APROXIMÁNDONOS AL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA ESTUDIANTE PARA MAESTRO A PARTIR DE UNA NARRATIVA

Approaching to a student teacher's specialised knowledge from a narrative

Contreras, L. C.[a], Carrillo, J.[a] y Climent, N.[a]
[a]Universidad de Huelva

Resumen

Utilizaremos el modelo analítico del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas para el análisis de una narrativa de una estudiante para Maestro. Comenzamos con una breve explicación del origen del modelo y de la finalidad con que se construyó, que permitirá comprender sus potencialidades y limitaciones, especialmente al aplicarlo al análisis de una narrativa. A continuación, haremos una presentación general de sus subdominios, utilizando ejemplos relacionados con la temática de fondo de la narrativa para una mejor comprensión en el análisis posterior. Este análisis mostrará evidencias del conocimiento de Rosa y de las relaciones entre los distintos subdominios de MTSK, así como indicios y oportunidades para profundizar en su conocimiento. Terminaremos reflexionando sobre la comprensión del conocimiento de Rosa que nos permite el modelo, donde los algoritmos convencionales de la resta parecen ocupar un lugar central.

Palabras clave: *conocimiento del profesor, conocimiento especializado, estudiante para profesor, narrativa, sustracción.*

Abstract

We will use the analytical model of Mathematics' Teacher Specialized Knowledge Mathematics (MTSK) for the analysis of a narrative of a prospective teacher. We begin with a brief explanation of the origin of the model and the purpose for which it was built, which will allow understanding its possibilities and limitations, especially when applying it to the analysis of a narrative. Next, we will make a general presentation of their subdomains, using examples related to the background topic of the narrative to achieve a better understanding in the later analysis. This analysis will show evidence of Rosa's knowledge and the relationships between the different subdomains of MTSK, but also indications and opportunities. We will end up reflecting on the understanding of Rosa's knowledge that the model allows us, where the conventional algorithms of subtraction seems to have a central role.

Keywords: *teacher knowledge, specialized knowledge, prospective teacher, narrative, subtraction.*

INTRODUCCIÓN

Si bien nuestro interés por el conocimiento del profesor de matemáticas surge desde que decidimos indagar sobre las concepciones, para dar explicación a la escasa eficacia que parecían tener las estrategias convencionales de formación permanente del profesorado, es en realidad con la puesta en marcha de Proyectos de Investigación Colaborativa (PIC) cuando tomamos conciencia de la necesidad de explorar las características de los conocimientos que ponían en juego los profesores de Educación Primaria que participaban en el mismo.

Contreras, L. C., Carrillo, J. y Climent, N. (2018). Aproximándonos al conocimiento especializado de una estudiante para maestro a partir de una narrativa. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 51-65). Gijón: SEIEM.

Nuestra investigación sobre desarrollo profesional, especialmente en entornos colaborativos, se orientó hacia la mejora de nuestra comprensión sobre el conocimiento de los profesores con los que trabajábamos. Así, dimos el paso de investigar *sobre* profesores a investigar *con* profesores (Skott, Zoest y Gellert, 2013). En el PIC se diseñaban sesiones de aula que un profesor del grupo implementaba después con sus alumnos y fue en esos momentos cuando ellos nos mostraron la necesidad de profundizar en su conocimiento ante algunas carencias que se constituían en un obstáculo para seguir desarrollándose profesionalmente (Climent y Carrillo, 2003). Como investigadores tuvimos la necesidad de desarrollar un instrumento que nos permitiera realizar una reflexión profunda de la práctica de forma que posibilitara un análisis fino de los conocimientos implicados.

Nuestros trabajos se sitúan en una perspectiva interpretativa, por ello, es preciso destacar que nuestro interés en la comprensión de ese conocimiento no tiene un propósito evaluativo, sino comprensivo; no nos interesa, en general, etiquetar lo que los profesores conocen o no conocen, sino, desde una perspectiva interpretativa, comprender la estructura de su conocimiento y los elementos que lo conforman en el contexto de la práctica.

La observación del aula es nuestra fuente esencial de obtención de información acerca del conocimiento que el profesor pone en juego. Pero al analizar su aplicación o uso, a veces encontramos evidencias, a veces indicios del conocimiento que el profesor posee, filtrado, entre otros, por elementos del contexto y la propia interpretación del investigador-observador, y a veces oportunidades para seguir indagando. Es por ello que también nos apoyamos en la planificación del profesor, en cuestionarios y entrevistas (individuales y conjuntas con otros compañeros), en análisis de vídeos o situaciones de aula, entre otros escenarios (Flores-Medrano, Escudero-Ávila y Aguilar-González, 2013).

Los focos de interés en los que solemos aplicar el modelo analítico del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, de sus siglas en inglés), que se expondrá más adelante, son todos aquellos que se corresponden con contextos (profesionales, en general, o de aula en particular) en los que el profesor desarrolla su actividad profesional. Por ello, nos interesa <u>acercarnos al conocimiento que un profesor pone en juego</u> cuando, por ejemplo, evalúa, planifica, diseña tareas, usa recursos, discute con pares, plantea preguntas a sus estudiantes o responde a las que recibe de estos, formula ejemplos, aborda los errores y obstáculos de sus estudiantes, introduce o define conceptos, justifica, argumenta o demuestra resultados, o resuelve problemas. Es en cada uno de estos contextos en los que la aplicación de MTSK tiene más sentido y los que organizarían nuestra pregunta de investigación (subrayado).

Es preciso indicar que los instrumentos de obtención de información convertible en datos están estrechamente vinculados a los instrumentos de análisis de dicha información, los cuales emergen o se relacionan íntimamente con el marco o el modelo teórico. Por ello, analizar con el MTSK la narrativa de Rosa, que no procede de un profesor sobre su propia práctica, requerirá incluir suposiciones o especulaciones y, probablemente, en ocasiones no será posible extraer unidades de información plausibles (evidencias) para apoyar la existencia de indicadores del MTSK. A veces estaremos ante una información que parece indicar un determinado tipo de conocimiento (indicio), a veces ante una oportunidad para seguir explorando, derivada de un fragmento o contexto donde surge la información. En una narrativa como la de Rosa estamos ante la interpretación que de la práctica de un profesor hace una estudiante en prácticas, lo que difiere sustancialmente del análisis de la práctica de un profesor (en sus fases enactiva, activa o postactiva). En este caso, el análisis se hace más complejo en la medida que conocemos cómo ha sido la sesión observada solo a través de los ojos de Rosa. Esto hace que resulte complejo responder a la pregunta de investigación antes señalada (ya que el acceso al conocimiento es diferido) y que, por tanto, de entrada, sea más probable obtener indicios y oportunidades que evidencias del conocimiento de Rosa. Por otro lado, las orientaciones que se dan a Rosa para narrar lo que ha visto están mediadas por las consignas que recibe, que no pretenden centrarse en su conocimiento, sino en su capacidad de interpretar la situación de aula descrita.

