Estudio Exploratorio sobre Estrategias y Errores de un Estudiante con Trastorno del Espectro Autista al Resolver Problemas de División Partitiva[1]

An Exploratory Study on Strategies and Errors of a Student with Autism Spectrum Disorder when Solving Partitive Division Problems

Irene POLO-BLANCO[2]
María José González LÓPEZ [3]
Alicia Bruno CASTAÑEDA [4]

RESUMEN: En los últimos años ha aumentado notablemente el interés por analizar el rendimiento académico de los estudiantes con trastorno del espectro autista (TEA). Entre las materias escolares, las matemáticas son uno de los grandes obstáculos que encuentran estos estudiantes. Por consiguiente, es fundamental mejorar nuestro conocimiento sobre el modo en que los estudiantes con TEA aprenden diferentes conceptos matemáticos para luego proporcionarles métodos de enseñanza adaptados a sus necesidades. Este documento explora las estrategias y los errores que un estudiante de 11 años diagnosticado con TEA muestra al resolver problemas aritméticos verbales de división. Se diseñó una secuencia de enseñanza compuesta por problemas en dos formatos diferentes: con y sin material manipulativo. Se recogieron datos durante 15 sesiones de una hora en las cuales el estudiante resolvió un total de 49 problemas. Los resultados muestran una clara preferencia por la estrategia de reparto por múltiplos para los problemas en los que dispone de material manipulativo, mientras que recurre principalmente a la estrategia de reparto uno a uno cuando no dispone de material. Se identifica un conjunto de errores relacionados con los significados de las nociones de partición, equidad y representatividad, necesarios para resolver con éxito problemas aritméticos verbales de división partitiva.

PALABRAS-CLAVE: Educación Especial. Autismo. Resolución de problemas. Estrategias. Errores.

ABSTRACT: In recent years there has been an increasing interest in studying the academic performance of students with Autism Spectrum Disorder (ASD). Among school subjects, mathematics is one of the great obstacles that face students with ASD. It is therefore crucial to go in depth in the understanding that they develop on mathematical concepts, to later provide learning intructions adapted to their needs. This paper explores the strategies and errors that an 11-year old student diagnosed with ASD shows when solving partitive division word problems. A teaching sequence has been designed that includes problems in two different formats: with and without material support. The data was collected during 15 one-hour sessions in which the student solved a total of 49 problems. Results show a clear preference for the one-to-many correspondence strategy in the problems with material support whereas the student mainly resorted to the sharing one-by-one strategy when he did not have material. A list of errors has been identified related to the meaning of the notions of partition, equity and representativeness, required in partitive division word problems.

KEYWORDS: Special Education. Autism. Problem solving. Strategies. Errors.

1 Introducción

Durante las dos últimas décadas, muchos estudios se han preocupado por la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje

[1] http://dx.doi.org/10.1590/s1413-65382519000200005

[2] Departamento Matemáticas Estadística y Computación, Facultad de Ciencias, Universidad de Cantabria, Avda de los Castros s/n, 39005, Santander. (Spain) - Email: irene.polo@unican.es - ORCID: 0000-0001-6425-6337

[3] Departamento Matemáticas Estadística y Computación, Facultad de Ciencias, Universidad de Cantabria, Avda de los Castros s/n, 39005, Santander. (Spain) - Email: mariaj.gonzalez@unican.es - ORCID: 0000-0003-2519-5812

[4] Departamento de Análisis Matemático - Universidad de La Laguna - 38200 San Cristóbal de La Laguna, S/C de Tenerife. (Spain). Email: abruno@ull.edu.es ORCID: 0000-0002-0154-8073

(Jitendra, DiPipi y Perron-Jones, 2002; Montague, 1992). Otros se han centrado en estudiar el desarrollo de estrategias de operaciones aritméticas (Siegler, 1988; Zhang, Xin y Si, 2011). Sin embargo, escasean los trabajos que tratan estos aspectos en estudiantes con trastorno del espectro autista (TEA). Algunos trabajos recientes proporcionan revisiones sistemáticas de intervenciones en matemáticas para individuos con TEA (Gevarter et al., 2016; Hart y Cleary, 2015; King, Lemons y Davidson, 2016). Estas revisiones muestran que la mayoría de los trabajos se centran en la estructura aditiva (Rockwell, Griffin y Jones, 2011), mientras que pocos ponen el foco en la estructura multiplicativa (Holifield, Goodman, Hazelkorn y Heflin, 2010; Levingston, Neef y Cihon, 2009) y apenas ninguno en la operación división explícitamente (Levingston et al., 2009).

Algunos de los rasgos cognitivos de los estudiantes con TEA interfieren de manera directa con la resolución de problemas matemáticos. Por ejemplo, debido a sus limitaciones para comprender el vocabulario o la situación real a la que hace referencia el enunciado de un problema, estos estudiantes pueden tener dificultades para identificar la operación aritmética necesaria para la resolución del mismo; asimismo, debido a sus déficits en el funcionamiento ejecutivo (planificación, organización, control del impulso, memoria de trabajo, etc.), pueden tener dificultades para poner en marcha las acciones necesarias para resolver el problema (Hart y Cleary, 2015).

Con el fin de ayudar a los estudiantes con TEA con los aspectos anteriores, muchos modelos de enseñanza se han centrado en enseñar habilidades metacognitivas. Por ejemplo, Whitby (2012) enseñó a tres estudiantes con este trastorno a resolver problemas de matemáticas memorizando y aplicando los siete pasos cognitivos del método “Solve It! Problem solving Routine” (leer, comprender, visualizar, dar una hipótesis, estimar, calcular y comprobar) combinados con estrategias metacognitivas (Montague, 1992). Otro estudio (Gomes, 2007) muestra mejora al enseñar habilidades académicas de suma y resta a un adolescente con TEA, utilizando procedimientos derivados del análisis experimental del comportamiento. Otras estrategias se basan en el uso de diagramas esquemáticos para enseñar a los estudiantes a discriminar y resolver distintos tipo de problemas matemáticos. Este es el caso de numerosos estudios como el de Rockwell et al. (2011), Kasap y Ergenekon (2017), y Root, Henning, y Boccumini (2018) quienes siguen de forma exitosa la denominada Instrucción Basada en Esquemas (SBI, por su siglas en ingles) para enseñar problemas aritméticos a estudiantes con TEA.

