PENERAPAN METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN PEMAIN TIM BASEBALL

Tugas Akhir

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat

Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

Disusun Oleh

Mega Marsela Ito

NIM : 143114010

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS SANATA DHARMA

YOGYAKARTA

2020

PENERAPAN METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN PEMAIN TIM BASEBALL

Tugas Akhir

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat

Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Program Studi Matematika

Disusun Oleh

Mega Marsela Ito

NIM : 143114010

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS SANATA DHARMA

YOGYAKARTA

2020

THE IMPLEMENTATION OF HUNGARIAN METHOD IN ASSIGNMENT PROBLEM FOR BASEBALL PLAYERS

A Thesis

Presented as Partial Fulfillment of the

Requirements to Obtain the Degree of Sarjana Sains

Mathematics Study Program

Written by

Mega Marsela Ito

NIM : 143114010

MATHEMATICS STUDY PROGRAM

FACULTY OF SCIENCE AND TECHNOLOGI

SANATA DHARMA UNIVERSITY

YOGYAKARTA

2020

TUGAS AKHIR

PENERAPAN METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN PEMAIN TIM BASEBALL

Disusun Oleh

Mega Marsela Ito

NIM : 143114010

Telah disetujui oleh :

Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Hartono, Ph.D.

Tanggal : 10 Januari 2020

iii

TUGAS AKHIR

PENERAPAN METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN PEMAIN TIM BASEBALL

Dipersiapkan dan Ditulis Oleh :

Mega Marsela Ito

NIM : 143114010

Telah dipertahankan di depan panitia penguji

Pada tanggal 16 Januari 2020

dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Susunan Panitia Penguji

	Nama Lengkap	Tanda Tangan
Ketua	: Ir. Ig. Aris Dwiatmoko, M.sc.	....
Sekretaris	: Sudi Mungkasi, S.Si., M.Math.Sc., Ph.D.	....
Anggota	: YG. Hartono, S.Si., M.Sc., Ph.D.	....

Yogyakarta, 27 Januari 2020

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Sanata Dharma

Dekan,

(Sudi Mungkasi, S.Si., M.Math.Sc., Ph.D.)

iv

PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Saya menyatakan dengan sesungguhnya, bahwa tugas akhir yang saya tulis ini tidak memuat karya atau bagian karya orang lain kecuali yang disebutkan dalam daftar pustaka, sebagaimana layaknya karya ilmiah.

Yogyakarta, 27 Januari 2020

Mega Marsela Ito

PERNYATAAN PERSETUJUAN

PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya mahasiswa Universitas Sanata Dharma:

Nama : Mega Marsela Ito

NIM : 143114010

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, saya memberikan kepada perpustakaan Universitas Sanata Dharma karya ilmiah saya berjudul:

PENERAPAN METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN PEMAIN TIM BASEBALL

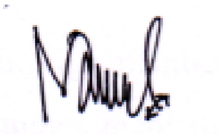
beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan demikian, saya memberikan kepada Perpustakaan Universitas Sanata Dharma untuk menyimpan, mengalihkan ke dalam bentuk media lain, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data, mendistribusikan secara terbatas, dan mempublikasikannya di Internet atau media lain untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta izin dari saya maupun memberikan royalti kepada saya selama tetap menyantumkan nama saya sebagai penulis.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Yogyakarta

Pada tanggal 27 Januari 2020

Yang menyatakan,



Mega Marsela Ito

HALAMAN PERSEMBAHAN

Filipi 4 ayat 6 :'' Janganlah hendaknya kamu kuatir tentang apapun juga, tetapi nyatakanlah dalam segala hal keinginanmu kepada Allah dalam doa dan permohonan dengan ucapan syukur''.

Tugas akhir ini saya persembahkan untuk Tuhan Yang Maha Esa yang selalu memberkati saya, kedua orang tua tercinta, kakak dan adik saya terkasih, dan juga untuk semua orang yang membantu dan selalu mendoakan saya.

ABSTRAK

Salah satu masalah yang terjadi di sekitar kita yaitu masalah penetapan (*Assignment problem*). Masalah umum penetapan adalah menetapkan atau memasangkan secara optimal n pekerjaan kepada m pekerja dimana setiap pekerja memiliki kompetensi yang berbeda dalam menyelesaikan pekerjaan. Tugas akhir ini membahas pengoptimalan penetapan dari pemain ke dalam posisi mereka di lapangan baseball dengan mengolah matriks biaya yang diberikan. Dalam aljabar linear metode Hongaria adalah suatu algoritma yang memecahkan masalah penetapan dengan memodifikasi baris dan kolom dalam matriks biaya sehingga mendapatkan penetapan yang optimal. Optimal disini berarti memberikan hasil keuntungan yang maksimum bagi tim pemain baseball yang telah dibentuk. Data yang diberikan diselesaikan dengan bantuan aplikasi ***QM***.

Kata kunci : masalah penetapan, baseball, metode Hongaria.

ABSTRACT

One problem that occurs around us is Assignment Problem. A common problem in assigning is to optimally assign or match *n* jobs to *m* workers where each worker has different competencies in completing work. This thesis discusses the assignment optimization of players into their position on the baseball field by processing a given cost matrix. In linear algebra, the Hungarian method is an algorithm that solves the Assignment problem by modifying rows and columns in the cost matrix so that it gets the optimal assignment. Optimal here means providing maximum profit for the baseball team that has been formed. The data provided was completed with the help of the ***QM*** application.

Key words: Assignment problem, baseball, Hungarian method.

KATA PENGANTAR

Puji dan Syukur saya ucapkan kepada Tuhan Yesus karena dengan kuasa dan rahmat-Nyalah saya dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan baik. Tugas akhir ini dibuat dengan tujuan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Sanata Dharma.

Penulis menyadari bahwa penulis melibatkan banyak pihak yang bersedia membantu dalam menghadapi berbagai macam kesulitan, tantangan dan hambatan. Oleh karena itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak YG. Hartono, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing sekaligus Kepala Program Studi Matematika yang telah meluangkan waktu, tenaga dan pikiran serta ilmu yang telah diberikan sehingga terselesaikannya tugas akhir ini.
2. Romo Prof. Dr. Frans Susilo, SJ. selaku Dosen Pembimbing Akademik.
3. Bapak Sudi Mungkasi, S.Si., M.Math.Sc., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
4. , Bapak Ir. Ig. Aris Dwiatmoko, M.Sc, Bapak Dr. rer. nat. Herry P. Suryawan, S.Si., M.Si. dan Ibu M. V. Any Herawati, S.Si., M.Si., selaku dosen-dosen Prodi Matematika yang telah membimbing dan memberikan banyak pengetahuan kepada penulis selama proses perkuliahan.
5. Bapak/Ibu dosen/karyawan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah berdinamika bersama selama penulis berkuliah.
6. Kedua orang tua tercinta, Bapak Wens Tue dan Mama Ansella Lengga dan juga Kakak Frater Krispin dan adik Engel yang selalu memberi semangat dan dukungan kepada penulis selama proses perkuliahan dan pengerjaan tugas akhir.
7. Teman-teman Prodi Matematika Angkatan 2014: Dewi, Inne, Dila, Mega Hylda, Dini, Wulan, Efrem, Etri, Edo, Arista, Nando, Guruh, Monik, Bella, Destika, Eka, Aan, Wiwik, yang membantu, memberi masukan dan

memberi semangat selama kuliah di Jogja. Terima kasih telah membagikan begitu banyak ilmu dan cerita yang kalian miliki.

8. Adik Selly Kono, Icha Ito, yang memberi masukkan dan hiburan selama kuliah dan selama mengerjakan tugas akhir ini.
9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu dalam proses penulisan skripsi ini.

Semoga segala perhatian, dukungan, bantuan dan cinta yang telah diberikan mendapatkan balasan dari Tuhan Yesus Kristus. Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan tugas akhir ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik yang membangun dan saran demi penyempurnaan tugas akhir ini. Harapan penulis, semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi pembaca dan menjadi referensi belajar yang baik.

Yogyakarta, 27 Januari 2020

Penulis

Mega Marsela Ito

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Baseball adalah cabang olahraga yang sangat populer di Amerika dan sudah berkembang ke Asia khususnya di Indonesia. Baseball pada umumnya dimainkan oleh dua tim yang masing-masing beranggotakan 9 orang pemain inti dan beberapa pemain cadangan. Pemilihan pemain baseball secara tepat penting dilakukan untuk mengikuti suatu pertandingan. Dalam mengikuti suatu pertandingan baseball, pemilihan kedudukan atau posisi seorang pemain tidak dipilih secara acak melainkan didasarkan pada banyak pertimbangan.

Penempatan pemain baseball dalam suatu posisi menjadi rumit karena setiap pemain memiliki *skill* (kemampuan) hingga *attitude* (sikap) yang berbeda-beda. Jika seorang pemain baseball ditempatkan pada posisi di lapangan secara acak maka akan berpengaruh pada hasil optimal yang akan diperoleh tim baseball itu dalam suatu pertandingan.

Masalah penetapan pemain tim baseball dapat dilakukan dengan metode-metode yang terdapat dalam matematika. Salah satu metode yang bisa dipakai yaitu metode Hongaria. Metode ini dapat memberikan hasil yang optimal dalam menempatkan seorang pemain baseball pada posisi tertentu.

Metode Hongaria merupakan prosedur untuk memecahkan masalah penetapan yang memodifikasi baris dan kolom dalam matriks biaya sehingga mendapatkan matriks biaya dengan elemen – elemen yang tidak negatif dan mengandung elemen nol tunggal dalam suatu baris atau kolom. Penetapan seperti itu dinamakan penetapan optimal pada matriks biaya awal.

Metode ini mula-mula dikembangkan oleh seorang ahli matematika berkebangsaan Hongaria yang bernama D.Konig. Penggunaan metode Hongaria misalnya, dalam penetapan tugas terbaik dari para pekerja pada pekerjaan mereka, olahragawan pada kedudukannya di lapangan, menentukan jodoh yang tepat jika diberi dalam skala-skala tertentu, atau penjadwalan perkuliahan secara optimal, dan lain sebagainya.

Kita mendefinisikan *matriks biaya* (*cost matrix*) sebagai matriks $n \times n$:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

c_{ij} = Biaya untuk menetapkan tugas ke- j kepada fasilitas ke- i

dengan $c_{ij} \geq 0$ untuk $i, j = 1,2,3, \dots, n$. Satuan dari c_{ij} dapat berupa rupiah, jam, kilometer dan lain-lain, satuan apapun yang sesuai dengan masalahnya.

Jika diketahui sebuah matriks biaya C yang berdimensi $n \times n$, maka **penetapan** (*assignment*) adalah sebuah himpunan dari elemen di mana tidak ada dua dari antara elemennya yang berasal dari baris yang sama atau kolom yang sama.

Jumlah biaya dari ke n elemen dari sebuah penetapan disebut *biaya* (*cost*) penetapan tersebut. Dengan biaya yang minimum ataupun maksimum dinamakan **penetapan optimal** (*optimal assignment*).

Prosedur untuk menguji optimalitas matriks penetapan adalah dengan aturan garis minimum, yaitu menarik garis-garis lurus (vertikal/horizontal) yang menghubungkan elemen-elemen matriks yang memiliki $c_{ij} = 0$ dengan garis diagonal tidak diperbolehkan.

Apabila metode Hongaria diterapkan dalam masalah penetapan pemain baseball maka :

1) Setiap posisi pada permainan baseball hanya diisi oleh satu pemain.
2) Apabila jumlah pemain tidak sama dengan jumlah posisi penempatan, atau sebaliknya maka agar dapat diselesaikan perlu ditambah variabel pemain semu atau posisi semu.
3) Elemen-elemen *matriks biaya* harus merupakan bilangan bulat.

B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dibicarakan yaitu:

1. Bagaimana model matematika dalam masalah penetapan ?
2. Bagaimana langkah-langkah metode Hongaria dalam masalah penetapan pemain tim baseball ?

C. Batasan Masalah

Data yang digunakan dalam tugas akhir ini hanya untuk menempatkan peserta pemain baseball dalam posisi di lapangan dan mendapatkan keuntungan maksimum dari pemain yang menempati setiap posisi dengan menggunakan aplikasi ***QM***. Untuk data matriks biaya para pemain baseball diperoleh dari jurnal.

D. Tujuan Penulisan

1. Mengetahui model matematika yang bisa dipakai untuk masalah penempatan dengan menggunakan metode Hongaria.
2. Mengetahui langkah-langkah untuk menggunakan metode Hongaria sehingga mendapatkan hasil yang maksimumkan suatu matriks biaya.

E. Manfaat Penulisan

Manfaat penulisan tugas akhir ini yaitu dapat digunakan untuk menetapkan pemain baseball secara optimal serta dapat dipakai pada semua kasus-kasus penetapan yang lain, sehingga didapatkan hasil yang optimal.