No obstante, en nuestro análisis nos aproximaremos al conocimiento especializado que evidencia Rosa en sus comentarios al exponer cómo comprende la situación que describe. Mostraremos evidencias, indicios y oportunidades de su conocimiento, diferenciándolos. Los indicios y oportunidades nos invitan a seguir indagando, lo que requeriría de una información complementaria, como por ejemplo una entrevista semiestructurada posterior a un primer análisis de la narrativa. El uso de entrevistas que permitan profundizar en el conocimiento del profesor es común en nuestras investigaciones con MTSK. Las oportunidades suponen, por su parte, una reflexión sobre los conocimientos que entendemos implicados en la comprensión de la situación que describe Rosa. Nuestro análisis, por tanto, intenta responder a la siguiente pregunta: ¿qué evidencias, indicios y oportunidades podemos extraer acerca del conocimiento que Rosa pone en juego en su narrativa?

En el apartado que sigue mostraremos el origen y el proceso de construcción del modelo analítico del conocimiento del profesor de matemáticas (MTSK), que utilizaremos después para realizar el análisis de la narrativa de Rosa. Terminaremos reflexionando sobre la comprensión que del conocimiento de Rosa nos permite MTSK a partir del análisis de la narrativa, destacando lo que aportan los resultados presentados a la investigación ya existente sobre conocimiento del profesor sobre la resta.

EL MODELO MTSK COMO MARCO DE ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

En nuestras primeras investigaciones, la noción de *conocimiento didáctico del contenido* de Shulman fue fundamental en la medida en que enfatizaba el conocimiento del profesor específico de la materia que enseña. En ese mismo sentido, el modelo de *Conocimiento Matemático para la Enseñanza* (MKT), del grupo de Deborah Ball (Ball, Thames y Phelps, 2008) nos mostraba una organización en forma de dominios y subdominios del conocimiento específico para el profesor de matemáticas, incluyendo además un subdominio llamado *conocimiento especializado del contenido*, compuesto por el conocimiento matemático que solo tenía sentido para el profesorado de matemáticas.

En muchas ocasiones, cuando usábamos MKT para analizar el conocimiento del profesor, resultaba muy difícil diferenciar el *conocimiento especializado del contenido* del subdominio del *conocimiento de matemáticas y de los estudiantes*, a pesar de que el primero forma parte del dominio de conocimiento matemático y el segundo, del conocimiento didáctico del contenido. Otros investigadores han justificado dificultades similares en la generación de otros modelos de análisis (como el Conocimiento Didáctico-Matemático, de Godino y Pino-Fan, 2013). Por otro lado, en algunas ocasiones no nos era posible categorizar con MKT aspectos que, desde nuestra perspectiva, formaban parte del conocimiento del profesor y eran exclusivos del profesor de matemáticas, como el conocimiento de teorías de enseñanza de las matemáticas (que se asocia a la explicitación verbal -formal o informal- de elementos integrantes de una teoría de enseñanza; no se asocia a la opinión sobre cómo se debe enseñar matemáticas, lo cual pertenece al dominio de las concepciones). Asimismo, resultaba complejo diferenciar *conocimiento común* de *conocimiento especializado*, por la dependencia del contexto escolar o de las tradiciones de enseñanza de cada lugar o país. Saber, por ejemplo, qué orden de unidades tiene el resto en el algoritmo convencional de la división de números naturales una vez que hemos sacado decimales es conocimiento común o especializado, ¿lo necesitan en otras profesiones? ¿Debe o puede considerarse conocimiento escolar? Una dificultad añadida en la aplicación del modelo es que algunas definiciones de los subdominios del MKT están enunciadas en términos de la acción en la que se moviliza dicho conocimiento, más que en describir el conocimiento en sí. Este es el caso del conocimiento especializado, del cual se dice, en Ball, Thames y Phelps (2008, p. 400), que permite “encontrar patrones en los errores de los estudiantes, o valorar cuándo un procedimiento no estándar funciona en general”.

Tras constatar que nuestras dificultades eran compartidas por otros investigadores que utilizaban MKT (e.g. Silverman y Thompson, 2008), decidimos modificar nuestra perspectiva hacia un modelo donde el conocimiento implicado, en su conjunto, tuviera sentido para el profesor de matemáticas (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013), independientemente de que partes de este conocimiento tuvieran sentido para otras personas.

En el MTSK, la especialización del conocimiento del profesor afecta a todos los subdominios, así como a la interrelación entre estos. Todo el conocimiento del profesor que nos interesa, tanto el conocimiento matemático como el conocimiento didáctico del contenido, es especializado en el sentido de que se refiere de manera inequívoca a la matemática como objeto de enseñanza y aprendizaje (Scheiner, Montes, Godino, Carrillo y Pino-Fan, 2017). Además, nos interesa definir el conocimiento matemático (MK) de forma intrínseca, aludiendo a la matemática en sí, más que en oposición a otros posibles usuarios de la matemática (de aquí que no distingamos entre conocimiento común y especializado).

Para organizar el conocimiento matemático del profesor nos inspiramos en la idea de Ma (1999) de conocimiento profundo de la matemática elemental. La base de este conocimiento profundo es el que denominamos *Conocimiento de los Temas* (KoT). Junto a este, el conocimiento de cómo se hace matemáticas (conocimiento sintáctico de la matemática, Schwab, 1978) es fundamental para que el profesor pueda generar nuevo conocimiento y enseñar a sus alumnos a hacer matemáticas (subdominio del *Conocimiento de la Práctica Matemática,* KPM). Por último, el conocimiento de conexiones interconceptuales entre contenidos matemáticos (Figueiras, Ribeiro, Carrillo, Fernández y Deulofeu, 2011) recoge, entre otras, tanto las conexiones con contenidos más avanzados como con contenidos más elementales (*Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas*, KSM). Este subdominio también incluye el conocimiento sobre conceptos transversales, como el infinito o la proporcionalidad. Existen también las conexiones intraconceptuales, que se dan entre elementos o propiedades de un concepto; estas conexiones se consideran en el KoT. Estos tres subdominios configuran el conocimiento matemático descrito en el MTSK.

