

К НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Б.В. Алексеев, заведующий кафедрой

кафедра Физики МИТХТ им. М.В. Ломоносова

e-mail: boris.vlad.alexeev@gmail.com

Исследована возможность применения нелокальной физики в теории сверхпроводимости и, прежде всего, высокотемпературной сверхпроводимости. Показано, что в условиях сверхпроводимости при отсутствии образования химической связи происходит эстафетное движение солитонной системы «ион решетки – электрон». С позиции квантовой гидродинамики солитонов проблема поиска высокотемпературных сверхпроводящих материалов сводится к поиску материалов, решетки которых обеспечивают движение неразрушающихся солитонов. Такие материалы нужно специально создавать (конструировать), используя технологию создания материалов со специальным упорядоченным введением квантовых точек на основе предлагаемой теории.

The possibility of the non-local physics application in the theory of superconductivity was investigated. It is shown that under the superconducting conditions the relay motion of the soliton system («lattice ion – electron») is realized when chemical bonds are absent. In terms of quantum hydrodynamics the problem of creation of high temperature superconductors is reduced to finding materials, the lattices of which could realize the soliton motion without destruction. These materials should be created using the technology of quantum dots.

Ключевые слова: основания теории процессов переноса, теория солитонов, обобщенные гидродинамические уравнения, основания квантовой механики, высокотемпературная сверхпроводимость.

Key words: foundations of the theory of transport processes, the theory of solitons, generalized hydrodynamic equations, foundations of quantum mechanics, high-temperature superconductivity.

Введение

Целью предлагаемой работы является исследование возможности применения нелокальной физики в теории сверхпроводимости и, прежде всего, высокотемпературной сверхпроводимости. Нелокальная физика доказала свою высокую эффективность при решении широкого спектра задач – от проблем атомной физики до космологии [1–18]. В упомянутых работах содержится не только строгая теория, но и изложение качественных аспектов теории с минимальным применением математического аппарата. Тем не менее, сделаем некоторые замечания принципиального характера.

Уравнение Больцмана «не работает» на расстояниях порядка радиуса взаимодействия частиц и, следовательно, также не может эффективно использоваться при теоретическом исследовании проблем нанотехнологии даже в рамках «правдоподобных» моделей.

В 1964 году Джон Стюарт Белл опубликовал в статье [19] неравенства, нарушение которых означало неприменимость локального статистического описания. Иначе говоря, Белл установил, что любые локальные статистические теории неизбежно приводят к противоречию с квантовой механикой Шредингера – Маделунга. Указанное утверждение проверено экспериментально [20]. Отметим, что уравнение Шредингера и его эквивалентная гидродинамическая форма Маделунга не описывают диссипативные процессы и, следовательно, не могут эффективно использоваться в нанотехнологии. Для локальных статистических теорий установлено нарушение неравенств Белла, и переход к нелокальному описанию неизбежен. Введение открытого контрольного объема для

ансамбля частиц конечного диаметра приводит к флуктуациям (пропорциональным числу Кнудсена) моментов скорости в упомянутом объеме. Этот факт приводит к радикальной реконструкции теории процессов переноса. Очевидно, указанные нелокальные эффекты могут трактоваться с позиции нарушения неравенств Белла, поскольку в нелокальной теории измерение, реализованное в элементарном контрольном объеме, влияет на измерение в соседней пространственно-временной «точке» и наоборот. Можно перечислить проблемы, в решении которых локальные статистические теории диссипативных процессов потерпели фиаско, укажем лишь некоторые из них.

Теория турбулентности, основанная на уравнениях Навье-Стокса, зашла в тупик.

В 1964 году устанавливается принципиальная неправильность локального статистического описания диссипативных процессов.

В 1982 году доказано [4], что в кинетическом уравнении Больцмана утеряны однопорядковые члены и выводится позже обобщенное нелокальное уравнение Больцмана. Тем не менее, работы в рамках локальной кинетической теории продолжают, пока не разразилась полная катастрофа с потерей 96% материи и энергии во Вселенной.

Проблемы, с которыми сталкивается локальная релятивистская гидродинамика, в частности, нарушение принципа причинности при исследовании распространения возмущений, необходимость введения без достаточного теоретического обоснования большого числа дополнительных диссипативных членов в гидродинамические уравнения для получения соответствия решений экспериментальным дан-

ным, требуют поиска новых подходов к гидродинамическому описанию движения релятивистских систем. Современные релятивистские локальные гидродинамические теории сталкиваются со значительными трудностями. Поэтому была поставлена задача вывести обобщенное уравнение Больцмана, применимое для релятивистского случая, и соответствующую ему систему гидродинамических уравнений [3].

Унифицированная нелокальная теория работает в гигантском диапазоне характерных масштабов. Следующие выводы принципиального значения могут быть сделаны на основе обобщенной квантовой теории [10–13]:

1. Квантовая механика Маделунга эквивалентна уравнению Шредингера (УШ) и приводит к описанию эволюции квантовой частицы в форме уравнения движения Эйлера и уравнения неразрывности.

2. УШ есть следствие уравнения Лиувилля как результат локальной аппроксимации нелокальных уравнений.

3. Обобщенная бoльцмановская физическая кинетика доставляет строгую аппроксимацию нелокальных эффектов в пространстве и времени и после перехода к локальной аппроксимации приводит к параметру τ , который на квантовом уровне соответствует принципу неопределенности Гейзенберга «время – энергия».

4. Обобщенные гидродинамические уравнения (ОГУ) приводят к УШ как глубокому частному случаю обобщенной бoльцмановской физической кинетики и, следовательно, нелокальной гидродинамики.

В последующих разделах будет сформулирована солитонная модель сверхпроводимости на основе обобщенных уравнений квантовой гидродинамики. Поэтому в наши намерения не входит обзор современного состояния теорий сверхпроводимости, основанных на использовании уравнения Шредингера. Ограничимся лишь напоминанием об экспериментальных фактах и использовании их при построении теоретических моделей.

Как известно, сверхпроводимость это, прежде всего, полное отсутствие электрического сопротивления. Явление сверхпроводимости открыто Г. Камерлинг-Оннесом (H. Kamerlingh-Onnes, 1911) при исследовании сопротивления ртути. Он обнаружил, что при охлаждении ртутной проволоки ниже критической температуры T_c (~4 К) её сопротивление скачкообразно обращается в нуль. На самом деле в любых сверхпроводниках процесс перехода из нормального состояния в сверхпроводящий режим не является моментальным и характеризуется некоторой шириной сверхпроводящего перехода ΔT . В низкотемпературных сверхпроводниках ΔT колеблется от 0.001 до 0.1 К. Для высокотемпературных сверхпроводников ΔT

может быть более 1 К. Нормальное состояние может быть восстановлено при пропускании через образец достаточно сильного тока или помещением его в достаточно сильное внешнее магнитное поле. Рис. 1.1 отражает эволюцию перехода в сверхпроводящее состояние в зависимости от индукции магнитного поля. До недавнего времени считалось, что магнитное поле является «злейшим врагом» сверхпроводимости, приводящим к резкому снижению критической температуры. Предполагалось даже, что высокотемпературная сверхпроводимость невозможна в материалах, содержащих железо. Однако недавно обнаружено усиление сверхпроводимости параллельным магнитным полем в ультратонких пленках, в частности в аморфной пленке свинца.

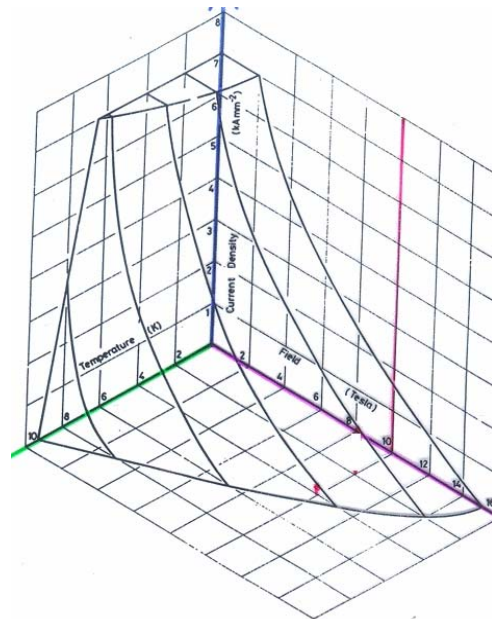


Рис. 1. Поверхность критического тока для сверхпроводящего сплава ниобий – титан (Hampshire R., Sutton J., Taylor M.T. (1969)).

Несмотря на то, что сверхпроводимость была открыта более ста лет назад, состояние теории нельзя признать удовлетворительным. Для «низкотемпературных» сверхпроводников теория, объясняющая это явление, была создана только в 1957 году американскими физиками Джоном Бардиным, Леоном Купером и Робертом Шриффером (теория БКШ) и, независимо от них, Н.Н. Боголюбовым в 1958 году.

Математическая модель теории основана на открытом в 1950 году фундаментальном экспериментальном факте – изотопическом эффекте [21, 22]. Установлено, что для кристаллических решеток из различных изотопов одного и того же элемента (в экспериментах [21, 22] использована ртуть) выполняется соотношение

$$T_c \sqrt{M} = const, \quad (1)$$

где M – массовое число атомов, из которых построена кристаллическая решетка, а

константа одинакова для всех изотопов элемента. Частота колебаний решетки ω связана с массой M ,

$$\omega \sim 1/\sqrt{M}. \quad (2)$$

Из (1), (2) следует вывод принципиальной важности – сверхпроводимость обусловлена взаимодействием электронов с колебаниями кристаллической решетки.

Этот вывод нобелевского уровня определил все последующее развитие теории сверхпроводимости, и до сих пор публикуются исследования, направленные на выяснение вопроса, кому же, собственно, принадлежит этот вывод.

Отметим сразу, что в последующей солитонной теории сверхпроводимости этот вывод не постулируется, а является прямым следствием математического моделирования.

Возвращаясь к публикациям 50-х годов, заметим, что статья Герберта Фрелиха [23] была получена журналом *Physical Review* 16 мая 1950 года. В статье утверждается, что эффект сверхпроводимости обусловлен взаимодействием между электронами и колебаниями решетки (фононами). При этом в статье не упоминается, что в майском номере того же журнала были опубликованы две экспериментальные работы [21, 22] (обе статьи получены журналом *Physical Review* 24 марта 1950 года), где описывались измерения критической температуры для различных изотопов ртути и формулировались выводы: «Существует систематическое уменьшение температуры перехода с увеличением массы» [21], «Из этих результатов можно заключить, что температура перехода в сверхпроводнике есть функция массы ядер; чем легче масса, тем выше температура перехода». Тремя днями позже, 19 мая 1950 года, Фрелих направил статью «Изотопический эффект в сверхпроводимости» в журнал *Proceedings of the Physical Society of London* (раздел «письмо к редактору», половина страницы текста). В письме Фрелих утверждает, что в теоретической статье [23] он предсказал существование изотопического эффекта. Этого мнения Фрелих придерживался до конца жизни. Отметим, что в краткой статье Джона Бардина [24], полученной журналом *Physical Review* 22 мая 1950 года, содержится ссылка на экспериментальные данные [21, 22]. Изложение последующего развития событий можно найти в исторической литературе (см., например, [25]).