F. Metode Penelitian

Metode penulisan yang digunakan dalam tugas akhir ini yaitu studi pustaka dengan membaca buku, jurnal-jurnal, dan makalah ilmiah yang berhubungan dengan metode Hongaria dalam masalah penetapan.

G. Sistematika Penulisan

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang
B. Rumusan Masalah
C. Batasan Masalah
D. Tujuan Penulisan
E. Manfaat Penulisan
F. Metode Penulisan
G. Sistematika Penulisan

BAB II Program Linear

A. Program Linear
B. Metode Simpleks

BAB III METODE HONGARIA

A. Model Matematika Dalam Masalah Penetapan
B. Metode Hongaria Dalam Masalah Penetapan

BAB IV PENERAPAN METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN PEMAIN TIM BASEBALL

A. Baseball
B. Posisi Pemain Dalam Baseball

BAB II

PROGRAM LINEAR

A. Program Linear

Program linear lahir pada tahun 1940 di Departemen Pertahanan Inggris dan Amerika untuk menjawab masalah optimasi perencanaan operasi perang melawan Jerman dalam Perang Dunia ke-II.

Pemilihan suatu keputusan adalah pemilihan terhadap beberapa alternatif-alternatif yang tersedia. Program linear membantu kita dalam membuat keputusan untuk memilih suatu alternatif yang tepat dan merupakan pemecahan yang paling baik. Masalah pokok di dalam pemograman linear adalah mengoptimalkan suatu fungsi linear yang terbatas oleh kendala-kendala berupa persamaan dan pertidaksamaan linear. Pemograman linear **adalah** sebuah metode matematis yang berkarakteristik linear untuk menemukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap suatu susunan kendala (Siswanto,2007: 26).

Secara matematis,bentuk standar model program linear adalah sebagai berikut:

Fungsi tujuan/objektif :

Memaksimumkan/meminimumkan $z = \sum_{j=1}^{n} x_j \, c_j$

Terhadap fungsi kendala-kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \begin{Bmatrix} \le \\ = \\ \ge \end{Bmatrix} b_i$$

$$x_j \ge 0$$

dengan x_j : Variabel keputusan ke-*j*

c_j: Parameter fungsi tujuan ke-*j*

b_i : Kapasitas kendala ke-*i*

a_{ij} : Parameter kendala ke-*i* untuk variabel keputusan ke-*j*

$$i : 1,2, \dots, m$$

$$j : 1,2, \dots, n$$

dengan setiap pertidaksamaan yang memiliki simbol $\leq, \geq$, dan persamaan dengan simbol $=$, hanya dipilih salah satu. Konstanta a_{ij} disebut koefisien teknis, c_j disebut koefisien ongkos, dan b_i disebut suku tetap di ruas kanan disingkat "suku tetap" atau "ruas kanan". Jika terdapat $x_j, j = 1, \dots, n$ yang memenuhi semua kendala maka disebut solusi layak. Solusi layak yang juga mengoptimalkan z disebut solusi optimum.

Setiap masalah minimum dapat dilihat seperti masalah maksimum dan sebaliknya, karena

$$min \sum_{j=1}^{n} c_j x_j = -max\left(-\sum_{j=1}^{n} c_j x_j\right)$$

Itu berarti untuk meminimumkan fungsi tujuan kita dapat memaksimumkan negatif dari fungsi tujuannya kemudian menegatifkan lagi hasil maksimumnya.

Masalah yang dapat diselesaikan dengan model program linear memiliki ciri-ciri sebagai berikut :

1. Semua variabel penyusunnya bernilai tidak negatif
2. Fungsi objektif dapat dinyatakan sebagai fungsi linear variabel-variabelnya.
3. Kendala dapat dinyatakan sebagai suatu sistem persamaan atau pertidaksamaan linear.

Metode yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah program linear adalah metode grafik dan simpleks. Metode grafik digunakan untuk memecahkan persoalan model program linear dua variabel. Lalu pada tahun 1947, ketika bertugas di Departemen Angkatan Udara Amerika Serikat George B. Dantzig mengembangkan metode yang dapat memecahkan persoalan model program linear yang lebih dari dua variabel disebut metode simpleks.

B. Metode Simpleks

Pada subbab ini akan dibahas metode simpleks untuk menyelesaikan masalah program linear khususnya untuk menyelesaikan masalah maksimum.

Bentuk baku masalah maksimum:

Maksimum $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

dengan kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1,$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2,$$
$$\cdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m,$$
$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \geq 0.$$

Untuk menyelesaikan masalah maksimum di atas akan didefinisikan terlebih dahulu pengubah pengetat.

Definisi 1.1

Pengubah pengetat (*slack variable*) adalah peubah yang digunakan untuk mengubah suatu sistem pertidaksamaan menjadi suatu sistem persamaan, dengan cara menambahkan variabel pengetat pada ruas kiri suatu pertidaksamaan.

Contoh 1

Diketahui suatu masalah maksimum dengan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ yang memenuhi

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 32 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 84 \end{cases} \tag{1}$$

Sistem pertidaksamaan (1) dapat diubah menjadi sistem persamaan dengan menambahkan peubah pengetat, sehingga masalah maksimum tersebut menjadi

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$,$s_1, s_2 \geq 0$ yang memenuhi

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + s_1 = 32 \\ 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 84 \end{cases} \tag{2}$$

dimana s_1, s_2 ini disebut pengubah pengetat.

Setelah membahas peubah pengetat, selanjutnya akan dibahas tabel simpleks.

Misalkan kita ingin menentukan $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ yang memaksimumkan

$z = 50x_1 + 80x_2$ dengan kendala

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 32 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 84 \end{cases} \tag{3}$$

Pada pembahasan sebelumnya, persamaan (3) dapat diubah menjadi

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, s_1 \geq 0, s_2 \geq 0$ yang memaksimumkan

$z = 50x_1 + 80x_2 + 0s_1 + 0s_2$ dengan kendala

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + s_1 = 32 \\ 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 84 \end{cases} \quad (4)$$

Berdasarkan persamaan (4) di atas akan disusun suatu matriks lengkap dari sistem persamaan linear dari persamaan (4).

Tabel 2.1 Matriks lengkap dari persamaan (4)

x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
1	2	**1**	0	32
3	4	0	**1**	84

jika $x_1$dan x_2 dipilih sebagai peubah nonbasis dimana peubah nonbasis adalah peubah yang diberi nilai nol, maka diperoleh $s_1 = 32, s_2 = 84$ sehingga menghasilkan $z = 0$. Hasil-hasil ini dapat dilihat dengan menambahkan 1 kolom peubah basis. Peubah basis adalah peubah yang bukan merupakan peubah nonbasis sehingga tidak diberi nilai nol. Berdasarkan hal tersebut s_1 dan s_2 adalah peubah basis.

Tabel 2.2 Penambahan kolom peubah basis dari Tabel 2.1

Peubah basis	x_1	x_2	s_1	s_2	b_1
s_1	1	2	1	0	32
s_2	3	4	0	1	84

Selanjutnya Tabel di atas dilengkapi lagi menjadi Tabel awal simpleks sebagai berikut :

Tabel 2.3 Tabel awal simpleks

	c_j	50	80	0	0	
$\overline{c_i}$	Peubah basis ($\overline{x_j}$)	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	1	2	1	0	32
	s_2	3	4	0	1	84

	z_j	0	0	0	0	0

Dengan kolom pojok paling kanan z_j adalah nilai z

x_j = peubah lengkap

$\overline{x_j}$ = peubah basis

c_j = koefisien dalam fungsi sasaran

$\overline{c_i}$ = koefisien dalam fungsi sasaran yang berkaitan dengan peubah basis

$z_j = \sum_i \overline{c_i}\, a_{ij}$ dan $z = \sum_i \overline{c_i} b_i$

Jika x_2 tetap sebagai peubah nonbasis (diberi nilai nol) dan x_1 menjadi peubah basis maka nilai z akan bertambah sebanyak $z = 50x_1 + 80(0) = 50x_1$. Jadi untuk pertambahan setiap unit x_1 maka nilai z akan bertambah sebanyak 50, sebaliknya jika x_1 tetap sebagai peubah nonbasis (diberi nilai nol) dan x_2 menjadi peubah basis $z = 50(0) + 80x_2 = 80x_2$. Jadi untuk pertambahan tiap unit x_2 maka nilai z akan bertambah sebanyak 80. Dari 2 hal di atas, yang memberikan pertambahan nilai z yang lebih besar untuk tiap unitnya adalah x_2. Maka x_2 menjadi peubah basis dan x_1 tetap sebagai peubah nonbasis (diberi nilai nol).

Kemudian tabel awal simpleks dilengkapi dengan baris tambahan $c_j - z_j$ yang merupakan indikator seberapa besar pertambahan nilai z yang masih dimungkinkan.

Tabel 2.4 Penambahan baris $c_j - z_j$ dari Tabel awal simpleks

	c_j	50	80	0	0	
$\overline{c_i}$	Peubah basis ($\overline{x_j}$)	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	1	2	1	0	32
	s_2	3	4	0	1	84
	z_j	0	0	0	0	0

	$c_j - z_j$	50	80	0	0	0

kolom x_2 yang memberikan nilai z terbesar disebut kolom kunci. Selanjutnya walaupun pertambahan x_2 menyebabkan nilai z bertambah, namun pertambahannya bukan tanpa batas karena sistem persamaan menjadi

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = 32 + 2x_2 \\ s_2 = 84 + 4x_2 \end{array}\right\}.$$

Diketahui $s_1 \geq 0, s_2 \geq 0$, haruslah $s_1 = 32 + 2x_2 \geq 0$ dan $s_2 = 84 + 4x_2 \geq 0$ atau $x_2 \leq \frac{32}{2} = 16$ dan $x_2 \leq \frac{84}{4} = 21$. Nilai x_2 yang memenuhi kedua pertidaksamaan tersebut adalah yang terkecil yaitu $x_2 \leq 16$.

Selanjutnya dalam tabel simpleks ditambahkan 1 kolom r_1 yang merupakan hasil bagi b_i dengan a_{ik} dengan k adalah kolom kunci.

Tabel 2.5 Penambahan kolom r_1 dari Tabel 2.4

	c_j	50	80	0	0		
$\overline{c_i}$	Peubah basis ($\overline{x_j}$)	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i	r_1
0	s_1	1	2	1	0	32	16
	s_2	3	4	0	1	84	21
	z_j	0	0	0	0	0	
	$c_j - z_j$	50	80	0	0	0	

peubah basis yang terletak pada baris yang sama dengan elemen terkecil dari r_1 yang harus keluar dan menjadi peubah nonbasis. Baris ini disebut baris kunci. Dalam hal ini s_1 berubah menjadi peubah nonbasis. Elemen yang terletak pada perpotongan kolom kunci dengan baris kunci disebut elemen kunci. Selanjutnya kolom-kolom dari peubah basis adalah vektor basis standar maka harus dilakukan operasi baris elementer untuk mengubahnya.

Definisi 1.2 Operasi baris elementer

Operasi baris elementer pada suatu matriks adalah salah satu operasi :

1. Menukar letak dari dua baris matriks tersebut.
2. Mengalikan suatu baris dengan konstanta tak nol.
3. Mengganti suatu baris dengan hasil penjumlahan baris tersebut dan kelipatan baris lain. (Budhi,1995: 18)

Tabel 2.6 Operasi baris elementer dari Tabel simpleks

		50	80	0	0	
$\overline{c_i}$	Peubah basis $(\overline{x_j})$	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	1	2	1	0	32
0	s_2	3	4	0	1	84

dengan mengalikan baris s_1 dengan 0,5 diperoleh

		50	80	0	0	
$\overline{c_i}$	Peubah basis $(\overline{x_j})$	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
80	x_2	0,5	1	0,5	0	16
0	s_2	3	4	0	1	84

selanjutnya baris s_2 dikurangi 4 kali baris x_2 diperoleh

		50	80	0	0	
$\overline{c_i}$	Peubah basis $(\overline{x_j})$	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
80	x_2	0,5	1	0,5	0	16
0	s_2	1	0	-2	1	20

kemudian hitung kembali z_j dan $c_j - z_j$, diperoleh

		50	80	0	0	
$\overline{c_i}$	Peubah basis $(\overline{x_j})$	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
80	x_2	0,5	1	0,5	0	16
0	s_2	1	0	-2	1	20
	z_j	40	80	40	0	1280
	$c_j - z_j$	10	0	-40	0	

selanjutnya proses diulangi sampai mendapatkan nilai $c_j - z_j$ yang negatif, yaitu

		50	80	0	0	
$\overline{c_i}$	Peubah basis $(\overline{x_j})$	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
80	x_2	0	1	1,5	-0,5	6
50	x_1	1	0	-2	1	20
	z_j	50	80	20	10	1480
	$c_j - z_j$	0	0	-20	-10	

ketika sudah tidak ada lagi nilai $c_j - z_j$ yang positif maka proses dihentikan dan diperoleh penyelesaian optimum yaitu $x_1 = 20, x_2 = 6$ dengan nilai $z = 1480$. Jadi nilai maksimum yang diperoleh adalah 1480.

