知能研究の方法論に関する一省察（II）

その他のタイトル	A Reflection on Methodology for the Study of Intelligence
著者	中島 巖
雑誌名	教育科学セミナリー
巻	1
ページ	11-24
発行年	1968-12-14
URL	http://hdl.handle.net/10112/00019591

知能研究の方法論に関する一省察（Ⅱ）

中　島　　巌

目　次

Ⅰ　序——問題意識——

いまさら Thomson, G, H. の「知能見本説」(Sampling theory of intellience) を取り上げ，それについて何かある考察を展開するというのは，いかにも out of date な感じがしないでもない。一般に，見本説といえば，いまや知能研究における初期の歴史の1ページを飾るにすぎない記念碑的な存在であるとみなされているのだから。かって，この見本説の好敵手であった Spearman, C. のいわゆる二因子説は，いまでは非常な発展をとげ，一方では因子分折法を産み，他方では知能の因子構造論へと，理論的にも実用的にも，拡張され整備されてきているのは周知のことがらである。

しかしながら，現在でもまだ，知能という概念が未定義であると取り沙汰されたり，そもそも知能とは何なのかといった根本的な問いが問われたりするのをみるにつけても，因子説とはある意味で対蹠的かつ相補的な性格をもっている見本説をいま一度吟味してみるならば，そこに今日の知能研究における問題状況の解決を摸索する上で，何かの示唆が得られないものだろうかと思われてならない。

前に，われわれは，現在の知能研究において主流をなしている知能の因子構造論がその基礎に踏まえている論理の特質について，若干の考察を試みた。〔7〕因子構造論の形態をとる研究の方向は，「知能的」と呼ばれる現象的には多様な行動を，記述的類型構造として示すことができても，そのように類型化して記述された行動（すなわち因子）のいわば内部構造，言い換えれば，そうした行動をなしうるまさにその「能力」の機構については何も教えてくれない。それは，同一の研究方向でこれまでのところ未解明なまま残されている問題だというより，むしろ研究の方法論に内在している論理的な制約だとみるべきであろう。そうだとすれば，見本説は，逆にこの因子説の制約を取り除き，知能的行動の機構の解明へと研究の射程を伸ばしてゆく上で何か役立つ手がかりを与えてくれるのではないだろうか。

こうした問題意識に立っての若干の考察は，

やはり前に一度試みたことがあるが〔6〕，いまから考えるとその論述には不充分な箇所が散見されるので，ここに再び取り上げて問題意識の明瞭化をはかり，以下の諸節で少しでも考察を深めたいと思う。

そのためには，まず知能見本説の論理構造とその特質をはっきりさせておかねばならないから，最初はこの問題を扱うことにして，次にこの考察の結果を心理学的現実へと当てはめる試みをしたなら，いったいどのような可能性が今後の研究方向として示唆されてくるかを考えてみる。その場合，考察の手がかりに Hebb, D. O. の行動機構学説を取り上げるが，それは，われわれの当面の問題意識にたいして，心理学の現在の研究水準での一般的な諸事実，諸知識を，実に興味深い立論の文脈にちりばめて提供してくれるものだからである。

以下の諸節での考察は，したがって，その全体が純理論的な内容で占められている。こうした論考が，現在の心理学研究において，いったいどのような意義を有しうるかということになると議論の余地が多々あると思うが，一般に現代心理学において「理論」というものがいかなる位置にあり，いかなる役割を演ずるものであるかという根本問題については，別の機会に熟考してみなければならないから，ここではあえて触れないでおくことにする。

Ⅱ THOMSON「見本説」の諸特質

知能テストの実施結果から算出される相関係数の行列に，一定の proportionality（すなわち hierarchcal order）が見出される場合，この事実は，歴史的には，まず一般因子がそこに働いていることを意味するのだと説明された。ところが，この説明は，実は，心理学的必然性に基礎づけられているものではなく，数学的な規則性をただちに一般因子という概念に置き換たたものであるにすぎず，そこには多分に hypostatization の危惧があると述べるところから，知能見本説の立論は展開される。

知能見本説は，ある一定の数学的モデルを用いて表現することができるのであるが，こうした mathematization の問題は次節に委ねるとして，ここでは主として Spearman の一般因子説と対比させながら，Thomson の所説がいったいいかなる特質をもっているかを考察しようと思う。

知能テストの相関行列が示す hierarchical order が，数学的必然性から帰結する規則性であるとする論の根拠は，同一の相関行列を，互いに異なった少なくとも2つの前提から，それぞれ事実（hierarchical order が実際に見出されるという事実）と矛盾することなく説明することが可能であるというところにある。

Spearman のいわゆる二因子説においては，特殊因子をまたっく含まない，すなわち，一般因子Gのみを測定するテストを仮想してみることによって，hierarchical order を示すある与えられた相関行列から，容易に各テストの G saturation を算出することができるし，逆に，その行列の principal diagonal に r_{iG}^2 （$i=1, 2, 3, \cdots, n$）を挿入すれば，tetrad-differences がすべて0になるのを検証することができる。一方，知能見本説においては，悉無律に従って機能する多数の“bonds”（ここでは特定の実体を意味しない）[1] を，無作為に働かしめる（抽出する）ようなもろもろの問題項目から，知能テストは構成されていて，抽出された bonds が，各テスト間で共有されている度合いに相関の度合いが対応するという仮定に立って，やはりすべての tetrad - differences が0になるこ

とを証明してみせる。Thomson 自身による知能見本説の最初になされた陳述は，次のごときものである。

> The mind, in carrying out any activity such as a mental test, has two levels at which it can operate. The elements of activity at the lower level are entirely specific, but those at the higher level are such that they may come into play in different activities. Any activity is a sample of these elements. The elements are assumed to be additive like dice, and each to act on the 'all or none' principle, not being in fact further divisible. 〔8, 285-286〕

二因子説での一般因子分散に相当するものは，見本説では "coefficient of richness" と呼ばれ，それは bonds が抽出されるさいの確率を表わす。