Далее теория БКШ не будет использоваться, но качественная картина явления, следующая из модели БКШ, нам потребуется для сравнения с результатами математического моделирования в рамках квантовой гидродинамики солитонов. Предполагается, что электрон, движущийся в металле, деформирует (поляризует) состоящую из положительных ионов кристаллическую решетку. Даже при ОК решетка совершает «нуле-

вые» колебания. Электростатическое взаимодействие электрона с ионами решетки изменяет характер этих колебаний, что приводит к появлению дополнительной силы притяжения, действующей на другой электрон. В модели Дебая (1912 г.) колебания кристаллической решетки вещества рассматриваются как газ из фононов (термин позже введен И.Е. Таммом). Эти частицы обладают спектром частот, наивысшее значение которых ограничено дебаевской частотой ω_D . Модель Дебая правильно предсказывает теплоемкость при низких температурах, которая пропорциональна T^3 . В пределе высоких температур теплоемкость стремится к $3R$, согласно закону Дюлонга – Пти.

В результате этой деформации электрон оказывается окруженным «облаком» положительного заряда, перемещающимся по решетке вместе с электроном. Электрон и окружающее его облако представляют собой положительно заряженную систему, к которой будет притягиваться другой электрон, образующий Куперовскую пару. Таким образом, кристаллическая решетка играет роль промежуточной среды, наличие которой приводит к притяжению между электронами. Это притяжение рассматривается как обмен виртуальными фононами между электронами. В результате электроны оказываются связанными в узком слое вблизи границы поверхности Ферми.

Оценим характерный масштаб Δr области фононного взаимодействия. Энергия фонона $\eta\omega_D \sim \eta v_s / a$, где v_s – скорость звука, a – постоянная решетки. Характерный импульс $\Delta p \sim \eta\omega_D / v_F$, где v_F – скорость электронов вблизи поверхности Ферми. Из соотношения неопределенностей находим характерный масштаб области фононного взаимодействия

$$\Delta r \sim \eta / \Delta p \sim v_F / \omega_D \sim \frac{v_F}{v_s} a \sim \sqrt{\frac{M}{m}} a, \quad (3)$$

где M – масса иона решетки, m – масса электрона. Обычно приводится оценка $\Delta r \sim 10^{-5} \div 10^{-6}$ см. Итак, фононное притяжение существенно превосходит межатомные расстояния. Кулоновское отталкивание электронов превышает по величине фононное притяжение, но благодаря экранированию на межатомных расстояниях оно эффективно ослабляется, и фононное притяжение преобладает, объединяя электроны в пары. Иначе говоря, в отличие от теории металлов Блоха, основанной на одночастичных волновых функциях, в БКШ учитываются только парные корреляции.

Объединение электронов в пары позволяет избежать в БКШ принципиальных трудностей, возникающих в теории Шредингера, поскольку индивидуальный электрон обладает полужелым спином, подчиняется статистике Ферми и постулату Паули. Считается, что куперовская

пара обладает, вообще говоря, параллельными или антипараллельными спинами, что переводит их в класс бозонов, для которых возможно образование Бозе конденсата и которые не следуют запрету Паули. Куперовская пара с параллельными спинами оказывается неустойчивой, и сохраняются только пары с антипараллельными спинами. Таким образом, все куперовские пары находятся в одном и том же квантовом состоянии, и явление сверхпроводимости становится аналогом явления сверхтекучести, скажем, для ^4He . Предполагается также, что в отсутствие электрического тока суммарный импульс куперовской пары равен нулю. Если импульс одного электрона равен \mathbf{p} , а второго электрона $(-\mathbf{p})$, то при наложении внешнего электрического поля оба электрона получают дополнительный импульс \mathbf{p}' . При этом полный импульс куперовской пары равен $(\mathbf{p} + \mathbf{p}') + (-\mathbf{p} + \mathbf{p}') = 2\mathbf{p}'$. В результате куперовская пара начинает двигаться как целое под воздействием поля, в этом движении участвуют и ионы решетки. В Интернете, при желании, можно даже найти анимации, иллюстрирующие такое движение, характерный кадр из подобной анимации приводится в виде рис. 2.

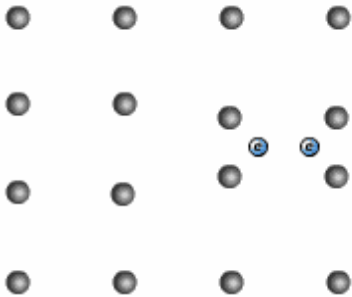


Рис. 2. Кадр из анимации, иллюстрирующей движение слева направо куперовской пары под воздействием внешнего электрического поля.

Из соотношения неопределенностей можно получить и характерное расстояние между куперовскими электронами. Типичная оценка составляет $\sim 10^{-4}$ см. Из этой оценки и оценки (3) следует, что мы имеем дело с макроскопическим (если угодно, гидродинамическим) квантовым эффектом. Следует иметь в виду, используя анимации типа рис. 2, что:

1. Расстояние между куперовскими электронами много больше расстояния между соседними ионами решетки.

2. При одновременном движении многих куперовских пар ионы решетки совершают колебательное движение, в основном, вдоль линии направленного движения электронов.

Прямого наблюдения куперовских пар не существует. В этом смысле положение напоминает теорию кварков. Обычно приводят аргу-

ментацию, основанную на теории сверхпроводящего кольца, по которому циркулирует сверхпроводящий ток.

Пусть электроны движутся по окружности радиуса r со скоростью v . В гауссовой системе единиц энергия контура с током I записывается в виде

$$W = \frac{1}{2c} I\Phi, \quad (4)$$

где Φ – магнитный поток через рассматриваемый круговой контур. Ток I_e в кольце, создаваемый движением индивидуального электрона есть $I_e = ev$, где v есть частота вращения электрона в кольце. Если N – полное число электронов в кольце, то $I = Ne v$. Используя (4), находим

$$W = \frac{1}{2c} \Phi Ne v = \frac{1}{2c} \Phi Ne \frac{v}{2\pi r}. \quad (5)$$

С другой стороны, та же энергия равна суммарной кинетической энергии электронов

$$W = \frac{1}{2} N m v^2. \quad (6)$$

Из (5), (6) следует

$$\Phi = 2\pi m v r c / e. \quad (7)$$

Если электроны движутся куперовскими парами, то импульс каждой такой пары равен

$$p_C = 2mv. \quad (8)$$

и, следовательно,

$$\Phi = p_C \pi r c / e. \quad (9)$$

Момент импульса куперовской пары может принимать только квантованные значения согласно соотношению

$$p_C r = n\hbar, \quad (10)$$

где n – целое число. Следовательно, магнитный поток в теории БКШ квантуется

$$\Phi_n = n \frac{hc}{2e}. \quad (11)$$

Квант магнитного потока определяется выражением

$$\Phi_0 = \frac{hc}{2e}, \quad (12)$$

$\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-7}$ Гс·см². Формула типа (12) получена Φ . Лондоном (1950 г.) еще до создания теории сверхпроводимости. Однако Лондон получил для Φ_0 вдвое большее значение по сравнению с тем, что дает формула (12), поскольку для импульса Лондон пользовался выражением $p = mv$, а не выражением $p = 2mv$, как сделано выше. Опыт показал правильность формул (11) и (12) и тем самым свидетельствовал в пользу возможности существования явления спаривания электронов.

Интенсивно ведется поиск сверхпроводников с высокими критическими температурами. Были исследованы многие материалы. Однако до 1986 максимальная критическая температура наблюдалась у сплава Nb_3Ge ($T_c \approx 23$ К). В 1986 И. Г. Беднорцем (J. G. Bednorz) и К.А. Мюллером (K.A. Müller) был открыт новый класс металлоксидных высокотемпературных

сверхпроводников (ВТСП), критическая температура которых в течение двух последующих

лет была «поднята» от 30-35 К до 120-125 К (см., например, табл. 1).

Таблица 1. Некоторые сверхпроводящие материалы

Материал	Тип	T_c, K
Цинк	металл	0.88
Алюминий	металл	1.19
Олово	металл	3.72
Ртуть	металл	4.15
$YBa_2Cu_3O_7$	керамика	90
$TlBaCaCuO$	керамика	125

Эти сверхпроводники интенсивно изучаются, ведутся поиски новых ВТСП. Однако, несмотря на очевидные успехи, можно констатировать:

1. Современные теории сверхпроводимости, основанные на использовании уравнения Шредингера, исчерпали свои возможности и не в состоянии объяснить эффект ВТСП.

2. Современные теории сверхпроводимости (включая БКШ), основанные на использовании уравнения Шредингера, не могут предложить принципы поиска или создания ВТСП.

3. Существует явная необходимость создания принципиально новых теорий сверхпроводимости.

Заканчивая введение целесообразно процитировать начало основополагающей статьи БКШ-теории [26]: «С момента открытия изотопического эффекта стало известно, что сверх-

проводимость возникает в результате взаимодействия между электронами и колебаниями решетки, однако, построение адекватной теории, основанной на этой концепции, оказалось весьма сложным делом». Основная цель последующего рассмотрения состоит в построении «адекватной теории, основанной на этой концепции», теории отличающейся от БКШ.

1. Квантовые гидродинамические уравнения в самосогласованном электрическом поле

Строгое рассмотрение приводит к следующей системе нелокальных обобщенных квантовых гидродинамических уравнений, записанных в форме обобщенных уравнений Эйлера [1, 2, 10–13].

