quad (5-27)$$

Con formato: Fuente: 16 pto

Con formato: Fuente: 16 pto

Definiendo la superficie de deslizamiento se obtiene la ecuación de control la cual es la suma de la parte continua con la discontinua:

$$U(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left[\frac{X(t)}{t_0\tau} + \lambda_0 e(t) \right] + KD \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (5-28)$$

y,

$$S(t) = \text{sign}(K) \left[-\frac{dX(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt \right] \quad (5-29)$$

La sintonización de los parámetros del control en modo deslizante se hace mediante el análisis FOPDT de la gráfica de la curva de reacción del sistema ante un escalón la cual está en la **Figura 35** para encontrar K, τ, t_0 .

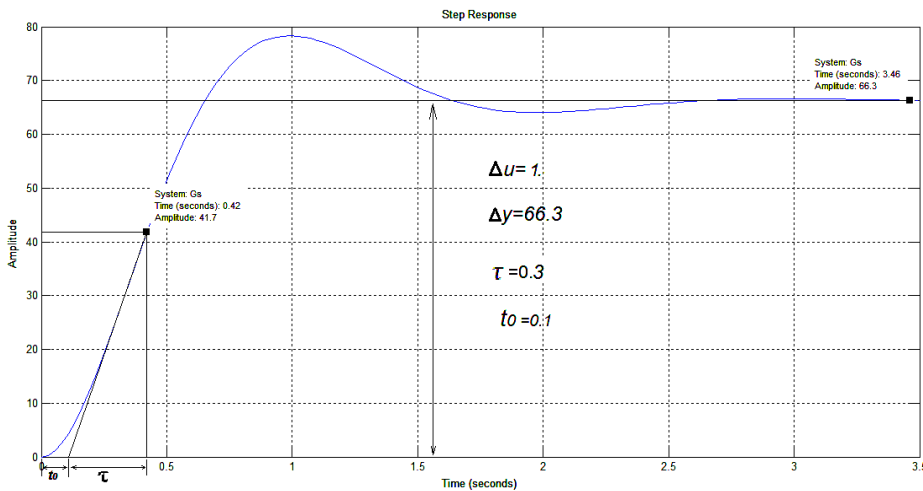


Figura 35. aplicación de FOPDT a grafica de respuesta escalón para determinar parámetros k, T, t_0 .

Fuente: el autor

$$K = 66.3; \quad \tau = 0.3; \quad t_0 = 0.1$$

En (**Camacho O. , 2005**) y en otra variedad de textos del mismo autor se muestran una serie de ecuaciones usadas para la sintonización en Sliding Mode Control, de las cuales son usadas las de autorregulación para efecto de este proyecto, estas ecuaciones se pueden visualizar en la **tabla 4**.

TABLE 2.30k

Summary of the Tuning Equations Used for SMCrs

	Self-Regulating	Inverse Response	Integrating	Dead-Time Compensator	Multivariable
λ_1	$\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau}$	$\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau}$	$\frac{1}{t_0}$	$\lambda \leq \frac{1}{\tau + t_0}$	$\frac{t_{oj} + \tau_{jj}}{t_{0jj} \tau_{jj}}$
λ_0	$\leq \frac{\lambda_1^2}{4}$	$\leq \frac{\lambda_1^2}{8}$	$\left(\frac{\lambda_1}{4}\right)^2$	—	$\leq \frac{\lambda_{ij}^2}{4}$
K_D	$\frac{0.51}{ K } \left[\frac{\tau_j}{t_{oj}} \right]^{0.76}$	$\frac{0.064}{K} \left[\frac{\tau}{t_0} \right]^{0.76}$	$\frac{0.64}{K} \left[\frac{1}{t_0} \right]^{0.76}$	$K_D \geq \frac{0.8}{ K } \left(\frac{\tau}{t_0} \right)^{0.76}$	$\mu_{ij} \frac{0.51}{ K_{jj} } \left[\frac{\tau_{jj}}{t_{0jj}} \right]^{0.76}$
δ	$0.68 + 0.12(KK_D \lambda_1)$	$0.68 + 0.12(KK_D \lambda_1)$	$0.68 + 0.12(KK_D \lambda_1)$	$0.68 + 0.12(KK_D \lambda)$	$0.68 + 0.12(K_{ij} K_{Dij} \lambda_{ij})$

Tabla 4. Ecuaciones dadas para sintonización de los parámetros para SMCrs.

