

## 広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

著者	高橋 秀悦
雑誌名	東北学院大学論集. 経済学
号	86
ページ	53-76
発行年	1981-10-20
URL	<a href="http://id.nii.ac.jp/1204/00024044/">http://id.nii.ac.jp/1204/00024044/</a>

# 広告効果の不確実性と 価格・生産量の決定

高橋 秀悦\*

## 1. はじめに

本論文の目的は、広告が製品需要に対して及ぼす影響が不確実であるとき、企業が広告投下量、生産量および価格をどのような水準に決定するのかを分析することにある。

すでに、Kaldor [7], Stigler [11] および Comanor and Wilson [4] らは、広告の投下が消費者の製品需要を増加させることに着目し、確実性下での広告投下量、生産量および価格の決定についての研究を行なっている。

また、1970年代は、不確実性についての経済学の研究がめざましい成果をあげた時期である。Arrow [1], Sandomo [10] および Leland [9] らの研究がそれである。

本論文には、Sandomo, Leland らの不確実性に関する研究成果を積極的に摂取することによって、Kaldor, Stigler らの広告についての研究成果を一步前進させようとするねらいがある。

本論文では、広告をつぎのようなものと考え、議論を展開している。

消費財市場では、消費者の側に、所得水準の上昇、世代の交替、住居の移転などが生じるために、消費財需要者の流出や流入がある。消費財市場に流入してくる需要者は、消費財自体および消費財の供給者に関する情報

---

\* 本研究は（財）吉田秀雄記念事業財団からの研究助成金によって行なわれたものである。財団並びに財団への紹介の労をとってくださった東北学院大学教授五十嵐之雄先生に感謝いたします。

## 広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

を求めている。このような人々に対して、消費財の供給者は、広告を通じて、財そのものや自己に関する知識を提供し、消費者のニーズに応じてやることができる。このことから、広告とは、消費財の供給者が、潜在的な需要者に対して、供給者の実体を知らしめる手段である、と考えることができる。

## 2. モデル

われわれのモデルの枠組は以下のとおりである。

前述のように、広告とは、供給者が、潜在的な需要者に対して、自己の実体を知らしめる手段である。そこで、大きさ  $a$  の広告量の投下がなされれば、一定期間内に、潜在的な需要者  $N$  のうち  $\lambda\%$  の人々に、供給者の実体が伝播されるものとする。もちろん、この広告の効果は、広告の技巧や潜在的な需要者の中で広告媒体を認知する人の割合にも依存するであろう<sup>(1)</sup>。なかでも、広告の技巧の優劣が、広告の効果に大きな影響を与えることは周知の事実である。また、一定量の広告投下が、必ずしも一定の効果をもたらすものとは限らない、むしろ、広告量投下前には、広告量投下によってもたらされる効果があいまいであることがほとんどである。そこで、われわれは、潜在的な需要者への広告の伝播率  $\lambda$  ( $0 < \lambda < 1$ ) と、広告投下量  $a$  との間には

$$\lambda = f(a, \mu)$$

という関係が成立するものとする。関数  $f$  は、広告の技巧の水準を反映している。また、 $\mu$  は確率変数であり、広告投下量  $a$  と広告の伝播率  $\lambda$  とはあいまいな関係にあることを示している。われわれは分析を容易にするために、以下では、広告伝播率関数  $f$  を

$$\begin{aligned}\lambda &= f(a, \mu) \\ &= \gamma(a)\mu + \theta(a)\end{aligned}$$

---

(1) Stigler [11] をみよ。

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

の形に特定化し分析をすすめる。ただし、 $\gamma(a)$  および  $\theta(a)$  はそれぞれ multiplicative shift parameter および additive shift parameter である<sup>(2)</sup>。これらの shift parameter は、広告伝播率の期待値  $E[\lambda]$  や分散  $E[\lambda - E[\lambda]]^2$  に強い影響を与える。その影響については、のちに詳しく検討される。ここでは、広告伝播関数は、広告の大きさがある限度を越えると、広告の効果が収穫逓減の傾向 ( $\partial^2\lambda/\partial a^2 = \gamma''(a)\mu + \theta''(a) < 0$ ) を示すものと仮定するにとどめよう。

われわれの経済には、潜在的需要者が  $N$  人いるものとする<sup>(3)</sup>。すなわち、速在的需要者のある割合が出生や移入によって市場に参入するが、それと等しい人数が死亡や移出によって市場から離脱するものと仮定する。この潜在的需要者のうち、広告を伝播される者は  $\lambda N$  人である。広告を伝播されたすべての人が、広告主の供給する消費財を需要するものと仮定しよう。広告を伝播された代表的個人の消費財に対する需要は、消費財価格を  $p$ 、需要量を  $q$  とすれば、 $q = q(p)$  (ただし、 $dq/dp < 0$ ) で表現される。そのときには、経済全体の消費財需要量は、 $q\lambda N$  となる。

他方、われわれの経済では、この消費財の供給が、ただ1つの企業によってなされるものと仮定する。また、この企業はただ1種類の消費財を生産しているものと仮定する。そのとき、企業の生産量は、広告以外の生産費  $\phi(q\lambda N)$  と広告のための支出  $ap_a$  とから成っているが、広告を除いた生産の限界費用  $\phi'(q\lambda N)$  は非逓減  $\phi''(q\lambda N) \geq 0$  であり、また広告1単位当りの費用  $p_a$  は広告量とは無関係に一定であるものと仮定する。この仮定のもとでは、広告量の増加に対する広告支出の増加割合は  $p_a$  である。また、生産量の増加に対する広告支出の増加割合は

$$\frac{\partial}{\partial(q\lambda N)} ap_a = \frac{p_a}{qN} \frac{\partial \lambda}{\partial a}$$

