

土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 75, No. 2 (応用力学論文集 Vol. 22), I_351-I_359, 2019.

粘性土地盤の圧密変形に関する 数値解析の検証および妥当性確認

肥前 大樹¹・上野 勝利²・渦岡 良介³

¹ 学生会員 徳島大学大学院 先端技術科学教育部 (〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町 2-1)
E-mail: daiki.hizen@gmail.com

² 正会員 徳島大学大学院 社会産業理工学研究部 (〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町 2-1)
E-mail: ueno@ce.tokushima-u.ac.jp

³ 正会員 京都大学防災研究所 地盤防災解析研究分野 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)
E-mail: uzuoka.ryosuke.6z@kyoto-u.ac.jp

粘性土地盤の圧密変形問題に対して、数値解析の検証と妥当性確認の適用を試みる。数値解析手法は多孔質体理論に基づく土-水連成解析を用いる。

はじめにコード検証として解析解との比較を行い、数値解が解析解と一致することを確認し、プログラミングエラーがないと判断された。次の解析検証として、メッシュサイズによる解析解に対する数値解の収束性に **Order of accuracy** を適用した。この指標を用いてメッシュサイズの細分化により数値解が解析解に収束することを確認した。また、沈下量よりも間隙水圧の方がメッシュサイズの影響を受けやすいことを示した。

妥当性確認では、三軸試験より得た材料パラメーターの不確かさを正規分布と仮定し、その中から代表点を選択し 81 通りのパラメトリック解析を、粘性土地盤の圧密変形に関する遠心模型実験を対象として実施した。沈下量に対する材料パラメーターの感度を示すと共に、それらの解析結果と実験結果を比較した。実験値と数値解の分布が重なる部分もあるが、限界状態応力比によって変形モードが変化し沈下量を過大評価する場合も見られた。

Key Words: Verification, Validation, Consolidation, Centrifuge model test, Triaxial test

1. はじめに

従来の数値解析による地盤変形予測は、一つの実験結果と一つの解析結果の比較を通じて、その精度の妥当性確認が行われてきた。実験の場合は規模が大きくなるほど実験準備やコスト面から何度も実施することが困難である。また、数値解析における材料パラメーターの決定は、数が限られた地質データ・現場試験・室内試験の情報に基き、解析者の経験と知識により選択されている。従って、実験者や解析者の主観に基づく従来の変形予測では、実験と解析に含まれる不確かさが考慮されておらず、十分な客観性が確保されていないと考えられる。そこで、変形予測の精度・信頼性向上に関して、**Verification (検証) & Validation (妥当性確認)** (以後、**V&V**) という考え方^{1,2)}がある。

検証は、コード検証と解析検証の2つに分かれる。コード検証では、プログラミングエラーがなく、数値解が

解析解と一致することを評価する。解析検証では、数値解析を行う際の数値誤差を評価する。有限要素法の場合、異なるメッシュサイズで解析をした結果を用いて、数値解の収束性を評価する。

妥当性確認では、同条件下で複数回実施された実験結果との対比を行う。このとき実験と解析が有する様々な不確かさの定量化が要求される。実験の不確かさとして、模型地盤の密度や含水比状態、上載圧のような荷重の誤差が挙げられる。解析の不確かさとして、模型地盤の不均質性や材料パラメーターの設定の誤差が挙げられる。

地盤の空間的な不確かさを考慮した解析³⁾や、確率論に基づく斜面安定解析⁴⁾のように、確率論的な解析的研究は進められている。複数回の模型実験結果とその数値解析による変形予測を、両者の不確かさを考慮した確率論に基づき検討した事例はまだ少ない。

そこで、本研究では地盤工学分野における **V&V** の適用を進めるため、粘性土地盤の圧密変形問題への適用を

試みる。着目する現象は粘性土地盤の圧密およびせん断変形による沈下量であり、これに対する数値解析の検証と妥当性確認を実施する。実験に関して、粘性土地盤上の盛土による圧密変形に関する遠心模型実験を同条件下で複数回実施し、粘性土地盤の沈下量の不確かさを示す。加えて、数値解析に用いる材料パラメーターの不確かさを得るための三軸試験も複数回実施する。解析に関して、数値解析手法に対する2つの検証を行った後、材料パラメーターの不確かさを考慮した遠心模型実験の再現解析を実施する。以上により、多数の実験結果と多数の解析結果の比較を通じて、圧密変形に関する数値解析の妥当性確認を行う。なお、寸法や結果は全て模型スケールである。

2. 遠心模型実験

数値解析の妥当性確認で対象とする遠心模型実験に関して記述する。模型作製手順および遠心載荷手順を以下に示す。実験は予圧密載荷・予圧密除荷・盛土載荷（1G場）・盛土載荷（遠心場）の4つの段階に分けた。

(1) 模型作製手順

実験模型図を図1に示す。実験模型は、内寸幅450mm、高さ350mm、奥行200mmの剛土槽に、排水層・粘性土層・盛土の3層で構成した。排水層にはポーラスストーンと珪砂4号、粘性土層には信楽粘土（土粒子密度：2.57 g/cm³、液性限界：35.7%、塑性限界：18.4%）、盛土には珪砂7号とファインサンド（微粉末加工された粒径が小さい砂）を8：2の重量比になるように混合させた砂（土粒子密度：2.65 g/cm³、最適含水比：12.1%、最大乾燥密度1.75 g/cm³）を使用した。