Обобщенное уравнение неразрывности для компонента α :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_\alpha - \tau_\alpha \left[\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left\{ \rho_\alpha \mathbf{v}_0 - \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\rho_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0) \right] + \overset{\tau}{\mathbf{I}} \cdot \frac{\partial p_\alpha}{\partial \mathbf{r}} - \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} \right\} = R_\alpha. \quad (1.1)$$

Уравнение неразрывности для смеси:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho - \sum_\alpha \tau_\alpha \left[\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left\{ \rho \mathbf{v}_0 - \sum_\alpha \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\rho_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0) \right] + \overset{\tau}{\mathbf{I}} \cdot \frac{\partial p_\alpha}{\partial \mathbf{r}} - \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} \right\} = 0. \quad (1.2)$$

Уравнение движения для смеси:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \mathbf{v}_0 - \sum_\alpha \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \frac{\partial p_\alpha}{\partial \mathbf{r}} - \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} \right] \right\} - \sum_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \left[\rho_\alpha - \tau_\alpha \left(\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) \right) \right] - \\ & - \sum_\alpha \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left\{ \rho_\alpha \mathbf{v}_0 - \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \frac{\partial p_\alpha}{\partial \mathbf{r}} - \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B} \right] \right\} \times \mathbf{B} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left\{ \rho \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + p \overset{\tau}{\mathbf{I}} - \sum_\alpha \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \right. \right. \\ & \left. \left. + p_\alpha \overset{\tau}{\mathbf{I}} \right] + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \rho_\alpha (\mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0) \mathbf{v}_0 + 2 \overset{\tau}{\mathbf{I}} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\overset{\tau}{\mathbf{I}} p_\alpha \mathbf{v}_0) - \right. \\ & \left. - \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \rho_\alpha \mathbf{v}_0 - \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \rho_\alpha [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] \mathbf{v}_0 - \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \rho_\alpha \mathbf{v}_0 [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Уравнение энергии для компонента:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\rho_\alpha v_0^2}{2} + \frac{3}{2} p_\alpha + \varepsilon_\alpha n_\alpha - \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_\alpha v_0^2}{2} + \frac{3}{2} p_\alpha + \varepsilon_\alpha n_\alpha \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left(\frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{v}_0 + \frac{5}{2} p_\alpha \mathbf{v}_0 + \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_0 \right) - \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \right] \right\} + \\
 & + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{v}_0 + \frac{5}{2} p_\alpha \mathbf{v}_0 + \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_0 - \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{v}_0 + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{5}{2} p_\alpha \mathbf{v}_0 + \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_0 \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left(\frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \frac{7}{2} p_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \frac{1}{2} p_\alpha v_0^2 \overset{\tau}{\mathbf{I}} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{5}{2} \frac{p_\alpha^2}{\rho_\alpha} \overset{\tau}{\mathbf{I}} + \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \varepsilon_\alpha \frac{p_\alpha}{m_\alpha} \overset{\tau}{\mathbf{I}} \right) - \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 - p_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \overset{\tau}{\mathbf{I}} - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - \frac{3}{2} \mathbf{F}_\alpha^{(1)} p_\alpha - \frac{\rho_\alpha v_0^2}{2} \frac{q_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] - \frac{5}{2} p_\alpha \frac{q_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] - \right. \\
 & \left. - \varepsilon_\alpha n_\alpha \frac{q_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] - \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \right] \right\} - \left\{ \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \mathbf{v}_0 - \tau_\alpha [\mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \right. \\
 & \left. \left. \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot p_\alpha \overset{\tau}{\mathbf{I}} - \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - q_\alpha n_\alpha [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] \right) \right] \right\} = \\
 & = \int \left(\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} + \varepsilon_\alpha \right) J_\alpha^{st,el} d\mathbf{v}_\alpha + \int \left(\frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} + \varepsilon_\alpha \right) J_\alpha^{st,incl} d\mathbf{v}_\alpha.
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

Уравнение энергии для смеси:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\rho v_0^2}{2} + \frac{3}{2} p + \sum_\alpha \varepsilon_\alpha n_\alpha - \sum_\alpha \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_\alpha v_0^2}{2} + \frac{3}{2} p_\alpha + \varepsilon_\alpha n_\alpha \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left(\frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{v}_0 + \frac{5}{2} p_\alpha \mathbf{v}_0 + \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_0 \right) - \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \right] \right\} + \\
 & + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \rho v_0^2 \mathbf{v}_0 + \frac{5}{2} p \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_0 \sum_\alpha \varepsilon_\alpha n_\alpha - \sum_\alpha \tau_\alpha \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{v}_0 + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{5}{2} p_\alpha \mathbf{v}_0 + \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_0 \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left(\frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \frac{7}{2} p_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \frac{1}{2} p_\alpha v_0^2 \overset{\tau}{\mathbf{I}} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{5}{2} \frac{p_\alpha^2}{\rho_\alpha} \overset{\tau}{\mathbf{I}} + \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \varepsilon_\alpha \frac{p_\alpha}{m_\alpha} \overset{\tau}{\mathbf{I}} \right) - \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 - p_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \overset{\tau}{\mathbf{I}} - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \rho_\alpha v_0^2 \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - \frac{3}{2} \mathbf{F}_\alpha^{(1)} p_\alpha - \frac{\rho_\alpha v_0^2}{2} \frac{q_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] - \frac{5}{2} p_\alpha \frac{q_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] - \right. \\
 & \left. - \varepsilon_\alpha n_\alpha \frac{q_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] - \varepsilon_\alpha n_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} \right] \right\} - \left\{ \mathbf{v}_0 \cdot \sum_\alpha \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - \right. \\
 & \left. - \sum_\alpha \tau_\alpha \left[\mathbf{F}_\alpha^{(1)} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha \mathbf{v}_0) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \rho_\alpha \mathbf{v}_0 \mathbf{v}_0 + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot p_\alpha \overset{\tau}{\mathbf{I}} - \rho_\alpha \mathbf{F}_\alpha^{(1)} - q_\alpha n_\alpha [\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}] \right) \right] \right\} = 0.
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

здесь $\mathbf{F}_\alpha^{(1)}$ есть силы немагнитного происхождения, \mathbf{B} – магнитная индукция, $\overset{\tau}{\mathbf{I}}$ – единичный тензор, q_α – заряд частицы компонента α , p_α – статическое давление для компонента α , ε_α – внутренняя энергия для частиц компонента α , \mathbf{v}_0 – гидродинамическая скорость смеси, τ_α – нелокальный параметр.

В принципе обобщенные квантовые гидродинамические уравнения не нуждаются в использовании соотношения неопределенности «время – энергия» для оценки величины параметра нелокальности τ . Более того, неравенство неопределенности «время – энергия» не является точным

соотношением и с позиции нелокальной физики есть лишь простейшая оценка нелокальных эффектов. Действительно, рассмотрим два соседних физически бесконечно малых объема \mathbf{PhSV}_1 и \mathbf{PhSV}_2 в неравновесной системе. Очевидно, время τ должно уменьшаться с увеличением скорости u частиц, вторгающихся в ближайший соседний бесконечно малый объем (\mathbf{PhSV}_1 или \mathbf{PhSV}_2):

$$\tau = H/u^n. \quad (1.6)$$

Но величина τ не может зависеть от направления скорости, поэтому естественно связать τ с кинетической энергией частицы

$$\tau = H/mu^2, \quad (1.7)$$

где H – коэффициент пропорциональности, который отражает состояние физической системы. В простейшем случае коэффициент H равен постоянной Планка η и соотношение (1.7) согласуется с неравенством Гейзенберга.

Далее мы намерены получить решения типа солитонов из обобщенных гидродинамических уравнений (ОГУ) для плазмы, находящейся в самосогласованном электрическом поле. В этом случае все элементы возможного плазменного образования типа солитона должны двигаться с одной и той же поступательной скоростью. Следовательно, система ОГУ состоит из обобщенного уравнения Пуассона (отражающего эффекты флуктуации заряда и плотности потока заряда), двух уравнений неразрывности для положительно и отрицательно заряженных компонентов (в частности, для электронов и ионов решетки), одного уравнения движения и двух уравнений энергии для положительно и отрицательно заряженных компонентов. Эта система шести нестационарных одномерных уравнений записывается в виде:

(Уравнение Пуассона):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -4\pi e \left\{ \left[n_i - \tau_i \left(\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i u) \right) \right] - \left[n_e - \tau_e \left(\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_e u) \right) \right] \right\}. \quad (1.8)$$

(Уравнение неразрывности для положительно заряженного компонента):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_i - \tau_i \left[\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_i u - \tau_i \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_i u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u^2) + \frac{\partial p_i}{\partial x} - \rho_i F_i \right] \right\} = 0. \quad (1.9)$$

(Уравнение неразрывности для отрицательно заряженного компонента):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_e - \tau_e \left[\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_e u) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_e u - \tau_e \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_e u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_e u^2) + \frac{\partial p_e}{\partial x} - \rho_e F_e \right] \right\} = 0. \quad (1.10)$$

(Уравнение движения):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho u - \tau_i \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_i u) + \frac{\partial}{\partial x} (p_i + \rho_i u^2) - \rho_i F_i \right] - \tau_e \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_e u) + \frac{\partial}{\partial x} (p_e + \rho_e u^2) - \rho_e F_e \right] \right\} - \\ & - \rho_i F_i - \rho_e F_e + F_i \tau_i \left(\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u) \right) + F_e \tau_e \left(\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_e u) \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho u^2 + p - \tau_i \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_i u^2 + p_i) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u^3 + 3 p_i u) - 2 \rho_i u F_i \right] - \right. \\ & \left. - \tau_e \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_e u^2 + p_e) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_e u^3 + 3 p_e u) \right] - 2 \rho_e u F_e \right\} = 0. \end{aligned} \quad (1.11)$$

(Уравнение энергии для положительно заряженного компонента):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_i u^2 + 3 p_i - \tau_i \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_i u^2 + 3 p_i) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u^3 + 5 p_i u) - 2 \rho_i u F_i \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_i u^3 + 5 p_i u - \tau_i \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_i u^3 + 5 p_i u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u^4 + 8 p_i u^2 + 5 \frac{p_i^2}{\rho_i}) - \right. \right. \\ & \left. \left. - F_i (3 \rho_i u^2 + 5 p_i) \right] \right\} - \\ & - 2 u \rho_i F_i + 2 \tau_i F_i \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_i u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u^2 + p_i) - \rho_i F_i \right] = - \frac{p_i - p_e}{\tau_{ei}}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

(Уравнение энергии для отрицательно заряженного компонента):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_e u^2 + 3p_e - \tau_e \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_e u^2 + 3p_e) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_e u^3 + 5p_e u) - 2\rho_e F_e u \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_e u^3 + 5p_e u - \tau_e \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_e u^3 + 5p_e u) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_e u^4 + 8p_e u^2 + 5 \frac{p_e^2}{\rho_e} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - F_e (3\rho_e u^2 + 5p_e) \right] \right\} - \\ & - 2u\rho_e F_e + 2\tau_e F_e \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho_e u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_e u^2 + p_e) - \rho_e F_e \right] = - \frac{p_e - p_i}{\tau_{ei}}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

где u – скорость поступательного движения квантового объекта, n_i и n_e – числовая плотность заряженных компонентов, F_i и F_e – силы (потенциального и непотенциального происхождения), действующие на единицу массы положительно и отрицательно заряженных частиц.

Используемые далее аппроксимации для нелокальных параметров τ_i , τ_e и τ_{ei} нуждаются в дополнительных пояснениях. Аппроксимации для τ_i и τ_e соответствуют записи (1.7) в форме

$$\tau_i = \frac{H}{m_i u^2}, \quad \tau_e = \frac{H}{m_e u^2}. \quad (1.14)$$

Для нелокального параметра взаимодействия положительных и отрицательных частиц (в частности, электрон – ионного взаимодействия) τ_{ei} применимо соотношение

$$\frac{1}{\tau_{ei}} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_i}. \quad (1.15)$$

В этом случае параметр τ_{ei} соответствует времени релаксации в процессе взаимодействия частиц различного сорта. Преобразование (1.15) при условии $H = \eta$ согласуется с принципом неопределенности Гейзенберга. Из (1.15) следует

$$\frac{1}{\tau_{ei}} = \frac{\tau_e + \tau_i}{\tau_e \tau_i} = \frac{\frac{\eta}{m_e u^2} + \frac{\eta}{m_i u^2}}{\frac{\eta^2}{u^4} \frac{1}{m_e m_i}} = \frac{u^2}{\eta} (m_e + m_i). \quad (1.16)$$

Поэтому

$$u^2 (m_e + m_i) \tau_{ei} = \hbar. \quad (1.17)$$

Равенство (1.17) есть очевидное следствие соотношения неопределенности для комбинированной частицы, масса которой $m_i + m_e$.