Una secuencia de enseñanza destacada en la que se conjugan las ideas anteriores es la denominada CRA *Concreta-Representacional-Abstracta* (Peterson, Mercer y O’Shea, 1988). En esta secuencia, en la etapa *Concreta* se manipulan objetos físicos para resolver problemas verbales. En la etapa *Representacional* se utilizan imágenes y modelos para representar los objetos que aparecen en el problema. En la etapa *Abstracta* se usan números y símbolos matemáticos. En el caso de los estudiantes con dificultades, este tipo de progresión se ha mostrado beneficiosa para enseñar problemas verbales y otras nociones matemáticas. Por ejemplo, Stroizer, Hinton, Flores y LaTonya (2015) siguieron una instrucción CRA para la enseñanza de la suma y resta con llevadas y para los hechos numéricos de la multiplicación con tres estudiantes con TEA mejorando la compresión conceptual de estas operaciones. El trabajo de Yakubova, Hughes y Shinaberry (2016) ha mostrado los beneficios de una intervención mediante una secuencia CRA y modelado de vídeo para enseñar conceptos matemáticos a estudiantes con TEA. Otras intervenciones han utilizado de forma exitosa materiales concretos y virtuales para enseñar hechos aritméticos (Bouck, Satsangi, Doughty y Courtney, 2014) y resolución de problemas (Root, Browder, Saunders y Lo, 2016) a estudiantes con este trastorno.

Dado que existe una deficiencia en el conocimiento de cómo los estudiantes con Trastorno del Espectro Autista resuelven los problemas de división, presentamos un estudio de caso exploratorio que tiene como objetivo describir las características de las estrategias y las dificultades que un estudiante con TEA muestra al resolver problemas de división. En particular, analizamos las estrategias que muestra y los errores observados asociados a dificultades relacionadas con la estructura conceptual de la división. Esperamos que los hallazgos puedan proporcionar información sobre futuros diseños de instrucción para estudiantes con características similares a las del participante del estudio.

Problemas aritméticos de división

El aprendizaje de una operación aritmética es un proceso complejo que abarca un amplio periodo de tiempo. En el caso concreto de la división, Boero, Ferrari y Ferrero (1989) indican que la formalización de la operación ha de quedar aplazada hasta que los estudiantes desarrollen significados de esta operación. Para abarcar el proceso de aprendizaje, diferentes metodologías de enseñanza se basan en proporcionar a los estudiantes problemas aritméticos verbales que describen una situación contextualizada en un formato de información verbal. En el caso de la operación división, hay dos tipos de problemas: problemas de división por agrupamiento o cuotitiva y de división de reparto o partitiva (Fischbein, Deri, Nello y Marino, 1985). En los problemas de división por agrupamiento, se desconoce el número de recipientes: "*Tenemos 20 caramelos y queremos poner cuatro caramelos en cada bolsa. ¿Cuántas bolsas necesitamos?*". En los problemas de división de reparto, lo desconocido es la cantidad de objetos que tiene cada recipiente: "*Tenemos 20 dulces y queremos distribuirlos en cinco bolsas. ¿Cuántos caramelos hay en cada bolsa?*". En este estudio, nos centraremos en los problemas de división de reparto.

Se conoce poco sobre la manera en que las personas con TEA afrontan el aprendizaje de la división. Excepción es el trabajo de Levingston et al. (2009) en el que se evalúa un método de enseñanza de problemas de multiplicación y división basado en *precurrent behaviours* en dos sujetos, uno de ellos con TEA (Gevarter et al., 2006; King et al., 2016). Sin embargo, en este trabajo no se distingue ni profundiza en el sentido que dan los estudiantes a estos problemas según su estructura de reparto o agrupamiento, lo que da muestra de la necesidad de realizar estudios sobre esta operación.

Estrategias para resolver problemas de división

La investigación sobre estrategias con estudiantes con dificultades en matemáticas se ha centrado principalmente en la estructura aditiva, y hay una escasez de investigaciones que analicen cómo se desarrolla el razonamiento multiplicativo (Zhang et al., 2011). Además, no hay estudios que aborden estos aspectos en estudiantes con TEA (Gevarter et al., 2016; Hart y Cleary, 2015; King et al., 2016). Estamos particularmente interesados en aquellos estudios que se centran en las representaciones utilizadas y en los pasos dados por los estudiantes. Teniendo en cuenta estos aspectos, se describen los siguientes tres niveles para resolver un problema de división partitiva (Downton, 2008; Mulligan, 1992):

- *Modelado directo con conteo.* Los objetos o dibujos concretos se utilizan para representar la acción descrita en el problema. Los estudiantes forman conjuntos iguales a la cantidad dada en el problema y llegan a la solución contando. Se pueden utilizar diferentes estrategias en este nivel: (1) *Reparto uno a uno*: el estudiante distribuye los objetos uno por uno en los recipientes y al final cuenta la cantidad de objetos en cada recipiente. (2) *Reparto por múltiplos*: el estudiante asigna una cantidad de objetos a cada recipiente y al final verifica que todos los objetos hayan sido utilizados. Si no es así, repite el proceso utilizando una estimación inicial diferente para el número de objetos. (3) *Reparto por ensayo y error*: los objetos se distribuyen al azar entre los recipientes para, a continuación, ajustar el tamaño de cada grupo hasta conseguir la equidad.
- *Sin modelado directo.* Se realizan las mismas acciones que en el nivel anterior, pero no existe una utilización de objetos, sino un desarrollo de los aspectos verbales, de los procesos de resolución y de la visualización del modelo del problema.
- *Hechos conocidos o derivados.* Se realizan operaciones mentales de suma/resta reiterada o de multiplicación para alcanzar el resultado de la división.

Los estudiantes de desarrollo típico manifiestan alguna de las estrategias anteriores con más frecuencia que otras y, en muchos casos, siguen una evolución (Downton, 2008). Por ejemplo, la mayoría de los estudios coinciden en afirmar que la estrategia *reparto uno a uno* es la menos frecuente, y que en los casos en los que esta estrategia se manifiesta, los estudiantes enseguida progresan a otras más eficientes basadas en la estimación y el *reparto por múltiplos* (Mulligan, 1992). También se ha demostrado que los estudiantes de bajo rendimiento generalmente usan menos estrategias que los estudiantes de alto rendimiento, y que los primeros muestran dificultades en la transición de estrategias intuitivas a estrategias avanzadas (Siegler, 1988). Nuestro estudio pretende contribuir examinando qué peculiaridades tienen las estrategias descritas anteriormente en un estudiante con TEA.

Estructura conceptual en problemas de división

Para resolver un problema aritmético verbal, los estudiantes han de poner en juego habilidades de comprensión lectora y han de ser capaces de transformar las palabras y los números en las operaciones apropiadas. Aunque con mucha variabilidad, las personas con TEA suelen procesar la información auditiva y/o lingüística a un ritmo más lento que las personas de desarrollo típico. También pueden encontrar complejo procesar información visual y verbal simultáneamente (American Psychiatric Association [APA], 2000).