En relación con el PCK, definimos los subdominios de modo que el foco de todos ellos fuera la enseñanza y aprendizaje del contenido matemático, sin que pueda entenderse como una yuxtaposición de conocimiento pedagógico y conocimiento del contenido matemático. De este modo, hablaremos de *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas* (KMT), *Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas* (KFLM) y *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas* (KMLS). En los dos primeros subdominios tienen cabida las teorías del profesor (tanto personales como institucionales) sobre cómo se enseña y cómo se aprende el contenido matemático, respectivamente. Por su parte, el KMLS amplía la idea del conocimiento curricular de Shulman para incluir el conocimiento del profesor sobre qué puede enseñar y esperar que aprendan los alumnos en un nivel determinado, guiado por directrices curriculares, investigaciones y otras orientaciones profesionales relativas a la organización curricular.

Destacamos los siguientes rasgos de cara a la comprensión de la construcción y la aplicación del MTSK:

- Se apoya en las concepciones del equipo de investigación que lo ha diseñado (Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva).
- Se incluye un dominio de creencias, en el centro del modelo, desde la perspectiva que estas permean todo el conocimiento. Este dominio contribuye a explicar las relaciones entre

elementos de los distintos subdominios y, de este modo, a explicar el conocimiento del profesor en la práctica.

- Interesa aquello que es específico del profesor de matemáticas, por eso entendemos que todo el conocimiento que organiza es especializado.
- En la organización del dominio del conocimiento didáctico del contenido se contemplan, entre otros, conocimientos de elementos teóricos (de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas) y de estándares de aprendizaje.
- Busca la caracterización de cada dominio y subdominio a través de un sistema de categorías que contienen a la matemática de un modo intrínseco.
- Busca comprender el conocimiento del profesor de matemáticas, desde la perspectiva del conocimiento que este usa en y para la práctica.
- La obtención de datos se realiza desde fuentes y contextos variados (observación, entrevistas, foros online…).

El modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas supone un cambio de perspectiva en algunos aspectos del conocimiento profesional del profesor de matemáticas, como por ejemplo al considerar todo el conocimiento como especializado, caracterizar el dominio del conocimiento matemático de un modo intrínseco a la propia matemática, incluir elementos de conocimiento del profesor (antes referidos) en el dominio del conocimiento didáctico del contenido que no se habían contemplado en otros modelos o considerar el dominio de las creencias sobre la matemática y sobre su enseñanza y aprendizaje. Asimismo, el MTSK refina la descripción de sus subdominios desglosándolos en categorías, que serán usadas en el análisis de la narrativa de Rosa y que pasamos a presentar.

El *Conocimiento de los Temas* se compone del conocimiento de definiciones, propiedades y sus fundamentos (como saber que si se suma la misma cantidad a los dos términos de una resta, el resultado no varía), fenomenología y aplicaciones (como conocer el significado de la resta asociada a situaciones de comparación/igualamiento), registros de representación (saber expresar algebraicamente un problema de comparación), y procedimientos (incluyendo tanto el procedimiento como por qué se hace así, cuándo se puede hacer, y cómo es su resultado; por ejemplo, con relación a la resta, conocer distintas estrategias para resolverlas como “contar a partir de” o los algoritmos convencionales en situaciones con o sin llevada, incluyendo las bases o razones de dichos procedimientos).

En el conocimiento de las conexiones incluido en el *Conocimiento de la Estructura de la Matemática* diferenciamos: conexiones de complejización (donde se relaciona un contenido con otro más avanzado), conexiones de simplificación (se conecta un contenido con otro más simple), conexiones auxiliares (un contenido sirve como herramienta para otro contenido) y conexiones transversales (un contenido se conecta como hilo conductor con varios contenidos). Por ejemplo, conocer que la división puede hacerse como resta repetida (simplificación, porque la resta puede ser un precursor de la división), que la suma y la resta de números enteros son operaciones inversas (complejización, porque se ven las operaciones desde un punto de vista más avanzado, dentro de la estructura algebraica de un conjunto numérico), conocer la relación de la resta (quitar uno) con la secuencia numérica descendente (simplificación, puede verse la secuenciación numérica como precursor), o conocer que la suma y la resta están vinculadas a la unión de partes como idea que se encuentra en diferentes núcleos matemáticos, como la aritmética o el álgebra (transversal, la idea de unión como idea que relaciona distintos contenidos matemáticos).

El conocimiento de las formas de hacer matemáticas, tales como definir, hacer conjeturas, demostrar, y resolver problemas, entre otros, forman parte del *Conocimiento de la Práctica Matemática*.

El *Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática* comprende el conocimiento de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para enseñar un contenido, el conocimiento del potencial y limitaciones de distintos recursos (como los relativos a la tabla 100, las regletas, los ábacos o los bloques base 10, para enseñar la resta) y el conocimiento sobre teorías (personales o institucionales) de enseñanza (como el conocimiento de los métodos reglado, razonado, intuitivo u orientado a la estructura, en la enseñanza del cálculo- Gómez, s.f.).

Forman parte del *Conocimiento de las Características del Aprendizaje de la Matemática* el conocimiento de las formas en que los estudiantes interactúan con un contenido matemático (por ejemplo, cómo suelen realizar una resta con objetos), el conocimiento de las motivaciones y expectativas que poseen los estudiantes cuando se enfrentan a un contenido particular (por ejemplo, la resolución de problemas suele provocar rechazo), sus dificultades y errores (por ejemplo, relativos a los distintos tipos de los problemas aritméticos de enunciado verbal asociados a la resta), junto con el, conocimiento del profesor de teorías personales o institucionales sobre el aprendizaje (como el conocimiento de los niveles de dominio de la secuencia numérica, que explica cómo se aprende dicha secuencia, o la teoría de Sfard sobre cómo se aprenden nociones matemáticas abstractas).

Por último, el conocimiento de expectativas de aprendizaje por parte del profesor (como con qué números es adecuado trabajar en primer ciclo), del nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado (si es esperable que un alumno de 2º de primaria use como herramienta propia la multiplicación en lugar de la suma repetida, una vez aprendida), y de la secuenciación de temas anteriores y posteriores (por ejemplo, si se debe tratar antes la suma que la resta) forman parte del KMLS.

Descripciones más extensas de los subdominios del MTSK y su generación pueden encontrarse en Carrillo, Montes, Contreras y Climent (2017) (donde se presenta también un análisis detallado del conocimiento de un profesor empleando el MTSK) o en Carrillo, Climent, Montes, Contreras, Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Vasco, Rojas, Flores, Aguilar-González, Ribeiro y Muñoz-Catalán (2018).

ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO QUE MOVILIZA ROSA EN SU NARRATIVA CON MTSK

Hemos realizado un análisis de la narrativa en dos fases. En la primera, hecha desde una perspectiva lineal (cronológica), unidad por unidad, hemos identificado unidades referidas a diferentes categorías de diferentes subdominios de MTSK que hemos ido asociando a un tópico concreto (la resta, procedimientos asociados, relaciones con los algoritmos convencionales, sistema de numeración decimal y recursos para la resta; ver ejemplo en Tabla 1), diferenciando entre evidencias, indicios y oportunidades. Después, y dado que los indicadores de estas categorías emergían en varios momentos de la narrativa, hemos reorganizado la información desde esos mismos tópicos (Tabla 2). Así, el primer análisis (Tabla 1) refleja el carácter holístico del conocimiento (una unidad, diferentes subdominios) al que podemos acceder con MTSK, y está ligado al propio discurso de Rosa, mostrando las categorías de los diferentes subdominios asociados a un determinando fragmento de este. En el segundo nivel de análisis (Tabla 2), el organizador es el contenido específico que asociamos al conocimiento que moviliza Rosa, que conjuga los diferentes fragmentos en los que ha ido apareciendo y muestra el potencial de MTSK para reflejar la complejidad del conocimiento asociado a un tema.

Para promover una lectura fluida del análisis no hemos usado en el mismo las siglas que representan los distintos subdominios de MTSK que aparecen en las Tablas 1 y 2; en su lugar, hemos mostrado en cursiva el nombre de la categoría o subdominio.

Tabla 1. Ejemplo de análisis por unidades

Unidad	MTSK	Observaciones (tópico)
[22-27][a] […] Para la realización de la actividad, en primer lugar, el alumnado, haciendo uso de su tabla, cuenta cuántos números hay entre otros dos, respondiendo a preguntas del tipo: *¿Cuánto le falta a a para llegar a b?* Seguidamente, resuelve restas sin llevar en la pizarra, pudiendo utilizar la tabla de la pizarra usando la estrategia de conteo que previamente han practicado para comprobar sus respuestas.	*KoT- Fenomenología y aplicaciones*. Conoce el significado de la resta como cuánto falta [evidencia]	LA RESTA
	KoT- Procedimientos ¿cómo se hace? Identifica como estrategia el conteo para calcular restas en situaciones de cuánto falta [evidencia]	PROCEDIMIENTO de cálculo de la diferencia entre dos números del menor al mayor
	KMT- Recursos. Conoce el uso de la tabla para ver cuántos hay desde un número a otro [evidencia]	
	KoT - Procedimientos ¿cómo se hace? Diferencia entre cómo proceder en restas con y sin llevar [indicio]	PROCEDIMIENTO algoritmos convencionales de resta
	KoT - Procedimientos ¿cuándo se puede hacer? ¿Asocia el cálculo de la diferencia entre dos números del menor al mayor a restas sin llevada? ¿Qué relación establece entre la llevada y la resta? [oportunidad]	PROCEDIMIENTO de cálculo de la diferencia entre dos números del menor al mayor
	KoT - Procedimientos ¿por qué se hace así? ¿Qué relación establece entre los algoritmos convencionales y la resta? [oportunidad]	RELACIONES ENTRE LA RESTA Y LOS AGORITMOS CONVENCIONALES DE RESTA
	KMT- Recursos. ¿Cuál es el papel de la estructura del recurso? ¿Por qué puede interesar esta tabla frente a una recta numérica? (KFLM) [oportunidad]	PROCEDIMIENTO de cálculo de la diferencia entre dos números del menor al mayor

Nota. [a][22-27] indica que la unidad, que se reproduce literalmente en la primera columna, se sitúa entre las líneas 22 y 27 de la transcripción.

Tabla 2. Ejemplo de análisis por temas[a]

Tópico	MTSK
LA RESTA	*KoT- Fenomenología y aplicaciones*. Conoce el significado de la resta como cuánto falta [evidencia 22-27; 47-52[b]] [indicio – 28-35; 36-43; 76-79] *KMLS- Secuenciación*. Se debe trabajar primero la resta sin llevada y después la resta con llevada [indicio –28-35] *KoT Registros de representación*. Conoce la forma de expresar algebraicamente el problema asociado a la resta como cuánto queda [evidencia 36-43; 76-79; 120-132]
PROCEDIMIENTO de cálculo de la diferencia entre dos números del menor al mayor	*KoT- Procedimientos ¿cómo se hace?* Identifica como estrategia el conteo para calcular restas en situaciones de cuánto falta [evidencia 22-27; 28-35; 36-43] *KoT - Procedimientos ¿cuándo se puede hacer?* ¿Asocia el cálculo de la diferencia entre dos números del menor al mayor a restas sin llevada? ¿Qué relación establece

	entre la llevada y la resta? [oportunidad 22-27] *KMT- Recursos*. Potencialidad de la tabla para el cálculo de la diferencia entre dos números del menor al mayor [evidencia 76-79] *KMT- Recursos*. ¿Cuál es el papel de la estructura del recurso? ¿Por qué puede interesar esta tabla frente a una recta numérica? ¿De qué sirve el agrupamiento en decenas? ¿Por qué así y no la primera solo unidades del 1 al 9, la segunda del 10 al 19…? ¿Cómo se construiría? ¿Qué ventajas tendría? ¿Qué ventajas o inconvenientes tiene respecto de la representación en la recta? [oportunidad 22-27; 47-52] *KMT- Recursos*. Uso de la tabla para el cálculo de la diferencia entre dos números del menor al mayor [oportunidad 104-112] ¿Cómo se usaría en el caso de restas con llevada? *KFLM –Fortalezas y dificultades*. Los alumnos cuentan los números (incluyendo primero y último o ninguno de los dos), en lugar del número de saltos, cuando responde a cuánto le falta a *a* para llegar a *b* [evidencia 55-61; 96-102] *KFLM –Fortalezas y dificultades*. ¿Qué dificultades tendría trabajar con números que se diferencien en más de diez unidades? (KFLM) [oportunidad 22-27; 47-52]

Nota. [a]En el ejemplo mostrado se han seleccionado solo algunos elementos con carácter ilustrativo del procedimiento. [b]En este caso se indican las distintas unidades en las que se encuentran evidencias, indicios u oportunidades en relación con el conocimiento que se identifica.

En la primera parte de su narrativa Rosa describe cómo en el aula se usa la tabla de números 10x10 para responder a la pregunta "¿Cuánto le falta a *a* para llegar a *b*?":

> [22-27] […] Para la realización de la actividad, en primer lugar, el alumnado, haciendo uso de su tabla, cuenta cuántos números hay entre otros dos, respondiendo a preguntas del tipo: *¿Cuánto le falta a a para llegar a b?* Seguidamente, resuelve restas sin llevar en la pizarra, pudiendo utilizar la tabla de la pizarra usando la estrategia de conteo que previamente han practicado para comprobar sus respuestas.

