

UNA CARACTERIZACIÓN DE ACTITUDES HACIA LAS MATEMÁTICAS EN UNA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

María del Socorro García González, Rosa María Farfán Márquez

Centro de Investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico

mgargonza@gmail.com, rfarfan@cinvestav.mx

El presente escrito es un informe de la investigación doctoral que me encuentro realizando. Partiendo del supuesto de que los factores afectivos desempeñan un papel fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, me he propuesto como objetivo estudiar la influencia de un saber matemático específico, la proporcionalidad en las actitudes hacia las matemáticas de un grupo de estudiantes de tercer grado de secundaria. La perspectiva teórica desde la que abordo mi estudio es la Socioepistemología. Para identificar las actitudes de los estudiantes, se diseñaron situaciones de aprendizaje sobre la proporcionalidad y su resolución por parte de los estudiantes fue videograbada. De acuerdo a los resultados obtenidos se ha encontrado que cuando se favorece un carácter funcional, es decir, asociado al uso de la proporcionalidad se manifiestan actitudes favorables hacia ésta.

Palabras claves: Actitudes hacia las matemáticas, Socioepistemología, Proporcionalidad, Estudiantes, Secundaria.

Introducción

En Matemática Educativa el constructo actitud ganó popularidad debido a dos razones: la necesidad de explicar el fracaso en la resolución de problemas matemáticos y la actividad matemática en sí misma. Hart (1989) señala que durante los años 60 y cerca de los 70, el interés de los educadores matemáticos en el dominio afectivo se restringió al estudio de la actitud hacia las matemáticas. De acuerdo con García y Juárez (2011), en las primeras dos décadas de investigación sobre actitudes hacia las matemáticas, si bien se presenta el problema de la falta de consenso en su definición, existía una tendencia a considerarla como una medida de agrado o desagrado hacia las matemáticas, que era medida a través de determinados instrumentos procedentes de la psicología, tales como, cuestionarios, observación, entrevista, y escalas de actitud, entre ellas, la Likert, la Thurstone y el escalograma de Guttman.

Con el paso de los años, la investigación sobre actitudes hacia las matemáticas ha crecido, y se le ha relacionado con otros constructos como las creencias y las emociones; se ha estudiado desde niveles básicos hasta superior, con estudiantes y profesores de los mismos niveles (García y Farfán, 2014). Entre los resultados más relevantes se pueden mencionar que éstas juegan un papel relevante en el aprendizaje de las matemáticas (Di

Martino & Zan, 2007, 2010; Gairín, 1987; Gómez-Chacón, 1998, 2000, 2010; Hannula, 2002; McLeod, 1992; Ursini, Sánchez, y Orendain, 2004). También se ha hablado de una correlación entre la actitud y el rendimiento, sin embargo ésta ha sido cuestionada, por ejemplo Ma y Kishor (1997), muestran que la correlación entre la actitud y el rendimiento es estadísticamente no significativa, y los resultados obtenidos en diferentes estudios a menudo no son comparables e incluso contradictorios.

Bajo la hipótesis de que los factores afectivos (emociones, creencias, actitudes, motivación) desempeñan un papel fundamental, en particular la actitud, en el aprendizaje de las matemáticas nos hemos propuesto como objetivo de investigación caracterizar las actitudes que estudiantes de educación secundaria en México tienen acerca de las matemáticas, para ello nos hemos centrado en un saber matemático particular, la proporcionalidad.

La elección de este saber obedece a que se aborda en los tres años de educación secundaria, además de la complejidad y dificultad de los estudiantes para apropiarse de este saber. Como por ejemplo, el uso frecuente de la regla de tres como procedimiento para la resolución de problemas de proporcionalidad, mismo que se aplica de manera indiscriminada en situaciones en las que es innecesaria o impertinente (Godino y Batanero, 2002).