La estructura conceptual subyacente en la división partitiva incluye la idea de dividir una cantidad en partes (el total se divide en partes disjuntas dos a dos), junto con las ideas de equidad (todas las partes son iguales) y la representatividad de cada parte (cualquier parte es representativa del resto) (Correa, Nunes y Bryant, 1998). Por lo tanto, para resolver con éxito un problema de división partitiva, los estudiantes: (1) deben separar el número total de objetos (dividendo) en recipientes (divisor) sin resto, (2) de forma equitativa, y (3) interpretar cada recipiente como representativo del resto, con el número de objetos en dicho recipiente (cociente) como la solución a la pregunta planteada en el problema. Cuando los estudiantes tienen dificultades para comprender la estructura conceptual de la división, toman las acciones incorrectas, que pueden ser manifestadas a través de los siguientes errores:

Tipos de errores asociados con la estructura conceptual de la división partitiva.

1. Errores relacionados con el significado de *partición*:

Error 1.1. No separar el total en partes. El estudiante reitera la cantidad total de objetos en cada uno de los recipientes. La Figura 1 (izquierda) muestra un ejemplo de este error en una distribución 6:3.

Error 1.2. Distribuir más objetos que el total. En situaciones en las que los estudiantes tienen a su disposición más objetos que los indicados en el enunciado (ya sea porque tienen una colección de objetos o porque pueden dibujarlos), los distribuyen por igual pero colocan más objetos de los que deberían en los recipientes (ver Figura 1, centro).

Error 1.3. Distribuir menos objetos que el total. Los estudiantes distribuyen los objetos por igual sin usar todos los objetos disponibles (vea Figura 1, derecha).

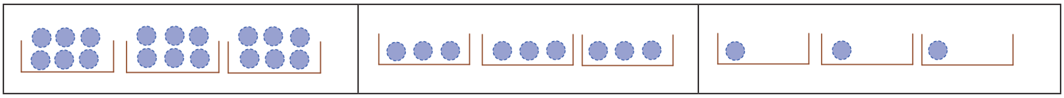

Figura 1: Ejemplos de errores relacionados con el significado de partición para la división 6:3. Error 1.1. (izquierda), error 1.2. (centro) y error 1.3. (derecha)

2. Errores relacionados con el significado de *equidad*.

Error 2.1. No realizar un reparto equitativo. Los estudiantes distribuyen la cantidad total entre los recipientes disponibles, pero no se cercioran de que los grupos resultantes sean idénticos. La Figura 2 (izquierda) muestra este error en una distribución de 6:3.

3. Errores relacionados con el significado de *representatividad* de cada recipiente.

Error 3.1: Dejar grupos vacíos. Los estudiantes distribuyen los objetos disponibles por igual, pero ignoran uno o más recipientes. Esto revela que no interpretan cada recipiente como representativo de los demás, y que cualquier recipiente es idéntico a los otros. La Figura 2 (derecha) muestra este error en una distribución de 6:3.

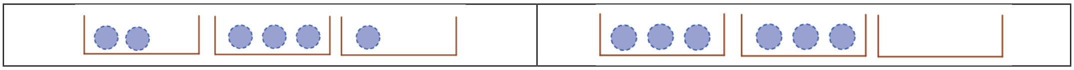

Figura 2: Error 2.1: no realizar un reparto equitativo (izquierda) y error 3.1: dejar grupos vacíos (derecha). (división 6: 3)

Error 3.2: Responder la cantidad inicial tras resolución correcta. Por ejemplo, al distribuir 6:3, colocan dos objetos en cada recipiente, pero responden "tengo que poner seis fichas en cada caja". Interpretamos que no se dan cuenta de que el contenido de cualquiera de los recipientes es la solución al problema.

Error 3.3: Responder el número de grupos tras resolución correcta. Al igual que con el error 3.2, colocan correctamente dos objetos en cada recipiente pero afirman "tengo que poner tres fichas en cada caja", sin darse cuenta de que el contenido de cada recipiente es la solución al problema.

Los errores anteriores se pueden combinar en una misma resolución. Por ejemplo, los objetos se pueden distribuir de forma desigual, dejando grupos vacíos (errores 2.1 y 3.1). Esta situación indicaría que los estudiantes tienen dificultades con la idea de equidad y de representatividad de cada recipiente. La categorización de errores que acabamos de presentar se utilizará en el análisis de los datos del estudio realizado cuyos objetivos, metodología y resultados se presentan a continuación.

Objetivos del estudio

En este estudio exploratorio se aborda el aprendizaje inicial de la división de un estudiante con TEA mediante la resolución de problemas de división partitiva. Los problemas del estudio se presentan al participante en dos formatos diferentes: con y sin soporte material. Se analiza el desarrollo de las estrategias distinguiendo entre estos formatos, con los que se pretende desarrollar una comprensión de los significados de esta operación. El objetivo del estudio que se presenta es describir los procedimientos que lleva a cabo el estudiante, especificando:

1. las características de las estrategias y representaciones externas utilizadas, en referencia al formato en el que se presentan los problemas (con y sin soporte material).
2. los errores observados asociados a dificultades con la estructura conceptual de la división partitiva (nociones de *partición, equidad* y *representatividad*).

2 Metodología

Participante

Se sigue una metodología de estudio de caso descriptiva que involucra a un estudiante con TEA al que nos referiremos con el pseudónimo de Tom. El sujeto de la investigación es un varón de 11 años y 8 meses al inicio del estudio. Fue diagnosticado con TEA a la edad de 6 años por un psiquiatra infantil, basándose en una evaluación clínica y siguiendo los criterios diagnósticos del *Manual Diagnóstico y Estadístico de Trastornos Mentales* (DSM-IV, APA, 2000). En la evaluación clínica no se objetivó ninguna otra comorbilidad más que el diagnóstico de TEA. De acuerdo con la *Escala de Evaluación de la Actividad Global* (GAF, por sus siglas en inglés), el sujeto presenta un nivel de afectación entre 41 y 50, caracterizado por sintomatología grave con alteración severa de la actividad social, laboral o escolar.

