



<http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6>

ISSN: 2254-8351

Sección: Trabajos de Fin de Grado y de Máster

Educación Matemática en la Infancia



MTSK en la formación inicial del profesorado de educación infantil para el diseño de actividades

Alba Prieto González

Universidad de Oviedo, España, uo201882@uniovi.es

Álvaro Aguilar González

Universidad de Oviedo, España, aguilaralvaro@uniovi.es

Fecha de recepción: 1-10-2019

Fecha de publicación: 15-12-2019

RESUMEN

El presente trabajo consiste en la realización de un estudio de casos con dieciséis alumnas y alumnos del C.P. Guimarán-Valle (Asturias) con edades comprendidas entre los tres y los cinco años. Se pretenden analizar las posibles diferencias existentes en el desarrollo cognitivo y epistemológico del conocimiento matemático en función de la edad. Para ello, se diseñaron dos actividades correspondientes a los ámbitos del conocimiento matemático: el ámbito del conocimiento lógico-matemático y el ámbito del conocimiento numérico. El diseño de las actividades ha sido desarrollado desde los aspectos teóricos del modelo de conocimiento *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK).

Palabras clave: MTSK, formación inicial, diseño de actividades, estudio de casos.

MTSK in the initial training of teachers in early childhood education for the design of activities

ABSTRACT

The present work consists of carrying out a case study with sixteen students from the CP Guimarán-Valle (Asturias) between the ages of three and five. The aim is to analyse possible differences in the cognitive and epistemological development of mathematical knowledge according to age. To this end, two activities corresponding to the fields of mathematical knowledge were designed: the field of logical-mathematical knowledge and the field of numerical knowledge. The design of the activities has been developed from the theoretical aspects of the Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model.

Keywords: MTSK, pre-service teachers, activity design, case study.

1. Introducción

El desarrollo del pensamiento matemático en los niños y niñas de Educación Infantil es un tema de interés en la literatura de investigación reciente (Alsina, 2016a). Esto puede comprobarse en la aceptación y cantidad de trabajos que se han presentado en el último Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática celebrado en Gijón en 2018, concretamente en el grupo de trabajo de Investigación en educación matemática infantil.

Desde las competencias que tratan de enseñar las matemáticas, existen investigaciones y manuales que afirman que, para desarrollarlas, es necesario construir los procesos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación (Alsina, 2012; NCTM, 2000). Todas ellas son herramientas propias de las matemáticas que sirven para adquirir y usar de forma comprensiva los distintos contenidos.

Respecto al desarrollo del ámbito lógico existen multitud de investigaciones, todas ellas con sus propias singularidades, por ejemplo, estudios que utilizan materiales manipulativos específicos para desarrollar este ámbito (Alcaraz, Martín y Alsina, 2017; Dienes, 1977; Soler y Soler, 2012). Todas llegan a la conclusión de que este tipo de actividades y materiales son necesarios en la enseñanza de la etapa de Educación Infantil y que, gracias a ellos, se desarrollan competencias que solo pueden trabajarse en matemáticas.

Desde la perspectiva del desarrollo del ámbito numérico en la etapa de Educación Infantil, se han realizado comparaciones a nivel internacional y nacional (Alsina, 2016b) sobre orientaciones para trabajarlo. En el presente trabajo, el análisis de las orientaciones internacionales sobre la enseñanza del número en general y la adquisición del sentido numérico en particular durante esta etapa han servido de base para analizar el currículo nacional y ofrecer andamiaje para avanzar hacia el desarrollo del pensamiento numérico en las primeras edades. Por otro lado, también existen trabajos donde se trabaja el *early algebra* (Castro, Cañadas y Molina, 2017). Estos autores pusieron de manifiesto que los estudiantes evidencian pensamiento funcional a través de las relaciones funcionales de correspondencia y covariación, e incluso algunos estudiantes percibieron patrones y llegaron a la generalización en Educación Infantil.

El presente trabajo consiste en la realización de un estudio de casos con dieciséis alumnas y alumnos del C.P. Guimarán-Valle (Asturias) con edades comprendidas entre los tres y los cinco años. En él, se pretenden analizar las posibles diferencias existentes en el desarrollo cognitivo y epistemológico del conocimiento matemático en función de la edad. Para ello, se diseñaron dos actividades correspondientes a los ámbitos del conocimiento matemático: el ámbito del conocimiento lógico-matemático y el ámbito del conocimiento numérico. Este estudio de casos constituye una puesta en práctica de los aspectos teóricos trabajados en la asignatura Desarrollo del Pensamiento Matemático y su Didáctica del segundo curso del Grado en Maestro/a en Educación Infantil de la Universidad de Oviedo y desde una herramienta investigativa fundamentada en los aspectos teóricos del modelo de *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK)* desarrollado por Carrillo, et al. (2018).

2. Marco teórico

2.1. El modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK)*

Este modelo se considera una propuesta teórica y, a su vez, una herramienta metodológica que permite analizar al docente cuando trata con las matemáticas (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar y Carrillo, 2014). El MTSK se compone de dos dominios de conocimiento: Conocimiento Matemático y Conocimiento Didáctico del Contenido, los cuales, a su vez, se dividen en tres subdominios cada uno (véase Figura 1). Además, se incluyen en el centro del modelo las concepciones del profesor sobre matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, vistas como elementos que permean el conocimiento y que dan sentido a su práctica.

Por motivos de extensión, solo se va a hacer un breve resumen de cada uno de los subdominios que lo componen, puesto que el propio diseño de las actividades llevadas a cabo, así como el enfoque utilizado en su desarrollo surgen, principalmente, de las características de este modelo.

El dominio matemático abarca el conocimiento de las conexiones entre los conceptos, la estructuración de las ideas, la razón de los procedimientos, los medios de prueba y cualquier forma de proceder en matemáticas, considerando, además, el conocimiento del lenguaje matemático y su precisión (Carrillo et al., 2013). Por su parte, el dominio didáctico hace referencia al conocimiento que tiene el profesor sobre el contenido matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje. Una breve descripción de los subdominios es la siguiente:

- El Conocimiento de los Temas (KoT¹) se define como un conocimiento fundamentado y profundo de los contenidos matemáticos. Constituye el conocimiento de modelos atribuibles a un tema, así como los usos y aplicaciones de un tema matemático (Escudero-Ávila, Carrillo, Flores-Medrano, Climent, Contreras, y Montes, 2015; Vasco, 2015). Además, comprende el conocimiento para describir o caracterizar un concepto, las propiedades de un objeto matemático y el conocimiento del profesor sobre las bases, cimientos o exhaustividad del empleo de una propiedad. A su vez, se refiere al conocimiento sobre las distintas formas en que se puede representar un tema, incluyendo la notación y el lenguaje matemático asociado a dichas representaciones (Vasco, Climent, Escudero-Ávila, Montes y Ribeiro, 2016).
- El Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM) comprende el conocimiento de conexiones entre contenidos posteriores y anteriores (Carrillo et al., 2013), incluyendo el cómo se conectan internamente las matemáticas (Montes, Aguilar, Carrillo y Muñoz-Catalán, 2013).
- El Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) incluye la jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas, formas de validación y demostración, papel de los símbolos y usos del lenguaje formal, procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas, prácticas particulares del quehacer matemático (como la modelación) y condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones.

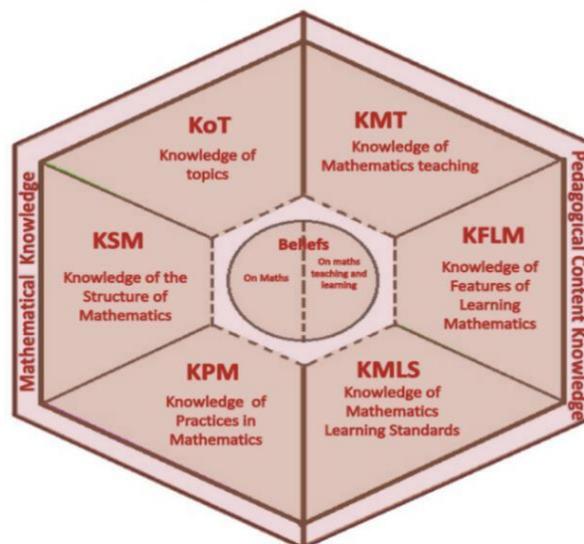


Figura 1. Modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) Carrillo, et al., (2018).

