

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática



**Información Consistente para la Toma de Decisiones
Empresariales**

Tesis que presenta el Ingeniero

Eustaquio Alcides Martínez Jara

Para optar al título de **DOCTOR**

Director: Dr. José Ignacio Peláez Sánchez

Málaga – España

Julio – 2019



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

AUTOR: Eustaquio Martínez Jara

 <http://orcid.org/0000-0003-1886-837X>

EDITA: Publicaciones y Divulgación Científica. Universidad de Málaga



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>

Cualquier parte de esta obra se puede reproducir sin autorización pero con el reconocimiento y atribución de los autores.

No se puede hacer uso comercial de la obra y no se puede alterar, transformar o hacer obras derivadas.

Esta Tesis Doctoral está depositada en el Repositorio Institucional de la Universidad de Málaga (RIUMA): riuma.uma.es



A mi esposa Andrea y a mis hijos María Luiza, Araceli, Matías y Sebastián



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

La memoria titulada “Información Consistente para la Toma de Decisiones Empresariales” que presenta D. Eustaquio Alcides Martínez Jara para optar al grado de doctor, ha sido elaborada en el departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación de la Universidad de Málaga, bajo la dirección del Doctor D. José Ignacio Peláez Sánchez

Málaga, julio 2019

El Doctorando

El Director

Eustaquio Alcides Martínez Jara

Dr. José Ignacio Peláez Sánchez



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Agradecimientos

Primeramente a Dios por las innumerables bendiciones a lo largo de mi vida.

A mi familia que ha sabido sobrellevar las ausencias en momentos importantes, pues ha sabido comprender el valor de un sueño, en la persona de mi querida esposa Andrea, que me ha suplido a la altura de las circunstancias cuando era necesario ausentarme de la casa y el país por varios meses.

A mis padres Eustaquio y Mary que me han dado todo el apoyo que siempre necesité desde muy temprana edad, durante mis años de formación y el aliento y soporte en el difícil inicio de mi carrera profesional.

A la Facultad Politécnica de la Universidad Nacional del Este de mi querido Paraguay, en las personas de mis incansables compañeros de trabajo y mis queridos estudiantes.

A mi Director de Tesis, el Dr. José Ignacio Peláez Sánchez por sus sabias orientaciones y su apoyo y aliento para lograr el fin propuesto: Ser Doctor a pesar de haber empezado tarde y en especial por su sincera y valiosa amistad.

A mis amigos Fabián y Francisco, a quienes conocí en el transcurso de esta aventura, por sus importantes aportes y sus innumerables asesoramientos tecnológicos.

Eustaquio Alcides Martínez Jara

Málaga, España

julio 2019



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Contenidos

Capítulo 1	Introducción	1
1.1.	Toma de Decisiones	1
1.1.1	Clasificación de las Decisiones	2
1.1.2	Las Decisiones Formales	4
1.1.3	Técnicas Multicriterio	6
1.2.	Internet y la Sociedad Actual	22
1.3.	Big Data y Business Inteligencia	25
1.4.	Los Social Media y las Decisiones	27
1.5.	Calidad de los datos	28
1.6.	Motivación del trabajo	30
1.7.	Objetivos	31
1.8.	Organización del trabajo	32
Capítulo 2	Conceptos Preliminares	35
2.1.	Matriz de comparación entre pares	35
2.1.1	Matrices de comparación entre pares multiplicativas	36
2.1.2	Matrices de comparación entre pares aditivas	36
2.1.3	Matrices de comparación entre pares difusas (fuzzy)	37
2.1.4	Matrices intervalares de comparación entre pares	37
2.2.	Índices de consistencia	38
2.2.1	El índice <i>CI</i>	39
2.2.2	El índice <i>CI*</i>	39
2.2.3	Índice de Consistencia Geométrica <i>CGI</i>	40
2.2.4	Índice de Inconsistencia <i>CM</i>	40



2.2.5 El índice λ_{max}	41
2.2.6 Índice de consistencia para matrices intervalares de comparación entre pares	42
2.3. Operadores de Agregación.....	42
2.3.1 Operadores OWA	44
2.3.2 Mayoría MA-OWA	48
2.3.3 Operador lingüístico de Mayoría LAMA-OWA	52
2.3.4 El Operador SMA-OWA	52
2.3.5 Operador Geométrico OWG.....	53
2.3.6 El operador C-OWG	54
2.4. Valoración de Productos o servicios en la web.....	55
2.5. El estándar TOGAF.....	57
Capítulo 3 <i>Resumen del Trabajo</i>	61
Capítulo 4 <i>El Índice de Consistencia CI⁺</i>.....	63
Capítulo 5 <i>Toma de Decisiones con Datos Consistentes</i>	65
Capítulo 6 <i>Valoración de productos o servicios a través de información no solicitada</i> .	68
Capítulo 7 <i>Conclusiones</i>	69
7.1. Breve revisión de lo realizado y principales aportes	69
7.2. Trabajos Futuros.....	72
Referencias Bibliográficas	73

Figuras

<i>Figura 2.1</i> Ejemplo de escala de valoración utilizada por TripAdvisor	56
<i>Figura 2.2</i> Ejemplo de escala de valoración utilizada por Trivago	57
<i>Figura 2.3</i> Componentes del Modelo TOGAF (Weisman 2011)	58



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Tablas

Tabla 1.1 Escala de Saaty (Saaty 1980).....	9
Tabla 1.2 Matriz de clasificación (Aranibar et al. 2017).....	10
Tabla 2.1 RI calculados por Saaty en (Saaty 1980)	39
Tabla 2.2 Valores de γ_i , k y u_i para el Ejemplo 2.2.....	51



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Capítulo 1 Introducción

En este capítulo se introduce el concepto de toma de decisiones como un aspecto fundamental y cotidiano de las personas, empresas, organizaciones; se exponen los principales tipos de decisiones, junto con los principales modelos formales que las sustentan; se analizan las decisiones en el nuevo escenario social asociado a la sociedad de la información y los elementos que la conforman y modelan como es internet, la sociedad, los cambios de hábitos, Big Data, Business Intelligence; y finaliza el capítulo con la motivación que llevó a este trabajo, los objetivos y la organización de la memoria.

1.1. Toma de Decisiones

La toma de decisiones es algo habitual a lo que se enfrenta el ser humano de manera individual o en grupo. Cada día se le presenta una serie de opciones que tienen que ver con sus actividades personales o profesionales, y que requieren de la elección de una o más de ellas. La vida cotidiana requiere siempre optar por alguna acción o conjuntos de acciones que tratan de responder a algún objetivo en particular; de hecho, tomar decisiones es estar vivo.

Las decisiones se circunscriben a todos los ámbitos, siendo el empresarial donde su aplicación más destaca, por las consecuencias que tiene una decisión correcta o incorrecta. Una de las principales funciones de los directivos de una empresa es la planificación, entendida como el proceso de toma de decisiones con el que se busca alcanzar objetivos establecidos previamente, los cuales son fundamentales para el buen funcionamiento de la empresa.

Una decisión básicamente consiste en la elección de la alternativa más adecuada de entre varias posibilidades con el fin de lograr una situación preestablecida, teniendo en cuenta recursos limitados. La palabra decisión deriva del término “decido” que significa cortar; referido al concepto actual, se entiende que se “corta” una alternativa finalmente elegida. Las personas

encargadas de tomar una decisión son los decisores, que en el contexto empresarial en general son los directivos o empleados de la empresa en función del tipo de decisión que se deba tomar.

1.1.1 Clasificación de las Decisiones

Las decisiones pueden ser clasificadas bajo diferentes criterios, sin embargo, la psicología reconoce dos grandes grupos (Regader 2019): aquellas que se toman racionalmente, y aquellas basadas en las emociones o también conocidas como intuitivas.

Las decisiones racionales son aquellas que analizan de manera rigurosa y objetiva todos los aspectos a tener en cuenta. Aunque es cierto que cuando se analizan rigurosamente todos los aspectos a considerar es más probable que se llegue a mejores conclusiones, por ejemplo, al momento de elegir un coche; en realidad no todas las decisiones pueden ser tomadas desde esta óptica. En mayor o menor medida, todas las decisiones que se toman están influidas por una buena dosis de intuición, y mediadas por las emociones.

Continuando con el ejemplo de la compra de un coche, aunque uno sea capaz de realizar un examen racional sobre las marcas y modelos y sobre las exigencias sobre el automóvil que se quiere adquirir, es probable que se sienta cierta predilección (tal vez inconsciente) por alguna marca o modelo por encima de otros, y aunque racionalmente no existan motivos suficientes para que esto sea así. Esto lo explica el pensamiento heurístico, y es que los seres humanos toman decisiones muy influenciados por sus motivaciones y deseos ocultos. ¡Y esto no tiene por qué ser negativo! Quizá se termine comprando un coche que desde una óptica puramente racional no sea el más adecuado, pero con esa decisión sí se es más feliz ... ¿quién puede concluir que a decisión ha sido la incorrecta?

En realidad, un punto importante cuando se plantea si tomar una decisión u otra es, precisamente, sacar a relucir todos los pensamientos conscientes e inconscientes, desde lo más racional hasta lo más intuitivo y emocional, y encontrar un punto medio satisfactorio entre ambos factores. Es por ello, que el análisis, identificación y modelado de estos sentimientos y las sinergias que producen en los criterios racionales de compra, debe ser un objetivo prioritario de investigación, para poder mejorar los procesos de decisión, y alcanzar las decisiones que más satisfacen a aquellos que son receptores de la decisión tomada (Karanik et al. 2017).

Además de estas dos formas de clasificar las decisiones, existen otras que se relacionan más específicamente con lo empresarial y organizativo (Canós Darós et al. 2012; Triglia et al. 2016).

Así por ejemplo se pueden encontrar diferentes clasificaciones según:

Previsión. Si se tiene en cuenta el nivel de estructuración y de previsión con que se las toma, se puede hablar de decisiones programadas y no programadas.

Decisiones Programadas: Estas decisiones están previamente descritas y establecidas por algún tipo de normativa más o menos formal, y su ejecución se realiza en base a un cronograma. Son decisiones rutinarias y estratégicas que, en principio, son automáticas y de efecto inmediato.

Decisiones No Programadas: No están programadas ni descritas en ningún texto normativo, y suceden como fruto de la interacción de la corporación con el entorno humano e institucional. Suelen ser espontáneas y suelen tener un alcance mayor en el tiempo.

Decisiones de Urgencia: Teniendo en cuenta el nivel de urgencia con que se tengan que tomar las decisiones.

Decisiones Rutinarias: Cuando las circunstancias son parecidas y el contexto es también similar, es probable que las empresas busquen la forma de establecer ciertos mecanismos recurrentes para tomar decisiones.

Decisiones de Emergencia: Cuando la situación es inesperada y no hay precedentes, las empresas deben tomar medidas especiales para adaptarse al desarrollo de los acontecimientos.

Transcendencia para la Empresa. Las empresas deben funcionar correctamente en diversos ámbitos: desde las rutinas diarias hasta la comunicación con otras empresas o con las instituciones. En este sentido, se pueden dividir las decisiones según este factor como estratégicas y operativas.

Estratégicas: Este tipo de decisiones inquieren sobre objetivos de la empresa y tratan de vehicular estas metas a planes de desarrollo específicos. Usualmente, este tipo de decisiones

son las que guían las corporaciones hacia el éxito o el fracaso, puesto que marcan el camino a seguir. Son decisiones que suele tomar el director general, el gerente y/o los accionistas.

Operativas: Son decisiones imprescindibles para el buen funcionamiento de la organización y una de sus misiones es resolver los conflictos entre personas, tanto desde un punto de vista humano como laboral. Su manejo debe ser cuidadoso ya que las decisiones operativas también incluyen determinaciones sobre la contratación y los despidos.

En esta sección se ha realizado una breve clasificación de las decisiones, en la próxima sección, se abordan las decisiones formales, las cuales se llevan a cabo mediante los denominados Métodos de Toma de Decisión Multicriterio.

1.1.2 Las Decisiones Formales

Como se ha indicado anteriormente, la toma de decisiones (decisión-making) es el proceso mediante el cual se realiza un juicio o una elección entre dos o más acciones o alternativas con el objetivo de dar una solución a un problema. Todos los actos, conscientes o no, son el resultado de alguna decisión. La información que se recaba para comprender un suceso sirve a su vez para desarrollar buenos juicios a la hora de tomar decisiones sobre sucesos similares. La toma de decisiones constituye toda una ciencia hoy en día. La importancia de la toma de decisiones ha dado lugar a su estudio desde un punto de vista más operativo a la aparición de diversas metodologías que ayudan mediante procesos matemáticos más o menos sencillos, a resolver estos problemas. Es aquí donde se encuentran los métodos de decisión multicriterio, sistemas creados a priori para usar por un grupo reducido de expertos en una determinada materia cuando quieren ejecutar una acción o solucionar un problema y disponen de diversas alternativas para hacerlo.

Según (Miller 1956) una persona puede manejar entre cinco y nueve fragmentos de información de manera simultánea, por lo tanto existen limitaciones epistemológicas que dificultan al que debe tomar las decisiones (decisor) y como consecuencia, éste experimente dificultades para determinar en forma precisa y adecuada la importancia de ciertas características consideradas relevantes en un proceso de toma de decisión.

Aunque se cuenta con métodos y técnicas para sintetizar la información, que permiten determinar la relevancia de una situación en particular, las limitaciones del decisor en términos

de conocimientos pueden incrementar el grado de dificultad en el momento de seleccionar la alternativa adecuada, lo que ha motivado la propuesta de varios métodos y técnicas que buscan simplificar el proceso de toma de decisión formal.

Cualquier proceso que lleve a una decisión conlleva a priori conocer las características del problema y a partir de ella el diseño de soluciones. Cuando se trata de decisiones, estas posibles soluciones deben estar asociadas y ordenadas en función a las prioridades del decisor. Teniendo en cuenta un criterio en particular como base, lo que se busca es algún tipo de técnica matemática que posibilite encontrar una solución óptima considerando algún tipo de función objetivo, que responda al problema delineado.

Aunque como es lógico que lo planteado recientemente en términos estructurales, presente consistencia, en la práctica no se ajusta a la manera real de toma de decisiones, pues generalmente se opta por ordenar las soluciones considerando varios o múltiples criterios, dejando de lado el empleo de un criterio único. Históricamente la decisión unicriterio (considerando un único criterio) se transformó en el inicio de la segunda mitad del siglo XX, al verificarse varios estudios con el enfoque multicriterio (Koopmans 1951).

La Teoría de los Precios (Friedman 1990) plantea que existen en esencia dos clases o tipos de problemas: los tecnológicos y los económicos. Los tecnológicos son del tipo unicriterio y los económicos del tipo multicriterio. No es lo mismo decidir sobre un vehículo o coche más barato que elegir aquel de mejor desempeño, mejor confort, menor consumo y precio. Decidir sólo por el menor precio es menos complejo pues hay un solo criterio, sin embargo en el segundo caso, la cuestión es más complicada, puesto que hay más de un criterio, por lo tanto la decisión depende en gran medida de quien decide, pues es quien le atribuye la importancia a cada criterio.

Últimamente las técnicas multicriterio se han consolidado, verificándose un número importante de publicaciones tratando el tema. En los últimos años se han propuesto los grafos de preferencias (GP) (Roubens and Vincke 2012), el Proceso Analítico Jerárquico (AHP) (Saaty 1980), los métodos ELECTRE (Figueira and Mousseau 2005), toma de decisión lingüística (TDM) (Delgado et al. 1993; Herrera-Viedma et al. 2000; Xu 2008; Massanet et al. 2014), Multi Attribute Theory (MAUT), Fuzzy Set Theory (FST), Case-Base Reasoning (CBR), Data Envelopment Analysis (DEA), PROMETHEE, Simple Multi-Attribute Technique (SMT), Goal

Programming (GP), Simple Additive Weighting (SAW), Technique for Order of Preference By Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) (Gandhi et al. 2015) entre otros.

En el siguiente apartado se analizarán brevemente una taxonomía y algunas técnicas interesantes que han marcado el desarrollo del área, detalles en (Cabello 2016).

1.1.3 Técnicas Multicriterio

En general las técnicas multicriterio se clasifican en función del conjunto de alternativas consideradas por el decisor a la hora de buscar una solución óptima (Vitoriano 2007). Si las alternativas son un conjunto y es ilimitado o infinito, se denomina método multicriterio continuo y caso contrario, cuando las alternativas son limitadas y de cantidad finita, se dice que se tiene un método multicriterio discreto. En el caso continuo es cuando no se verifica la necesidad de intercambio de información previa con el decisor y se utiliza información a priori.

Técnicas Multicriterio Discretas: Para comprender las técnicas multicriterio discretas, se requiere una serie de conceptos previos. Primeramente las alternativas del decisor se deben representar por un conjunto de m elementos como un vector, es decir (E_1, E_2, \dots, E_m) . En seguida los atributos y criterios que tendrá en cuenta el decisor para elegir una alternativa, que en este caso se representa por un conjunto con n elementos (A_1, A_2, \dots, A_n) y finalmente éstos se agrupan en una matriz denominada decisional de orden $m \times n$ (R_{11}, \dots, R_{mn}) , que expresa la posición de la alternativa respecto a cada criterio. Esta matriz inicia los procesos de análisis de toma de decisión multicriterio discretos.

Las funciones de utilidad con múltiples atributos, permite modelar el proceso, pues el decisor puede asignar a cada atributo una función de utilidad $u(E)$ que pueden concatenarse en una función multiatributo $u[u_1(E), u_2(E), \dots, u_n(E)]$ (Keeney and Raiffa 1993). Este modelo es aplicable en el caso de que el número de alternativas factibles es pequeño, pues en la práctica su aplicabilidad es limitada (Romero 1993), dado que la consistencia es teórica, considerando que la función $u(E)$, asociada a un número real muestra la utilidad de las alternativas en consideración se comparan y ordenan en función a su preferencia.

Los problemas o dificultades asociadas a la función de utilidad cuando se tienen múltiples atributos, han requerido el desarrollo de métodos multicriterio alternativos de carácter discreto, que aunque teóricamente menos consistentes, presentan mayor flexibilidad y son aplicables a

entornos prácticos como el ELECTRE, AHP y el axiomático de Arrow-Raydway (Saaty 1980). Estos métodos han contribuido para el desarrollo de una gran cantidad de variantes y mejoras, así como propuestas para diferentes aplicaciones.