Fuente: (Camacho O. , 2005)

De las ecuaciones teniendo en cuenta los parametros k, τ, t_0 se obtiene:

- $\lambda_1 = \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} = 13.33333333$
- $\lambda_0 \leq \frac{\lambda_1^2}{4} = 44.44444444$
- $K_D = \frac{0.51}{K} \left[\frac{\tau}{t_0} \right]^{0.76} = 0.02307692308$
- $\delta = 0.69 + 0.12 (K \cdot K_D \cdot \lambda_1) = 3.128$

5.6 Implementación de los controladores.

Para la implementación del código de los controladores fue usado Visual Studio el cual es un framework que permite editar código en diferentes lenguajes en este caso el usado C++, el cual es cargado en la tarjeta ESP8266. Para entender la implementación, en la **figura 36** se muestran los elementos principales del sistema de control en este proyecto.

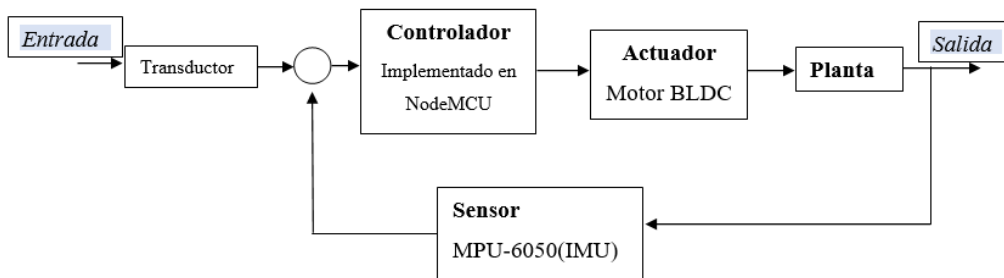


Figura 36. Diagrama de bloques del sistema de control.
Fuente: El autor.

5.6.1 Implementación de PID:

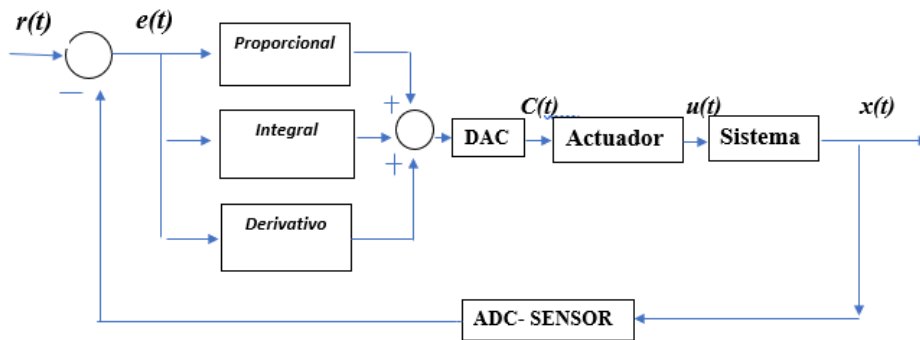


Figura 37. Diagrama de bloques controlador PID
Fuente: El autor

Para la implementación del PID se planteó el siguiente Pseudo-código:

	1.	<code>Timer.PID.Start</code>
	2.	<code>Error(e(t)) = Setpoint - Angle (SensorIMU); -----> // error</code>
	3.	<code>Integrator = integrator + error(e(t)) * tau ; -----> // integrator</code> <code>tau= tiempo de muestreo</code>
	4.	<code>if (integrator > 150)</code>
	5.	<code>{integrator = 150;}</code>
	6.	<code>if (integrator < -150)</code>
	7.	<code>{integrator = -150;} -----> //anti wind-up</code>
	8.	<code>derivativo = (error(e(t)) - last_error) / tau; -----> // Derivativo</code>