BAB III

METODE HONGARIA

Masalah dasar dalam riset operasi adalah menetapkan tugas kepada fasilitas atas dasar relasi satu-satu dengan cara yang optimal. Misalnya, masalah tersebut dapat merupakan penetapan tugas terbaik dari para pekerja kepada pekerjaan mereka, peralatan pada tempat konstruksi, dan lain sebagainya. Masalah penetapan tugas mensyaratkan bahwa banyaknya fasilitas sama dengan banyaknya tugas, katakanlah sama dengan n. Dalam hal ini, maka ada $n!$ cara yang berlainan untuk menetapkan tugas kepada fasilitas berdasarkan penetapan satu-satu. Banyaknya penetapan ini adalah $n!$ karena terdapat n cara untuk menetapkan tugas pertama, $n-1$ untuk tugas kedua, $n-2$, $n-3$ untuk tugas ketiga dan seterusnya. Hal ini bisa di tulis dengan cara :

$$n.(n-1).(n-2)\ldots,3.2.1 = n!$$

penetapan yang mungkin. Di antara $n!$ penetapan yang mungkin ini, kita harus mencari satu penetapan yang optimal.

A. MODEL MATEMATIKA DALAM MASALAH PENETAPAN

Dalam tabel persoalan penugasan atau penetapan, baris menunjukkan jenis pekerjaan (*job*) sedangkan kolom menunjukkan jenis mesin atau pekerja (*worker*). Untuk mendefinisikan penetapan yang optimal secara tepat maka kita akan memperkenalkan kuantitas-kuantitas berikut ini. Kita mendefinisikan *matriks biaya* (*cost matriks*) sebagai matriks $n \times n$:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

c_{ij} = Biaya untuk menetapkan tugas ke- j kepada fasilitas ke- i

dengan $c_{ij} \geq 0$ untuk $i, j = 1,2,3, \dots, n$. Satuan dari c_{ij} dapat berupa rupiah, jam, kilometer dan lain-lain, satuan apapun yang sesuai dengan masalahnya.

Persyaratan bahwa suatu tugas harus ditetapkan kepada setiap fasilitas berdasarkan penetapan satu-satu adalah ekivalen dengan syarat bahwa tidak ada dua c_{ij} yang bersangkutan berasal dari baris yang sama atau kolom yang sama. Hal ini kemudian menghasilkan definisi sebagai berikut :

Definisi 3.1

Jika diketahui sebuah matriks biaya C yang berdimensi $n \times n$, maka penetapan (*assignment*) adalah sebuah himpunan dari n elemen di mana tidak ada dua dari antara elemennya yang berasal dari baris yang sama atau kolom yang sama.

Jadi sebuah penetapan optimal akan didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 3.2

Jumlah dari ke n elemen dari sebuah penetapan dinamakan biaya (*cost*) penetapan tersebut. Dengan biaya yang minimum atau maksimum dinamakan penetapan optimal (*optimal assignment*).

Masalah penetapan dengan n pekerja yang ditetapkan kepada n pekerjaan dapat direpresentasikan dengan program linear. Misalkan c_{ij} adalah biaya dari penetapan pekerja i untuk pekerjaan j,

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jika pekerja } i \text{ ditetapkan kepada pekerjaan } j \\ 0, \text{selainnya} \end{cases}$$

maka model program linear diberikan sebagai :

$$Minimal\ Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

dengan :

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = 1,2,3, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = 1,2,3, \dots, n$$

$$x_{ij} = 0 \; atau \; 1.$$

Berikut akan diberikan contoh dengan 2 cara penyelesaian yaitu memakai metode simpleks dan cara coba-coba .

Contoh 2

Sebuah perguruan tinggi bermaksud memasang alat penyejuk udara (AC) dalam tiga dari antara bangunannya selama liburan yang lamanya seminggu. Perguruan tinggi tersebut mengundang tiga kontraktor untuk menyerahkan tawaran terpisah untuk pekerjaan pada masing-masing ketiga bangunan tersebut. Tawaran-tawaran yang diterima oleh perguruan tinggi tersebut (di dalam satuan juta rupiah) didaftarkan di dalam tabel berikut :

Tabel 3.1 Harga Tawaran Setiap Bangunan Oleh Setiap Kontraktor

	Tawaran		
	Bangunan 1	Bangunan 2	Bangunan 3
Kontraktor 1	53	96	37
Kontraktor 2	47	87	41
Kontraktor 3	60	92	36

Berdasarkan Tabel 3.1 kontraktor pertama menawarkan harga untuk bangunan pertama sebesar $Rp\ 53.000.000$. Kontraktor kedua menawarkan harga untuk bangunan pertama sebesar $Rp\ 47.000.000$, dan seterusnya sampai kontraktor ketiga menawarkan harga untuk bangunan ketiga sebesar $Rp\ 36.000.000$.

Setiap kontraktor dapat memasang alat penyejuk udara tersebut hanya untuk satu bangunan selama periode seminggu, sehingga perguruan tinggi itu harus menetapkan kontraktor yang berlainan kepada setiap bangunan. Untuk gedung manakah setiap kontraktor harus ditetapkan agar meminimumkan jumlah tawaran yang bersangkutan ?

Penyelesaian dengan metode simpleks

Misalkan :

x_{11}= kontraktor 1 ditempatkan pada bangunan 1
x_{12} = kontraktor 1 ditempatkan pada bangunan 2
x_{13} = kontraktor 1 ditempatkan pada bangunan 3
x_{21} = kontraktor 2 ditempatkan pada bangunan 1
x_{22} = kontraktor 2 ditempatkan pada bangunan 2
x_{23} = kontraktor 2 ditempatkan pada bangunan 3
x_{31} = kontraktor 3 ditempatkan pada bangunan 1
x_{32} = kontraktor 3 ditempatkan pada bangunan 2
x_{33} = kontraktor 3 ditempatkan pada bangunan 3
dengan

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jika kontraktor } i \text{ ditempatkan kepada bangunan } j \\ 0, \text{selainnya} \end{cases}$$

dengan fungsi tujuannya :

$$\min f = 53x_{11} + 96x_{12} + 37x_{13} + 47x_{21} + 87x_{22} + 41x_{23} + 60x_{31} + 92x_{32} + 36x_{33}$$

dan kendala :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 1$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1$$

masalah program linear di atas dapat diselesaikan dengan metode simpleks. Tetapi karena jumlah variabelnya cukup banyak maka penyelesaian dengan metode simpleks ini akan dikerjakan dengan bantuan aplikasi ***QM***.

Dengan implementasi pada aplikasi ***QM*** diperoleh 13 iterasi yaitu :

Gambar 3.1 Tampilan Input data pada aplikasi ***QM***

Objective

Maximize

Minimize

contoh 1.1

	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X31	X32	X33		RHS	Equation form
Minimize	53	96	37	47	87	41	60	92	36			Min 53X11 + 96X12 ...
Kendala 1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	=	1	X11 + X12 + X13 = 1
Kendala 2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	=	1	X21 + X22 + X23 = 1
Kendala 3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	=	1	X31 + X32 + X33 = 1
Kendala 4	1	0	0	1	0	0	1	0	0	=	1	X11 + X21 + X31 = 1
Kendala 5	0	1	0	0	1	0	0	1	0	=	1	X12 + X22 + X32 = 1
Kendala 6	0	0	1	0	0	1	0	0	1	=	1	X13 + X23 + X33 = 1

Gambar 3.2 Iterasi 1 sampai 13

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
Phase 1 - Iteration 1																	
1	artfcl 1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	artfcl 2	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	artfcl 3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	artfcl 4	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	artfcl 5	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
1	artfcl 6	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	zj	6	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	1	1	1	1	1	1
	cj-zj		2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
Iteration 2																	
0	X11	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	artfcl 2	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	artfcl 3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	artfcl 4	0	0	-1	-1	1	0	0	1	0	0	-1	0	0	1	0	0
1	artfcl 5	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
1	artfcl 6	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	zj	4	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	3	1	1	1	1	1
	cj-zj		0	0	0	2	2	2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
	cj-zj		0	0	0	2	2	2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0
Iteration 3																	
0	X11	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	artfcl 2	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	artfcl 3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
0	X12	0	0	1	1	-1	0	0	-1	0	0	1	0	0	-1	0	0
1	artfcl 5	1	0	0	-1	1	1	0	1	1	0	-1	0	0	1	1	0
1	artfcl 6	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	zj	4	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-2	3	1	1	1	1	1
	cj-zj		0	0	0	2	2	2	2	2	2	-2	0	0	0	0	0

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
Iteration 4																	
0	X21	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	artfcl 2	0	-1	0	0	0	1	1	-1	0	0	0	1	0	-1	0	0
1	artfcl 3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
0	X12	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	artfcl 5	0	-1	0	-1	0	1	0	0	1	0	-1	0	0	0	1	0
1	artfcl 6	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	zj	2	2	0	0	0	-2	-2	0	-2	-2	3	1	1	3	1	1
	cj-zj		-2	0	0	0	2	2	0	2	2	-2	0	0	-2	0	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
Iteration 5																	
0	X21	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	X11	0	1	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	-1	0	1	0	0
1	artfcl 3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
0	X12	1	0	1	1	0	1	1	-1	0	0	1	1	0	-1	0	0
1	artfcl 5	0	0	0	-1	0	0	-1	1	1	0	-1	-1	0	1	1	0
1	artfcl 6	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	zj	2	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	3	3	1	1	1	1
	cj-zj		0	0	0	0	0	0	2	2	2	-2	-2	0	0	0	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
	cj-zj		0	0	0	0	0	0	2	2	2	-2	-2	0	0	0	0
Iteration 6																	
0	X21	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	X11	0	1	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	-1	0	1	0	0
1	artfcl 3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
0	X12	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
0	X13	0	0	0	1	0	0	1	-1	-1	0	1	1	0	-1	-1	0
1	artfcl 6	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-1	-1	0	1	1	1
	zj	2	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	3	3	1	1	1	1
	cj-zj		0	0	0	0	0	0	2	2	2	-2	-2	0	0	0	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
	cj-zj		0	0	0	0	0	0	2	2	2	-2	-2	0	0	0	0
Iteration 7																	
0	X21	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	X31	0	1	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	-1	0	1	0	0
1	artfcl 3	1	-1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	-1	0	0
0	X12	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
0	X13	0	1	0	1	0	-1	0	0	-1	0	1	0	0	0	-1	0
1	artfcl 6	1	-1	0	0	0	1	1	0	1	1	-1	0	0	0	1	1
	zj	2	2	0	0	0	-2	-2	0	-2	-2	3	1	1	3	1	1
	cj-zj		-2	0	0	0	2	2	0	2	2	-2	0	0	-2	0	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
	cj-zj		-2	0	0	0	2	2	0	2	2	-2	0	0	-2	0	0
Iteration 8																	
0	X22	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	X31	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	artfcl 3	0	-1	0	0	-1	0	0	0	1	1	0	0	1	-1	0	0
0	X12	0	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	-1	0	0	1	0
0	X13	1	1	0	1	1	0	1	0	-1	0	1	1	0	0	-1	0
1	artfcl 6	0	-1	0	0	-1	0	0	0	1	1	-1	-1	0	0	1	1
	zj	0	2	0	0	2	0	0	0	-2	-2	3	3	1	3	1	1
	cj-zj		-2	0	0	-2	0	0	0	2	2	-2	-2	0	-2	0	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
	zj	0	2	0	0	2	0	0	0	-2	-2	3	3	1	3	1	1
	cj-zj		-2	0	0	-2	0	0	0	2	2	-2	-2	0	-2	0	0
Iteration 9																	
0	X22	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	X31	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
0	X11	0	1	0	0	1	0	0	0	-1	-1	0	0	-1	1	0	0
0	X12	0	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	-1	0	0	1	0
0	X13	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	-1	-1	0
1	artfcl 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1
	zj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	1	1	1
	cj-zj		0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
	cj-zj		0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	0	0	0
Phase 2																	
87	X22	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
60	X31	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
53	X11	0	1	0	0	1	0	0	0	-1	-1	0	0	-1	1	0	0
96	X12	0	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	-1	0	0	1	0
37	X13	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	-1	-1	0
0	artfcl 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1
	zj	184	53	96	37	50	87	54	60	81	28	-37	-28	-44	-16	-59	0
	cj-zj		0	0	0	-3	0	-13	0	11	8	37	28	44	16	59	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
	cj-zj		0	0	0	-3	0	-13	0	11	8	37	28	44	16	59	0
Iteration 11																	
87	X22	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
60	X31	1	0	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	-1	0
53	X11	0	1	1	0	0	0	-1	0	0	-1	0	-1	-1	1	1	0
92	X32	0	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	-1	0	0	1	0
37	X13	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	-1	-1	0
0	artfcl 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1
	zj	184	53	107	37	39	87	43	60	92	28	-37	-39	-44	-16	-48	0
	cj-zj		0	-11	0	8	0	-2	0	0	8	37	39	44	16	48	0