Métodos de superación: Método Electre (Figueira et al. 2005): ELECTRE I (Elimination and Choice Translating Algorithm) es la base de lo que se conoce como los métodos de superación o outranking methods y ha experimentado una serie de transformaciones a lo largo de los años, verificándose varias versiones como el ELECTRE II, inmediatamente el ELECTRE III y luego el ELECTRE IV. Los métodos de superación se construyen sobre el axioma de comparabilidad parcial fundamental. Estas preferencias pueden ser modeladas por una parte, estableciendo cuatro relaciones binarias: indiferencia, preferencia estricta, preferencia grande e incomparabilidad.

Las estructuras de preferencia de los métodos de relaciones de superación utilizan diferentes tipos de criterios, asociados a la complejidad y a la naturaleza del problema, lo que posibilita que se pueda identificar el criterio verdadero o real, el semi-criterio, el criterio de intervalo y el pseudo-criterio.

Por ejemplo, mientras que el ELECTRE I utiliza criterios verdaderos, lo que simplifica el método de formular un criterio, versiones más complejas utilizan los pseudo-criterios con el fin de mejorar la estructura de preorden.

Finalmente la principal debilidad ELECTRE, sino también de los demás de este grupo (Métodos de superación), reside en su limitada o escasa axiomatización (Barba-Romero 1987).

Método de las jerarquías analíticas: El método AHP (Analytic Hierarchy Process) (Saaty 1977, 1980) combina cuestiones tangibles e intangibles con el objetivo de establecer una escala de razón para las prioridades asociadas a las diferentes alternativas.

Básicamente lo que busca es modelar gráficamente el problema utilizando una estructura jerárquica, empleando comparaciones entre pares buscando incorporar preferencias del decisor, así como la aplicación de una escala razonable para la toma de decisiones complejas. La estructura propuesta por el AHP, la organización de la información simplifica el modelado del problema en partes más sencillas y la concatenación de las soluciones en una conclusión (Saaty et al. 1980).

El método se sustenta en la teoría de grafos y consta de cuatro axiomas. Primero: el decisor debe estar dispuesto a realizar comparaciones entre pares de elementos de tal forma que, siendo los elementos, A_i y A_j , la intensidad de preferencia de A_i frente a A_j representada como A_i/A_j sea inversa a la preferencia de A_j respecto A_i , representada por A_j/A_i . El segundo: los elementos que se comparan son del mismo orden de magnitud con respecto a una misma propiedad. Tercero: es posible determinar y controlar el tipo de dependencia de los elementos de dos niveles consecutivos en la jerarquía y dentro de un mismo nivel. Finalmente, el cuarto: las expectativas deben estar representadas en la estructura en términos de criterios y alternativas. Estos axiomas determinan cómo formular y resolver el problema de decisión como una jerarquía y explicitar los juicios en forma de comparaciones por pares.

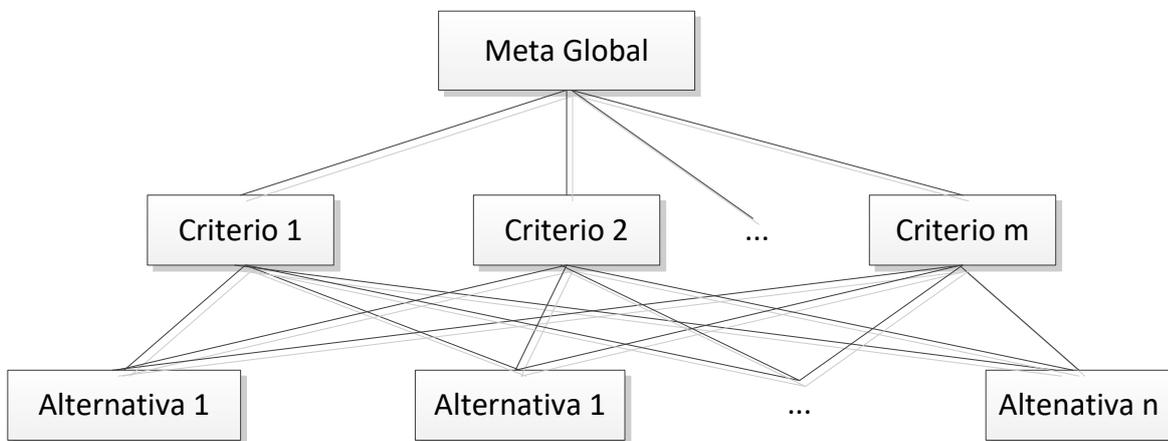


Figura 1.1 Árbol de Jerarquías (Saaty 1980)

Procedimentalmente el AHP consta de tres etapas: el modelado del problema, la valoración y priorización y la síntesis. El modelado contempla la identificación del problema, la definición del objetivo, identificación de criterios, las alternativas y la construcción de la jerarquización en tres niveles: las metas, los criterios y las alternativas.

Este modelo jerárquico se estructura de manera que los elementos de un mismo nivel son del mismo orden de magnitud y pueden relacionarse con los elementos del siguiente nivel. El nivel superior contiene a las metas, los criterios y subcriterios se encuentran en los niveles intermedios y el nivel más bajo contiene a las alternativas. Una condición importante es que la jerarquía incorpore los atributos relevantes y excluya a los no relevantes. La segunda corresponde al proceso de valoración de los elementos por medio de la comparación entre pares. En esta parte el decisor establece los juicios de valor, es decir, la importancia relativa que a su

criterio tienen los elementos que se encuentran en un nodo con respecto al mismo. En la tabla 1.1 (Saaty 1980) se encuentra una escala que permite cuantificar las preferencias mediante valores numéricos.

Tabla 1.1 Escala de Saaty (Saaty 1980)

Escala numérica	Escala verbal
1	Ambos criterios o elementos son de igual importancia
3	Débil o moderada importancia de un solo criterio sobre otro
5	Importancia esencial o fuerte de un criterio sobre otro
7	Importancia demostrada sobre un criterio sobre otro
9	Importancia absoluta de un criterio sobre otro
2, 4, 6, 8	Valores intermedios entre dos juicios adyacentes, que se emplean cuando es necesario un término medio entre dos de las intenciones anteriores
2	Entre igual y moderadamente preferible
4	Entre moderadamente y fuertemente preferible
6	Entre fuertemente y extremadamente preferible
8	Entre muy fuertemente y extremadamente preferible

Los resultados del mencionado proceso se dan en matrices de comparaciones entre pares, que expresan la importancia de un elemento frente a otro relacionados con una propiedad común. Estas matrices son positivas y recíprocas. Es decir, cada elemento a_{ij} es una estimación que expresa la intensidad de preferencia de un elemento i frente al elemento j considerando un aspecto común, por lo que $a_{ii} = 1$, como se puede observar en la Tabla 1.2.

En la tercera etapa, el objetivo es emitir juicios respecto a la importancia relativa de los elementos jerárquicos, para crear escalas de prioridades de influencia. En otras palabras, en esta etapa se debe calcular un sistema de ratios o prioridades conforme a las expectativas

Tabla 1.2 Matriz de clasificación (Aranibar and Callamand 2008).

Criterios	Confort	Autonomía	Desempeño	Interoperabilidad	Durabilidad
Confort	1	3	3	5	5
Autonomía	1/3	1	1	5	1/3
Desempeño	1/3	1	1	5	3
Interoperabilidad	1/5	1/5	1/5	1	1/3
Durabilidad	1/5	3	1/3	3	1

determinadas previamente y calculadas en las distintas matrices de comparaciones entre pares, con el fin de determinar la importancia de cada elemento en el proceso de decisión.

En el AHP se pueden identificar diferentes tipos de prioridades: Las prioridades locales y prioridades globales. Las locales se obtienen de forma directa a partir de la información obtenida en las matrices de comparación que reflejan la importancia relativa de los elementos considerados en ese nivel, respecto al inmediatamente superior y se obtienen a partir de diferentes métodos como el del auto vector principal por la derecha.

Las prioridades globales se establecen entre cada nodo respecto al nodo inicial de su nivel jerárquico. Se determinan a partir de las prioridades locales aplicando el principio de descomposición jerárquica. Finalmente, la prioridad total de las alternativas se obtiene mediante la agregación de las prioridades globales. Las prioridades globales permiten realizar la síntesis del problema, es decir, ordenar las alternativas y seleccionar las más indicadas para lograr el objetivo, teniendo en cuenta los elementos que intervienen en el problema.

A partir del AHP se han desarrollado variantes adaptadas a diferentes contextos y necesidades, como por ejemplo el AHP difuso (Chang 1996) que incorpora los números difusos a la técnica buscando indicar la importancia relativa que un factor de jerarquía tiene sobre otro y así construir las matrices de comparaciones.

Método axiomático de Arrow-Raynaud: La mayoría de los métodos multicriterio discretos no cuentan con axiomas apropiados y pueden conducir a clasificaciones de alternativas arbitrarias e incoherentes (Arrow and Raynaud 1986). Entonces, se propuso vincular los problemas de decisión multicriterio discretos con la Teoría de la Elección Social (K. J. Arrow

1963), que consiste en el estudio formal de procedimientos que una sociedad utiliza para decidir entre opciones y alternativas basándose en las preferencias de sus miembros (BarberÀ 2008), considerando cada criterio como un agente social, la correlación entre dichos problemas y la elección social es perfecta. Esta forma de ver establece ciertos axiomas, que básicamente pueden resumirse en (Munda 2008): Clasificación de alternativas, información de alternativas no clasificadas por etapas y el axioma de prudencia que se basa en que no es prudente aceptar alternativas cuyo grado de conflicto sea alto y en consecuencia, puedan dar lugar a decisiones vulnerables.

Técnicas multicriterio continuas: Los métodos de decisión multicriterio continuos se caracterizan por el hecho de que el decisor considera un número infinito de alternativas (Garcia 2004). La mayoría de los modelos de este tipo se han desarrollado para apoyar la toma de decisiones en situaciones de certeza, es decir, donde el decisor cuenta con información completa respecto a los estados que se van a presentar futuramente.

En este contexto, el problema de decisión queda reducido a un problema de optimización, con un único decisor, un conjunto de alternativas ($A \subset \mathbb{R}^n$), siendo $X \in A$ (cada alternativa) de tal forma que $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, un conjunto factible compuesto por las alternativas posibles y válidas para el decisor ($X \subset A \subset \mathbb{R}^n$), con atributos o parámetros de comportamiento de las variables y funciones objetivo o criterios de evaluación utilizados para medir las consecuencias de las alternativas $F = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x))$ (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013), en este ambiente. Siguiendo en este contexto, se puede destacar la existencia de dos agentes que en resumen determinan el proceso decisorio. Por una parte, el decisor es el individuo o grupos de individuos que toman la decisión definitiva y por otra, el analista que es el individuo o conjunto de individuos que analizan el problema y auxilian al decisor a realizar una elección. Frecuentemente, en varias situaciones, no es posible optimizar simultáneamente todos los objetivos, por la existencia de conflictos entre los mismos o por la falta de recursos para lograrlos. Si no se encuentra algún punto dentro del conjunto factible, que optimice todos los objetivos simultáneamente, es necesario implementar otros tipos o alternativas de soluciones, de tal forma a lograr una solución no óptima, pero útil o mejor, que sea aplicable. La taxonomía de estas soluciones es: eficientes, de compromiso y satisfactorias. Algunos de los métodos para resolver este tipo de problemas consisten en la matriz de pagos, el Método de las ponderaciones, el de las ϵ Restricciones y el Método Simplex, que son técnicas que no necesitan información a priori acerca del decisor. Así también se tienen la Programación por Compromiso

y la Programación por Metas, técnicas que requieren disponer de determinada información acerca de las preferencias del decisor con cierta antelación.

Matriz de Pagos: La Matriz de Pagos permite cuantificar el nivel de conflicto existente entre los objetivos considerados (Cañas et al. 2000) . La dimensión de la matriz es la misma que el número de objetivos y ésta se construye a partir de la optimización individual de los referidos objetivos, calculando los valores obtenidos por el resto de los objetivos en cada solución óptima.

En una matriz de pagos, los elementos de la diagonal principal se denominan punto ideal, y representan el punto en el que todos los objetivos alcanzan su valor óptimo. También se verifica la existencia del punto anti-ideal, que es el peor elemento de cada columna de la matriz y se utiliza, por una parte, para normalizar los objetivos medidos en diferentes unidades o escalas y con diferentes valores absolutos y por otra, para identificar la diferencia entre valores ideales y anti-ideales, información de mucha utilidad en el método de las ϵ restricciones.

Técnicas generadoras del conjunto eficiente: Este tipo de técnicas permiten extraer las soluciones eficientes o no dominadas del conjunto de soluciones factibles. Las soluciones eficientes u óptimos de Pareto, $X^* \in K$ son aquellas para las cuales no se puede alcanzar una mejora en el objetivo sin que comprometa otro (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013). El punto X^* es eficiente si no existe otro punto factible X preferible al primero. Asimismo, se puede considerar como frontera eficiente al conjunto de todas las soluciones eficientes. En este escenario, definir la tasa de intercambio (trade off) entre dos objetivos es fundamental, así como la cantidad de logro de un objetivo a la que se debe renunciar para obtener un incremento unitario en otro objetivo, es decir, se encarga de medir la pérdida en un objetivo frente a la mejora en otro. Matemáticamente hablando, la tasa de intercambio entre dos objetivos f_j y f_k con relación con las dos soluciones X_1, X_2 se representa como:

$$\frac{f_j(X_1) - f_j(X_2)}{f_k(X_1) - f_k(X_2)} \quad (1.1)$$

Referente a su utilidad, se podría afirmar que es un interesante índice para medir el coste asociado a la oportunidad de un criterio frente a los demás, pues desempeñan un papel fundamental en el desarrollo de los métodos interactivos multicriterio. Los métodos interactivos

(Martín et al.) corresponden al conjunto de técnicas que requieren información del decisor para encontrar la solución que más satisface y contrastar con ella las preferencias sobre las características de esa solución, de forma que el intercambio de información se produce continuamente a lo largo del proceso de resolución, esto, de manera que las distintas soluciones se adapten a la estructura de preferencias del decisor. Analíticamente, la obtención del conjunto eficiente se logra a partir de técnicas generadoras. A través de ellas, el problema se resuelve basándose exclusivamente en su estructura matemática y una vez lograda la solución, se muestran los resultados al decisor. En este punto es clave destacar la inexistencia de un intercambio de información previo. A continuación, algunas técnicas generadoras del conjunto eficiente más utilizadas habitualmente.

Método de las Ponderaciones: El Método de las Ponderaciones (Gass and Saaty 1955), consiste en convertir el problema multiobjetivo en uno escalar de forma a obtener una función objetivo que sea la combinación de las funciones objetivo de partida, utilizando una suma ponderada de acuerdo a un peso relativo λ_i asociado a cada uno. La optimización de la función objetivo, $f(\lambda)$, produce, para cada conjunto de pesos un punto extremo eficiente, entonces si se modifican los pesos se puede obtener una aproximación al conjunto eficiente. El teorema de Zadeh (Zadeh 1963) demuestra que $X^* \in A$ es eficiente si, y sólo si, existe un vector $\lambda \in R_p$ con $\lambda_i > 0 \forall i$, de donde se puede deducir que X^* es óptimo para:

$$f(\lambda) = \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(X) \quad (1.2)$$

Por ello, formulándose el problema

$$\text{Máx } (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \quad (1.3)$$

s. a.

$$X^* \in K$$

Se logra que el problema sea

$$\text{Máx } \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(X) \quad (1.4)$$

s. a.

$$X^* \in K, \sum_{i=1}^p \lambda_i f_i(X) = 1, \lambda_i \geq 0$$

Estos pesos o ponderaciones son polifuncionales, pues facilitan la resolución del problema al transformarlo en un problema con un único objetivo, constituido por la agregación de todos los objetivos de forma ponderada. Así también, logran proporcionar información respecto a la importancia relativa que el analista asigna a cada objetivo y la vuelven adimensionales al normalizarlas. Generalmente suele ocurrir que la suma del conjunto de ponderaciones debe ser igual a la unidad. Además, es necesario, por una parte, verificar que los pesos no concuerdan con las preferencias del decisor, sino que sean asignadas por el analista arbitrariamente. Por otro lado, para cada vector de pesos se obtiene al menos un punto extremo eficiente, lo que posibilita, modificando los pesos se pueda lograr el conjunto eficiente. Este método presenta algunos inconvenientes (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013), es importante enfatizar que, la existencia de distintas combinaciones de las ponderaciones puede resultar en un mismo punto extremo. De otra manera, si algunos de los pesos (ponderaciones) es cero y existen óptimos alternativos, se da la posibilidad de que la solución generada no sea eficiente. Además, es posible que sea necesario resolver el problema monocriterio propuesto q^{p-1} veces, donde p es el número de objetivos y q el número de vectores de pesos que se quieran establecer. Algunos autores sostienen que este método sólo puede obtener los puntos extremos eficientes, debido a que detecta como punto eficiente el punto de tangencia del polígono que define el conjunto eficiente con la familia de rectas en caso de dos objetivos, o de hiperplanos en caso de p objetivos. Por lo que es fundamental que las ponderaciones sean asignadas correctamente.

Método de las ε – restricciones: El Método de las ε - restricciones, (Marglin 1967) consiste en optimizar uno de los objetivos e incorporar el resto como restricciones paramétricas ε , de tal forma que para cada conjunto de valores asignados al conjunto de términos situados a la derecha de las restricciones (términos independientes) se genera un punto eficiente.

El problema multiobjetivo:

$$\text{Máx } (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \quad (1.5)$$

s. a.

$$X^* \in K$$

Al aplicar el método, el problema se transforma en:

$$\text{Opt } f_k(X) \quad (1.6)$$

s. a.

$$X \in K, f_j(X) \geq \varepsilon_j \text{ (o } f_j(x) \leq \varepsilon_j \text{);}$$

$$j = 1, \dots, k-1, \dots, k+1, \dots, p.$$

Cuando se desea maximizar el objetivo que se introduce en la restricción, el sentido de la desigualdad de la restricción es $f_j(X) \geq \varepsilon_j$, por el contrario, si lo que se busca es minimizar, el sentido de la desigualdad es $f_j(X) \leq \varepsilon_j$. Asimismo, los valores anti-ideal e ideal de cada objetivo son el límite inferior y superior del intervalo dentro del cual puede variar cada ε_j . Al resolver el problema para ε_j se generan puntos extremos e interiores al conjunto eficiente. Esto se da cuando las restricciones paramétricas son activas en la determinación del óptimo. Activas se verifican cuando con igualdades, $(f_j(X^*) = \varepsilon_j, \forall j \neq k)$. Sin embargo, en el caso de que el óptimo en alguna de las restricciones no es activa, por lo que se verifica como desigualdad y existen óptimos alternativos, la solución generada puede no ser eficiente. Esta situación, generalmente se da en la teoría, por lo que no suele ser frecuente en situaciones reales. Finalmente, respecto a su forma de operar, es relevante expresar que, si el número de objetivos es p y el número de valores dados al vector, cuyos componentes son los términos independientes de los objetivos incluidos en forma de restricción es q , se tendrán que resolver p^{q-1} problemas de optimización paramétricos.