(2) Sandomo [10], Batra and Ullah [3], Batra [2], 石井 [6], 許 [8] および高橋 [13] をみよ。

(3) 以下の枠組は、本質的には、Stigler [11] による。

## 広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

である。われわれは、（前者ではなく）後者を広告の限界費用とよぶことにする。

最後に、企業は上記の仮定の下で、売上額  $pq\lambda N$  と生産費  $\phi(q\lambda N) + ap_a$  との差である利潤  $\pi$  の期待値  $E[\pi]$  を最大にするように、すなわち、

$$\text{Max } E[\pi] = E[pq\lambda N - \phi(q\lambda N) - ap_a]$$

となるように、広告投下量  $a$ 、生産量  $q$  または  $q\lambda N$ 、および価格  $p$  を決定するものとする。

### 3. 意思決定の時期と決定変数

確実性下では、広告投下量  $a$  と生産量  $q$  もしくは価格  $p$  が企業の決定変数である。企業は、利潤最大化原理にもとづいて、これらの値を決定する。ところが、広告投下の効果が不確実であるときには、すなわち、潜在的需要者のうち広告の伝播によって供給者を認知できる者の割合  $\lambda$  が確率的であるときには、企業は、期待利潤最大化原理にもとづいて、広告投下量、生産量および価格を決定することになる。しかも、企業は、これらの変数の値を、いつの時点で決定するのかによって5通りの企業行動様式が考えられる。すなわち、企業の意思決定が、広告を認知した者の数—消費財需要者数  $\lambda N$  が企業によって把握される前か後か、によって5通りの企業行動様式が考えられる。

企業にとって消費財需要者数  $\lambda N$ 、すなわち、確率  $\mu$  が明らかでないときの意思決定を事前的 (*ex ante*) 決定とよび、確率  $\mu$  が企業に既知となったときの意思決定を事後的 (*ex post*) 決定とよぶことにすれば、企業の行動様式を第1表のように整理することができる。行動様式の名称は、事前に設定（決定）する変数にもとづいている。

ところで、不確実性下では、広告の大きさ  $a$  がその効果に与える影響が問題となる。広告の役割は広告の効果を高めることである。広告の効果には、広告投下量の増加が消費財需要の期待値を高めることと消費財需要

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

第 1 表

行動様式	事前的決定変数	事後的決定変数
A 確実性下	—	$a, p, q$
B 広告投下量設定	$a$	$p, q$
C 広告投下量・生産量設定	$a, q$	$p$
D 広告投下量・価格設定	$a, p$	$q$
E 生産量・価格設定	$q, p$	$a$

の確実さを高めることの2つがある。広告投下量の増加が需要の期待値  $E[\lambda]$  (需要者数の期待値  $E[\lambda N]$ ) を高めることは、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} E[\lambda] &= \frac{\partial}{\partial a} E[\gamma(a)\mu + \theta(a)] \\ &= \gamma'(a)E[\mu] + \theta'(a) > 0 \end{aligned}$$

で示され、また、広告投下量の増加が需要の確実さを高めることは、需要の分散を小さくすること、すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} E[\lambda - E[\lambda]]^2 &= \frac{\partial}{\partial a} E[\gamma(a)\mu - \gamma(a)E[\mu]]^2 \\ &= 2\gamma(a)\gamma'(a)E[\mu - E[\mu]]^2 < 0 \end{aligned}$$

で示される。

企業は、最も望ましい広告として、需要の期待値を高めかつ需要を確実なものとする広告を考えている。しかし、企業によっては、広告が需要の期待値を高めさえすれば、需要の確実性はどうでもよいと考えている企業もあろうし、また、広告が需要の期待値を高めなくとも需要を確実なものにしさえすればよいと考えている企業もあろう。そこで、われわれは、以下では必要に応じて企業を上記の3つのケースに分けて検討する。

#### 4. 確実性下の企業

まず、われわれは、広告の効果を確実に知っている企業の行動について分析する。すなわち、広告の効果についての不確実性  $\mu$  が解かれたのちの企業行動を分析する。分析の結果は、Stigler [11] と同一である。

広告の効果についての不確実性  $\mu$  が解かれた状態を  $\bar{\mu}$  とすれば、潜在的需要者  $N$  のうち広告によって供給者を知る割合  $\lambda$  は、 $\lambda = \gamma(a)\bar{\mu} + \theta(a)$  となる。このとき企業の期待利潤  $E[\pi]$  は利潤  $\pi$  と同等となるから、企業は利潤  $\pi$

$$\begin{aligned}\pi &= E[\pi] \\ &= pq\lambda N - \phi(q\lambda N) - ap_a\end{aligned}\quad (1)$$

を最大にするように、広告投下量  $a$  と生産量  $q$  を決定し、さらに、需要曲線  $p = p(q)$  によって価格を設定する。

利潤  $\pi$  を最大にする必要条件は

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = \left( p + q \frac{dp}{dq} \right) \lambda N - \phi' \lambda N = 0 \quad (2)$$