Квантовая гидродинамика Маделунга (КГМ) эквивалентна уравнению Шредингера (УШ) и ведет к описанию эволюции квантовых частиц в форме уравнения Эйлера и «классического» уравнения неразрывности. Квантовые гидродинамические переменные КГМ, плотность ρ и гидродинамическая скорость u , связаны с параметрами α и β волновой функции $\psi = \alpha e^{i\beta}$ в УШ. Уравнение Шредингера в принципе не содержит уравнения энергии, являясь недиссипативным уравнением. Уравнение энергии обобщенной квантовой гидродинамики содержит давление p , которое может быть названо квантовым давлением нелокального происхождения. В определенном смысле это давление является аналогом давления Бозе – конденсата. Для действующих потенциальных сил электрического происхождения справедливы соотношения

$$F_i^{(pot)} = - \frac{e}{m_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad F_e^{(pot)} = \frac{e}{m_e} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (1.18)$$

где φ – скалярный потенциал.

2. Квантовые солитоны в самосогласованном электрическом поле

Детализируем далее постановку задачи. Рассматривается в рамках одномерной нестационарной задачи движение электронов и ионов решетки под воздействием самосогласованного электрического поля потенциального и непотенциального происхождения. Далее будет показано, что электрон и ион решетки при определенных условиях могут формировать солитон, не образуя

химически связанной системы. Для лучшего понимания ситуации исследуем образование молекулярной системы, когда внешнее электрическое поле отсутствует.

Введем координатную систему, движущуюся вдоль положительного направления оси x в одномерном пространстве со скоростью $C = u_0$, равной фазовой скорости рассматриваемого квантового объекта

$$\xi = x - Ct. \quad (2.1)$$

Принимая во внимание соотношение Де Бройля, следует ожидать, что групповая скорость u_g равна $2u_0$.

Действительно, запишем энергию релятивистской частицы

$$E = mc^2, \quad (2.2)$$

где

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_g^2}{c^2}}}, \quad (2.3)$$

c – скорость света, v_g – групповая скорость, m_0 – масса покоя частицы. Уравнение (2.2) может быть записано в виде

$$E = p \frac{c^2}{v_g}, \quad (2.4)$$

где

$$p = mv_g \quad (2.5)$$

есть импульс частицы. В нерелятивистском приближении (3.4) имеет вид

$$E = \frac{1}{2} m_0 v_g^2. \quad (3.6)$$

Используя принцип корпускулярно-волнового дуализма в интерпретации де Бройля, запишем энергию частицы

$$E = \eta\omega = \eta\kappa v_\phi, \quad (2.7)$$

где ω – круговая частота, а $v_\phi = \frac{\omega}{\kappa}$ – фазовая скорость, $\kappa = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны. Соответственно, импульс p частицы есть

$$p = \eta\kappa \quad (2.8)$$

и, используя (2.7), имеем

$$E = p v_\phi. \quad (2.9)$$

Тогда в нерелятивистском приближении

$$E = \frac{1}{2} m_0 v_g^2 = \frac{1}{2} p v_g. \quad (2.10)$$

Сравнивая (2.9) и (2.10), находим в нерелятивистском приближении (сравни с (1.8))

$$v_\phi = \frac{1}{2} v_g. \quad (2.11)$$

Таким образом, следует ожидать, что в подвижной системе координат, движение которой осуществляется с фазовой скоростью, неразрушающийся солитон имеет скорость, равную фазовой скорости (или равную единице при масштабировании, использованном далее).

Итак, переходим в подвижную систему координат. В подвижной системе координат все зависимые гидродинамические величины являются функциями (ξ, t) . Мы исследуем возможность образования квантового объекта типа солитона. Для указанного типа решения в системе координат, движущейся с фазовой скоростью u_0 , не существует явной зависимости от времени. Запишем систему обобщенных гидродинамических уравнений (2.8)–(2.13) для двухкомпонентной смеси заряженных частиц (не обладающих внутренней энергией) в безразмерной форме. Безразмерные величины обозначаются знаком «тильда». Начнем с введения масштабов скорости

$$[u] = u_0 \quad (2.12)$$

и координаты x

$$\frac{\hbar}{m_e u_0} = x_0. \quad (2.13)$$

Обобщенное уравнение Пуассона (2.8)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -4\pi e \left\{ \left[n_i - \frac{\hbar}{m_i u^2} u_0 \left(-\frac{\partial n_i}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i \vartheta \psi) \right) \right] - \left[n_e - \frac{\hbar}{m_e u^2} u_0 \left(-\frac{\partial n_e}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (n_e \vartheta \psi) \right) \right] \right\}, \quad (2.14)$$

записывается теперь в виде

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \xi^2} = - \left\{ \frac{m_e}{m_i} \left[\beta_0 - \frac{1}{\vartheta_0} \frac{m_e}{m_i} \left(-\frac{\partial \beta_0}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\beta_0 \vartheta \psi) \right) \right] - \left[\beta_0 - \frac{1}{\vartheta_0} \left(-\frac{\partial \beta_0}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\beta_0 \vartheta \psi) \right) \right] \right\}, \quad (2.15)$$

если масштаб потенциала φ_0 и масштаб плотности ρ_0 выбраны так

$$\varphi_0 = \frac{m_e}{e} u_0^2, \quad (2.16)$$

$$\rho_0 = \frac{m_e^4}{4\pi \eta^2 e^2} u_0^4. \quad (2.17)$$

Масштабированные силы описываются соотношениями (e – абсолютный заряд электрона)

$$\rho_i F_i = -\frac{u_0^2}{x_0} \rho_0 \frac{m_e}{m_i} \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} \rho_i, \quad (2.18)$$

$$\rho_e F_e = \frac{u_0^2}{x_0} \rho_0 \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} \rho_e. \quad (2.19)$$

Вообще говоря, при записи уравнения Пуассона должно учитываться и самосогласованное магнитное поле. При нормировке Лоренца классическое уравнение Пуассона имеет вид

$$\Delta \varphi - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \rho, \quad (2.20)$$

где ε , μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости, а c – скорость света. Как видим, в уравнении (2.20) при преобразованиях опущена вторая производная от потенциала по времени как малая величина порядка u_0^2/c^2 . В соотношениях (2.18), (2.19) также не учитывается при преобразованиях производная от векторного потенциала \mathbf{A} по времени как малая величина порядка u_0/c . Отметим, что при нормировке Лоренца классическое уравнение, определяющее напряженность поля, имеет вид

$$\mathbf{E} = -\text{grad} \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (2.21)$$

Таким образом, самосогласованным магнитным полем пренебрегается из-за его малого влияния. Внешнее магнитное поле здесь также не учитывается.

Аналогичные преобразования должны быть применены к остальным уравнениям системы обобщенных гидродинамических уравнений (2.8) – (2.13). В результате имеем систему шести нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \xi^2} = - \left\{ \frac{m_e}{m_i} \left[\beta_0 - \frac{1}{\vartheta_0} \frac{m_e}{m_i} \left(-\frac{\partial \beta_0}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\beta_0 \vartheta \psi) \right) \right] - \left[\beta_0 - \frac{1}{\vartheta_0} \left(-\frac{\partial \beta_0}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\beta_0 \vartheta \psi) \right) \right] \right\}, \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial \xi} - \frac{\partial \rho_i u}{\partial \xi} + \frac{m_e}{m_i} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{1}{u^2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho_i + \rho_i + \rho_i u^2 - 2\rho_i u) \right] + \frac{m_e}{m_i} \rho_i \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} \right\} = 0, \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \beta_0}{\partial \xi} - \frac{\partial \beta_0 \vartheta_0}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{1}{\vartheta_0} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\beta_0 + \beta_0 + \beta_0 \vartheta_0^2 - 2\beta_0 \vartheta_0) \right] - \beta_0 \frac{\partial \varphi_0}{\partial \xi} \right\} = 0, \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi^0} \left\{ (\beta_p + \beta_e) u^0 + (\beta_p + \beta_e) - (\beta_p + \beta_e) u^0 \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi^0} \left\{ \frac{1}{u^0} \frac{m_e}{m_i} \left[\frac{\partial}{\partial \xi^0} (2\beta_p + 2\beta_e u^0 - \beta_e u^0 - \beta_e u^0 - 3\beta_e u^0) + \beta_e \frac{m_e}{m_i} \frac{\partial \phi^0}{\partial \xi^0} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{u^0} \left[\frac{\partial}{\partial \xi^0} (2\beta_e + 2\beta_e u^0 - \beta_e u^0 - \beta_e u^0 - 3\beta_e u^0) - \beta_e \frac{\partial \phi^0}{\partial \xi^0} \right] \right\} + \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} & + \beta_p \frac{m_e}{m_i} \frac{\partial \phi^0}{\partial \xi^0} - \beta_e \frac{\partial \phi^0}{\partial \xi^0} - \frac{\partial \phi^0}{\partial \xi^0} \frac{1}{u^0} \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^2 \left(-\frac{\partial \beta_p}{\partial \xi^0} + \frac{\partial}{\partial \xi^0} (\beta_e u^0) \right) + \\ & + \frac{\partial \phi^0}{\partial \xi^0} \frac{1}{u^0} \left(-\frac{\partial \beta_e}{\partial \xi^0} + \frac{\partial}{\partial \xi^0} (\beta_e u^0) \right) - 2 \frac{\partial}{\partial \xi^0} \left\{ \frac{1}{u^0} \frac{\partial \phi^0}{\partial \xi^0} \left[\left(\frac{m_e}{m_i} \right)^2 \beta_p - \beta_e \right] \right\} = 0, \\ & \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \tilde{\rho}_i \tilde{u}^3 + 5\tilde{p}_i \tilde{u} - \tilde{\rho}_i \tilde{u}^2 - 3\tilde{p}_i \right\} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{1}{\tilde{u}^2} \frac{m_e}{m_i} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(2\tilde{\rho}_i \tilde{u}^3 + 10\tilde{p}_i \tilde{u} - \tilde{\rho}_i \tilde{u}^4 - 8\tilde{p}_i \tilde{u}^2 - \right. \right. \right. \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} & \left. - 5\frac{\tilde{p}_i^2}{\tilde{\rho}_i} - \tilde{\rho}_i \tilde{u}^2 - 3\tilde{p}_i \right) + \frac{m_e}{m_i} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \xi} (2\tilde{\rho}_i \tilde{u} - 3\tilde{\rho}_i \tilde{u}^2 - 5\tilde{p}_i) \left. \right\} + 2 \frac{m_e}{m_i} \tilde{\rho}_i \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \xi} - \\ & - 2 \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \xi} \frac{1}{\tilde{u}^2} \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^2 \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\tilde{\rho}_i \tilde{u}^2 + \tilde{p}_i - \tilde{\rho}_i \tilde{u}) + \tilde{\rho}_i \frac{m_e}{m_i} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \xi} \right] = \\ & = -(\tilde{p}_i - \tilde{p}_e) \tilde{u}^2 \left(1 + \frac{m_i}{m_e} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \tilde{\rho}_e \tilde{u}^3 + 5\tilde{p}_e \tilde{u} - \tilde{\rho}_e \tilde{u}^2 - 3\tilde{p}_e \right\} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{1}{\tilde{u}^2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(2\tilde{\rho}_e \tilde{u}^3 + 10\tilde{p}_e \tilde{u} - \tilde{\rho}_e \tilde{u}^4 - 8\tilde{p}_e \tilde{u}^2 - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - 5\frac{\tilde{p}_e^2}{\tilde{\rho}_e} - \tilde{\rho}_e \tilde{u}^2 - 3\tilde{p}_e \right) + \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \xi} (3\tilde{\rho}_e \tilde{u}^2 + 5\tilde{p}_e - 2\tilde{\rho}_e \tilde{u}) \right] \right\} - 2\tilde{\rho}_e \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \xi} + \\ & + 2 \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \xi} \frac{1}{\tilde{u}^2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\tilde{\rho}_e \tilde{u}^2 + \tilde{p}_e - \tilde{\rho}_e \tilde{u}) - \tilde{\rho}_e \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \xi} \right] = -(\tilde{p}_e - \tilde{p}_i) \left(1 + \frac{m_i}{m_e} \right) \tilde{u}^2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Некоторые комментарии к уравнениям (2.22) – (2.27):

1. Каждое уравнение системы (2.22) – (2.27) есть дифференциальное уравнение второго порядка, требующее для своего решения два условия. Проблема принадлежит к классу задач Коши.

