

UN ACERCAMIENTO AL CONOCIMIENTO DEL FORMADOR DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS^{xxxiii}

An approach to the Mathematics Teacher's Educator Knowledge

Pascual, M. I., Montes, M. y Contreras, L.C.

Universidad de Huelva

Resumen

El objetivo de esta investigación es acercarnos al conocimiento del formador de profesores que enseñarán matemáticas a través de un proceso de investigación top-down y bottom up. Para ello, hemos revisado distintos resultados de investigación que dirigen la mirada hacia determinados elementos que parecen estar presentes en el conocimiento del formador y, a su vez, hemos indagado en la realidad de aula de un formador de maestros de primaria, buscando indicadores que nos permitan complementar los resultados de un campo de investigación emergente, como es el conocimiento del formador de docentes que enseñarán matemáticas. Nuestra investigación nos ha permitido acercarnos al conocimiento que se necesita para gestionar el aprendizaje de futuros maestros, atendiendo a la complejidad de la profesionalización, incluyendo elementos de práctica docente e identidad profesional.

Palabras clave: *conocimiento del formador de profesores, tareas de formación, identidad profesional, conocimiento especializado del profesor de matemáticas.*

Abstract

The objective of this research is to do an approach to the knowledge of the teacher educator of teachers who will teach mathematics through a top-down and bottom up research process. For this, we reviewed research results that focus in certain elements that seem to be present in the knowledge of the teacher educator. At the same time, we deepened in the classroom reality of primary teacher educator, looking for indicators that allow us to complement the results of an emerging research field, such as the knowledge of the mathematics teacher educator. Our research has allowed us to approach to the knowledge that is needed to manage the learning of future teachers, attending to the complexity of professionalization, including elements of teaching practice and professional identity.

Keywords: *teacher educator' knowledge, task of teaching to teach, professional identity, mathematics teachers' specialized knowledge.*

INTRODUCCIÓN

El conocimiento del formador no ha recibido la misma atención que el conocimiento del profesor desde el punto de vista de los resultados de investigación. Solo en los últimos años, este conocimiento ha ido ganando interés para diversos investigadores del área, considerándose un campo de investigación emergente (Beswick y Chapman, 2013; Even, 2008; Jaworski y Huang, 2014). Un punto de partida para abordar este conocimiento, en la medida que el formador es un profesor, es utilizar como referente la perspectiva de conocimiento del profesor de Shulman (1986), redefiniendo la naturaleza del contenido (*content knowledge* y *pedagogical content knowledge* en la terminología de Shulman).

El término formador de profesores incluye diferentes agentes que trabajan con los profesores en distintos contextos y momentos de su desarrollo profesional. Así, existe cierto consenso en

Pascual, M. I., Montes, M. y Contreras, L. C. (2019). Un acercamiento al conocimiento del formador de profesores de matemáticas. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 473-482). Valladolid: SEIEM.

considerar como formadores^{xxxiv} a aquellos que trabajan con los profesores en la empresa de desarrollar su conocimiento profesional para la enseñanza (Even, 2008); desde la formación inicial, como los profesores universitarios, hasta la formación continua, lo que incluiría a los investigadores en educación matemática, los responsables de coordinación curricular en la implantación de reformas educativas o los profesores expertos, siempre en contextos de trabajo colaborativo con profesores. Nuestro acercamiento hacia el conocimiento profesional del formador parte de un informante que imparte clases en un contexto de formación inicial universitaria de maestros, en materia de didáctica de las matemáticas, y en concreto, en el ámbito de la geometría. Por tanto, en adelante, cuando nos refiramos a formador de profesores, lo haremos orientados hacia ese perfil.