および

$$\frac{\partial \pi}{\partial a} = (\gamma'(a)\bar{\mu} + \theta'(a))(pqN - \phi'qN) - p_a = 0 \quad (3)$$

である。

(2)は通常のように企業にとっての限界収入 ( $mr$ ) と広告費を除いた生産の限界費用 ( $mc$ ) との均等、すなわち、

$$p + q \frac{dp}{dq} = \phi'$$

を意味している。

(3)は

$$p - \phi' = \frac{p_a}{(\gamma'\bar{\mu} + \theta')qN} \quad (4)$$

と変形することができる。(4)の右辺は、

$$\frac{\partial}{\partial (q\lambda N)} ap_a = \frac{p_a}{(r'\bar{\mu} + \theta') qN}$$

により、広告の限界費用 ( $ma$ ) を意味している。したがって、(4)は、価格が、広告を除く生産の限界費用プラス広告の限界費用に等しいこと、すなわち、価格と限界費用の均等を意味している。

上記のことは、独占企業は、生産については独占利潤をあげても、情報操作によっては、超過利潤をあげないことを意味している。すなわち、「独占者は、欲望に乗じて利潤をあげるのであり、無知に乗じて利潤をあげようとはしない（できない）ことを意味している。（Stigler [12] 訳 236 ページ）。」

## 5. 広告投下量設定企業

本節では、広告投下の前には、広告のもたらす効果についての情報を完全には知っていない企業について考える。本節の企業は、期待利潤が最大になるように広告投下量を設定し、その量の広告を行なう。企業は広告を行なった後にはじめて、広告の効果をとらえることができる。その認識の程度に応じて利潤極大になるように生産量と価格を設定する。

企業は、広告の効果についての情報が完全でないときには、

$$\max_a E \left[ \max_q \{ pq\lambda N - \phi(q\lambda N) - ap_a \} \right] \quad (5)$$

によって、最適な広告投下量  $a$  を決定し、広告の効果が既知となった後に、

$$\max_q \{ pq\lambda N - \phi(q\lambda N) - ap_a \} \quad (6a)$$

および

$$p = p(q) \quad (6b)$$

によって、最適な生産量  $q$  と価格  $p$  を決定する<sup>(4)</sup>。

(4) 企業が、広告の効果を知らずに、

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

まず不確実性  $\mu$  が解かれ、広告の効果  $\lambda = \gamma(a)\mu + \theta(a)$  が既知となった後の企業行動から検討しよう。

(6 a) および (6 b) にしたがう企業にとっての利潤極大化の条件は

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = \left( p + q \frac{dp}{dq} \right) \lambda N - \phi' \lambda N = 0 \quad (7)$$

すなわち、限界収入と広告を除く生産の限界費用とが均等する点に生産量を決定することである。(7)と(6 b)とを解けば、

$$q = q(\lambda N) \quad (8)$$

$$p = p(q(\lambda N)) \quad (9)$$

$$(\text{ただし } \lambda = \gamma(a)\mu + \theta(a))$$

が得られる。

広告の効果が既知となった後の企業の最適行動は、生産量および価格を、それぞれ、(8)および(9)のように設定することであるから、企業は、広告の効果が不確実であるときには、事後的決定として(8)(9)によって生産量および価格を設定することを前提として、期待利潤を極大にするように、広告投下量  $a$  を決定する。すなわち、企業は(8)(9)を前提として

$$\max_a E[\pi] = \max_a E[pq\lambda N - \phi(q\lambda N) - apa] \quad (10)$$

を求めて行動する。(10)を最大にする必要条件は

$$\max_a E \left[ \max_p \{ pq(p)\lambda N - \phi(q(p)\lambda N) - apa \} \right]$$

によって、広告投下量  $a$  を決定し、広告の効果が既知となった後に、

$$\max_p \{ pq(p)\lambda N - \phi(q(p)\lambda N) - apa \}$$

および

$$q = q(p)$$

によって価格  $p$  と生産量  $q$  を決定したとしても、(5)、(6)によって決定される広告投下量、価格および生産量と同一水準である。これは、代表的個人の需要関数  $q = q(p)$  が確率変数を含まないために、 $q$  と  $p$  との関係が確率変数  $\mu$  の影響をうけずにユニークに決まるためである。

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} E(\pi) &= E \left[ (p + q \frac{dp}{dq} - \phi') \lambda N \frac{\partial q}{\partial a} + (p - \phi') q N \frac{\partial \lambda}{\partial a} - p_a \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

である。

広告の効果が既知となった後には、企業はつねに(8)(9)の行動をとる。(8)(9)は(7)、(6b)から導出されたものであるから、恒等的に(7)を満たす。したがって

$$E \left[ (p + q \frac{dp}{dq} - \phi') \lambda N \frac{\partial q}{\partial a} \right] = 0$$

が成立する。このことから、(11)を

$$E \left[ (p - \phi') q \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] = \frac{p_a}{N} \quad (12)$$

と書き改めることができる。すなわち、企業が広告の効果 $\lambda$ を認識できる前に、広告を行なうときには、(12)によって広告投下量 $a$ を決定することが最適な行動となる。

ところで、(12)は

$$E \left[ (p - \phi') q \right] = \frac{p_a}{E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] N} - \frac{\text{cov} \left( (p - \phi') q, \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right)}{E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right]} \quad (13)$$