(untitled) Solution

Cj	Basic Variables	Quantity	53 X11	96 X12	37 X13	47 X21	87 X22	41 X23	60 X31	92 X32	36 X33	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	0 artfcl 5	0 artfcl 6
	cj-zj		0	-11	0	8	0	-2	0	0	8	37	39	44	16	48	0
Iteration 12																	
47	X21	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
60	X31	0	0	-1	0	0	-1	0	1	0	1	0	0	1	0	-1	0
53	X11	0	1	1	0	0	0	-1	0	0	-1	0	-1	-1	1	1	0
92	X32	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
37	X13	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	-1	-1	0
0	artfcl 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1
	zj	176	53	107	37	47	95	51	60	92	28	-37	-31	-44	-16	-48	0
	cj-zj		0	-11	0	0	-8	-10	0	0	8	37	31	44	16	48	0

Iteration 13																	
47	X21	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
36	X33	0	0	-1	0	0	-1	0	1	0	1	0	0	1	0	-1	0
53	X11	0	1	0	0	0	-1	-1	1	0	0	0	-1	0	1	0	0
92	X32	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
37	X13	1	0	1	1	0	1	1	-1	0	0	1	1	0	-1	0	0
0	artfcl 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	1	1	1
	zj	176	53	99	37	47	87	51	68	92	36	-37	-31	-36	-16	-56	0

Berdasarkan hasil yang diperoleh dari aplikasi ***QM*** dapat disimpulkan bahwa dari 13 iterasi, diperoleh biaya minimum yaitu *Rp* 176.000.000 dan bangunan yang ditetapkan untuk kontraktor yaitu :

Kontraktor 2 pada bangunan 1, dengan biaya awal x_{21} = 47

Kontraktor 3 pada bangunan 2, dengan biaya awal x_{32} = 92

Kontraktor 1 pada bangunan 3, dengan biaya awal x_{13} = 37

Tampak bahwa dengan menggunakan metode simpleks dibutuhkan iterasi yang cukup banyak sehingga untuk masalah yang lebih besar metode ini menjadi kurang praktis.

Selanjutnya, penyelesaian dengan cara coba-coba

Matriks biaya untuk Contoh 2 adalah matriks 3 × 3 :

$$\begin{bmatrix} 53 & 96 & 37 \\ 47 & 87 & 41 \\ 60 & 92 & 36 \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Dalam hal ini terdapat 3! Cara yang berlainan untuk menetapkan kontraktor kepada bangunan berdasarkan penetapan satu-satu. Banyaknya penetapan ini adalah 3! karena hanya terdapat 6 penetapan yang mungkin, maka kita dapat memecahkan soal ini dengan menghitung biaya masing-masing penetapan ini.

$$\begin{bmatrix} \boxed{53} & 96 & 37 \\ 47 & \boxed{87} & 41 \\ 60 & 92 & \boxed{36} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \boxed{53} & 96 & 37 \\ 47 & 87 & \boxed{41} \\ 60 & \boxed{92} & 36 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 53 & \boxed{96} & 37 \\ \boxed{47} & 87 & 41 \\ 60 & 92 & \boxed{36} \end{bmatrix}$$

$$53 + 87 + 36 = 176 \qquad 53 + 92 + 41 = 186 \qquad 47 + 96 + 36 = 179$$
$$(a) \qquad\qquad (b) \qquad\qquad (c)$$

$$\begin{bmatrix} 53 & 96 & \boxed{37} \\ \boxed{47} & 87 & 41 \\ 60 & \boxed{92} & 36 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 53 & \boxed{96} & 37 \\ 47 & 87 & \boxed{41} \\ \boxed{60} & 92 & 36 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 53 & 96 & \boxed{37} \\ 47 & \boxed{87} & 41 \\ \boxed{60} & 92 & 36 \end{bmatrix}$$

$$47 + 92 + 37 = 176 \qquad 60 + 96 + 41 = 197 \qquad 60 + 87 + 37 = 184$$
$$(d) \qquad\qquad (e) \qquad\qquad (f)$$

Perhatikan bahwa jumlah seluruh tawaran tersebut berkisar dari minimum $Rp\,176.000.000$ sampai ke maksimum $Rp\,197.000.000$. Jumlah tawaran minimum $Rp\,176.000.000$ dicapai oleh penetapan (a) dan juga (d), maka perguruan tinggi itu seharusnya menetapkan kontraktor kepada bangunan-bangunan tersebut dengan salah satu dari antara ke dua cara berikut

Kemungkinan yang pertama :

Kontraktor 1 untuk Bangunan 1
Kontraktor 2 untuk Bangunan 2
Kontraktor 3 untuk Bangunan 3

atau

Kemungkinan yang ke-2 :
Kontraktor 1 untuk Bangunan 3
Kontraktor 2 untuk Bangunan 1
Kontraktor 3 untuk Bangunan 2.

Metode yang diterapkan dalam contoh ini menjadi tidak praktis jika ukuran matriks biaya tersebut bertambah besar. Misalnya, untuk matriks biaya berukuran 10×10, maka jumlah penetapan seluruhnya yang mungkin adalah 10! Atau 3.628.800 penetapan.

Dalam bagian berikutnya akan dijelaskan sebuah metode praktis untuk memecahkan sebarang masalah penetapan (*assignment problem*).

B. METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN

Harold W.Kuhn adalah seorang matematikawan pertama yang secara resmi menemukan dan mempublikasikan metode Hongaria atau solusi dari masalah penetapan pada tahun 1955. Kemudian tahun 1957 metode ini diperbaiki oleh James Munkers. Algoritma yang dikembangkan oleh J.Munkers tersebut didasarkan pada yang dikembangkan oleh dua orang ahli matematika yang berasal dari Hungaria juga yang bernama D. Konig dan J. Egervary, sehingga metode ini dinamakan metode Hongaria atau algoritma Hongaria.

Penggunaan metode Hongaria misalnya, dalam penetapan tugas terbaik dari para pekerja pada pekerjaan mereka, pemain pada kedudukannya di lapangan, menentukan jodoh yang tepat jika diberikan matriks biaya dalam skala-skala tertentu, atau penjadwalan perkuliahan secara optimal, dan lain sebagainya.

Contoh 3

Misalkan sebuah soal penetapan mempunyai matriks biaya :

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 5 \\ 6 & 0 & 3 & 7 & 7 \\ 7 & 9 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

Perhatikan bahwa semua elemen matriks biaya ini tidak negatif dan bahwa matriks biaya ini mengandung banyak elemen nol. Perhatikan juga, bahwa kita dapat mencari sebuah penetapan yang seluruhnya terdiri dari elemen nol, yakni :

$$\begin{bmatrix} \boxed{0} & 5 & 7 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & \boxed{0} & 2 & 5 \\ 6 & \boxed{0} & 3 & 7 & 7 \\ 7 & 9 & 4 & 0 & \boxed{0} \\ 3 & 2 & 0 & \boxed{0} & 1 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Penetapan ini haruslah optimal karena biayanya adalah nol dan karena kita tidak mungkin mencari penetapan dengan biaya yang kurang daripada nol jika semua elemen matriks biaya tersebut tidak negatif.

Sangat sedikit soal penetapan yang pemecahannya semudah pemecahan soal pada Contoh 3. Akan tetapi, teorema berikut memberikan sebuah metode untuk mengubah sebuah soal penetapan yang sebarang menjadi sebuah soal yang dapat dipecahkan seperti soal Contoh 3 di atas.

Teorema 3.6

Jika sebuah bilangan ditambahkan kepada atau dikurangkan dari semua elemen sebarang baris atau sebarang kolom dari sebuah matriks biaya, maka penetapan optimal untuk matriks biaya yang dihasilkan adalah juga penetapan optimal untuk matriks biaya yang semula.

Bukti :

Misalkan bilangan lima ditambahkan kepada setiap elemen baris kedua dari sebuah matriks biaya yang diberikan. Karena setiap penetapan mengandung persis satu elemen dari baris kedua, maka didapatkan bahwa biaya setiap penetapan untuk matriks baru tersebut adalah persis lima lebih banyak dari pada biaya penetapan yang bersangkutan untuk matriks yang semula. Jadi, penetapan-penetapan yang bersangkutan akan mempertahankan urutan pembiayaannya, dan dengan demikian penetapan optimal dari matriks yang manapun akan bersesuaian dengan penetapan optimal dari matriks yang lainnya. Argumen atau pernyataan serupa akan berlaku bila sebuah bilangan ditambahkan kepada sebarang kolom matriks biaya tersebut, atau jika digunakan pengurangan ketimbang penambahan.

Metode Hongaria adalah suatu algoritma atau prosedur untuk memecahkan masalah penetapan yang memodifikasi baris dan kolom dalam suatu matriks biaya sehingga mendapatkan matriks biaya dengan elemen-elemen yang tak negatif yang mengandung sebuah penetapan yang seluruhnya terdiri dari elemen nol. Penetapan seperti itu dinamakan penetapan optimal pada matriks biaya awal.

Adapun syarat – syarat masalah penetapan untuk menggunakan metode Hongaria ini, yaitu :

1. Dalam tabel persoalan penugasan atau penetapan, baris menunjukkan jenis pekerjaan (*job*) sedangkan kolom menunjukkan jenis mesin atau pekerja (*worker*). Jumlah baris harus sama dengan jumlah kolom. Berarti banyaknya jenis pekerjaan sama dengan banyaknya jenis mesin atau pekerja.
2. Setiap mesin atau pekerja hanya dapat dipergunakan untuk memproses satu jenis pekerjaan. Dasar penetapan adalah satu lawan satu (*one to one basis*).
3. Apabila jumlah pekerjaan (*job*) tidak sama dengan jumlah pekerja (*worker*) yang tersedia , atau sebaliknya maka akan ditambahkan variabel *dummy worker* (pekerja semu) atau *dummy job* (pekerjaan semu).
4. Elemen-elemen dalam *matriks biaya* harus merupakan bilangan bulat.
5. Masalahnya haruslah merupakan soal minimasi. Masalah pemaksimuman jumlah elemen sebuah matriks biaya akan mudah diubah menjadi masalah meminimumkan jumlah tersebut dengan mengalikan setiap elemen dari matriks biaya dengan (-1).

Langkah- langkah penggunaan metode Hongaria :

1. Kurangkan elemen terkecil dalam setiap baris dari semua elemen barisnya. Setelah langkah ini, setiap baris mempunyai sedikit-dikitnya satu elemen nol dan semua elemen lainnya tidak negatif.
2. Kurangkan elemen terkecil dalam setiap kolom dari semua elemen kolomnya. Setelah langkah ini, setiap baris dan kolom mempunyai sedikit-dikitnya satu elemen nol dan semua elemen lainnya adalah tidak negatif.
3. Tarik garis melalui baris dan kolom yang sesuai sehingga semua elemen nol dari matriks biaya itu telah dilalui dan jumlah minimum dari garis telah digunakan.
4. Uji Optimalitas.
   I. Jika jumlah minimum dari garis liputan adalah n, maka sebuah penetapan telah optimal dan tugas kita sudah selesai.
   II. Jika jumlah minimum dari garis liputan lebih sedikit daripada n, maka sebuah penetapan optimal dari bilangan-bilangan nol belum selesai dan harus dilanjutkan ke Langkah 5.
5. Tentukan elemen terkecil yang tidak dilalui oleh garis manapun. Kurangkan elemen tersebut dengan semua elemen yang tidak dilalui oleh garis manapun. Kemudian tambahkan elemen terkecil itu kepada semua elemen yang dilalui oleh sebuah garis horisontal dan sebuah garis vertikal. Kembali ke Langkah 3. Langkah ini ekivalen dengan teorema 3.6.

Contoh 4

Sebuah perusahaan konstruksi mempunyai empat buldoser besar yang diletakkan di empat garasi yang berlainan. Keempat buldoser tersebut harus dipindahkan keempat tempat konstruksi yang berlainan. Jarak dalam kilometer di antara berbagai buldoser dan tempat konstruksi diberikan dalam tabel berikut :

Tabel 3.2 Jarak Setiap Buldoser Ke Setiap Tempat Konstruksi

		Tempat Konstruksi			
		1	2	3	4
Buldoser	1	90	75	75	80
	2	35	85	55	65
	3	125	95	90	105
	4	45	110	95	115

Berdasarkan Tabel 3.2 jarak dari buldoser pertama ke tempat konstruksi yang ke pertama sebesar $90\ km$, jarak dari buldoser kedua ke tempat konstruksi kedua sebesar $85\ km$ dan seterusnya sampai jarak dari buldoser keempat ke tempat konstruksi keempat sebesar $115\ km$.

Bagaimanakah seharusnya buldoser tersebut dipindahkan ke tempat konstruksi untuk meminimumkan jarak yang ditempuh ?