Simplex Multicriterio: Este método se basa en el simplex tradicional (Dantzig 1987) que funciona con ecuaciones y debido a que las restricciones iniciales se modelan mediante programación lineal, en realidad no son ecuaciones, sino inecuaciones, por lo que es necesario convertirlas en ecuaciones utilizando unas variables denominadas de holgura y exceso, relacionadas con el ámbito al cual hace referencia la restricción. Estas variables, que suelen estar representadas por la letra S , se suman si la restricción es de signo \leq y se restan si la restricción es de signo \geq formando una matriz denominada Matriz Identidad. Según (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013) el Método Simplex Multicriterio es el único que permite generar un conjunto eficiente por completo.

Para resolver el problema se utiliza un algoritmo pivot denominado Algoritmo Simplex, que consiste en que partir de un punto extremo inicial cualquiera (una solución factible) y empleando criterios muy precisos y operando de forma iterativa, pasando de un punto extremo (que forma parte del conjunto eficiente y posee variables básicas o iniciales) a otro adyacente (que no posee variables básicas pero si variables de holgura o de exceso) que mejora (o por lo menos no empeora) la función objetivo de procedencia, alcanzado la solución óptima en un número finito de pasos.

Al modelo simplex multicriterio se le añade una subrutina que le permite comprobar la eficiencia o no de cada punto extremo obtenido. La complejidad de cálculo que requiere su aplicación es una de las principales desventajas que presenta este método, por ello, su operatividad práctica es escasa. Es preciso destacar además que la determinación del conjunto eficiente completo no sólo es complicada, sino que también carece de utilidad práctica, pues desde la perspectiva decisional, son los puntos extremos son los que proporcionan información de mayor valor. Existen una serie de algoritmos que permiten obtener el conjunto factible completo. Si los problemas son lineales los algoritmos carecen de complejidad, no obstante, el conjunto eficiente suele ser extenso y por ello es necesario reducirlo mediante dos formas diferentes. O se trabaja con intervalos de pesos en lugar de utilizar pesos fijos, obteniendo así la parte del conjunto eficiente que tiene más interés para el decisor, o se deben utilizar unas técnicas denominadas poda y filtrado que permiten descartar las soluciones no excesivamente diferentes de otras soluciones eficientes previamente calculadas. Tras obtener el conjunto eficiente completo o parte de él, se deberá elegir entre las soluciones eficientes que se consideren más adecuadas para el decisor mediante la introducción de sus preferencias.

Técnicas con información a priori: Las técnicas con información a priori se caracterizan por la necesidad de poseer información acerca de las preferencias del decisor con antelación y su principal objetivo es determinar las soluciones que mejor se adaptan a las preferencias del decisor. Entre ellas, destacan la programación por compromiso y la programación por metas.

Programación por compromiso: Las técnicas de programación por compromiso se han consolidado como uno de los enfoques de resolución de problemas multiobjetivo de mayor potencia y con un amplio campo de aplicaciones (Yu and Zeleny 1975), se apoyan en el Axioma de Zeleny (Zeleny 1976), que establece que, dadas dos soluciones posibles en el espacio de objetivos, se preferirá la que se encuentre más próxima al punto ideal. Así al obtener los puntos o subconjuntos del conjunto eficiente que estén más próximos del conjunto ideal, se permite reducir el tamaño del conjunto eficiente. En este caso aquellas soluciones más cercanas al punto ideal son denominadas soluciones compromiso y a su totalidad, conjunto compromiso, que generalmente exponen políticas equilibradas al ser soluciones eficientes y al no subordinar un objetivo a otro. La principal métrica de este método es la distancia, que actúa como un indicador de las preferencias del decisor. Existen diferentes concepciones de distancia, aunque la más conocida es la euclídea. Sin embargo, en la literatura se proponen otra forma de considerar la distancia mediante la idea de la familia de métricas L_p (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013), en la misma, la distancia P , está comprendida entre 1 y ∞ . Si $p = 1$ se obtiene la distancia denominada Manhattan, que es la mayor de ellas. Si $p = 2$ se obtiene la distancia euclídea, por lo que se puede afirmar que esta distancia forma parte de un conjunto de diferentes distancias. Si $p = 3$ se obtendría L_3 , etc. No obstante, es preciso destacar que en el caso de $p = \infty$, la expresión por la cual se interpreta la distancia carece de sentido, esto ha conducido a la denominada distancia de Tchebycheff, la más corta del conjunto.

Para determinar las soluciones compromiso, primeramente se debe establecer el grado de proximidad h_j entre el objetivo j -ésimo f_j y su valor ideal f_j^* . Seguidamente, se deben normalizar las medidas de todos los objetivos con el propósito de agregar los distintos grados de proximidad a los mismos. El siguiente paso consiste en asignar a los valores ideales de cada objetivo, d_i , una ponderación w_i como indicador de la preferencia que se asocia a la divergencia entre la realización del objetivo y su valor ideal. Considerando que las soluciones compromiso son las más próximas al ideal, obtenerlas, implica resolver el siguiente problema de optimización:

$$\min L_p = \min \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n w_i \left| \frac{f_i^* - f_i(X)}{f_i^* - f_{*i}} \right|^p} ; 1 \leq p \leq \infty \quad (1.7)$$

s.a.

$$X \in K$$

Corresponde destacar que, para $p = \infty$ y $p \neq 1$, la forma de resolución varía del resto. En referencia a la primera, se debe minimizar la máxima desviación entre todas las desviaciones individuales mediante el siguiente problema de programa lineal.

$$\min L_\infty = d \quad (1.7)$$

s.a.

$$X \in K$$

$$w_i \left| \frac{f_i^* - f_i(X)}{f_i^* - f_{*i}} \right| \leq d; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Para métricas distintas a $p = 1$ es necesario recurrir a algoritmos no lineales, lo que constituye una dificultad operativa que puede reducir la potencialidad de esta técnica, pues el problema a resolver puede conllevar una tarea computacional casi inalcanzable según (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013). No obstante, el método desarrollado por (Zeleny 1976) ha sido mejorado por (Yu 1985) que demostró que para los problemas con dos objetivos el conjunto compromiso está comprendido entre L_1 y L_∞ . Asimismo, (Blasco et al. 1999) demostraron que para problemas con más de dos objetivos y bajo condiciones muy generales el conjunto compromiso también está acotado por las soluciones obtenidas a partir de L_1 y L_∞ . Mientras que la solución perteneciente a L_∞ se corresponde con una situación en la que se optimiza la suma ponderada y normalizada de los logros en cada objetivo, caracterizada por la posibilidad de estar fuertemente desequilibrada, la solución de la métrica de Tchebycheff, L_∞ se caracteriza, según (Ballesteros and Romero 1991) por ser equilibrada debido a que las discrepancias normalizadas y ponderadas entre el valor alcanzado por cada objetivo y sus

respectivos ideales son iguales. Esta solución tiene especial utilidad en los procesos de elección en los que el decisor considere apropiado que no existan desequilibrios importantes entre los niveles de logro conseguidos para cada objetivo en relación con el nivel ideal.

Programación por metas: La programación por metas surgió con el propósito de hacer frente a la incapacidad de optimizar todos los objetivos simultáneamente. Cuando se trata de problemas de gran tamaño, es necesario considerar que no todos los métodos analizados hasta el momento pueden ser útiles, debido a la elevada complejidad de los cálculos, como al gran tamaño del conjunto eficiente. En contextos decisionales complejos el decisor suele intentar que una serie de metas relevantes se aproximen lo más posible a unos niveles de aspiración prefijados con anterioridad (Simon 1955).

De otra manera, en un primer lugar se plantean los problemas decisivos complejos como la consecución de unas metas fijadas previamente, y tras ello, se evalúa el grado de consecución de las metas y se fijan otras nuevas. En síntesis, el proceso es dinámico y existe la posibilidad de ser controlado. La técnica de programación por metas fue creada por Charnes (Charnes et al. 1955), sin embargo, su evolución y divulgación es atribuido a (Ijiri et al. 1966; Lee 1972; Ignizio 1978). Desde entonces se han verificado importante cantidad de publicaciones enfocadas en aspectos teóricos y prácticos. En esencia, el decisor actúa primero incorporando al proceso información explícita acerca de sus preferencias y prioridades (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013), que expresan que existen diferentes objetivos, $F_i(X)$, que se pretenden maximizar con niveles de aspiración u_i . Objetivos $F_j(X)$ a minimizar con niveles de aspiración u_j y objetivos $F_k(X)$, para los que se trata de alcanzar el valor exacto del nivel de aspiración u_k . En función a lo expuesto, el problema se puede formular como:

$$\min (n_i, p_j, n_k + p_k) \quad (1.8)$$

s.a.

$$X \in K$$

$$F_i(X) + n_i - p_i = u_i F_j(X) + n_j - p_j = u_j$$

$$F_k(X) + n_k - p_k = u_k$$

$$n_i, p_i, n_j, p_j, n_k, p_k \geq 0$$

Finalmente, se debe determinar la minimización de las variables no deseadas. Para estos varios enfoques están disponibles y se diferencian entre sí en la forma de representación de las preferencias del decisor por lo que el resultado obtenido será diferente. Los métodos más conocidos son la programación por metas ponderadas y la programación por metas lexicográficas.

Programación por metas ponderadas: Este método de programación por metas ponderadas es considerado como el más intuitivo, busca minimizar: $\min (n_i + p_j + n_k + p_k)$ (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013). Sin embargo, presenta una serie de inconvenientes. Los objetivos pueden tener diferentes unidades de medida, y el enfoque sugiere que el decisor establezca la misma importancia al logro de todas las metas, concepto no aceptado habitualmente. Se hace necesario enfatizar la existencia de soluciones sesgadas hacia un mayor cumplimiento de las metas con niveles de aspiración más elevados. Estos inconvenientes pueden solucionarse mediante la minimización de la suma ponderada de las variables de desviación en términos porcentuales, lo que se puede considerar una normalización. Para lograr la normalización es necesario multiplicar cada variable de desviación por la ponderación otorgados por el decisor (w_i, w_j y w_k) y dividirla por su correspondiente nivel de aspiración. De ahí que la función a minimizar es:

$$\min \left(w_i \frac{n_i}{u_i} + w_j \frac{p_j}{u_j} + w_k \frac{n_k + p_k}{u_k} \right) \quad (1.9)$$

Programación por metas lexicográficas: En este método el decisor constituye grupos ordenados de metas según el orden rígido de prioridades excluyentes (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013). Primeramente, se deben alcanzar las metas de mayor prioridad, de ahí, el objetivo será alcanzar las metas situadas en el segundo nivel de prioridad, posteriormente las del tercer nivel y el resto se continua de forma sucesiva. Lo que requiere, minimizar lexicográficamente las variables de desviación no deseadas:

$$\text{Lex min } (n_i, p_j, n_k, p_k) \quad (1.10)$$

En este caso es necesario resolver tantos problemas de programación matemática como niveles de prioridad se hayan establecido, además, se realiza un análisis inicial con el fin de detectar la existencia de puntos factibles en el problema. Es posible distinguir una serie de etapas en el proceso. En el nivel 0 se determina el conjunto factible o el conjunto de puntos factibles considerando todas las alternativas. En el nivel 1, se minimizan las variables de desviación no deseadas del primer nivel de prioridad. Suponiendo que se pretende maximizar f_i , se resuelve el siguiente problema:

$$\min n_i \quad (1.11)$$

s.a.

$$X \in K$$

$$f_i(X) + n_i - p_i = u_i$$

$$n_i, p_i \geq 0$$

Cuando $n_i = 0$, la solución obtenida, X^* , satisface la primera meta y por consiguiente, se procede a satisfacer la siguiente. Si $n_i > 0$ la meta no es satisfecha y el problema finaliza, siendo X^* la solución más cercana al cumplimiento de la meta. En el nivel 2, se minimizan las variables de desviación no deseadas existentes en él, suponiendo que se desea minimizar f_j , lo que implica problema lineal:

$$\min p_j \quad (1.11)$$

s.a.

$$X \in K$$

$$f_i(X) + n_i - p_i = u_i$$

$$n_i = 0$$

$$f_j(X) + n_j - p_j = u_j$$

$$n_i, p_i, n_j, p_j \geq 0$$

Así como en el primer nivel cuando se resuelve el problema planteado, si $p_i = 0$, la solución X^{**} satisface la meta del segundo nivel y se busca optimizar el tercero. Si $p_j > 0$, X^{**} satisface la primera meta y es la solución más cercana al cumplimiento de la segunda. Al resolver el tercer nivel $\min(n_k + p_k)$, de la misma forma que los anteriores, pueden ocurrir diferentes situaciones. Si $n_k = p_k = 0$, la solución X^{***} satisface la meta del tercer nivel y todas las metas establecidas por el decisor. Si n_k o $p_k > 0_k$ la solución no es satisfactoria para dicho nivel, pero es la solución más cercana al cumplimiento de la tercera meta. De esta forma, el proceso se desarrollaría sucesivamente.

Entre otros aspectos que caracterizan la programación por metas, es preciso destacar que las soluciones satisfactorias no siempre son eficientes, cuando ocurra esto, se dice que la solución no es racional (García Aguado and Martínez Rodríguez 2013). Además, en ambos enfoques de programación por metas, si no se encuentra una solución satisfactoria, el decisor puede cambiar el orden de los niveles de prioridad, analizar si existen metas redundantes, adaptar la meta con el fin de que se pueda cumplir, o en el enfoque lexicográfico, cambiar la excesiva priorización de las metas, la fijación de los niveles de aspiración demasiado optimistas o la inclusión de metas a ambos lados que restrinjan el espacio satisfactorio. Asimismo, hay que enfatizar que el enfoque lexicográfico es adecuado para problemas en los que no sea conveniente la compensación entre objetivos, mientras que, en el enfoque de metas ponderadas, estos si se compensan.

Generalmente en un proceso de decisión se evalúan alternativas considerando diferentes criterios por lo que se requiere contar con algún proceso que posibilite determinar una media o valor global para cada alternativa a la luz de los criterios en cuestión.

1.2. Internet y la Sociedad Actual

En los últimos años, internet ha cambiado la forma de vivir de las personas, cada vez más los seres humanos están “conectados” al punto de que la mayor parte de su tiempo lo utilizan en la red, en algunos casos para distraerse y en otros para desarrollar actividades relacionadas con sus trabajos y su educación. Entonces internet, junto con las Tecnologías de Información y Comunicaciones (TICs) tienen una gran influencia en el hábito de las personas, a tal punto que

actividades cotidianas como comprar, se realizan en gran porcentaje a través de internet. Entonces, no sería descabellado afirmar que internet ha creado una nueva sociedad, una sociedad con hábitos diferentes e interesantes, que ha creado nuevas oportunidades y nuevos problemas que se deben afrontar y resolver, considerando que la cantidad de usuarios de internet crece exponencialmente todos los años, en síntesis, estamos ante una nueva sociedad, la sociedad de la información. Es tanta la influencia de la red en la vida de las personas, que hoy día, casi todas las actividades, son transformadas por su existencia (Carr et al. 2011). La forma como las personas se relacionan, la educación, el trabajo, el ocio y el comercio son actividades que se desarrollan sin inconvenientes mayores en la red. Sin embargo, todo esto plantea desafíos interesantes para la ciencia, en todas sus áreas, puesto que vislumbra una sociedad que va evolucionando a la luz y la influencia de las tecnologías.

En este contexto, cuando uno se refiere a tecnología, no se refiere simplemente a internet sino de todo lo que tienen que ver con las facilidades y complicaciones como consecuencia de la ubicuidad de los dispositivos electrónicos, que han sido creados para los más diferentes usos y aplicaciones. Hoy día el hogar promedio cuenta con una importante cantidad de dispositivos. Antes, prácticamente el total de esos dispositivos eran electrodomésticos tradicionales para la cocina, el aseo y la recreación. Sin embargo, hoy día con la facilidad y la fuerte influencia de las TICs (Tecnologías de la Información y Comunicaciones), la mayoría de los dispositivos disponibles para el hogar cuentan con cierta “inteligencia” y se conectan a internet, dando lugar al denominado Internet de las Cosas. De hecho, en la sociedad actual, se constata una revolución en las comunicaciones interpersonales, respaldadas en esencia por la telefonía móvil, que gracias a su evolución ha contribuido sobremanera a la popularización de Internet y los servicios que ofrece.

Los Social Media están exponiendo una realidad interesante por sus aspectos positivos y negativos. Sin embargo, no se puede dejar de poner en perspectiva que los hábitos a consecuencia de los Social Media han sufrido importantes modificaciones que tienen influencia directa en el modelo de sociedad actual, en que las personas se encuentran más conectadas, pero a la vez tal vez más distanciadas. Lo cierto y concreto es que la tecnología en general ha impuesto nuevos hábitos y nuevas formas de hacer las cosas si comparado con el pasado.

La interacción entre las personas y las corporaciones es un aspecto fundamental de esta nueva realidad. Hasta hace unos años las personas para realizar una actividad, como trabajar,

alimentarse, distraerse o para adquirir algún producto o servicio, casi siempre tenían que desplazarse, sin embargo, hoy, eso ya no es necesario en la mayoría de los casos. La tecnología, proporciona una plataforma que posibilita maneras distintas y no tradicionales de realizar las tareas cotidianas como trabajar, estudiar, comprar, relacionarse con otras personas y acceder a servicios públicos y privados. Prácticamente todo está en la red. En síntesis, hoy se vive en la sociedad de la información, una sociedad “diseñada” a partir de las tecnologías de la Información y Comunicaciones.

Esta integración de las tecnologías y la sociedad plantea cuestiones que requieren de estudio y análisis, por lo que muchos ya se han realizado al respecto, varios de ellos con el objetivo de entender la dinámica de una nueva sociedad que tienen como parte fundamental de su cotidiano y de sus acciones a la tecnología.