En los estudios respecto al conocimiento del formador de profesores, es común que se identifiquen determinados elementos que configuran una forma particular de conocimiento profesional, tanto en sus relaciones con el conocimiento del profesor, como con otros aspectos que intervienen en la construcción y el desarrollo del perfil profesional. En nuestro trabajo, pretendemos explorar esa forma particular de conocimiento en consonancia con la metodología que nos ha permitido la elaboración de un modelo analítico del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo et al., 2018). El modelo, obtenido a través de procesos bottom-up y top-down (Grbich, 2003), se ha ido refinando por su aplicación en diferentes estudios de caso, que han abordado su comprensión en diferentes niveles educativos, mientras se desarrollaban diferentes tópicos matemáticos. Los escenarios de nuestras investigaciones, de forma similar al modo en que lo han hecho otros equipos (Ball, Thames y Phelps, 2008), se han caracterizado por el análisis de episodios que proceden de observaciones de aula, acompañándolos a veces, de entrevistas semi-estructuradas en las que profundizar sobre los indicios y oportunidades que nos brindaba la propia observación. Es desde esta perspectiva desde la que haremos nuestro acercamiento al conocimiento del formador. Así, en este trabajo nos planteamos como objetivo poner de relieve las especificidades del conocimiento del formador, en sus múltiples dimensiones, a través de un estudio de caso, en el contexto concreto de una clase de formación inicial, centrada en la idea de polígono.

REFERENTES TEÓRICOS PARA LA CONCEPTUALIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL FORMADOR DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

El formador de profesores debe estar al tanto de las teorías más relevantes en educación matemática, así como de los resultados de investigación más recientes y de las prácticas y recursos que facilitan el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Jaworski y Huang, 2014). Este hecho nos informa de algunas de las diferentes fuentes de las que emana el conocimiento profesional del formador, que hemos teorizado como: la matemática disciplinar, la investigación en educación matemática y la práctica e identidad profesional (Contreras, Montes, Muñoz-Catalán y Joglar, 2017).

Algunos investigadores conceptualizan el conocimiento del formador como una extensión del conocimiento que el profesor necesita para enseñar (Perks y Prestage, 2008; Zaslavsky y Leikin, 2004; Zopf, 2010). Esto implica considerar una adaptación al nuevo contexto de enseñanza y trasladar los distintos enfoques de conocimiento del profesor a la comprensión del conocimiento del formador. Así, el conocimiento del formador se estructuraría, según Chick y Beswick (2018), en: el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido matemático, que conformarían el *subject matter knowledge*^{xxxv} (Shulman, 1986); y los conocimientos sobre los profesores como aprendices, sobre su interacción con el conocimiento para la enseñanza de las matemáticas, sobre cómo enseñar a enseñar matemáticas y sobre el currículum de formación de profesores, de forma paralela a como se ha estructurado el *pedagogical content knowledge* (Shulman, 1986).

No obstante, si consideramos el conocimiento del profesor como parte del conocimiento del formador, en tanto que configura el contenido de la formación, debemos reflexionar sobre cómo uno y otro profesional se relacionan con ese conocimiento. En concordancia con Zopf (2010), la

diferencia más significativa entre el formador y el profesor en relación con el conocimiento para la enseñanza de las matemáticas radica en la profundidad y la amplitud. Esta diferencia es consecuencia de cómo el formador necesita poseer este conocimiento para transformarlo y facilitar su adquisición, y de cómo el profesor lo necesita como instrumento con el fin de que sus alumnos aprendan matemáticas. De esta forma, las conexiones que realizan los formadores entre las diferentes componentes del conocimiento del profesor, y de estos elementos cognitivos con otros ligados al desarrollo de la profesión del profesor, unidas a un conocimiento matemático base más extenso, determinarían la diferencia.

Retomando la idea del formador de profesores de matemáticas como facilitador en el aprendizaje del conocimiento necesario para enseñar matemáticas, hemos de tener en cuenta que la articulación de ese contenido ocurre a dos niveles, entre el formador y el profesor, y entre el profesor y sus estudiantes. Ambos planos están relacionados, ya que si el éxito del primero condiciona el segundo, el segundo de los escenarios sirve de *feedback* para el primero (Jaworski y Huang, 2014).

En relación a la transformación del primer plano entre formador y profesor, Zaslavsky y Leikin (2004) proponen la extensión del triángulo didáctico a formador-profesor-conocimiento de la enseñanza de la matemática. Según estos autores, el formador debe proponer retos que involucren a los profesores en las tareas de construcción del contenido relacionado con la enseñanza de las matemáticas, de la misma forma que el profesor hace con sus estudiantes en relación con la matemática escolar. En el contexto de las investigaciones de Perks y Prestage (2008), el conocimiento del formador conecta con el saber práctico -que incluye actividades para la formación-, las tradiciones profesionales -en las que se incluyen las formas de trabajar con profesores y las investigaciones en enseñanza y aprendizaje de las matemáticas-, y el conocimiento del estudiante, -que se estructura partiendo del conocimiento que desarrollamos por haber sido profesores-, componiendo así un modelo tetraédrico.