Penyelesaian :

Akan diterapkan metode Hongaria pada matriks (3.7), yang merupakan martiks biaya untuk soal ini. Langkah- langkah metode Hongaria adalah sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 90 & 75 & 75 & 80 \\ 35 & 85 & 55 & 65 \\ 125 & 95 & 90 & 105 \\ 45 & 110 & 95 & 115 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Langkah 1. Kurangkan 75 dari baris pertama matriks (3.7), kurangkan 35 dari baris kedua, kurangkan 90 dari baris ketiga, dan kurangkan 45 dari baris keempat untuk mendapatkan matriks (3.8).

$$\begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 50 & 20 & 30 \\ 35 & 5 & 0 & 15 \\ 0 & 65 & 50 & 70 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Langkah 2.

Ketiga kolom pertama matriks (3.8) sudah mengandung elemen-elemen nol, karena itu kita hanya perlu mengurangkan 5 dari kolom ke empat. Hasilnya adalah matriks (3.9).

$$\begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 20 & 25 \\ 35 & 5 & 0 & 10 \\ 0 & 65 & 50 & 65 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Langkah 3.

Tariklah sejumlah minimum garis vertikal dan garis horisontal untuk menutupi elemen-elemen nol yang sudah diperoleh (3.9).

Langkah 4.

Diperoleh jumlah minimum dari garis yang digunakan dalam Langkah 3 adalah tiga, maka penetapan optimal dari bilangan-bilangan nol masih belum mungkin.

Langkah 5.

Selanjutnya, kurangi 20 pada setiap elemen yang tidak dilalui garis dan tambahkan 20 pada elemen yang terletak pada perpotongan antara dua garis lurus tersebut. Hasilnya adalah matriks (3.10).

$$\begin{bmatrix} 35 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 & 5 \\ 55 & 5 & 0 & 10 \\ 0 & 45 & 30 & 45 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Langkah 6.

Tutuplah elemen nol dari matriks 3.10 dengan sejumlah minimum garis vertikal dan garis horisontal.

Langkah 7.

Jumlah minimum dari garis masih tetap tiga, penetapan optimal dari bilangan-bilangan nol masih belum mungkin.

Langkah 8.

Kurangkan 5, yakni elemen terkecil yang tidak tertutup garis dari matriks 3.10, dan tambahkan 5 pada elemen yang tertutup dua kali oleh garis-garis. Hasilnya matriks 3.11.

$$\begin{bmatrix} 40 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 0 \\ 55 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 40 & 30 & 40 \end{bmatrix} \qquad (3.11)$$

Langkah 9.

Lalu tarik garis yang melalui semua elemen-elemen nol dari matriks (3.11) dengan garis vertikal dan garis horisontal.

Langkah 10.

Karena elemen-elemen nol dari matriks (3.11) tidak dilalui dengan garis-garis yang banyaknya kurang dari empat, maka matriks itu harus mengandung penetapan optimal dari bilangan-bilangan nol.

Selanjutnya, karena telah diperoleh penetapan optimal, dengan cara coba-coba diperoleh dua penetapan optimal dari bilangan-bilangan nol, sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 40 & 0 & 5 & \boxed{0} \\ 0 & 25 & \boxed{0} & 0 \\ 55 & \boxed{0} & 0 & 5 \\ \boxed{0} & 40 & 30 & 40 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 40 & \boxed{0} & 5 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & \boxed{0} \\ 55 & 0 & \boxed{0} & 5 \\ \boxed{0} & 40 & 30 & 40 \end{bmatrix}$$

(a) (b)

Penetapan (a) menghasilkan pemindahan buldoser sebagai berikut ke tempat konstruksi :

Buldoser 1 ke tempat konstruksi 4

Buldoser 2 ke tempat konstruksi 3

Buldoser 3 ke tempat konstruksi 2

Buldoser 4 ke tempat konstruksi 1

Dari Tabel 3.2 di atas, diperoleh jarak minimum yang bersangkutan yang ditempuh adalah:

$$80 + 55 + 95 + 45 = 275\ km$$

Demikian juga, penetapan bagian (b) menghasilkan pemecahan alternatif :

Buldoser 1 ke tempat konstruksi 2

Buldoser 2 ke tempat konstruksi 4

Buldoser 3 ke tempat konstruksi 3

Buldoser 4 ke tempat konstruksi 1

diperoleh jarak minimum yang ditempuh adalah :

$$75 + 65 + 90 + 45 = 275\ km$$

Selanjutnya, pada contoh berikutnya kita akan membahas sebuah prosedur untuk menangani masalah penetapan, untuk matriks biaya yang bukan matriks persegi atau matriks yang banyak barisnya tidak sama dengan banyak kolomnya.

Contoh 5 :

Sebuah biro jodoh mempunyai empat klien wanita dan lima klien pria yang ingin dinikahkan. Biro jodoh tersebut menyusun pasangan-pasangan yang mungkin sesuai di antara klien-kliennya pada skala nol sampai sepuluh, skala nol untuk pasangan yang tidak serasi dan skala sepuluh untuk pasangan yang paling serasi. Susunannya ditabelkan sebagai berikut :

Tabel 3.3 Skala Calon Pengantin Pria dan Calon Pengantin Wanita

		Calon Pengantin Pria				
		Bob	Tom	Joe	Hal	Don
Calon Pengantin Wanita	Sue	7	4	7	3	10
	Ann	5	9	3	8	7
	Bea	3	5	6	2	9
	Fay	6	5	0	4	8

Berdasarkan Tabel 3.3 skala Sue calon pengantin wanita dengan Bob calon pengantin pria sebesar 7, dan seterusnya sampai skala Fay calon pengantin wanita dengan Don calon pengantin pria sebesar 8.

Bagaimanakah biro jodoh tersebut harus memasangkan klien-kliennya untuk memaksimumkan jumlah pasangan yang mungkin ?

Penyelesaian :

Karena jumlah calon pengantin pria satu orang lebih banyak daripada jumlah calon pengantin wanita, maka salah seorang dari antara calon pengantin pria tidak akan dapat dipasangkan. Untuk menangani hal ini secara matematis, maka kita memperkenalkan seorang calon pengantin wanita bohong-bohongan "*dummy*" yang pasangannya dengan masing-masing ke lima calon pengantin pria tersebut mempunyai skala nol. Calon pengantin pria yang dipasangkan dengan pengantin wanita bohong-bohongan itu pada kenyataannya tidak akan dipasangkan. Maka kita tambahkan sebuah baris dengan bilangan nol yang menyatakan pengantin wanita bohong-bohongan untuk Tabel di atas, dan dengan cara ini maka dihasilkanlah matriks biaya yang berukuran 5×5 sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 7 & 4 & 7 & 3 & 10 \\ 5 & 9 & 3 & 8 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 2 & 9 \\ 6 & 5 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

masalahnya seperti yang dinyatakan di sini adalah masalah memaksimumkan sebuah jumlah. Kita mengubahnya menjadi masalah meminimumkan sebuah jumlah dengan mengalikan setiap elemen matriks (3.12) dengan (-1). Diperoleh

$$\begin{bmatrix} -7 & -4 & -7 & -3 & -10 \\ -5 & -9 & -3 & -8 & -7 \\ -3 & -5 & -6 & -2 & -9 \\ -6 & -5 & 0 & -4 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

lalu terapkan metode Hongaria untuk matriks (3.13) yang telah diperoleh untuk mencari sebuah penetapan optimal.

Langkah 1.	Kurangkan -10 dari baris pertama matriks (3.13), kurangkan -9 dari baris kedua dan ketiga , dan kurangkan

	-8 dari baris keempat untuk mendapatkan matriks (3.14).

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 3 & 7 & 0 \\ 4 & 0 & 6 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & 3 & 7 & 0 \\ 2 & 3 & 8 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Langkah 2.	Semua kolom matriks (3.14) mengandung elemen nol, maka Langkah 2 tidak diperlukan.
Langkah 3.	Tarik garis yang melalui semua elemen-elemen nol dari matriks (3.14) dengan garis vertikal dan garis horisontal.
Langkah 4.	Jumlah minimum dari garis yang digunakan dalam Langkah 3 adalah tiga, maka penetapan optimal dari bilangan-bilangan nol tidak akan mungkin.
Langkah 5.	Kurangkan 2 pada setiap elemen yang tidak dilalui garis dan tambahkan 2 pada elemen yang dilalui oleh garis vertikal dan horisontal . Hasilnya adalah matriks (3.15).

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 6 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Langkah 6.	Tarik garis yang melalui semua elemen-elemen nol dari matriks (3.15) dengan sejumlah minimum garis vertikal dan garis horisontal.
Langkah 7.	Karena jumlah minimum dari garis-garis adalah 4, maka penetapan optimal dari bilangan-bilangan nol masih belum mungkin.

Langkah 8.	Kurangkan 1 pada setiap elemen yang tidak dilalui garis dan tambahkan 1 pada ketiga elemen yang dilalui oleh garis vertikal dan horisontal. Hasilnya adalah matriks (3.16).

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 6 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

Langkah 9.	Tariklah garis yang melalui semua elemen-elemen nol dari matriks (3.16) dengan garis vertikal dan garis horisontal.
Langkah 10.	Karena elemen-elemen nol dari matriks (3.16) tidak dapat dilalui dengan garis-garis yang lebih sedikit daripada lima garis, maka matriks tersebut harus mengandung sebuah penetapan optimal dari bilangan–bilangan nol. Penetapan seperti itu diberikan di dalam matriks (3.17).

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & \boxed{0} & 4 & 0 \\ 4 & \boxed{0} & 6 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & \boxed{0} \\ \boxed{0} & 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{0} & 2 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

Penetapan optimal yang ditunjukkan dalam (3.17) akan menghasilkan pasangan pengantin wanita-pria sebagai berikut :

Sue-Joe	(susunan skala = 7)
Ann-Tom	(susunan skala = 9)
Bea-Don	(susunan skala = 9)
Fay-Bob	(susunan skala = 6)
Hal Tidak dipasangkan.	

Jumlah susunan skala maksimum yang dihasilkan adalah $7 + 9 + 9 + 6 = 31$.

BAB IV

PENERAPAN METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN PEMAIN TIM BASEBALL

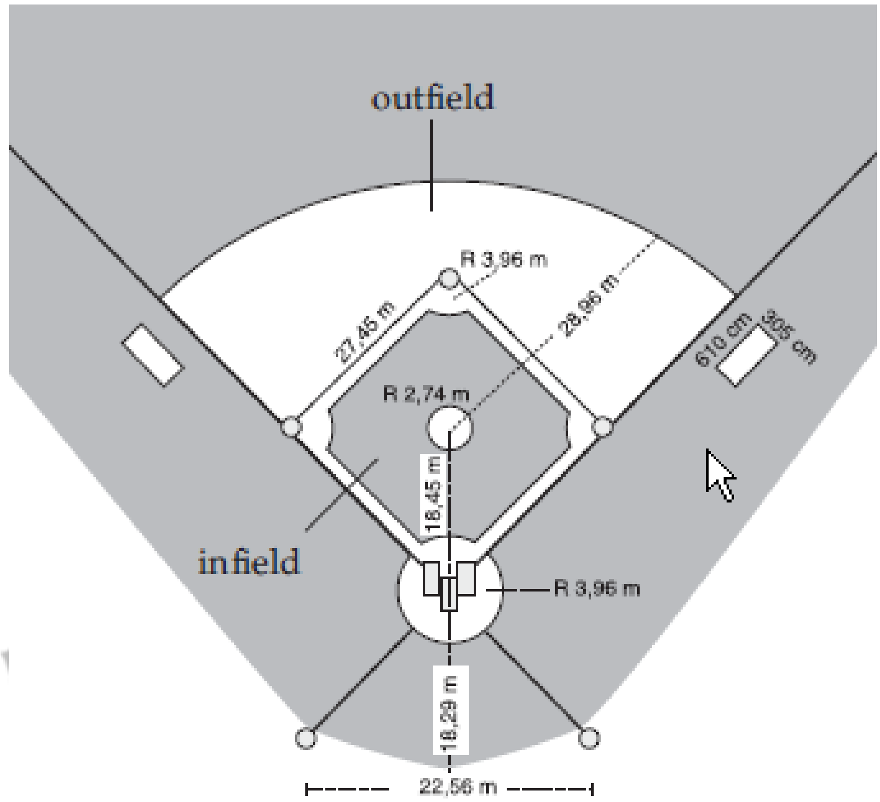
A. BASEBALL

Permainan Baseball diilhami dari permainan *rounders*. Pada tahun 1845, permainan Baseball disempurnakan oleh Alexander Cartwright. Ia pula yang merancang bentuk lapangan Baseball yang digunakan sampai saat ini. Untuk pertama kalinya, baseball dipertandingkan pada tanggal 19 Juni 1986 di New York, Amerika. Olahraga Baseball yang juga disebut sebagai ‘ *The great American pastime’* telah terus bertumbuh dalam popularitas di seluruh dunia selama beberapa dekade terakhir. Di olimpiade, baseball pertama kali diakui sebagai olah raga resmi di tahun 1992 pada olimpiade musim panas.