- El Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) integra el conocimiento de las matemáticas y su enseñanza. Sin ser conocimiento matemático en sí, el docente requiere de este último para poder desarrollarlo.

¹ Se usarán los acrónimos en inglés

- El Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) es el conocimiento de cómo se aprende un contenido matemático. El foco principal no está en el estudiante, sino en el conocimiento del docente sobre el contenido matemático como objeto de aprendizaje.
- El Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) incluye el conocimiento de los contenidos propuestos en las normativas curriculares y contempla aspectos de conocimiento derivados de revistas científicas, grupos de investigación y asociaciones profesionales.

Este desarrollo teórico ha servido para el diseño de las actividades, pues el sustento teórico que reciben gracias a los componentes del conocimiento que se han tenido en cuenta, hacen que su fundamentación epistemológica sea robusta.

2.2. **Ámbito de conocimiento lógico-matemático**

Para que un niño o una niña pueda conseguir el desarrollo de este ámbito de conocimiento, va creando y madurando las estructuras de pensamiento gracias a las interacciones constantes con las personas y el medio que le rodean. El desarrollo progresivo de estas estructuras permite al/a niño/a ir desarrollando la capacidad de razonar, y sobre todo ir interpretando el mundo que le rodea, por lo que el pensamiento lógico-matemático se ocupa de analizar las características físicas de los elementos del entorno a partir de los diferentes sentidos:

- La vista (color, forma, grosor, etc.)
- El oído (sonido)
- El tacto (la forma, la textura, la medida, el grosor, etc.)
- El olfato (el olor)
- El gusto (la dulzura, la acidez, etc.)

Pero este análisis se realiza desde tres puntos de vista, que corresponden con tres grandes capacidades del ser humano, capacidades que están interrelacionadas entre ellas:

- Identificar, definir y/o reconocer cualidades sensoriales: observación de las características físicas de los objetos (reconocimiento de atributos).
- Relacionar cualidades sensoriales: observar las semejanzas y las diferencias entre las características físicas (clasificaciones, ordenaciones y seriaciones).
- Operar con las cualidades sensoriales: observación de los cambios o transformaciones que se producen a nivel cualitativo (correspondencias y aplicaciones: inyectivas, sobreyectivas y biyectivas).

Piaget e Inhelder (1974) expusieron en su momento que la primera capacidad corresponde al conocimiento físico, mientras que las otras dos grandes capacidades se refieren al conocimiento lógico-matemático. Las principales estructuras del pensamiento lógico-matemático que adquiere los/as niños/as de las primeras edades, de acuerdo con la clasificación de Alsina y Canals (2000) pueden estructurarse de la siguiente manera:

Identificar, definir y/o reconocer cualidades sensoriales

Cuando los/as niños/as manipulan un objeto, lo primero que descubren en él son sus diferentes cualidades sensoriales: color, grosor, textura, olor, sonido, temperatura, etc. Este conocimiento físico es necesario para poder realizar agrupamientos a partir de los diferentes atributos de los objetos.

Y al realizar agrupamientos se deben de considerar los aspectos siguientes:

- Concretar claramente cuál es el "conjunto referencia", es decir, cuáles son los elementos de los que se parte para realizar el agrupamiento.

- Para hacer agrupaciones de elementos se debe utilizar algún tipo de representación (cordeles, aros, cajas, etc.) para agrupar todos los elementos que cumplen una misma condición.
- Los agrupamientos se pueden definir por comprensión, indicando cuál es la característica común de todos los elementos (por ejemplo, las hojas amarillas); o bien por extensión, indicando todos los elementos del agrupamiento (por ejemplo, una hoja amarilla de álamo, una hoja amarilla de chopo, etc.).
- El criterio para realizar el agrupamiento puede definirse de manera afirmativa o bien negativa (por ejemplo, todas las hojas verdes, o, todas las hojas que no son amarillas).
- En todos los casos, es fundamental colocar fuera del diagrama de representación el resto de los elementos del conjunto referencial que no formen parte de la agrupación, para se puedan distinguir los que cumplen la condición de los que no la cumplen.
- Es importante hacer observar que, partiendo de un mismo conjunto referencial, la agrupación varía en función del criterio que se usa para agrupar los elementos.

De esta manera, se pueden llevar a cabo dos grandes tipos de actividades de identificar, definir y/o reconocer cualidades sensoriales:

1. De reconocimiento de atributos.
2. De agrupaciones de elementos por una o diversas cualidades comunes.

Relacionar cualidades sensoriales

Cuando los/as niños/as establecen relaciones entre las cualidades sensoriales de los objetos, analizan sus semejanzas y diferencias, lo que les lleva a comparar dichos objetos a partir de un criterio cualitativo determinado. Pueden establecer diferentes tipos de relaciones, pero, sobre todo:

- Relaciones de equivalencia: Clasificaciones. Noción de clases. Relaciones de inclusión. Cuantificación de la inclusión.
- Relaciones de orden: ordenaciones.
- Seriaciones.

Relaciones de equivalencia (clasificaciones)

Una relación binaria R definida sobre una agrupación de objetos A , se dice que es una relación de equivalencia cuando posee las siguientes propiedades:

- Reflexiva: cada objeto de la agrupación está relacionado con él mismo.
- Simétrica si un objeto a de la agrupación, está relacionado con un objeto b , entonces b también está relacionado con a .
- Transitiva: si un objeto a de la agrupación está relacionado con un objeto b , y este objeto b está relacionado con un objeto c entonces, el objeto a también está relacionado con el objeto c .

2.3. Ámbito de conocimiento numérico

Según Martínez y Sánchez (2019) el número se puede definir como una capacidad intuitiva numérica nos acompaña y se manifiesta en todo nuestro desarrollo cognitivo, permitiéndonos:

- Una evaluación rápida de la numerosidad de un conjunto, es decir, el número de objetos presentes en una colección. Se trata una manifestación que aparece desde la más temprana edad y que se da, con las lógicas diferencias, en los primates.
- Una comparación de las numerosidades de dos colecciones. La evaluación que se es capaz de llevar se mantiene activa para poder comparar dos o más conjuntos y obrar en consecuencia.

- Una anticipación de la transformación de la numerosidad del conjunto a través de las operaciones de adición y sustracción, así como una evaluación del resultado una vez producido el cambio en las cantidades.

El funcionamiento de esas capacidades intuitivas que se manifiestan espontáneamente y sin haber sido aprendidas antes, se pone de manifiesto con tres características que acompañan a todo acto de intuición:

1. La instantaneidad (en conjunto muy pequeños) o la rapidez cuando los conjuntos mayores.
2. La automaticidad, en el sentido de que se produce la conducta evaluadora, comparativa o transformadora sin procesos previos de deliberación o como consecuencia de un conjunto secuenciado instrucciones o aprendizajes anteriores.
3. La inaccesibilidad a la introspección consciente, a la capacidad de poder explicarnos lo que hacemos, al analizar lo que sucede cuando llevamos a cabo esas conductas.

El trabajo didáctico con el alumnado de Educación Infantil consiste en desarrollar su sentido del número. Esto es ofrecer experiencias y actividades que, entroncando con su capacidad intuitiva, la desarrolle y la encauce a través de los símbolos numéricos. Es decir, la capacidad intuitiva numérica de los niños hay que desarrollarla y volcarla en los moldes que ofrece la simbología. Se trata de desarrollar, encauzar y ayudar a expresar a los niños las intuiciones y experiencias numéricas que tienen.

De acuerdo con la anterior, el diseño de las actividades debe de tomar la consideración entorno a tres grandes capacidades: El primero referido al establecimiento de la numerosidad y cardinalidad de las colecciones de objetos. En segundo lugar, el que contempla las estructuras de los números, es decir, todas las actividades de comparación entre colecciones diversas y, por último, el que hace referencia a las transformaciones que experimentan las colecciones cuando se añaden y se detraen elementos.

3. Diseño de la propuesta de enseñanza

3.1. Contexto del aula

El C.P. Guimarán-Valle es un colegio público de Educación Infantil y Primaria que se encuentra en El Valle, concejo de Carreño. Este concejo, a pesar de no ser montañoso, es atravesado por varias colinas que forman cinco valles. Su capital es Candás, que se encuentra a unos 13 kilómetros del centro escolar. La población es dispersa, existiendo distancias muy variables desde los domicilios del alumnado hasta la escuela, puesto que acuden niños y niñas provenientes de Guimarán, El Valle, Ambás, Perlorá, y Piedeloro. No obstante, las familias de las tres primeras parroquias cuentan con un servicio de transporte escolar municipal, ya que son a las que les corresponde el C.P. Guimarán-Valle.