Por otro lado, esta realidad plantea situaciones interesantes y muy particulares. Como sugerido anteriormente, un hábito que ha tenido una transformación importante es la forma como las personas adquieren productos y servicios. Hoy día podría considerarse natural que un individuo adquiera bienes y servicios sin la necesidad de desplazarse y trasladarse a una tienda o empresa que vende o presta algún tipo de estos servicios, pues el envío de productos a los lugares indicados por el consumidor es “natural”, independientemente de la distancia, considerando que todo se puede adquirir o vender y enviarlo a cualquier parte del planeta. Esto es lo que se conoce como comercio electrónico (e-commerce) y en este nuevo modelo de interacción consumidor-vendedor surgen algunos interrogantes que son interesantes y claves para los avances en esta área. En esencia las principales, por lo menos desde un punto de vista particular, es la confianza que tiene que ver con la seguridad del proceso de adquisición (especialmente el proceso de pago) y la calidad de lo adquirido o contratado. En términos generales pagar por un producto y sin antes haberlo recibido es un cambio de paradigma que de alguna manera se va volviendo “más aceptable” últimamente, sin embargo un cierto grado de desconfianza permanece el colectivo de los consumidores que deciden por este tipo de compras, aunque es cierto que el número de transacciones comerciales por internet ha crecido a tal punto, que ha obligado a las empresas realizar transformaciones estratégicas que les permitan seguir en un mercado global cada vez más competitivo y más personalizado.

Un punto clave en este proceso de adquisición en línea, es también la toma de decisión, puesto que la variedad de productos que se pueden adquirir por este método es prácticamente ilimitado

y como las opciones son muy variadas, los consumidores se ven obligados a optar por una de ellas, teniendo en cuenta varios aspectos, pero principalmente el costo-beneficio, que podría interpretarse también como la seguridad de recibir lo que se compró, sin haber tenido la oportunidad de evaluar el producto en vivo o personalmente como era natural en años recientes.

Aquí se puede traer a colación un comportamiento social interesante y curioso: considerar la opinión de otros que han tenido la experiencia de compra antes que uno, es una forma casi tradicional de auxilio en la decisión de adquirir un producto o servicio. El acceso a esa información se verificaba, hasta hace poco, a través de conversaciones con un grupo de amigos y conocidos a quienes, sabiendo de su experiencia de adquisición, aún en el modelo tradicional, se les solicitaba su opinión para utilizarla como soporte para una decisión de compra inmediata o para el futuro cercano. Hoy con los sitios web especializados, estas opiniones y experiencias están disponibles y se han erigido como fuente de consulta de la opinión de terceros, respecto a un producto o servicio, cuando un consumidor se encuentra en etapa de decidir si va a comprar o no. En este contexto también las redes sociales, independientemente de su tipo y particularidades, son consideradas fuentes claves de opiniones relacionadas con un producto o servicio, sea éste ofrecido en línea o no.

Entonces esta forma diferente de hacer ciertas cosas se traduce en la generación de una cantidad importante de datos que es de vital importancia para las empresas, de manera a que ellas puedan tomar decisiones observando y estudiándolas con el objetivo de mejorar sus negocios y aumentar sus oportunidades de éxitos en un mercado cada vez más competitivo.

1.3. Big Data y Business Intelligence

Una de las características de la Sociedad de la Información actual es la generación de grandes volúmenes de datos por parte de las personas. Datos heterogéneos (de diferentes naturalezas y orígenes) y sin estructura, dando lugar al denominado Big Data. Estos datos tienen un origen variado, y son cada vez más utilizados como datos comercialmente explotables y utilizados con frecuencia para la creación de nuevos productos o servicios con el objetivo de atender un mercado en expansión, con una demanda creciente de calidad y personalización (segmentación de los públicos). El problema del Big Data es en esencia su tamaño y su casi ausente estructuración. Si se consideran los datos generados en el espacio de interacción por excelencia como son los social media, y por supuestos, tratarlos es un gran desafío tecnológico y científico.

El Business Intelligence (Inteligencia de Negocio o BI) es un término genérico que incluye las aplicaciones, la infraestructura, las herramientas, y las mejores prácticas que permiten el acceso y el análisis de la información para mejorar y optimizar las decisiones y el rendimiento (Chen et al. 2012; Philip Chen and Zhang 2014).

La Inteligencia de negocios y el Big Data son conceptos que han ganado relevancia recientemente y tienen relación con los datos generados en la red, dada la inmensa cantidad de estos generados por la interacción de personas y empresas, así como las opiniones, sentimientos y comentarios de los usuarios en las diversas plataformas como las redes sociales. En esencia, la Inteligencia de Negocio es un término genérico que incluye las aplicaciones, la infraestructura, las herramientas, y prácticas que posibilitan acceder y analizar la información con miras a mejorar el rendimiento y optimizar las decisiones. Sin embargo por su lado, el Big Data son activos de información de gran volumen, alta velocidad y/o gran variedad que demandan formas de procesamiento de información innovadoras y rentables, que permitan una visión mejorada, toma de decisiones y automatización de procesos (He et al. 2015).

En otras palabras, Big Data permite tratar un gran volumen de datos heterogéneos, tanto estructurados como desestructurados, y que se generan a una velocidad importante. Con esta información, las herramientas de BI permiten la realización y desarrollo de análisis predictivos avanzados, que ayudan en la toma de decisiones estratégicas en función de una predicción de comportamiento basada en datos reales que posibilitan reducir el error. Es decir, son términos complementarios.

Big Data permite la incorporación de más fuentes de datos, de manera que además de las habituales fuentes internas, se puede agregar información de máquinas, sensores, smartphones, texto no estructurado como tweets, tendencias de mercado, redes sociales, etc.

Un mayor volumen de datos es posible incorporar, ya que la cantidad de información que puede producir cada una de las fuentes anteriormente citadas lleva a la necesidad de administrar grandes volúmenes de datos por segundo, que son gestionables en almacenamientos en la nube con costes y precios altamente competitivos.

El BI, por su parte, provee las herramientas para el análisis de los datos que conforman el Big Data. Estas herramientas de BI dan un valor añadido a la obtención de datos que acompañan la estrategia del negocio.

Los datos que expanden el Big Data provienen en su mayoría de las finanzas y la economía (Philip Chen and Zhang 2014), como los balances, cotizaciones, precios, hipotecas, datos de consumo, etc., aunque en los últimos los Social Media o el Internet de las Cosas, cada vez aportan más al Big Data, con una tendencia creciente.

Tratar datos en general es complicado, por lo que se utilizan técnicas que combinan modelos predictivos, estadísticas, inteligencia artificial, procesamiento en lenguaje natural, redes neuronales, machine learning, etc.

Considerando lo mencionado, en definitiva, el Big Data se encarga de encontrar o establecer tendencias generales, establecer conclusiones analizando el conjunto de los datos, y el BI provee lo necesario para el análisis de los datos para mejorar la toma de decisiones empresariales.

1.4. Los Social Media y las Decisiones

En esencia la realidad actual expone un cambio de hábitos de la sociedad que cada vez está más pendiente de lo que ocurre en el mundo digital, en especial en los Social Media, donde los públicos/usuarios interactúan, critican, opinan sobre una variedad inmensa de temas y asuntos.

Esta nueva forma de comunicarse está siendo utilizado por las empresas para llevar a cabo la valoración de sus servicios/productos, a través de diferentes procedimientos, o la creación de índices, likes, estrellas, etc., que tratan tangibilizar la opinión de los mismos, para de esta forma poder mejorar sus productos/servicios, realizar prospectiva acerca de posible nuevos hábitos, o las campañas de publicidad, al utilizar los mencionados índices como sistemas de recomendación para otros potenciales clientes, los cuales utilizan los Social Media para informarse acerca de los mismos. En resumen, es evidente el nacimiento y afianzamiento de un paradigma de relación social, sustentado por la tecnología.

Este hecho en su conjunto es positivo, ya que se dispone de grandes volúmenes de datos, que en su mayoría han sido emitidos de manera voluntaria o no solicitada (datos no solicitados) y por lo tanto no estarían afectados por lo que Arrow (K. J. Arrow 1963) denominó el aspecto estratégico de las decisiones, situación que se produce cuando a un decisor debe emitir una valoración/percepción acerca de algo, en dicho momento de manera consciente o inconsciente

llevará a cabo un proceso de valoración que tratará de maximizar su beneficio personal. Pero, aunque esta forma de obtener información en su conjunto es positiva no está exenta de preguntas que deben ser respondidas, como los que se exponen a continuación:

- Datos Inconsistentes. El hecho de que los públicos emitan de manera no solicitada sus opiniones o valoraciones, no exime a que dichos datos no hayan sido emitidos sin conocimiento, y sea solo una opinión que no está fundamentada, dando lugar a lo que se denomina datos inconsistentes.
- Noticias falsas (Fake news). Son un caso especial de datos inconsistentes, donde los datos emitidos buscan sesgar e influir de manera interesada en el resto de los públicos.

En relación con las estructuras de representación, u operadores de agregación:

- ¿Son confiables las calificaciones, que generalmente se expresan con estrellas o likes?
- ¿Los operadores que agregan la información, representan la opinión de los públicos de manera adecuada?

Estas preguntas que a priori podrían parecer que están resueltas o que no tienen mayor trascendencia, es preciso responderlas de manera satisfactoria, ya que es fundamental para las empresas y usuarios contar con datos confiables y consistentes que permitan a los usuarios tomar buenas decisiones en sus adquisiciones y para las empresas lo necesario para el diseño y toma de decisiones que tienen relación con cuestiones de estratégicas como las campañas de marketing y el desarrollo de nuevos productos o servicios.

1.5. Calidad de los datos

Este nuevo escenario en la que la sociedad se encuentra inmersa es lo que se denomina Sociedad de la Información, y en ella la utilización de datos para los procesos de toma de decisión plantea nuevos desafíos para los investigadores, y por lo tanto, para las empresas u organizaciones. La situación actual, donde se generan grandes volúmenes de datos por minuto, implica grandes

retos para la toma de decisión, ya las mismas deben realizarse sobre datos heterogéneos y sin estructura.

Seleccionar datos de calidad, en un sentido amplio de la expresión, es un reto sobre el que se debe seguir investigando. En este nuevo contexto, el de la sociedad de la información de alcance global, en que las personas interactúan, opinan, califican y evalúan todo a través de los social media, soportado por las TICs, prácticamente no existen límites, pues la libertad de expresar sentimientos, experiencias, opiniones no tienen reglas preestablecidas, cada persona se expresa como mejor le parece y muchas veces valiéndose de neologismos y expresiones fuera de los estándares establecidos por la gramática de los idiomas, de ahí, que la calidad en su sentido más amplio, es un objetivo fundamental.

Existen diferentes definiciones de calidad del dato (Strong et al. 1997), entre las que se puede destacar aquella que dice que un dato es de calidad si sirve para el propósito que se utiliza. Pero más allá, de esta definición genérica, la cual indica algo trivial, existen diferentes dimensiones sobre las que se sustenta el referido concepto, entre las que se pueden destacar fundamentalmente dos: (1) Conocimiento del problema: esta dimensión se refiere a que los datos hayan sido emitidos con conocimiento del problema y no con ignorancia, es decir, que los datos sean consistentes. (2) Que tengan una estructura que refleje el valor que representan.

Datos Consistentes. Una dimensión de la calidad es la consistencia de los datos, datos que hayan emitidos sin conocimiento del problema, ignorancia, son considerados datos de baja calidad, ya que producen distorsiones en las decisiones donde son utilizadas. Por lo tanto, disponer de medidas que indiquen la consistencia de estos, se hace muy necesario para mejorar los procesos de decisión.

Estructura de Representación. Generalmente el valor que se utiliza para representar un concepto, criterio, etc, es un valor numérico con un único valor, o en su caso un valor difuso junto con su valor de pertenencia al conjunto que representa. Pero esta forma de valorar, aunque en principio parece adecuada, no proporciona información importante, tal como la polarización de los datos que ha dado origen a este valor como representante. Por ejemplo, si en una valoración de un producto, se dispone de 100 valoraciones emitidas en el intervalo $[1, 100]$, donde 52 tienen un valor de 100 y 48 un valor de 1, y se aplica un operador cualquiera, por ejemplo la media aritmética, se obtendría un valor próximo a 51. Este valor que

matemáticamente puede ser representativo del total de valoraciones, sin embargo, no dice nada acerca de que las opiniones de los consumidores están completamente polarizadas. Por este motivo, es deseable estructuras de representación que permitan disponer de esta otra información, la cual es muy importante para los procesos de toma de decisión.

Generalmente la evaluación de las opiniones expresadas por los usuarios en las redes sociales se lleva a cabo a través de un proceso de análisis de opiniones y sentimientos, que forma parte del Procesamiento del Lenguaje Natural (PNL). Para llevar a cabo este análisis, se aplican diferentes métodos: desde probabilísticos, como Naïves Bayes; basado en patrones; o métodos basados en inteligencia artificial (Li et al. 2016; Shang et al. 2016; Arif et al. 2018). Todos estos métodos utilizaron principalmente dos representaciones: números reales o lógica difusa (Herrera et al. 1996, 2009; Montero 2008; Moreno et al. 2010). El problema de usar un valor real único para representar la sensación de los usuarios hacia un servicio o producto es la pérdida de información, mientras que el uso de la lógica difusa obliga a definir diferentes elementos, tales como: conjuntos difusos, variables difusas, relaciones difusas, reglas difusas, en un contexto, donde no hay etiquetas lingüísticas y donde hay muchas valoraciones que fluctúan dentro de un rango.

Una alternativa a este tipo de representaciones es la matemática intervalar (Alefeld and Mayer 2000; Moore et al. 2009), que permite, entre otras cosas, aumentar la fidelidad entre el modelo matemático y el sistema real, al mostrar un rango que contiene todas las valoraciones. La matemática intervalar es una técnica que se suma al conjunto de conceptos y técnicas que conforman la computación suave, como la lógica difusa, la neuro computación y los algoritmos genéticos; para la concepción y diseño de sistemas inteligentes (Zadeh 1996).

1.6. Motivación del trabajo

Cada vez más las empresas u organizaciones precisan de sistemas de decisión automatizados, que les permitan tomar decisiones de manera rápida y fiable. Pero este hecho que parecía que estaba medianamente resuelto hace unos años, se ha visto totalmente desbordado por el nuevo escenario donde las empresas u organizaciones operan. Este nuevo escenario es la Sociedad de la Información, la cual a través de las TICs está originando un cambio social de gran escala, donde las personas o públicos están continuamente conectados, generando datos y recibiendo información en cualquier momento o lugar. Este hecho, hace necesario replantearse cuestiones

como la calidad de los datos que son utilizados en los procesos de toma de decisión; la representación de los datos, de forma que no se pierda información implícita que conllevan en su conjunto; operadores de agregación que representen o que sean representativos de la mayoría y puedan operar con esas nuevas estructuras de representación; indicadores de valoración de productos y servicios, y por supuesto, de modelos de decisión que integren todo lo anteriormente expuesto.

Esta es la motivación para llevar cabo este trabajo de investigación, ayudar al desarrollo de nuevos sistemas de ayuda la decisión, más eficaces y acordes al nuevo tiempo en que la sociedad está inmersa.

1.7. Objetivos

Objetivo General

Proponer un modelo de datos consistentes provenientes de los social media y aplicarlo en un modelo de toma de decisiones

Objetivos Específicos

- Proponer un índice de consistencia para matrices de comparación entre pares, acotado, fácil de usar, aplicable a varios tipos de matrices de comparación a pares y relaciones de consistencia.
- Proponer un operador que agregue las opiniones y sentimientos de las redes sociales de forma a expresarlos en intervalos y a partir de ellas construir matrices intervalares de comparación entre pares.
- Proponer un índice de consistencia para matrices intervalares de comparación entre pares construidas a partir de opiniones no solicitadas de los social media.
- Proponer un índice de valoración de opiniones/sentimientos respecto a un producto o servicio.

- Integrar a un modelo de toma de decisiones para empresas, basados en inteligencia computacional los índices y el operador a ser desarrollados.

1.8. Organización del trabajo

La memoria está organizada en diferentes capítulos que se detallan a continuación.

En el Capítulo 1 se presenta brevemente el concepto de toma de decisiones como un aspecto fundamental del cotidiano, se exponen los tipos de decisiones y se comentan algunos modelos de decisión formal, así también se plantea una serie de cuestiones que tiene relación con internet, las TICs, la sociedad de la información, los cambios de hábitos, el Big Data, el Business Intelligence, los objetivos, la motivación que llevaron a este trabajo, los objetivos, así como la estructuración del mismo.

El capítulo 2 expone los conceptos preliminares considerados. Iniciando con los índices de consistencia para las matrices de comparación entre pares, parte fundamental del proceso de toma de decisiones formales, incluyendo matrices intevalares. Así también se exponen los principales operadores de agregación OWA utilizados en los procesos de toma de decisiones y relacionados con el trabajo, finalizando con los índices de valoración existentes que también se relacionan con la propuesta de este trabajo y una breve reseña del estándar TOGAF empleado en el mismo.

En el capítulo 3 se presenta un resumen del trabajo enfatizando los aspectos fundamentales de su realización, así como una reseña de los problemas abordados y las soluciones planteadas.

El Capítulo 4 presenta el índice de consistencia CI^+ como alternativa a otros índices de consistencia para matrices comparación a pares positivas y recíprocas, presenta además el uso de percentiles para considerar matrices con consistencia aceptable y expone un estudio de la distribución probabilística del índice y muestra que CI^+ puede ser empleado para matrices de comparación a pares difusas y aditivas.

En el Capítulo 5 se presenta un modelo para toma de decisiones considerando información no solicitada provenientes de los social media, se presenta también el índice de consistencia para matrices intervalares de comparación entre pares ICI^+ , así como el operador intervalar denominado ISMA-OWA que permite calcular un intervalo de valoración utilizando los datos de las opiniones y sentimientos obtenidos de los social media y procesado por analizadores semánticos, así también el operador de agregación denominado AC-OWG que permite ranquear las alternativas en el modelo de decisión propuesto.

En el Capítulo 6 se expone el QV-ORI, que consiste en un índice de valoración que utiliza un intervalo obtenido a partir del ISMA-OWA y posibilita establecer una calificación de productos y servicios considerando la opinión de la mayoría y a partir de la misma establecer la confiabilidad de las opiniones a través del índice de valoración propuesto.

Finalmente, en el Capítulo 7 se presenta una breve revisión de lo realizado, así como las conclusiones que se derivan de esta memoria, las aportaciones y las principales líneas de futuros trabajos que han surgido durante su desarrollo.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Capítulo 2 Conceptos Preliminares

En este capítulo se exponen los conceptos preliminares considerados en este trabajo. Inicialmente se presentan los índices de consistencia para las matrices de comparación entre pares. Así también se exponen los principales operadores de agregación OWA utilizados en los procesos de toma de decisiones. Finalmente, la valoración de productos o servicios y una breve reseña del estándar TOGAF, empleado en este trabajo.