と変形することができる。広告を除く生産の限界費用の非逓減 ( $\phi'' \geq 0$ ) と代表的個人の需要曲線の傾きの弾力性が1よりも小、すなわち、

$$-q \frac{d^2 p}{dq^2} / \frac{dp}{dq} < 1$$

とを仮定すれば、(8)より、

$$\frac{\partial q}{\partial \mu} = \frac{\phi'' N q r}{2 \frac{dp}{dq} + q \frac{d^2 p}{dq^2} - \phi'' \lambda N} \leq 0 \quad (14)$$

が得られる。(14)を用いれば、(13)の右辺の第2項の共分散の符号判定をすることができる。すなわち<sup>(5)</sup>、

(5) この手法は、Holthausen [5] による。

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

$$\frac{\partial}{\partial \mu} (p - \phi) q = -q \frac{dp}{dq} \frac{\partial q}{\partial \mu} \left[ 2 + q \frac{d^2 p}{p q^2} / \frac{dp}{dq} \right] \leq 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right) = \frac{\partial}{\partial \mu} (\gamma'(a) \mu + \theta'(a)) = \gamma'(a) \quad (16)$$

によって、広告がその効果を確実にするとき（広告が需要の分散を小さくするとき、すなわち  $\gamma'(a) < 0$  のとき）には、

$$\text{cov} \left( (p - \phi') q, \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right) \geq 0 \quad (17a)$$

を得ることができる。また、 $\gamma'(a) > 0$  のときには、(17a)の不等号が逆向きになる。

以下では、広告の効果を3つの型に分け、分析する。

i) 広告が需要の期待値を高めかつ需要の分散を小さくする効果をもつ場合；

これは

$$\frac{\partial}{\partial a} E[\lambda N] = (\gamma'(a) E[\mu] + \theta'(a)) N > 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a} E[\lambda N - E[\lambda N]]^2 = 2\gamma\gamma' N^2 E[\mu - E[\mu]]^2 < 0$$

の表現と同等である。ここから、 $\gamma' < 0$ 、したがって(17a)が成立する。 $\frac{\partial}{\partial a} E[\lambda N] > 0$ と(17a)により、(13)を

$$E[(p - \phi') q] \leq \frac{p_a}{E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right] N} \quad (18)$$

と書き改めることができる。さらに(18)を

$$E[p - \phi'] + \frac{\text{cov}(p - \phi', q)}{E[q]} \leq \frac{p_a}{E[q] E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right] N} \quad (19)$$

都変形することができる。このとき、

$$\frac{\partial}{\partial \mu} (p - \phi') = -\frac{dp}{dq} \frac{\partial q}{\partial \mu} \left( 1 + q \frac{d^2 p}{p q^2} / \frac{dp}{dq} \right) < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} q \leq 0$$

により

$$\text{cov}(p - \phi', q) \geq 0$$

であるから、(19)は

$$\begin{aligned} E[p] - E[\phi'] &= E[p - \phi'] \\ &\leq E[p - \phi'] + \frac{\text{cov}(p - \phi', q)}{E[q]} \\ &\leq \frac{p_a}{E[q] E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right] N} \end{aligned} \quad (20)$$

の形に書き改められる。これは

$$E[p] \leq E[mc] + E[ma]$$

を意味している。すなわち、広告の投下が企業の需要の期待値を高めかつ需要の分散を小さくするが故に、企業を強気にせしめ、企業をして期待価格  $E[p] =$  広告をも含む期待限界費用  $E[mc] + E[ma]$  となる広告投下量以上の広告投下を行なわせしめることを意味している。

また、期待価格＝期待限界費用となる広告投下量以上の広告投下は、企業が広告の効果について知る前の期待生産量を、期待価格＝期待限界費用とする広告投下量のときの期待生産量よりも、低くせしめる。また、期待価格については、逆に、高くせしめる。これは(8)(9)において

$$\frac{\partial}{\partial a} E[q(\lambda N)] = E\left[\frac{\phi'' q N (\gamma' \mu + \theta')}{2 \frac{dq}{dp} + q \frac{d^2 p}{dq^2} - \phi'' \lambda N}\right] < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a} E[p(q(\lambda N))] = E\left[\frac{dp}{dq} \frac{\partial q}{\partial a}\right] > 0$$

となることから明らかである。

ii) 広告が需要の期待値を高める一方で需要の分散を大きくする場合;

これは、

$$\frac{\partial}{\partial a} E[\lambda N] > 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a} E[\lambda N - E[\lambda N]^2] = 2\gamma' N^2 E[\mu - E[\mu]]^2 > 0$$

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

の表現と同等である。ここから、 $\gamma' > 0$ ，したがって、(17)の不等号は逆向きとなる。すなわち、

$$\text{cov} \left( (p - \phi') q, \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right) \leq 0 \quad (17b)$$

である。(17b)と  $\frac{\partial}{\partial a} E[\lambda N] = E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N > 0$ により、(13)を

$$E[(p - \phi')q] \geq \frac{p_a}{E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N} \quad (21)$$

または

$$E[p - \phi'] + \frac{\text{cov}(p - \phi', q)}{E[q]} \geq \frac{p_a}{E[q] E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N} \quad (22)$$