El centro presenta unas características organizativas propias. Cuenta con veinte alumnos y alumnas que se distribuyen en dos aulas: una de Educación Infantil y otra de Educación Primaria, en la que solamente se imparte el primer ciclo –primer y segundo curso-. Se trata, por tanto, de una escuela con aulas mixtas-multinivel. Además, es frecuente que alumnado de Infantil y Primaria trabaje conjuntamente en proyectos prácticamente a diario.

Esta diversidad internivelar enriquece la socialización, no solo por la variación de características personales y por las relaciones entre el alumnado, sino también por las actitudes de cooperación y ayuda que se generan. La no diferenciación de niveles se convierte así en una oferta multicontextual y multinivelar. Ello no deja de ser otra estrategia de aprendizaje donde el alumnado quienes ponen los límites.

Un pilar fundamental en el centro es “aprender haciendo”. Esto es, cada uno construye su conocimiento en un contexto ordenado y sistematizado que se gestiona desde la elección y la decisión activa y participativa tanto de los niños y las niñas como de las maestras.

La muestra sobre la que se ha realizado este estudio han sido dieciséis alumnos y alumnas con edades comprendidas entre los tres y los cinco años –segundo ciclo de Educación Infantil- del C. P. Guimarán-Valle. De los dieciséis, nueve son niñas y siete son niños. Al participar todo el alumnado de Infantil, se puede hablar de población. La distribución del alumnado por cursos es la siguiente: seis alumnos y alumnas de tres años que cursan primero de Educación Infantil; otros seis de cuatro años que se encuentran en segundo curso y, otros cuatro, de cinco años que cursan tercero.

3.2. Objetivo e hipótesis

Dado que como hemos indicado, esta propuesta de enseñanza va a desarrollarse en un centro en el que los niños de diferentes edades están en una misma aula, el principal objetivo es: estudiar el desarrollo cognitivo y epistemológico del conocimiento matemático en alumnado de 3, 4 y 5 años.

El Decreto 85/2008, de 3 de septiembre, por el que se establece el currículo de segundo ciclo de Educación Infantil propone dos objetivos generales sobre los que se apoyan las actividades propuestas en este estudio de casos. Dichos objetivos pertenecen al área 2 (Conocimiento del entorno) y son:

- “1. Observar y explorar de forma activa su entorno, formulando preguntas, interpretaciones y opiniones sobre algunas situaciones y hechos significativos, y mostrando interés y curiosidad por su conocimiento y vinculándose afectivamente con su entorno inmediato”.
- “4. Iniciarse en las habilidades matemáticas, manipulando funcionalmente elementos y colecciones, identificando sus atributos y cualidades, y estableciendo relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación”.

Por otra parte, se proponen una serie de objetivos específicos en relación con las actividades.

- Identificar y reconocer las características físicas de los monstruos (color, forma, tamaño y número de ojos).
- Comparar y relacionar los diferentes monstruos basándose en sus características físicas.
- Desarrollar el concepto de número natural por medio del conteo de monstruos.
- Establecer correspondencias biunívocas cualesquiera.
- Introducir el concepto de sustracción.

Finalmente, las hipótesis planteadas y de las que se parten para la realización de este estudio han sido:

- Hipótesis nula: existen diferencias en el desarrollo cognitivo y epistemológico entre las diferentes edades.
- Hipótesis alternativa: no existen diferencias en el desarrollo cognitivo y epistemológico entre las diferentes edades.

3.3. Metodología

El trabajo presentado se diseña desde el paradigma interpretativo ya que, cada investigación que se realiza en educación asume un problema de investigación propio. Este problema es el que determina qué carácter debe de poseer dicha investigación. En nuestro caso, el carácter es cualitativo porque los investigadores están preocupados por comprender, descubrir e interpretar la realidad (Merriam, 1988).

Como no se procuran resultados que posibiliten establecer leyes generales, abstracciones universales, etc., se decidió hacer un estudio que permita comprender en profundidad el caso que se estudia. La opción metodológica utilizada ha sido descriptiva-explicativa (Yin, 1984), basada en la observación y recogida de datos con enfoque cualitativo interpretativo en un centro de Asturias. Por lo tanto, se trata de un estudio de casos.

En primer lugar, se ha realizado una exhaustiva búsqueda de información relativa al tema de estudio consultando diferentes fuentes bibliográficas. En base a todo ello, se han diseñado dos actividades que pretendían poner de manifiesto las posibles diferencias existentes entre los niños y niñas de tres, cuatro y cinco años de edad en su desarrollo del pensamiento matemático –ámbitos lógico y numérico-. Para ello, se ha tenido en cuenta, además, lo que marca el Decreto 85/2008 de 3 de septiembre por el que se establece el currículo del segundo ciclo de Educación Infantil y las características tanto del centro educativo donde se iba a realizar como del grupo de estudio. En segundo lugar, se han puesto en práctica las actividades y la grabación de estas. Esta fase se ha llevado a cabo durante cuatro días consecutivos del mes de enero de 2019.

Por último, se han analizado las grabaciones y los resultados obtenidos en cada una de las actividades. Con ellos, se ha completado una escala de estimación diseñada para el estudio y se han extraído una serie de conclusiones al relacionar dichos resultados con la bibliografía revisada previamente.

3.4. Estrategias, instrumentos de recogida de información y tratamiento de la información

Siguiendo a Sánchez Santamaría (2013), se puede decir que el paradigma sobre el que se sustenta esta investigación es el paradigma interpretativo. Este autor habla de que “la realidad educativa es una construcción social que deriva de las interpretaciones subjetivas (universo simbólico) y los significados que los participantes le otorgan, siendo relevante el desarrollo de teorías sobre los fenómenos educativos a partir de las interpretaciones de los actores, no pretendiendo (...) hacer generalizaciones o inferencias”.

Por otro lado, la técnica utilizada ha sido la observación. Esta observación ha sido recogida a través de dos instrumentos: videograbaciones y una escala de estimación (véase Anexo I). Para completar dicha escala, se redactaron una serie de conductas que corresponden con aquellas habilidades matemáticas que el alumnado de entre tres y cinco años está en proceso de adquirir.

Para el análisis, en primer lugar, se ha grabado en vídeo la puesta en práctica de las actividades. En segundo lugar, se ha registrado el grado de consecución de estas habilidades. Esto es, una escala de estimación numérica para ver en qué grado se encuentra el alumnado. La escala de este instrumento son números del uno al cuatro. Se ha definido un valor máximo y otro mínimo, siendo el número uno el más bajo, es decir, sería para el alumnado que todavía necesita mejorar bastante, mientras que el número cuatro sería para el alumnado que realicen de un modo excelente esas conductas.

3.5. Tratamiento de la información

Buendía y Berrocal (2001), en referencia a las consideraciones deontológicas, hablan de que la investigación en educación no es solo un acto técnico, sino que ha de ser también un acto responsable. Así, la ética de la investigación se debe plantear como un subconjunto dentro de la moral general, aunque aplicada a un aspecto de la ética profesional.

Estos autores consideran que “en el campo de la investigación aspectos tales como: el respeto mutuo, la solidaridad, la dignidad de las personas, la no discriminación, no incidir en desigualdades sociales, etc. son valores irrenunciables sea cual sea el modelo de investigación que se realice”.

La investigación cualitativa, según González Ávila (2002), comparte muchos aspectos éticos con la convencional, de modo que, los aspectos éticos aplicables a la ciencia, también lo son a la investigación cualitativa. Este tipo de investigación reconoce la individualidad de los sujetos como parte constitutiva de su proceso indagador. El autor considera, por tanto, que esto "implica que las ideologías, las identidades, los juicios y prejuicios y todos los elementos de la cultura, impregnan los propósitos, el problema, el objeto de estudio, los métodos y los instrumentos".

Por último, habla de que la investigación cualitativa presenta unos desafíos adicionales que no se encuentran en otras investigaciones. Esto es, la investigación cualitativa "construye conocimiento mientras acoge la complejidad, la ambigüedad, la flexibilidad, la singularidad y la pluralidad, lo contingente, lo histórico, lo contradictorio y lo afectivo, entre otras condiciones propias de la subjetividad del ser humano y de su carácter social". De este modo, estas condiciones serán valores que se cultiven durante el proceso de investigación, pues, como señala el autor, "la riqueza de la investigación cualitativa depende de la bondad con la que hemos captado y descrito dichas condiciones en la búsqueda de los significados".