El estudiante presenta un amplio repertorio de comportamientos estereotipados y exhibe conductas repetitivas y obsesión por ciertos temas. Tiene un coeficiente intelectual completo de 54, medido por la escala de inteligencia de Wechsler para niños WISC V. Al comienzo del estudio, obtuvo una puntuación de 56/72 (35/41 en pensamiento informal y 18/31 en pensamiento formal) en el Test de Competencia Matemática Básica TEMA 3 (Ginsburg y Baroody, 2003), que sitúa su conocimiento matemático en el segundo año de educación primaria. Tom emplea un lenguaje funcional con un alto nivel de comprensión oral y escrita. Como estudiante, es disciplinado y muestra un interés especial en las tareas manuales y el dibujo. Tom sigue un plan de estudios de matemáticas adaptado y toma clases complementarias de lenguaje y matemáticas. El contenido numérico que había adquirido antes de esta investigación era: suma y resta con llevadas (sin memorizar hechos numéricos), resolución de problemas de suma y resta y problemas de multiplicación, aunque no había memorizado las tablas de multiplicar.

Diseño

Para evaluar el conocimiento del estudiante sobre la operación división, se aplicó una prueba inicial que consistió en problemas de división partitiva y de agrupamiento. El estudiante fue capaz de resolver todos los problemas de división de agrupamiento mediante dibujos, pero no encontró la solución a ninguno de los problemas de división partitiva, que resolvió mediante el uso de estrategias multiplicativas incorrectas a través de dibujos. Por esta razón, se diseñó una secuencia de enseñanza con problemas de división partitiva. La instrucción se proporcionó en clases de apoyo en una sesión semanal, habitualmente de una hora de duración. A Tom se le plantearon entre 2 y 5 problemas en cada sesión, en función del grado de la receptividad que mostrase en la sesión. Durante tres meses, se realizaron un total de 49 problemas durante 15 sesiones de trabajo. Una maestra de educación especial con experiencia previa con estudiantes con este trastorno dirigió todas las sesiones. Los datos recopilados en este estudio corresponden a los registros de todas las resoluciones espontáneas del estudiante al resolver los problemas.

Instrucción

Diferentes estudios realizados con estudiantes con TEA han demostrado los beneficios del uso de materiales tangibles y visuales en la enseñanza de operaciones aritméticas (Hart y Cleary, 2015; Rockwell et al., 2011). Por otra parte, la utilización de lenguajes aumentativos, como pictogramas, beneficia y facilita la comunicación con las personas con este trastorno (Mirenda, 2003). Ambas conclusiones nos llevaron a elaborar un material concreto que al mismo tiempo toma el aspecto de un pictograma, que denominamos “Pictomaterial”. Este material consiste en una cartulina en la que aparecen dibujadas unas casillas rectangulares vacías y unas fichas que deben ser repartidas en dichas casillas; además, aparecen dibujadas unas flechas que representan la acción de repartir (ver Figura 3). Este material tiene un aspecto similar a los esquemas utilizados en trabajos previos realizados con alumnos con TEA (Rockwell et al., 2011) en los que se ha utilizado la metodología *Instrucción Basada en Esquemas*, pero aporta además la posibilidad de manipulación de los objetos implicados en el reparto. Se diseñaron distintas cartulinas, variando el número de casillas dibujadas, en función del divisor. En los problemas en los que se aportó este material, se proporcionó al estudiante la cartulina correspondiente al divisor del problema y tantas fichas como indicaba el dividendo.

Se diseñó una secuencia de enseñanza utilizando problemas de división partitiva. Esta secuencia incluyó problemas en dos formatos diferentes: con y sin soporte material, de la manera siguiente:

Con soporte material: el problema se presenta al estudiante en formato escrito acompañado por el material concreto mencionado en el problema (como piruletas y bolsas) o por el pictomaterial. El pictomaterial se utilizó principalmente en las sesiones iniciales y el estudiante lo aceptó de forma natural. El material concreto y el pictomaterial se fueron intercalando con la intención de que el carácter de pictograma de este último permitiese al estudiante asociar la idea de reparto con un esquema visual.

Sin soporte material: el problema se presenta al estudiante en formato escrito sin soporte de material concreto o pictomaterial (al comienzo, los enunciados del problema iban acompañados de un dibujo para representar el divisor, que posteriormente fue eliminado).

Todos los problemas utilizados en el estudio fueron problemas de división partitiva, donde el total y el número de recipientes eran cantidades conocidas. Los problemas incluían nombres y contextos que el estudiante conocía para que fueran interesantes para él. El tamaño de la cantidad total (dividendo) osciló entre 8 y 28. Un ejemplo de problema es: "*Pedro quiere repartir 20 lápices por igual en 4 cajas. ¿Cuántos lápices pone en cada caja?"* Cada problema se proporcionó en una hoja de papel con el enunciado del problema escrito y un recuadro para que Tom escribiera el resultado final, con el fin de observar si interpretaba que el número obtenido era la solución del problema.

En la primera sesión, se explicó a Tom el método de resolución de los problemas, focalizando la acción de reparto por medio del pictomaterial. De esta forma, Tom comenzó a asociar esta acción con el significado de la palabra "repartir". En sesiones sucesivas, y siguiendo metodologías de enseñanza de estudios previos de estrategias informales (Mulligan, 1992; Zhang et al., 2011), la tutora siempre dejaba a Tom resolver por sí mismo cada problema con el fin de observar sus propias estrategias sin intervenir en ellas. Cuando Tom encontraba dificultades que él mismo no podía resolver, la tutora realizaba una demostración con pictomaterial mostrando cómo repartir la cantidad total por igual en las cajas. Un ejemplo de tal situación se muestra a continuación.

Problema: Janet quiere repartir 8 piruletas por igual en 4 vasos. ¿Cuántas piruletas pone en cada vaso?

Tutora: Ahora lee el siguiente problema. Puedes escribir y dibujar lo que quieras para resolverlo.

Tom: [Dibuja 4 vasos, y luego 8 piruletas en cada uno de los vasos. Escribe " pone 8 piruletas"]

Tutora: ¿Estás seguro? ¿Cuántas piruletas has dibujado en total?

Tom: [después de contarlas] 32

Tutora: ¿Y cuántas piruletas tiene que repartir Janet?

Tom: 8

Tutora: ¿Por qué no usas esto para resolver el problema? [Le entrega el pictomaterial con divisor cuatro]

Tom: [tomando 8 fichas del pictomaterial, comienza a repartirlas en las cuatro cajas. Primero coloca 3 fichas en cada una de las dos primeras cajas y mantiene las dos fichas restantes en su mano. Se muestra confundido]

Tutora: Fíjate bien, ¿todas las cajas tienen fichas?

Tom: No [comienza de nuevo colocando 2 fichas en cada caja del pictomaterial]

Tutora: ¡Muy bien! ¿Por qué no lo haces ahora en la hoja del problema?

Tom: [Dibuja los cuatro vasos, dos piruletas en cada uno de los cuatro vasos y escribe la respuesta correcta]

Tabla 1. Ejemplo de situación docente utilizando pictomaterial.