9.	control(out) = (Kp* error(e(t))) +(Ki*integral) +(Kd*derivativo); -----> <i>//u(t) //</i> <i>Donde Kp, Ki, Kd son parámetros de sintonización del PID</i>
10.	last_error = error(e(t));
11.	<i>Timer.PID.Stop</i>
12.	<i>if</i> (control > 11)
13.	{control = 11;}
14.	<i>if</i> (control < -11)
15.	{control = -11;} -----> <i>//Limita la salida de control al motor</i>
16.	<i>TimerPID = TimerPIDStop-TimerPIDStart;</i>
17.	control(salida); delay (τ - <i>TimerPID</i>) -----> <i>// señal de salida del controlador;</i>

En la línea 1. Se inicia un timer el cual almacena en una variable temporal el tiempo de procesamiento hasta tener la salida del control.

En la línea 2. Se halla el error el cual es igual a la diferencia entre el ángulo deseado es decir el setpoint y el ángulo del sensor.

En la línea 3. Se describe la integral del error con respecto al tiempo.

De la línea 4 a 7. se describe la compensación anti wind-up, la cual evita la saturación del controlador por parte del integrador, evita que el controlador alcance valores excesivos que deterioran la respuesta transitoria del sistema.

En la línea 8. Se describe la derivada del error con respecto al tiempo.

En la línea 9. Se implementa la ecuación de control tomando en cuenta el valor derivativo e integral.

En la línea 10. En esta línea de código se crea una variable de error posterior a la ecuación de control, pero anterior a uno ya ocurrido, para de esta forma hallar un valor diferencial.

En la línea 11. termina el conteo del Timer que se inició en la línea 1.

De la línea 12 a 15. se limita el control o la señal de salida para adecuarla al control del motor.

En la línea 16. Detecta el tiempo del de operación del control PID.

En la línea 17. Se aplica el retardo del sistema que es la diferencia entre el tiempo de muestreo y el tiempo de operación del PID.

5.6.2 Implementación de SMC:

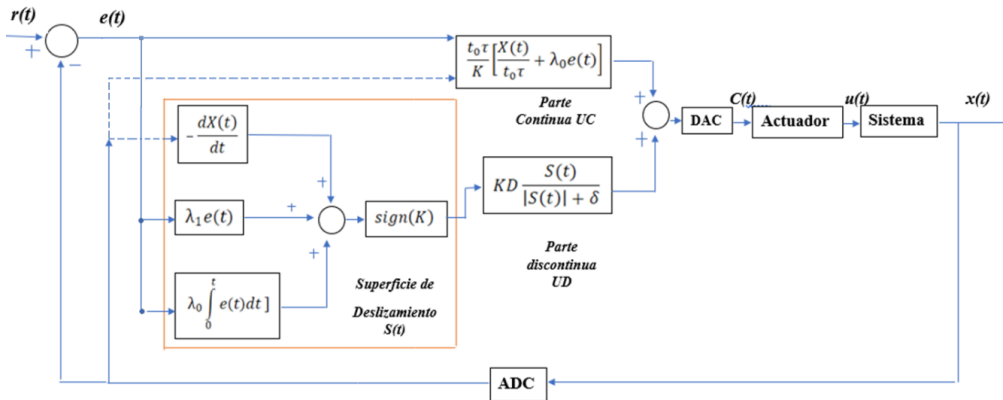


Figura 38. Diagrama de bloques de controlador en modo deslizante (SMC).

Fuente: El autor.