4. Desarrollo de las actividades

Las actividades se centran en los ámbitos lógico y numérico del conocimiento matemático, por ser estos los que primero comienzan a trabajarse y a desarrollarse de manera natural en la vida del niño.

La primera actividad, centrada en el ámbito lógico-matemático, se desarrolla en tres pequeños grupos en función de la edad. Esto es, un grupo con el alumnado que se encuentra en el primer curso de Educación Infantil -seis alumnos y alumnas de tres años-, otro con el alumnado de segundo curso -6 alumnos y alumnas de cuatro años- y otro con el alumnado de tercer curso -4 alumnos y alumnas de cinco años-. De este modo, se pretende fomentar la ayuda y cooperación entre ellos, pues cada uno puede aportar diferentes soluciones a una misma situación, lo que enriquece el aprendizaje. No obstante, cada niña y cada niño la realiza de manera individual mientras el resto espera su turno. El primer día se realizó con los grupos de edad de cuatro y cinco años, mientras que, el segundo día, se puso en práctica con el alumnado de tres años. En todos los casos se utilizó la hora del recreo.

Por otro lado, la segunda actividad, centrada en el ámbito numérico, se desarrolla de manera individual sin que el resto de los niños y niñas esté presente. De este modo, se puede evaluar su desarrollo -tanto cognitivo como epistemológico- de una manera más precisa, pues sería complicado conocer si son capaces o no de realizarla cuando previamente han visto o escuchado al resto. Se realizó en otros dos días consecutivos tras haber finalizado la primera. En este caso, los niños y niñas iban saliendo de uno en uno al aula de Primaria para realizar la actividad a lo largo de toda la mañana. Durante esas dos jornadas, por tanto, todo el alumnado de la escuela trabajó conjuntamente en uno de sus proyectos en el aula de Infantil.

La duración total de las actividades ha sido, por tanto, de cuatro días. Dos jornadas para la puesta en práctica de la actividad lógico-matemática y, otras dos, para la actividad numérica.

4.1. Primera actividad

Actividad 1: A la caza de los monstruos

La actividad "A la caza de los monstruos" se basa en clasificar diferentes monstruos siguiendo el criterio que el alumnado considere oportuno. Para ello, se ha elaborado el siguiente material no estructurado utilizando los mismos colores, formas y tamaños que caracterizan a los bloques lógicos. Y, además, se ha añadido una cualidad más, el número de ojos, que varía entre uno y cuatro.

Una colección de 18 monstruos de cartulina (véase Figura 2) y una tiza blanca:

- 1 monstruo amarillo, triangular, grande con un ojo.
- 1 monstruo amarillo, triangular, pequeño con dos ojos.
- 1 monstruo amarillo, cuadrado, grande con tres ojos.
- 1 monstruo amarillo, cuadrado, pequeño con un ojo.
- 1 monstruo amarillo, circular, grande con tres ojos.
- 1 monstruo amarillo, circular, pequeño con cuatro ojos.
- 1 monstruo azul, triangular, grande con tres ojos.
- 1 monstruo azul, triangular, pequeño con un ojo.
- 1 monstruo azul, cuadrado, grande con dos ojos.
- 1 monstruo azul, cuadrado, pequeño con tres ojos.
- 1 monstruo azul, circular, grande con cuatro ojos.
- 1 monstruo azul, circular, pequeño con dos ojos.
- 1 monstruo rojo, triangular, grande con cuatro ojos.
- 1 monstruo rojo, triangular, pequeño con dos ojos.
- 1 monstruo rojo, cuadrado, grande con un ojo.
- 1 monstruo rojo, cuadrado, pequeño con cuatro ojos.
- 1 monstruo rojo, circular, grande con dos ojos.
- 1 monstruo rojo, circular, pequeño con tres ojos.



Figura 2. Imagen de material de actividad 1.

Esta actividad tiene lugar en un corro en el suelo del aula de Educación Primaria, por ser esta un aula más espaciosa y con menos elementos distractores -juegos, juguetes, etc.- que el aula de Educación Infantil.

La consigna que se le da al alumnado es la siguiente: "Aquí tenemos varios grupos de monstruos y monstruas, pero están mezclados. Necesito que coloquéis a cada uno en su grupo. No puede quedar ninguno solo. Después, tenéis que dibujar una cueva con la tiza alrededor de cada grupo para que no se vuelvan a escapar".

A continuación, se deja que el alumnado elabore su propia clasificación sobre el suelo del aula y, posteriormente, nos explica sus razones.

4.2. Segunda actividad

La actividad "La cueva de los monstruos" pretende introducir el concepto de sustracción al alumnado de Infantil mediante el juego con material no estructurado (véase Figura 3). Para ello, se ha elaborado:

- Una cueva hecha con una caja de cartón y forrada con papel, tela y musgo.
- Siete monstruos morados de goma EVA iguales en color, forma, tamaño y número de ojos -uno-.



Figura 3. Imagen de material de actividad 2.

Esta actividad tiene lugar, al igual que la anterior, en el suelo del aula de Educación Primaria, por ser un aula más espaciosa y con menos elementos distractores -juegos, juguetes, etc.- que el aula de Educación Infantil.

La cueva de los monstruos tiene dos partes. En primer lugar, se trabaja con los números del 0 al 3 para, posteriormente, trabajar con números entre el 0 y el 5. Las consignas que se les plantean al alumnado se pueden dividir, por tanto, en dos partes:

Parte I

- "Coge tres monstruos de este grupo".
- "Es de noche y estos tres monstruos están cansados y se quieren ir a su cueva. Mételes para que descansen". El niño o niña mete los tres monstruos en la cueva. "A la mañana siguiente, salen algunos a jugar fuera, aunque siempre tiene que quedar alguien cuidando la cueva. ¿Cuántos quieres que salgan? ¿Para qué quieres que salgan? ¿A jugar a qué? Sácalos". El niño o niña saca un número determinado de monstruos -0, 1 ó 2-. "¿Cuántos se quedaron cuidando la cueva?" Se sacan y se comprueba cuántos había. "Ahora vuelve a ser de noche y estos tres monstruos están cansados y se quieren ir a su cueva a descansar de nuevo. Mételes". El niño o niña mete los tres monstruos en la cueva.
- "A la mañana siguiente salen unos monstruos a jugar a la comba. ¿Cuántos necesitamos para que jueguen a la comba?" El niño o niña debe contestar que tres: dos para coger la cuerda y uno para saltar. Si no, se le guía. Después, saca los tres monstruos. "¿Cuántos se quedaron ahora en la cueva?" Se comprueba que en la cueva no queda ninguno.

A continuación, se mezcla a los tres monstruos con el resto de los monstruos apartados anteriormente y se pasa a la segunda parte.

Parte II

- "Coge cinco monstruos de este grupo".
- "Es de noche y estos cinco monstruos están cansados y se quieren ir a su cueva. Mételes para que descansen". El niño o niña mete los cinco monstruos en la cueva. "A la mañana siguiente, salen algunos a jugar fuera, aunque siempre tiene que quedar alguien cuidando la cueva. ¿Cuántos quieres que salgan? ¿Para qué quieres que salgan? ¿A jugar a qué? Sácalos". El niño o niña saca un número determinado de monstruos -0, 1, 2, 3 ó 4-. "¿Cuántos se quedaron en la cueva?" Se sacan y se comprueba cuántos había. "Ahora vuelve a ser de noche y estos cinco monstruos están cansados y se quieren ir a su cueva a descansar de nuevo. Mételes". El niño o niña mete los cinco monstruos en la cueva. "A la mañana siguiente salen cinco monstruos a jugar al pilla-pilla. Sácalos". El niño o niña saca los cinco monstruos. "¿Cuántos se quedaron en la cueva?" Se comprueba que en la cueva no queda ninguno.

5. Evaluación de la propuesta de enseñanza

5.1. Resultados de la actividad 1 “A la caza de los monstruos”

En primer lugar, en la Tabla 1, se presentan los resultados obtenidos en la actividad A la caza de los monstruos en función del grupo de edad y siguiendo el orden en el que la realizaron. Se detallan, además, algunos de los hechos y justificaciones más relevantes, a la par que se muestran las imágenes de cada una de sus clasificaciones.