Meningkatnya minat dan partisipasi negara baru telah menyebabkan terciptanya *Word Baseball Classic*, yang setara dengan Piala Dunia dalam olah raga lainnya. Pembentukkan turnamen di tahun 2006 memang membantu menempatkan Baseball pada peta dunia dan mengubah kesalahpahaman tentang olah raga bahwa baseball hanya dimainkan di Amerika Serikat. Olahraga ini memang kurang populer di Indonesia dibandingkan dengan sepak bola dan bulu tangkis.

Baseball adalah olah raga yang dimainkan oleh dua tim di lapangan. Setiap tim memiliki 9 orang pemain. Dalam pertandingan Baseball di Liga Baseball Amerika biasanya terdapat 4 orang wasit, walaupun kadang-kadang ada 6 orang wasit. Dalam permainan Baseball terdapat dua tim yang berhadapan, satu tim penjaga sering disebut tim bertahan, sedangkan tim pemukul biasa disebut tim penyerang. Pelempar (*pitcher*) adalah anggota tim penjaga yang bertugas melemparkan bola ke arah tim pemukul (*batter*).

1. Lapangan



Gambar 4.1 Diagram Lapangan Baseball

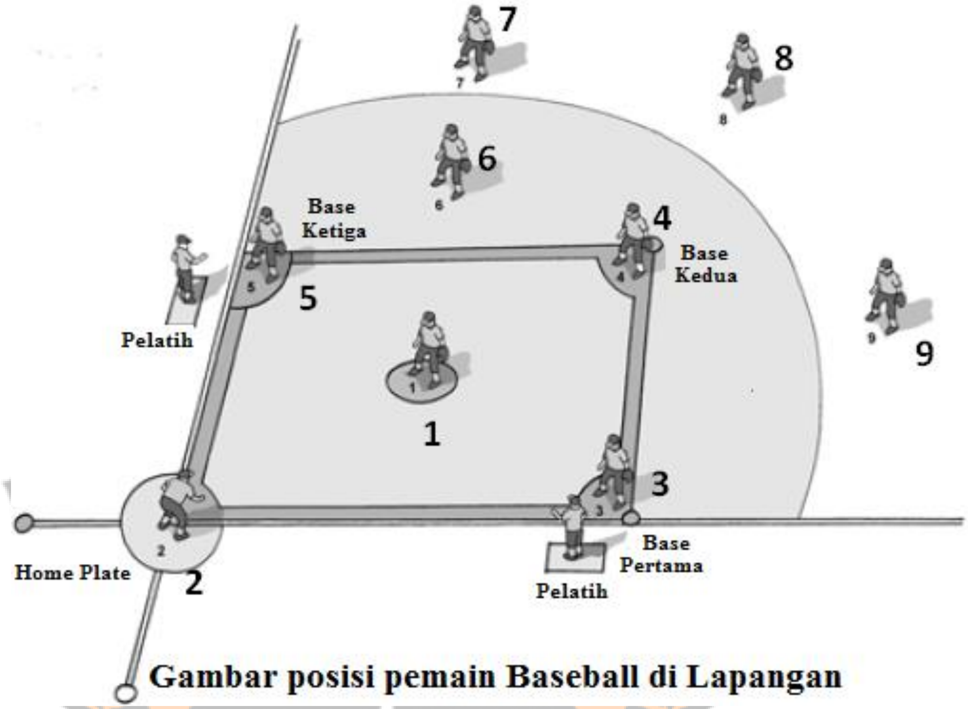
Baseball dimainkan di lapangan berbentuk segi empat dengan sisi-sisinya berukuran 27,4 m. Di empat sudut lapangan baseball terdapat marka yang disebut *base*. Keempat base itu terdiri atas base awal dinamai home plate, base pertama, kedua, dan ketiga. Jarak base yang satu dengan yang lain adalah 27,432 m. Lapangan baseball dibagi menjadi dua daerah, yaitu daerah dalam (*infield*) dan daerah luar (*outfield*). Di daerah dalam terdapat seluruh base, sedangkan daerah luar terletak di luar daerah dalam.

2. Peralatan

Peralatan untuk bermain baseball adalah bola baseball dan tongkat pemukul yang disebut bat. Bola baseball berwarna putih, tongkat baseball berbentuk silinder panjang dan dapat terbuat dari kayu atau logam aluminium.

3. Formasi Pemain Baseball di Lapangan

Possisi pemain bertahan terdiri atas *pitcher*, *catcher*, *first baseman*, *second baseman*, *short stop*, *third baseman*, *left baseman*, *left fielder*, *center fielder*, dan *right fielder*.



Gambar 4.2 Posisi Pemain Baseball di Lapangan

Keterangan :

1. *Pitcher*
2. *Batter,*
3. *First Baseman,*
4. *Second Baseman*
5. *Third Baseman*
6. *Short Stop*
7. *Right Fielder*
8. *Center Fielder*
9. *Left Fielder, dan*
10. *Catcher*

4. Dasar Permainan Baseball

Baseball dimainkan oleh dua tim di lapangan baseball. Setiap tim biasanya terdiri atas 9 orang pemain. Kedua tim secara bergantian menjadi tim pemukul dan tim penjaga. Pelempar (*pitcher*) adalah anggota tim penjaga yang bertugas melemparkan bola ke arah pemain tim pemukul (*batter*). Sementara, batter berusaha memukul bola menggunakan tongkat pemukul dengan tepat. Tim penjaga berupaya menangkap bola yang dipukul agar dapat menjadi tim pemukul.

Dalam baseball, tim penjaga sering disebut tim bertahan. Mereka akan menjaga daerah permainan untuk mengamankan bola sebelum pemain lawan berada di titik aman (*base*). Sebaliknya, tim pemukul biasa disebut tim penyerang. Satu per satu pemainnya mendapat giliran untuk memukul bola.

Ketika mendapat giliran memukul bola, *batter* berdiri di sisi *home plate*. Pemukul berupaya memukul bola ke arah garis *foul* (garis yang ditarik dari home plate melalui *base* 1 dan *base* 3 sampai ke pagar lapangan dan tegak lurus ke atas) agar bola tidak dapat ditangkap oleh tim penjaga dan jatuh di permukaan lapangan. Jika terjadi salah pukul sebanyak 4 kali, maka pemain itu dinyatakan mati (*out*). Pada saat yang sama, pelempar berupaya melempar bola yang sulit dipukul. Bola harus dilempar sebaik mungkin agar masuk *home plate*. Sementara *pither* melempar bola, penangkap berusaha menangkap bola yang dilempar *pither*, tetapi tidak berhasil dipukul oleh *batter*. Penangkap (*catcher*) adalah anggota tim penjaga yang berjongkok di belakang pemukul. Tim penjaga berupaya mematikan 3 anggota tim pemukul. Pemukul yang mati harus meninggalkan lapangan dan menunggu sampai gilirannya memukul tiba.

Setelah berhasil memukul bola, *batter* berlari ke *base*, menginjak atau menyentuh semua *base* secara berurutan untuk kembali ke *home plate*.

Pelari yang berhasil melewati semua *base* memperoleh satu angka (*run*). Pelari yang berhasil ke *home plate* harus keluar dari lapangan sampai pemain itu mendapat giliran memukul lagi. *Home run* keluar adalah apabila pemukul berhasil memukul bola hingga keluar dari daerah *outfield*. Jika terjadi *home run*, maka pemukul dan semua pelari (*runner*) yang ada di *base* dapat menyentuh semua *base* dan mencetak angka bagi tim.

Lama permainan baseball ditentukan *inning*. Permainan baseball biasanya terdiri atas 9 babak atau disebut *inning*. Setelah 9 *inning* selesai, permainan dimenangkan oleh tim yang berhasil mencetak angka (*run*) terbanyak. Jika setelah 9 *inning* kedua belah tim dalam keadaan seri, maka diadakan *inning* tambahkan sampai salah satu tim menjadi pemenang.

B. POSISI PEMAIN DALAM BASEBALL

1. Posisi Penjagaan di Daerah Dalam (*Infield*)

a. First baseman

First baseman (penjaga *base* pertama) berdiri di dekat *home plate* dan *base* pertama, serta di antara *base* pertama dan *base* kedua. Tugas pemain *first baseman* yaitu mematikan pelari yang hendak ke *base* pertama,menangkap bola yang dilempar atau dipukul ke arah *base* pertama, serta melempar bola kepada *base* kedua untuk menciptakan mati terpaksa (*force out*).

b. Second baseman

Second baseman (penjaga *base* kedua) berada di tengah antara *base* pertama dan *base* kedua. Tugas *second baseman* antara lain menjaga bola hasil pukulan di daerah yang dikuasai, melempar bola kepada *base* pertama untuk membuat pelari mati terpaksa, serta mematikan pelari pada *base* kedua.

c. Short stop

Short stop berada di sekitar *base* kedua sampai *base* ketiga, dan sekitar daerah depan *outfield*. *Short stop* bertugas menjaga pukulan bola di daerah yang dikuasai, melempar bola ke arah *base* satu atau dua untuk membuat pelari mati terpaksa, serta membantu second baseman dalam menjaga *base* dua.

d. Third baseman

Third baseman (penjaga *base* ketiga) berdiri di dekat *base* ketiga sampai di belakang short stop dan di daerah *left fielder*. Tugas pemain ini antara lain menjaga *base* ketiga dan melempar bola ke arah pemain first baseman untuk membuat pelari mati terpaksa.

2. Posisi Penjagaan Di Daerah luar (*Outfield*)

a. Left Fielder

Left fielder menjaga sebelah kiri daerah *outfield*. Pemain ini bertugas menjaga pukulan bola di daerah yang dikuasainya.

b. Center fielder

Center fielder memiliki daerah yang dikuasai, yaitu daerah tengah *outfielder*. Tugas *center fielder* adalah menjaga bola hasil pukulan di daerahnya, dan mengarahkan tempat yang harus dijaga oleh *left fielder* dan *right fielder*.

c. Right fielder

Daerah penjagaan *right fielder* berada di sebelah kanan daerah *outfield*. *Right fielder* bertugas menjaga pukulan bola di derah yang dikuasainya.

d. Pitcher

Pitcher (pelempar) berdiri di sekitar lingkaran daerah *pither* sampai daerah dekat *home plate*. Tugas *pitcher* antara lain melempar bola kepada pemukul (*batter*) dengan baik., menjaga *base* pertama ketika pemain *first baseman* memungut bola, dan membantu pemain di belakang *home plate*.

e. Catcher

Daerah yang dikuasai oleh *catcher* (penangkap) adalah di antara *home plate* dan *back stop*. Tugas *catcher* yaitu menjaga *home plate* untuk matikn pelari yang akan mencetak angka, menangkap bola yang dilempar oleh pelempar, serta melempar bola ke *base* satu, dua, dan tiga untuk mematikan lawan.

C. PENERAPAN METODE HONGARIA DALAM MASALAH PENETAPAN PEMAIN TIM BASEBALL

Dalam tugas akhir ini, metode Hongaria akan digunakan untuk masalah penetapan pemain tim baseball. Data yang digunakan bersumber dari jurnal (Baeva, S., Komarevska, L., Nadeva,C., dan Trenev, L. 2008). Untuk pemilihan sebuah tim baseball yang optimal, menggunakan data yang dikumpulkan dari ujian 20 anak di usia 9 - 11 tahun. Mereka telah mengikuti 5 ujian yaitu :

1. Uji "kekuatan tungkai atas"(ketahanan saat memukul dari tempat berdiri). Angka point maksimal 40 untuk 10 kali upaya.
2. Uji "kelincahan" (menangkap bola dengan tangan kosong). Angka poin maksimal 15 dari 5 kali upaya.
3. Uji "kelincahan dan waktu reaksi" (uji gabungan). Angka poin maksimal 10 untuk 10 kali upaya.
4. Uji "waktu reaksi dan kekuatan tungkai bawah" . Waktu yang dibutuhkan selama melakukan ujian diukur.
5. Uji "Control" (melempar pada target). Setiap lemparan akurat dari 10 memberikan 1 poin.