Para la implementación del SMC se planteó el siguiente Pseudo-código:

1. Timer.SMC.Start
2. Error(e(t)) = Setpoint - Angle (SensorIMU); -----> // error
3. Integrator = integrator + error(e(t)) * tau; -----> // integrator <div style="text-align: right; color: blue;"><i>donde tau = tiempo de muestreo</i></div>
4. if (integrator > 150)
5. {integrator = 150;}
6. if (integrator < -150)
7. {integrator = -150;} -----> //anti wind-up
8. derivativo = (error(e(t)) - last_error) /tau; -----> // Derivativo
9. Y = (derivativo + lambda1* error(e(t)) + lambda0*Integrator) -> // Donde Lambda0 y <div style="text-align: right; color: blue;"><i>Lambda1 son constantes de sintonización</i></div>
10. st = sign(k)*Y; -----> // define La curva de deslizamiento //Donde k es <div style="text-align: right; color: blue;"><i>La ganancia hallada mediante FOPDT</i></div>
11. Ut = (Angle(IMU)/k) + ((a*error) /k) +KD*(st/(abs(st)+delta)); -----> //Donde: a = <div style="text-align: right; color: blue;"><i>t0*tau/K & KD es un parámetro de sintonización</i></div>
12. Timer.SMC.Stop
13. Convertir salida Control a val BLDC ---> //Limita La salida de control al motor
14. TimerSMC = TimerSMCStop-TimerSMCstart;
15. control(salida); delay (tau-TimerSMC) -----> // señal de salida del controlador;

En la línea 1. Se inicia un timer el cual almacena en una variable temporal el tiempo de procesamiento hasta tener la salida del control.

En la línea 2. Se halla el error el cual es igual a la diferencia entre el ángulo deseado es decir el setpoint y el ángulo del sensor.

En la línea 3. Se describe la integral del error con respecto al tiempo.

De la línea 4 a 7. se describe la compensación anti wind-up al igual que en el controlador PID, la cual evita la saturación del controlador por parte del integrador, evita que el controlador alcance valores excesivos que deterioran la respuesta transitoria del sistema.

En la línea 8. Se describe la derivada del error con respecto al tiempo.

En la línea 9-10. Se define la curva de deslizamiento que tendrá el controlador donde se toma en cuenta el signo de la variable, y el error define esta curva.

En la línea 11. Se implementa la ecuación de control de en modo deslizante la cual fue definida en la **ecuación (5-28)**.

En la línea 12. Termina el conteo del Timer que se inició en la línea 1.

En la línea 13. En esta línea se convierte la señal de control a la variable que se necesite controlar.

En la línea 14. Detecta el tiempo de operación del control SMC.

En la línea 15. Se aplica el retardo del sistema que es la diferencia entre el tiempo de muestreo y el tiempo de operación del SMC.

5.6.3 Implementación de Hardware

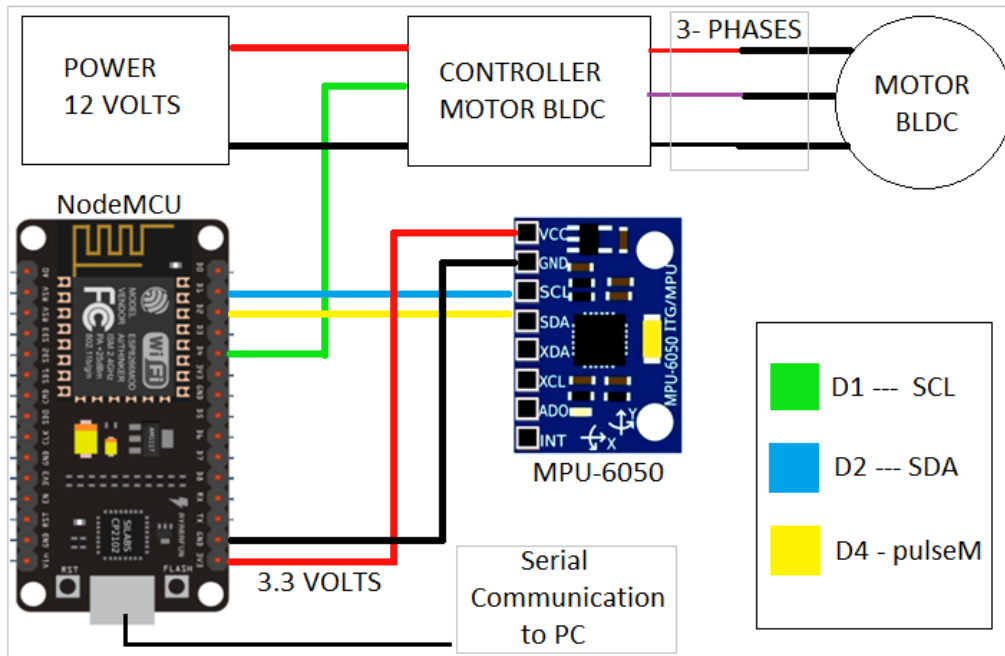


Figura 39. Diagrama de conexiones del sistema.