2.1. Matriz de comparación entre pares

Una parte fundamental en los procesos de toma de decisiones es la determinación de un ranking ponderado de un conjunto $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de alternativas con relación con un criterio. Una manera de determinar el ranking ponderado es iniciar de una relación $\mathcal{A}: (x_i, x_j) \in X \times X \rightarrow a_{ij} = \mathcal{A}(x_i, x_j) \in G \subseteq \mathbb{R}$ representada por la matriz (Cavallo and D'Apuzzo 2010):

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

La matriz A es llamada de matriz de comparación entre pares en la que a_{ij} expresa que tanto x_i es preferido respecto a x_j y una condición de reciprocidad es asumida de manera a que la preferencia de x_i sobre x_j sea expresada por a_{ij} . Entonces bajo ciertas condiciones de consistencia, X es totalmente ordenado por \mathcal{A} y existe un vector w que perfectamente representa las preferencias sobre X . Las condiciones de reciprocidad y consistencia dependen de los

diferentes significados que se le da al número a_{ij} , puesto que existen varios tipos de matrices de comparación entre pares como se exponen a seguir (Cavallo and Apuzzo 2014).

2.1.1 Matrices de comparación entre pares multiplicativas

Cuando los elementos $a_{ij} \in (0, +\infty)$ de una matriz de comparación entre pares representan la razón de la preferencia de x_i sobre x_j , entonces la condición de reciprocidad es dada por:

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (2.2)$$

y la condición de consistencia es dada por:

$$a_{ik} = a_{ij}a_{jk} \quad \forall i, j, k = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

(2.2) es conocida como reciprocidad multiplicativa, mientras que (2.3) consistencia multiplicativa. Entonces se dice que la matriz A es consistente si y solamente si existe un vector $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ que verifica la condición $\frac{w_i}{w_j} = a_{ij}$.

2.1.2 Matrices de comparación entre pares aditivas

Si $a_{ij} \in (-\infty, +\infty)$ representa la diferencia de la preferencia de entre x_i y x_j , la condición de reciprocidad es dada por:

$$a_{ji} = - a_{ij} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

y la condición de consistencia es dada por:

$$a_{ik} = a_{ij} + a_{jk} \quad \forall i, j, k = 1, \dots, n \quad (2.5)$$

En este caso (2.4) es denominada reciprocidad aditiva y (2.5) consistencia aditiva. Entonces la matriz A es consistente si y solamente si existe un vector $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ que verifica la condición $w_i - w_j = a_{ij}$.

2.1.3 Matrices de comparación entre pares difusas (fuzzy)

Cuando $a_{ij} \in [0,1]$ mide la distancia de la indiferencia que es expresada por 0,5, entonces la condición de reciprocidad es dada por:

$$a_{ji} = 1 - a_{ij} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (2.6)$$

y la condición de consistencia es dada por:

$$a_{ik} = a_{ij} + a_{jk} - 0,5 \quad \forall i, j, k = 1, \dots, n \quad (2.7)$$

En este caso particular, (2.6) se denomina reciprocidad difusa (fuzzy reciprocity) y (2.7) consistencia difusa (fuzzy consistency)

Entonces, la matriz A es consistente si y solo si existe un vector $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ que verifica la condición $w_i - w_j = a_{ij} - 0,5$.

2.1.4 Matrices intervalares de comparación entre pares

Las matrices intervalares de comparación entre pares para la toma de decisiones fueron propuestas por (Saaty and Vargas 1987) para considerar la incertidumbre en las preferencias. Saaty y Vargas plantean el uso de los intervalos como una alternativa más sencilla de tratar que las matrices difusas. Una matriz de comparación entre pares intervalares se puede representar como:

$$A = \begin{bmatrix} [a_{11}^L, a_{11}^U] & [a_{12}^L, a_{12}^U] & \dots & [a_{1n}^L, a_{1n}^U] \\ [a_{21}^L, a_{21}^U] & [a_{22}^L, a_{22}^U] & \dots & [a_{2n}^L, a_{2n}^U] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [a_{n1}^L, a_{n1}^U] & [a_{n2}^L, a_{n2}^U] & \dots & [a_{nn}^L, a_{nn}^U] \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Donde los elementos de A representan los rangos admisibles para las razones de los juicios entre pares. Entonces si x_i es el valor de preferencia dado a la alternativa a_i y x_j es el correspondiente valor para a_j , la razón de estos valores debe verificar las desigualdades (Conde and de la Paz Rivera Pérez 2010):

$$a_{ij}^L \leq \frac{x_i}{x_j} \leq a_{ij}^U \quad \forall i, j \quad (2.9)$$

donde $a_{ii}^L = a_{ii}^U = 1$

(2.9) es denominado región de aseguramiento (RA), introducida en el contexto de análisis envolvente de datos, para limitar los pesos que se asignarán al conjunto de entradas y salidas.

2.2. Índices de consistencia

El objetivo de encontrar un conjunto de prioridades $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ para una matriz de comparación entre pares $A = [a_{ij}]$ tal que $\frac{w_i}{w_j} = a_{ij}$ en una matriz consistente y cuando una ligera inconsistencia es introducida, las prioridades deberían variar de la misma forma, es decir ligeramente. Entonces como las prioridades tienen sentido si derivan de matrices consistentes o próximas a la consistencia, por lo tanto, conocer si una matriz de comparación entre pares es consistente es fundamental, de ahí que contar con un índice de consistencia que provea esta información es crucial en el proceso de toma de decisiones formales.

En la literatura existen varios índices de consistencia propuesto a lo largo de los años, siendo el índice CI propuesto para el AHP (Saaty 1980) el más conocido y estudiado. Sin embargo fueron propuesto varios otros que también se describen brevemente a continuación.

2.2.1 El índice CI

El índice de consistencia más estudiado probablemente es el propuesto por Saaty para el AHP (Saaty 1980), se relaciona con el método del autovalor y está dado por:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \tag{2.10}$$

donde n es la dimensión de la matriz y λ_{max} es el máximo autovalor asociado a la matriz. La razón de consistencia o CR está dado por:

$$CR = \frac{CI}{RI} \tag{2.11}$$

donde RI es el índice aleatorio, que es calculado como el promedio de 500 matrices generadas aleatoriamente (Tabla 2.1).

Tabla 2.1 RI calculados por Saaty en (Saaty 1980)

n	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1.45	1.49

Si CR es menor a 0,1, se considera que la matriz tiene una consistencia aceptable.

Este índice ha sido criticado debido a que admite juicios contradictorios en las matrices o por rechazar matrices razonables.

2.2.2 El índice CI^*

Propuesto por (Peláez and Lamata 2003) utiliza el determinante y la transitividad para medir la consistencia y está definido por:

$$CI^*(A_{n \times n}) = \begin{cases} 0, & \text{si } n < 3 \\ \det(A_{n \times n}), & \text{si } n = 3 \\ \frac{1}{NT(A_{n \times n})} \sum_{i=1}^n CI^*(\Gamma_i), & \text{si } n > 3 \end{cases} \quad (2.12)$$

donde $NT(A_{n \times n})$ es el número de transitividades diferentes y Γ_i corresponde a cada matriz de orden 3 contenida en A que se obtiene calculando los menores en función a la diagonal principal. Propone además el uso de percentiles como medida de corte para la aceptación de matrices como consistentes. Este índice también es aplicable a matrices de comparación entre pares recíprocas aditivas y difusas (Peláez and Lamata 2003).

2.2.3 Índice de Consistencia Geométrica CGI

Propuesto por (Crawford and Williams 1985) y se calcula como la razón entre la suma de las diferencias entre la razón de las preferencias calculadas y las comparaciones. Está dado por:

$$CGI = \frac{2 \sum_{i < j} (\log a_{ij} - \log \frac{w_i}{w_j})}{(n-1)(n-2)} \quad (2.13)$$

En (Aguarón and Moreno-Jiménez 2003) se determina el umbral análogo para $CR=0,1$.

2.2.4 Índice de Inconsistencia CM

Presentado en (Koczkodaj et al. 1997) y se puede definir como la distancia relativa a la matriz recíproca consistente más cercana representada por uno de tres vectores para una métrica dada. Para matrices de comparación entre pares de orden 3 está dado por:

$$CM(A) = \min \left(\frac{|a - \frac{b}{c}|}{a}, \frac{|b - \frac{ac}{b}|}{b}, \frac{|c - \frac{b}{a}|}{c} \right) \quad (2.14)$$

para $A = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 1/a & 1 & c \\ 1/b & 1/c & 1 \end{bmatrix}$

(2.11) puede ser reescrito como:

$$CM(A_{3 \times 3}) = \min \left(\left| 1 - \frac{b}{ac} \right|, \left| 1 - \frac{ac}{b} \right| \right) \text{ para cada triada } (a, b, c) \quad (2.15)$$

que fue generalizado para matrices $n \times n, n > 2$ en (Duszak and Koczkodaj 1994) como:

$$CM(A) = \max\{CM(A_i, A_j, A_k) / 1 \leq i \leq j \leq k \leq n\} \quad (2.16)$$

donde $A_i/A_j = a, A_i/A_k = b, A_i/A_j = c$ y $abc > 0$ y el número de posibles triadas está dado por $n(n-1)(n-2)/3!$. Número también encontrado por (Peláez and Lamata 2003) para las transitividades.

2.2.5 El índice λ_{max}

Propuesto por (Lamata 2006), plantea un nuevo enfoque del índice CI de Saaty y establece que para que una matriz sea consistente, se debe cumplir la siguiente desigualdad:

$$\lambda_{max} < n + 0,1(1,7699n - 4,3513) \quad (2.17)$$

donde n es la dimensión de la matriz de comparación entre pares.

2.2.6 Índice de consistencia para matrices intervalares de comparación entre pares

Propuesto por (Conde and de la Paz Rivera Pérez 2010) y está definida como:

$$\theta(A) = \exp \left\{ \max_{y \in \mathbb{R}^n} \min_{i \neq j} \{y_i - y_j - \alpha_{ij}, \beta_{ij} - y_i + y_j, 0\} \right\} \quad (2.18)$$

Donde $y_i, y_j, \alpha_{ij}, \beta_{ij}$ se obtienen de la solución del problema de optimización:

$$\sigma^* = \max \sigma$$

s.a.

$$\begin{aligned} \sigma + \alpha_{ij} - y_i + y_j &\leq 0 \quad \forall i \neq j, \\ \sigma - \beta_{ij} + y_i - y_j &\leq 0 \quad \forall i \neq j, \\ \sigma &\leq 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Este índice de consistencia es el máximo valor de $\theta \in (0,1]$ tal que $A(\theta)$ se vuelve consistente $\forall \theta \in [0, \theta(A)]$.

Los índices de consistencia continúan siendo una cuestión en abierto, puesto que los existentes fueron cuestionados bajo varios aspectos, en esencia aquellos relacionados con el modelo propuesto por Saaty para el AHP (Koczkodaj 1993; Lamata and Peláez 1999; Peláez and Lamata 2003).

2.3. Operadores de Agregación

En un proceso de toma de decisión multicriterio, uno de los componentes fundamentales es el mecanismo de agregación que debe realizarse para fusionar las ponderaciones que reciben las alternativas evaluadas frente a los diferentes criterios, detalles en (Bernal 2015).

Este mecanismo permite combinar diferentes valores en un único valor. Estos valores pueden ser vistos como representativos de los valores de entrada. Es comúnmente usado como soporte

a la decisión, votación, visión artificial, redes neuronales, sistemas expertos, análisis de rendimiento, de comportamiento, etc. Generalmente se proporciona el nombre de “operador de agregación” a una función que modela un proceso de agregación.

En toma de decisión los valores a agregar son típicamente relaciones de preferencias o grados de satisfacción. Una relación de preferencia indica con qué grado se prefiere una alternativa a respecto de otra b (una valoración relativa). En cambio, un grado de satisfacción expresa en qué medida una alternativa se ajusta a un criterio dado (una valoración absoluta) (Marichal 1999).

Los operadores de agregación son funciones especiales definidas en un subdominio \mathcal{D} de la recta real. Este tipo de funciones gozan de la particularidad de ser monótonas crecientes y acotadas. Lo que implica que valores de entrada de entrada crecientes, hace que la función la devuelva valores no decrecientes y en la misma escala de los de entrada, respectivamente.

En (Grabisch et al. 2011), se define formalmente que una función de agregación en un intervalo \mathcal{D}^n es una función $A^{(n)}: \mathcal{D}^n \rightarrow \mathcal{D}$ de tal forma que:

- i. es no-decreciente (en cada variable);
- ii. es acotada;

$$\inf_{x \in \mathcal{D}^n} A^{(n)}(x) = \inf \mathcal{D} \quad \text{y} \quad \sup_{x \in \mathcal{D}^n} A^{(n)}(x) = \sup \mathcal{D} \quad (2.14)$$

$$\text{si } \mathcal{D} = [a, b], A^{(n)}(\mathbf{a}) = a \quad \text{y} \quad A^{(n)}(\mathbf{b}) = b \quad (1.15)$$

$$\text{donde } \mathbf{a} = (a, \dots, a) \quad \text{y} \quad \mathbf{b} = (b, \dots, b)$$

- iii. para todo $x \in \mathcal{D}$

$$A^{(1)}(x) = x \quad (2.16)$$

donde n representa la cardinalidad de la función de agregación (el número de variables).

Existen funciones de agregación consideradas intuitivas como la media aritmética, la media geométrica, la función mínimo, la función máximo, el operador OWA basado en promedios de pesos ordenados (Yager 1988), que serán revisados brevemente en la siguiente subsección.

2.3.1 Operadores OWA

El estilo de agregación propuesto por Yager que se basó en un método de promedios ordenados (Yager 1988). Desde sus inicios, ha sido empleado como mecanismo de agregación en diferentes contextos como las redes neuronales (Yager 1992), los sistemas de aprendizaje automático (Kacprzyk 1996), sistemas expertos (O'Hagan 1988), de apoyo a la decisión (Carlsson and Fullér 2011), etc. Los operadores OWA han sido investigados con cierto detalle en (Yager 1996; Filev and Yager 1998). Y de acuerdo a lo expresado en la literatura (Liu and Lou 2007; Yager 2009, 2010), el operador OWA proporciona una familia de operadores de agregación parametrizados.

Varios trabajos en las ciencias de la computación tienen como protagonista a este operador, como comentados en (Yager 1993; Yager and Filev 1999); y en diferentes aplicaciones que incluyen a clasificación de imágenes utilizando aprendizaje supervisado y no supervisado, etc.

El operador OWA de dimensión n es una función $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ con un vector de pesos $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ asociado, tal que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ y $w_i \in [0,1]$ de forma tal que:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n b_i w_i \quad (2.17)$$

donde b_i es el i -ésimo elemento de mayor valor absoluto de la colección (a_1, a_2, \dots, a_n) .

Para este operador, el orden de los elementos no es relevante, puesto que el reordenamiento de estos es un aspecto fundamental del mismo. Lo que provoca que los elementos a_i a agregar no estén asociados con un peso w_i específico, mientras que un peso w_i sí estará asociado con una posición ordenada en la agregación.

Un operador OWA, es una clase de función de agregación parametrizada que posibilita obtener el operador OR (Max), el operador AND (Min) y cualquier otro operador, entre ellos como la media aritmética, variando el vector de pesos asociado W . Es decir, si se agregan n valores con los vectores de pesos $W^* = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$, $W_* = [0, 0, 0, \dots, 1]^T$ y $W_{ave} = [1/n, 1/n, 1/n, \dots, 1/n]^T$, produce los operadores *Max*, *Min* y media aritmética respectivamente.

Es prácticamente evidente que empleando los vectores de pesos:

- i. W^* , se obtiene $F^*(a_1, a_2, \dots, a_n) = \text{Max}(a_i)$,
- ii. W_* , se obtiene $F_*(a_1, a_2, \dots, a_n) = \text{Min}(a_i)$,
- iii. W_{ave} , se obtiene $F_{ave}(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$.

Con las siguientes propiedades:

- i. Es una función acotada:

$$F_*(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq F(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq F^*(a_1, a_2, \dots, a_n);$$

- ii. Es conmutativa:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = F(b_1, b_2, \dots, b_n), \text{ siendo } \langle b_1, b_2, \dots, b_n \rangle \text{ una permutación de } \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle;$$

- iii. Es monótona:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq F(b_1, b_2, \dots, b_n), \text{ siendo } a_i \leq b_i \text{ para todo } i.$$

- iv. Es idempotente:

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = a, \text{ siendo } a_i = a \text{ para todo } i.$$

Las demostraciones respecto a estas propiedades, así como detalles adicionales se pueden encontrar en (Fodor et al. 1995; Yager 2008; Zarghami et al. 2008; Alajlan et al. 2012; Angelov and Yager 2013; Yager and Alajlan 2014).

Además en (Yager 1998) se introdujeron dos importantes medidas asociadas con el operador OWA. Siendo la primera denominada como de dispersión o entropía y está definida como:

$$\text{Disp}(W) = - \sum_{i=1}^n w_i \cdot \ln w_i \quad (2)$$

Verificando las siguientes propiedades:

- i. si $w_i = 1$ para algún i , entonces la dispersión es mínima: $Disp(W) = 0$;
- ii. si $w_i = \frac{1}{n}$ para todo i , entonces la dispersión es máxima: $Disp(W) = \ln n$.

La segunda medida se denomina medida *orness* y se define como:

$$orness(W) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i) \cdot w_i \quad (3.19)$$

De ahí que agregaciones OWA con *orness* mayor o igual a $1/2$, se consideran del tipo OR y menor o igual que $1/2$, del tipo AND. Las primeras corresponden a preferencias más bien optimistas y las segundas representan preferencias pesimistas. Es simple notar además que $orness(W_*) = 0$ y $orness(W^*) = 1$.

La agregación con un vector de pesos decreciente $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n$ establece un vector del tipo OR u optimista, sin embargo si los pesos son del tipo crecientes $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_n$, establece un vector pesimista del tipo AND.