と変形することができる。i)と同様の理由で、 $\text{cov}(p - \phi', q)$ の符号は正である。しかし、(22)によっては、期待価格と広告を含む期待限界費用との大小関係を判定できない。企業は、広告が需要の期待値を高める程度と確実さを損なう程度とを較量して、広告投下量を決定するためである。 $\text{cov}(p - \phi', q)$ には、そのことが集約的に表現されている。本モデルは、危険中立的な企業モデルであるが、憶測すれば、危険回避的企業は、期待価格＝期待限界費用となる広告投下量以下の広告を投下し、危険愛好的企業は、その水準以上の広告を投下するようになる。

iii) 広告が需要の期待値を低めると同時に需要の分散も小さくする場合；

これは、広告の効果がii)と反対方向に生じる場合である。このとき、

(13)は、(17a)と  $\frac{\partial}{\partial a} E[\lambda N] = E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N < 0$ を用いれば、

$$E[p - \phi'] + \frac{\text{cov}(p - \phi', q)}{E[q]} \geq \frac{p_a}{E[q] E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N} \quad (22)$$

に変形することができる。これは、ii)と同一である。したがって、期待価格と期待限界費用との間の大小関係を判定できない。

なお、広告を除く生産の限界費用が一定 ( $\phi'' = 0$ ) であるときには、

### 広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

上記の i), ii), iii) のすべてにおいて、広告投下量設定企業は、確実性下の企業と同一水準に広告投下量を設定する。それは、(14)において

$$\frac{\partial q}{\partial \mu} = 0 \quad (14)'$$

したがって、(15)において

$$\frac{\partial}{\partial \mu} (p - \phi') q = 0 \quad (15)'$$

となるので、(17)が

$$\text{cov} \left( (p - \phi') q, \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right) = 0 \quad (17)'$$

となり、また(14)'により

$$\text{cov} (p - \phi', q) = 0$$

が成立し、(20)または(22)は

$$E [p] - E [\phi'] = \frac{p_a}{E [q] E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] N}$$

と書き改められるからである。

## 6. 広告投下量・生産量設定企業および広告投下量・価格設定企業

本節の企業は、広告を行なう前には、広告がどれだけの効果をもたらすのかを知らない。広告投下量・生産量設定企業は、期待利潤が最大になるように、広告投下量  $a$  および生産量  $q$  を設定する。広告投下がなされ、広告の効果がはっきりしたときには、需要者 1 人当りに事前に決定していた  $q$  を、価格  $p = p(q)$  で供給する。

広告投下量・価格設定企業は、期待利潤が最大になるように、広告投下量  $a$  および価格  $p$  を設定する。広告投下が行なわれ、広告の効果がはっきりしたときには、事前に設定していた価格  $p$  のもとで、需要者 1 人 1 人に、 $q = q(p)$  を販売する。

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

モデルは、代表的個人の需要関数  $q = q(p)$  ないし  $p = p(q)$  は、確率変数を含んでいないから、企業が事前に、広告投下量と生産量を決定しても、広告投下量と価格を決定しても、同じ結果が得られる<sup>(6)</sup>。そこで、ここでは、事前に広告投下量と生産量とを設定する企業を分析する。

広告投下量・生産量設定企業が、期待利潤  $E[\pi]$

$$E[\pi] = E[pq\lambda N - \phi(q\lambda N) - ap_a]$$

を最大にするための必要条件は

$$\frac{\partial}{\partial q} E[\pi] = E\left[\left(p + q \frac{dp}{dq}\right)\lambda N - \phi' \lambda N\right] = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial a} E[\pi] = E\left[pqN \frac{\partial \lambda}{\partial a} - \phi' qN \frac{\partial \lambda}{\partial a} - p_a\right] = 0 \quad (24)$$

である。

(23)を整理すれば、

$$p + q \frac{dp}{dq} = \frac{E[\phi'\lambda]}{E[\lambda]} = E[\phi'] + \frac{cov(\phi', \lambda)}{E[\lambda]} \quad (25)$$

を得る。 $cov(\phi', \lambda)$  は

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \phi' = \phi'' r q N \geq 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \lambda = \frac{\partial}{\partial \mu} (\gamma \mu + \theta) = \gamma > 0$$

によって、 $cov(\phi', \lambda) \geq 0$  となる。したがって、(25)は

(6) 広告投下量・生産量設定企業が設定する生産量は、確率変数を含む市場全体の生産量  $Q = q\lambda N$  ではなく、確率変数を含まない需要者1人当りに対する供給量(生産量  $q$ )である。そしてこの企業は潜在的需要者のうち何人が現実的需要者( $\lambda N$ )となろうとも、各人の個別需要関数が同一であることから、代表的個人の需要関数  $p = p(q)$  により、価格を設定するのである。他方、事前に広告投下量と価格を設定する企業は、その広告投下量と価格のもとで潜在的需要者のうち何人が現実的需要者( $\lambda N$ )になろうとも、代表的個人の需要量は  $q = q(p)$  である。すなわち、企業が需要者1人当りに対して  $q = q(p)$  を供給するのである。したがって、企業が期待利潤を広告投下量と生産量(需要者1人当りに対する供給量)に関して最大するように行動しても、期待利潤を広告投下量と価格に関して最大するように行動しても、同一の結果となる。

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

$$p + q \frac{dp}{dq} \geq E \{ \phi' \} \quad (26)$$

に変形される。

広告を除く生産の限界費用が一定 ( $\phi'' = 0$ ) のときには、 $cov(\phi', \lambda) = 0$  となるために、(26)は等号で成立する。それ故、 $\phi'' = 0$  の広告投下量・生産量設定企業は、確実性下の企業と同一水準に生産量を設定することになる。