Fuente: El autor.

En la **Figura 39** Se pueden observar las conexiones debidas, como la conexión del sensor MPU6050 a la tarjeta Nodemcu que a su vez controla el motor BLDC. Se puede ver también las conexiones de la etapa de potencia al controlador del motor, la cual debe ser de 12 voltios y la salida del controlador al motor BLDC a través de sus 3 fases.

La selección del MPU6050 se hizo basado en la fiabilidad del sensor ya que se hizo la prueba con un potenciómetro y no mostró la misma exactitud debido a la vibración que genera el motor. En cuanto a la tarjeta ESP-Nodemcu, ésta se seleccionó debido a su bajo costo, pero también por la flexibilidad en cuanto a programación y su velocidad de procesamiento.

La etapa de potencia fue hecha a través de un circuito inversor de corriente el cual convierte de 120v de Corriente alterna a 12v de corriente continua, con una salida de 5v y 3,3v en caso de requerir alguna conexión en futuras pruebas del sistema.

5.7 Interfaz grafica

La interfaz gráfica fue desarrollada en Visual studio usando la herramienta Windows forms con código fuente C#. Esta interfaz permite un envío de datos efectivo y sin posibles errores. Se intentó hacer la HMI en otras herramientas como LabVIEW, pero no se obtuvo un envío de datos efectivo.

Se implementó un botón que permite la conexión a través del puerto serial, un botón que permite cambiar el modo de control (PID o SMC), además, la interfaz permite visualizar las señales del Angulo real y la señal de salida del control. En la parte inferior se implementó un scroll-bar que permite variar el setpoint del sistema.

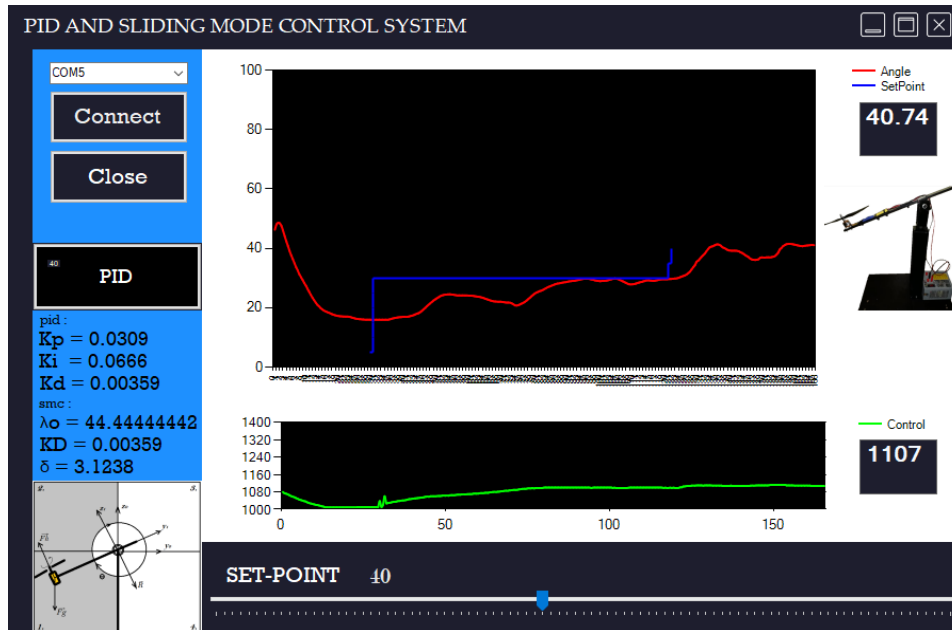


Figura 40. Interfaz gráfica para control del sistema.