排水層は、土槽底部にある排水管をポーラスストーンで覆い、蒸留水で湿らせた珪砂4号を地盤高さ50mmになるように十分に突き固めて作製した。粘性土層は、圧密の均等性や脱気性能を確保するために液性限界よりも高い含水比50%に調整した信楽粘土を、攪拌機を用いて混合しスラリー状にした。間隙空気の影響は地盤の不均質性を招く要因に成り得るため、棒状の振動機を用いて十分に間隙空気を抜きながら、土槽内にスラリー状粘土を流し込む。このときの地盤高さは130mm、質量20kgである。最後に、粘性土層上面に載荷板を載せ、予圧密を行う。予圧密圧力はBFシリンダー内のロッドに空気圧を作用させ載荷板を押すことにより発生させている。表1に示す予圧密圧力と載荷時間で段階的に載荷を行った（予圧密載荷）。全ての予圧密が終了すれば、予圧密圧力の除荷と粘性土層地表面の整地をし、図1中の○印の地点で粘性土地盤高さを電子ノギスを用いて計測する（予圧密除荷）。盛土は、正方形の型枠内で最適含水比

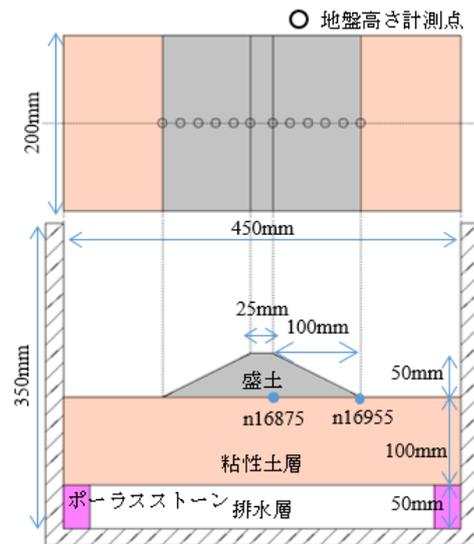


図-1 実験模型図

表-1 予圧密圧力と載荷時間

載荷順	予圧密圧力(kPa)	載荷時間(h)
1	0.5	0.5
2	1.0	1.0
3	2.0	3.0
4	4.0	6.0
5	8.0	9.0
6	15.0	12.0
7	22.0	12.0
8	30.0	100.0

表-2 遠心加速度と載荷時間の関係

遠心加速度(G)	載荷時間(min)
5	2.5
10	5.0
15	7.5
・	・
・	・
45	22.5
50	30.0

12.1%の混合砂を、目標締固め度85%で5層（1層1cm）に分けて突き固めを行い、正方形の土塊を粘性土層上に設置した後、図1中に示す所定の形状（法面勾配1：2）に成形した（盛土載荷（1G場））。

(2) 遠心載荷手順

遠心加速度と載荷時間の関係を表2に示す。最終の遠心加速度は50Gとし、5Gずつ段階的に上げていく（盛土載荷（遠心場））。各遠心加速度での載荷時間は、加速度の数値部分を1/2した時間（単位：分）を目安とし

た。遠心载荷後に盛土を取り除き、図1中の○印の地点で粘性土地盤高さを電子ノギスを用いて計測する。粘性土地盤の沈下量は、予圧密除荷時と盛土を取り除いた時の地盤高さの差として、その不確かさを整理する。以上の模型作製手順と実験条件を統一し、8回の遠心模型実験を実施した。

(3) 実験結果

予圧密载荷時における地表面沈下量の時刻歴を図2に示す。圧密圧力と载荷時間、スラリー状粘土の投入量を統一したことにより、すべてのケースで沈下過程と最終沈下量が概ね一致している。沈下量の標本平均 μ は 30.2cm, 標本標準偏差 σ は 0.76cm, 変動係数は 2.5% であった。変動係数からも不確かさが小さいと判断でき、実験結果の再現性が高い実験方法であったといえる。

次に、盛土载荷（遠心場）終了時における右側法肩真下（図1中の n16875）および法尻（図1中の n16955）での地表面沈下量のヒストグラムを図3に示す。ヒストグラムはデータ区間幅 0.5mm である（例えば、「-5.0mm」での棒グラフは-5.0mm 以上-5.5mm 未満になる確率を表す）。また、正規分布曲線はデータ区間の数値における確率密度を計算し、その値と全体確率、区間幅を掛けて求めた（「-5.0mm」での確率密度と全体確率 1, 区間幅 0.5mm を掛ける）。なお、数値解析では壁面摩擦を考慮しないため、地盤中央線での沈下量の不確かさを整理した。法肩真下および法尻ともに、比較的正規分布に近い形状となり、最大値と最小値の差は 2mm 程度であった。その要因として盛土質量（標本平均：2.1kg, 標本標準偏差：0.06kg）の不確かさが考えられる。変動係数は 2.9% と小さく実験条件としての精度は概ね確保できているが、盛土質量がケース間でわずかでも異なると、沈下量にも不確かさが生じると考えられる。

3. 三軸圧縮試験

材料パラメーターの不確かさを得るために行った三軸試験に関して記述する。ここでは、最終的な結果である材料パラメーターの不確かさを対象とした。これには、供試体の状態や計測誤差など多様な不確かさが含まれるが、それらを全て含んだ最終的な結果の不確かさを数値解析の材料パラメータとして用いる。2章と同様に、実験手順と実験条件を十分に確立した後、4回実施した。

(1) 圧密試験

材料パラメーターである圧縮指数 λ と膨潤指数 κ を得るために圧密試験を実施した。供試体の作製方法を示す。含水比 50% に調整した信楽粘土を、攪拌機を用いてスラリー状にしてから土槽に流し込み、最終圧力が 45kPa に