De estos tres referentes que, como hemos señalado, tienen en común el solapamiento del conocimiento del profesor y el conocimiento del formador, podemos extraer otras ideas que orienten nuestra aproximación hacia la comprensión del conocimiento del formador. De un lado, coinciden en incluir las características del aprendiz en estos contextos, que como señala Zopf (2010), tiene que reconstruir una matemática ya aprendida y añadir elementos relacionados con cómo se enseña, porque, y este es otro de los puntos en común, lo que enseña un formador y lo que aprende un profesor, no son (solo) matemáticas.

Nuestro posicionamiento con respecto al conocimiento del formador coincide en ambos puntos con los referentes anteriormente citados. No obstante, las observaciones de aula que hemos ido realizando, han puesto de relieve la emergencia de determinados contenidos que son más cercanos a la aproximación de Beswick y Chapman (2012), quienes señalan que la inclusión del conocimiento del profesor en el conocimiento del formador no es completa, y que si bien hay elementos de conocimiento del profesor que los formadores no necesitan conocer o que necesitan conocer de un modo diferente, éste contendría otros conocimientos específicos.

Asimismo, siguiendo la conceptualización de Feiman-Nemser (2008), consideramos que enseñar a enseñar incluye: *enseñar a pensar como un profesor, enseñar a conocer como un profesor, enseñar a sentirse como un profesor y enseñar a actuar como un profesor* (p. 698). Estos cuatro aspectos requieren de conocimiento de distintas naturalezas y si la relación entre *pensar como* y *conocer como* con el conocimiento profesional parece inmediata, podríamos cuestionarnos qué elementos de conocimiento del formador le permiten enseñar a *sentirse como* y a *actuar como un profesor* a los estudiantes para profesor de matemáticas.

De esta forma, consideraremos que el formador debe poseer conocimiento relacionable con algún modelo de conocimiento (e.g. MTSK, Carrillo et al., 2018)^{xxxvi}. Esto es así debido a que, si consideramos que el conocimiento del profesor se articula en relación a los presupuestos de un

modelo, el conocimiento del formador como agente participante en la construcción de conocimiento en los profesores, debe tenerlo en cuenta. Este conocimiento matizado desde la perspectiva de Beswick y Chapman (2012), y unido a los distintos tipos de conocimiento propuestos por Feiman-Nemser (2008), configuran nuestro acercamiento a la cuestión de investigación.

En este trabajo mostraremos episodios que creemos que ponen de relieve estos conocimientos, para arrojar luz a lo que consideramos que es un conocimiento multidimensional y complejo. El punto de partida será el análisis del contenido de la formación, constituido por los saberes que se ponen en juego en el aula de formación inicial que, aunque no reflejen totalmente el conocimiento del formador, nos sirven como detonante para estudiar su configuración.

ASPECTOS METODOLÓGICOS DE LA INVESTIGACIÓN

Dada la aproximación cualitativa que requiere la pregunta de investigación, se optó por el estudio de caso como estrategia metodológica seleccionando un caso instrumental (Basse, 1999) que nos permita acercarnos a una realidad de aula de formación inicial en la que se está construyendo conocimiento profesional adoptando un enfoque metodológico top-down y bottom-up (Grbich, 2003). El informante de esta investigación, con el seudónimo Lucas, es un formador de maestros con más de 35 años de experiencia, de formación matemático y activo en investigación en Educación Matemática, en el ámbito de conocimiento y desarrollo profesional del profesor. Dada la trayectoria, experiencia y riqueza del conocimiento de Lucas, entendemos que es una fuente de información rica, motivo por el que fue seleccionado para la investigación, además de la accesibilidad a la información que nos proporcionaba. El posicionamiento de Lucas sobre el conocimiento del profesor de matemáticas está estrechamente ligado a los fundamentos del modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas, MTSK (Carrillo et al. 2018), que se encuentra en la base de la estructura del programa de la asignatura y de la planificación de sus sesiones (Montes, Carrillo, Contreras, Liñán-García y Barrera-Castarnado, 2019).