Marco Teórico

La Socioepistemología

La aproximación Socioepistemológica propone un cambio fundamental en la matemática escolar donde los conceptos tienen el estatus primordial en la construcción del conocimiento matemático, para asumir que lo realmente importante son las actividades vinculadas a la construcción social del conocimiento matemático, mismas que son reguladas por lo que se conoce como prácticas sociales. A manera de hipótesis consideramos que en dichas actividades las actitudes se manifiestan, el modo en que lo hacen es lo que pretendemos con el estudio. De acuerdo a Cantoral (2013):

... el saber, como construcción social de conocimiento, es referido a procesos deliberados para el uso compartido del conocimiento. Se trata de mecanismos constructivos, altamente sofisticados, de naturaleza social, que se caracterizan por producir interacciones, explícitas o implícitas, entre mente, conocimiento y cultura (p. 53).

Es decir, en la construcción social de conocimiento matemático están presentes las interacciones entre individuos, por ejemplo los puntos de vista convergentes y divergentes que tienen como fin hacerlo funcional, pero también están presentes las

valoraciones y el aprecio o no por el saber matemático en juego, esto lo último lo denominamos actitud.

El saber: La proporcionalidad

Consideramos que un pensador proporcional no es quien puede resolver mecánicamente una proporción, ya que ha sido evidenciado que el uso de algoritmos como la multiplicación cruzada, o los métodos aditivos, indican que no todas las personas que resuelven correctamente un problema que involucra proporciones necesariamente utilizan el razonamiento proporcional (Modestous & Gagatsis, 2010). Por el contrario, es la capacidad de decidir si un problema se resuelve mediante la aplicación de proporción directa, proporción inversa, el razonamiento aditivo, o cualquier otra relación numérica lo que es esencial para el razonamiento proporcional.

Los estudios acerca del razonamiento proporcional han tratado diferentes problemas. De acuerdo a Tourniaire & Pulos (1985) estos han sido: 1) Problemas físicos, requieren de una comprensión de algún principio físico, además de la comprensión de las proporciones. Ejemplo de ellos son la barra de equilibrio y la proyección de las sombras de Inhelder y Piaget. 2) Problemas de Tasa, con ellos se pretende comparar las proporciones de objetos diferentes. 3) Problemas de mezcla, se trata de mezclar sustancias como los sabores de jugo de naranja y el agua, y compararlos.

Entre los problemas de tasa y de mezcla existen diferencias. Los elementos de la relación en un problema de mezcla constituyen un nuevo objeto, por ejemplo, pintura roja y pintura amarilla mezcladas hacen pintura naranja, o un objeto modificado, por ejemplo, jugo de naranja mezclado con agua hace un jugo de naranja rebajado. En segundo lugar, los problemas de mezcla requieren que el sujeto entienda lo que sucede cuando se mezclan los dos elementos. En tercer lugar, en la mayoría de los problemas de mezcla, las cantidades se expresan en la misma unidad, por ejemplo, litros, mientras que en la mayoría de los problemas de tasa las cantidades implicadas están en diferentes unidades, por ejemplo, km/hrs. Hemos decidido trabajar con situaciones de aprendizaje que involucren estos tres tipos de problema, sin embargo en este escrito nos centraremos en los problemas de mezcla.

El estudio de la Actitud en la Perspectiva Socioepistemológica

De acuerdo a nuestra perspectiva teórica, los conocimientos para ser construidos activamente por el sujeto, individual o colectivamente, requieren del uso, que da sentido al conocimiento, y de herramientas y argumentos, que tipifican al usuario y a las situaciones de aprendizaje, escolares o no, pero ligadas a la vida real donde se ponga en uso dicho conocimiento (Cantoral, 2013).

En esta postura sobre la construcción de conocimiento en lugar de una adquisición, no podemos negar la naturaleza humana del individuo y colectivo, constituida de una gran carga afectiva, en particular direccionamos el estudio hacia un constructo particular del afecto: las actitudes. Hemos considerado la actitud, como la valoración que hace el estudiante de la actividad matemática resuelta (García & Farfán, 2014).