Como se muestra en el extracto de la instrucción, el estudiante primero muestra un error al no separar el total en partes (error 1.1) y repetir la cantidad total en cada recipiente. Con la ayuda del pictomaterial, selecciona el total (8 fichas) y realiza un reparto, dejando primero recipientes vacíos y finalmente resolviéndolos correctamente.

La Tabla 2 muestra el tipo y la secuencia de los 49 problemas presentados en el transcurso de las 15 sesiones.

Sesión	S1		S2			S3		S4			S5			S6		
Problema	P_1	P_2	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3
Formato	MP	MP	MP	MC	MC	MP	MC	MC	MP	NM	MP	NM	NM	MC	MP	NM

Sesión	S7			S8			S9					S10			
Problema	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_1	P_2	P_3	P_4
Formato	MC	NM	NM	MP	NM	NM	MP	NM	NM	NM	MC	NM	NM	NM	MC

Sesión	S11				S12			S13				S14				S15		
Problema	P_1	P_2	P_3	P_4	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3	P_4	P_1	P_2	P_3	P_4	P_1	P_2	P_3
Formato	MC	NM	NM	NM	NM	NM	MC	NM	NM	MC	MC	NM	NM	NM	MC	NM	NM	MC

Tabla 2. Distribución de problemas por sesión en base a los materiales proporcionados. MP: problema con pictomaterial, MC: problema con material concreto, NM: problema sin material

Recogida de datos

Los datos fueron recogidos durante las sesiones descritas. Se recopilaron las respuestas a los problemas que Tom realizó por escrito y se grabaron todas las sesiones en video. Este material fue analizado de forma independiente por las tres investigadoras, quienes para cada uno de los problemas, identificaron: (1) tipo de estrategia utilizada, según los tipos especificados anteriormente: *reparto uno a uno*, *reparto por múltiplos*, y *reparto por ensayo y error*, (2) los errores asociados con el significado de división partitiva, según la tipología identificada anteriormente, y relacionados con las nociones de *partición*, *equidad* y *representatividad* de cada recipiente y (3) el éxito en el resultado del problema. Posteriormente, se contrastaron los análisis realizados por las tres investigadoras y se consensuaron los casos en los que no había coincidencia, analizando el video nuevamente de forma conjunta.

En algunos problemas, el estudiante llevó a cabo varios intentos de resolución. Se recogió la información de cada uno de los intentos. Así mismo, la tutora registró los aspectos actitudinales del estudiante antes de la sesión y durante la misma. Esta información se utilizó para anular algunas de las sesiones en las que se detectó una actitud negativa y falta de concentración por parte del estudiante. Las sesiones anuladas se repitieron en momentos de mayor receptividad. La confiabilidad entre evaluadores (obtenida por la fórmula: acuerdos / (acuerdos + desacuerdos) x 100%) fue del 97% en todas las sesiones.

3 Resultados

A continuación, presentamos las características de las estrategias utilizadas por el alumno y los errores identificados al resolver problemas de división partitiva, según el formato en el que se presenta el problema al alumno, distinguiendo entre: (1) *con soporte material* (problemas con soporte del material concreto o pictomaterial) y (2) *sin soporte material.*

Características de las estrategias y tipos de errores en problemas con soporte material

El estudiante usó los materiales ofrecidos para cada problema: tanto el material concreto como el pictomaterial. Se manifestaron las tres estrategias de reparto identificadas por Mulligan (1992): (1) *reparto por múltiplos*, (2) *reparto uno a uno* y (3) *reparto por ensayo y error*, descritas anteriormente. La Tabla 3 muestra la progresión en los tipos de estrategias utilizadas en el transcurso de las 15 sesiones con soporte material, distinguiendo entre respuestas correctas e incorrectas.

CORRECTO	RUU		1										1	2	1	1
	RPM			1			2	1	1	2	1	1				
	REE		1													
INCORRECTO	RUU		1													
	RPM	1		1	2	1										
	REE	1														
Sesiones		S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}

Tabla 3. Estrategias utilizadas en problemas con soporte de material (concreto y pictomaterial). REE: reparto por ensayo y error; RPM: reparto por múltiplos; RUU: reparto uno a uno

1. Como se muestra en la tabla, el estudiante prefirió la estrategia de *reparto por múltiplos* (RPM) para los problemas con material concreto. En las primeras tres sesiones tuvo algunas dificultades, aunque finalmente las superó. Se dio la circunstancia de que en ninguno de los casos hizo ajuste posterior, es decir, eligió directamente el cociente como grupo inicial. Se interpretó que hacía algún tipo de cálculo mental previo, de tipo sumativo, que le permitía obtener el cociente de forma sencilla cuando los números dados eran pequeños. Cuando esta estrategia le llevó a resultados incorrectos fue porque eligió una cantidad inicial menor que el resultado, dejando elementos sin repartir, o porque eligió una cantidad inicial mayor que el resultado, dejando recipientes vacíos. Asociamos el primer caso a una dificultad con el significado de *partición*, pues interpretamos que aún no

ha desarrollado la idea de que este tipo de reparto conlleva que no puede dejar elementos sin repartir (error 1.3). En estos casos, el estudiante comenzaba el reparto y se detenía antes de terminar de repartir todos los objetos. Por ejemplo, al repartir 18 fichas en 6 cajas con pictomaterial, Tom comenzó realizando un reparto de dos en dos y después de repartir 12 fichas se detuvo, dando por finalizada la resolución (ver Figura 3).

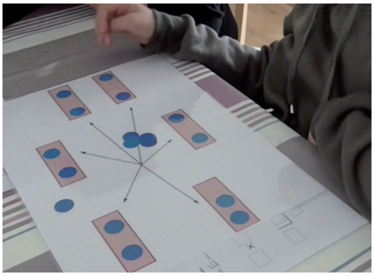

Figura 3. Error 1.3- Distribuir menos objetos que el total (división 18:6)

Asociamos el segundo caso, dejar recipientes vacíos, a una dificultad en la comprensión de la *representatividad* de cada recipiente (error 3.1), pues hace una partición del total y coloca igual número de objetos en los recipientes que rellena, pero ignora uno o varios de los recipientes. Se interpreta que percibe la necesidad de hacer un reparto equitativo de la cantidad total de objetos a repartir, pero no que uno cualquiera de los recipientes es representante de cualquiera de los otros.