2. По сравнению с теорией Шредингера, связанной с постулированием поведения волновой функции на бесконечном удалении от объекта, здесь мы не налагаем никаких специальных условий на зависимые переменные, включая области их изменения. Эта область существования функции определяется автоматически в процессе решения задачи.

3. Из введенных масштабов

$$u_0, x_0 = \frac{\eta}{m_e} \frac{1}{u_0}, \varphi_0 = \frac{m_e}{e} u_0^2, \rho_0 = \frac{m_e^4}{4\pi\eta^2 e^2} u_0^4, p_0 = \rho_0 u_0^2 = \frac{m_e^4}{4\pi\eta^2 e^2} u_0^6$$

только два параметра являются независимыми – фазовая скорость u_0 квантового объекта и внешний параметр H , который пропорционален постоянной Планка η и в общем случае должен быть введен в систему масштабов, как $x_0 = \frac{H}{m_e u_0} = \frac{m\eta}{m_e u_0}$. В этом случае происходит замена

$\eta \leftrightarrow H$ во всех масштабах. Но величина $v^{qu} = \eta/m_e$ имеет размерность $[см^2/с]$ и может быть названа *квантовой вязкостью*, $v^{qu} = 1.1577 см^2/с$. Разумеется, масса электрона может быть заменена в масштабах массой других частиц, несущих отрицательный заряд. С этой точки зрения, полученные далее численные решения, определяемые только условиями Коши, носят универсальный характер.

4. Отметим связь введенных масштабов с характерными величинами в теории Шредингера атома водорода. В теории Шредингера Боровским орбитам отвечают максимумы плотности вероятности; для состояния 1s радиус орбиты $a = \frac{\eta^2}{m_e^2} \cong 0.53 \cdot 10^{-8}$ см, а орбитальная скорость

$$V_{\text{орб}} = \frac{e}{\sqrt{m_e a}} = \frac{e^2}{\eta} = \frac{\eta}{m_e a}. \text{ Выберем в качестве масштаба скорости } u_0 = V_{\text{орб}}. \text{ Тогда масштаб}$$

числовой плотности $n_0 = \frac{\rho_0}{m_e} = \frac{m_e^3}{4\pi\eta^2 e^2} u_0^4 = \frac{\eta^2}{4\pi e^2 m_e a^4} = \frac{1}{4\pi a^3}$. Но плотность вероятности в начале координат для состояния 1s соответствует величине $(\Psi_{100})_{r=0}^2 = 1/(\pi a^3)$. Таким образом, с точностью до численного коэффициента $n_0 \approx (\Psi_{100})_{r=0}^2$. Отличие связано с выбором геометрии объекта и, как следствие, системы координат.

3. Результаты математического моделирования

Система (2.22)–(2.27) обобщенных квантовых гидродинамических уравнений приводит к обширному семейству решений в результате изменения двенадцати условий Коши, определяющих начальные возмущения независимых переменных и формирующих условия образования солитонов.

Последующие рисунки отображают результаты вычислений на основе уравнений системы (2.22)–(2.27) с помощью пакета Maple 9 и старших версий. На рисунках используются обозначения: g – плотность $\tilde{\rho}_i$, s – плотность β_ϕ (сплошные линии); u – скорость \tilde{u} (пунктирная линия); p – давление \tilde{p}_i , q – давление \tilde{p}_e и v – самосогласованный потенциал $\tilde{\varphi}$. Пояснения размещены под каждым рисунком.

Программа Maple содержит характерные для этого пакета программы обозначения – например, выражение $D(u)(0) = 0$ означает в обычных обозначениях $\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{\xi}}(0) = 0$; независимая переменная t на оси абсцисс соответствует переменной $\tilde{\xi}$.

Мы начинаем с проблемы принципиального значения – возможно ли после возмущений, определяемых условиями Коши, получить квантовый объект типа солитона, как результат самоорганизации заряженных частиц? В случае положительного ответа, что является причиной существования стабильного объекта? Эти вопросы подробно рассмотрены в [1, 2, 10-13]. Поэтому здесь приведем лишь один пример самосогласованного расчета в отсутствие внешнего поля, иллюстрирующий образование молекулярной системы. Для иллюстрации приводим пример решения в декартовой системе координат, аналогичные решения в сферической системе координат содержатся в [1, 2, 17]. Обратимся к исследованию решений, порожденных возмущениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(0) &= 1, \mathbf{r}(0) = 1, \mathbf{s}(0) = 1/1838, \mathbf{u}(0) = 1, \mathbf{p}(0) = 1, \mathbf{q}(0) = 0.999, \\ \mathbf{D}(\mathbf{v})(0) &= 0, \mathbf{D}(\mathbf{r})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{s})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{u})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{p})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{q})(0) = 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Рис. 3.1, 3.2 соответствуют квантовому объекту, расположенному в ограниченной области одномерного пространства; все части этого объекта двигаются с одной и той же скоростью. Важно отметить, что никакие специальные граничные условия не используются в рассматриваемом расчете и последующих вычислениях. Следовательно, этот солитон есть результат самоорганизации материи.

Интересно отметить, что устойчивость структуры объекта может быть также достигнута для обычного вещества, когда солитон имеет *положительную оболочку и отрицательное ядро*, но

$$\beta_\phi(0) < \beta_\phi(0). \quad (3.2)$$

Из расчетов следует, что увеличение разности $p_i(0) - p_e(0)$ (что соответствует увеличению энергии химической связи) приводит к уменьшению характерной области, занятой солитоном. «Классическая» конфигурация с положительным ядром и отрицательной оболочкой существует, если только $\tilde{p}_i(0) > \tilde{p}_e(0)$. В противоположном предельном случае $\tilde{p}_i(0) < \tilde{p}_e(0)$ математическое моделирование предсказывает возможность существования устойчивых образований с отрицательным ядром и положительной оболочкой. Существует возможность образования солитонов при наличии весьма значительного отличия первичных возмущений от использованных масштабов [2, 10–13, 17].

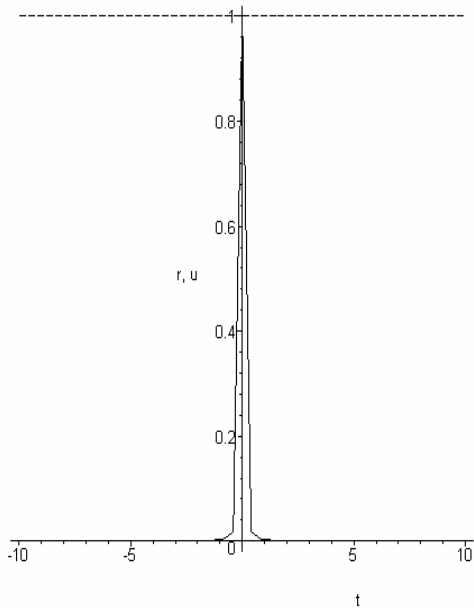


Рис. 3.1. r – плотность $\tilde{\rho}_i$, u – скорость \tilde{u} .

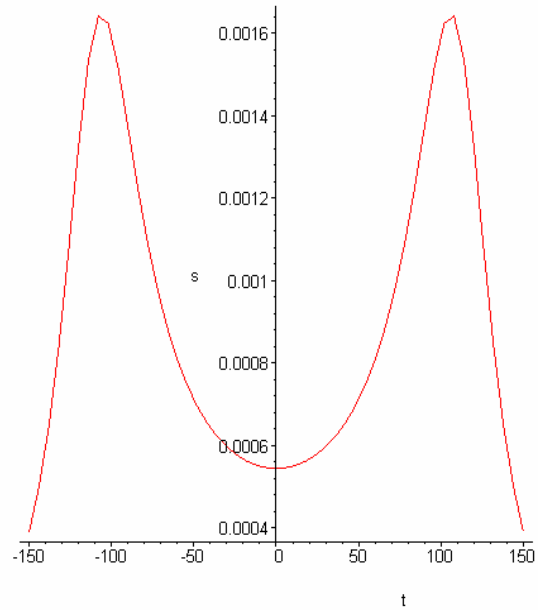


Рис. 3.2. s – плотность β'_ϕ в солитоне.

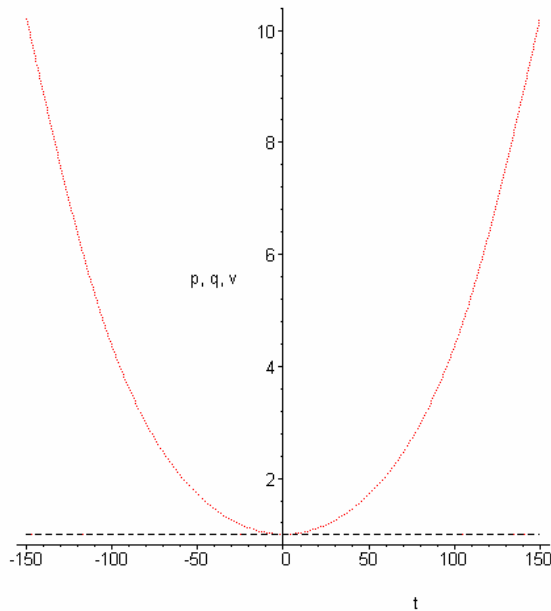


Рис. 3.3. v – самосогласованный потенциал $\tilde{\phi}$ в квантовом солитоне (точечная кривая) и давления β'_ρ , β'_q .