Metodología

Participantes y Contexto

Para poner en escena las situaciones de aprendizaje se desarrolló un taller denominado “Trabajando con situaciones de aprendizaje” al que asistieron 20 estudiantes (10 mujeres y 10 hombres.) de la Escuela Secundaria Diurna “Margarita Maza de Juárez” del Distrito Federal, México. El taller tuvo una duración de 8 sesiones de 1.5 horas, en cada sesión se trabajaron las Situaciones de Aprendizaje diseñadas, las sesiones fueron filmadas previo consentimiento de los estudiantes y sus padres de familia. Esto con el fin de observar sus reacciones en el trabajo con las situaciones.

Las diferentes Situaciones de aprendizaje diseñadas se trabajaron unas veces en pareja y otras en equipos, formadas por afinidad, con el fin de que los estudiantes discutieran las soluciones de la situación presentada y de que pusieran en funcionamiento su pensamiento proporcional, para seleccionar, anticipar, ejecutar y controlar las estrategias que se requerían aplicar para enfrentar la situación de aprendizaje propuesta.

Aunado a lo anterior, se les entrevistó individualmente a cada uno de los participantes, con el fin de cuestionarlos acerca del trabajo con la situación de aprendizaje, y algunos aspectos de tipo académico, como su vida en la escuela, familiares, como la relación que tienen con sus padres, personales, como su vida fuera de la escuela. Esto último para triangular información con la que se encontró al observar lo que trabajaron con la situación de aprendizaje y durante el tiempo que duró el taller.

La Situación de Aprendizaje: Problema de mezcla

En este escrito nos hemos centrado en un problema de mezcla, que tenía como intención que los estudiantes trabajaran con dos formas de representación importantes en el razonamiento proporcional, 1) la razón (por ejemplo, 2 litros de jarabe de jamaica para 3 litros de agua) y 2) la fracción (por ejemplo, $\frac{1}{4}$ de litro de jarabe de jamaica). Esto debido a que en la literatura respecto de la proporcionalidad se ha evidenciado que cuando el razonamiento proporcional se basa en el reconocimiento de las relaciones (razón), el lenguaje razón parece tener vínculos transparentes entre la representación y el razonamiento (Howe, Nunes y Bryant, 2011). Por otra parte, las fracciones son los

primeros números racionales que la mayoría de los estudiantes encuentran, supusimos que esta ventaja de familiaridad tendría algún efecto en sus actitudes respecto de la situación a enfrentar.

El problema planteado en la situación se presenta en la Figura 1.

Figura 1. La Situación de Aprendizaje “Una fiesta Familiar” (Diseño propio).

Una fiesta familiar

Instrucciones: Reunidos en pareja discutan con respeto y tolerancia los argumentos de cada uno y den repuesta a las preguntas planteadas.

La situación: César y Tere se propusieron ayudar en los preparativos de la fiesta anual familiar. Ana su hermana mayor les dijo que podrían preparar el agua de sabor mientras ella va a comprar los vasos desechables. Ana les dejó 10 litros de jarabe de jamaica endulzado a los cuales solo tendrán que agregar agua natural para preparar el agua de jamaica. Ana les pidió que no desperdiciaran el jarabe y que la mezcla que prepararan no perdiera el sabor a jamaica.

Tere dice que como en total son 20 familiares, incluyéndose ellos, 20 litros de agua de jamaica alcanzarán entonces solo hay que agregar otros 10 litros de agua natural y el agua de jamaica estará lista.

César no está de acuerdo con la decisión de Tere, él cree que deben de buscar otras opciones. Discutiendo un rato llegaron a proponer dos maneras de preparar el agua de jamaica.

Propuesta de Tere	
Jarabe de jamaica	2 litros
Agua natural	3 litros

Propuesta de César	
Jarabe de jamaica	3 litros
Agua natural	5 litros

Para analizar

- 1.- ¿Están de acuerdo con que agregar 10 litros de agua como lo propone Tere es suficiente?, ¿Por qué creen que César no estuvo de acuerdo?

2. Observen las propuestas que al final dan Tere y César y decidan cuál es la mejor, recordando lo que Ana les ha pedido. ¿Cuál de las dos propuestas es mejor para preparar el agua de Jamaica? Justifiquen su respuesta.