Rosa muestra conocer el *significado de la resta* como cuánto falta (distancia), el *uso de la tabla como recurso* para resolver restas con este significado y reconocer el *conteo como estrategia* de resolución de la situación. Lo anterior evidencia *conocimiento de fenomenología* del tema resta (utilización de la resta en situaciones en las que se plantea *cuánto falta*), así *como conocimiento de recursos* para la enseñanza y de *procedimientos* asociados a la resta como cuánto falta.

En el mismo fragmento, asocia el *procedimiento* descrito (ligado al recurso) a la resolución de restas *sin* llevada. Parece, pues, que diferencia el modo de proceder ante la resta *con* y *sin* llevadas[1] (hablaremos en este caso de un indicio de conocimiento, más que de una evidencia) y en este punto emerge su *conocimiento de los algoritmos convencionales* de la resta como eje transversal en toda su narrativa. El análisis de la narrativa de Rosa nos lleva a pensar que en su conocimiento de la resta ocupan un lugar central los algoritmos convencionales o más usuales de la resta (bien sea "llevadas" o "tomar prestado", Maza, 1991, en los que cabe diferenciar restas *con* y *sin* llevada).

En un primer momento pareciera que asocia el *procedimiento* de ir de *a* a *b* con la tabla, exclusivamente, a situaciones de resta sin llevada. Así, los dos primeros objetivos que enuncia asociados a la actividad descrita son [30-33]:

O1. Asimilar el procedimiento de conteo para realizar restas sin llevar y prepararles para el de la resta llevando.

O2. Resolver adecuadamente operaciones de sustracción en las que las cifras del minuendo sean mayores que las del sustraendo (restas sin llevar).

En el primer objetivo cabe la duda de cómo este procedimiento preparará para la resta con llevada, y si considera que será válido con este tipo de restas. Más adelante encontramos indicios de que considera adecuado este procedimiento también para restas con llevada:

> *Modifica la tarea-actividad inicial propuesta por el/la maestro/a para que el/la alumno/a que ha alcanzado el objetivo pueda seguir avanzando en su comprensión y/o consolide su aprendizaje. Justifica tu modificación.*
>
> Una vez los niños hayan asentado el procedimiento para realizar operaciones de sustracción en las que las cifras del minuendo sean mayores que las del sustraendo (restas sin llevada), podría utilizarse el mismo procedimiento para realizar restas con llevada. Si bien, para ello el alumnado deberá reconocer que los números están formados por decenas y unidades (números de dos cifras), por lo que antes de ello trabajaría las descomposiciones canónicas con los bloques multibase. [104-112]

Rosa no hace explícito cómo se usaría la tabla en el caso de situaciones de resta con llevada. Esto ofrece una oportunidad para seguir indagando, a través de entrevistas, en su conocimiento especializado en torno a este tema, para acercarnos a cómo comprende las situaciones de resta, entendida como distancia, ligadas al uso de la tabla y el papel de los algoritmos convencionales en estas. Nos preguntamos si realizaría la resta por cifras, aplicando la llevada o "pedir prestado", y efectuaría la resta correspondiente a cada cifra por el procedimiento antes descrito.

En su interpretación de la situación a través del tamiz de los algoritmos convencionales de la resta, Rosa considera (evidencia) que cuando se introduce la resta, primero deben trabajarse restas *sin* llevada para pasar después a las restas *con* llevada (como se observa en el primer objetivo reproducido arriba). Lo asociamos a *conocimiento sobre la secuenciación de contenidos* en Educación Primaria.

Esto vuelve a observarse cuando se le pide que modifique la tarea inicial para que los alumnos avancen en su aprendizaje, donde propone el uso de regletas:

> Empezaría primero por números de una sola cifra. Por ejemplo, para resolver 5-3 o 5-__= 3, en primer lugar, cogería la regleta del cinco. Seguidamente, con regletas de uno, primero les haría hacer que comprueben que el 5 está formado por cinco unidades. Luego, comprobarían lo mismo con la regleta del dos. A continuación, colocarían la regleta del dos sobre la del cinco y, con regletas de uno, contarían cuántas necesitan para llegar a cinco, o bien, buscarían qué regleta necesitan para llegar a 5. Luego, lo haría con números de una decena, por ejemplo, 18-9 o 18-__=9. Para ello, utilizaría una regleta de 10 y una de 8, colocadas una al lado de la otra formando el número 18. Después, pondrían la de 9 encima y buscarían qué regleta necesitan para tener 18. [123-132]

Después de proponer restas con números de una cifra (sin llevada), propone una resta con llevada. Nos gustaría saber (oportunidad para seguir investigando) si Rosa es consciente de que el ejemplo que escoge (18-9), además de ilustrar una resta con números de dos cifras (como expresa –"números de una decena"), corresponde a una resta con llevada. En su resolución, coherentemente con el uso del material, no influye la llevada. Este fragmento muestra su *conocimiento de otro recurso* (las regletas) para representar y resolver situaciones del tipo cuánto falta y su conocimiento del propio recurso en cuanto a su estructura y uso. Asimismo, nos ofrece una oportunidad para preguntar a Rosa sobre por qué funcionan las regletas para ilustrar la situación de resta como cuánto falta y si hay procedimientos de resta (como el ilustrado con las regletas) en los que no tenga sentido la estructura de los algoritmos convencionales (en relación con la diferencia entre situaciones con y sin llevada). Su respuesta nos permitiría enlazar con la relación que establezca entre el uso de la tabla y los algoritmos convencionales.

En el fragmento anterior [123-132] se observa cómo Rosa *representa* numéricamente la situación de cuánto falta (5-3 o 5-__= 3, 18-9 o 18-__=9). También lo expresa algebraicamente de modo general (- *¿Qué contenido/s se trabajan en la actividad?* a+__=b como sinónimo de *a-b* [36-37]). En otra ocasión usa la misma expresión algebraica a+__=b como sinónimo de *a-b* ([76-79]). No sabemos si Rosa es consciente de las implicaciones matemáticas que tiene el uso de las mismas letras en las dos expresiones, y de que de este modo de la primera expresión no se llega a la segunda sino a *b-a.*

Rosa incluye entre los objetivos y contenidos de la sesión: "Reconocer los números hasta el 100" [O3 35], aprender la "serie numérica" [C5 42] y la "Identificación del valor posicional de las cifras y números de la resta" [C6 43]. Aquí observamos de nuevo, además de la influencia de los algoritmos convencionales de la resta (en [43]), cómo influye su conocimiento del *sistema de numeración decimal* en su comprensión de la situación. Rosa parece reconocer (indicio) la posicionalidad como uno de los *fundamentos* de los algoritmos convencionales de la resta, lo que llevaría a asociar el *procedimiento* de la tabla para la resolución de situaciones de cuánto falta a la posicionalidad. En lo anterior, identificamos también que Rosa parece conocer *objetivos de aprendizaje propios del primer ciclo* de Primaria ligados a la numeración. Más adelante encontramos otros indicios de que identifica la posicionalidad (el reconocimiento del valor posicional) como base de los algoritmos de la resta (el citado antes [104-112], en el que señala que trabajaría las descomposiciones canónicas previamente a las restas con llevada, y el que sigue).