Если энергия химической связи обращается в нуль $\tilde{p}_i(0) - \tilde{p}_e(0) = 0$ и внешнее поле отсутствует, то атомная структура не образуется или, иначе, не образуются солитоны. Рис. 3.4, 3.5 соответствуют условиям:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(0) &= 1, \mathbf{r}(0) = 1, \mathbf{s}(0) = 1/1838, \mathbf{u}(0) = 1, \mathbf{p}(0) = 1, \mathbf{q}(0) = 1, \\ \mathbf{D}(\mathbf{v})(0) &= 0, \mathbf{D}(\mathbf{r})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{s})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{u})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{p})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{q})(0) = 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

В результате имеем решения, соответствующие свободным положительно и отрицательно заряженным частицам.

Графики 3.4, 3.5 аналогичны решениям, которые следуют из УШ для свободных частиц.

Последующий расчет (рис. 3.6) демонстрирует разрушение солитона, если начальное возмущение приводит к иной скорости объекта ($\tilde{u}(0) = 0.5$) в условиях Коши

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(0) &= 1, \mathbf{r}(0) = 1, \mathbf{s}(0) = 1/1838, \mathbf{u}(0) = 0.5, \mathbf{p}(0) = 1, \mathbf{q}(0) = 0.95, \\ \mathbf{D}(\mathbf{v})(0) &= 0, \mathbf{D}(\mathbf{r})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{s})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{u})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{p})(0) = 0, \mathbf{D}(\mathbf{q})(0) = 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

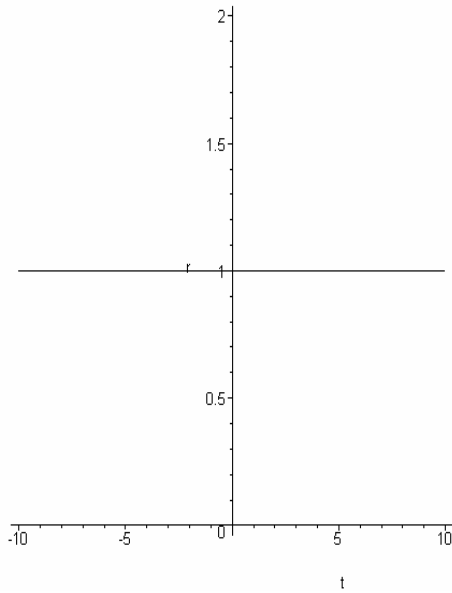


Рис. 3.4. r – плотность $\tilde{\rho}_i$ в отсутствие внешнего поля.

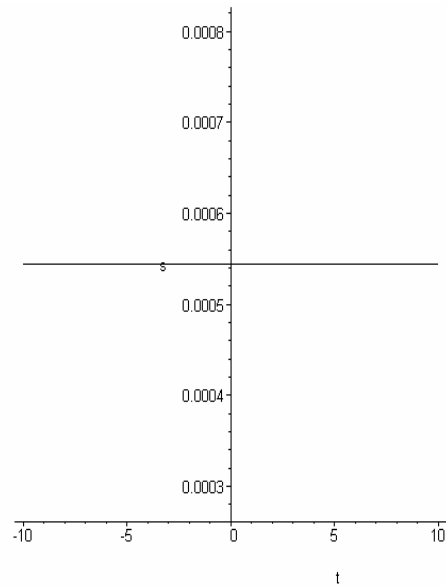


Рис. 3.5. s – плотность $\tilde{\rho}_e$ в отсутствие внешнего поля.

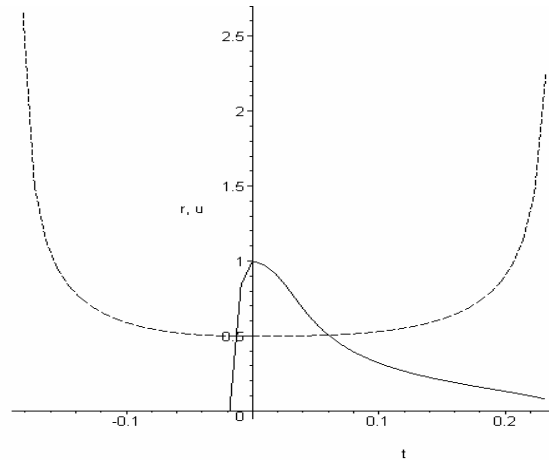


Рис. 3.6. r – плотность $\tilde{\rho}_i$, u – скорость \tilde{u} .

Переходим теперь к сверхпроводящей системе. Электрон, движущийся в решетке, взаимодействует с ионами решетки, не образуя химической связи и, следовательно, $\tilde{p}_i(0) - \tilde{p}_e(0) = 0$. Однако, он взаимодействует с непотенциальным электрическим полем, порожденным ионной структурой решетки. По сути, в результате поляризации появляется эстафетный механизм связи, который должен приводить к появлению солитонов.

В качестве примера рассмотрим ситуацию, когда солитон захватывается внешним периодическим продольным электрическим полем

$$F_i^{(npot)} = \frac{eE}{m_i} \sin(kx - \omega t), \quad (3.5)$$

для которого фазовая скорость равна $\omega/k = u_0$. В этом случае $\xi = x - Ct$, $\tilde{\xi} = x - u_0 t$, и (3.5) принимает вид

$$F_i^{(npot)} = \frac{eE}{m_i} \sin(k\tilde{\xi}) \quad (3.6)$$

или

$$F_i^{(npot)} = \frac{eE}{m_i} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda} x_0 \tilde{\xi}\right], \quad (3.7)$$

Введем квантовую вязкость $v^{qu} = \eta/m_e$ в соотношение (3.7)

$$\rho_i F_i^{(npot)} = \rho_0 \tilde{\rho}_i \frac{eE}{m_i} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{v^{qu}}{u_0} \tilde{\xi}\right]. \quad (3.8)$$

Комбинация под знаком синуса образует критерий подобия, который может быть назван квантовым числом Рейнольдса, $Re^{qu} = \frac{\lambda u_0}{v^{qu}}$. Из (3.7) следует

$$\rho_i F_i^{(pot)} = \rho_0 \tilde{\rho}_i \frac{eE}{m_i} \sin \left[\frac{2\pi}{Re^{qu}} \tilde{\xi} \right]. \quad (3.9)$$

Эффективная сила, действующая на положительные заряды, записывается так

$$\rho_i F_i^{(pot)} + \rho_i F_i^{(npot)} = -\frac{u_0^2}{x_0} \frac{m_e}{m_i} \rho_0 \tilde{\rho}_i \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tilde{\xi}} - eE \frac{x_0}{m_e u_0^2} \sin \left(\frac{2\pi}{Re^{qu}} \tilde{\xi} \right) \right]. \quad (3.10)$$

Обозначим

$$E^{qu} = eE \frac{x_0}{m_e u_0^2} \quad (3.11)$$

и введем $F_0 = \frac{eE}{m_e}$ - масштаб внешней силы, действующей на единицу массы положительного заряда, абсолютная величина которого есть e . Тогда

$$E^{qu} = \frac{F_0 x_0}{u_0^2} \quad (3.12)$$

есть критерий подобия, отображающий отношение характерной работы внешней силы к кинетической энергии единицы массы. Имеем

$$\rho_i F_i^{(pot)} + \rho_i F_i^{(npot)} = -\frac{u_0^2}{x_0} \frac{m_e}{m_i} \rho_0 \tilde{\rho}_i \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tilde{\xi}} - E^{qu} \sin \left(\frac{2\pi}{Re^{qu}} \tilde{\xi} \right) \right] \quad (3.13)$$

Аналогично для электронов получаем

$$\rho_e F_e^{(pot)} + \rho_e F_e^{(npot)} = \frac{u_0^2}{x_0} \rho_0 \tilde{\rho}_e \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tilde{\xi}} - E^{qu} \sin \left(\frac{2\pi}{Re^{qu}} \tilde{\xi} \right) \right]. \quad (3.14)$$

Выражения (3.13), (3.14) должны быть введены в систему квантовых гидродинамических уравнений (2.22) – (2.27). Критерии подобия E^{qu} и Re^{qu} являются параметрами расчетов.

Приведем типичный результат вычислений во внешнем (и самосогласованном) резонансном электрическом поле для следующих условий:

$$\begin{aligned} E^{qu} &= 1, Re^{qu} = 1, \tilde{p}_e(0) = \tilde{p}_i(0), \\ \mathbf{v}(0) &= \mathbf{1}, \mathbf{r}(0) = \mathbf{1}, \mathbf{s}(0) = \mathbf{1}/1838, \mathbf{u}(0) = \mathbf{1}, \mathbf{p}(0) = \mathbf{1}, \mathbf{q}(0) = \mathbf{1}, \\ \mathbf{D}(\mathbf{v})(0) &= \mathbf{0}, \mathbf{D}(\mathbf{r})(0) = \mathbf{0}, \mathbf{D}(\mathbf{s})(0) = \mathbf{0}, \mathbf{D}(\mathbf{u})(0) = \mathbf{0}, \mathbf{D}(\mathbf{p})(0) = \mathbf{0}, \mathbf{D}(\mathbf{q})(0) = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Рисунки 3.7 – 3.10 отражают результаты вычислений.

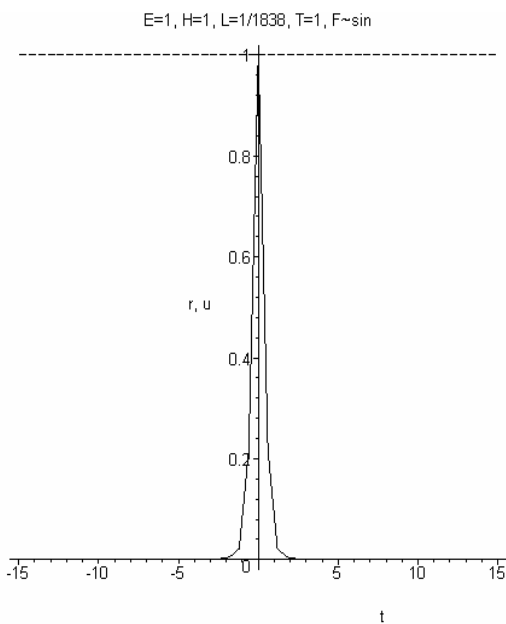


Рис. 3.7. r – плотность $\tilde{\rho}_i$, u – скорость \tilde{u} .

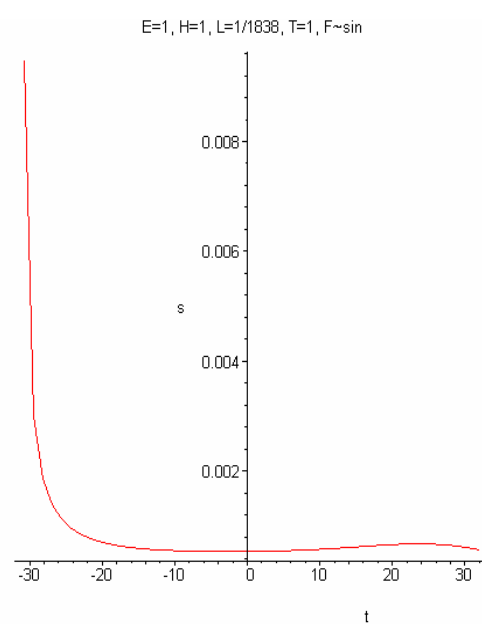


Рис. 3.8. s – плотность $\tilde{\rho}_s$.