いま，テストA，Bの coefficient of richness をそれぞれ p_a, p_b とし，bonds の pool をNとすれば，

$$r_{ab}=\frac{p_a\,p_b\,n}{\sqrt{p_a\,n}\;\sqrt{p_b\,n}}=\sqrt{p_a\,p_b}$$

となり，これはテストA，B間の相関として実際に得られるもののうち，もっとも生起の確率の高い値である。同様にして，テストA，B，CおよびDの間で相関を求め，tetrad-difference を考えると，

$$\begin{aligned}&r_{ac}\,r_{bd}-r_{ad}\,r_{bc}\\&=\sqrt{p_a\ p_c\cdot p_b\ p_d}-\sqrt{p_a\ p_d\cdot p_b\ p_c}\\&=0\end{aligned}$$

となって，tetrad-difference が 0 になるのは，知能見本説の仮定に立てば，たんに確率の法則にのみ依拠していることが判明する。この点について，Thomson は次のように述べている。

> Because of the laws of chance the mind works as if it were composed of these hypothetical factors g, v, n, etc., and a number of specific factors. The causes may be "anarchic", meaning that they are numerous and unconnected, yet the result is "monarchic", or at least "oligarchic", in the sense that it may be so described——provided always that large specific factors are allowed. 〔9, 311-312〕

ところで，一般に相関 r_{ij} の値が充分に大であるときには，同時に p_i, p_j の値も 1 に接近しなければならないわけである。しかし，このことは，当該テストが，個人の所有する bonds 全体のほとんどすべてを抽出する，ということをかならずしも意味しない。すなわち，Thomson によれば，"sub-pools of the mind"（これも特定の実体を意味していない）を仮定して，そこから抽出された bonds を多量に共有していると考えるなら，高い相関値も不合理なく説明しうるのである。

見本説では，sub-pools の仮定と同時に，個個人の所有する bonds の全体もまた，それ自体一組みの見本（標本）であると仮定し，その見本の大きさの程度に個人差の程度を対応させる。テストは，したがって，それ自体が見本である個々人の bonds の全体から，さらに見本として抽出される bonds に関連することになるわけである。見本説に立てば，個人差の事実が説明できないとする Spearman の反駁は，この仮定を設けることにより矛盾なく回避できる。

だから，ある与えられた相関行列が hierarchical order を示すとき，それを1つの一般因子と多くの特殊因子と分割して説明することは，数学的にはまったく正しい[2]。しかし，これとは別の一組みの前提から，同一の相関行列が矛盾なく説明できるとなれば，両方の前提が数学的には両立するとしても，そのいずれが心理学的現実によりよく妥当するものであるかの

吟味は，もはや数学の問題ではなく，実証の問題である。

相関行列の階数が1（この場合，それは完全な herarchical order を示す)，あるいは1に近いということは，Spearman の考察とは逆に，心的機能が未分化であり，特定の構造を有していないことを意味するのだと，Thomson は言う。すなわち，

> It is the departures from rank 1 which indicate structure, and it is a significant fact that a general tendency is noticeable in experimental reports to the effect that batteries do not permit of being explained by as small a number of factors in adults as in children, probably because in abults education and vocation have imposed a structure on the mind which is absent in the young. 〔9, 31〕

心的機能が未分化であり，構造性を獲得していないということは，言い換えれば，bonds がまだ相互に固定的な結合を形成しておらず，それゆえ，テストが bonds を無作為に抽出しうるということを意味するわけで，このような条件のもとでは，それがたとえ知能テストでなくとも，たんに確率の法則に従うだけで完全な hierarchical order を示す相関行列が得られることであろう。そして，hierarchical order が崩れるにつれて，心的機能はいわば organs を，あるいは faculties を構成していることになるであろう。この点に関して，Thomson は，たとえば次のごとく述べている。

> Ir is not wihtout significance that the "factor" most widely recognized after Spearman's g is the verbal factor v, the mother-tongue being, as it were, the physical body of the mind, its acquired structure. 〔9, 326〕

一般因子説（いわゆる二因子説）の拡張である群因子説あるいは多因子説では，したがって，このように構造化された心的機能の部分が実際に何であるのかを明らかにしようとしているのだ，と言える[3]。それは，見本説の側から述べれば，実際にいかなる種類の sub-pools が存在するのかを教えてくれる手続きなのであって，こうした点に関しては，因子説と見本説とは，同一の事柄を異なった表現で叙述しているにすぎないとも思われるが，しかしながら，見本説は常に因子の内部構造を問題にしようとしていることがわかる。このことは，たとえば，同一因子を所有しているその量的差異に個人差をみる因子説の解釈と，sub-pools に含まれる bonds の多寡を個人差とする見本説の解釈についても当てはまる。因子分析の手法が，一般的なリサーチ・テクニークとして，きわめて有効であるのは，むしろ因子の内部構造を問題にしないことにたいする代償であるのかもしれない。

ところで，知能見本説にあっては，テスト間で共有される bondsの存在が相関の原因になっていると仮定されるのであるが，この仮定に立つなら，マイナスの相関は原理的にありえない。そこで問題は，このことが事実にどこまで適合するかということになる。この点に関して，たとえば MeNemar, Q は，次のように述べている。

> There is little, if any, factual basis for believing that the assumptions……are tenable so far as psychological variables are concerned, and therefore the interpretation of the correlation coefficient in terms of common elements may be viewed with scepticism. 〔5, 141〕

しかしながら，心的諸能力を測定するテスト間の相関が，ほとんど例外なしにプラスであるという事実は，かならずしも bonds のごとき要素を仮定する必要はないとしても，上述の帰結に悖るわけではない。共通因子の仮定は，か

えって，能力テストの相関が現実にプラスであるという事実を，別の表現で述べているにすぎないとさえ言えよう。だから，われわれの関心事は，相関行列から一般因子なり共通因子なりが抽出されるということよりもむしろ，なぜそのような相関行列が得られるのかを説明することにある。そして，すでに述べたように，知能見本説では，常に因子の内部構造を問題にするという仕方で，相関行列が特定の形態をとるまさにその原因を追究しようとする。

註

1）この点について，Thomson は次のように述べている。

The only reason for using the word "elements" is that it is difficult, if not impossible, to speak of the different parts of the mind without assuming some "items" in terms of which to think.……The "bonds" spoken of may be identified by different readers with different entities.〔9，318-319〕