Alumnado de 3 años

<p>Alumno1 aparta solamente los azules y los rodea de uno en uno, pero no sabe explicar el porqué. Tras guiarla, los clasifica en tres grupos diferenciados en función del color y explica que lo hizo así “porque así es uno de cada color” – refiriéndose a los diferentes grupos/cuevas-.</p>	
<p>Alumno2 solamente aparta los rojos y los rodea de uno en uno sin dar razones. Tras guiarla, los clasifica en tres grupos diferenciados en función del color. Explica que lo hace así para que no se escapen porque son animales. Después, dentro del grupo de los azules, los coloca juntos en función de la forma, es decir, el círculo grande azul al lado del círculo azul pequeño porque el grande es el “papá” del pequeño y hace lo mismo con el resto. Cuando se coloca el círculo rojo grande al lado del círculo azul pequeño y se pregunta si puede ser su “papá” dice que no y vuelve a ponerlo en su grupo de color. Sin embargo, no sabe explicar por qué.</p>	
<p>Alumno3 los clasifica en función del color y, cuando se cambia a un monstruo amarillo al grupo rojo y viceversa y se le pregunta si podrían meterse ahí, responde que no “porque amarillos y azules y rojos” -señalando a los diferentes grupos-.</p>	

<p>Alumno4 los clasifica en función del color, aunque no sabe explicar por qué lo hace de ese modo. Al cambiar a un monstruo amarillo al grupo azul y viceversa, se le pregunta si podrían meterse en esas cuevas, a lo que ella responde que sí.</p>	
<p>Alumno5 los clasifica en función del color sin dar razones. Cuando se cambia a un monstruo azul al grupo rojo o uno rojo al amarillo y se le pregunta si podrían meterse en esas cuevas, ella responde que no porque su "mami" y su "papi" están en el grupo de su color.</p>	

Tabla 1. Resultados obtenidos al realizar la actividad con el alumnado de 3 años.

Tras haber hecho todos su clasificación, se les indica que los observen de nuevo para ver si pueden percatarse de alguna otra característica. Alumno4 señala que hay dos monstruos del mismo tamaño – empleando ese término-. Alumno3 le ayuda y coloca los tres cuadrados grandes juntos. Después, juntos van colocando en fila hacia un lado los que consideran más grandes y, hacia otro, los que consideran más pequeños (véase Figura 4). Hablan de papás, mamás, abuelos y abuelas. Alumno1, haciendo referencia a los de pequeño tamaño, dice que son hermanos.



Figura 4. Clasificación después de la primera ronda (alumnado de 3 años).

Alumnado de 4 años

<p>Alumno1 los clasifica en función del color y explica que lo hace así porque son "amarillo, amarillo, amarillo" –señalando a la cueva de los amarillos-, "azul, azul, azul" –señalando a la cueva de los azules- y "rojo, rojo, rojo" –señalando a la cueva de los rojos-.</p>	
---	--

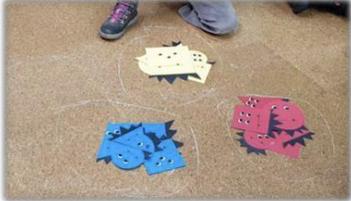
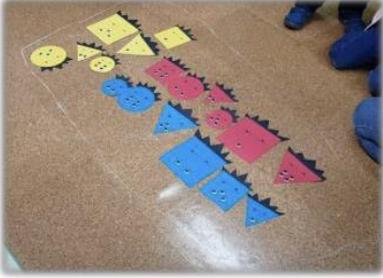
<p>Alumno2 los clasifica en función de las formas y explica que lo hace así "porque son de la misma forma".</p>	
<p>Alumno3 los clasifica en función del color y explica que lo hace así "porque son del mismo color".</p>	
<p>Alumno4 hace una cueva con todos los monstruos, aunque separados, dentro de ese grupo, por colores y explica que lo hace de ese modo "porque son del mismo color". Se le pregunta si todos los de la cueva son del mismo color y responde que sí.</p>	
<p>Alumno5 los clasifica en función del color y explica que lo hace así "porque son del mismo color".</p>	

Tabla 2. Resultados obtenidos al realizar la actividad con el alumnado de 4 años.

En la segunda ronda, tras guiarles, Alumno3 se da cuenta de que hay monstruos que "tienen los mismos ojos y los mismos dientes" y los agrupa en función del número de ojos formando cuatro grupos: monstruos con un ojo, monstruos con dos ojos, monstruos con tres ojos y monstruos con cuatro ojos (véase Figura 5). Alumno1 explica, señalando al grupo de los monstruos con dos ojos, que tienen "dos ojos, dos ojos, dos ojos" y Alumno3 continúa con el de un ojo diciendo que esos tienen "un ojo, un ojo, un ojo" y, de igual modo, con los de tres y cuatro ojos.



Figura 5. Clasificación después de la primera ronda (alumnado de 4 años).

Alumnado de 5 años

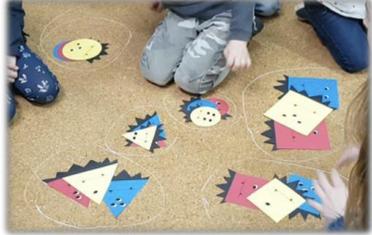
<p>Alumno1 solamente aparta los amarillos, aunque hace una única cueva para todos ellos. El resto los deja mezclados. No sabe dar explicación.</p>	
<p>Alumno2 los clasifica por formas y tamaños - en base a dos criterios- y explica que lo hace así porque eran "de forma igual y de tamaño".</p>	
<p>Alumno3 se dedica a jugar y los clasifica, en general, sin seguir ningún criterio. Sin embargo, hace un grupo donde solamente están los cuadrados grandes -dos criterios-. No razona el porqué de su clasificación, sino que cuenta que lo hace así "porque sí".</p>	
<p>Alumno4 los clasifica en función del color y explica que lo hace así "porque son del mismo color".</p>	
<p>Alumno5 los clasifica en función del color y explica que lo hace así "porque son del mismo color".</p>	

Tabla 3. Resultados obtenidos al realizar la actividad con el alumnado de 5 años.

En la segunda ronda, tras guiarles, Alumno2 se da cuenta de que uno tiene dos ojos y otro cuatro. Después, Alumno4 y Alumno1 también se percatan de ello y Alumno4 hace su clasificación, aunque, en lugar de agruparlos, los ordena. Esto es, los coloca por filas colocando un monstruo con un ojo, al lado otro con dos ojos, al lado otro con tres ojos y, al lado, otro con cuatro ojos (véase Figura 6). Lo hace así porque explica que son filas "en números" y aclara que "si los cuentan, tienen cada uno unos ojos". Al finalizar, se dio cuenta de que "sobraban" dos -con dos y tres ojos- así que los coloca en una fila aparte. A continuación, Alumno2 hace su clasificación de un modo diferente, pero también en función del número de ojos y forma cuatro grupos: monstruos con un ojo, monstruos con dos ojos, monstruos con tres ojos y monstruos cuatro ojos (véase Figura 7).



Figura 6. Primera clasificación después de la primera ronda (alumnado de 5 años).



Figura 7. Segunda clasificación después de la primera ronda (alumnado de 5 años).

5.2. Resultados de la actividad 2 “La cueva de los monstruos”

En segundo lugar, se describen los resultados obtenidos en la actividad *La cueva de los monstruos* detallándose, además, las justificaciones más relevantes.

Alumno1 (3 años)

Parte I

- Cuando se le pide coger tres monstruos, coge cuatro sin verbalizar. Necesitó ayuda para coger tres.
- Decide sacar tres monstruos y dice que quedan dos dentro.
- No se pudo plantear la pregunta de la comba para no repetir el número, pues ya había sacado tres anteriormente, así que se le propuso sacar dos.
- Saca los dos monstruos y dice que dentro quedan siete.

Parte II

- Coge cinco monstruos con ayuda para contarlos.
- Decide sacar tres monstruos y dice que dentro quedan tres.
- Por último, saca cinco monstruos y responde que dentro quedan “nada”.

En general, necesitó bastante ayuda para contar y se contaron los monstruos varias veces con ella a lo largo de toda la actividad. A veces contaba “1, 2, 4”.

Alumno2 (3 años)

Parte I

- Coge tres monstruos con ayuda –contando con ella-.
- Decide sacar tres monstruos, pero no sabe cuántos quedan dentro. Hace referencia a los que están fuera.
- No se pudo plantear la pregunta de la comba para no repetir el número, pues ya había sacado tres anteriormente, así que se le propuso sacar dos.
- Saca los dos monstruos y dice que dentro quedan tres.