Fuente: el autor

6. GRAFICAS Y TABLAS DE RESULTADOS

los parámetros de sintonización adecuados del sistema para un controlador PID se pueden observar en la tabla 5, estos parámetros deben ser variados con precaución cuando el sistema está activo ya que se puede ocasionar una sobreoscilacion que puede causar daños físicos

Parámetros PID	
Kp	0.0309
Ki	0.0666
Kd	0.00359

Tabla 5. Parámetros de sintonización PID. Kp, Ki, Kd.

Fuente: El autor.

La respuesta del sistema con un compensador PID ante diferentes entradas escalón se puede observar en la gráfica de la figura 41.

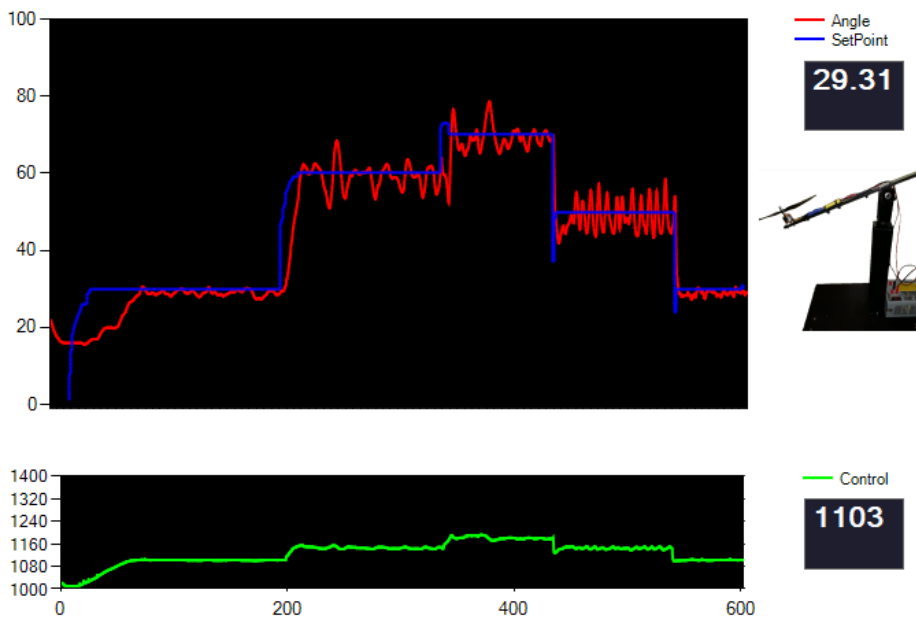


Figura 41. Respuesta del controlador PID ante diferentes cambios de Setpoint

Fuente: El autor (tomada a partir de la interfaz gráfica)

Los parámetros de sintonización del controlador en modo deslizante obtenidos mediante el análisis FOPDT se visualizan en la tabla 6 y 7, de igual forma que con el controlador PID se activó el sistema para obtener la respuesta del sistema con el controlador SMC que se observa en la Figura 42.

Parámetros FOPDT	
K	66.3
τ	0.3
t₀	0.1

Tabla 6. Parámetros FOPDT (The First Order Plus Dead Time).

Fuente: El autor.

Parámetros SMC	
λ_1	13.333333
λ_0	44.3611
K_D	0.02307
δ	3,128

Tabla 7. Parámetros de sintonización para controlador en modo deslizante. SMC (Sliding Mode Controller).

Fuente: El autor.