¿Qué comprende el alumnado de los conceptos matemáticos implicados? Muestra evidencias de esa comprensión.

> Al ser capaces de realizar el procedimiento de conteo, los niños demostraron conocer la serie numérica y números hasta el 100. Por otro lado, aquellos que fueron capaces de resolver correctamente las restas de la pizarra demostraron haber comprendido el valor posicional de las cifras y números de la resta y el significado de sustracción. [90-95]

En las líneas [67-72] Rosa explica cómo se realiza una resta por cifras (columnas en el algoritmo convencional) usando en cada columna la tabla para contar cuántos faltan del menor al mayor (en restas sin llevada). Se ve clara la relación entre la posicionalidad y el uso de la tabla:

> Una vez realizada esta parte de la actividad, la profesora plantea una serie de restas sin llevar en la pizarra que los alumnos han de resolver. Para resolverlas, los niños han de contar primero cuántos números le faltan al número de unidades del sustraendo para llegar al número de unidades del minuendo y luego, contar cuántos números le faltan al número de decenas del sustraendo para llegar al número de decenas del minuendo, pudiendo utilizar la tabla que tienen a su disposición en la pizarra.

Además de la *posicionalidad*, Rosa identifica la base diez como otro de los pilares de los algoritmos convencionales de la resta (como puede apreciarse en el fragmento [104-112] reproducido anteriormente) y evidencia conocer que la *descomposición canónica* de un número natural refleja *el valor posicional y la base 10* (igualmente en [104-112]). Preguntaríamos a Rosa, como oportunidad para acercarnos a cómo comprende esta situación, si considera que las regletas y el uso de la tabla se basan en el valor posicional.

La estudiante para maestro muestra conocer algunas *dificultades de los alumnos con el procedimiento de uso de la tabla para resolver cuánto falta*: en el uso de la secuencia numérica (con los nombres de algunos números o con el orden de estos) o en contar los números en lugar del número de saltos (incluyendo primer y último número o ninguno de los dos) [56-61, 96-102]. Lo anterior son evidencias del conocimiento de *fortalezas y dificultades en el aprendizaje del contenido*. Por otro lado, las dificultades asociadas al aprendizaje de la secuencia numérica se corresponden con los *niveles de dominio de la secuencia numérica*, lo que identificamos como un indicio de que pudiera conocer esta referencia como *teoría de aprendizaje*. Los *bloques multibase son un recurso* que Rosa sabe que sirven para representar la descomposición canónica de un número natural [104-112].

En el aprendizaje de la numeración, Rosa considera que se debe trabajar por decenas (primero se deben trabajar los números hasta la primera decena, luego hasta la segunda, hasta la tercera…), lo que mostraría *conocimiento de expectativas de aprendizaje*:

> *Modifica la tarea-actividad inicial propuesta por el/la maestro/a para que el/la alumno/a que haya tenido dificultades para alcanzar el objetivo de aprendizaje previsto lo pueda alcanzar. Justifica tu modificación.*
>
> En primer lugar, para aquellos alumnos que presentan dificultades en el reconocimiento y el recitado de los números hasta el 100, considero que lo primordial sería, en primer lugar, trabajar dichos aspectos. Para ello, llevaría a cabo la tarea planteada por la maestra primero con números hasta el 10, a continuación, hasta el 20, luego hasta el 30...

El análisis anterior muestra nuestra interpretación del conocimiento especializado movilizado por Rosa en su narrativa. Esta sería la base para plantear otras cuestiones, además de las ya citadas, para indagar más sobre su conocimiento. Por ejemplo, sería interesante comprender si, para Rosa, la estructura de la tabla puede condicionar el uso del procedimiento (¿Sería igual usar una recta numérica? ¿De qué sirve, si es el caso, el agrupamiento en decenas? ¿Presentaría alguna dificultad añadida restar números que se diferencian en más de diez unidades?).

Como hemos ido señalando, el conocimiento de Rosa de las situaciones de distancia con el uso de la tabla parece estar mediado por su conocimiento de los algoritmos convencionales de la resta y por el del Sistema de Numeración Decimal. El uso del recurso que protagoniza la narrativa (la tabla 100), de los demás recursos que muestra conocer (bloques multibase, regletas) y los demás conocimientos evidenciados, parecen estar subordinados al aprendizaje de los citados algoritmos y, en su caso, de las características del sistema de numeración decimal, no por su interés intrínseco, sino por la dependencia que del mismo tienen los algoritmos. Se evidencia, por tanto, un conocimiento marcadamente procedimental. Con la narrativa de Rosa no podemos diferenciar si el peso que atribuye a los algoritmos convencionales de la resta corresponden a un conocimiento de los estándares de aprendizaje del contenido (sabe que se diferencia entre la resta sin y con llevada y se trabajan los algoritmos convencionales correspondientes) o a conocimiento matemático (que como ya dijimos, puede identificarse con el conocimiento matemático escolar). Sería interesante diseñar instrumentos de recogida de información complementarios para indagar sobre ello.