Parte II

- Coge cinco monstruos con ayuda para contarlos.
- Decide sacar un monstruo y dice que dentro quedan dos.
- Por último, saca cinco monstruos y contesta que dentro quedan seis.

En general, se contaron los monstruos varias veces con ella a lo largo de toda la actividad, aunque era capaz de contar del uno al tres sin ayuda.

Alumno 3 (3 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada y sin dudar.
- Decide sacar un monstruo y sabe que dentro quedan dos.
- Para jugar a la comba deduce fácilmente que hacen falta tres monstruos.
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno sin dudar ni contar.

Parte II

- Coge cinco monstruos del grupo de siete contándolos y apunta que quedan dos monstruos más apartados, esta vez sin necesidad de contarlos.
- Decide sacar tres monstruos y sabe que quedan dos dentro sin dudar ni contar.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno.

Alumno4 (3 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada y sin dudar.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba contesta que hacen falta "los que hay en la cueva porque unos tienen que coger la comba y otro saltar".
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno sin dudar ni contar.

Parte II

- Coge cinco monstruos contándolos en voz alta.
- Decide sacar un monstruo y responde que dentro quedan "dos, creo".
- Por último, saca cinco monstruos y cree que dentro quedan dos.

Alumno 5 (3 años)

Parte I

- Coge tres monstruos con mucha ayuda.
- Decide sacar un monstruo, pero no sabe cuántos quedan dentro.
- Para jugar a la comba se le tuvo que decir que hacían falta tres.
- Saca los tres monstruos, pero no sabe cuántos quedan dentro.

Parte II

- Coge cinco monstruos con mucha ayuda.
- Decide sacar dos monstruos, pero no sabe cuántos quedan dentro.
- Por último, saca cinco monstruos, pero tampoco sabe cuántos quedan dentro.

En general, ante las preguntas "¿Cuántos se quedaron en la cueva? ¿Cuántos hay dentro? ¿Cuántos monstruos crees que hay aquí dentro?", Alumno3 miraba a los que estaban fuera y en sus contestaciones hacían referencia siempre a ellos, no a la cueva ni a los que podían estar en su interior. También necesitó mucha ayuda para contar y se contaron los monstruos varias veces con ella a lo largo de toda la actividad.

Alumno6 (3 años)

Parte I

- Coge tres monstruos con ayuda –contando con ella-.
- Decide sacar un monstruo y dice que dentro quedan "este y este" señalando dos de sus dedos.
- Para jugar a la comba deduce, sin apenas ayuda, que se necesitan tres.

- Saca los tres monstruos y dice que dentro quedan "tres, dos".

Parte II

- Coge cinco monstruos con ayuda para contarlos.
- Decide sacar dos monstruos y dice que dentro quedan dos.
- Por último, saca cinco monstruos, pero no sabe cuántos quedan dentro.

En general, se contaron los monstruos varias veces con ella a lo largo de toda la actividad, aunque era capaz de contar del uno al tres sin ayuda.

Alumno1 (4 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada y sin dudar.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba deduce que hacen falta tres sin dificultad.
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno sin dudar ni contar.

Parte II

- Coge cinco monstruos contándolos en voz alta.
- Decide sacar un monstruo, pero no se acuerda cuántos quedan dentro.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno.

Alumno2 (4 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada y sin dudar.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba dice que se necesitan dos. Necesitó mucha ayuda para deducir que hacían falta tres.
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno sin dudar ni contar.

Parte II

- Coge cinco monstruos contándolos en voz alta.
- Decide sacar tres monstruos y, para saber cuántos hay dentro, pregunta "¿puedo mirar?" Al responder que no, dice que no se acuerda de cuántos hay, aunque sabía que había metido cinco y que había sacado tres.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno sin dudar.

Alumno3 (4 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada y sin dudar.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba deduce fácilmente que hacen falta tres.
- Saca los tres monstruos y dentro dice que quedan "cero" sin dudar.

Parte II

- Coge cinco monstruos rápidamente y sin verbalizar nada.
- Decide sacar cuatro monstruos y contesta que dentro queda uno.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro quedan "cero".

Alumno4 (4 años)

Parte I

- Coge tres monstruos contándolos en voz alta.
- Quiere sacar cinco a jugar, pero, cuando lo hace, se da cuenta de que no hay más que tres.
- Para jugar a la comba dice, en principio, que se necesitan tres, pero no sabe razonar por qué. Después dice que se necesitan diez. Con ayuda, finalmente llega a la conclusión de que son necesarios tres.
- Saca los tres monstruos y dentro dice que quedan cinco.

Parte II

- Coge cinco monstruos contándolos en voz alta.
- Decide sacar cinco monstruos y responde que dentro quedan tres.
- Por último, se le pide que saque cuatro monstruos y contesta que dentro quedan cinco.

Alumno5 (4 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada y sin dudar.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba dice que se necesitan dos, pero, al guiarla un poco, deduce que tres.
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno sin dudar ni contar.

Parte II

- Coge cinco monstruos contándolos en voz alta.
- Decide sacar cuatro monstruos y responde que dentro queda uno.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno.

Alumno1 (5 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin contar, pero diciendo "este, este y este".
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba contesta que hacen falta dos, pero, con un poco de guía, deduce que son necesarios tres "porque dos tienen que sujetar y alguien tiene que saltar".
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda "ninguno porque no hay más".

Parte II

- Coge cinco monstruos contándolos en voz alta.
- Decide sacar tres monstruos y responde que dentro quedan dos sin dudar.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno.

Alumno2 (5 años)

Parte I

- Coge tres monstruos de una sola vez sin verbalizar nada.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba dice que se necesitan tres "porque uno coge, otro también y otro salta".
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno sin dudar ni contar.

Parte II

- Coge cinco monstruos sin verbalizar nada y, después, comprueba contando uno a uno que ha cogido cinco.
- Decide sacar tres monstruos y responde que dentro quedan dos sin dudar.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno.

Alumno3 (5 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba deduce rápidamente que se necesitan tres "porque hay una cuerda, hay dos extremos y se necesitan tres porque uno tiene que saltar".
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno sin dudar ni contar.

Parte II

- Coge cinco monstruos contándolos en voz baja.
- Decide sacar cuatro monstruos y responde que dentro queda uno sin dudar.

- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno.

Alumno4 (5 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba contesta que hace falta uno, pero, al decirle que se necesita que alguien dé y alguien salte, deduce que tres.
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno.

Parte II

- Coge cinco monstruos contándolos en voz alta.
- Decide sacar tres monstruos y responde que dentro quedan cinco.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno.

Alumno5 (5 años)

Parte I

- Coge tres monstruos sin verbalizar nada.
- Decide sacar dos monstruos y sabe que dentro queda uno.
- Para jugar a la comba responde que se necesitan dos, pero, al indicarle que alguien debe dar y alguien saltar, deduce rápidamente que tres.
- Saca los tres monstruos y dentro dice que no queda ninguno.

Parte II

- Coge cinco monstruos sin verbalizar nada.
- Decide sacar tres monstruos y responde que dentro quedan dos sin dudar.
- Por último, saca cinco monstruos y sabe que dentro no queda ninguno.

6. Conclusiones

6.1. Conclusiones en base a los objetivos planteados

En primer lugar, se presentan las conclusiones extraídas en la actividad del ámbito lógico referentes al primero de los objetivos propuestos. Esto es, al objetivo "estudiar el desarrollo cognitivo y epistemológico del conocimiento matemático en alumnado de 3, 4 y 5 años".

- Los niños y niñas de tres años no sabían explicar, de manera fundamentada, el porqué de sus clasificaciones y todos lo hacían, en principio, basándose en el color a excepción de una niña que, en una de las cuevas de color, agrupó también a los que tenían la misma forma. A pesar de no saber explicar con fundamento las razones de sus clasificaciones, este alumnado, a excepción de una niña, era consciente de que los monstruos debían permanecer en los grupos que habían hecho y que no podían pertenecer a otro. Ningún niño o niña de tres años tuvo en cuenta el criterio "número de ojos", ni siquiera después de que la docente les insistiera para que observaran con más detenimiento. Sin embargo, sí se fijaron en que había diferentes tamaños, aunque no fueron capaces de clasificarlos en grupos bien diferenciados.
- Los alumnos y alumnas de cuatro años, en general, ya empleaban los términos "color" y "forma" para explicar sus razones. Además, aunque la mayoría (cuatro de cinco) clasificaron en base al color, uno de ellos lo hizo fijándose en las diferentes formas. Otro de los niños de cuatro años metió a todos los monstruos dentro de una única cueva, aunque, en ella, estaban separados por color. De hecho, explicó que los agrupó así porque eran del mismo color. Tras hacer que observasen de nuevo, una niña se dio cuenta de que había algunos que tenían "los mismos ojos y los mismos dientes" y los clasificó en función del número de ojos, pues se percató de que los dientes eran iguales en todos.