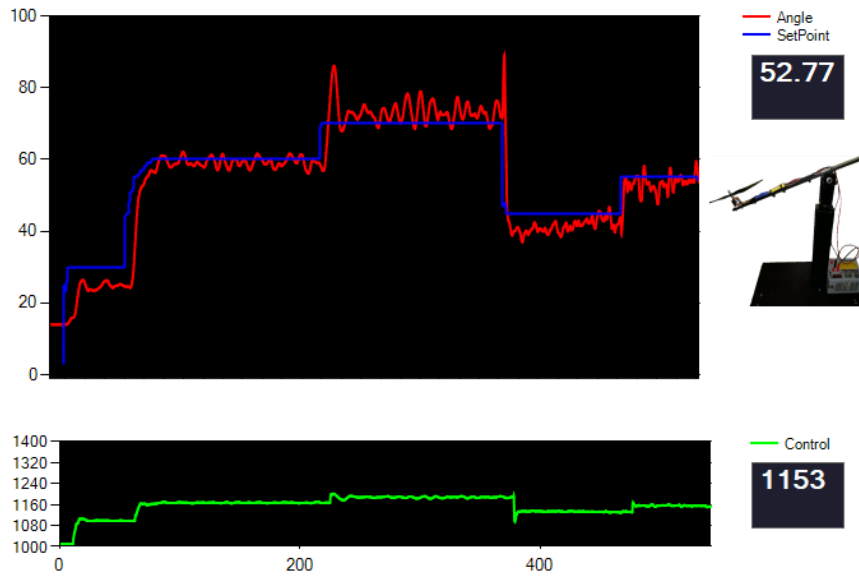


Figura 42. respuesta del controlador SMC ante diferentes cambios de Setpoint.
 Fuente: El autor (tomada a partir de la interfaz gráfica)

7. CONCLUSIONES

- Los controladores PID y SMC aquí descritos pueden ser implementados en cualquier tarjeta comercial ya que el algoritmo fue basado en lenguaje C, pero puede ser llevado fácilmente a otro lenguaje de programación, así como también se pueden implementar otros métodos de control en el sistema.
- Para hallar la función de transferencia del sistema $G(s)$ se debe hacer mediante un modelo híbrido, es decir que al hallar el modelo matemático se obtuvieron incógnitas que debieron relacionarse mediante la identificación del sistema a través del comportamiento natural del mismo y así hallar $G(s)$.
- Al igual que en la implementación del controlador PID, en SMC es necesario poner un Anti-windup para evitar la saturación por parte de la integral que se encuentra descrita en la ecuación del error del Sliding Mode Control.
- **En las figuras 41 y figuras 42**, se puede observar la respuesta de los dos tipos de controladores implementados en esta investigación, de lo que se concluye que el PID tiene un funcionamiento similar al del Sliding Mode Control, pero el SMC muestra una disminución representativa del chattering.
- Al hacer la aproximación FOPDT (The First Order Plus Dead Time), si es cambiado el dead time t_0 se cambian los parámetros de sintonización del controlador en modo deslizante lo que hace que la respuesta del sistema cambie. Si el dead time es duplicado también la sobreoscilación, por el contrario, si el dead time es dividido en dos la sobreoscilación disminuye.
- El desarrollo de la interfaz gráfica (HMI) se basó en el cumplimiento de los requerimientos para controlar la planta tales como poder observar la evolución del sistema a través del tiempo con diferentes entradas escalón unitario, poder variar el setpoint y cambiar el tipo de control que se desea usar en sistema.
- Las pruebas realizadas en el banco de pruebas de control muestran un resultado satisfactorio, con una interfaz de usuario amigable y cumple con el objetivo de ser una herramienta que ayude a los estudiantes en esta área al aprendizaje de diferentes métodos de control.

- A futuro en este tipo de planta puede ser implementado muchos más tipos de control y analizar sus implicaciones sobre este, también con los controladores en modo deslizante se busca que pueda ser implementado en otro tipo de plantas basado en el diseño aquí propuesto, como por ejemplo estabilizadores para torres grúas