広告を除く生産の限界費用が逦増 ( $\phi'' > 0$ ) のときには、(26)は厳密な不等号で成立する。このことは、広告投下量・生産量設定企業は確実性下の企業と比べて、少ない生産量を設定することを意味している。これは、広告を除く生産の限界費用の逦増が不確実性下の企業の生産に対して抑制的に作用するためである。

つぎに、広告投下量の水準について、広告の効果を3つの型に分け、分析する。

i) 広告が需要の期待値を高めかつ需要の分散を小さくする効果をもつ場合；

(24)を整理すれば、

$$E \{ (p - \phi') q \} = \frac{p_a}{E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] N} - \frac{cov \left( (p - \phi') q, \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right)}{E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right]} \quad (27)$$

が得られる。このi)の場合は、数式的には  $E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] > 0$  かつ  $\gamma' < 0$  で示される。ここで

$$\frac{\partial}{\partial \mu} (p - \phi') q = -\phi'' \gamma q^2 N \leq 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right) = \frac{\partial}{\partial \mu} (\gamma' \mu + \theta') = \gamma' < 0$$

となるから、(27)の右辺の第2項の共分散は非負、したがって、

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

$$\frac{\text{cov} \left( (p - \phi') q, \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right)}{E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right]} \geq 0$$

となる。それ故、(27)より

$$E \{ (p - \phi') q \} \leq \frac{p_a}{E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] N} \quad (28)$$

が得られる。(28)はさらに

$$E \{ p - \phi' \} + \frac{\text{cov} (p - \phi', q)}{E \{ q \}} \leq \frac{p_a}{E \{ q \} E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] N} \quad (29)$$

と変形される。ここで、

$$\frac{\partial}{\partial \mu} (p - \phi') = -\phi'' \gamma q N \leq 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} q = 0$$

により、 $\text{cov} (p - \phi', q) = 0$ であることと  $E \{ p \} = p$ 、 $E \{ q \} = q$ であることに注意すれば

$$\begin{aligned} p - E \{ \phi' \} &= E \{ p - \phi' \} + \frac{\text{cov} (p - \phi', q)}{E \{ q \}} \\ &\leq \frac{p_a}{E \{ q \} E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] N} \\ &= \frac{p_a}{q E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] N} \end{aligned} \quad (30)$$

すなわち、

$$p \leq E \{ mc \} + E \{ ma \} \quad (30)'$$

が得られる。

広告を除く生産の限界費用が一定 ( $\phi''=0$ ) のときには、 $\text{cov} \left( (p - \phi') q, \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right) = 0$ により、(28)(29)(30)の各式が等号で成立する。したがって、 $\phi''=0$ の広告投下量・生産量設定企業は、確実性下の企業と同一水準に広

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

告投下量を設定する。

広告を除く生産の限界費用が逡増 ( $\phi'' > 0$ ) のときには、(30)は厳密な不等号で成立する。このことは、広告投下量・生産量設定企業は、確実性下の企業と比べて、広告投下量を高い水準に設定することを意味している。これは、広告の投下が、需要の期待値を高め、需要を確実なものとするが故に、企業を強気にし、(生産プラス広告の)限界費用の期待値が価格を上回る水準まで、企業に広告を行なわしめるためである。

また、広告投下量・生産量設定企業と広告投下量設定企業とを比べれば、前者が、(生産プラス広告の)限界費用の期待値と価格の期待値の差が小さい<sup>7)</sup>。このことは、広告投下量・生産量設定企業の広告投下量は、確実性の企業の設定する広告投下量と広告投下量設定企業のそれとの中間に位置することを含意している。

- ii) 広告が需要の期待値を高める一方で需要の分散を大きくする場合;  
(24)を整理すれば、i)と同様に

$$E[(p-\phi')q] = \frac{p_a}{E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N} - \frac{\text{cov}\left((p-\phi')q, \frac{\partial \lambda}{\partial a}\right)}{E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]} \quad (27)$$

が得られる。この ii) の場合は、数式的には  $E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right] > 0$  かつ  $r' > 0$  で示される。ここで

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu} (p-\phi')q &= -\phi''r q^2 N \leq 0 \\ \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right) &= r' > 0 \end{aligned}$$

となるから、(27)の右辺の第2項の共分散は非正、したがって、

$$\frac{\text{cov}\left((p-\phi')q, \frac{\partial \lambda}{\partial a}\right)}{E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]} \leq 0$$

(7) (20)と(30)を比較してみよ。

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

となる。このとき、(27)は

$$E[(p - \phi')q] \geq \frac{p_a}{E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N} \quad (31)$$

と書き改められる。さらに、(31)を、

$$E[p - \phi'] + \frac{\text{cov}(p - \phi', q)}{E[q]} \geq \frac{p_a}{E[q]E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N} \quad (32)$$

に変形することができるが、i) と同じ理由により、(32)を

$$\begin{aligned} p - E[\phi'] &= E[p - \phi'] + \frac{\text{cov}(p - \phi', q)}{E[q]} \\ &\leq \frac{p_a}{E[q]E\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N} \\ &= \frac{p_a}{qE\left[\frac{\partial \lambda}{\partial a}\right]N} \end{aligned} \quad (33)$$

すなわち

$$p \geq E[mc] + E[ma] \quad (33)'$$

の形に整理することができる。

広告を除く生産の限界費用が一定 ( $\phi'' = 0$ ) のときには、(33)は等号で成立する。このことは、 $\phi'' = 0$ の広告投下量・生産量設定企業の広告投下量は、確実性下の企業のそれと同一であることを意味している。