No obstante, no supo explicar el porqué, sino que –con ayuda de otro compañero- llegaron a decir que unos tenían “dos ojos, dos ojos, dos ojos”, otros “un ojo, un ojo, un ojo” y lo mismo con los de tres y cuatro ojos.

- En el grupo de cinco años ya hubo un niño que agrupó en base a dos criterios – forma y tamaño- desde el primer momento y sin guía y, además, explicó que lo hacía así porque eran “de igual forma y tamaño”. Otras dos niñas, los clasificaron en función del color y también emplearon este término para explicarse. Sin embargo, otra niña agrupó solamente los amarillos y dibujó una única cueva a su alrededor, mientras que al resto los dejó mezclados y “suelos”. Cabe mencionar que fue la primera en realizar la actividad por lo que es posible que, al ver al resto, su clasificación hubiera sido diferente. En este grupo también hubo un alumno que se lo tomó como un juego y que se dedicó a agruparlos aleatoriamente. No obstante, hizo una cueva con los cuadrados grandes, aunque no dio razones del porqué de su clasificación.
- Dos niñas de tres años y una niña de cinco años no agruparon a todos los monstruos en un primer momento, sino que dejaron a muchos de ellos “sin encerrar en ninguna cueva” a pesar de que la consigna fue igual para todo el alumnado.
- Ninguno de los alumnos y alumnas se fijó en el número de ojos de los monstruos ni clasificó en base a este criterio en la primera ronda de clasificaciones, es decir, sin la guía de la docente. Sin embargo, tras insistir en que observasen de nuevo con detenimiento, hubo una niña de cuatro años y dos niños de cinco años que sí lo hicieron. Además, una de las niñas de cinco años, los colocó en filas ordenándolos en función del número, es decir, clasificó y ordenó.

En segundo lugar, se presentan las conclusiones extraídas en la actividad diseñada para trabajar el ámbito numérico que hacen referencia, también, al primero de los objetivos propuestos.

- Cuatro de los seis alumnos y alumnas de tres años precisó de ayuda para contar los monstruos a lo largo de toda la actividad, mientras que todo el alumnado de cuatro y cinco años estableció relaciones entre número y cantidad sin ninguna dificultad.
- Solamente cuatro niñas necesitaron contar en voz alta para coger tres monstruos, mientras que todos lo hicieron cuando se les pedía que cogieran cinco. Esas cuatro, de hecho, se corresponden con el alumnado de tres años al que se le tuvo que ayudar a contar durante toda la actividad.
- La situación de la comba no se pudo plantear en dos de los casos, pues ya habían escogido previamente el número tres. Del resto, la mitad –siete- dedujeron que hacía falta tres monstruos sin ayuda, mientras que otros siete precisaron de ayuda de la docente. No obstante, a cuatro de ellos solamente hubo que indicarles que se necesitaba que alguien diese y alguien saltase para que llegasen por sí mismos a la respuesta esperada. Esto es, solo a tres niños y niñas del alumnado al que se le planteó la situación de la comba necesitó mucha ayuda para llegar a la respuesta.
- Once de ellos supo resolver las restas “3-3” y “5-5”, mientras que cinco no sabían la respuesta o su respuesta era errónea. Sin embargo, no fueron exactamente los mismos niños y niñas los que acertaron “3-3” y “5-5”, sino que hubo algunos que acertaron una y no la otra, por lo que no queda claro si tienen interiorizados estos conceptos o su respuesta fue fruto del azar.
- A pesar de necesitar ayuda para contar durante toda la actividad, una de las niñas de tres años fue capaz de restar una unidad al 3, aunque no supo decir que quedaban dos monstruos dentro, sino que, con la ayuda de los dedos, explicaba que dentro había “este y este” –señalando dos de sus dedos-. Sin embargo, no fue capaz de realizar ninguna otra operación.
- Un niño de cuatro años y una niña de cinco supieron resolver todas las situaciones excepto restarle tres monstruos –que ellos mismos sacaron a jugar- a los cinco que habían metido dentro. Se concluye que, en general, los niños y niñas resolvían mejor las operaciones cuando había que restar solamente una unidad o todos (es decir, “3-3” y “5-5”).
- Por último, cabe destacar que solamente una niña de cuatro años hizo referencia al “cero” por respuesta. El resto de los alumnos y alumnas que sabían que no había monstruos en la cueva, contestaban “ninguno”.

En general, se concluye que pueden observarse diferencias en el desarrollo cognitivo y epistemológico del conocimiento matemático en las diferentes edades. No obstante, hubo casos en los que el desarrollo del alumnado de tres años se aproximaba –o, incluso, igualaba– al de niños y niñas de cinco años; por ejemplo, en el caso de las sustracciones. Y, por otra parte, también hubo algunos niños cuyas clasificaciones se asemejaban más a aquellas realizadas por el alumnado de edades inferiores.

Además, el hecho de presentar las actividades de un modo lúdico, provocó que uno de los niños de cinco años se lo tomara como un juego y no se esforzase para cumplir la consigna planteada. Ello llevó a que su clasificación se realizara de manera completamente aleatoria exceptuando una cueva donde se encontraban los monstruos cuadrados amarillos. No obstante, la actividad numérica la realizó correctamente sin ninguna dificultad.

Por otro lado, se describen las conclusiones relativas al segundo objetivo general planteado que era “utilizar la técnica de la observación para estudiar el desarrollo del conocimiento matemático en alumnado de 3, 4 y 5 años”.

- El hecho de grabar en vídeo todas las intervenciones en el aula ha permitido que su análisis haya tenido un carácter menos subjetivo. Haber tenido la oportunidad de visionar las grabaciones en varias ocasiones por parte de todos los adultos implicados en el trabajo ha servido para analizar los resultados mucho mejor y, con ello, extraer las anteriores conclusiones desde una perspectiva lo más objetiva posible.
- Los resultados obtenidos se han ordenado en una escala de estimación diseñada para este estudio y en ella se pueden observar, de manera global, las diferencias entre edades y los aspectos más llamativos de los objetivos específicos planteados. Se considera, por tanto, un buen instrumento de recogida de información. A partir de sus datos se pueden plantear actividades similares a las propuestas en este trabajo con el fin de continuar progresando en el desarrollo del conocimiento matemático en esta etapa.
- La observación tanto individual como grupal del alumnado durante la realización de las actividades ha puesto de manifiesto otras características relevantes. Esto es, aspectos como la relación entre el alumnado –respeto, cooperación, etc.– o la búsqueda constante de la ayuda docente se han podido advertir también en estas grabaciones. Ello ayuda al docente a conocer mejor el nivel de desarrollo de sus alumnas y alumnos, los conflictos y su modo de resolverlos, las incidencias, las reacciones personales, etc.
- La observación mediante videgrabaciones ha permitido, no solamente apreciar los acontecimientos que implican al alumnado, sino también las intervenciones docentes, de manera que ha constituido también un instrumento de autoevaluación. De este modo se ha podido evaluar el trabajo en su totalidad, desde los aprendizajes adquiridos por el alumnado hasta la propia práctica docente.

6.2. Conclusiones con respecto al marco teórico

Con respecto a la literatura revisada para el diseño y puesta en práctica de este estudio de casos, puede concluirse que el MTSK constituye una herramienta metodológica muy interesante en la formación de maestros y maestras de Educación Infantil. Es fundamental conocer la existencia de todos los dominios que influyen, de uno u otro modo, en la transmisión de los conocimientos matemáticos en el aula.

El docente debe conocer, de manera fundamentada, los contenidos que pretende impartir; pero también ha de comprender cómo se conectan entre sí y el orden que ha de seguirse a la hora de impartirlo. Solamente de este modo será capaz de plantear actividades que ayuden al alumnado a ir adquiriendo las nociones matemáticas.

Además, el MTSK habla de un dominio didáctico. Dominio imprescindible en educación, pues el maestro o maestra no debe encargarse de la mera transmisión de conocimientos, sino que es necesario que conozca el mejor modo de hacerlo para que se produzca un aprendizaje significativo en su alumnado.