2）テストの真分散は，共通因子分散と特殊因子分散との和で示されるから，初期の二因子説のように群因子の存在を認めないならば，特殊因子分散は極大値をとる。一般に因子分析の技法においては，いかにして各テストの specificity を減少させるかという点で腐心するのであるが，そもそも共通因子の数を最少に抑えるという要請が前提されているのだから，特殊因子分散を極小化しようとする試みは矛盾を内蔵していると思われる。Thomson は，見本説の仮定に立つなら，特殊因子分散を極小にできることを例証している〔9，312-313〕

3）Thomson は次のように説明している。

When properly measured by a wide and varied hierarchical battery, g appears……to be an index of the span of the whole mind, other common factors to measure only sub-pools, linkages among bonds. The former measures the whole number of bonds; the latter indicate the degeree of structure among them.〔9，327-328〕

Ⅲ　見本説の数学的構造

Spearman のいわゆる二因子モデルから，rank 1 の相関行列が再現されうることは，たとえば次のようにして証明することができる[1]。

いま、任意に固定された2つのテストの標準得点を Z_i，Z_j，一般因子をGとすれば，N（0, 1）の仮定のもとで，Gを消去した場合の Z_i と Z_j との相関は0である。なぜなら，二因子モデルの基本仮定からすると，特殊因子間には相関がまったくないはずだからである。すなわち，

$$r_{z_iz_j\cdot G}=\frac{r_{z_iz_j}-r_{z_iG}\cdot r_{z_jG}}{\sqrt{1-r^2_{z_iG}}\sqrt{1-r^2_{z_jG}}}=0$$

それゆえ，

$$r_{z_iz_j}=r_{z_iG}\cdot r_{z_jG}$$

この等式の右辺は，一般因子飽和量（G saturation）の積を意味しているから，r_{z_iG}, r_{z_iG} をそれぞれ a_i, a_j とおけば，

$$r_{ij}=a_i\cdot a_j$$

この関係を満足する相関行列から2次の小行列式をとれば，その値はすべて0である。すなわち

$$\det\begin{pmatrix} r_{hj} & r_{hk} \\ r_{ij} & r_{jk} \end{pmatrix}=r_{hj}\cdot r_{ik}-r_{hk}\cdot r_{ij}$$
$$=a_h a_j\cdot a_i a_k-a_h a_k\cdot a_i a_j$$
$$=0$$

ところで，知能見本説において Thomson が要請した仮定も，最初は相関行列に見出される hierarchical order を説明するためのものであった。つまり，Spesrman のモデルも Thomson の仮定も，ともに相関行列の階数が1であることを必要条件として，そこから出発している。しからば，ここで両者が相互にいかなる関連をもっているのかと問うことは，けだし自然であろう。事実，Thomson 自身も，二因子説と見本説とが数学的に相互変換可能で

あることを示している〔9, 348-349〕。本節では，この変換を取り扱うことによって，知能見本説がいかなる数学的構造（モデル）を有しているかを考えてみることにする。この相互変換は，一般的には，実数体上ベクトル空間の一次変換の問題である[2]。

さて，Spearmanの二因子モデルを行列代数的に一般化して表わせば，テスト・ベクトル，因子ベクトルをそれぞれ $\mathbf{z}_i$ および $\mathbf{f}_o$，$\mathbf{f}_i$，一般因子および特殊因子負荷量をそれぞれ g_i，s_i（ただし，$g_i+s_i^2=1$）として，

$$\begin{pmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{z}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 & s_1 & \cdots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_n & O & \cdots & s_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_o \\ \mathbf{f}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n \end{pmatrix}$$

この表現は，$\mathbf{z}_i$ が $\mathbf{f}_o$，$\mathbf{f}_i$ の一次結合であることを示している。いま，上の式で（n，n+1）行列（M）の行ベクトル（第 i 行）を考えれば，それは，$\{\mathbf{f}_o, \mathbf{f}_1, \cdots\cdots, \mathbf{f}_n\}$ を正規直交基底として表わした $\mathbf{z}_i$ の成分であると言うことができる。なぜなら，二因子モデルの基本仮定に立てば，因子ベクトル $\mathbf{f}_o$，$\mathbf{f}_1, \cdots\cdots, \mathbf{f}_n$ は互いに直交（したがって，独立）しており，とくに $g_i^2+s_i^2=1$ の条件から，それらは単位ベクトル（長さ1のベクトル）でなければならないからである。

二因子説と見本説との相互変換は，それゆえ，$\mathbf{z}_i$ の基底である因子ベクトル $\mathbf{f}_o, \mathbf{f}_1, \cdots\cdots$, $\mathbf{f}_n$ を，見本説による解釈を可能にするような，別のベクトル空間の基底へと変換（一次変換）し，この変換によって得られる新しい基底で $\mathbf{z}_i$ を表わせばどのようになるかという問題であり，それはまた，この変換に対応する変換行列を決める問題である。

この問題を扱うに当って，見やすいように，i =1, 2, 3 の場合を考えることにする。そうすると，Spearman の二因子モデルは，

$$\begin{pmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \\ \mathbf{z}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 & s_1 & 0 & 0 \\ g_2 & 0 & s_2 & 0 \\ g_3 & 0 & 0 & s_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_o \\ \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \end{pmatrix}$$

一方，変換行列（A）として，Thonson は次のような行列を考える〔9, 348〕。すなわち，

$g_1g_2g_3$	$s_1g_2g_3$	$g_1s_2g_3$	$g_1g_2s_3$	$s_1s_2g_3$	$s_1g_2s_3$	$g_1s_2s_3$	$s_1s_2s_3$
$s_1g_2g_3$	$-g_1g_2g_3$	$s_1s_2g_3$	$s_1g_2s_3$	$-g_1s_2g_3$	$-g_1g_2s_3$	$s_1s_2s_3$	$-g_1s_2s_3$
$g_1s_2g_3$	$s_1s_2g_3$	$-g_1g_2g_3$	$g_1s_2s_3$	$-s_1g_2g_3$	$s_1s_2s_3$	$-g_1g_2s_3$	$-s_1g_2s_3$
$g_1g_2s_3$	$s_1g_2s_3$	$g_1s_2s_3$	$-g_1g_2g_3$	$s_1s_2s_3$	$-s_1g_2g_3$	$-g_1s_2g_3$	$-s_1s_2g_3$
$s_1s_2g_3$	$-g_1s_2g_3$	$-s_1g_2g_3$	$s_1s_2s_3$	$g_1g_2g_3$	$-g_1s_2s_3$	$-s_1g_2s_3$	$g_1g_2s_3$
$s_1g_2s_3$	$-g_1g_2s_3$	$s_1s_2s_3$	$-s_1g_2g_3$	$-g_1s_2s_3$	$g_1g_2g_3$	$-s_1s_2g_3$	$g_1s_2g_3$
$g_1s_2s_3$	$s_1s_2s_3$	$-g_1g_2s_3$	$-g_1s_2g_3$	$-s_1g_2s_3$	$-s_1s_2g_3$	$g_1g_2g_3$	$s_1g_2g_3$
$s_1s_2s_3$	$-g_1s_2s_3$	$-s_1g_2s_3$	$-s_1s_2g_3$	$g_1g_2g_3$	$g_1s_2g_3$	$s_1g_2g_3$	$-g_1g_2g_3$