- 3.- Si son 20 familiares los que asisten a la fiesta ¿Cuánta agua bastará preparar? ¿Por qué?

- 4.- Si tuvieran que preparar ustedes la cantidad de agua que anotaron en la pregunta 3, que tendrían que hacer con la propuesta que han elegido en la pregunta 2, para preparar esa cantidad de agua.

Diseño propio.

Análisis de Datos

Presentamos el análisis centrándonos en las preguntas que se plantearon en la situación planteada. La notación P_n (con n del 1 al 10) indica el número de pareja participante. Los corchetes cuadrados indican especificaciones nuestras. También narramos los comportamientos observados en las grabaciones y la actitud hacia la situación que identificamos.

1. *¿Están de acuerdo con que agregar 10 litros de agua como lo propone Tere es suficiente?, ¿Por qué creen que César no estuvo de acuerdo?*

7 de las 10 parejas contestaron que no estaban de acuerdo con agregar 10 litros de agua como lo proponía en un principio Tere, los argumentos que dieron fueron que si se hacía de esa forma el agua sabría demasiado a concentrado de Jamaica, ellos suponen que también por esta razón César no estuvo de acuerdo. En este caso son capaces de identificar las razones presentes en la mezcla 10/10 pero además ponen en juego su conocimiento popular al emitir juicios, como el hecho de que poner las mismas cantidades de agua y jarabe no produce una buena mezcla, pues el concentrado de jamaica es muy fuerte.

P1: *No estamos de acuerdo en lo que propone Tere. César piensa que así [propuesta de Tere] el agua va a saber a Jamaica porque no hay diferencia [es la misma cantidad en litros de jarabe de jamaica y de agua].*

Esta pareja siempre estuvo discutiendo las respuestas, se mostraban involucrados en el trabajo, al entrevistarlos dijeron que les pareció que era una actividad fácil pero que los ponía a pensar mucho, sobre todo con las preguntas 1 y 4.

P9: *No estamos de acuerdo porque el jarabe estaría muy concentrado.*

En esta pareja la actividad estaba a cargo del hombre, él dirigía la discusión, se notó que se involucraron pero en un grado menor comparado con P1, la situación la valoraron como "fácil".

A diferencia de las parejas anteriores, la P5 no centró la atención en la relación jarabe/agua, sino en la cantidad de agua destinada para cada invitado.

P5: *No estamos de acuerdo, sí se cumple que son 20 litros de agua [la cantidad de agua que propone Tere para los 20 invitados]... sería un litro para cada uno [la cantidad de agua de jamaica destinada a cada asistente].*

Esta pareja escasamente discutía, y cada uno daba su respuesta de las preguntas, dejaron sin contestar la pregunta 4. Valoraron la situación como enredosa.

Las 3 restantes dijeron estar de acuerdo con la propuesta de Tere ya que el agua sabría más a jamaica. Al igual que las parejas anteriores, identifican la razón 10/10 pero para ellos el tener la misma cantidad de agua que de jarabe hará una mezcla con más sabor a jamaica.

P2: *Si estamos de acuerdo porque el agua de Tere sería con mucho jarabe.*

Esta pareja tuvo una muy buena disposición al trabajo, ambos decían sus respuestas y después las discutían, la pregunta 4 en particular se les complicó porque tardaron mucho en ponerse de acuerdo en su solución. Dijeron que la actividad los hizo pensar mucho, y que era algo que ya habían vivido en su casa, ya habían preparado alguna vez agua pero sin usar concentrados.

P4: *Si estamos de acuerdo porque el agua de Tere quedaría con más sabor a Jamaica.*

Esta pareja, al igual que P1 se involucró mucho en la solución de la situación, siempre discutieron entre los dos las respuestas, dijeron que la situación era fácil porque no había cálculos pero sí había que pensar.