Tabel 4.1 Hasil Setiap Uji Untuk 20 Peserta Pemain Baseball

Pemain	Uji 1	Uji 2	Uji 3	Uji 4	Uji 5
Pemain 1	28	13	21	7.9	8
Pemain 2	28	13	24	7.89	10
Pemain 3	28	15	20	7.9	10
Pemain 4	32	12	25	7.65	10
Pemain 5	34	13	28	7.75	8
Pemain 6	26	15	25	8.12	8
Pemain 7	26	12	25	7.84	10
Pemain 8	34	15	20	7.6	8
Pemain 9	27	15	22	7.95	10
Pemain 10	29	15	27	7.7	10
Pemain 11	23	8	17	8.2	6
Pemain 12	18	11	19	8.42	6
Pemain 13	18	10	19	8.8	6
Pemain 14	18	11	18	8.25	4
Pemain 15	24	10	19	8.91	6
Pemain 16	19	12	17	8.3	6
Pemain 17	19	9	19	8.42	4
Pemain 18	16	9	15	8.42	6
Pemain 19	22	9	15	8.19	6
Pemain 20	18	11	18	8.95	6

Setiap uji ini menunjukkan kualitas pribadi dari para pemain. Setelah itu data diproses untuk mendapatkan pengukuran numerik untuk tingkat keberhasilan di masing-masing pemain dalam setiap tes yang akan mengungkapkan tingkat penguasaan kualitas, terkait dengan uji. Hasil uji 1, 2, 3 dan 5 dibagi dengan angka maksimum poin. Untuk uji 1 setiap poin dibagi 40, uji yang ke 2 dibagi 15, uji yang ketiga dibagi 30 dan yang ke-5 dibagi 10. Untuk tes nomor 4, maksimal 200 poin diberikan jika pemain telah selesai dalam 7 detik. Untuk setiap keseratus diatas 7 detik, poin diambil. Jika waktu sama atau lebih dari 8 detik, pemain menerima 0 poin. Data yang telah diproses pada Tabel 4.2

Tabel 4.2 Hasil memproses data awal dari Tabel 4.1

Pemain	Uji 1	Uji 2	Uji 3	Uji 4	Uji 5
Pemain 1	0.7	0.867	0.7	0.55	0.8
Pemain 2	0.7	0.867	0.8	0.555	1
Pemain 3	0.7	1	0.677	0.55	1
Pemain 4	0.8	0.8	0.833	0.675	1
Pemain 5	0.85	0.867	0.933	0.625	0.8
Pemain 6	0.65	1	0.833	0.44	0.8
Pemain 7	0.65	0.8	0.833	0.58	1
Pemain 8	0.85	1	0.667	0.7	0.8
Pemain 9	0.675	1	0.733	0.525	1
Pemain 10	0.725	1	0.9	0.635	1
Pemain 11	0.575	0.6	0.567	0.4	0.6
Pemain 12	0.45	0.733	0.633	0.29	0.6
Pemain 13	0.45	0.677	0.633	0.1	0.6
Pemain 14	0.45	0.733	0.6	0.675	0.4
Pemain 15	0.6	0.667	0.633	0.4	0.6
Pemain 16	0.475	0.8	0.567	0.35	0.6
Pemain 17	0.475	0.6	0.633	0.29	0.4
Pemain 18	0.4	0.6	0.5	0.285	0.6
Pemain 19	0.55	0.6	0.5	0.405	0.6
Pemain 20	0.45	0.733	0.6	0.1	0.6

dalam baseball pertahanan dari seluruh tim ada di dalam lapangan. Maka dari itu, dalam pemilihan sebuah tim yang optimal, akan memposisikan para pemain untuk semua ke sembilan posisi.

Posisi 1 : pelempar

Posisi 2 : penangkap

Posisi 3 : baseman pertama

Posisi 4: baseman kedua

Posisi 5: baseman ketiga

Posisi 6: *shortstop*

Posisi 7: pemain luar kiri

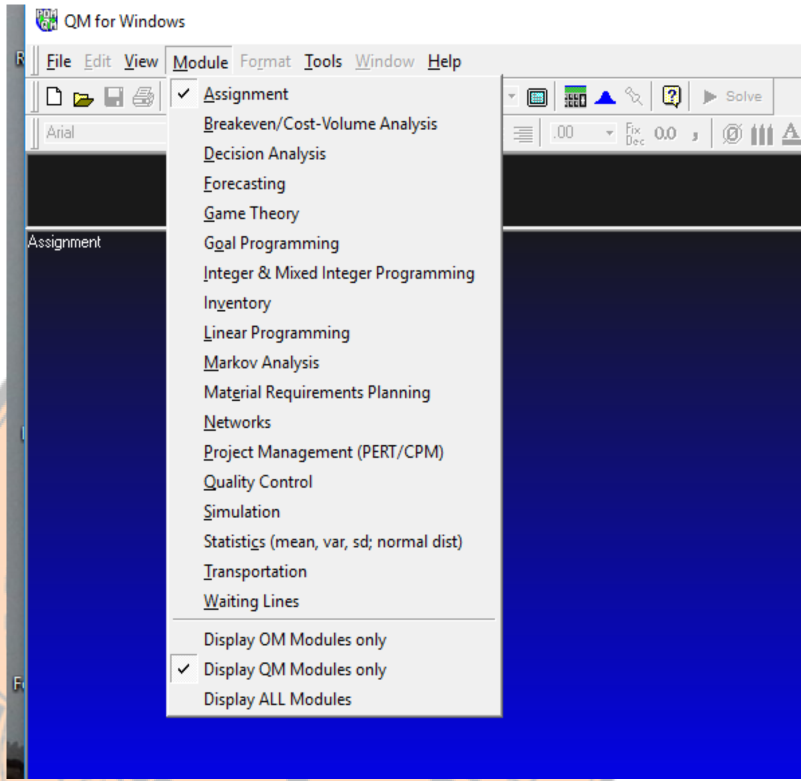
Posisi 8: pemain tengah

Posisi 9: pemain luar kanan

tidak seperti olahraga lainnnya, dalam baseball pemain memainkan 2 peran dalam bertahan (*defense*) dan menyerang (*attack*). Maka dari itu akan menambahkan posisi ke sepuluh yaitu *batter*. Dimana posisinya yang akan kita gunakan dalam menjumlahkan efektivitas umum dari pemain.

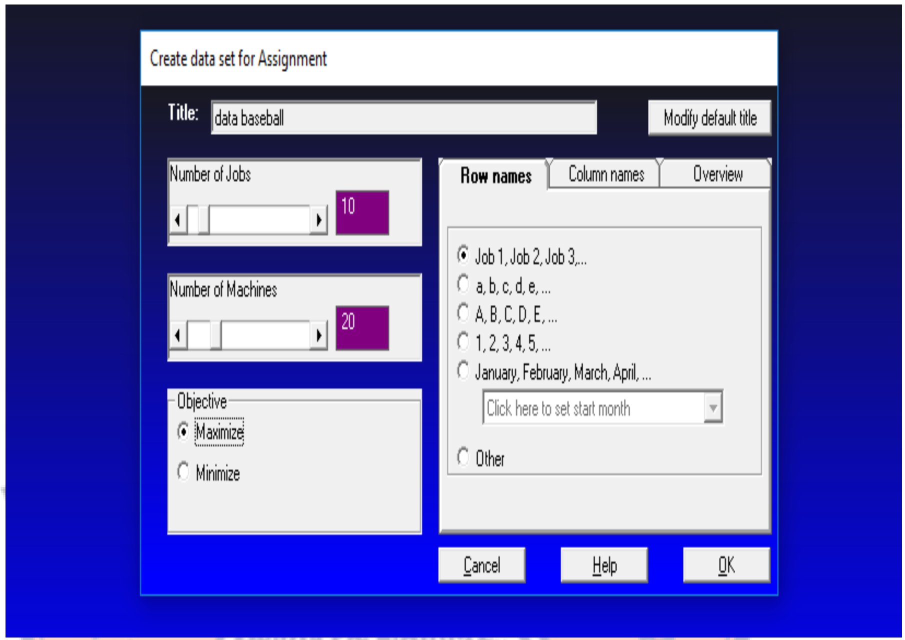
D. IMPLEMENTASI PADA APLIKASI QM

1. Buka aplikasi **QM** for windows, akan muncul menu *Module – Assignment*, pada Gambar 4.3.



Gambar 4..3 Tampilan Awal Aplikasi **QM** For Windows

2. Pilih menu $File - New$, akan muncul seperti Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Tampilan Awal Modul Assignment

- Buat judul penyelesaian dengan mengisi bagian Title : "DATA BASEBALL". Jika *Title* tidak diisi, program QM for windows akan membuat judul sendiri sesuai (*default*) patokannya. *Title* ini dapat dirubah dengan meng-klik *modify default title*. Judul dapat diubah dengan meng-klik ikon Title.
- Isikan (set) jumlah pekerjaan dengan 10, pada kotak *Number of Jobs* yaitu jumlah posisi pemain dilapangan baseball.
- Isikan (set) jumlah mesin dengan 20, *Number of Machines* yaitu jumlah peserta pemain baseball.
- Pada bagian *Objective* pilih *Maximize*.
- Lalu klik tombol OK.

3. Setelah itu isikan angka-angka yang sesuai pada kotak-kotak yang bersesuaian antara pekerjaan dan mesin seperti Gambar 4.5 dibawah ini

metode hongaria

	pemain 1	pemain 2	pemain 3	pemain 4	pemain 5	pemain 6	pemain 7	pemain 8	pemain 9	pemain 10	pemain 11	pemain 12	pemain 13	pemain 14	pemain 15	pemain 16	pemain 17	pemain 18	pemain 19	pemain 20
posisi 1	.79	.98	.9667	.9833	.8133	.8033	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833
posisi 2	.8017	.8222	.8883	.7942	.8558	.9107	.7847	.9033	.8992	.9435	.5733	.669	.6033	.6708	.5978	.7083	.5757	.5485	.5605	.6358
posisi 3	.715	.7665	.765	.7925	.8075	.762	.764	.79	.7775	.8605	.53	.557	.48	.5525	.4635	.575	.497	.4755	.5115	.4675
posisi 4	.715	.7665	.765	.7925	.8075	.762	.764	.79	.7775	.8605	.53	.557	.48	.5525	.4635	.575	.497	.4755	.5115	.4675
posisi 5	.715	.7665	.765	.7925	.8075	.762	.764	.79	.7775	.8605	.53	.557	.48	.5525	.4635	.575	.497	.4755	.5115	.4675
posisi 6	.7292	.8054	.8042	.8271	.8062	.7683	.8033	.7917	.8146	.8838	.5417	.5442	.5	.5271	.4862	.5792	.4808	.4962	.5263	.4896
posisi 7	.7292	.8054	.8042	.8271	.8062	.7683	.8033	.7917	.8146	.8838	.5417	.5442	.5	.5271	.4862	.5792	.4808	.4962	.5263	.4896
posisi 8	.7292	.8054	.8042	.8271	.8062	.7683	.8033	.7917	.8146	.8838	.5417	.5442	.5	.5271	.4862	.5792	.4808	.4962	.5263	.4896
posisi 9	.7292	.8054	.8042	.8271	.8062	.7683	.8033	.7917	.8146	.8838	.5417	.5442	.5	.5271	.4862	.5792	.4808	.4962	.5263	.4896
posisi 10	.7	.7	.7	.8	.85	.65	.65	.85	.675	.725	.575	.45	.45	.45	.6	.475	.475	.4	.55	.45

Gambar 4.5 Tampilan Setelah Masukkan Data di ***QM***

4. Setelah data diisi, lalu klik tombol **Solve** atau **F9** pada keyword, atau dari menu $File - Solve$.

E. HASIL PERHITUNGAN

Ada 3 output (tampilan) yang dihasilkan dari penyelesaian data ini, dapat dipilih untuk tampilan di menu *Windows* yaitu :

1. *Assignments*
2. *Marginal Costs*
3. *Assignment List*

Output-output ini dapat ditampilkan secara bersamaan dengan memilih menu $Window - Tile$, atau secara bertumpuk dengan menu $Window - Cascade$.

a. $Window - Assignments$, maka akan muncul seperti Gambar 4.6.