この行列の行（または列）ベクトルの内積を考えると，$g_i^2+s_i^2=1$ の条件から，

$$(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j) = \delta_{ij} \begin{cases} =1 & (i=j) \\ =0 & (i \neq j) \end{cases}$$

が成立するので，${}^tA$ を A の転置行列とすれば，

$$A{}^tA = AA = [\delta_{ij}]$$

つまり，Aは直交（かつ対称）行列である。したがって，この行列に対応して変換されたベクトル空間の新しい基底を $\{\mathbf{b}_1,\cdots\cdots,\mathbf{b}_8\}$ とすると，この基底もまた正規直交系をなす。そこで，$\mathbf{z}_i$ を新しい基底 $\{\mathbf{b}_1,\cdots\cdots,\mathbf{b}_8\}$ によって表わすと，変換行列Aの最初の4行の各行ベクトルは $\mathbf{f}_o$, $\mathbf{f}_i$ の成分を意味しており，$\mathbf{z}_i$ の成分を表わす行列Mとの積が定義できるから，

$$\begin{pmatrix}\mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\\ \mathbf{z}_3\end{pmatrix} = MA\begin{pmatrix}\mathbf{b}_1\\ \vdots\\ \mathbf{b}_8\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} g_2g_3 & 0 & s_2g_3 & g_2s_3 & 0 & 0 & s_2s_3 & 0\\ g_1g_3 & s_1g_3 & 0 & g_1s_3 & 0 & s_1s_3 & 0 & 0\\ g_1g_2 & s_1g_2 & g_1s_2 & 0 & s_1s_2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}\mathbf{b}_1\\ \vdots\\ \mathbf{b}_8\end{pmatrix}$$

あるいは，

$$\mathbf{z}_1 = g_2g_3\mathbf{b}_1 + s_2g_3\mathbf{b}_3 + g_2s_3\mathbf{b}_4 + s_2s_3\mathbf{b}_7$$
$$\mathbf{z}_2 = g_1g_3\mathbf{b}_1 + s_1g_3\mathbf{b}_2 + g_1s_3\mathbf{b}_4 + s_1s_3\mathbf{b}_6$$
$$\mathbf{z}_3 = g_1g_2\mathbf{b}_1 + s_1g_2\mathbf{b}_2 + g_1s_2\mathbf{b}_3 + s_1s_2\mathbf{b}_5$$

ところで，このようにして基底 $\{\mathbf{b}_1,\cdots\cdots,\mathbf{b}_8\}$ によって張られたベクトル空間におけるテスト・ベクトル $\mathbf{z}_i, \mathbf{z}_j$ は，変換以前のものと同一の相関を与えねばならないが，

$$r\mathbf{z}_i\mathbf{z}_j = |\mathbf{z}_i|\cdot|\mathbf{z}_j|\cos\theta\mathbf{z}_i\mathbf{z}_j = (\mathbf{z}_i,\ \mathbf{z}_j)$$

であるから，いま，たとえば $\mathbf{z}_1$, $\mathbf{z}_2$ の内積を求めると，

$$(\mathbf{z}_1,\ \mathbf{z}_2) = g_1g_2$$

となり，同じ相関値の得られることがわかる。

さて，次に，上記の変換された specification equations のそれぞれに，g_1, g_2, g_3 をこの順序で辺々相乗ずると，

$$g_1\mathbf{z}_1 = g_1g_2g_3\mathbf{b}_1 + g_1s_2g_3\mathbf{b}_3 + g_1g_2s_3\mathbf{b}_4 + g_1s_2s_3\mathbf{b}_7$$
$$g_2\mathbf{z}_2 = g_1g_2g_3\mathbf{b}_1 + s_1g_2g_3\mathbf{b}_2 + g_1g_2s_3\mathbf{b}_4 + s_1g_2s_3\mathbf{b}_6$$
$$g_3\mathbf{z}_3 = g_1g_2g_3\mathbf{b}_1 + s_1g_2g_3\mathbf{b}_2 + g_1s_2g_3\mathbf{b}_3 + s_1s_2g_3\mathbf{b}_5$$

そして，これらの等式にたいしては，知能見本説の解釈を与えることができる。いま，$(g_i\mathbf{z}_i,\ g_j\mathbf{z}_j)$ について，$i=j$ の場合を考え，その結果をN倍してみると，内積の基本的性質と，$(\mathbf{b}_i,\ \mathbf{b}_j)=\delta_{ij}$ の条件から，

$$g_1{}^2N = (g_1g_2g_3)^2N + (g_1s_2g_3)^2N + (g_1g_2s_3)^2N + (g_1s_2s_3)^2N$$
$$g_2{}^2N = (g_1g_2g_3)^2N + (s_1g_2g_3)^2N + (g_1g_2s_3)^2N + (s_1g_2s_3)^2N$$
$$g_3{}^2N = (g_1g_2g_3)^2N + (s_1g_2g_3)^2N + (g_1s_2g_3)^2N + (s_1s_2g_3)^2N$$

この等式の左辺は，悉無律に従って生起する要素（bonds）の pool N から，無作為に抽出された要素 $g_i{}^2N$（$g_i{}^2$ は coefficient of richness）であると解釈することができる。また，右辺は，$g_i{}^2N$ の中での grouping あるいは overlapping の様子を示している。すなわち，$(g_1g_2g_3)^2N$は，$g_i{}^2N$ のすべてに含まれている要素群で，「一般」因子（$\mathbf{b}_1$）と呼ぶことができよう。また，$(s_1g_2g_3)^2N$, $(g_1s_2g_3)^2N$ および $(g_1g_2s_3)^2N$ は，それぞれ2つの等式に共有されているが，他の1つには含まれていない要素群であるから，「群」因子（$\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$, $\mathbf{b}_4$）と呼ぶことができよう。$(s_1s_2g_3)^2N$,$(s_1g_2s_3)^2N$ および $(g_1s_2s_3)^2N$ は，それぞれ1つの等式にだけ含まれ，他の2つには含まれていない要素群であり，したがって，「特殊」因子（$\mathbf{b}_5$, $\mathbf{b}_6$, $\mathbf{b}_7$）と呼ぶことができよう。そして，$(s_1s_2s_3)^2N$ に相当する因子は $\mathbf{b}_8$ であるのだが，上の等式

には現われてこない。これは，その要素群が抽出されないことを意味している。

一方，相関 $r_{g_1{}^2N \cdot g^2{}_2N}$ を，見本説の基本仮定に立って算出してみると，たとえば，

$$r_{g_1{}^2N \cdot g_2{}^2N}=\frac{g_1{}^2\,g_2{}^2N}{\sqrt{g_1{}^2N}\,\sqrt{g_2{}^2N}}=g_1g_2$$

となって，これは $r_{z_1 \cdot z_2}$ に等しい。

これまでは，二因子モデルの一般化された行列代数的表現（p. 19 参照）で，$i=1,2,3$ の場合の特殊例について考えてきたが，もちろん，以上の考察は $i=1,\cdots\cdots,n$ の場合へと拡張することができる。そして，このとき，変換行列A としては，g_i, s_i を適当に組み合わせて作った積を成分とする直交（かつ対称）行列〔a_{ij}〕($i, j=1,\cdots\cdots,2n+2$) が考えられる[3)]。

Spearmanの二因子モデルは，その後の知能研究の歴史が教えているように，一般因子の存在を認めるか認めないかは別として，群因子説または共通因子説へと一般化されてゆくわけであるが，これに対応した見本説の拡張，とくに，その mathematization の問題は，これまでのところ，その解決が試みられていない。

註

1）この部分の叙述では，Solomon, H.〔8, 279-280〕による証明を参考にした。

2）以下の叙述は，Thomson 自身および Solomon〔8, 290-293〕による相互変換の数学的処理を参考にしながら，それをできるだけ一般的な線形代数学的表現で取り扱ってみたものである〔11〕。

3）p. 19 の変換行列に見出される顕著な規則性に基づいて一般化することができる。

Ⅳ　HEBB「行動機構学説」への関連

知能見本説においては，いくつかの基本仮定を満たす形式的なモデルとして，Thorndike, E.L. に倣い〔10, 412—432〕, “bonds” という表現が用いられた。そして，すでに述べたように，この bonds は，なんら特定の実質的な（心理学的な）内容を付与されていない。この意味で，それは，因子モデルがそうであるように，まったく形式的なモデルである。

ただ，因子モデルと異なるところは，見本説では，きわめて単純な形でではあるけれども，因子の内部構造が示されているという点である。この節で考えてみようと思うことは，しからば，bonds によって表現されうるような心理学的対件はいったい何であるのか，そのような対件が実際に存在しているのかどうか，ということである。こうした狙いに，一つの興味深い示唆を与えてくれるものは，Hebb の行動機構学説である。

いわゆる単純図形の知覚といえども，実際には，相当な複雑性をもった加重的（additive）な過程を伴なっており，その現象的な（主観的な）単純性は，長期間にわたる学習の所産であるにすぎないということを，証拠資料をもとにして論究するところから Hebb の立論は展開される。単純知覚（simple perceptions）でさえ学習の所産に規定されて成立していると言っても，刺戟図形の原初的図—地体制(primitive unity) は，やはり生得的な感覚力学（sensory dynamics）に依存しているのであって，これには，系統発生的な差異も明瞭なものではないようである〔2〕。加重的な過程が見出され，学習が大きく関与してくるのは，図形の同一性（identity）の認知とその発達においてである[1)]。とくに興味をひく内観的事実は，たとえば，視角（retinal angle）で2度から10度の範囲にある単純図形の一点を注視するとき，1秒もたてば，注視点の近傍を除く他の部分はほとんど無定形になるという事実〔3, 33〕，あるいは，単純図形についてさえ，その明瞭な心像

を得るためには一連の眼球運動の助けが必要である（言い換えれば，一点を注視しながら，その図形について明瞭な心像を描くことは困難である）という事実〔3，33—34〕であるが，こうした事例をみても，同一性の認知は，起源的には multiple visual fixatiosns に関連しており，その場合，眼球運動が visual integration の形成に本質的に重要な貢献をしているであろうことが考えられる。刺戟図形の原初的図—地体制の上に，successive part reinforcement による加重的認知過程が働いてはじめて，その図形の同一性が成立し，通常の明瞭な知覚が得られるわけである。そして，原初的図—地体制とは対照的に，この同一性の発達には著しい種差のあることが示されている〔3，30—31〕。

ところで，こうした加重的な過程は，神経生理学的には，どのようなメカニズムに基づいて生起するのであろうか。Hebb は，シナプス部位での興奮伝達の諸特性（空間的，時間的な加重，不応状態，抑制など）と，介在繊維によって作られている閉鎖的回路（recurrent nervous circuits）に関する最近の事実的知見とを基礎にして，dual trace mechanism の可能性を論じながら，次のような神経生理学的仮定を設ける。すなわち，

> When an axon of cell A is near enough to excite a cell B and repeatedly or persistently takes part in firing it, some growth process or metabolic change takes place in one or both cells such that A's efficiency, as one of the cells firing B, is increased.〔3，62〕

この仮定を証拠立てるはっきりした事実が揃っているわけではないが，このようなシナプス部位の構造と機能の変化に相応するものとして，Hebb は，synaptic knob の成長による afferent axon と efferent soma との間の連接面の増大を，現在のところきわめて有望な提唱であると考え，取り上げる。シナプス部位のこの変化は，閉鎖的回路の中での循環的，一過的な興奮伝導の保持（一過性痕跡）とともに徐徐に生ずるのである。そうすると，この一過的痕跡がしばしば繰り返されるにつれて，閉鎖的回路が全体として恒常的で安定した構造へと成長し，その回路をコントロールしている求心性の繊維は，より少ない数で効果的に促通を起させることができるようになるだろう。このような２段構えの機序によって生成された，効率的に促通する閉鎖系は，知覚の統合に関して重要な意味をもってくる。すなわち，それは，S—S連合（知覚学習）をうまく説明しうる神経生理学的モデルの構築が可能であるということを意味している。

上に述べた仮定に関連して，いま一つの重要な点は，連合領野の細胞構築学的な特性であ。るとくに視知覚の場合ついて Hebb が論究しているところによれば，連合領野における神経細胞の配列は瀰漫性（diffuse）であるから，興奮伝導に拡散ばかりでなく，収斂（convergence）も起り，17野の特定部位の反復的興奮に対応して，一定の結合関係で選択的に促通する閉鎖系が18野，19野，20野にわたって形成されるのである。連合領野の細胞構築が瀰漫性であるということは，閉鎖系の構造が topographical なものではないということ，言い換えれば，一つの閉鎖系に組み込まれている多数の細胞が非局所的，汎在的な結合関係を保つことができるということを意味している。閉鎖系内での興奮伝導の循環的持続，つまり一過性の痕跡はすぐに消失してしまうものであろうが，多数の閉鎖系がさらに機能的に集成してできた交替性の循環的閉鎖回路（alternating reverberation）の可

能性を示しながら，Hebb は，この一過性の痕跡が 0.5 sec. ないしは 1 sec. 位まで持続するのではないかと述べている[2)]。そして，こうした痕跡の持続が，同時にシナプス部位での興奮伝導を容易にするような構造変化を惹き起こすのであるから，逆に一過性痕跡の持続時間も長引くといった相乗効果が考えられる（このことが dual trace mechamism に他ならない)。要するに，交替性の閉鎖系も，徐徐にではあるが，永続的な機構へと成長してゆくであろう。このようにして形成された複雑な交替性閉鎖系を，Hebb は "cell-assembly" と呼ぶのである。知覚における加重の過程は，したがって，充分に機構化された多数の cellassemblies が，継次的連鎖的に活動することに対応するわけである。また，単純図形の知覚においてすら，同一性の成立には相当に長い期間がかかること，同一性が成立していないと再認や連合がなされ得ないこと，同一性には，個体発生的にも系統発生的にも，著しい差異が見出されることなどの諸事実が，この cell-assembly の概念に基づいて統一的に説明されてゆくのである。

cell-assembly の概念とならんで，Hebb の行動機構学説のいま一つの中心をなす概念は "phase sequence" である。この概念は，知覚の汎化，学習所産の持続性，注意の不安定性などの諸問題を，相互に矛盾しないよう体系的に説明するためのもので，主として心理学的なデータを論拠としながら，同時に cell-assembly の概念とも緊密な関係を保つように構成されている。

Senden, M. v. のデータ，あるいは，主としてネズミを被験体とした図形弁別の実験報告に基づき，Hebb は，形の知覚における線分や角が知覚要素（perceptual elements）としての働きをもっており，それらが統合されて複雑な形像の知覚が成立してゆく様子について論述している。個々の知覚要素は，前述の cell-assemblies に呼応する心理学的対件であるのだが，それは古典的連合学説における感覚要素とは峻別されねばならない。知覚要素が学習の所産に規定されて生成するものであるのに較べ，感覚要素は刺戟と 1 対 1 に対応した生得的感覚力学に規定され成立するものであると考えられていたからである。図形の知覚が加重の過程を含んで成立するという事実は，ここでは知覚要素の継次的な統合によって説明されうるのである。たとえば，知覚汎化の現象は，たくさんの同じ知覚要素が共有されているときに生ずるのだと考えられる。そこで問題は，では知覚におけるこの加重の過程が現実にはいかに統合されているのかということである。仮説的にではあるけれども，Hebb は，単純図形（三角形）の場合について，この統合過程を詳細に考察している。それによると，ある一つの角の注視は，「中心性」の効果（"central" effect）と運動性の効果（motor effect）とをもっている。前者は有線周囲領野，側頭領野の細胞に促通を起させる働きをもっており，眼球運動には直接に関与しないのにたいして，後者は視覚皮質（後頭眼領域）に起発し，明確ではないのだが，前頭眼領域にも連なっているような繊維の活動を解発する作用を有しているという。また，中心性の効果は黄斑部の興奮に規定され，運動性の効果は周辺部位の興奮によって解発されるのである。一つの角の注視が運動性の効果をもっているということは，それが注視点の移動を起させるということである。だから，ある一つの角の反復注視（同一刺戟の反復注視でなくとも，網膜上の興奮のパタンが同一であればよい）に

よって徐々に機構化されてくる cell-assembly には，運動性の促通を起すような下位系が含まれているであろう。しかし，この機構化を規定するおもな要因は中心性の効果なのである。各各の角の反復注視に対応して cell-assemblies が充分に機構化されているなら，ある一角の注視は，その角の同一性の認知とともに他の角への注視の移行を生じさせ，そしてただちにこの角の注視による感覚性の促通を伴なうであろう。その場合，注視の移行以前に，他の角に対応する cell-assembly へ，中枢での連合作用による促通が起ることもあろう。このような，感覚性促通に先行する中枢性の促通が，実は，注意（あるいは期待）の神経生理学的な意味であると Hebb はいう。

このようにして徐々にではあるが，充分に機構化された cell-assemblies は，連合領野が瀰漫性の細胞構築をもっていることから，相互にきわめて入り組んだ交錯をなしており，したがって多数の cell-assemblies が同時に活動するとき，それらの閉鎖系間の相互促通は，統計学的にみて，頻発するであろう。

こうした相互促通が，やがて，cell-assemblies の個々の活動から多少とも独立した上位の統合系（superodinate integration）を作り上げるのである。そして，これらの閉鎖系，統合系は，運動性の促通を媒介としながら，感覚性の，あるいは中枢性の複雑な継時体制を展開するのだが，phase sequence が定義されるのは，ここにおいてである。Hebb は述べる。すなわち，

> This "ideational" series with its motor elements I propose to call a "phase sequence". 〔3, 98〕

ここで注意しなければいけない重要なことがらは，上位統合系が機構化されても，それは下位の部分的閉鎖系にまったく取って代わるのではなく，部分系とともに phase sequence の活動の中へ組み込まれてくる一単位であるにすぎないということである。単純図形の知覚でさえも加重の過程を含んで成立していることの説明原理が，このように考えると，示されうるからである。単純図形の知覚が文字どおり単純であるのは，上位統合系だけが持続的に活動するからではなく，むしろ部分系の連鎖活動がたえず回帰的に生起しているからである。このように，phase sequence の概念を用いて，さらに複雑な知覚過程，思考過程が巧みに説明されてゆくのである。

ところで，上に要約しながら述べた Hebb の学説は，神経生理学の現段階からみて，かなり大胆ないくたの推論を含んでいるのだから，それをただちに知能見本説における基本仮定（とりわけ bonds の仮定）の神経生理学的対件として取り扱うことは困難である。しかしながら，彼の学説を純心理学的な観点から眺めると，それは，多くの行動，内観的事実を他のどのような学説よりも斉一的体系的に説明しうるように構成されていると思われる。だから，cell-assembly や phase sequence は，多くの心理学的事実を統一的に説明するために設けられた，一つの神経生理学的モデルであると考えても，われわれの当面の考察にとって，いっこうに差し支えはないのである。Hebb が，神経生理学的な概念を工夫して，それによってまさに説明しようとしている心理学的諸事実こそ，見本説の仮定の実質的内容として当てはまるかどうかを吟味しなければならないものである。

さて，それでは，cell-assemblies あるいは phase sequence によって説明されるべき心理

学的諸事実は，見本説において bonds に要請された諸条件をどこまで満足するであろうか。この点を吟味するに当って，いま一度想い起こして留意したいのは，単純図形の知覚においてさえ，そこには内観によって比較的容易に確認しうる加重の過程が働いているという，Hebb もとくに指摘し重視しているあの事実である。おそらく，この加重過程には，きわめて多数の知覚要素が回帰的連鎖的に参与しており，それらがダイナミックな統合を保つときにはじめて，全体的形像の明瞭な知覚が成立するであろう。それは，けっして知覚要素間のスタティックな，恒常的な結合によって成立しているのではないであろう。そして，知覚対象がもっと複雑な形像をもっている場合，その知覚はなおいっそう錯綜しした力動的加重過程を辿るに違いない。

見本説で bonds に要請される諸条件のうちもっとも基本的なものは，まず，それが悉無律に従って機能しなければならないということと，ある与えられた相関行列が hierarchical order を示す場合には，その機能の生起が無作為でなければならないということであった。

Hebb の説くところに従って上に述べた知覚要素の機能とその加重的（加算的）生起は，原理的には，見本説のこの2つの基本条件を満たすのではあるまいか。すなわち，一つの内観的事実である知覚要素は，たとえそれがたんなる神経生理学的モデルであるとしても，とにかく cell-assemblies の機能に対応せしめられているのであるから，そして，この cell-assemblies は，きわめて複雑な多くの下位系を含む交替性の循環的閉鎖系でなければならなかったが，要するにその閉鎖系が全体として促通するかしないかということに，知覚要素の現象的生起が対応するのであるから，それは常に生起するかしないかのどちらかである，つまり悉無律に従って現象するということができよう。また，多数の知覚要素が加重的，加算的に生起するプロセスは，既述のように，けっしてスタテイックで恒常的な結合を保って現象するのではなく，上位統合系に対応する，形像の全体知覚をも一単位としてそこに含むような，不規則で回帰的な力動的連鎖（すなわち phase sequence の現象面）でなければならなかった。このことは，たくさんの知覚要素の現象的生起が，多少なりとも無作為性の条件を備えているということを意味しているのではないだろうか。

ところで，悉無律の要請は，見本説のモデルにおいて相関を定義（算出）するときの根本条件であるから，どうしても満足されなければならないものであるのにたいして，無作為性の要請は，与えられ相関行列の階数が1の場合には必須の条件であるけれども，そうでない（つまり階数が2以上の）場合にはかならずしも完全な形では要求されなくていい条件である。そして，この後の場合は，因子論的に述べれば，群因子あるいは共通因子の存在を意味しており，見本説の立場から眺めれば，bonds（ここでは知覚要素）の間に連合が形成され，そこに一定の構造が成立していることを意味している[3)]。

これまでの考察では，主として知覚要素に話を限定してきたが，Hebb の構想（とくに phase sequence の概念）は，理論の一貫性を保ちながら，もっと高次の諸過程（たとえば思考過程）へと拡張して適用できるような組み立てになっているから，さらに複雑な一般の知能的行動を説明しようとする場合にも，上の若干の吟味が原理的には当てはまるのではなかろうか。もしそのように言えるとすれば，見本説で bonds にたいして要請された，あのまったく形

式的な基本仮定が，多少とも実質的な心理学的意味を獲得することになりはしないだろうか。

註

1）Hebb は「同一性」という概念を，次のように定義している。

Identity is defined here as referring to the properties of association inherent in a perception. The reference has two aspects: first, a figure is perceived as having identity when it is seen immediately as similar to some figures and dissimilar to others——that is, when it falls at once into certain categories and not into others.……Secondly, the object that is perceived as having identity is capable of being associated readily with other objects or with some acticn, whereas the one that does not have identity is recalled with great difficulty or not at all, and is not recognized or named easily. 〔**3**, 26〕

2）この持続時間の割り出しには，知覚における単一な意識内容の保持は，たえず注意が動揺するので，たかだかこの程度のものである，という内観的事実が用いられている〔**3**, 74〕。

3）この点に関して，相関行列の hierarchical order が崩れるのは，何も bonds が連合により一定の構造を獲得したからではなく，用いられたテストが bonds を無作為に抽出しなかったからだ，ということもできよう。なぜなら，一方には，適当な一組みのテストを選ぶことによって，hierchical order を保持しうるという事情もあるからである〔**9**, 48-59〕。

V 見本説の心理学的意義

二因子説と見本説との間に繰り広げられた初期の論争にみられる批判は別としても，一般に見本説にたいしては，bonds という表現で述べられている要素の存在を，実験的操作的に，具体化して証拠立てる用意がない，あるいは，そうした数多くの要素を仮定するよりもむしろ，もしそれらがある一貫した結合をなして生起する度合いが高いのなら，その結合をこそ因子として取り扱うべきではないか，といった形での批判がなされる。たとえば，Guilford, J.P. は，次のように批判している。