2. *Observen las propuestas que al final dan Tere y César y decidan cuál es la mejor, recordando lo que Ana les ha pedido. ¿Cuál de las dos propuestas es mejor para preparar el agua de Jamaica? Justifiquen su respuesta.*

4 de las parejas contestaron que la propuesta de Tere es la mejor para preparar el agua, la justificación que ellos dan está basada en la relación jarabe/agua (2/3) de ambas propuestas. Notamos que aunque usan esta relación para dar respuesta lo hacen de modo verbal, no usan su representación en forma de fracción.

P2: *La propuesta de Tere es la mejor, porque en la de César hay más agua y [el agua de jamaica] perdería el sabor.*

De los que responden que la propuesta de César es la mejor argumentan que es por la cantidad de agua de la mezcla, hay más agua que jarabe de jamaica.

P3: *La propuesta de César es mejor porque compensa el sabor del jarabe [la razón en la propuesta de César es $3/5$, hay más agua que jarabe de jamaica].*

Esta pareja se mostró dispuesta a trabajar, entre los dos contestaban las preguntas, valoraron la situación como sencilla pero con mucho que pensar.

3. Si son 20 familiares los que asisten a la fiesta ¿Cuánta agua bastará preparar? ¿Por qué?

Hubo tres tipos de respuesta, quienes dijeron que menos de 20 litros eran suficientes, quienes dijeron que 20 litros y quienes dijeron que más de 20 litros.

P7: *Bastarán 10 litros de agua de jamaica, cada persona podría beber 500 ml, que equivalen a 2 vasos [centran la atención en la cantidad de agua para cada asistente, no hablan de la relación jarabe/agua].*

Ambos integrantes (hombre-mujer) se involucraron en la solución de la situación, discutieron acerca de sus respuestas y fue la estudiante quien llevaba a cargo la actividad, ella escribía las respuestas y leía las preguntas para discutir la solución. La valoración que dieron a la actividad fue que era sencilla porque no había que hacer cuentas.

P9: *Bastarán 20 litros de agua de jamaica, para que esté equilibrada con la del jarabe [centran la atención en la relación jarabe/agua, $10/10$].*

P1: *Más de 20 litros de agua de jamaica, que sean 22 litros, 10 litros de jarabe de jamaica y 12 litros de agua [centran la atención en la relación jarabe/agua, $10/12$].*

4. Si tuvieran que preparar ustedes la cantidad de agua que anotaron en la pregunta 3, que tendrían que hacer con la propuesta que han elegido en la pregunta 2, para preparar esa cantidad de agua.

Una pareja (P1) dio su propuesta desde la pregunta 3, dos parejas no respondieron y el resto basó su respuesta en las propuestas de Tere y César. Los estudiantes utilizan una estrategia aditiva para dar respuesta, duplican o triplican la razón de la propuesta de Tere.

P4: *Elegimos la propuesta de Tere, por lo tanto sólo hay que duplicar los ingredientes [centran la atención en la relación jarabe/agua, $2/3$, que duplicada es $4/6$, obteniendo 10 litros de agua de jamaica para todos los asistentes].*

P6: *Elegimos la propuesta de Tere, y la cuaduplican [centran la atención en la relación jarabe/agua, $2/3$, que triplicada es $8/12$, obteniendo 20 litros de agua de jamaica para todos los asistentes].*

Los dos (hombre-mujer) mostraron disposición al trabajo, fue la estudiante quien escribía las respuestas, dijeron sentirse cómodos con la situación porque no había que hacer cálculos.

Discusión, conclusiones y limitaciones

Acerca de los resultados

Respecto al trabajo con la actividad notamos que para los participantes la actividad fue valorada como “fácil” porque no tuvieron que hacer cálculos matemáticos complejos, sólo hicieron algunos, como duplicar, triplicar o cuadruplicar la propuesta de Tere. También creemos que esta facilidad se debió a que se trataba de un tema que les es muy familiar (el saber cómo conocimiento en uso, desde nuestra perspectiva teórica), preparar agua es algo que han hecho alguna vez, como lo hace explícito la pareja 2. Esto es reportado en la literatura como una de las variables que influye en los problemas de mezclas, parece que estar familiarizado con los contextos del problema los convierte en problemas más fáciles (Noelting, 1980, Howe, Nunes & Bryant, 2011).