De esta forma se define una medida de *andness* como:

$$andness(W) = 1 - orness(W) \quad (2.20)$$

En (Yager 1993) se presenta un teorema que establece formalmente la mencionada característica:

Teorema: Sean W y W' dos vectores de dimensión n tales que:

$$w_i = w'_i, \quad i \neq j; i \neq k$$

$$w_j = w'_j + \Delta$$

$$w_k = w'_k - \Delta$$

con $\Delta > 0, j > k$, entonces $orness(W) > orness(W')$

Demostración:

$$orness(W) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i) \cdot w_i \quad (2.21)$$

$$orness(W) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n ((n-i) \cdot w_i' + (n-j)\Delta - (n-k)\Delta) \quad (2.22)$$

$$orness(W) = orness(W') + \frac{1}{n-1} \Delta(k-j) \quad (2.23)$$

y como $j > k$, entonces se cumple que $orness(W) > orness(W')$.

Este teorema muestra cómo, conforme se aumenta en el vector de pesos el *orness* del operador aumenta, disminuyéndose en el caso contrario.

Considerando un vector de pesos $W = [w_n, w_{n-1}, \dots, w_1]$, se obtiene un operador OWA dual de F denotado por \hat{F} .

Los operadores OWA presentan una semántica particular, pues en función de la determinación del vector de pesos, pueden presentar diferentes interpretaciones. Un aspecto importante de este tipo de operadores está relacionado con el modelado de cuantificadores lingüísticos definidos en (Zadeh 1983). Se considera que el vector de pesos es una manifestación del cuantificador que subyace el proceso de agregación (Yager 1998).

Un cuantificador monótono no-decreciente, se define como una función $Q: [0,1] \rightarrow [0,1]$ tal que:

- i. $Q(0) = 0$
- ii. $Q(1) = 1$
- iii. $Q(x) \geq Q(y)$ con $x > y$

Para modelar cuantificadores típicos tales como “para todo”, “la mayoría”, “al menos la mitad”, etc. se puede emplearse la función:

$$Q(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases} \quad \text{con } a, b, x \in [0,1] \quad (2.24)$$

La variación de los parámetros a y b , expresan cuantificadores específicos. Por ejemplo, si $(a, b) = (0.6, 1)$ se comportaría como el cuantificador “la mayoría”.

El vector de pesos se obtiene de la siguiente manera:

$$w_i = Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right); \quad i = 1, \dots, n \quad (2.25)$$

Por ejemplo, para $n = 10$, se obtiene $W = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.25, 0.25, 0.25, 0.25]$.

2.3.2 Mayoría MA-OWA

El operador MA-OWA fue propuesto por Peláez y Doña (Peláez and Doña 2003a). Este generaliza la media aritmética cuando los elementos a agregar tienen cardinalidades mayores a uno y donde el vector de pesos depende de los valores a agregar. El operador MA-OWA es una especie de media aritmética de medias aritméticas. La idea detrás de este operador consiste en calcular la media aritmética de los valores con cardinalidad mayor a uno cuyo resultado ingresa en el proceso de agregación con cardinalidad uno, al mismo tiempo que se disminuyen, en una unidad, las cardinalidades del resto de los elementos. El proceso continúa hasta encontrar un punto fijo, que es el resultado del proceso de agregación.

Ejemplo 2.1 (Peláez et al. 2016)

Considere el siguiente conjunto de valores a agregar:

$$\mathbf{a} = \langle 0.7, 0.7, 0.7, 0.7, 0.5, 0.4, 0.1, 0.1, 0.1 \rangle$$

Su media aritmética, $F_{ave}(\mathbf{a}) = 0.444$, no representa la opinión de la mayoría debido a que el 55% de los valores están por sobre 0.4 y el 44% son iguales a 0.7. Se puede considerar que los valores a agregar se agrupan en tuplas con sus respectivas cardinalidades por ejemplo: $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{N}^N$, donde $a_i = (v_i, m_i)$ representa el valor a agregar, v_i , y su cardinalidad, $m_i > 0$.

Para este ejemplo,

$$\mathbf{a} = \{(0.7,4), (0.5,1), (0.4,1), (0.1,3)\}$$

el procedimiento para obtener el valor de agregación mediante el operador MA-OWA es el siguiente: primeramente, se calcula la media aritmética de los valores:

$$F_{ave}(0.7, 0.4, 0.5, 0.1) = 0.425,$$

y se obtiene el siguiente conjunto reducido:

$$\mathbf{a}_1 = \{(0.425,1), (0.7,3), (0.1,2)\}.$$

El proceso se repite iterativamente:

$$F_{ave}(0.425, 0.7, 0.1) = 0.408$$

$$\mathbf{a}_2 = \{(0.408,1), (0.7,2), (0.1,1)\},$$

$$F_{ave}(0.408, 0.7, 0.1) = 0.403$$

$$\mathbf{a}_3 = \{(0.403,1), (0.7,1)\},$$

hasta obtener un punto fijo,

$$\mathbf{a}_4 = \{(0.551,1)\}.$$

Finalmente el resultado del proceso de agregación es $F_{MA}(\mathbf{a}) = 0.551$. Claramente es más representativo de la mayoría.

Formalmente, el operador MA-OWA, se define como una función: $F_{MA}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{N}^N \rightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$F_{MA}(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n w_{i,N} v_{\sigma(i)} \quad (4)$$

donde: $N = \max_{1 \leq i \leq n} m_i$, y $\sigma \in S_n$ es una permutación ordenada tal que $v_{\sigma(i)} \geq v_{\sigma(i+1)}$, y los pesos se definen como:

$$w_{i,1} = \frac{1}{u_1} = \frac{1}{n}; \quad u_1 = n \quad (2.27)$$

Para $2 \leq k \leq N$

$$w_{i,k} = \frac{\gamma_{i,k} + w_{i,k-1}}{u_k}; \quad 1 \leq i \leq n \quad (2.28)$$

$$u_k = 1 + \sum_{j=1}^n \gamma_{j,k} \quad (2.29)$$

donde:

$$\gamma_{j,k} = \begin{cases} 1 & m_{\sigma(j)} \geq k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.30)$$

Esta definición es fundamental que:

$$\sum_{i=1}^n w_{i,k} = 1 \quad \text{para } k = N. \quad (2.31)$$

donde k representa la cardinalidad considerada en cada paso del proceso.

Este operador presenta algunas propiedades interesantes que se encuentran definidas y comentadas, además es acotado y cumple las propiedades de idempotencia y conmutatividad. Sin embargo la propiedad de monotonicidad se mantiene sólo si las cardinalidades de los valores a agregar son exactamente la misma en todos los casos (Peláez and Doña 2003a):

$$F_{MA,w}(v^{(1)}, m) \geq F_{MA,w}(v^{(2)}, m), \quad v_j^{(1)} \geq v_j^{(2)}, \quad \forall j. \quad (2.32)$$

Ejemplo 1.2 (Karanik et al. 2016)

El valor de agregación $F_{MA}(\mathbf{a})$ calculado mediante la definición del operador MA-OWA se realiza paso a paso mediante la Tabla 2.2. En la primera fila se muestran los valores a agregar,

en la segunda están sus cardinalidades. En las subsiguientes se agregan la matriz de valores $\gamma_{j,k}$ y en la última columna están los valores u_k según las ecuaciones (2.27) a (2.30) de la definición.

Tabla 2.2 Valores de $\gamma_{i,k}$ y u_i para el Ejemplo 1.2

	$v_{\sigma(1)}$	$v_{\sigma(2)}$	$v_{\sigma(3)}$	$v_{\sigma(4)}$	
	0.7	0.5	0.4	0.1	
	$m_{\sigma(1)}$	$m_{\sigma(2)}$	$m_{\sigma(3)}$	$m_{\sigma(4)}$	
$\gamma_{i,k}$	4	1	1	3	u_k
$\gamma_{i,1}$	1	1	1	1	4
$\gamma_{i,2}$	1	0	0	1	3
$\gamma_{i,3}$	1	0	0	1	3
$\gamma_{i,4}$	1	0	0	0	2

Los pesos dependientes de las cardinalidades se calculan de la siguiente manera:

$$w_{1,4} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{4} 1 \right) \right) \right) = \frac{53}{72},$$

$$w_{2,4} = \frac{1}{2} \left(0 + \frac{1}{3} \left(0 + \frac{1}{3} \left(0 + \frac{1}{4} 1 \right) \right) \right) = \frac{1}{72},$$

$$w_{3,4} = \frac{1}{2} \left(0 + \frac{1}{3} \left(0 + \frac{1}{3} \left(0 + \frac{1}{4} 1 \right) \right) \right) = \frac{1}{72},$$

$$w_{4,4} = \frac{1}{2} \left(0 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{4} 1 \right) \right) \right) = \frac{17}{72}.$$

Finalmente:

$$F_{MA}(\{(0.7,4), (0.5,1), (0.4,1), (0.1,3)\}) = 0.7 \frac{53}{72} + 0.5 \frac{1}{72} + 0.4 \frac{1}{72} + 0.1 \frac{17}{72} = \frac{397}{720} = 0.551.$$

2.3.3 Operador lingüístico de Mayoría LAMA-OWA

El operador de agregación LAMA, es un operador de agregación de etiquetas lingüísticas que toma en cuenta la cardinalidad de estas en el proceso de agregación. Es una variación del operador de mayoría cuya definición simbólica se encuentra en (Peláez and Doña 2003b):

Se considera un conjunto de etiquetas $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ y $N = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$ la frecuencia o cardinalidad de cada etiqueta s_i , donde cada $\delta_i \leq \delta_{i+1}$ para todo $1 \leq i \leq n - 1$.

El operador *LAMA* es la etiqueta s_m dada por:

$$s_m = LAMA((s_1, \delta_1), (s_2, \delta_2), \dots, (s_n, \delta_n)) = s_1 \otimes \lambda_1 \oplus s_2 \otimes \lambda_2 \oplus \dots \oplus s_n \otimes \lambda_n \quad (2.33)$$

donde \oplus es la suma de etiquetas y \otimes simboliza el producto de una etiqueta por una cantidad real positiva definida en (Peláez and Doña 2003b):

$$\lambda_i = \begin{cases} \frac{1}{d_1}, & \text{si } i = 1 \\ \frac{1}{d_1} \cdot \frac{1 - n^{\delta_2}}{1 - n}, & \text{si } i = 2 \\ \lambda_{i-1} + \frac{1}{d_{i-1}} \cdot \frac{1 - (n - i + 2)^{\delta_i - \delta_{i-1}}}{1 - (n - i + 2)}, & \text{si } i > 2 \end{cases} \quad (2.34)$$

con

$$d_i = \begin{cases} 1, & \text{si } i = 1; n = 1 \\ n^{\delta_2}, & \text{si } i = 1; n = 2 \\ n^{\delta_2} \cdot \prod_{j=1}^{n-2} (n - j)^{\delta_{j+2} - \delta_{j+1}}, & \text{si } i = 1; n > 2 \\ \prod_{j=i-1}^{n-2} (n - j)^{\delta_{j+2} - \delta_{j+1}}, & \text{si } i > 1 \end{cases} \quad (2.35)$$

2.3.4 El Operador SMA-OWA

Definido por (Karanik et al. 2016), SMA-OWA es un operador que modela la opinión de mayoría en los procesos de agregación. Basado en el operador MA-OWA (Peláez and Doña

2003a), este operador incorpora un factor de cardinalidad que permite modelar la agregación de los elementos a través de la cardinalidad de los elementos. El operador SMA-OWA se define como una función $F_{MA}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{R}$, tal que:

$$F_{SMA}(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n w_{i,N} v_{\sigma(i)} \quad (2.36)$$

donde:

$$N = \max_{1 \leq i \leq n} m_i$$

$$w_{i,1} = u_1 = 1/n \quad (2.37)$$

$$w_{i,k} = \frac{\gamma_{i,k} + w_{i,k-1}}{u_k} \quad (2.38)$$

con: $2 \leq k \leq N, 1 \leq i \leq n$ y

$$u_k = 1 + \sum_{j=1}^n \gamma_{j,k} \quad (2.39)$$

donde:

$$\gamma_{i,k} = \begin{cases} \xi, & m_{\sigma(j) \geq k} \\ 1 - \xi, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$\sigma \in S_n$ es una permutación ordenadora (agregada), es decir, tal que, $v_{\sigma(i)} \geq v_{\sigma(i+1)}$ los pesos se definen por las relaciones de recurrencia:

donde ξ es el factor de relevancia de cardinalidad y $0 \leq \xi \leq 1$. En (Karanik et al. 2016) se puede encontrar detalles sobre los efectos ξ en el operador.

2.3.5 Operador Geométrico OWG

El operador OWG (Ordered Weighted Geometric) está basado en la media geométrica y en el operador OWA (Yager 1988), extendido luego en (Yager 1993). Permite incorporar el concepto de mayoría difusa en el proceso de decisión cuando las preferencias tienen una escala

proporcional como las propuestas por Saaty en AHP (Saaty 1990). Incorpora las ventajas del operador OWA para expresar el concepto de mayoría (a través de cuantificadores) y las ventajas que brinda la media geométrica.

El operador OWG es una función $F^G: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ tal que tiene asociado un vector de pesos $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]$, tal que $w_i \in [0,1]$, y $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ y se define para una lista de agregación $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$F^G(a_1, a_2, \dots, a_n) = \prod_{i=1}^n c_i^{w_i} \quad (2.40)$$

donde c_i es el i -ésimo mayor valor de la colección $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$.

El operador OWG satisface las principales propiedades que lo hacen válido como operador de agregación en los problemas de decisión. Los detalles de las mismas se encuentran en (Yager 1993).

Dado que este operador se basa en el operador OWA clásico, su vector de pesos puede determinarse mediante un cuantificador difuso Q , por lo tanto presenta los mismos problemas relacionados con la semántica de mayoría cuando se consideran problemas de decisión en grupo (Chiclana et al. 2000; Herrera et al. 2003).

2.3.6 El operador C-OWG

Definido por (Yager and Xu 2006) el operador C-OWG (Continuous Ordered Weighted Geometric) está diseñado para obtener el ranking de alternativas de una matriz intervalar de comparación a pares recíproca $M_{n \times n} = \{m_{ij} = [m_{ij}^L, m_{ij}^U]\}$. En esencia, corresponde a un mapeo h_Q de un espacio con intervalos cerrados con extremos positivos (ínfimo y supremo respectivamente) \mathbb{IR}^+ a \mathbb{R}^+ , asociada a una función diferenciable BUM (Basic Unit-Interval Monotonic (Yager 1996)) $Q: [0,1] \rightarrow [0,1]$ con las siguiente propiedades: $Q(0) = 0$; $Q(1) = 1$ y $Q(x) \geq Q(y)$ si $y > x$:

$$h_Q([m_{ij}^L, m_{ij}^U]) = m_{ij}^U \cdot \left(\frac{m_{ij}^L}{m_{ij}^U} \right)^{\int_0^1 (dQ(y)/dy) y dy} \quad (2.41)$$

$h_Q(m_{ij})$ produce el valor esperado del grado de preferencia de la alternativa a_i sobre la alternativa a_j . El valor del grado de preferencia global esperado de la alternativa a_i sobre todas las alternativas viene dado por la media geométrica:

$$g_Q(a_i) = \left(\prod_{j=1}^n h_Q(m_{ij}) \right)^{1/n}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.42)$$

El mayor valor de $g_Q(a_i)$ implica que a_i es la major alternativa, y las alternativas a_i ($i = 1, \dots, n$) pueden ser rankeados según los valores de $g_Q(a_i)$ ($i = 1, \dots, n$) (Yager and Xu 2006).

2.4. Valoración de Productos o servicios en la web

Como mencionado en la introducción, hoy la sociedad es diferente si comparado con años recientes. Los hábitos han cambiado, internet se ha vuelto casi que imprescindible para la mayoría de las actividades humanas. Actualmente los usuarios utilizan la opinión de terceros como insumo adicional para tomar decisiones, en especial si éstas se relacionan con la adquisición de un producto o la contratación de un servicio. En ese contexto las empresas han actuado y para mantenerse competitivas utilizan estrategias para obtener la opinión de los usuarios de manera a captar sus sentimientos en sitios especializados que tienen como propósito fundamental exponer la valoración hecha por clientes que han contratado o utilizado un servicio o han adquirido un producto. En el mencionado contexto, la forma de representar la información o el conjunto de informaciones provenientes de la opinión o valoración de los usuarios es un gran desafío. En gran medida estos sitios utilizan algún tipo de escala discreta como las estrellas, así como etiquetas lingüísticas asociadas a estos valores, con el propósito de establecer una escala de calidad, que clasifiquen a los productos o servicios en un ranking y con ello tratar de influenciar la decisión de los usuarios respecto a una marca o servicio asociado a una marca en particular. Trip Advisor® utiliza una escala de cinco niveles (Figura 2.1), siendo el cinco el mejor, Trivago® (Figura 2.2) utiliza una escala de uno al diez, asociadas con etiquetas lingüísticas, por citar algunos de los sitios que capturan la opinión de usuarios respecto al

servicio de un hotel o de un destino turístico en particular. Así también Amazon® y Ebay® utilizan una escala de cinco valores (estrellas), y lo asocian a opiniones particulares respecto a la calidad de un producto o la experiencia de compra. En este contexto, una cuestión que no se puede dejar de considerar es que si existen las opiniones o evaluaciones con algunas de las escalas mencionadas, éstas pueden ser de tal cantidad que obligan a que el conjunto de datos generados por las referidas opiniones o evaluaciones deban ser resumidas de alguna manera y esto generalmente se logra a través de algún proceso de agregación como los promedios simples o ponderados, que casi nunca presentan más información que una cifra sin mucho significado, en especial si en el conjunto existen opiniones contradictorias. Otra cuestión importante es que existen hoy día una infinidad de fuentes de información que evalúan de una forma “no dirigida” productos o servicios, estas fuentes son las redes sociales por excelencia, donde los usuarios se manifiestan con más libertad y a priori pueden expresarse con mayor soltura y sus opiniones pueden considerarse más sinceras si comparado con los que obtienen en un sitio que requiere casi en forma compulsoria una opinión.

De hecho, las estrellas o las escalas numéricas con o sin etiquetas lingüísticas son muy limitadas en su representación y no tienen la capacidad de cuantificar las contradicciones entre las opiniones y tampoco expone cuándo la mayoría o la minoría opina de una forma o si existe algún tipo de polarización. Entonces dadas estas limitaciones, es interesante plantear algún tipo de alternativa para evaluar productos o servicios.