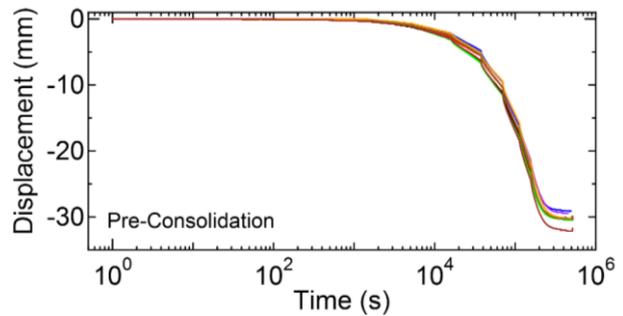
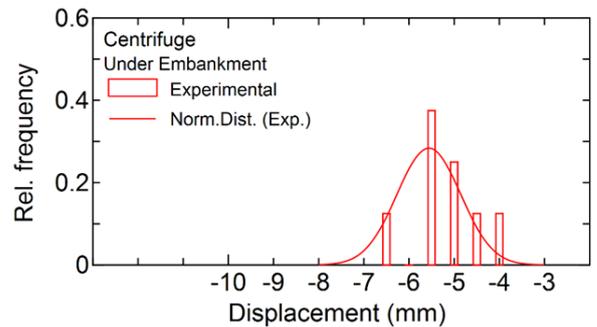
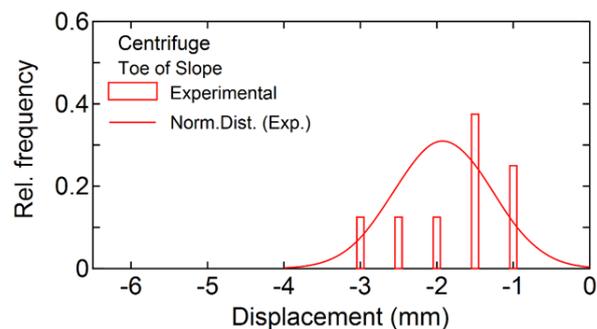


図2 予圧密载荷時における地表面沈下量



(a) 右側法肩真下



(b) 右側法尻

図3 盛土载荷（遠心場）終了時での地表面沈下量

なるように段階的に予圧密をした。その後、予圧密された試料をブロック状に切り分けトリミング法により作製した。この時、トリミングした際に排出された粘土を採取し含水比を計測する。ブロック状の試料は、含水比状態の変化を避けるため、タオルとラップで包み水中保管を行った。拘束圧を 20kPa・40kPa・80kPa・20kPa・80kPa の順に载荷と除荷をしていき、最終拘束圧が 100kPa の場合を 2 ケース、200kPa の場合を 2 ケースの合計 4 ケースを実施した。各载荷段階での圧密終了判定は 3t 法に従う。試験終了時に供試体の含水比を計測する。

圧縮指数（標本平均：0.044, 標本標準偏差：0.004, 変動係数：9.3%）と膨潤指数（標本平均：0.0063, 標本標準偏差：0.00027, 変動係数：4.3%）のヒストグラムを図4に示す。ただし、次章の構成モデルのパラメーター

の都合上、 $\ln v - \ln p$ 関係の勾配値として示している。ヒストグラムは圧縮指数が 0.005、膨潤指数が 0.0002 のデータ区間幅で描いている。正規分布曲線の求め方は図 3 と同様である。この要因として供試体の代表的な各諸量の不確かさを挙げ、表 3 に示す。人的制御を行った供試体体積に関しては、拘束圧に関わらず 4 ケース全てで概ね等しくなっていたが、供試体の含水比に不確かさが確認された。トリミング時に採取した粘土の含水比は概ね等しく、保管方法には一定の効果が見られる。作製中は供試体が空気に触れるため含水比に変化を与えたと考えられる。土粒子体積も 4 ケース全てで同等であったため、供試体内部の間隙水体積がケース間で異なっており、排水量の不確かさに影響を及ぼしたと考えられる。

(2) 非排水せん断試験

限界状態応力比 M の不確かさを得るために、非排水せん断試験を実施した。圧密試験が終了した 4 ケースに対して、ひずみ速度 0.05 mm/min の同条件下で単調載荷を行った。従って、圧密試験において最終拘束圧が 100kPa の場合に対して 2 本の応力経路が得られ、200kPa の場合も同様である。本研究では、100kPa と 200kPa の応力経路から 1 本ずつ選択し、それらを組み合わせることにより 1 つの限界状態応力比を決定し、合計 4 つの限界状態応力比を得た。

得られた限界状態応力比（標本平均：1.31、標本標準偏差：0.16、変動係数 11.9%）のヒストグラムを図 5 に示す。ヒストグラムはデータ区間幅 0.1 で描いている。正規分布曲線の求め方は図 3 と同様である。圧縮指数や膨潤指数と比較して、2 つの供試体から 1 つの限界状態応力比を得ており、変動係数も最も大きくなっていることから、供試体の各諸量の不確かさの影響をより受けやすいと考えられる。一つだけ平均値から大きく外れる数値があり、正規分布を仮定した場合は $\mu + 2.0\sigma$ 付近に相当している。各供試体の作製の精度向上と共に、標本数増加に伴う平均値の精度向上が必要である。

4. 数値解析

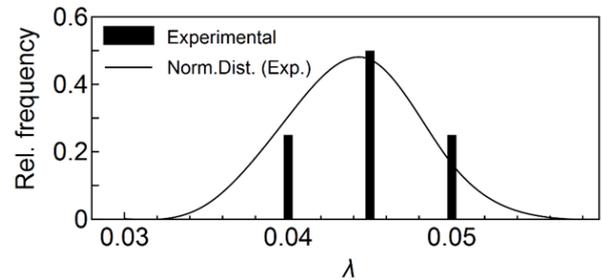
本章では数値解析の検証と妥当性確認について示す。用いる数値解析手法に対して、数値解と解析解が一致することを確認するコード検証と、メッシュサイズによる解析解に対する数値解の収束性を確認する解析検証を行う。次に、2 章で示した遠心模型実験の再現解析を実施し、比較を行うことにより妥当性確認を行う。