広告を除く生産の限界費用が増加 ( $\phi'' > 0$ ) のときには、(33)は厳密な不等号で成立する。このことは、広告投下量・生産量設定企業は、確実性下の企業と比べて、広告投下量を低い水準に設定することを意味している。これは、広告の投下が、需要の期待値を高めはするが需要の分散を大きくするが故に、企業を弱気にし、企業をして、(生産プラス広告の)限界費用の期待値と価格とを等しくさせる広告投下量を越えさせないためである。

iii) 広告が需要の期待値を低めると同時に需要の分散も小さくする場合;

これは、

$$\frac{\partial}{\partial a} E (\lambda N) = E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] N < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a} E (\lambda N - E (\lambda N))^2 = 2\gamma' N^2 E (\mu - E (\mu))^2 < 0$$

の表現と同等である。この iii) の場合も、(24)より(27)を得ることができるが、 $\gamma' < 0$ と  $E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right] < 0$ により、(27)の右辺の第2項は非正、すなわち、

$$\frac{\text{cov} \left( (p - \phi')q, \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right)}{E \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial a} \right]} \geq 0$$

となる。これは、ii)と同じであるから、i)と同様の議論によって、(33)を得ることができる。

したがって、 $\phi'' = 0$ のときには広告投下量・生産量設定企業の広告投下量は、確実性下の企業のそれと同一水準に決定され、 $\phi'' > 0$ のときには、確実性の企業の広告投下量よりも低く設定されることになる。

## 7. 価格・生産量設定企業

本節の企業は、広告投下の前に、期待利潤が最大になるように、価格  $p$  や生産量  $q$  (需要者1人当りに対する供給量)を決定する。企業が価格や生産量についての意思決定をした後に、企業は広告の効果を実際に予測することができる。企業はその確実な予測のもとで、潜在的な需要者を対象とした広告を行ない、需要者を増加させ、彼らに自己の生産した消費財を販始する。しかも、そのとき企業は、需要者数どがれ位であろうとも、事前に設定した価格  $p$  で、すべての需要者に1人当り  $q$  を販売する。

まず、事後の変数である広告投下量の決定からみていく。広告の効果についての不確実性が解かれ、広告投下量  $a$  に応じた広告の効果  $\lambda = \gamma(a)\mu + \theta(a)$  が既知となったとき、企業は、広告投下量  $a$  を、利潤  $\pi$

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

$$\pi = pq\lambda N - \phi(q\lambda N) - ap_a \quad (34)$$

が最大になるように決定する。すなわち、

$$\frac{\partial \pi}{\partial a} = pqN \frac{\partial \lambda}{\partial a} - \phi'qN \frac{\partial \lambda}{\partial a} - p_a = 0 \quad (35)$$

を満たすように、最適広告投下量  $a$  を決定する。 $a$  の値は、(35)を解くことにより、

$$a = a(q, \mu) \quad (36)$$

または

$$a = \hat{a}(p, \mu) = \hat{a}(p(q), \mu) \quad (37)$$

として求めることができる。

したがって、企業にとっては、広告の効果についての不確実性が解かれた後には(36)によって広告投下量を決定することを前提として、事前的決定をすることが、合理的な行動となる。企業の事前的な最適行動は、企業の期待利潤  $E[\pi]$

$$E[\pi] = E[pq\lambda N - \phi(q\lambda N) - ap_a] \quad (38)$$

を最大にするように、生産量  $q$  を決定し、代表的個人の需要関数  $p = p(q)$  によって価格を設定することである<sup>(8)</sup>。

(38)を最大にする必要条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial q} E[\pi] &= E \left[ \left( p + q \frac{dp}{dq} \right) \lambda N - \phi' \lambda N \right. \\ &\quad \left. - pqN \frac{\partial \lambda}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial q} - \phi'qN \frac{\partial \lambda}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial q} - p_a \frac{\partial a}{\partial q} \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (39)$$

である。

企業は、広告の効果についての不確実性が解けたのちは、つねに(35)の行動をとるから、

(8) 価格  $p$  と生産量  $q$  (=消費者1人当りの需要量) との間には、 $p = p(q)$  または  $q = q(p)$  という関係が成立しているため、(38)を  $q$  について最大にしても、 $p$  について最大にしても同一結論が得られる。

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

$$E \left[ (pqN \frac{\partial \lambda}{\partial a} - \phi' qN \frac{\partial \lambda}{\partial a} - p_a) \frac{\partial a}{\partial q} \right] = 0$$

が成立する。このことから、(39)は

$$E \left[ (p + q \frac{dp}{dq} - \phi') \lambda N \right] = 0 \quad (40)$$

と書き直すことができる。(40)は、さらに

$$\begin{aligned} E \left[ p + q \frac{dp}{dq} \right] &= \frac{E \{ \phi' \lambda \}}{E \{ \lambda \}} \\ &= E \{ \phi' \} + \frac{\text{cov} \{ \phi', \lambda \}}{E \{ \lambda \}} \end{aligned} \quad (41)$$

と変形される。ここで、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu} p' &= \left( \gamma + \frac{\partial \lambda}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial \mu} \right) \phi'' q N \\ \frac{\partial}{\partial \mu} \lambda &= \frac{\partial}{\partial \mu} (\gamma \mu + \theta) = \gamma + \frac{\partial \lambda}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial \mu} \end{aligned}$$