2. La siguiente estrategia más frecuente en los problemas con material fue la de *reparto uno a uno* (RUU). Esta estrategia dio lugar a una solución correcta en todos los casos, aunque cabe señalar una única excepción, que se produjo durante las primeras sesiones, en la que el estudiante realizó un *reparto uno a uno* correcto de 6 objetos en 3 recipientes, pero escribió como resultado "Hay 3 en cada caja". Interpretamos que el error en el que incurre en este caso se debió a ignorar la *representatividad* de uno cualquiera de los recipientes, siendo su contenido la solución al problema (error 3.3).
3. Los casos en los que realizó un reparto por ensayo y error en problemas con material fueron muy escasos (3 de 24). En uno de estos casos, Tom realizó un ajuste posterior correcto, repartiendo correctamente 6 objetos en 3 cajas. Sin embargo escribió como resultado final: *hay 6 objetos en cada caja*, ignorando que el contenido de cada recipiente –de uno cualquiera de los recipientes- es la solución al problema (error 3.2).

La evolución de las sesiones en los problemas con materiales muestra una primera etapa de dificultades en la que Tom usa las tres estrategias, con una preferencia por la estrategia de *reparto por múltiplos*. A partir de la sesión 6 logra el éxito en todos los problemas con materiales, distinguiéndose dos momentos: hasta la sesión 11 sigue la estrategia de *reparto por múltiplos* y, a partir de ahí, hasta la sesión 15, sigue la estrategia de *reparto uno a uno*. Como veremos a continuación, adopta de manera sistemática esta última estrategia, probablemente porque observa que le proporciona éxito en los problemas sin apoyo de material.

Características de las estrategias y tipos de errores en problemas sin soporte material

Los problemas presentados sin apoyo de material se plantearon a partir de la cuarta sesión y en ellos Tom también manifestó las tres estrategias de reparto: (1) *reparto por múltiplos*, (2) *reparto uno a uno* y (3) *reparto por ensayo y error*.

La Tabla 4 muestra la progresión en las estrategias utilizadas por Tom para los problemas sin material, y el número de intentos de cada estrategia.

CORRECTO	RUU											1	2	2	3	2
	RPM					1		1		3	2	1				
	REE					1					1	1				
INCORRECTO	RUU											1		2		
	RPM				1		1	1	2	3	3					
	REE									1		2		1		
Sesiones		S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}

Tabla 4. Estrategias utilizadas en problemas sin soporte material. REE: reparto por ensayo y error; RPM: reparto por múltiplos; RUU: reparto uno a uno

(1) Al comienzo, el estudiante manifestó una estrategia de *reparto por múltiplos* (RPM) pero a través de una nueva acción de tipo multiplicativo en la que el estudiante dibujó la cantidad total a repartir en cada uno de los recipientes, en lugar de separar el total en grupos (ver Figura 4). Interpretamos este error como una manifestación de la dificultad en la comprensión de la noción de partición*:* el estudiante no asocia la idea de repartir con la separación del total en grupos (error 1.1). Lógicamente, esta dificultad solo pudo aparecer en formatos sin material debido a la posibilidad de dibujar tantos objetos como quisiera.

Figura 4. Estrategia *reparto por múltiplos.* Error 1.1 – No separar el total en partes (división 10:5)

Para superar esta dificultad, la tutora lo invitaba a usar el pictomaterial y a seleccionar la cantidad total de fichas a repartir (ver Tabla 1 para un ejemplo de tal situación de enseñanza) y más tarde, a repetir la resolución en la hoja del problema. Utilizando esta estrategia de *reparto por múltiplos*, complementada con el dibujo previo de la cantidad a repartir, el estudiante incurrió en diversos errores. La Figura 5 muestra tres intentos de resolución de un mismo problema con división 12:4. En el primer intento reparte un número mayor de objetos que el cociente (4 en lugar de 3) y rellena todos los recipientes, aumentando la cantidad total de objetos a repartir (error 1.2). En el segundo intento, escoge también un número mayor de objetos que el cociente, pero respeta la cantidad total, dejando por tanto recipientes vacíos (error 3.1). El último intento muestra la resolución correcta.

Figura 5. *Estrategia de reparto por múltiplos*. Error 1.2 –Distribuir más objetos que el total (izquierda). Error 3.1 – Dejar grupos vacíos (centro) Resolución correcta (derecha) (división 12:4)

(2) La estrategia de *ensayo y error* en problemas sin material fue muy minoritaria y apareció combinada con la estrategia de *reparto por múltiplos*. Por ejemplo, la Figura 6 muestra dos intentos de resolución de un problema de división 8:4. En el primer intento el estudiante dibujó 11 lápices, para a continuación borrar dos de ellos y repartir mediante una estrategia de *ensayo y error* los 9 restantes en 3 de los vasos. Se observan dos errores: repartir más objetos que el total (error 1.2) y dejar grupos vacíos (error 3.1). En el segundo intento, resuelve correctamente el problema utilizando una estrategia de *reparto por múltiplos*. Nótese la variación en el nivel de detalle de representación de los objetos del primer intento (representación concreta) al segundo intento (representación esquemática).

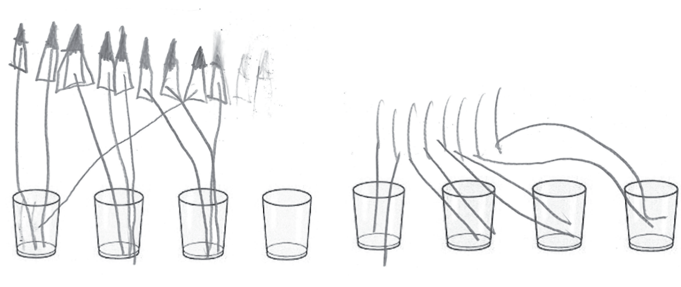

Figure 6. Estrategia *ensayo y error* con errores 1.2. y 3.1. (izquierda). Estrategia *reparto por múltiplos* (resolución correcta) (derecha.) (división 8:4)

Otro ejemplo en el que utilizó la estrategia de *ensayo y error* nos permitió identificar una dificultad con la idea de *equidad* (error 2.1). En la Figura 7 podemos ver que, en un reparto de 30:5, Tom va colocando las fichas en los recipientes arbitrariamente hasta agotarlas, sin preocuparse de que todos los recipientes tengan la misma cantidad de fichas

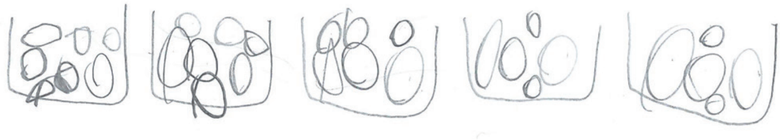

Figure 7. Estrategia de *reparto por ensayo y error*. Error 2.1 – No repartir equitativamente (división 30:5).