Por su parte, la asignatura Desarrollo del Pensamiento Matemático y su Didáctica ha sentado las bases para que se pudiese diseñar y desarrollar este trabajo. En ella se han estudiado los diferentes ámbitos del conocimiento matemático y cómo las diferentes etapas del desarrollo de los niños y niñas influyen a la hora de plantear situaciones como las propuestas en el estudio.

Además, siempre se destacó la enorme relevancia del descubrimiento a través de la experimentación y la manipulación en esta etapa. Es necesario, por tanto, introducir y preparar a los niños y niñas desde los tres años para que aborden las nociones matemáticas de una forma activa y participativa y, desde luego, mediante el juego. Y es que, según reza el currículo del segundo ciclo de Educación Infantil regulado en el Decreto 85/2008 de 3 de septiembre, "el juego es un principio pedagógico clave por su enorme potencial como estimulante del proceso de desarrollo y aprendizaje".

6.3. Conclusiones generales

Bien es cierto que es fundamental conocer las bases teóricas de la educación, sin embargo, consideramos igual de importante saber aplicarlo en el aula. Es por ello por lo que, trabajos como este, pueden ser de gran ayuda en la formación inicial de las maestras y maestros. Con ellos, no solamente se refuerzan los conocimientos previos acerca de lo estudiado, sino que, además, ayudan a despertar el interés en otros temas no tan estudiados durante la formación inicial.

El realizar este estudio de casos en un periodo fuera del prácticum, ha permitido una oportunidad para desarrollarnos profesionalmente. El trabajo realizado en equipo tanto entre la maestra de la escuela como con el tutor de la facultad ha enriquecido los resultados obtenidos.

Malaguzzi (2001) habla de que el profesorado debe disfrutar de una formación continua y considera que los docentes tienen que ser arriesgados, ya que deben estar dispuestos a llevar a cabo actividades planeadas, pero también a unir esto con la innovación. Y es que, ya desde su nacimiento, los niños y niñas viven en un constante descubrimiento y necesitan investigar. Por ello, es imprescindible que, cualquier persona que viva en contacto con ellos, tenga este punto en cuenta, puesto que es bastante complejo de conseguir, ya que requiere no cesar de esforzarse, pero que resulta enormemente gratificante lograrlo. Un ejemplo de ello ha ocurrido durante la puesta en práctica de este diseño, pues se tuvieron que cambiar determinadas consignas durante la realización de las actividades. Concretamente, cuando una de las niñas escogió sacar tres monstruos de la cueva, por lo que no se le podría plantear la situación de la comba, por lo que se tuvo que decidir rápidamente cómo continuar.

A pesar de haber empleado bastante tiempo en el diseño de las actividades y en las posibles circunstancias que pudieran surgir, esto era algo que no nos habíamos planteado previamente. Esos pequeños detalles son los que hacen este tipo de TFG desarrollen a los maestros en formación.

Por otra parte, cabe mencionar que el educador Loris Malaguzzi da más peso al aprendizaje que a la enseñanza, puesto que "aprender" implica al niño y "enseñar" no. En sus escuelas todos aprendían de todos. El objetivo de la educación, para él, era el de crear el ambiente necesario para que se produjera el aprendizaje y no la mera transmisión de conocimientos, uno de los puntos propios del conductismo. Es por ello por lo que, actividades como la diseñada para trabajar el ámbito lógico, serían idóneas en esta etapa, pues ayudan a que el alumnado interactúe y resuelva una misma situación sirviéndose de sus propios conocimientos previos a la par que aprende nuevas formas a través del contacto con sus iguales.

Por último, finalizamos con esta cita de Cossío (2007) en la que se refleja la importante labor que desempeñan los maestros y maestras de Educación Infantil: "¿No es el mismo hijo (...) lo que confiamos, así a la Universidad como a la escuela? (...) Si en la edad del alumno, que es lo único que cambia, hubiera de fundarse el pretendido orden jerárquico de la función docente, iríamos al absurdo, que todos rechazareis, de considerar al médico de niños inferior al de adultos" (p. 75).

Referencias

- Alcaraz, A. B., Martín, M. L. N., & Alsina, Á. (2017). Dictados matemáticos: una herramienta para trabajar la competencia oral y escrita en el aula de matemáticas de Educación Infantil. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 49(49), 200-216.
- Alsina, Á. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números*, 80, 7-24.
- Alsina, Á. (2016a). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon*, 33(1), 7-29.
- Alsina, Á. (2016b). El currículo del número en educación infantil. Un análisis desde una perspectiva internacional. *PNA*, 10(3): 135-160 (2016). [<http://hdl.handle.net/10481/40448>].
- Alsina, A. y Canals, A. (2000). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*. NARCEA, S.A. Ediciones, 2006. Madrid. España.
- Bartolomé Cossío, M. (2007). *El maestro, la escuela y el material de enseñanza y otros escritos*. Madrid: Biblioteca Nueva.
- Buendía Eisman, L., & Berrocal de Luna, E. (2001). La ética de la investigación educativa.
- C.P. Guimarán-Valle (2014). *Proyecto Educativo de Centro*. Mimeo.
- C.P. Guimarán-Valle (2018). *Programación General Anual*. Mimeo.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining Specialised Knowledge for Mathematics Teaching. In B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the CERME 8* (pp. 2985-2994). Antalya, Turkey: ERME.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M.C. (2018): The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education* 20(3).
- Castro, E, Cañadas, M. C. y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 54, 55-67.
- Decreto 85/2008 de 3 de septiembre por el que se establece el currículo del segundo ciclo de Educación Infantil (BOPA 11-9-08).
- Dienes, Z. P., Tortella, J., & Azcárate, C. (1977). *Las seis etapas del aprendizaje en matemática*. Teide.
- Escudero-Ávila, D. I., Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Climent, N., Contreras, L. C. y Montes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA*, 10(1), 53-77. [<http://hdl.handle.net/10481/37190>]
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, A., & Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E y Montes, M. A. (Eds.). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 57-72). Huelva: Universidad de Huelva.
- González Ávila, M. (2002). Aspectos éticos de la investigación cualitativa. *Revista Iberoamericana de educación*, 29, 85-104.
- Malaguzzi, L. (2001). *La educación infantil en Reggio Emilia*. Barcelona: Octaedro.
- Martínez, J. y Sánchez C. (2019). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en educación infantil*. Wolters Kluwer Educación.
- Merriam, S.B. (1988). *Case Study Research in Education: A qualitative approach*. San Francisco: Josey-Bass Inc. Publishers.

- Montes, M.A., Aguilar, A., Carrillo, J., & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). MTSK: From Common and Horizon Knowledge to Knowledge of Topics and Structures. In B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the CERME 8* (pp. 3185-3194). Antalya, Turkey: ERME.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1974). *The child's construction of quantities: Conservation and atomism*. New York: BasicBooks.
- Sánchez Santamaría, J. S. (2013). Paradigmas de investigación educativa: de las leyes subyacentes a la modernidad reflexiva. *Entelequia: revista interdisciplinar*, 16, 91-102.
- Soler, E. S., & Soler, M. S. (2012). *Materiales didácticos para educación infantil: Cómo construirlos y cómo trabajar con ellos en el aula* (Vol. 71). Narcea Ediciones.
- Vasco, D. (2015). *Conocimiento especializado del profesor de Álgebra Lineal. Un estudio de casos en el nivel universitario*. Tesis de doctorado publicada en <http://hdl.handle.net/10272/11901>. Huelva, España: Universidad de Huelva.
- Vasco, D., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Montes, M.A., & Ribeiro, M. (2016) Conocimiento Especializado de un Profesor de Álgebra Lineal y Espacios de Trabajo Matemático. *BOLEMA Journal (Mathematics Education Bulletin)*. I. M. Gómez-Chacón & L. Vivier (Eds.), 30(54), pp. 222-239. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a11>
- Yin, R. (1984). *Case study research: Design and methods*. Newbury Park, CA: SAGE.

Alba Prieto González. Graduada en Magisterio de Educación Infantil por la Universidad de Oviedo.
Email: uo201882@uniovi.es

Álvaro Aguilar González. Profesor Universitario en la Universidad de Oviedo. Doctor en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Huelva. Graduado en Maestro de Educación Primaria por la Universidad de Málaga.
Email: aguilaralvaro@uniovi.es