In criticism of the sampling theory, it may be said that there seems to be little likelihood of demonstrating experimentally the existence of the elements hypothesized. The fact that coefficients of correlation can be regarded as dependent upon numerous common elements is not proof that correlated abilities are also compouned of numerous elements. If the supposed elements do form rather consistent compounds, giving the appearance of larger psychological unities, there should be interest in those larger unities (group factors). They probably represent something with psychological meaning. They deserve to be recognized, described, named, and utilized. The brain is a complex of neurones, but science is interested in the functioning of great numbers of those neurones in stable combinations. It is in repeated compounds that we find the invariances such as we seek in science. 〔1, 476〕[1)]

しかしながら，これまでの諸節で考察してきたように，見本説の考え方（モデル）は，常に，因子としてカテゴライズされた知能的行動のさらに細かな内部の構造を問題にしようとしているのである。こうした発想のなかには，これまでの因子論的研究では一般に等閑に付されがち，したがって未解明のまま残されてきている，知能的行動の機構に言及しうる契機が胚胎している[2)]。とはいっても，それはまだ文字どおり契機にすぎないのであって，きわめて単純かつ形式的な図式に止まっているのだから，むろん，それに具体的な内容の肉付けをしなければならない。そこで，第IV節では，心理学の現段階で考えられうる，その一つを試みたわけである。

見本説には，因子説のその後の発展にみられるような，あのすばらしい実用価値はないかも

しれない。それは，知能的行動の機構を説明する上で，たんに一つの解釈原理を提供するだけの，純理論的な意義をもつものであるにすぎないかもしれない。しかし，一方では，因子説の基礎をなしている論理に内在する既述の制約が，逆に見本説によって補われうるということになれば，少なくとも両説はもはや二者択一の対立関係にあるのではなくて，むしろ相補関係にあることになろう。つまり，見本説の考え方を否定するのではなく，その発想に宿っている既述の可能性を生かして，これを利用するのでなければならない。今世紀の初頭より一貫して提唱されていた Thomson 見本説のレゾン・デートルは，かえって，このようなところにあるのではないだろうか。

註

1）この引用文の中で，"The fact that coefficients of correlation can be regarded as dependent upon numerous common elements is not proof that correlated abilities are also compounded of numerous elements." と，Guilford が述べている箇所の意味するところは，逆に，因子説にたいしても当てはまる批判である。すなわち，「能力テストの相関が，現実にほとんど例外なく，プラスであるという事実は，共通因子の仮定を許しはするが，その実在を証明するものではない。」

2）Lewin, K. の表現を借りるなら〔4, 1-45〕，見本説がガリレオ的論理を踏まえているとは言い切れないとしても，因子説はアリストテレス的論理の上に立っていると言うことができよう。

REFERENCES

1 Guilford, J.P., Psychometric Methods. McGraw-Hll, 1954.

2 Hebb, D.O., The innate organization of visual activity : I. Perception of figures by rats reared in total darkness. J. Genet. Psychol., 1937, **51**, 101-126.

3 Hebb, D.O., The Organization of Behavior. John Wiley, 1949.

4 レヴィン, K., 相良守次・小川隆（訳），パーソナリティの力学説，岩波書店，1965.

5 McNemar, Q., Psychological Statistics. John Wiley, 1955.

6 中島　巌，thomson「見本説」と知能の定義，愛知大学文学論叢，第30輯，1965，72-92.

7 中島　巌，知能研究の方法論に関する一省察，愛知大学文学論叢，第32輯，1966，103-126.

8 Solomon, H., A survey of mathematical models in factor analysis. *In* Soiomon, H. (Ed.), Mathematical Thinking in the Measurement of Behavior. Free Press of Glencoe. 1960.

9 Thomson, G.H., The Factorial Analysis of Human Ability. University of London Press, 1951.

10 Thorndike, E.L., et al., The Measurement of Intelligence. Teachers College, Columbia University, 1926.

11 吉田洋一・高橋健人，基礎課程線形代数学，培風館，1966,

「教育科学セミナリー」正誤訂正（創刊号，中島論文）

〔頁〕	〔欄〕	〔行または項〕	〔誤〕	〔正〕
13	左	r_{ab} の式	$r_{ab}=\dfrac{p_a p_b n}{\sqrt{p_a n}\sqrt{p_b n}}=\sqrt{p_a p_b}$	$r_{ab}=\dfrac{p_a p_b N}{\sqrt{p_a N}\sqrt{p_b N}}=\sqrt{p_a p_b}$
16	左	(上より) 11	$g_i+s_i^2=1$	$g_i^2+s_i^2=1$
16		Aの (8,5) 成分	$g_1g_2g_3$	$g_1g_2s_3$
17	左	(下より) 8	$r\mathbf{z}_i\mathbf{z}_j=\lvert\mathbf{z}_i\rvert\cdot\lvert\mathbf{z}_j\rvert\cos\theta\mathbf{z}_i\mathbf{z}_j=(\mathbf{z}_i,\ \mathbf{z}_j)$	$r_{\mathbf{z}_i\mathbf{z}_j}=\lvert\mathbf{z}_i\rvert\cdot\lvert\mathbf{z}_j\rvert\cos\theta_{\mathbf{z}_i\mathbf{z}_j}=(\mathbf{z}_i,\ \mathbf{z}_j)$
18	左	(上より) 3	$rg_1{}^2N\cdot g^2{}_2N$	$r_{g_i{}^2N\cdot g_j{}^2N}$
18	左	(上より) 5	$rg_1{}^2N\cdot g^2{}_2N=\dfrac{g_1{}^2 g_2{}^2N}{\sqrt{g_1{}^2N}\sqrt{g_2{}^2N}}=g_1g_2$	$r_{g_1{}^2N\cdot g_2{}^2N}=\dfrac{g_1{}^2 g_2{}^2N}{\sqrt{g_1{}^2N}\sqrt{g_2{}^2N}}=g_1g_2$
18	左	(上より) 8	(p. 19 参照)	(p. 16 参照)
18	左	(上より) 14	(i, j=1, ……, 2n+2)	(i, j=1,……, 2^n)
18	左	註の 3)	p. 19 の	p. 16 の