En este sentido, las concepciones de Lucas respecto al contenido de la formación de maestros nos han llevado a poder identificar situaciones en las que, si bien el foco principal es la matemática, se está fomentando el desarrollo de un conocimiento profesional que va más allá del trabajo puramente matemático. Durante sus sesiones, se alimentan distintos tipos de conocimiento que se interrelacionan para conformar un perfil profesional determinado en sus estudiantes para maestro (en adelante, EPM) que se acerca a un modelo de profesor de matemáticas reflexivo. Asimismo, encontramos evidencias de la transferencia de conocimientos provenientes de su trabajo como investigador, lo que nos informa de las relaciones que se establecen entre las diferentes fuentes de conocimiento en el formador de maestros.

En el contexto de la investigación, la formación de los EPM en el ámbito de la Didáctica de las matemáticas en la Universidad de Huelva tiene una carga lectiva de 21 créditos ECTS, distribuidos en diferentes cursos académicos y orientados a distintos bloques de contenido matemático y su enseñanza. Las clases que se grabaron y de las que se han extraído las evidencias se centran en el ámbito de la geometría, en una materia cuatrimestral que se imparte en el último curso de la formación de maestros.

Para realizar esta investigación se han grabado en vídeo un total de 17 sesiones de clase, con presencia de la primera autora y recogida de notas de campo, la observación ha sido no participante (Flick, 2007). La información recogida del aula se ha complementado con la realización de entrevistas con el formador. Estas entrevistas han servido como vehículo para corroborar algunos de los indicios de investigación y para validar los resultados obtenidos, a través de extractos de vídeo que se han compartido con el informante. Asimismo, dada la naturaleza del estudio, se ha realizado una entrevista biográfica con la que hemos podido acceder a la historia profesional del formador y comprender, desde su óptica, las motivaciones que tiene y las decisiones que toma.

Para el análisis de la información se seleccionaron episodios, de una u otra fuente, que han sido organizados en función del contenido de la formación abordado, con la intención de ser agrupados y generar categorías que nos permitan comprender qué se está trabajando en el aula de formación inicial y qué conocimiento profesional subyace en la planificación y la gestión de esas situaciones. La validación del análisis se consigue mediante los procesos de triangulación de consenso entre expertos (Flick, 2007) y el contraste entre fragmentos procedentes de distintos instrumentos de recogida, como aproximación multi-metodológica (Baxter y Lederman, 2001).

ANÁLISIS DE LOS EPISODIOS DE FORMACIÓN

En las siguientes líneas, presentamos extractos de la observación de aula en los que identificamos tipos de conocimiento que sirven para evidenciar esa especificidad de la que nos informan Beswick y Chapman (2012) para el conocimiento del formador y que sostenemos que lo diferencian del conocimiento del profesor de matemáticas.

En la primera de las evidencias, Lucas se encuentra gestionando una actividad sobre la construcción de la definición de polígono. El objetivo principal de la tarea es que los EPM, a partir de la diferenciación de distintas figuras, encuentren las características clave que van a conformar la definición, de forma que vivencien un proceso elemental en la construcción de la matemática. No obstante, la situación se utiliza como vehículo para llevar al aula otro tipo de reflexiones, que nos hacen ver cómo Lucas tiene presente los dos niveles de desarrollo de la formación de profesores, en la que se alternan los roles de aprendiz y futuro profesor.

Lucas: [...] Pensemos como estudiantes de primaria por un momento, a ver cómo se sentirían ellos en una sesión donde se intenta construir el concepto de polígono. ¿Qué más queremos pensar? ¿Hay una única forma de definir polígono? ¿De una manera correcta? ¿O hay varias posibilidades? Si los niños de primaria hicieran esto ¿qué aprenderían? [*Se acerca a los alumnos*] ¿Qué es más interesante, definir polígono y ver lo que son ejemplos o no ejemplos de polígono o construir la definición entre todos sobre la base de unos ejemplos? Es decir... ¿Qué es mejor, ir de lo particular a lo general o de lo general a lo particular? No lo contestemos ahora, pero al final de la sesión deberemos haber contestado a todas estas preguntas.