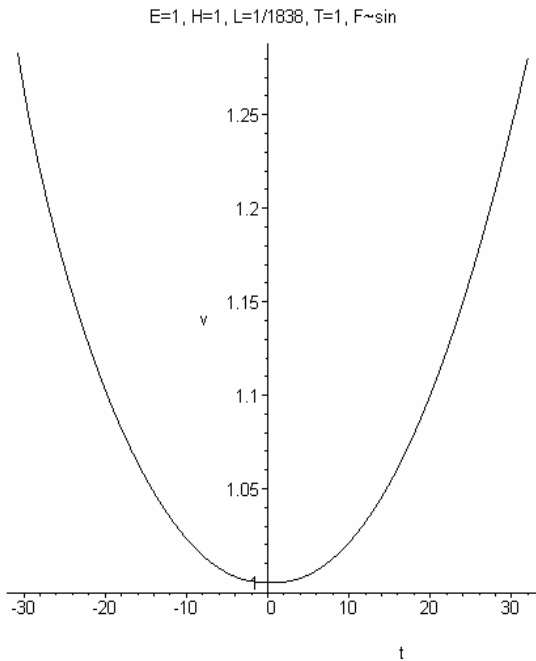


Рис. 3.9. v – самосогласованный потенциал $\tilde{\varphi}$.

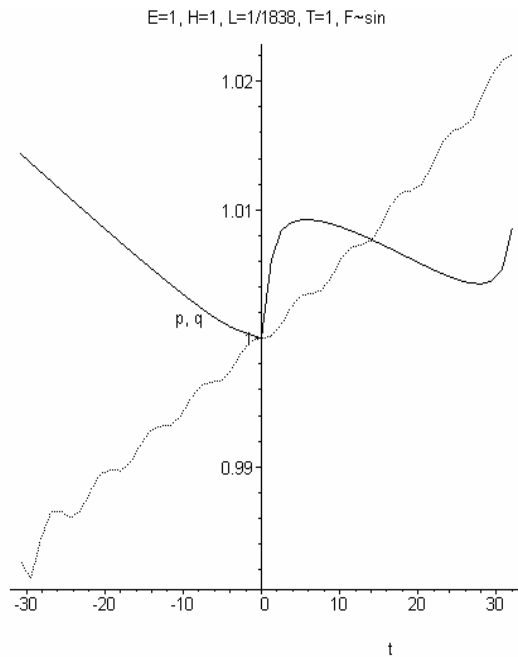


Рис. 3.10. p – давление \tilde{p}_i ; q – давление \tilde{p}_e , (волнистая наклонная линия).

Электрическое поле реальных решеток может иметь весьма сложную конфигурацию. В кристаллической решетке того или иного типа атомы или ионы совершают тепловые колебания. Уравнение Шредингера – Маделунга не содержит уравнения энергии в принципе и в волновой квантовой механике приходится вводить дополнительные элементарные возбуждения в зависимости от используемой модели решетки. Простейший случай одномерной линейной цепочки эквидистантных атомов массы m с параметром решетки d приводит к гармоническим осцилляторам и колебаниям с частотой (ср. с (3.6))

$$\omega^{qu} = 2\sqrt{\frac{\alpha}{m}} \sin\left(k \frac{d}{2}\right), \quad (3.16)$$

где α – упругая постоянная, а величина волнового вектора заключена в пределах

$$-\frac{\pi}{d} < k < \frac{\pi}{d}. \quad (3.16)$$

Как известно, после почленного умножения левой и правой частей (3.16) на η , получается простейшее дисперсионное уравнение энергии для квазичастицы, названной фононом. В обобщенной квантовой гидродинамике тепловые эффекты учитываются в рамках полного самосогласованного решения задачи. В теории дисперсии света в квазистационарном одномерном приближении структура решения, определяющего смещение электрона под воздействием монохроматического поля волны, напоминает (3.7), (3.16). Поэтому термин «электрон – фононное взаимодействие» следует понимать в обобщенном смысле, поскольку смещение ионов решетки (или поляризованных частиц) происходит еще и под воздействием электрического поля. Для аналитического представления сил, порожденных ионами кристаллической решетки, может быть использовано разложение в ряд Фурье.

Рассмотрим, например, влияние кубических гармоник (см. (3.18), (3.19)) при условиях расчета (3.15). Для ионов решетки имеем

$$\rho_i F_i^{(pot)} + \rho_i F_i^{(npot)} = -\frac{u_0^2}{x_0} \frac{m_e}{m_i} \rho_0 \tilde{\rho}_i \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tilde{\xi}} - E^{qu} \sin^3\left(\frac{2\pi}{Re^{qu}} \tilde{\xi}\right) \right]. \quad (3.18)$$

Аналогично для электронов

$$\rho_e F_e^{(pot)} + \rho_e F_e^{(npot)} = \frac{u_0^2}{x_0} \rho_0 \tilde{\rho}_e \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tilde{\xi}} - E^{qu} \sin^3\left(\frac{2\pi}{Re^{qu}} \tilde{\xi}\right) \right]. \quad (3.19)$$

Результаты расчетов представлены на рис. 3.11 – 3.14.

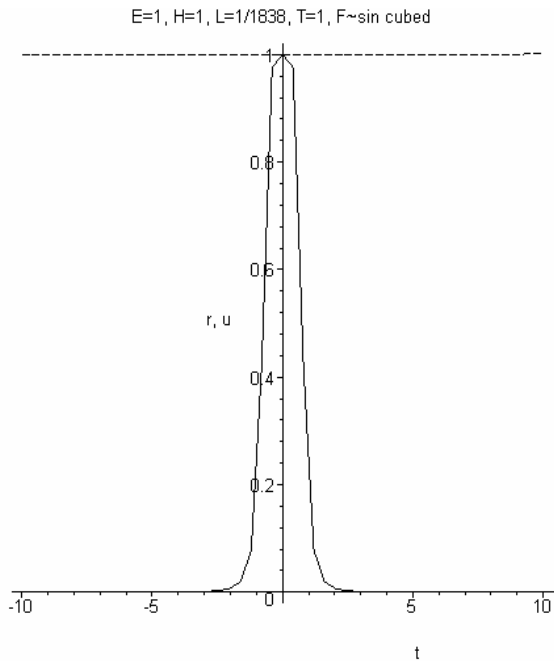


Рис. 3.11. r – плотность $\tilde{\rho}_i$, u – скорость \tilde{u} .
E=1, H=1, L=1/1838, T=1, F~sin cubed

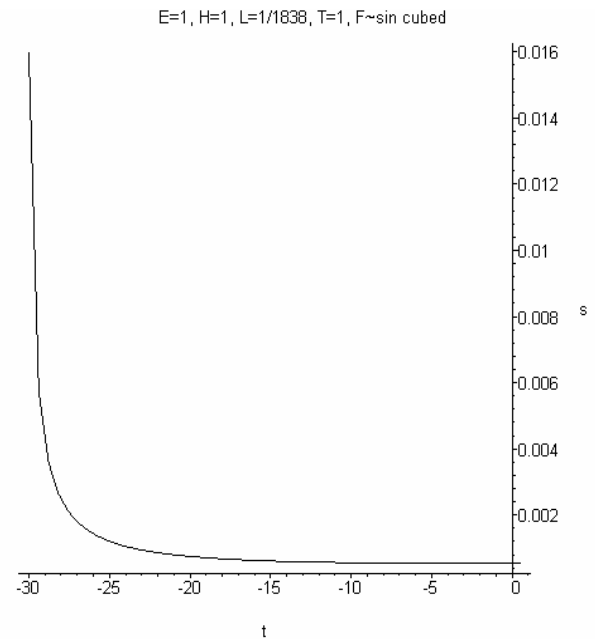


Рис. 3.12. s – плотность $\tilde{\rho}_s$.
E=1, H=1, L=1/1838, T=1, F~sin cubed

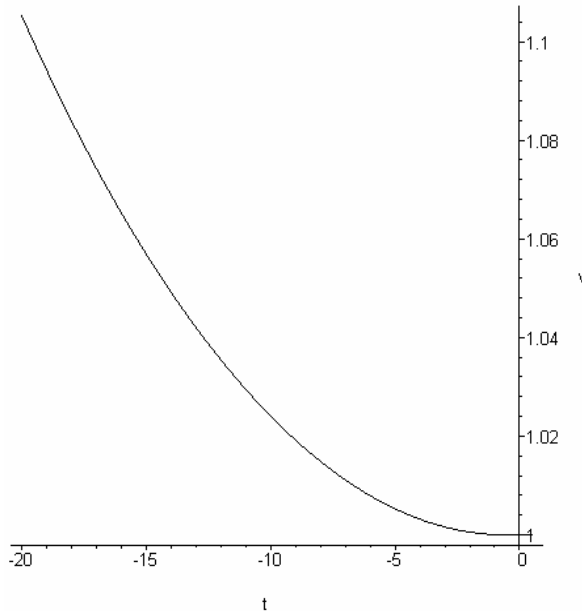


Рис. 3.13. v – самосогласованный потенциал $\tilde{\varphi}$.

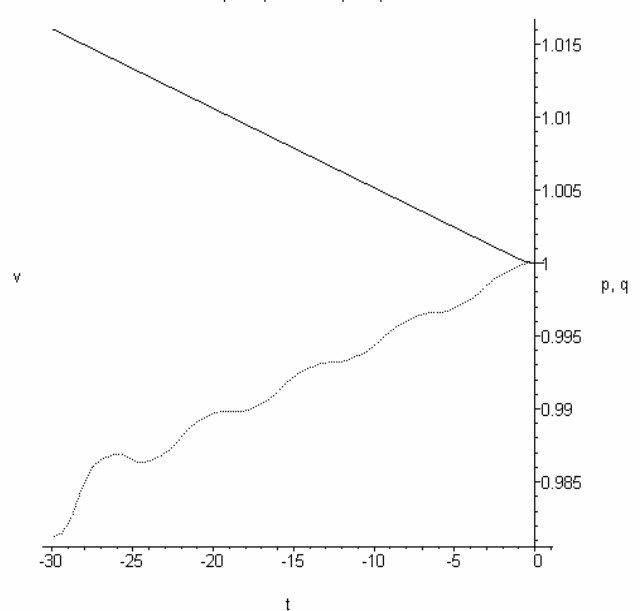


Рис. 3.14. p – давление \tilde{p}_i , q – давление \tilde{p}_e ,
(волнистая линия)

Приведем еще результаты расчетов во внешнем (и самосогласованном) электрическом поле

$$\rho_i F_i^{(pot)} + \rho_i F_i^{(npot)} = -\frac{u_0^2}{x_0} \frac{m_e}{m_i} \rho_0 \tilde{\rho}_i \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tilde{\xi}} - E^{qu} \cos^2 \left(\frac{2\pi}{Re^{qu}} \tilde{\xi} \right) \right]. \quad (3.20)$$

$$\rho_e F_e^{(pot)} + \rho_e F_e^{(npot)} = \frac{u_0^2}{x_0} \rho_0 \tilde{\rho}_e \left[\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \tilde{\xi}} - E^{qu} \cos^2 \left(\frac{2\pi}{Re^{qu}} \tilde{\xi} \right) \right]. \quad (3.21)$$