Assignments

metode hongaria solution

Optimal solution value =	pemain 1	pemain 2	pemain 3	pemain 4	pemain 5	pemain 6	pemain 7	pemain 8	pemain 9	pemain 10	pemain 11	pemain 12	pemain 13	pemain 14	pemain 15	pemain 16	pemain 17	pemain 18	pemain 19	pemain 20
posisi 1	.79	.98	.9667	.9833	.8133	.8033	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833	Assign	.9833	.9833	.9833	.9833	.9833
posisi 2	.8017	.8222	.8883	.7942	.8558	Assign	.7847	.9033	.8992	.9435	.5733	.669	.6033	.6708	.5978	.7083	.5757	.5485	.5605	.6358
posisi 3	.715	.7665	.765	.7925	Assign	.762	.764	.79	.7775	.8605	.53	.557	.48	.5525	.4635	.575	.497	.4755	.5115	.4675
posisi 4	.715	.7665	.765	Assign	.8075	.762	.764	.79	.7775	.8605	.53	.557	.48	.5525	.4635	.575	.497	.4755	.5115	.4675
posisi 5	.715	.7665	.765	.7925	.8075	.762	.764	.79	.7775	Assign	.53	.557	.48	.5525	.4635	.575	.497	.4755	.5115	.4675
posisi 6	.7292	Assign	.8042	.8271	.8062	.7683	.8033	.7917	.8146	.8838	.5417	.5442	.5	.5271	.4862	.5792	.4808	.4962	.5263	.4896
posisi 7	.7292	.8054	.8042	.8271	.8062	.7683	.8033	.7917	Assign	.8838	.5417	.5442	.5	.5271	.4862	.5792	.4808	.4962	.5263	.4896
posisi 8	.7292	.8054	Assign	.8271	.8062	.7683	.8033	.7917	.8146	.8838	.5417	.5442	.5	.5271	.4862	.5792	.4808	.4962	.5263	.4896
posisi 9	.7292	.8054	.8042	.8271	.8062	.7683	Assign	.7917	.8146	.8838	.5417	.5442	.5	.5271	.4862	.5792	.4808	.4962	.5263	.4896
posisi 10	.7	.7	.7	.8	.85	.65	.65	Assign	.675	.725	.575	.45	.45	.45	.6	.475	.475	.4	.55	.45
Dummy	Assign 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Assign 0	Assign 0	Assign 0	Assign 0	0	Assign 0	Assign 0	Assign 0	Assign 0	Assign 0

Gambar 4.6 Hasil Running Program *Assignments*

b. $Window - Marginal\ Costs$, maka akan muncul seperti Gambar 4.7

Marginal Costs

metode hongaria solution

	pemain 1	pemain 2	pemain 3	pemain 4	pemain 5	pemain 6	pemain 7	pemain 8	pemain 9	pemain 10	pemain 11	pemain 12	pemain 13	pemain 14	pemain 15	pemain 16	pemain 17	pemain 18	pemain 19	pemain 20
posisi 1	-.1933	-.0054	-.0175	-.0238	-.2088	-.18	0	-.0213	-.0113	-.0918	0	0	0	0		0	0	0	0	0
posisi 2	-.109	-.0906	-.0233	-.1403	-.0937		-.126	-.0287	-.0228	-.059	-.3374	-.2417	-.3074	-.2399	-.3129	-.2024	-.335	-.3622	-.3502	-.2749
posisi 3	-.0537	-.0043	-.0046	0		-.0067	-.0047		-.0025	0	-.2387	-.2117	-.2887	-.2162	-.3052	-.1937	-.2717	-.2932	-.2572	-.3012
posisi 4	-.0537	-.0043	-.0046		0	-.0067	-.0047		-.0025		-.2387	-.2117	-.2887	-.2162	-.3052	-.1937	-.2717	-.2932	-.2572	-.3012
posisi 5	-.0537	-.0043	-.0046	0	0	-.0067	-.0047	0	-.0025		-.2387	-.2117	-.2887	-.2162	-.3052	-.1937	-.2717	-.2932	-.2572	-.3012
posisi 6	-.0741		0		-.0359	-.035	0	-.0329		-.0113	-.2616	-.2591	-.3033	-.2762	-.3171	-.2241	-.3225	-.3071	-.277	-.3137
posisi 7	-.0741	0	0	0	-.0359	-.035	0	-.0329		-.0113	-.2616	-.2591	-.3033	-.2762	-.3171	-.2241	-.3225	-.3071	-.277	-.3137
posisi 8	-.0741			0	-.0359	-.035	0	-.0329	0	-.0113	-.2616	-.2591	-.3033	-.2762	-.3171	-.2241	-.3225	-.3071	-.277	-.3137
posisi 9	-.0741	0		0	-.0359	-.035		-.0329	0	-.0113	-.2616	-.2591	-.3033	-.2762	-.3171	-.2241	-.3225	-.3071	-.277	-.3137
Dummy	-.1287	-.1308	-.1296	-.0525	-.0175	-.1787	-.1787		-.165	-.1955	-.2537	-.3787	-.3787	-.3787	-.2287	-.3537	-.3537	-.4287	-.2787	-.3787

Gambar 4.7 Hasil Running *Marginal Cost*

c. *Window – Assignment List*, maka akan muncul seperti Gambar 4.8

Assignment List

JOB	Assigned to	Profit
posisi 1	pemain 15	.9833
posisi 2	pemain 6	.9107
posisi 3	pemain 5	.8075
posisi 4	pemain 4	.7925
posisi 5	pemain 10	.8605
posisi 6	pemain 2	.8054
posisi 7	pemain 9	.8146
posisi 8	pemain 3	.8042
posisi 9	pemain 7	.8033
posisi 10	pemain 8	.85
Total		8.432

Gambar 4.8 Hasil Running *Assignment List*

Jika ternyata ada data yang perlu diperbaiki, klik tombol *Edit* pada *Toolbar* atau dari menu *File – Edit*. Dari hasil yang diperoleh dari program ***QM***, penetapan posisi dari 20 pemain baseball yaitu :

Tabel 4.3 Hasil Penetapan Peserta Pemain Baseball dengan Setiap Posisi

Posisi	Pemain	Biaya Awal
Posisi 1	Pemain 15	0.9833
Posisi 2	Pemain 6	0.9107
Posisi 3	Pemain 5	0.8075
Posisi 4	Pemain 4	0.7925
Posisi 5	Pemain 10	0.8605
Posisi 6	Pemain 2	0.8054
Posisi 7	Pemain 9	0.8146
Posisi 8	Pemain 3	0.8042
Posisi 9	Pemain 7	0.8033
Posisi 10	Pemain 8	0.85

Nilai total keuntungan maksimum yang didapat yaitu 8.432.

Tabel berikut adalah data awal 10 posisi dan 20 pemain yang dimasukkan pada aplikasi ***QM*** . Warna kuning pada tabel menunjukkan hasil penempatan dari 20 pemain untuk ke-10 posisi.

Tabel 4.4 Hasil Penetapan Pemain di Setiap Posisi

COST	Posisi 1	Posisi 2	Posisi 3	Posisi 4	Posisi 5	Posisi 6	Posisi 7	Posisi 8	Posisi 9	Posisi 10 (*batter*)
Pemain 1	0.79	0.8017	0.715	0.715	0.715	0.7292	0.7292	0.7292	0.7292	0.7
Pemain 2	0.98	0.8222	0.7665	0.7665	0.7665	0.8054	0.8054	0.8054	0.8054	0.7
Pemain 3	0.9667	0.8883	0.765	0.765	0.765	0.8042	0.8042	0.8042	0.8042	0.7
Pemain 4	0.9833	0.7942	0.7925	0.7925	0.7925	0.8271	0.8271	0.8271	0.8271	0.8
Pemain 5	0.8133	0.8558	0.8075	0.8075	0.8075	0.8062	0.8062	0.8062	0.8062	0.85
Pemain 6	0.8033	0.9107	0.762	0.762	0.762	0.7683	0.7683	0.7683	0.7683	0.65
Pemain 7	0.9833	0.7847	0.764	0.764	0.764	0.8033	0.8033	0.8033	0.8033	0.65
Pemain 8	0.9833	0.9033	0.79	0.79	0.79	0.7917	0.7917	0.7917	0.7917	0.85
Pemain 9	0.9833	0.8992	0.7775	0.7775	0.7775	0.8146	0.8146	0.8146	0.8146	0.675
Pemain 10	0.9833	0.9435	0.8605	0.8605	0.8605	0.8838	0.8838	0.8838	0.8838	0.725
Pemain 11	0.9833	0.5733	0.53	0.53	0.53	0.5417	0.5417	0.5417	0.5417	0.575
Pemain 12	0.9833	0.669	0.557	0.557	0.557	0.5442	0.5442	0.5442	0.5442	0.45
Pemain 13	0.9833	0.6033	0.48	0.48	0.48	0.5	0.5	0.5	0.5	0.45
Pemain 14	0.9833	0.6708	0.5525	0.5525	0.5525	0.5271	0.5271	0.5271	0.5271	0.45
Pemain 15	0.9833	0.5978	0.4635	0.4635	0.4635	0.4862	0.4862	0.4862	0.4862	0.6
Pemain 16	0.9833	0.7083	0.575	0.575	0.575	0.5792	0.5792	0.5792	0.5792	0.475

Pemain 17	0.9833	0.5757	0.497	0.497	0.497	0.4808	0.4808	0.4808	0.4808	0.475
Pemain 18	0.9833	0.5485	0.4755	0.4755	0.4755	0.4962	0.4962	0.4962	0.4962	0.4
Pemain 19	0.9833	0.5605	0.5115	0.5115	0.5115	0.5263	0.5263	0.5263	0.5263	0.55
Pemain 20	0.9833	0.6358	0.4675	0.4675	0.4675	0.4896	0.4896	0.4896	0.4896	0.45

BAB V

PENUTUP

A. KESIMPULAN

Berdasarkan data pengujian pemain baseball untuk 20 peserta dari umur 9-11 tahun dengan menggunakan metode Hongaria terdapat 20! cara untuk menempatkan peserta pemain ke-10 posisi. Lalu dibantu dengan aplikasi ***QM*** untuk memperoleh penetapan dan keuntungan maksimum. Dapat ditarik kesimpulan bahwa dari 20 peserta yang dipilih untuk menempati 10 posisi di lapangan baseball yaitu :

Posisi	Pemain	Biaya Awal
Posisi 1	Pemain 15	0.9833
Posisi 2	Pemain 6	0.9107
Posisi 3	Pemain 5	0.8075
Posisi 4	Pemain 4	0.7925
Posisi 5	Pemain 10	0.8605
Posisi 6	Pemain 2	0.8054
Posisi 7	Pemain 9	0.8146
Posisi 8	Pemain 3	0.8042
Posisi 9	Pemain 7	0.8033
Posisi 10	Pemain 8	0.85

serta diperoleh keuntungan maksimum untuk ke-10 pemain di atas sebesar 8.432.

Untuk masalah penetapan dengan banyak variabel, penggunaan metode Hongaria ini sangat praktis dan mudah bila dibandingkan dengan metode simpleks. Jika matriks biaya yang diberikan untuk masalah penetapan makin besar maka mengerjakan dengan metose simpleks akan rumit dan memerlukan banyak iterasi sehingga untuk masalah penetapan metode Hongaria memberikan penyelesaian masalah penetapan dengan praktis.

Tujuan dari sistem seleksi ini belum tentu untuk menetapkan setiap posisi masing-masing pemain terbaik yang tersedia untuk peran atau posisi di lapangan, melainkan untuk memilih mengoptimalkan tim baseball secara keseluruhan untuk posisi tersebut.

B. SARAN

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam menulis tugas akhir ini. Dimana didalam tugas akhir ini penulis hanya mendapatkan satu kemungkinan penetapan posisi tim pemain baseball. Sedangkan tidak dipungkiri juga bahwa terdapat kemungkinan pemain lain untuk menempati ke-10 posisi dalam tim baseball tersebut. Penulis berharap untuk kedepannya ada penerapan metode Hogaria dalam masalah lain di kehidupan sehari-hari.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Howard and Rorres, Chris. 1998. *Penerapan Aljabar Linear*. Jakarta: Erlangga.

Amperiana, Helvetika. 2017. Algoritma particle swarm optimization dan terapannya dalam menyelesaikan masalah pemotongan rol kertas. Yogyakarta :Universitas Sanata Dharma

Aryanto, Budi., Margono. 2010. *Pendidikan Jasmani Olahraga dan Kesehatan Untuk Smp/Mts Kelas IX*. Jakarta: Pustaka Insan Madani.

Baeva, S., Komarevska, L., Nadeva,C., dan Trenev, L. 2008.Multi-criterial Decision Making for Selection And Assignment of Sportsmen in Team-games. *Application Of Matematics In Engineering And Economics* : 451-457

Cullen, G Charles. 1992. *Aljabar Linear dengan Penerapannya*. Jakarta: Gramedia

Paendong, Marline., D.Prang, Jantje. 2011. Optimisasi Pembagian Tugas Karyawan Menggunakan Metode Hungarian. *Jurnal Ilmiah Sains* Vol 11, No 1: 1-7.

Render, Barry., Jr, Ralph M. Stair., Hanna, Michael E. 2002. *Quantitative Analysis For Management Eighth Edition*. United Stated Of America : Pearson Education

Setya Budi, Wono. 1995. *Aljabar Linear*. Jakarta : Gramedia Pustaka Utama.

Supranto, M.A,J. 1980. *Linier Programming*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.

Taha, Hamdy A. 2011. *Operations research*. New Jersey : Pearson

Wirum, Nur Hudaa Nur. 2017. "Optimasi Pembagian Tugas Karyawan Menggunakan Metode Hungarian (Studi Kasus : Karyawan Grand Sony Tailor Makassar)".Fakultas Sains Dan Teknologi Universitas Islam Negeri (Uin) Alauddin. Makassar

Yulistiana, Marisa., Chaerani, Diah., dan Lesmana, Eman. 2015. Penerapan Metode Hungarian Dalam Penentuan Penjadwalan Matakuliah Optimal (Studi Kasus: Universitas Padjadjaran Semester Ganjil 2013-2014). *Jurnal Matematika Integrati* . Vol 11, No 1: 45-64.