8. RECOMENDACIONES

- Al activar el sistema se deben aplicar las precauciones necesarias como lo son: tomar la distancia pertinente del usuario a la planta para evitar tanto daños en la estructura como daños físicos al usuario.
- Se recomienda no poner valores excesivos o valores de sintonización no calculados a los controladores ya que puede crear una sobreoscilación muy alta y el sistema puede responder de manera brusca, haciendo que tenga un posible daño de la estructura física.
- Si se desea implementar un controlador en modo deslizante (SMC) se recomienda probar en Matlab si el sistema es adecuado para implementar este tipo de control.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- J. E. Jimbo, «Caracterización del funcionamiento de un motor eléctrico de corriente continua sin escobillas brushless con 1000 watts de potencia,» cuenca , Universidad politécnica salesiana sede cuenca, 2015.
- J. C. Gonzalo Solchaga, «Control motor brushless sensorless,» Universidad Pública de Navarra, 2015.
- S. W. Sung, J. Lee y I.-B. Lee, «Structure of Proportional-Integral-Derivative Controllers and Implementation in Computers/Microprocessors,» de *Process Identification and PID Control*, 2009.
- V. Mazzone, «Controladores PID,» Universidad nacional de quilmes, 2002.
- M. S. R. Freddy Marquez, Diseño y construcción de un banco de pruebas para motores motocilíndricos de cuatro tiempos a gasolina, Bucaramanga: Universidad Pontificia Bolivariana, 2011.
- J. Moreno, «Distributed Learning Fractal Algorithm for Optimizing a Centralized Control Topology of Wireless Sensor Network Based on the Hilbert Curve L-System,» 2019.
- C. Gonzalez, Comparación de un controlador LQR vs un controlador PID implementados en un helicóptero de dos grados de libertad pivotado, Bogotá : Universidad distrital Francisco José de Caldas , 2016.
- D. F. Calatayud, Adquisición de datos IMU de un sistema embebido, 2015: Universidad Politécnica de Valencia..
- F. Monasterio, Sistemas de segundo orden: especificaciones de diseño del régimen transitorio. Controladores P, PD y P-D, 2016.
- Pearson, Respuesta temporal de segundo orden, Pearson , 2015.
- J. Ayala y R. Gutiérrez, Diseño e implementación de un control dual por modos deslizantes para un convertidor Buck DC-CA, Ciencia e Ingeniería Neogranadina , 2015.
- M. Sulaiman, «Sliding Mode Speed Control for Induction Motor Drives with State-Dependent Gain Method,» *International Review on Modelling and Simulations (I.R.E.M.O.S.)*, Vol. 6, n. 3, 2013.
- P. S. King, « Adaptive Control System -Sliding Mode Control,» 2010.
- J. Calvo, «Control en modo deslizante aplicado en sistemas de acondicionamiento de potencia en satélites (Tesis Doctoral),» Universidad Politécnica de Cataluña, 2001.
- O. Camacho, «Toward an Implementation of Sliding Mode Control to Chemical Processes,» *Research Gate*, 2016.

- O. Camacho, «Variable structure control applied to chemical processes with inverse response,» *ISA Transaction*, 1999.
- O. Camacho, «Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes,» *ISA Transactions*, 2000.
- O. Camacho, «Some long time delay sliding mode control approaches,» *ISA transsaccions*, 2007.
- C. A. S. Oscar Camacho, «Sliding Mode Control: An Approach To Regulate Nonlinear Chemical Processes,» *University of South Florida*, 2000.
- O. Camacho, «Sliding Mode Control in Process industry,» *Béla Lipták*, 2005.
- J. Jimbo, Caracterización del funcionamiento de un motor de corriente continua Brushless, Cuenca: Universidad politécnica de cuenca, 2015.
- A. S. F. Y. Y.B. Adyapaka Apatya, «Design and Prototyping of 3-Phase BLDC Motor,» *Symp. Elec. and Com. Eng.*, p. 1, 2017.
- f.-s. p. w. h. r.-t. p. f. c. e. e. A low-cost, «A low-cost, free-software platform with hard real-time performance for control engineering education,» *A low-cost, free-software platform with hard real-time performance for control engineering education*, 2018.
- CEA. [En línea]. Available: <https://consumerenergyalliance.org/>.
- FAA, «Federal Aviation Administration,» 2018. [En línea]. Available: <https://www.faa.gov/>.
- S. U. P. Sierra, Instrumentación y actualización de un banco de pruebas para las materias de Instrumentación y Dinámica de procesos, Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2018.