для следующих условий:

$$E^{qu}=2, Re^{qu}=2, \tilde{p}_e(0) = \tilde{p}_i(0),$$

$$\mathbf{v}(0)=1, \mathbf{r}(0)=1, \mathbf{s}(0)=1/1838, \mathbf{u}(0)=1, \mathbf{p}(0)=1, \mathbf{q}(0)=1,$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{v})(0)=0, \mathbf{D}(\mathbf{r})(0)=0, \mathbf{D}(\mathbf{s})(0)=0, \mathbf{D}(\mathbf{u})(0)=0, \mathbf{D}(\mathbf{p})(0)=0, \mathbf{D}(\mathbf{q})(0)=0.$$

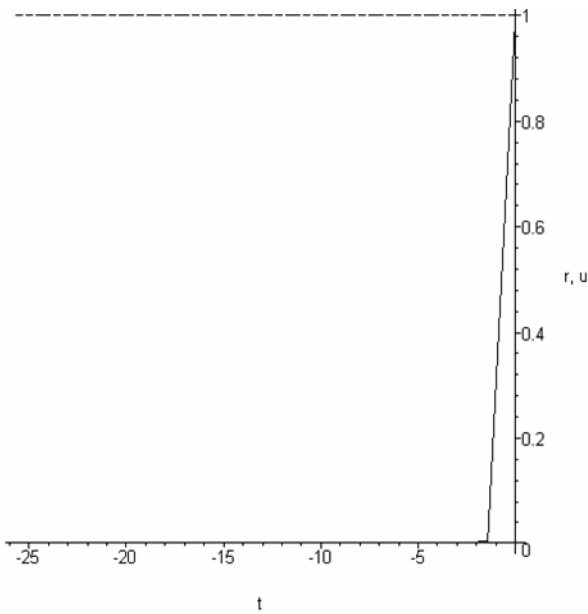


Рис. 3.15. r – плотность $\tilde{\rho}_i$, u – скорость \tilde{u} .

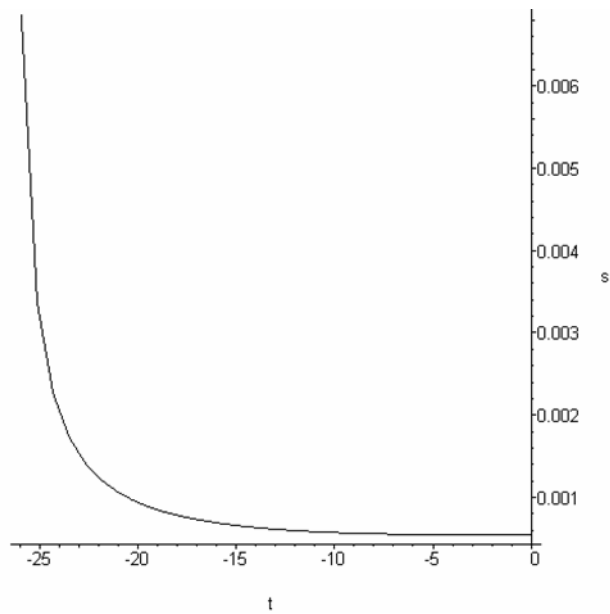


Рис. 3.16. s – плотность $\tilde{\rho}_s$.

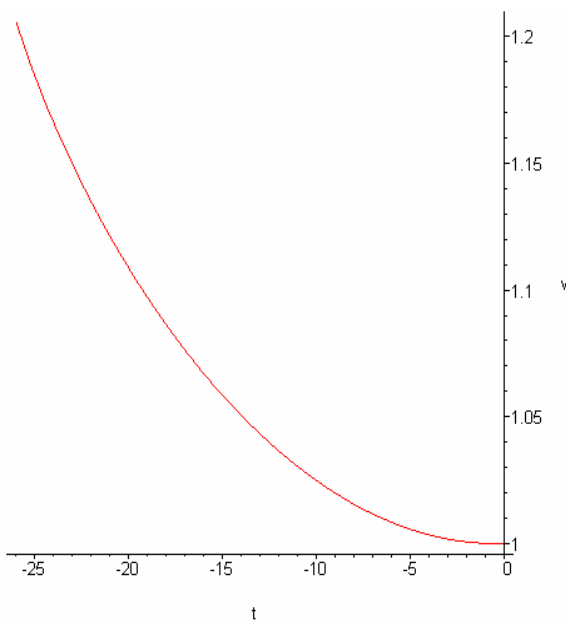


Рис. 3.17. v – самосогласованный потенциал $\tilde{\varphi}$.

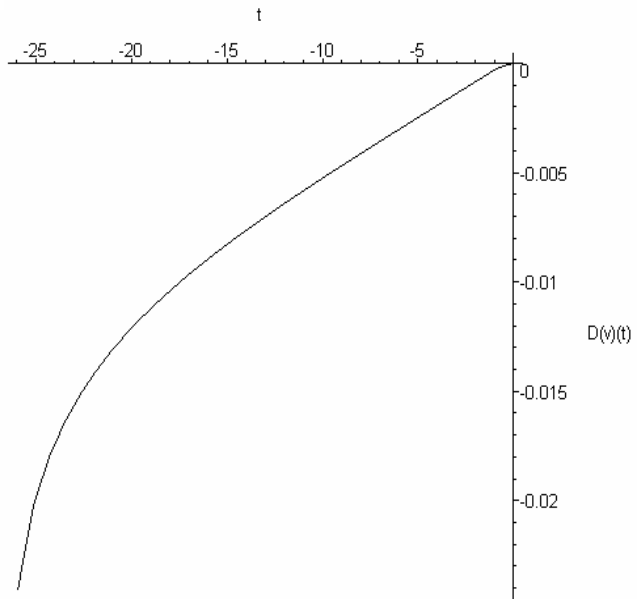


Рис. 3.18. Производная от потенциала $\tilde{\varphi}$.

Из расчетов следует, что в подвижной системе координат, движение которой осуществляется с фазовой скоростью, неразрушающийся солитон имеет скорость, равную фазовой скорости. Из расчетов, представленных на рисунках, следует также, что в условиях сверхпроводимости при отсутствии образования химической связи происходит эстафетное движение солитонной системы – «ион решетки-электрон». Как видим разрушение сверхпроводимости есть разрушение движущейся солитонной системы, которое зависит от многих условий.

Возникает проблема поиска высокотемпературных сверхпроводящих материалов. С позиции квантовой гидродинамики солитонов проблема сводится к поиску материалов, решетки которых обеспечивают движение неразрушающихся солитонов. По моему убеждению, такие материалы нужно специально создавать (конструировать), используя технологию создания материалов со специальным упорядоченным введением квантовых точек на основе предлагаемой теории. В настоящее время технология создания материалов с квантовыми точками уже существует в других приложениях.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Alexeev B.V. Generalized Boltzmann physical kinetics. – Amsterdam: Elsevier, 2004. 368 с.
2. Алексеев Б.В. Нелокальная физика. Релятивистская теория. – Lambert, 2011. 508 с.
3. Алексеев Б.В., Овчинникова И.В. Нелокальная физика. Релятивистская теория. – Lambert, 2011. 416 с.
4. Алексеев Б.В. Математическая кинетика реагирующих газов. – М.: Наука, 1982. 424 с.
5. Alexeev B.V. The generalized Boltzmann equation, generalized hydrodynamic equations and their applications // *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.* 1994. V. 349. P. 417–443.
6. Alexeev B.V. The generalized Boltzmann equation // *Physica A.* 1995. V. 216. P. 459–468.
7. Алексеев Б.В. Обобщенная бoльцмановская физическая кинетика. Обзор // *Теплофизика высоких температур.* 1997. Т. 35. № 1. С. 129–146.
8. Алексеев Б.В. Физические основы обобщенной бoльцмановской кинетической теории газов. Обзор // *Успехи физических наук.* 2000. Т. 170. № 6. С. 649–679.
9. Алексеев Б.В. Физические принципы обобщенной бoльцмановской кинетической теории ионизованных газов. Обзор // *Успехи физических наук.* 2003. Т. 173. № 2. С. 139–167.
10. Alexeev B.V. Generalized quantum hydrodynamics and principles of non-local physics // *J. Nanoelectron. Optoelectron.* 2008. V. 3. P. 143–158.
11. Alexeev B.V. Application of generalized quantum hydrodynamics in the theory of quantum soliton's evolution // *J. Nanoelectron. Optoelectron.* 2008. V. 3. P. 316–328.
12. Alexeev B.V. Generalized theory of Landau damping // *J. Nanoelectron. Optoelectron.* 2009. V. 4. P. 186–199.
13. Alexeev B.V. Generalized theory of Landau damping in collisional media // *J. Nanoelectron. Optoelectron.* 2009. V. 4. P. 379–393.
14. Alexeev B.V., Ovchinnikova I.V. The generalized relativistic kinetic and hydrodynamic theory. Part 1. // *J. Nanoelectron. Optoelectron.* 2010. V. 5. P. 360–373.
15. Alexeev B.V., Ovchinnikova I.V. The generalized relativistic kinetic and hydrodynamic theory. Part 2. // *J. Nanoelectron. Optoelectron.* 2010. V. 5. P. 374–390.
16. Alexeev B.V. Problems of antimatter after Big Bang, dark energy and dark matter. Solutions in the frame of non-local physics. ArXiv, 1012.5286 (physics. gen-ph). 2010.
17. Alexeev B.V. Solution of the dark matter problem in the frame of the non-local physics. ArXiv, 1007.2800v2. 2011.
18. Алексеев Б.В. Обобщенная квантовая гидродинамика // *Вестник МИТХТ.* 2008. Т. 3. № 3. С. 3–19.
19. Bell J.S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox // *Physics.* 1964. V. 1. № 3. P. 195–200.
20. Aspect A., Dalibard J., Roger G. Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analysers // *Phys. Rev. Lett.* 1982. V. 49. P. 1804–1807.
21. Reynolds C.A., Serin B., Wright W.H., Nesbitt L.B. Superconductivity of isotopes of mercury // *Phys. Rev.* 1950. V. 78. № 4. P. 487.
22. Maxwell E. Isotope effect in superconductivity of mercury // *Phys. Rev.* 1950. V. 78. № 4. P. 477.
23. Fröhlich H. Theory of the superconductive state. I. The ground state at the absolute zero of temperature // *Phys. Rev.* 1950. V. 79. P. 845–856.
24. Bardeen J. Zero-point vibrations and superconductivity // *Phys. Rev.* 1950. V. 79. P. 167–167.
25. Hirsch J.E. Did Herbert Fröhlich predict or postdict the isotope effect in superconductors? ArXiv:1108.3835v2 [cond-mat.supr-con]. 18 Oct. 2011.
26. Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. Microscopic theory of superconductivity // *Phys. Rev.* 1957. V. 106. P. 162–164.