Durante este fragmento, Lucas intenta situar a los futuros profesores en el papel de alumnos de primaria, invitándoles a iniciar una reflexión basada en diferentes roles con la que puedan medir el alcance de las decisiones que toman los profesores en el desarrollo de una propuesta de enseñanza. Esta estrategia de enseñanza se observa en otros cortes de la grabación de las sesiones, lo que nos informa del saber práctico de Lucas como formador, pero además, de cuál es el contenido que pretende construir con sus EPM. En este caso, el contenido, gira en torno al conocimiento especializado (MTSK) que se requiere en la construcción de conceptos geométricos, reflexionando sobre el proceso de construcción de la definición –incluido en el *conocimiento de la práctica matemática*–, sobre cómo interactúan los alumnos con ese contenido –que alimentaría el *conocimiento sobre las características de aprendizaje de las matemáticas*– y sustentado en la discusión crítica de decisiones metodológicas para la tarea, donde se incluyen elementos de teoría de didáctica de la matemática, como las aproximaciones inductivas y deductivas y las diferentes secuencias de ejemplificación– todos estos saberes estrechamente ligados al *conocimiento para la enseñanza de las matemáticas*. La identificación de estos conocimientos en el discurso de formador nos da pie a reflexionar sobre el conocimiento que le permite utilizar el MTSK como objeto de aprendizaje de los EPM, que incluye en cierta forma el modelo de conocimiento especializado, pero que se distingue como más conexo y manejable. Este conocimiento del modelo permite a Lucas hacerlo accesible a los EPM.

Lucas pretende que sus alumnos construyan un conocimiento profesional basado en el cuestionamiento de diferentes aspectos del conocimiento especializado que conlleva el análisis

profundo de las tareas de enseñanza, y que presentan al EPM la oportunidad de desarrollar una identidad profesional basada en la reflexión. Esto nos sirve para identificar el conocimiento del formador sobre concepciones de los profesores y sobre cómo estas modulan el conocimiento, construyendo una manera determinada de sentirse como profesor entre los futuros profesores.

Podemos mostrar más situaciones en las que se observa la dualidad aprendiz-futuro profesor. Por ejemplo, en el segundo extracto, observamos cómo se pone de manifiesto un conocimiento que, si bien podría encuadrarse dentro del *conocimiento sobre estándares de aprendizaje* para profesores de matemáticas, muestra una comprensión de dicho conocimiento que es distinta a la del profesor. En el aula de formación inicial se está trabajando sobre la comprobación y la demostración de que la suma de los ángulos de un triángulo es 180 grados. En la unidad, una alumna corta los ángulos de un triángulo genérico para colocarlos de forma consecutiva:

Lucas: Esta es la manera más intuitiva, más sencilla [*de hacer la comprobación*]. En el primer curso de primaria, donde se os antoje de comprobar, no de demostrar, comprobar y demostrar son conceptos distintos... de comprobar que la suma de los triángulos interiores es un llano, de convencerse de que es un llano, pero no es suficiente para nosotros.

Consideramos que es una comprensión diferente a la del profesor, en tanto a la riqueza de los distintos tipos de conocimiento que relaciona Lucas sobre la comprobación en matemáticas. En la evidencia, el detonante es el resultado matemático de que la suma de los ángulos del triángulo es 180 grados, porque los EPM lo utilizarán más adelante para caracterizar otros tipos de polígonos. No obstante, en la gestión de Lucas se relacionan *conocimiento sobre la práctica matemática* (comprobación-demostración), *conocimiento sobre los estándares de aprendizaje* (secuenciación por niveles en la etapa de Educación Primaria), *conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas* (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la construcción de conocimiento matemático) y *conocimiento sobre las características de aprendizaje de las matemáticas* (cómo los alumnos de primaria pueden iniciarse en la formalización de la matemática). El conocimiento que subyace a la capacidad de hacer este tipo de relaciones no es, en principio, un conocimiento atribuible a un maestro de primaria.