(3) El estudiante finalmente adoptó una estrategia de *reparto uno a uno* (RUU), que lo ayudó a superar los errores que había cometido. Manifestó esta estrategia de forma exitosa en todos los problemas con y sin apoyo material en las dos últimas sesiones. Como muestra la Tabla 4, muchos de los intentos iniciales no tuvieron éxito, y se asocian principalmente con la estrategia de *reparto por múltiplos*. A partir de la sesión 11, recurrió principalmente a la estrategia de *reparto uno a uno*, que resultó exitosa y que trasladó a los problemas con apoyo de material, como se señaló en la sección anterior (ver Tabla 3).

Tipos de errores identificados en términos de las estrategias de resolución

La Tabla 5 muestra la frecuencia de los errores identificados y las estrategias según el formato del problema (con y sin soporte material) desde el punto de vista de la estructura conceptual de la división partitiva,

Estructura conceptual	Tipo de error	Con material			Sin material		
		RUU	RPM	REE	RUU	RPM	REE
Significado de *partición*	Error 1.1. No separar el total en partes	-	-	-	-	5	-
	Error 1.2. Repartir más que el total	-	-	-	1	2	-
	Error 1.3. Repartir menos que el total	-	1	-	-	-	-
Significado de *equidad*	Error 2.1. Reparto no equitativo	-	-	-	1	-	3
Significado de *representatividad*	Error 3.1. Dejar grupos vacíos	-	2	-	1	3	1
	Error 3.2. Responder cantidad inicial	-	3	1	-	1	-
	Error 3.3. Responder número de grupos	1	-	-	-	-	-

Tabla 5. Frecuencia de errores por formato (con y sin soporte material) y tipo de estrategia. REE: reparto por ensayo y error; RPM: reparto por múltiplos; RUU: reparto uno a uno

Rev. Bras. Ed. Esp., Bauru, v.25, n.2, p.249-266, Abr.-Jun., 2019

El estudiante exhibió diferentes errores con todas las estrategias utilizadas, (ver Tabla 5), aunque la mayoría apareció al usar la estrategia de *reparto por múltiplos*. En los problemas con soporte material, casi todos los errores se asociaron con ignorar la *representatividad* de cualquier recipiente como la solución al problema, mientras que en los problemas sin material, las dificultades se debieron a ignorar el requisito de *equidad*, y de dos aspectos relacionados con la idea de *partición* (no separar el total en partes y distribuir más objetos que el total).

4 Discusión y conclusiones

Después de todo el proceso, vemos una progresión positiva en la resolución de los problemas, pero con una diferencia significativa en las estrategias utilizadas por el estudiante según el formato en el que se presentó el problema (con y sin soporte de material). El uso de materiales concretos y/o pictomaterial proporcionó un apoyo esencial para el estudiante, quien naturalmente empleó una estrategia de *reparto por múltiplos* desde el principio, y solo rara vez la estrategia de *ensayo y error*. Una vez que el estudiante adquirió la estrategia de *reparto uno a uno*, pareció darse cuenta de su éxito pues la adoptó en problemas con material, a pesar de su ineficiencia en problemas con números grandes. El orden en el que aparecieron las estrategias en el caso del estudiante involucrado en este estudio difiere de lo que se conoce para estudiantes de desarrollo típico, que tienden a usar la estrategia de *reparto uno a uno* cuando aprenden la división para después desarrollar estrategias más eficientes basadas en *reparto por múltiplos* (Mulligan, 1992). Esta preferencia por una estrategia más rudimentaria en el caso del sujeto del estudio, podría estar relacionada con la inclinación mostrada por algunos estudiantes con TEA para recurrir a métodos mecánicos que les ofrezcan más seguridad (Bae, 2013).

Se han identificado diferentes errores, distinguiendo los errores según la ausencia de significado en las nociones de *partición*, *equidad* y *representatividad* de cada recipiente. Estos errores ponen de manifiesto dificultades para comprender la estructura conceptual subyacente de esta operación y la forma en que las cantidades se relacionan entre sí. También pueden estar vinculados a dificultades de lenguaje, características de las personas con TEA (APA, 2000 y Bae, 2013). Por ejemplo, pueden estar relacionadas con dificultades para interpretar el significado de ciertas palabras clave de situaciones de reparto (como *cada*, *reparto* o *igual*...). Sin embargo, el presente estudio no proporciona evidencia sólida para establecer tales conexiones, y sería necesario en futuras investigaciones el uso de otro tipo de datos sobre su comportamiento verbal y no verbal.

Aunque no era uno de los focos del estudio, cabe destacar el papel que han jugado las representaciones del estudiante en las resoluciones. Percibimos una predilección por los dibujos detallados y realistas en la mayoría de las resoluciones, frecuentes en algunas personas con TEA (Booth et al., 2003). Esto distrajo ocasionalmente a Tom, desviando su atención de los datos y las preguntas del problema e impidiendo el proceso de solución. A la luz de estos resultados, parece necesario aprovechar la fortaleza que exhiben algunos individuos con TEA en términos de su gusto por el dibujo, pero debemos encontrar formas de usarlo de manera efectiva para motivarlos a resolver el problema, sin que los detalles del dibujo se interpongan en el proceso de resolución (por ejemplo, mediante el uso de objetos simples en los enunciados del problema, cuya representación concreta no difiera significativamente de su representación esquemática: palos, piruletas, etc.).

Los resultados expuestos arrojan información sobre el proceso de aprendizaje de la división en estudiantes con TEA y sugieren pautas metodológicas que ayuden al estudiante a resolver con éxito problemas de reparto. Este estudio ha proporcionado evidencia de que un estudiante con TEA puede resolver una variedad de problemas de división de reparto con estrategias informales, antes de llegar a una estrategia formal (basada en los hechos numéricos y en el algoritmo de la división). Es importante que los profesores de alumnado con TEA valoren estas estrategias previas a la formalización, pues son la base de la comprensión de las operaciones (Mulligan, 1992). Carpenter y Moser (1982) encontraron que muchos niños de desarrollo típico, una vez que aprendieron procedimientos aritméticos formales, en ocasiones, realizaban los problemas de manera mecánica y sin comprensión. Aunque no conocemos evidencias de este hecho en estudiantes con TEA, podemos posicionarnos en la prevención de que esto ocurra.

La observación cuidada de los errores de los estudiantes con TEA al seguir las estrategias iniciales, puede ayudar a decidir en qué aspectos del significado de la división se debe incidir en cada momento de la instrucción (*partición, equidad* y *representatividad)*. Esto es importante, pues como se ha mostrado, los errores no son fruto del azar o el descuido del estudiante, sino que reflejan dificultades conceptuales de esta operación.

El uso de materiales manipulativos (pictomaterial o alguno de formato similar) es un medio para apoyar la comprensión del alumnado con TEA, respecto a los significados de las palabras usuales en los problemas de división. Las acciones físicas y la orientación de los movimientos con los objetos ayudan a conectar con el vocabulario implicado: "cada", "igual" o "repartir". Al mismo tiempo, con el uso del material se produce una retroalimentación para el profesor, quien puede observar cómo el alumno está integrando dichos significados, convirtiéndose en un medio de comunicación no verbal.

Como en muchos estudios con estudiantes con dificultades de aprendizaje, se ha seguido una metodología de estudio de caso que no permite la generalización, pero que puede servir como base para investigaciones posteriores con personas afectadas por este trastorno.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado en el marco del proyecto "Resolución de problemas y competencia matemática en la educación primaria y secundaria y en la formación de profesores" (EDU2017-84276-R), financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad, Madrid (Spain).

References

American Psychiatric Association (2000). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (4th ed., text rev.). Washington, DC: Author.

Bae, Y. S. (2013). *Word Problem Solving of Students with Autistic Spectrum Disorders and Students with Typical Development* (Ph.D. Dissertation). Columbia University. ProQuest.

Boero, P., Ferrari, P. L. y Ferrero, E. (1989). Division Problems: Meanings and Procedures in the Transition to a Written Algorithm. *For the Learning of Mathematics*, 9, 17–25.

Booth, R., Charlton, R., Hughes, C. y Happé, F. (2003). Disentangling weak coherence and executive dysfunction: Planning drawing in Autism and ADHD. *Philosophical Transactions of the Royal Society, 358*, 387–392.

Bouck, E. C., Satsangi, R., Doughty, T. T. y Courtney, W. T. (2014). Virtual and concrete manipulatives: A comparison of approaches for solving mathematics problems for students with autism spectrum disorder. *Journal of Autism and Developmental Disabilities, 44*, 180–193.

Carpenter, T. P. y Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education,* 15, 179-203.

Correa, J., Nunes, T. y Bryant, P. (1998). Young children's understanding of division: the relationship between division terms in a noncomputational task. *Journal of Educational Psychology*, *90*, 321–329.

Downton, A. (2008). Links between children's understanding of multiplication and solution strategies for division. En M. Goos y K. Makar (Eds.), *Proceedings of the 31st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 171–178). Sydney, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. y Marino, M. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *16*, 3–17.

Gevarter, C., Bryant, D. P., Bryant, B., Watkins, L., Zamora, C. y Sammarco, N. (2016). Mathematics interventions for individuals with autism spectrum disorder: A systematic review. *Review Journal of Autism and Developmental Disorders*, 3, 224-238.

Ginsburg, H. P. y Baroody, A. J. (2003). *Test of Early Math Achievement* (3rd ed.). Austin, TX: Pro-Ed.

Gomes, C. G. S. Autismo e ensino de habilidades acadêmicas: adição e subtração. *Revista Brasileira de Educação Especial*, 13, 345-364.

Hart, J. E. y Cleary, S. (2015). Review of evidence-based mathematics interventions for students with autism spectrum disorders. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities, 50*, 172–185.

Holifield, C., Goodman, J., Hazelkorn, M. y Heflin, L. J. (2010). Using self-monitoring to increase attending to task and academic accuracy in children with autism. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities,* 25, 230–238.

Jitendra, A., DiPipi, C. M. y Perron-Jones, N. (2002). An exploratory study of schema-based word problem solving instruction for middle school students with learning disabilities: An emphasis on conceptual and procedural understanding. *Journal of Special Education*, *36*, 23–38.

Kasap, C. y Ergenekon, Y. (2017). Effects of a schema approach for the achievement of the verbal mathematics problem-solving skills in individuals with autism spectrum disorders. *Educational Sciences: Theory & Practice, 17*, 1787–1809.

King, Seth A.; Lemons, Christopher J.; Davidson y Kimberly A. (2016). Math Interventions for Students with Autism Spectrum Disorder: A Best-Evidence Synthesis. *Exceptional Children*, *82*, 443-462.

Levingston H. B., Neef, N. A y Cihon, T. M. (2009). The effects of teaching precurrent behaviors on children's solution of multiplication and division word problems. *Journal of Applied Behavior Analysis, 42,* 361–367.

Mirenda, P. (2003). Toward functional augmentative and alternative communication for students with autism: manual signs, graphic symbols, and voice output communication aids. *Language, Speech, and Hearing Services in Schools*, *34*, 203–216.

Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *25*, 230–248.

Mulligan, J. (1992). Children's solutions to partition problems. En B. Southwell, R. Perry y K. Owens (Eds.), *Proceedings of the 15th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 410–420). Sydney: MERGA.

Peterson, S. K., Mercer, C. D. y O'Shea, L. (1988) Teaching learning disabled students place value using the concrete to abstract sequence. *Learning Disabilities Research, 4*, 52–56

Rockwell, S. B., Griffin, C. C. y Jones, H. A. (2011). Schema-Based Strategy Instruction in Mathematics and the Word Problem-Solving Performance of a Student with Autism. *Focus on Autism & Other Developmental Disabilities, 26*, 87–95.

Root, J. R., Browder, D. M., Saunders, A.F. y Lo, Y. (2016). Schema-Based Instruction with concrete and virtual manipulatives to teach problem solving to students with autism, *Remedial and Special Education, 48,* 42-52.

Root, J. R., Henning, B. y Boccumini, E. (2018). Teaching students with autism and intellectual disability to solve algebraic word problems. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities, 53,* 325-338

Siegler, R. (1988). Individual differences in strategy choices: Good students, not-so-good students, and perfectionists. *Child Development, 59*, 833–851.

Stroizer, S., Hinton, V., Flores, M. y LaTonya, T. (2015). An investigation of the effects of CRA instruction and students with autism spectrum disorder. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities, 50*, 223–236.

Whitby, P. J. S. (2012). The effects of "Solve It!" on the mathematical word problem solving ability of adolescents with autism spectrum disorders. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, *28*, 78–88.

Yakubova, G., Hughes, E. M. y Shinaberry, M. (2016) Learning with technology: video modeling with concrete–representational–abstract sequencing for students with autism spectrum disorder. *Journal of autism and developmental disorders, 46*, 2349-2362.

Zhang, D., Xin, Y.P. y Si, L. (2011). Transition from intuitive to advanced strategies in multiplicative reasoning for students with math difficulties, *Journal of Special Education,* 47, 50–64.

Recebido em: 28/11/2018

Reformulado em: 28/02/2019

Aceito em: 02/03/2019