CONCLUSIONES

Conviene subrayar la necesidad de más información para concluir sobre el nivel de profundidad del conocimiento de Rosa; nos gustaría saber, por ejemplo, si conoce ventajas y limitaciones del uso de la tabla, cómo la usaría para restas con llevada, si sabe por qué funcionan la regletas para ilustrar la situación de resta como cuánto falta, si las regletas se fundamentan en el valor posicional, si conoce las dificultades que tendría trabajar la tabla 100 con números que se diferencian en más de diez unidades, si conoce el papel de la estructura del recurso, si sabe por qué puede interesar esta tabla frente a una recta numérica, de qué sirve el agrupamiento en decenas. Como se ha indicado más arriba, los instrumentos de obtención de información convertible en datos están estrechamente vinculados a la finalidad de la investigación. Por ello, analizar con el MTSK la narrativa de Rosa ha implicado incluir suposiciones, en términos de indicios y oportunidades, que requerirían ser complementadas con otras fuentes de información. No obstante, este análisis (con MTSK) nos ha permitido, a través del uso de las herramientas que el modelo propone (indicadores, categorías, y subdominios), identificar elementos de conocimiento que trascienden el propósito investigador para alcanzar su aplicación en contextos formativos, como el contexto en el que se ha producido la narrativa. En este contexto cabe preguntarse, por ejemplo, cómo podríamos seguir indagando sobre el conocimiento de Rosa de modo que, a su vez, pudiera ser una vía de enriquecimiento de su conocimiento especializado y de su mirada profesional de la práctica (Fernández, Sánchez-Matamoros, Valls y Callejo, 2018). En este sentido, las aquí señaladas como oportunidades de investigación podrían convertirse en oportunidades formativas para Rosa.

Episodios, extractos o unidades de información como las que hemos analizado (con las correspondientes suposiciones añadidas) son un buen ejemplo de la complejidad del conocimiento.

El MTSK pretende captar esa complejidad a partir de la combinación de un análisis detallado con una mirada global. El ser humano es complejo. El profesor, como tal, lo es, así como su conocimiento. Cualquier intento por captar la complejidad de dicho conocimiento debe ser consciente de sus limitaciones, al tiempo que procurar aportar elementos para acercarse a entenderlo. El mapa conceptual de la Figura 1[2] intenta mostrar dicha complejidad junto con las relaciones entre subdominios y el núcleo central que parece dirigir el discurso de la narrativa.

En nuestra interpretación, como ya se ha señalado, el conocimiento de los algoritmos convencionales de la resta vertebra todo el conocimiento que Rosa muestra en su narrativa. Los procedimientos que muestra el análisis (cómo restar, por qué se puede restar así, cuándo se puede efectuar la resta de esa forma), que, junto con los principios del sistema de numeración decimal y los registros algebraicos de representación, componen los únicos elementos del conocimiento matemático (del subdominio de *conocimiento de los temas*), parecen estar sostenidos por su relación con el uso de los citados algoritmos, en situaciones con y sin llevadas, algoritmos que suelen ocupar un espacio importante en la enseñanza de la resta. Los elementos que emergen del conocimiento didáctico del contenido, como son las dificultades de aprendizaje de la secuencia numérica, sus niveles de dominio o las dificultades en el uso de la tabla “cien” (todos ellos del subdominio de *características del aprendizaje de las matemáticas*), el conocimiento sobre potencialidades y limitaciones de los recursos (la propia tabla “cien”, los bloques base 10 o las regletas -del subdominio del *conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas*) y el conocimiento del paso de la resta sin llevada a la resta con llevada o los conocimientos sobre secuenciación de contenidos o expectativas de aprendizaje (del subdominio del conocimiento de los *estándares de aprendizaje de las matemáticas*), parecen tener como referente los citados algoritmos convencionales de la resta, un aspecto que se ha descrito en algunos estudios con maestros en formación o en ejercicio (Blanco, 1996; Salinas, 2003). MTSK nos permite comprender el conocimiento puesto en juego y su organización interna, lo que a su vez nos ayuda a entender aquellos aspectos que para Rosa pueden ser claves en su enseñanza.

Rosa muestra conocimiento del contenido a la vez que de cómo los niños se relacionan con ese contenido matemático. Podría parecer que el conocimiento del contenido está subordinado al conocimiento que se moviliza en relación directa con los estudiantes, como el conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas o de las características de aprendizaje de las matemáticas. No es así; es obvio que existen relaciones entre ellos, pero esas relaciones no son de jerarquía. MTSK ayuda en la comprensión de esas relaciones.

La fuerza del conocimiento de los algoritmos convencionales de la resta en la interpretación de la situación por parte de Rosa abre una interesante vía de discusión en un contexto formativo: analizar con los estudiantes para maestro los límites y las implicaciones de procedimientos, conceptualizaciones, recursos y estrategias de enseñanza. En este caso, ¿la llevada que se asocia a la resta es natural de las situaciones de resta, del concepto en sí, de determinados procedimientos para resolverlas, para su enseñanza? En el mismo sentido, los bloques que son útiles para representar la llevada, ¿son un buen recurso para representar y aprender la resta por procedimientos diferentes de los algoritmos convencionales? Destacamos cómo se puede usar MTSK para reflexionar sobre los posibles elementos de conocimiento que se ven inmersos en dichas situaciones. En ocasiones, estos elementos de conocimiento y sus relaciones proceden de indicios observados en las situaciones analizadas.

Como ha podido verse, no hemos entrado en valorar si los conocimientos detectados son correctos o incorrectos. Coincidimos, por ello, con la perspectiva de Schoenfeld (2010), asociando el conocimiento a la disponibilidad de habilidades de uso en momentos determinados. Esta perspectiva, además, es respetuosa con el profesorado con el que trabajamos, especialmente con los que forman parte del trabajo colaborativo, que no se sienten evaluados por los investigadores. Sin embargo, en el contexto formativo, sí nos proponemos elaborar una propuesta de logro en relación con el conocimiento, incluyendo en su evaluación un análisis de su corrección. Lo anterior conlleva una reflexión profunda para poder pasar de conocimiento deseable a contenidos del programa de formación, lo cual, obviamente, no es inmediato.

Notas

[1]Pensamos que al menos los diferencia curricularmente, como dos contenidos diferentes a enseñar a los alumnos de Primaria a los que corresponden algoritmos diferentes. No sabemos si considera esa diferenciación desde el punto de vista matemático, lo que sería posible porque en ocasiones la matemática que conocen los estudiantes para maestro es la matemática escolar (Santos, 1994).

[2]En la Figura 1, hemos utilizado las elipses para mostrar el conocimiento de los temas (KoT), los rectángulos para el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS), los rombos para el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) y los romboides para el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM). Asimismo, cuando el borde de la figura es continuo indica una evidencia, cuando es discontinuo, un indicio, y cuando se trata de una oportunidad utilizamos un globo. De la misma forma, las flechas de trazo continuo indican una relación evidenciada y las de trazo discontinuo un indicio de relación.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación EDU2013-44047-P y cofinanciado por el Centro de Investigación COIDESO de la Universidad de Huelva.

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Blanco, L. J. (1996). Resolución de problemas aritméticos y formación práctica de los maestros. *Educación Matemática, 8*(1), 53-64.

Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En R. Biehler, R. Scholz, R. Strässer y B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 73-88). Dordrecht: Kluwer.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M.A. Mariotti (Eds.), *Actas del CERME 8* (pp. 2985-2994). Middle East Technical University, Ankara, Turquía: ERME.

Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L.C. y Climent, N. (2017). Les connaissances du professeur dans une perspective basée sur leur spécialisation: MTSK. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 22*, 185-205.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education* (en prensa).

Climent, N. y Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. Una experiencia en matemáticas con maestras. *Enseñanza de las Ciencias, 21*(3), 387-404.

Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J. y Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: characterization, development and contexts. *AIEM, 13*, 39-61.

Flores, E., Escudero, D. I. y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). Bilbao: SEIEM.

Figueiras, L., Ribeiro, M., Carrillo, J., Fernández, S. y Deulofeu, J. (2011). Teachers' advanced mathematical knowledge for solving mathematics teaching challenges: A response to Zazkis and Mamolo. *For the Learning of Mathematics, 31*(3), 26-28.

Gómez, B. (s.f.). *Desarrollo histórico de la enseñanza de la Aritmética: el caso de los algoritmos de cálculo*. Universidad de Valencia. Recuperado de https://www.uv.es/gomezb/12Desarrollohistoricode.pdf

Godino, J. D. y Pino-Fan, L. (2013). The mathematical knowledge for teaching: a view from the onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction. En B. Ubuz, C. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Actas del CERME 8* (pp. 3325-3326). Middle East Technical University, Ankara, Turquía: ERME.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Marks, R. (1991). When should teachers learn pedagogical content knowledge? *Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association*, Chicago, IL.

Maza, C. (1991). *Enseñanza de la suma y de la resta. Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid: Síntesis.

Salinas, M. (2003). Comprensión de los algoritmos de las operaciones aritméticas en estudiantes de Magisterio. En E. Castro (Coord.), *Investigación en Educación Matemática VII: Actas de las VII SEIEM* (pp. 339-348). Granada: Universidad de Granada.

Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J. y Pino-Fan, L. R. (2017 online first). What Makes Mathematics Teacher Knowledge Specialized? Offering Alternative Views. *International Journal of Science and Mathematics Education*. doi: 10.1007/s10763-017-9859-6

Schoenfeld, A. H. (2010). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. New York, NY: Routledge.

Schwab, J. (1978). Education and the structure of the disciplines. En I. Westbury y N. Wilkof (Eds.), *Science, curriculum and liberal education: Selected essays* (pp. 229-272). Chicago, IL: University of Chicago Press.

Silverman, J. y Thompson, P. W. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11*(6), 499-511.

Skott, J., van Zoest, L. y Gellert, U. (2013). Theoretical frameworks in research on and with mathematics teachers. *ZDM, 45*(4), 501-505.

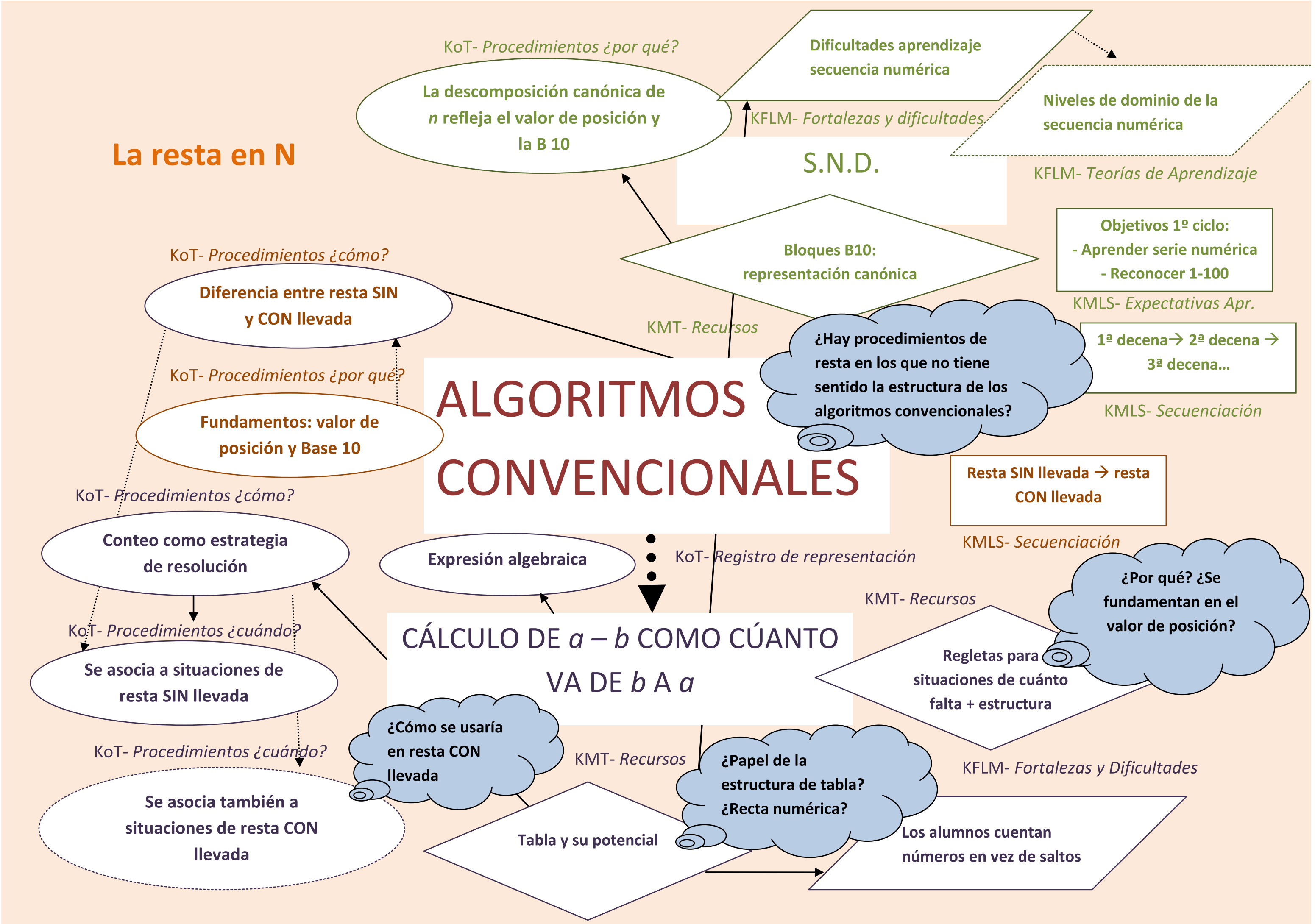

Figura 1. Mapa conceptual del conocimiento de Rosa (Evidencias, indicios y oportunidades)