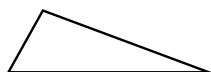
Las referencias a la etapa de Educación Primaria son comunes en las sesiones de formación de Lucas y además de dirigirse hacia la articulación de distintos contenidos, se orientan hacia la construcción de un modelo de profesor crítico que cuestione los recursos y las prácticas educativas a partir de una reflexión basada en las matemáticas y su aprendizaje. En el siguiente extracto, el origen se encuentra en las diferentes categorizaciones que se pueden hacer de los cuadriláteros, según los criterios que se tengan en cuenta. En concreto, Lucas trabaja con sus alumnos la diferencia entre categorizaciones inclusivas y disjuntas cuando transforma la tarea en una actividad profesional:

Lucas: Buscad en los libros de texto si lo llaman romboide o lo llaman paralelogramo sin más, a ver qué libro lo llama de una manera y qué libro lo hace de otra. En segundo [curso de Grado], normalmente yo pregunto quién ha aprendido a restar con el algoritmo de tomar prestado y quién ha aprendido con el algoritmo de regalar, y normalmente hay de los dos tipos, pues a ver si en los libros de texto también tenemos esa diferencia, o a ver por otro lado si la mayoría de libros usan el concepto excluyente, usan una opción excluyente frente a una opción inclusiva, todo esto lo veremos más adelante... pero ya que está aquí lo aprovechamos.

Así, observamos cómo Lucas tiene presentes diferentes aproximaciones de enseñanza y trata de reconstruir con sus alumnos ideas matemáticas que son esenciales, pero desde un punto de vista profundo, que ayude al EPM a repensar con fundamento el contenido y a flexibilizar su idea de la materia y de los diferentes enfoques metodológicos.

Lo mismo ocurre en otras situaciones, como durante una sesión en la que se trabajan las características de los triángulos, en la que Lucas hace hincapié en cómo los diseños de actividad o los ejemplos que se exponen a los alumnos de primaria, tienen consecuencias sobre su aprendizaje:

Lucas: ¿Qué imagen tendrán los niños de un triángulo? Los triángulos en la cabeza de los niños: primero, serán isósceles, y hay muchos más; segundo, tendrán una sola base, porque aquí la idea de base se potencia como única cuando no hay solo una ¿por qué? Porque estamos estableciendo un lado paralelo a los bordes de la pizarra ¿no? Ocasionalmente pintaremos el escaleno:



Pero de nuevo lo haremos igual, pintaremos... [*Señala el lado horizontal*] Bueno pues esto no lo vamos a hacer, ¿no? Es lo que quiero decir, no vamos a seguir con esta dinámica de repetir los errores que los libros de texto provocan en los estudiantes. Se recomienda trabajar con representaciones en la pizarra diferentes, si quiero pintar un triángulo genérico pues lo pintaré de manera que no haya bordes de referencia:



En este último caso, además, la entrevista posterior con el formador nos sirvió para corroborar su intencionalidad en que los estudiantes se cuestionen no sólo el libro de texto, sino en general los recursos que se utilizan en la enseñanza de las matemáticas, de forma que asuman un papel crítico. Además, afloran indicios de la inclusión de teorías provenientes de la investigación en Educación Matemática, otro de nuestros puntos de partida, cuando el formador hace alusión a la imagen del concepto de triángulo (Tall y Vinner, 1981) y a las consecuencias del empobrecimiento de dicha imagen a través de la utilización de ejemplos estandarizados.

Por último, otros escenarios en las sesiones analizadas nos informan de actividades de formación inicial que servirían de punto de partida para la identificación de conocimiento del formador. Ejemplo de este tipo de tareas y las relaciones que hace el formador, se encuentran en el siguiente fragmento.

Lucas: De hecho, la actividad de hoy os sugería –la actividad tres- que diseñarais una actividad para clasificar triángulos, usando geoplanos o trama, así que eso es lo que espero que ahora me contéis, qué habéis hecho, cómo habéis diseñado esa actividad.

Marta: Bueno lo que haría sería que dibujaría... pondría en el suelo puntos reflejando una trama y ahora a los alumnos los ataría a todos mediante una cuerda. Todos los alumnos estarían en la cuerda y yo pues marcaría, por ejemplo, les pondría puntos rojos y tendrían que marcar los tres puntos.