(1) 有限変形圧密の検証

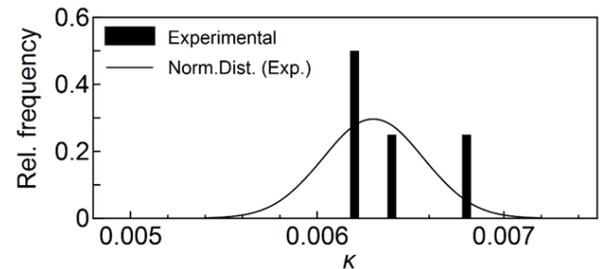
数値解析には、多孔質体理論に基づく動的有限要素解析手法⁹⁾を適用する。空間の離散化には有限要素法を、

表-3 供試体の各諸量の不確かさ

ケース	土粒子体積 (cm ³)	含水比：供試体(%)	含水比：トリミング(%)
100kPa①	108.187	36.6	33.1
100kPa②	108.934	33.0	33.6
200kPa①	108.66	29.1	33.3
200kPa②	109.79	36.4	32.2
変動係数(%)	0.6	10.44	1.8



(a) $\ln v - \ln p$ 関係における圧縮指数



(b) $\ln v - \ln p$ 関係における膨潤指数

図-4 圧縮指数および膨潤指数のヒストグラム

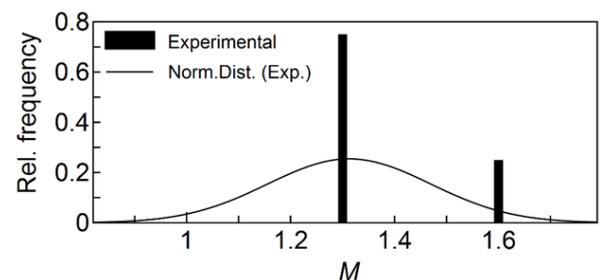


図-5 限界状態応力比のヒストグラム

時間の離散化には後退差分法を用いる。アイソパラメトリック要素で、土骨格変位には二次形状関数の 9 点積分を、間隙水圧には双一次形状関数の 4 点積分を用いる。非線形方程式の解法はニュートンラプソン法である。

有限変形圧密の検証は Morris⁶⁾による間隙比変化に関する偏微分方程式から沈下量を求める一次元圧密の解析解との比較により行う。ただし、構成モデルには超弾性 neo-Hookean モデル⁷⁾を適用している。全体の解析モデル

は幅 1m×深さ 10m の土柱モデルである。メッシュ形状は正方形で、幅 1m (10 要素) , 幅 0.333m (90 要素) , 幅 0.111m (810 要素) の 3 種類を準備し、メッシュサイズによる解析解に対する数値解の収束性を検証する。土骨格変位の境界条件は、底面に全方向固定、側面に水平方向固定を設定した。間隙水圧の境界条件は、地表面に水圧 0kPa を設定し、上面排水とした。初期条件として、すべての節点に間隙水圧 10kPa を与えた。また、圧密圧力 10kPa をモデル上面の節点に等価節点荷重として与えた。計算は時間増分 10 秒の 50000 ステップで行う。表 4 に示す材料パラメーターを全ての要素に定めた。

メッシュサイズによる解析解に対する数値解の収束性の指標として、Order of accuracy²⁾を適用する。解析解との誤差とメッシュサイズの関係の対数勾配として定義され、式(1)、(2)を用いて計算される。

$$p = \ln\left(\frac{\varepsilon_{rh}}{\varepsilon_h}\right) / \ln(r) \quad \text{式(1)}$$

$$r \equiv \frac{h_{coarse}}{h_{fine}} \quad \text{式(2)}$$

ここで、 p は Order of accuracy、 h はメッシュサイズ、 ε は解析解との誤差、 r はメッシュサイズの比である。 p が正の値を持ち、かつ値が大きいほどメッシュサイズの細分化に対して数値解が解析解に収束していることを示す。また、メッシュサイズを細分化しても数値解に変化が見られない、もしくはメッシュサイズに依らず数値解と解析解が一致している状態であれば、 p は 0 に漸近する。

圧密開始 1000 秒までの地表面沈下量の時刻歴を図 6 に、深度 2.5m における間隙水圧と地表面沈下量の Order of accuracy の時刻歴を図 7 に示す。また、深度 5.5m における間隙水圧の Order of accuracy を、間隙水圧が減少し始める 1000 秒から 10000 秒までの時刻歴を図 8 に示す。ただし、間隙水圧に関する解析解は論文内⁹⁾で示されていないため、ここではメッシュサイズを十分細分化した数値解 (810 要素) を代替の解析解として p を算出した。

図 6 と図 7 より、地表面沈下量に関して圧密開始直後はメッシュサイズが粗い場合に解析解との誤差が大きくなり、 p も最大値をとる。ただし、全てのメッシュサイズにおいて時間の経過とともに数値解が解析解と一致するため p は 0 に漸近する。メッシュサイズの細分化により、圧密開始直後も数値解が解析解に収束し、時間経過と共にメッシュサイズの影響が小さくなることを確認した。最終沈下量はメッシュサイズに依らず解析解と一致し、プログラミングエラーがないと判断できる。

図 7 より、間隙水圧の p も圧密開始直後に最大値を取る。深度が浅い所では圧密開始と同時に消散が始まるが、メッシュが粗い場合、圧密圧力の影響により地表面に近い要素において間隙水圧を過大評価してしまうためである。対して図 8 のように深度が深い場合はこの影響を受

表4 検証における材料パラメーター

土粒子の実質密度(t/m ³)	1.0
間隙水の実質密度(t/m ³)	1.0
初期間隙率	0.5
飽和透水係数 (m/s)	1.0×10 ⁻⁴
ラメ定数, λ (kPa)	100.0
ラメ定数, μ (kPa)	50.0
重力加速度(m/s ²)	0.0

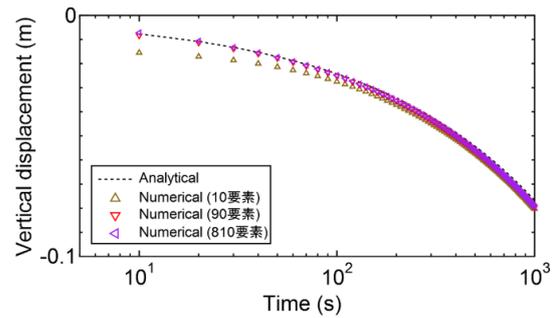


図-6 圧密開始 1000 秒までの地表面沈下量の時刻歴

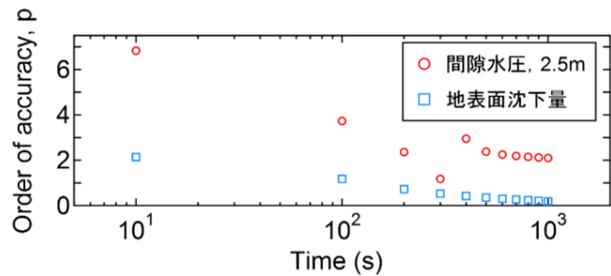


図-7 深度 2.5m での間隙水圧と地表面沈下量の Order of accuracy の時刻歴

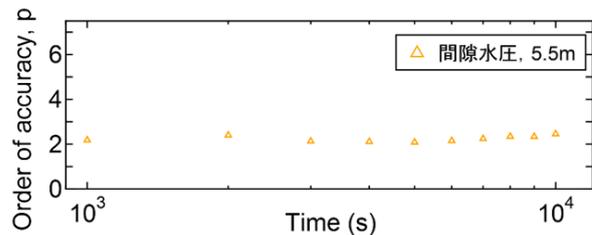


図-8 深度 5.5m での間隙水圧の Order of accuracy の時刻歴

けないため、消散が始まった時点でも p は最大値を取らない。しかし、地表面沈下量の傾向とは異なり、時間経過と共に p が減少していないため、間隙水圧はメッシュサイズの影響を受けていることがわかる。この傾向は図 8 に示すように、深度が深くなっても変わらない。従って、双一次形状関数から求まる諸量の方が、メッシュサイズの影響を受けやすいことを示している。土-水連成

解析においては、沈下量よりも間隙水圧の収束性を考慮してメッシュサイズを決定する必要があるといえる。

(2) 再現解析条件

数値解析は2章の遠心模型実験に準じて、初期自重・予圧密載荷・予圧密除荷・盛土載荷（1G場）・盛土載荷（遠心場）の5つの過程に分けて行う。数値解析モデルは、模型の対称性を利用して予圧密載荷過程の半断面を用いて作成した。従って、初期の解析モデルは幅22.5cm、排水層高さ5cm、粘性土層高さ13cmである。全要素数は5580、全節点数は17045とし、粘性土層と排水層のメッシュサイズはそれぞれ正方形形状（幅0.25cm）と長方形形状（幅0.25cm、高さ0.5cm）である。

土骨格変位の境界条件には、底面に全方向固定、側面に水平方向固定を設定した。間隙水圧の境界条件には、地表面に水圧0kPaを設定し、上面排水とした。予圧密荷重はモデル上面の全節点に、盛土荷重は所定の範囲の節点に、それぞれ等価節点荷重として与えた。今回は盛土質量の不確かさは考慮せず、最適含水比12.1%と目標締固め度85%から湿潤密度を求めることにより、盛土質量および等価節点荷重を算出した。結果、1G場における盛土質量は1.04kgである。表2に示す遠心加速度と載荷時間を盛土質量および全要素に適用する。盛土載荷における解析モデルを図9に示す。

収束判定誤差は、間隙水圧と土骨格変位に関する残差ノルムがそれぞれ 1.0×10^{-10} 未満と 1.0×10^{-8} 未満の2つを同時に満たすこととした。

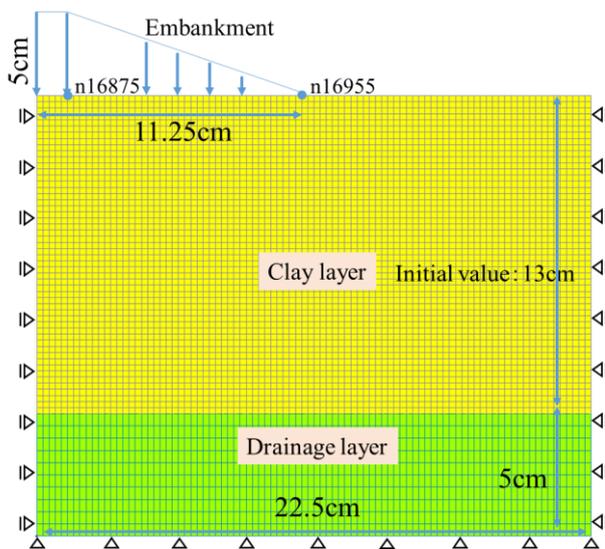


図9 盛土載荷における解析モデル

(3) 解析パラメーター

本研究では均質地盤を仮定する。初期自重解析のみ静的解析で残りの過程は全て準静的解析である。また全過

表5 再現解析における粘性土地盤の材料パラメーター

土粒子の実質密度(t/m^3)	2.57
間隙水の実質密度(t/m^3)	1.0
初期間隙率	0.557
飽和透水係数 (m/s)	1.0×10^{-7}
間隙水の体積弾性係数(kPa)	2.0×10^6
圧縮指数	変数
膨潤指数	0.0063
限界状態応力比	変数
拘束圧に依存しないせん断弾性係数(kPa)	10.0
過圧密度	1.0
ポアソン比	0.333

程で有限変形理論で、同一の材料パラメーターを設定する。自重解析以降は、前過程の変形および応力状態を引き継いで解析を行う。粘性土地盤の構成モデルには弾性関係に拘束圧依存性を考慮した超弾性型の修正カムクレイモデル⁸⁾を、排水層には超弾性 neo-Hookean モデルを採用した。再現解析における粘性土地盤の材料パラメーターを表5に示す。

3章で得た材料パラメーターの不確かさから、弾塑性領域での間隙比変化およびせん断変形を支配する圧縮指数 λ と限界状態応力比 M に着目する。それぞれの標本平均 μ と標本標準偏差 σ を計算し、正規分布に従うと仮定した。計算コストを削減するために μ と、 μ から $\pm 0.5\sigma$, $\pm\sigma$, $\pm 1.5\sigma$, $\pm 2.0\sigma$ の距離にある9点を代表点として選択し、これらを考慮した81通りのパラメトリック解析を行った。仮定した、各組み合わせの確率分布を図10に示す。材料パラメーター1つにつき、 $\mu - 2.0\sigma$ から $\mu + 2.0\sigma$ の確率が約95%としたため、2つの材料パラメーターを組み合わせた時の全体確率は約91%である。本来は、実験で得られた分布から乱数を発生させることや、材料および空間の相関性、不均質性も考慮した上で妥当性確認をすべきであるが、ここでは沈下量に対する材料パラメーターの感度を示し、それらの解析結果と実験結果を比較することにより妥当性確認とした。膨潤指数 κ は不確かさが小さかったため、標本平均0.0063で固定した。

拘束圧に依存しないせん断弾性係数は経験的に決定するパラメーターである。そのため、このパラメーターに対する感度解析も別途行った。その結果、数値が100.0kPaを超えると余分なせん断剛性を与えることになり、変形量に差が現れなくなった。一方、数値が0.0kPaに近いと余分なせん断剛性は与えずに済むが、計算の収束性が悪くなることを確認した。これらを考慮して10kPaと設定した。また、予圧密載荷時ではスラリー状粘土であるため、降伏応力が十分小さく、載荷直後から

変形が始まる。従って、自重解析において正規圧密状態（過圧密度=1.0）と考える。

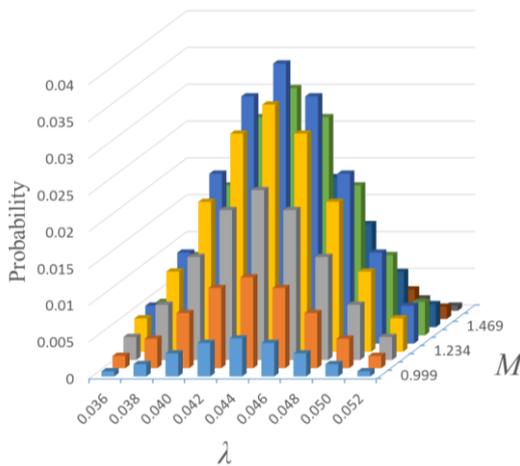


図-10 2変数のパラメーター群とその確率

(4) 数値解析の妥当性確認

予圧密沈下量の比較を図 11 に示す。ヒストグラムは実験値，数値解共に 0.5mm 間隔である。正規分布曲線の求め方は図 3 と同様であるが，実験値の全体確率は 1，数値解は約 0.91 として計算している。数値解が実験値よりも過小評価しており，平均値同士を比較すると約 13cm の差があった。これは，圧縮指数の設定条件に起因していると考えられる。今回設定した圧縮指数は，予圧密後の土塊から取り出した供試体を用いた三軸試験の結果から得ており，予圧密前のスラリー状粘土の供試体の結果から得ていない。予圧密前後では初期比体積が異なるため，スラリー状粘土で圧密試験をした場合，圧縮指数が設定した数値よりも大きくなる可能性がある。予圧密解析においては，スラリー状粘土における圧縮指数と膨潤指数を用いるべきではあるが，供試体の作製が難しい。そのため，圧縮指数の設定条件が実験と解析で整合しておらず，沈下量に影響したと考えられる。

次に，盛土載荷（遠心場）終了時における，法肩真下（図 1,9 中の n16875）および法尻（図 1,9 中の n16955）の地表面沈下量の比較を図 12 に示す。この過程では計算が収束しないケースもあり，それらは結果に含めず分布を描いている。そのため，正規分布曲線を求める際の数値解の全体確率は約 0.71 となっている。また，粘性土地盤の限界状態応力比による変形モード比較の一例を図 13 に示す。変形倍率は 1 倍で，コンターは相当ひずみを表している。法肩真下の沈下量において，実験値の分布と重なる箇所と過大評価する箇所が存在する。過大する要因として限界状態応力比に着目する。圧縮指数に依らず，限界状態応力比が平均値もしくは小さい場合に実験

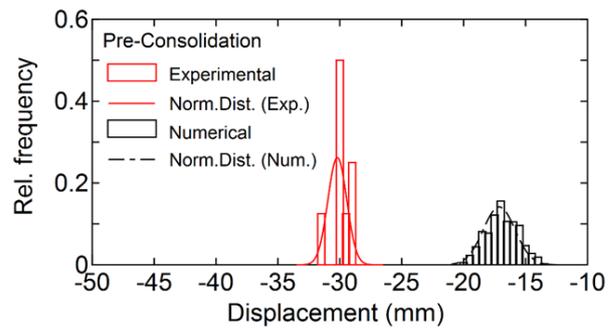
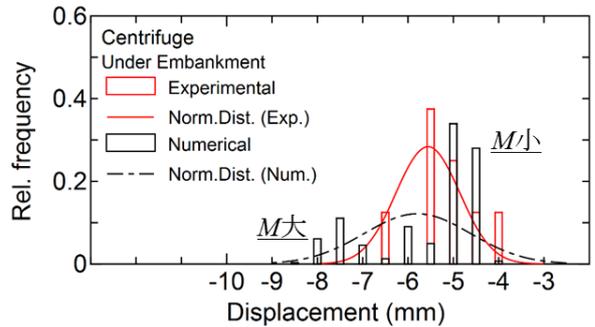
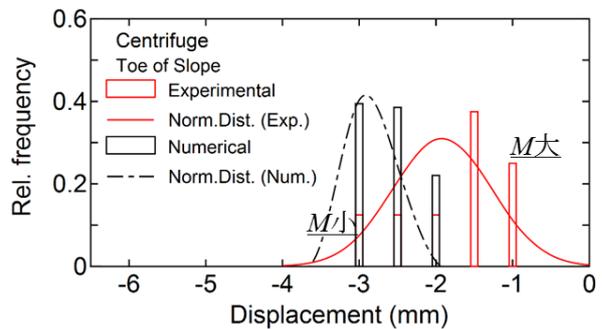


図-11 予圧密沈下量の比較



(a) 右側法肩真下



(b) 右側法尻

図-12 法肩真下および法尻における地表面沈下量の比較

値の分布と重なり，盛土載荷面が滑らかな曲線になった。これは遠心模型実験における変形モードとも一致している。一方，平均値より大きい場合は盛土載荷面に段差が発生し，過大評価する傾向にあった。これは遠心実験では観察されなかった挙動である。この変形モードの違いに加えて， $\mu \pm 2.0\sigma$ に近い場合は計算の収束性が悪くなる傾向にあった。これらのことから，限界状態応力比が平均値より大きいあるいは $\mu \pm 2.0\sigma$ に近い場合の数値解については，定性的に妥当ではないと判断できる。沈下量の過大評価は，変形モードの変化に起因しているため，その要因を構成モデルの適用限界も含めて検証する必要がある。

法尻の沈下量は，法肩真下の変形モードの影響を受けず，限界状態応力比が大きくなる程沈下量が小さくなる。

しかし、圧縮指数と限界状態応力比に依らず、実験で1回のみ観測された沈下量と重なっており、過大評価する傾向にあると判断できる。

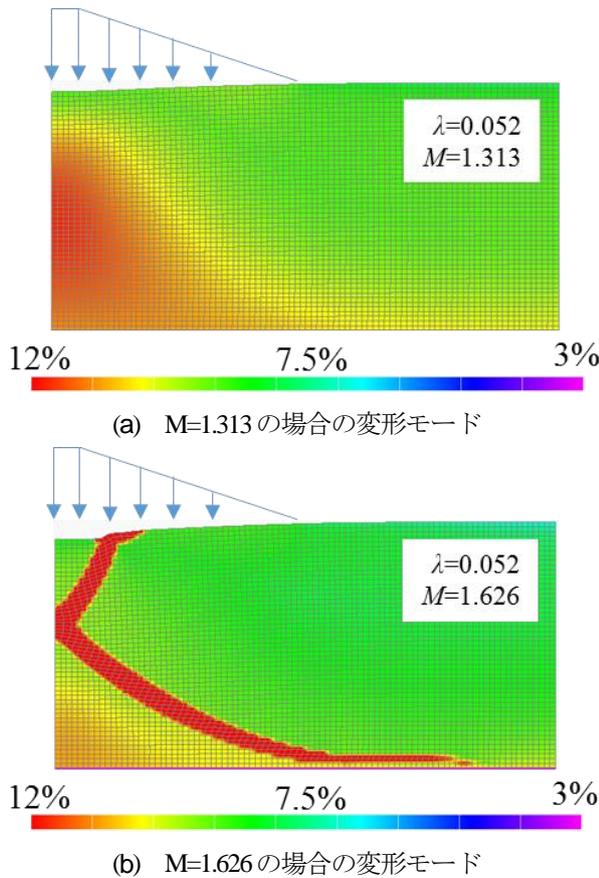


図-13 限界状態応力比による変形モードの比較
(コンター図：相当ひずみ)

5. 結論

本研究では地盤工学分野における V&V の適用を進めるため、粘性土地盤の圧密変形問題への適用を試みた。着目した現象は粘性土地盤の圧密およびせん断変形による沈下量であり、これに対する数値解析の検証と妥当性確認を実施した。実験では、数値解析の妥当性確認の対象としての遠心模型実験と、材料パラメーター（ここでは、三軸試験における供試体の状態や計測誤差を含んだ最終的な結果である材料パラメーター）の不確かさを得るための三軸試験を複数回実施した。数値解析手法に対する検証を行い、材料パラメーターの不確かさを考慮した遠心模型実験の再現解析を実施した。多数の遠心模型実験と多数の解析結果を比較することにより、数値解析の妥当性を確認した。以下に各過程での結論を示す。

(1) 遠心模型実験

法肩真下および法尻の沈下量分布は、比較的正規分布

に近い形状となり、最大値と最小値の差は 2mm 程度であった。その要因として盛土質量の不確かさの影響を挙げた。変動係数は 3.5%と小さく実験条件としての精度は概ね確保できているものの、盛土質量がケース間でわずかでも異なると、沈下量にも不確かさを生じると考えられる。

(2) 三軸試験

圧縮指数および膨潤指数に関して、人的制御を行った供試体体積に関しては、4 ケース全てで概ね等しくなっていたが、供試体の含水比に不確かさが確認された。供試体内部の間隙水体積がケース間で異なっていることになり、排水量の不確かさに影響を及ぼしたと考えられる。

限界状態応力比は圧縮指数や膨潤指数と比較して、2つの供試体から1つの数値を得ており、変動係数も最も大きくなっていることから、供試体の各諸量の不確かさの影響をより受けやすいと考えられる。そのため、各供試体作製の精度向上と標本数を増加し平均値の精度向上に努める必要がある。

(3) 数値解析手法の検証

コード検証において、最終沈下量に関して数値解が解析解と一致したことからプログラミングエラーがないと判断された。また、解析検証においてメッシュサイズによる解析解に対する数値解の収束性に Order of accuracy を適用した。その結果、沈下量は時間経過とともにメッシュサイズの影響が小さくなる。一方、間隙水圧は深度と時間経過に関わらず、メッシュサイズの影響を受けていることを確認した。従って、二次形状関数と双一次形状関数が混合する土-水連成解析においては、双一次形状関数から求まる諸量の収束性を考慮してメッシュサイズの決定を行う必要がある。

(4) 数値解析の妥当性確認

三軸試験より得た材料パラメーターの不確かさを正規分布と仮定し、その中から代表点 (μ と、 μ から $\pm 0.5\sigma$, $\pm\sigma$, $\pm 1.5\sigma$, $\pm 2.0\sigma$) を選択し、81 通りのパラメトリック解析を実施した。沈下量に対する材料パラメーターの感度を示すと共に、それらの解析結果と実験結果を比較することにより妥当性確認をした。

予圧密載荷の数値解に関して、本来予圧密前の供試体から得た圧縮指数を用いるべきではあるが、供試体作製の難しさもあり、予圧密後の供試体から圧縮指数を得ている。そのため、圧縮指数を過小評価している可能性があり、数値解に影響しているものと考えられる。

盛土載荷（遠心場）終了時における、法肩真下の粘性土地盤沈下量は実験値と重なる部分もあるが、限界状態応力比が大きくなるにつれ過大評価する傾向にあった。

また、 $\mu \pm 2.0\sigma$ に近い場合は計算の収束性も悪くなる傾向にあった。従って、限界状態応力比が大きいかあるいは $\mu \pm 2.0\sigma$ に近い場合の数値解については、定性的に妥当ではないと判断できる。限界状態応力比が大きくなると変形モードが異なることや計算の収束性が悪くなる要因を検証していく必要がある。また、膨潤指数や盛土質量の不確かさも考慮し妥当性確認を行う必要がある。

謝辞：本研究は、JSPS 科研費 16H04409 の助成を受けたものである。また、徳島大学大学院生の方々には実験に尽力して頂きました。ここに記して、重ねて御礼申し上げます。

参考文献

- 1) The American Society of Mechanical Engineers: An Illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, ASME V&V10.1, 2012.
- 2) Oberkampf, W. L. and Roy, C. J.: *Verification and Validation in Scientific Computing*, Cambridge University Press, pp.180-185, 2012.
- 3) 深田竜司, 肥後陽介, 大竹雄, 南野佑貴, 加藤亮輔：盛土内の不均質透水性空間分布の生成と不飽和降雨浸透解析への適用, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 73, No. 2, I_791-I_799, 2017.
- 4) Griffiths, D. V. and Fenton, Gordon A.: Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 130, No. 5, pp.507-518, 2004.
- 5) Uzuoka, R and Borja, R. I.: Dynamics of unsaturated poro-elastic solids at finite strain, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 36, pp.1535-1573, 2012.
- 6) Morris, P. H.: Analytical Solutions of Linear Finite and Small-strain One-dimensional Consolidation, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29, pp.127-140, 2005.
- 7) Bonet, J. and Wood, R. D.: *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*, Cambridge University Press, pp.119-125, 1997.
- 8) Borja, R.I., Tamagnini, C. and Amorosi, A.: Coupling plasticity and energy-conserving elasticity models for clays, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 123(10), pp.948-957, 1997.

(Received July 19, 2019)
(Accepted December 10, 2019)

VERIFICATION AND VALIDATION OF NUMERICAL ANALYSIS FOR CONSOLIDATION OF CLAY GROUND

Daiki HIZEN, Katsutoshi UENO and Ryosuke UZUOKA

Verification and validation procedures were applied for numerical analysis of clay ground consolidation. The numerical analysis is a soil-water coupled analysis on finite deformation porous media theory.

At the verification stage, the code and calculation verification was conducted based on an analytical solution and the concept of order of accuracy. The accuracy and convergence of numerical method were verified.

At the validation stage, first some elasto-plastic material parameters were assumed as normal distributions from laboratory tests. Second the numerical analyses simulated centrifuge tests of clay ground consolidation using the probabilistic material parameters. By comparing the probability distributions of experimental and numerical results, the uncertainty in the clay ground deformation and validity of numerical method were discussed. The distribution of numerical results overestimated that of experimental results.