Figura 2.1 Ejemplo de escala de valoración utilizada por TripAdvisor

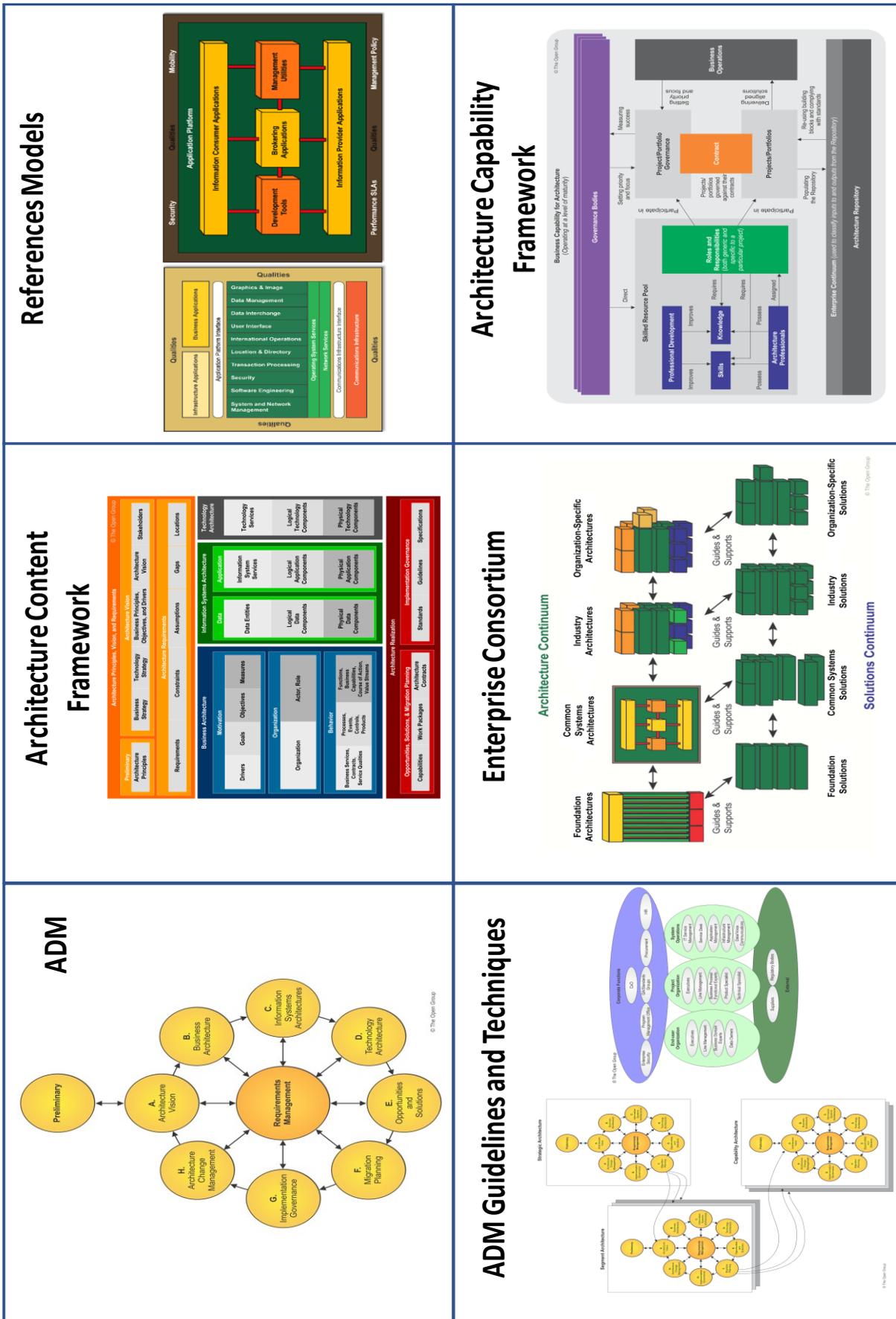


Figura 2.3 Componentes del Modelo TOGAF (Weisman 2011)



El rápido desarrollo de las redes sociales, internet de las cosas y la computación en la nube ha ampliado radicalmente la capacidad de las corporaciones para crear o idear nuevas oportunidades en el mercado. Además, una buena arquitectura empresarial permite lograr el equilibrio adecuado entre transformación empresarial y eficiencia operativa continua, lo que finalmente posibilita que negocios individuales y unidades específicas, puedan innovar de forma segura para el logro de objetivos comerciales en evolución y así obtener ventajas competitivas.

El estándar TOGAF proporciona un marco de mejores prácticas para agregar valor y permite la organización para construir soluciones viables y económicas que aborden sus problemas o nuevas oportunidades comerciales, puede emplearse también para definir e implementar las estructuras y procesos que posibilite el acceso a información integrada dentro de la empresa.

El empleo correcto del estándar puede aportar importantes beneficios a la organización tales como (The Open Group 2018):

- i. Operaciones comerciales más efectivas y eficientes;
- ii. Transformación digital y operaciones de TI más efectivas y eficientes;
- iii. Mejor retorno de la inversión existente, menor riesgo para futuras inversiones;
- iv. Adquisición más rápida, sencilla y económica.

En resumen el empleo del estándar TOGAF en el contexto de la empresa es útil y de suma importancia para el diseño y documentación de modelos para explotar posibles oportunidades que ofrece el mercado, en especial cuando se buscan situaciones para obtener información fiable que permita la toma de decisiones adecuadas en el competitivo mercado actual.



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Capítulo 3 Resumen del Trabajo

En este capítulo se presenta un breve resumen del trabajo

Actualmente la sociedad está inmersa en un cambio de paradigma denominado Sociedad de la información, que afecta tanto a los individuos como a las empresas u organizaciones en la forma de comunicarse, informarse e incluso de relacionarse. Este hecho no es ajeno a las empresas u organizaciones, ya que sus procesos de gestión tradicionales no están preparados para este nuevo escenario. Por ejemplo, los departamentos de marketing deben estructurar cuidadosamente sus planes de publicidad, pues en la actualidad la segmentación de consumidores es mucho mayor al existir múltiples canales e información; los departamentos de reputación corporativa deben estar vigilantes de los valores o incidencias que se producen acerca de la empresa en su conjunto, ya que en cualquier momento pueden estar inmersas en una crisis global, por los comentarios que emiten los diferentes públicos; o los departamentos de diseño de productos o servicios, ya que la diferenciación de productos y servicios es cada vez menor, por lo que se hace necesario conocer los sentimientos de los públicos basado en las experiencias propias o ajenas de dichos productos o servicios.

En este contexto, cada vez más se hace necesario disponer de sistemas, que ayuden a las tomas de decisiones. El diseño de este tipo de sistemas en este nuevo escenario implica resolver diferentes problemas, los cuales no son triviales. Entre los diferentes retos que existen, en este trabajo se ha abordado tres de ellos, para tratar de mejorar y hacer más efectivos los sistemas de ayuda a la decisión en su conjunto. El primer reto está relacionado con la calidad de los datos, en su dimensión de consistencia. El segundo reto está relacionado con la representación de la información, aspecto crucial para aumentar y mejorar la calidad de la información disponible para las decisiones y comprender las valoraciones que hacen y cómo las hacen los públicos; y, en tercer lugar, índices de valoración de productos o servicios, que permitan disponer de una valoración más representativa de la opinión de los consumidores o usuarios.

Para dar respuesta a estos tres importantes retos de los sistemas de ayuda a la decisión, en este trabajo se ha propuesto en primer lugar un esquema de consistencia, que se compone de un índice de consistencia denominado IC^+ , que determina la consistencia de los datos en diferentes tipos de matrices de comparación entre pares: recíprocas (AHP), difusas, aditivas o intervalares; y de un ratio de consistencia, basado en percentiles, para aceptar o rechazar dichas matrices en los procesos de decisión, en función de la inconsistencia de los datos.

En segundo lugar, se propone un modelo de decisión multicriterio, que permite establecer preferencias de productos o servicios (decisión) a través de datos no solicitados, opiniones extraídas de los Social Media. Este nuevo modelo utiliza una representación intervalar de la información, que permite disponer de un mayor grado de información de los datos; un esquema de consistencia intervalar, que implementa un el índice ICI^+ ; el operador de mayoría intervalar, ISMA-OWA, el operador AC-OWG que permite ranquear las alternativas en el modelo de decisión propuesto, y un algoritmo de extracción de submatrices consistentes en una matriz intervalar de comparación entre pares.

Finalmente, se propone una nueva familia de índices de valoración de productos y servicios de mayoría, y se implementa el un índice de esta familia denominado QV-ORI. Este nuevo índice representa las opiniones en un intervalo, utilizando el operador de mayoría ISMA-OWA. Así mismo, incorpora un índice de confiabilidad intervalar IRI , que permite establecer que tan confiable son las opiniones no solicitadas de los usuarios en los social media. Este índice también utiliza el operador ISMA-OWA, que permite construir los intervalos de opiniones/sentimientos de productos y servicios.

Las mencionadas propuestas se han probado con ejemplos del mundo real como opiniones sobre empresas de telecomunicaciones y redes hoteleras internacionales, lográndose resultados acordes a lo esperado para estos casos y contexto como se podrá observar en los siguientes capítulos.

Capítulo 4 El Índice de Consistencia CI^+

En este capítulo se presenta el Índice de Consistencia CI^+ utilizando como base el índice CI^* , propuesto por (Peláez and Lamata 2003) como una alternativa a los índices de consistencia para matrices recíprocas positivas como el CI (Saaty 1980). El índice presenta la ventaja de estar acotado entre 0 y 1 y además de poder ser aplicado a matrices de comparación entre pares difusas o aditivas. Se muestra además la posibilidad de utilizar percentiles como criterio para aceptar matrices consistentes (a diferencia de los 10% de Saaty) y un estudio de la distribución de probabilidad de CI^+ utilizando simulación.

Article: *“Consistency in Positive Reciprocal Matrices: An Improvement in Measurement Methods”*

Journal: IEEE Access

Year: 2018

Pages: 25600-25609

DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2829024

State: Accepted April 9, 2018,



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Capítulo 5 Toma de Decisiones con Datos Consistentes

Este capítulo presenta un modelo de decisión utilizando información no solicitada de los Social Media, para lo cual desarrolla un operador matemático intervalar con el objeto de convertir los datos de opiniones y sentimientos de varios usuarios en un intervalo, que expresa la variación de esos sentimientos/opiniones, se presenta además un índice de consistencia para matrices intervalares de comparación entre pares basado en el índice CI^+ , que permite aceptar o rechazar matrices en función a un percentil determinado, además de establecer un algoritmo de deflación de intervalos para obtener una matriz consistente, finalmente presenta un operador de agregación adaptado para este tipo de situaciones, utilizando como base el operador C-OWG con el objeto de establecer un ranking de alternativas.

Article: *“Decision making in social media with consistent data”*

Journal: Knowledge-Based Systems

Year: 2019

Pages: 33-41

DOI: 10.1016/j.knosys.2019.02.009

State: Accepted 8 February 2019



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

Capítulo 6 Valoración de productos o servicios a través de información no solicitada

En este capítulo se presenta un modelo de un nuevo índice de valoración de productos y servicios, el QV-ORI (Quorum Valuation On line Reputation Index). Este índice de valoración es un intervalo que expresa la variación de opiniones de los usuarios con relación a un producto o servicio en particular, además este índice asocia un valor de confiabilidad que posibilita detectar si existen opiniones contradictorias o si las opiniones están polarizadas. Para lograr lo mencionado se ha utilizado el operador intervalar de agregación ISMA-OWA.

Presenta un modelo que caracteriza el proceso de obtención de los datos de los social media para calcular el índice de valoración propuesto.

Article: *“Products and services valuation through unsolicited information from social media”*

Journal: Soft Computing

Year: 2019

Pages:

DOI: 10.1007/s00500-019-04005-3

State: Accepted April 2019

Capítulo 7 Conclusiones

En este capítulo se expone una breve revisión de lo realizado enfatizando los logros del trabajo de investigación, los principales aportes como consecuencia del trabajo y una referencia respecto a los trabajos futuros.

7.1. Breve revisión de lo realizado y principales aportes

Como se ha planteado al inicio de este trabajo de investigación, actualmente la sociedad está inmersa en un cambio de paradigma, que afecta tanto a los individuos como a las empresas u organizaciones, y a esta nueva realidad se denomina Sociedad de la Información. Este cambio afecta tanto a la forma de comunicarse de las personas, de expresarse, de informarse, ya que cualquier individuo tiene acceso a opiniones respecto a un producto o servicio, que han sido emitidos por otros usuarios; al mismo tiempo, puede expresar su opinión o experiencia también respecto a un producto o servicio, en definitiva, se ha democratizado el acceso a la información y a expresarse, para la sociedad en su conjunto.

Ante este hecho, las empresas no son ajenas y se están viendo afectadas en sus diferentes procesos. Así por ejemplo, los departamentos de marketing tienen que determinar hacia donde dirigir la publicidad, ya que existe una segmentación de públicos, asociados a los diferentes canales de comunicación; los departamentos de reputación corporativa deben vigilar los valores o incidencias que se producen acerca de la empresa en su conjunto, ya que en cualquier momento pueden estar inmersos en una crisis global, por los comentarios que emiten los diferentes públicos; o los departamentos de diseño de productos o servicios, quienes precisan

conocer las experiencias de los públicos; en resumen, las empresas se ven afectadas de manera transversal.

En este contexto, cada vez más se hace necesario disponer de sistemas, que ayuden a las tomas de decisiones. El diseño de este tipo de sistemas en este nuevo escenario implica resolver diferentes problemas, los cuales no son triviales. En el caso de este trabajo, se ha centrado en resolver tres problemas que son muy relevantes para el diseño de sistemas de ayuda a las decisiones. El primero de ellos está relacionado con la consistencia de los datos que son utilizados en la toma de decisión, que es fundamental para obtener decisiones correctas; el segundo está relacionado con la representación de la información, aspecto crucial para aumentar la información disponible para las decisiones y comprender las valoraciones que hacen y cómo las hacen los públicos; y, en tercer lugar, índices de valoración de productos o servicios, que permitan disponer de una valoración real de los mismos.

Para ello, en el capítulo 3 se ha propuesto un índice de consistencia denominado CI^+ . Este índice es una extensión del índice CI^* propuesto por Peláez y Lamata. El índice CI^+ tiene la ventaja de estar acotado en el intervalo $[0,1]$, y ha sido extendida su aplicación a matrices de tipo recíprocas, aditivas y difusas. Así mismo, se han estimado diferentes ratios de aceptación de los datos, en función del tamaño de la matriz y de su tipo.

En el capítulo 4, se ha presentado un modelo de decisión multicriterio, que busca determinar las preferencias (ranking) de las alternativas, utilizando una matriz intervalar de comparación entre pares.

Este nuevo modelo utiliza una representación intervalar de los datos (sentimientos/opiniones) emitidos por los usuarios en los social media. Además, propone un operador de agregación intervalar, denominado ISMA-OWA (Interval SMA-OWA), que permite construir matrices intervalares de comparación entre pares, a partir los datos emitidos por los decisores o públicos.

Además, en este trabajo se ha definido el índice ICI^+ (CI^+ intervalar) que es una extensión del índice CI^+ , solamente que en este caso para matrices intervalares de comparación entre pares, con el objeto de determinar la consistencia de los datos (de la matriz); y un algoritmo de reconstrucción que en base a un proceso de deflación de intervalos, que busca la matriz consistente contenida en la matriz intervalar de comparación entre pares original, lo que posibilita, utilizando el índice ICI^+ , encontrar una matriz consistente. Finalmente, para obtener

un orden de las alternativas, también se ha propuesto el operador el AC-OWG (Aditive Constinuos Ordered Weigthed Geometric).

Para mostrar la aplicación del modelo, se ha empleado en un ejemplo de valoración de compañías de telefonía, obteniéndose resultados acordes con el mercado.

Finalmente, en el capítulo 5, se ha propuesto un índice de valoración de productos o servicios denominado QV-ORI (Quorum Valuation Reputation Index), que permite valorar productos utilizando las opiniones no solicitadas de los usuarios. Este índice utiliza una representación intervalar para los datos, y define un índice de confiabilidad de la valoración, denominado *IRI* (Interval Reliable Index). Este índice ha sido aplicado a un ejemplo con datos reales acerca de la valoración de hoteles.

A continuación se detallan de manera pormenorizada los diferentes aportes realizados en este trabajo de investigación:

- Propuesta y definición de un índice de consistencia para matrices de comparación entre pares, acotado, con valores de corte para determinar la consistencia utilizando percentiles y la posibilidad de su aplicación para otros tipos de matrices con escalas distintas (relaciones de consistencia) como las aditivas y difusas;
- Propuesta y definición de un modelo de decisión multicriterio, que permite establecer preferencias de productos o servicios (decisión) a través de datos no solicitados, expresados como sentimientos y opiniones en los social media, en donde se destacan el índice de consistencia para matrices intervalares de comparación a pares ICI^+ , el operador ISMA-OWA, el operador AC-OWG y el algoritmo para encontrar matrices consistentes en una matriz intervalar de comparación entre pares;
- Propuesta y definición de un índice de valoración denominado QV-ORI, que representa las opiniones en un intervalo y le agrega un índice de confiabilidad, que permite establecer que tan confiable son las opiniones no solicitadas de los usuarios en los social media. Este índice también utiliza el operador ISMA-OWA, que permite construir los intervalos de opiniones/sentimientos de productos y servicios.

Estos aportes son relevantes para el ámbito en cuestión, sin embargo han expuesto durante el trabajo, la necesidad de avanzar y profundizar el estudio de algunas cuestiones pendientes a la luz de lo planteado, por lo que en el apartado siguiente se dejan algunas pistas del camino a seguir de aquí en adelante en el contexto de lo expuesto hasta aquí.

7.2. Trabajos Futuros

Aún existen una serie de cuestiones a resolver en el ámbito de la toma de decisiones, por lo tanto, la línea de trabajo en que se desarrolló éste, continua con la búsqueda de la automatización de los procesos de decisión y en ese contexto, uno de los problemas a ser resuelto es determinar los criterios de decisión que los tomadores de decisiones utilizan en la realidad. Para eso se pretende utilizar el modelo de toma de decisiones con información no solicitada para contextualizar mejor y con mayor precisión los datos y su consistencia. Por otro lado, se pretende diseñar un índice de reputación que permita comparar servicios o productos, y que permita obtener un ranking de ellos.

Referencias Bibliográficas

- Aguarón J, Moreno-Jiménez JM (2003) The geometric consistency index: Approximated thresholds. *Eur J Oper Res* 147:137–145. doi: 10.1016/S0377-2217(02)00255-2
- Alajlan N, Bazi Y, Melgani F, Yager RR (2012) Fusion of supervised and unsupervised learning for improved classification of hyperspectral images. *Inf Sci (Ny)* 217:39–55. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2012.06.031>
- Alefeld G, Mayer G (2000) Interval analysis: Theory and applications. *J Comput Appl Math* 121:421–464. doi: 10.1016/S0377-0427(00)00342-3
- Angelov P, Yager R (2013) Density-based averaging – A new operator for data fusion. *Inf Sci (Ny)* 222:163–174. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2012.08.006>
- Aranibar LE, Callamand RL (2008) Análisis de requerimientos mediante la aplicación de AHP como base para el desarrollo del diseño conceptual de un buque tipo LCU. *Sh. Sci. Technol.* 2:47–58
- Arif MH, Li J, Iqbal M, Liu K (2018) Sentiment analysis and spam detection in short informal text using learning classifier systems. *Soft Comput* 22:7281–7291. doi: 10.1007/s00500-017-2729-x
- Arrow KJ, Raynaud H (1986) *Social Choice and Multicriterion Decision-Making*. The MIT Press
- Ballester E, Romero C (1991) A theorem connecting utility function optimization and compromise programming. *Oper Res Lett* 10:421–427. doi: 10.1016/0167-6377(91)90045-Q
- Barba-Romero S (1987) Panorámica actual de la decisión multicriterio discreta. *Investig Económicas (Segunda época)* XI:279–308
- Barberà S (2008) Salvador Barberà on Hugo F. Sonnenschein. In: *Foundations in Microeconomic Theory*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp 83–100

- Bernal RA (2015) Modelado de Toma de Decisión con Coalición de Criterios e Información Lingüística. Málaga
- Blasco F, Cuchillo-Ibáñez E, Morón MA, Romero C (1999) On the Monotonicity of the Compromise Set in Multicriteria Problems. *J Optim Theory Appl* 102:69–82. doi: 10.1023/A:1021838311346
- Cabello A (2016) Métodos de decisión multicriterio y sus aplicaciones. https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE002504.pdf. Accessed 8 Jun 2019
- Cañas M, López B, De RG-L-RE, 2000 U (2000) An irrigation water demand function obtained from an hypothetical water pricing policy. *Rev Española Estud Agrosociales y Pesq* 188:67–92
- Canós Darós L, Pons Morera C, Valero Herrera M, Maheut JP (2012) Toma de decisiones en la empresa : proceso y clasificación. *Toma Decis en la Empres proceso y Clasif* 9. doi: 10.1007/978-1-59745-409-4
- Carlsson C, Fullér R (2011) *OWA Operators in Multiple Criteria Decisions*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp 77–100
- Carr NG, Cifuentes P, Translation of (work): Carr NG (2011) Superficiales : ¿Qué está haciendo Internet con nuestras mentes?
- Cavallo B, Apuzzo LD (2014) A general measure of consistency for pairwise comparison matrices. https://www.researchgate.net/profile/Bice_Cavallo/publication/239920716_A_general_measure_of_consistency_for_pairwise_comparison_matrices/links/00b4952e6d830d78b0000000/A-general-measure-of-consistency-for-pairwise-comparison-matrices.pdf?origin=publicati
- Cavallo B, D'Apuzzo L (2010) Comparison matrices over abelian linearly ordered groups. *Int J Intell Syst* 25:1035–1059. doi: 10.1002/int.20438
- Chang D-Y (1996) Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP. *Eur J Oper Res* 95:649–655. doi: 10.1016/0377-2217(95)00300-2

- Charnes A, Cooper WW, Ferguson RO (1955) Optimal Estimation of Executive Compensation by Linear Programming. *Manage Sci* 1:138–151. doi: 10.1287/mnsc.1.2.138
- Chen H, Chiang RHL, Storey VC (2012) Business Intelligence and Analytics: From Big Data to Big Impact. *MIS Q* 36:1165. doi: 10.2307/41703503
- Chiclana F, Herrera F, Herrera-viedma E (2000) The Ordered Weighted Geometric Operator: Properties and Application. In: in Proc. 8th Conf. Inform. Processing and Management of Uncertainty in Knowledgebased Systems (IPMU). pp 985–991
- Conde E, de la Paz Rivera Pérez M (2010) A linear optimization problem to derive relative weights using an interval judgement matrix. *Eur J Oper Res* 201:537–544. doi: 10.1016/j.ejor.2009.03.029
- Crawford G, Williams C (1985) A note on the analysis of subjective judgment matrices. *J Math Psychol* 29:387–405. doi: 10.1016/0022-2496(85)90002-1
- Dantzig GB (1987) Origins of the Simplex Method
- Delgado M, Verdegay JL, Vila MA (1993) On aggregation operations of linguistic labels. *Int J Intell Syst* 8:351–370. doi: 10.1002/int.4550080303
- Duszak Z, Koczkodaj WW (1994) Generalization of a new definition of consistency for pairwise comparisons. *Inf Process Lett* 52:273–276. doi: 10.1016/0020-0190(94)00155-3
- Figueira J, Mousseau V (2005) ELECTRE Methods. In: *Multiple Criteria Decision Analysis State of the Art Surveys*. Springer, pp 1–35
- Figueira J, Mousseau V, Roy B (2005) Electre Methods. In: *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer-Verlag, New York, pp 133–153
- Filev D, Yager RR (1998) On the issue of obtaining OWA operator weights. *Fuzzy Sets Syst* 94:157–169. doi: 10.1016/S0165-0114(96)00254-0
- Fodor J, Marichal J-L, Roubens M (1995) Characterization of the ordered weighted averaging operators. *Fuzzy Syst IEEE Trans* 3:236–240. doi: 10.1109/91.388176

Friedman D (1990) Price Theory: An Intermediate Text. South-Western Publishing Co.

Gandhi K, Popovič A, Hackney R, et al (2015) An Analysis of Multi-Criteria Decision Making Methods. *Expert Syst Appl* 5:49–58. doi: 10.1007/978-3-319-12586-2

García Aguado A, Martínez Rodríguez E (2013) Técnicas multicriterio de ayuda a la decisión. Pearson

Garcia LA (2004) GARCÍA, L. A. (2004): Aplicación del análisis... - Google Académico. In: *Aplicación del análisis multicriterio en la evaluación de impactos ambientales*. pp 161–235

Gass S, Saaty T (1955) The computational algorithm for the parametric objective function. *Nav Res Logist Q* 2:39–45. doi: 10.1002/nav.3800020106

Grabisch M, Marichal J-L, Mesiar R, Pap E (2011) Aggregation functions: Means. *Inf Sci (Ny)* 181:1–22. doi: 10.1016/j.ins.2010.08.043

He W, Wu H, Yan G, et al (2015) A novel social media competitive analytics framework with sentiment benchmarks. *Inf Manag* 52:801–812. doi: 10.1016/j.im.2015.04.006

Herrera-Viedma E, Herrera F, Martínez L, Herrera F (2000) A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making. *Sets Decis Making, Fuzzy Sets Syst* 114:43–58. doi: [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(98\)00093-1](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(98)00093-1)

Herrera F, Alonso S, Chiclana F, Herrera-Viedma E (2009) Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects. *Fuzzy Optim Decis Mak* 8:337–364. doi: 10.1007/s10700-009-9065-2

Herrera F, Herrera-Viedma E, Chiclana F (2003) A study of the origin and uses of the ordered weighted geometric operator in multicriteria decision making. *Int J Intell Syst* 18:689–707. doi: 10.1002/int.10106

Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay JL (1996) Direct approach processes in group decision making using linguistic OWA operators. *Fuzzy Sets Syst* 79:175–190. doi: 10.1016/0165-0114(95)00162-X

- Ignizio JP (1978) A Review of Goal Programming: A Tool for Multiobjective Analysis. *J Oper Res Soc* 29:1109–1119. doi: 10.1057/jors.1978.243
- Ijiri Y, Jaedicke RK, Knight KE (1966) The Effects of Accounting Alternatives on Management Decisions. In: *Research in Accounting Measurement*. pp 186–199
- K. J. Arrow (1963) *Social Choice and Individual Values*. New Haven: Yale University Press, New York
- Kacprzyk J (1996) Fuzzy quantifiers and OWA operators in inductive learning from erroneous examples. In: *Fuzzy Systems, 1996., Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on*. pp 1382–1386 vol.2
- Karanik M, Bernal R, Peláez JI, Gomez-Ruiz JA (2017) Combining user preferences and expert opinions: a criteria synergy-based model for decision making on the Web. *Soft Comput* 23:1–17. doi: 10.1007/s00500-017-2863-5
- Karanik M, Peláez JI, Bernal R (2016) Selective majority additive ordered weighting averaging operator. *Eur J Oper Res* 250:816–826. doi: 10.1016/j.ejor.2015.10.011
- Keeney RL, Raiffa H (1993) *Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. Cambridge University Press
- Koczkodaj WW (1993) A New Definition of Consistency of Pairwise Comparisons. *Mathl. Comput. Model.* 18:79–84
- Koczkodaj WW, Herman MW, Orłowski M (1997) Using consistency-driven pairwise comparisons in knowledge-based systems. *Proc sixth Int Conf Inf Knowl Manag - CIKM '97* 91–96. doi: 10.1145/266714.266867
- Koopmans TC (1951) An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. In: *Activity Analysis of Production and Allocation*. Wiley, pp 225–87
- Lamata A (2006) Consistency in the analytic hierarchy process: a new approach. *Int J Uncertainty Fuzziness Knowl Based Syst* 14:445–459. doi: <https://doi.org/10.1142/S0218488506004114>

- Lamata M, Peláez J (1999) Preference graph and consistency in AHP. In: Joint Eurofuse-Sic'99. Budapest
- Lee S (1972) Goal programming for decision analysis. In: Goal Programming for Decision Analysis. Auerbach, Philadelphia, pp 298–319
- Li J, Fong S, Zhuang Y, Khoury R (2016) Hierarchical classification in text mining for sentiment analysis of online news. *Soft Comput* 20:3411–3420. doi: 10.1007/s00500-015-1812-4
- Liu X, Lou H (2007) Parameterized additive neat OWA operators with different orness levels. *Int J Intell Syst* 21:1045–1072. doi: 10.1002/int.20176
- Marglin S (1967) The rate of interest and the value of capital with unlimited supplies of labour. In: K. Shell (ed) *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*. MIT Press
- Marichal J (1999) Aggregation operators for multicriteria decision aid. University of Liège, Belgium
- Martín J, Amo M del, ... RF-... los días 3 y 4, 2005 U Financiación de hospitales y asignación de recursos mediante técnicas multicriterio interactivas. In: dialnet.unirioja.es. <https://dialnet.unirioja.es/download/articulo/3138245.pdf>. Accessed 21 Jun 2019
- Massanet S, Riera JV, Torrens J, Herrera-Viedma E (2014) A new linguistic computational model based on discrete fuzzy numbers for computing with words. *Inf Sci (Ny)* 258:277–290. doi: 10.1016/j.ins.2013.06.055
- Miller G (1956) The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Information Processing. *Psychol Rev* 63:81–97
- Montero J (2008) The impact of fuzziness in social choice paradoxes. *Soft Comput* 12:177–182. doi: 10.1007/s00500-007-0188-5
- Moore RE, Kearfott RB, Cloud MJ (2009) *Introduction to Interval Analysis*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia

- Moreno JM, Morales del Castillo JM, Porcel C, Herrera-Viedma E (2010) A quality evaluation methodology for health-related websites based on a 2-tuple fuzzy linguistic approach. *Soft Comput* 14:887–897. doi: 10.1007/s00500-009-0472-7
- Munda G (2008) *Social multi-criteria evaluation for a sustainable economy*. Springer, Berlin, Heidelberg, Berlin
- O'Hagan M (1988) Aggregating Template Or Rule Antecedents In Real-time Expert Systems With Fuzzy Set Logic. In: *Signals, Systems and Computers, 1988. Twenty-Second Asilomar Conference on*. pp 681–689
- Peláez JI, Bernal R, Karanik M (2016) Majority OWA operator for opinion rating in social media. *Soft Comput* 20:1047–1055. doi: 10.1007/s00500-014-1564-6
- Peláez JI, Doña JM (2003a) Majority additive-ordered weighting averaging: A new neat ordered weighting averaging operator based on the majority process. *Int J Intell Syst* 18:469–481. doi: 10.1002/int.10096
- Peláez JI, Doña JM (2003b) LAMA: A linguistic aggregation of majority additive operator. *Int J Intell Syst* 18:809–820. doi: 10.1002/int.10117
- Peláez JI, Lamata MT (2003) A new measure of consistency for positive reciprocal matrices. *Comput Math with Appl* 46:1839–1845. doi: 10.1016/S0898-1221(03)90240-9
- Philip Chen CL, Zhang CY (2014) Data-intensive applications, challenges, techniques and technologies: A survey on Big Data. *Inf Sci (Ny)* 275:314–347. doi: 10.1016/j.ins.2014.01.015
- Regader B (2019) Los 8 tipos de decisiones. In: *Psicol. y Mente*. <https://psicologiaymente.com/psicologia/tipos-decisiones>. Accessed 3 Nov 2019
- Romero C (1993) *Teoría de la decisión multicriterio: conceptos, técnicas y aplicaciones*. Alianza Editorial
- Roubens M, Vincke P (2012) *Preference modelling*. Springer Science & Business Media

- Saaty TL (1980) The Analytic Hierarchy Process. *Education* 1–11. doi: 10.3414/ME10-01-0028
- Saaty TL (1990) How to make a decision: The analytic hierarchy process. *Eur J Oper Res* 48:9–26. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217\(90\)90057-I](http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217(90)90057-I)
- Saaty TL (1977) A scaling method for priorities in hierarchical structures. *J Math Psychol* 15:234–281. doi: 10.1016/0022-2496(77)90033-5
- Saaty TL, Rogers PC, Pell R (1980) Portfolio selection through hierarchies. *J Portf Manag* 6:16–21. doi: 10.3905/jpm.1980.408749
- Saaty TL, Vargas LG (1987) Uncertainty and rank order in the analytic hierarchy process. *Eur J Oper Res* 32:107–117. doi: 10.1016/0377-2217(87)90275-X
- Shang L, Zhou Z, Liu X (2016) Particle swarm optimization-based feature selection in sentiment classification. *Soft Comput* 20:3821–3834. doi: 10.1007/s00500-016-2093-2
- Simon HA (1955) A Behavioral Model of Rational Choice. *Q J Econ* 69:99. doi: 10.2307/1884852
- Strong DM, Lee YW, Wang RY (1997) Data Quality In Context. *Commun ACM* 40:103–110
- The Open Group (2018) The Open Group Standard - The TOGAF® Standard, Version 9.2
- Triglia A 1988-, Regader B 1989-, García-Allen J 1983- (2016) *Psicológicamente hablando. Paidós*
- Vitoriano B (2007) *TEORÍA DE LA DECISIÓN: Decisión con Incertidumbre, Decisión Multicriterio y Teoría de Juegos.* https://mimateriaenlinea.unid.edu.mx/dts_cursos_md/pos/AN/MTD/AM/10/Teoria.pdf. Accessed 20 Jun 2019
- Weisman R (2011) An Overview of TOGAF Version 9.1. *Publ by Open Gr* 43
- Xu Z (2008) Linguistic Aggregation Operators: An Overview. In: Bustince H, Herrera F, Montero J (eds) *Fuzzy Sets and Their Extensions: Representation, Aggregation and*

- Models. Springer Berlin Heidelberg, pp 163–181
- Yager RR (1988) On ordered weighted averaging aggregation operators in multi criteria decision making. *IEEE Trans Syst Man Cybern* 18:183–190. doi: 10.1109/21.87068
- Yager RR (1992) OWA neurons: a new class of fuzzy neurons. In: *Neural Networks, 1992. IJCNN., International Joint Conference on.* pp 226–231 vol.1
- Yager RR (1996) Quantifier guided aggregation using OWA operators. *Int J Intell Syst* 11:49–73. doi: 10.1002/(SICI)1098-111X(199601)11:1<49::AID-INT3>3.3.CO;2-L
- Yager RR (2009) On the dispersion measure of OWA operators. *Inf Sci (Ny)* 179:3908–3919. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2009.07.015>
- Yager RR (2010) Lexicographic ordinal OWA aggregation of multiple criteria. *Inf Fusion* 11:374–380. doi: 10.1016/j.inffus.2009.11.001
- Yager RR (1993) Families of OWA Operators. *Fuzzy Sets Syst* 59:125–148. doi: 10.1016/0165-0114(93)90194-M
- Yager RR (2008) Using trapezoids for representing granular objects: Applications to learning and OWA aggregation. *Inf Sci (Ny)* 178:363–380. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2007.08.015>
- Yager RR (1998) Fusion of ordinal information using weighted median aggregation. *Int J Approx Reason* 18:35–52. doi: 10.1016/S0888-613X(97)10003-2
- Yager RR, Alajlan N (2014) A generalized framework for mean aggregation: Toward the modeling of cognitive aspects. *Inf Fusion* 17:65–73. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.inffus.2011.10.001>
- Yager RR, Filev DP (1999) Induced ordered weighted averaging operators. *Syst Man, Cybern Part B Cybern IEEE Trans* 29:141–150. doi: 10.1109/3477.752789
- Yager RR, Xu Z (2006) The continuous ordered weighted geometric operator and its application to decision making. *Fuzzy Sets Syst* 157:1393–1402. doi: 10.1016/j.fss.2005.12.001

- Yu P., Zeleny M (1975) The set of all nondominated solutions in linear cases and a multicriteria simplex method. *J Math Anal Appl* 49:430–468. doi: 10.1016/0022-247X(75)90189-4
- Yu P (1985) *Multiple-Criteria Decision Making. Concepts, Techniques and Extensions*. 402 p. Kluwer Academic / Plenum Publishers, Hardbound, New York
- Zadeh L (1963) Optimality and non-scalar-valued performance criteria. *IEEE Trans Automat Contr* 8:59–60. doi: 10.1109/TAC.1963.1105511
- Zadeh LA (1983) A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages. *Comput Math with Appl* 9:149–184. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0898-1221\(83\)90013-5](http://dx.doi.org/10.1016/0898-1221(83)90013-5)
- Zadeh LA (1996) Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing. *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Fuzzy Syst* 775–782. doi: 10.1142/9789814261302_0040
- Zarghami M, Szidarovszky F, Ardakanian R (2008) Sensitivity Analysis of the OWA Operator. *Syst Man, Cybern Part B Cybern IEEE Trans* 38:547–552. doi: 10.1109/TSMCB.2007.912745
- Zeleny M (1976) *The Theory of the Displaced Ideal*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp 153–206