Lucas: Así que está usando una versión muy personal de una trama y yo creo que ella lo está haciendo pensando en que cuando los niños vivencian el concepto que se va... no solo a manipular sino vivir, trazar, al moverse por el concepto que se pretende trabajar, van a conseguir un nivel de adquisición mayor [...] Marta y ¿tú crees que ellos se quedan en su cabeza, cada vez, el triángulo que han formado para poder compararlos unos con otros? [Espera] Vamos a verlo, a ver, todo el mundo de pie. Formad un triángulo cualquiera [Se levantan y se van dando las manos]

La actividad que se realiza en el aula vuelve a hacer énfasis en el papel de las tareas en el aprendizaje de los alumnos situando al EPM en un aula de primaria y propiciando la discusión de

las aproximaciones de los futuros maestros a un mismo contenido. De este modo, la tarea de formación incluyó reflexiones sobre el diseño en el grupo de futuros profesores que sirvió para la puesta en valor de la identidad profesional compartida entre el grupo de profesores.

Paloma: Yo le daría una trama a un encargado que vaya dibujando lo que están haciendo...

Lucas: Que vayan otros representando lo que unos van haciendo... Esto como sugerencias, Marta.

Marta: No es que se me acaba de ocurrir que sería mejor darles un geoplano antes de darles la trama.

Lucas: Lo que tú acabas de descubrir es que cuando varios maestros de un colegio trabajan en equipo, diseñan actividades mejores... Claro, sin duda alguna. Eso hagámoslo, por favor, no trabajemos aisladamente. Bueno, ¿ya lo tenemos?

Además, Lucas sitúa a los EPM en un escenario de trabajo colaborativo entre profesores lo que además de reforzar la identidad profesional en relación a *sentirse como profesor*, favorece el aprendizaje del EPM en relación al diseño de tareas y de las diferentes formas de trabajo, reforzando el *actuar como profesor* entre el grupo de clase.

CONCLUSIONES

En pos de alcanzar nuestro objetivo por comprender la naturaleza del conocimiento del formador de profesores, nuestro estudio nos ha permitido poner de relieve, en primer lugar, elementos del conocimiento del formador que suponen una forma diferente de conceptualizar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas que tienen los profesores. Esta diferencia, como señalan Beswick y Chapman (2013), radica tanto en las diferencias del contenido que enseñan, como en la intencionalidad de la enseñanza que se ponen de manifiesto en los dos niveles de aprendizaje que el formador tiene en su mente: el del futuro profesor y el de los futuros alumnos de éstos.

Hemos puesto de manifiesto que, en aquellos elementos del conocimiento de profesor y formador que son comunes (desde nuestra perspectiva, los que se corresponden con el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, MTSK), estos tienen en el formador mayor extensión, profundidad (en el sentido de Zopf, 2010) y, sobre todo, riqueza de relaciones, como se evidencia cuando relaciona el *conocimiento sobre la práctica matemática* (comprobación-demostración del valor de la suma de los ángulos interiores de un triángulo), *conocimiento sobre los estándares de aprendizaje* (secuenciación de los distintos grados de formalización según la etapa de Educación Primaria), *conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas* (la estrategia que utiliza, asociada al recurso de recortar, para la construcción de ese conocimiento) y *conocimiento sobre las características de aprendizaje de las matemáticas* (comprensión de cómo los alumnos de primaria pueden iniciarse en el proceso de formalización). Esto supone una aportación de este estudio dado que estudios anteriores se limitan a comparar el conocimiento disciplinar de formador y profesor.

Hemos mostrado también evidencias de conocimiento que permiten al formador *enseñar a pensar como un profesor*, *enseñar a conocer como un profesor*, *enseñar a sentirse como un profesor* y *enseñar a actuar como un profesor* (Feiman-Nemser, 2008, p. 698). Lucas sitúa a sus EPM en escenarios de trabajo colaborativo entre profesores y muestra conocimiento sobre diferentes características que configuran la identidad profesional de un profesor, incluyendo sus concepciones, trasladando a sus estudiantes elementos que caracterizan a un profesor crítico y reflexivo ante los recursos y las prácticas educativas en educación matemática. En este mismo sentido, emergen en este estudio algunos elementos propios del conocimiento del formador, como parte de su saber práctico, como es el conocimiento de las estrategias de enseñanza basadas en roles.