Noelting (1980) ha estudiado el razonamiento proporcional con problemas de comparación de jugo de naranja y agua, él encontró que los problemas con razones de números enteros eran más fáciles de resolver que los problemas con razones no enteras, en nuestro caso sólo usamos razones enteras. Con respecto a las relaciones razón y fracción que se pretendía con la situación, se puede decir que los estudiantes usaron más la relación de razón, y la de fracción la usaron cuando tuvieron que modificar la receta de Tere al duplicar, triplicar o cuadruplicarla, usando una estrategia aditiva para hallar fracciones equivalentes.

De acuerdo a estos datos presentados, las actitudes favorables hacia el trabajo con la situación de aprendizaje estuvieron asociadas a una valoración de “facilidad” con los problemas resueltos. Ya la literatura ha reportado que las actitudes hacia las matemáticas también parecen estar correlacionados significativamente con el razonamiento proporcional, sin embargo la dirección de la relación, no es clara (Tourniaire & Steven, 1985), a decir de estos autores podría ser que quienes son mejores en matemáticas tienen mejores actitudes, o podría ser que los estudiantes con mejores actitudes muestren más persistencia en el problema de dificultad y, tengan por tanto más posibilidades de éxito.

La hipótesis que nos planteamos con los datos hasta ahora obtenidos es que cuando se favorece el carácter funcional del saber en la situación de aprendizaje se manifiestan actitudes favorables hacia el trabajo con la situación de aprendizaje.

Referencias

- Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento. España: Gedisa.
- Di Martino, P. & Zan, R. (2007). Attitude toward mathematics: Overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Monograph 3, 157-168.
- Di Martino, P. & Zan, R. (2010). 'Me and maths': towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal Mathematics Teacher Education* 13, 27-48.
- Gairín J. (1987). Las actitudes en Educación, un estudio sobre Matemática Educativa. Barcelona: Editorial.
- Gairín, J. & Escolano, R. (2009). Proporcionalidad aritmética: buscando alternativas a la enseñanza tradicional. *Suma + 62*, 35-48.
- García M.S y Farfán R. M. (2014). Actitudes de estudiantes de secundaria hacia las matemáticas. En Lestón, P. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 27, 163-170. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- García, M. y Juárez, J. (2011). Revisión del Constructo actitud en Educación Matemática: 1959-1979. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* 26, 117-125.
- Godino, J. & Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros, manual para el estudiante*. España: Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología.
- Gómez-Chacón, I. (1998). Una metodología cualitativa para el estudio de las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias* 16(3), 431-450.
- Gómez Chacón, I. (2000). *Matemática Emocional*. Madrid: Narcea
- Gómez-Chacón, I. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Enseñanza de las Ciencias* 28(2), 227-244.
- Hannula, M. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational studies in Mathematics* (49), 25-46.
- Hart, L. (1989). Describing the Affective Domain: Saying What We Mean'. En D. McLeod y V. Adams (Eds.). *Affect and Mathematical Problem Solving* (pp.37-45). New York: Springer Verlag.
- Howe, C., Nunes, T., & Bryant, P. (2011). Rational number and proportional reasoning: Using intensive quantities to promote achievement in mathematics and science. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9, 391-417.
- Ma, X. & Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 27-47
- McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.575-596). New York: McMillan Publishing Company.
- Modestou, M. & Gagatsis, A. (2010). Cognitive and meta-cognitive aspects of proportional reasoning. *Mathematical Teaching and Learning* 12(1), 36-53.

- Noelting, G. 'The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part I - Differentiation of stages', *Educational Studies in Mathematics* 11, 217- 253.
- Tourniaire & Pulos (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics* 16, 181-204.
- Ursini, S., Sánchez, G. y Orendain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de actitudes hacia las matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora. *Educación Matemática*, 16(3), 59-78.