であることにより、

$$\text{cov} \{ \phi', \lambda \} \geq 0$$

が得られる。したがって、(41)は

$$\begin{aligned} p + q \frac{dp}{dq} &= E \left[ p + q \frac{dp}{dq} \right] \\ &= E \{ \phi' \} + \frac{\text{cov} \{ \phi', \lambda \}}{E \{ \lambda \}} \\ &\geq E \{ p' \} \end{aligned} \quad (42)$$

すなわち、

$$mr \geq E \{ mc \} \quad (42)'$$

を意味している。

広告を除く生産の限界費用が一定 ( $\phi'' = 0$ ) のときには、(41)の右辺の第2項の共分散が零になることから、(42)は等号で成立する。すなわち、この企業は、確実性下の企業と同一水準に、生産量を(したがって価格をも)設定する。

広告を除く生産の限界費用が逡増 ( $\phi'' > 0$ ) のときには、(42)は厳密

## 広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

な不等号で成立する。このことは、価格・生産量設定企業は、確実性下の企業に比べて、生産量を低く、価格を高く設定することを意味している<sup>9)</sup>。これは、生産の限界費用の逡増が不確実性下の企業の生産に対して抑制的に作用するためである。

## 8. 結 論

われわれは、広告の効果が不確実であるとき、企業が、広告投下量、生産量および価格をどのような水準に設定するのかを分析してきた。われわれは、分析を行なう際に、企業が広告の効果についての不確実性が解かれる前に、広告投下量、生産量、価格のどれを決定するかによって、企業を5つの型に分けた。すなわち、(A)事後に広告投下量、生産量および価格を設定する企業（確実性下の企業）、(B)事前に広告投下量のみを設定する企業、(C)事前に広告投下量と生産量とを設定する企業、(D)事前に広告投下量と価格とを設定する企業、(E)事前に価格と生産量を設定する企業、の5つである。

分析の結果は次のとおりである。

(1) 広告を除く生産の限界費用が一定のとき；

上記の5つのどの企業も、事前と事後の違いはあっても、広告投下量・生産量および価格を同一水準に設定する。

(2) 広告を除く生産の限界費用が逡増するとき；

i) 広告投下設定企業は広告が需要の期待値を増加させ、かつ需要を確実にするときには、確実性下の企業よりも、広告を多く投下する。

ii) 広告投下量・生産量設定企業と広告投下量・価格設定企業は、確実性下の企業よりも、生産量を低く価格を高く設定する。

広告が需要の期待値を増加させ、かつ需要を確実なものとするときに

---

(9) 価格・生産量設定企業の生産量  $q$  と価格  $p$  の設定水準は、広告投下量・生産量設定企業の  $q$  と  $p$  の設定水準と同一である。(25)と(41)とを比較してみよ。

### 広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

は、広告投下量・生産量設定企業と広告投下量・価格設定企業は、確実性下の企業よりも多く、広告投下量設定企業よりも少なく、広告を投下する。

広告が需要の期待値を高めるがその確実さを損なう効果をもつときや確実さを高めると同時に期待値を低める効果をもつときには、広告投下量を、確実性下の企業よりも少なく設定する。

iii) 価格・生産量設定企業は、確実性下の企業よりも、生産量を少なく価格を高く設定する。この生産量と価格の水準は、広告投下量・生産量設定企業および広告投下量・価格設定企業の設定する生産量と価格の水準と同じ水準である。

広告効果の不確実性と価格・生産量の決定

〔参 考 文 献〕

- 〔1〕 K.J.Arrow, *Essays in the Theory of Risk-Bearing*, North-Holland, 1970.
- 〔2〕 R.N.Batra, "Resource Allocation in a General Equilibrium Model of Production under Uncertainty," *Journal of Economic Theory*, May, 1974.
- 〔3〕 R.N.Batra and A.Ullah, "Competitive Firm and the Theory of Input Demand under Price Uncertainty," *Journal of Political Economy*, May/June, 1974.
- 〔4〕 W.S.Comanor and T.A.Wilson, "Advertising, Market Structure and Performance," *Review of Economics and Statistics*, November, 1967.
- 〔5〕 D.M.Holthausen, "Input Choices and Uncertain Demand," *American Economic Review*, March, 1976.
- 〔6〕 石井安憲「価格不確実性と消費者利益」『季刊理論経済学』第25巻1974年8月
- 〔7〕 N.Kaldor, "The Economic Aspects of Advertising," *Review of Economic Studies*, vol.18, 1950—1951.
- 〔8〕 許定順「課税と危険負担に関するノート」『季刊理論経済学』第29巻1978年8月
- 〔9〕 H.E.Leland, "Theory of the Firm Facing Uncertain Demand," *American Economic Review*, June, 1972.
- 〔10〕 A.Sandmo, "On the Theory of the Competitive Firm under Price Uncertainty," *American Economic Review*, March, 1971.
- 〔11〕 G.J.Stigler, "The Economics of Information," *Journal of Political Economy*, 1961. (Stigler〔12〕に所収。)
- 〔12〕 G.J.Stigler, *The Organization of Industry*, Richard D. Irwin, Inc., 1968. (神谷傳造, 余語将尊共訳『産業組織論』, 東洋経済新報社1975年。)
- 〔13〕 高橋秀悦「価格不確実性と資源配分」『一橋論叢』第75巻第5号1976年5月