Las diferencias del conocimiento del formador con respecto al profesor al que forma, así como las relaciones con el conocimiento de dichos profesores, unidas a la relevancia del propio formador en los procesos de formación inicial, ponen de relieve la necesidad de discutir las especificidades del conocimiento del formador. Esta discusión puede ser útil de cara a comenzar a estudiar modelos de

formación de formadores, que nos permitan converger, en última instancia, en un modelo compartido de formación de profesores.

Referencias

- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Londres, Reino Unido: Open University Press.
- Baxter, J. A. y Lederman, N. G. (2001). Assessment and measurement of pedagogical content knowledge. En J. Gess-Newsome y N. G. Lederman (Eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education* (pp. 147-161). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.
- Beswick, K. y Chapman, O. (2012). Discussion group 12: Mathematics teacher educators' knowledge for teaching. En S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes* (pp. 629-632). Cham, Suiza: Springer.
- Beswick, K. y Chapman, O. (2013). Mathematics teacher educators' knowledge. En A. M. Lindmeier y A. Heinze (Eds.). *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1* (p. 215). Kiel, Alemania: PME.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., ... y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253.
- Chick, H. y Beswick, K. (2018). Teaching teachers to teach Boris: a framework for mathematics teacher educator pedagogical content knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(5), 475-499.
- Contreras, L. C., Montes, M., Muñoz-Catalán, M. C. y Joglar, N. (2017). Fundamentos teóricos para conformar un modelo de conocimiento especializado del formador de profesores de matemáticas. En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 11-25). Huelva: CGSE.
- Even, R. (2008). Facing the challenge of educating educators to work with practicing mathematics teachers. En B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education: The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional, Vol. 4* (pp. 57-74). Rotterdam, Países Bajos: Sense.
- Feiman-Nemser, S. (2008). Teacher learning: how do teachers learn to teach? En M. Cochran-Smith, S. Feiman-Nemser, D. J. McIntyre y K. E. Demers (Eds.), *Handbook of Research on Teacher Education: Enduring Questions in Changing Contexts* (p. 697-705). Nueva York, EE.UU.: Routledge.
- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morata.
- Grbich, C. (2003). *New Approaches in Social Research*. Londres, Reino Unido: SAGE.
- Jaworski, B. y Huang, R. (2014). Teachers and didacticians: key stakeholders in the processes of developing mathematics teaching. *ZDM*, 46(2), 173-188.
- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. M. y Barrera-Castarnado, V. J. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: Prácticas sobre el aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional* (pp. 157-176). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Perks, P. y Prestage, S. (2008). Tools for learning about teaching and learning. En B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education: The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional, Vol. 4* (pp. 265-280). Rotterdam, Países Bajos: Sense.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

- Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Zaslavsky, O. y Leikin, R. (2004). Professional development of mathematics teacher educators: growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 7(1), 5-32.
- Zopf, D. A. (2010). *Mathematical knowledge for teaching teachers: The mathematical work of and knowledge entailed by teacher education* (Tesis doctoral no publicada). University of Michigan, Ann Arbor, EE. UU.

^{xxxiii} Esta investigación está financiada por el centro de investigación COIDESO de la Universidad de Huelva y por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades del Gobierno de España.

^{xxxiv} En este trabajo nos referiremos al formador como aquel agente que interviene en la formación del profesor que enseñará matemáticas desde la perspectiva de la educación matemática. Hablaremos de profesor que enseña o enseñará matemáticas con la intención de englobar a maestros, o profesores de primaria, y profesores de Secundaria y Bachillerato.

^{xxxv} Usaremos la terminología de Shulman (1986) entendiendo que *subject matter* y *content* no se refieren aquí (solo) a matemáticas, sino al contenido de la formación.

^{xxxvi} El modelo analítico de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) se articula sobre la base de las concepciones del profesor, sobre la matemática y sus procesos de enseñanza y aprendizaje, y se estructura en dos grandes dominios: el dominio del conocimiento matemático, que incluye como subdominios el conocimiento de los temas, el conocimiento de la estructura de la matemática y el conocimiento de la práctica matemática; y el dominio del conocimiento didáctico del contenido, que se compone de los subdominios del conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas y el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas.