

# Identificar dificultades de estudiantes en relatividad especial: Las nociones de “sistema de referencia” y de “evento”

Cécile de Hosson, LDAR (EA 1547), Université Paris Diderot-Paris 7  
cecile.dehosson@univ-paris-diderot.fr

Isabelle Kermen, LDAR (EA 1547), Université d'Artois  
isabelle.kermen@univ-artois.fr

**Resumen:** *En este trabajo, proponemos un análisis de las dificultades que puedan impedir la comprensión de la cinemática relativista enseñanza. A partir de respuestas de estudiantes de maestría (involucrados en carreras de profesores de secundaria) a un cuestionario papel y lápiz, caracterizamos, por inferencia, unos de los razonamientos que muestran un uso inapropiado de los conceptos de “sistema de referencia” y de “evento” aun en el marco de la cinemática clásica. Para responder a esas dificultades, proponemos una herramienta gráfica (de espacio-tiempo) para "hacer visibles" las consecuencias de la invariancia de la velocidad de la luz y poner en funcionamiento las definiciones de “sistema de referencia” y de “eventos”.*

**Palabras claves :** Investigación en física educativa, Relatividad restringida, Sistema de referencia, Evento, Gráfica de Espacio-tiempo

**Introducción :** “sistema de referencia”, “evento” y relatividad

Las leyes de la cinemática clásica se basan principalmente en los conceptos de sistema de referencia y de eventos. Un sistema de referencia puede ser definido como un conjunto de observadores inmóviles uno con relación al otro. Estos mismos observadores determinan las mismas distancias y las mismas duraciones entre cualquier conjunto de eventos; un evento se define como un hecho que ocurre en un lugar y en un instante determinados. Un cambio de sistema de referencia no afecta el tiempo; dos eventos que se producen en lugares diferentes y al mismo tiempo en un sistema de referencia dado son simultáneos también en otro sistema de referencia. Esto es totalmente diferente en el marco de la cinemática relativista, lo que implica entonces un cambio conceptual radical. En este marco, la velocidad de la luz “ $c$ ” es una constante que une el espacio y el tiempo en la estructura unificada del espacio-tiempo. La velocidad de la luz (en vacío) es igual a esta constante y por lo tanto su valor no cambia por cambio de sistema de referencia inercial<sup>1</sup>. Esto tiene importantes consecuencias. Una de esas es que la simultaneidad de dos eventos no es absoluta: dos eventos que se producen en diferentes lugares y al mismo tiempo en un sistema de referencia dado no son simultáneos en todos los otros sistemas de referencias, de manera similar las duraciones medidas entre dos eventos son diferentes según el sistema de referencia donde se hace la medición.

---

<sup>1</sup>Dos sistemas de referencia son "inerciales" cuando están en movimiento rectilíneo uniforme (a velocidad constante) uno con relación al otro.

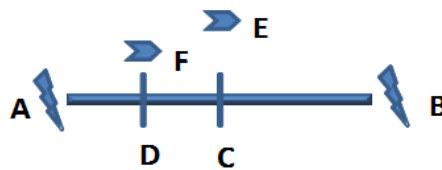
## 1. “Sistema de referencia”, “evento” y dificultades de estudiantes

Entre 2009 y 2010, hemos tratado de identificar los tipos de razonamiento utilizados por los estudiantes enfrentados a situaciones relativistas. Quisimos precisar la naturaleza de las dificultades que impiden la construcción de los conceptos de sistema de referencia y de evento, y por lo tanto, que pueden obstaculizar la comprensión de los elementos de la teoría de la relatividad especial.

Los estudiantes entrevistados son futuros profesores de física y química ( $N = 94$ ) de primer y segundo año de los cinco institutos universitarios de formación de maestros (IUFM) diferente. Todos estos estudiantes tienen un pregrado en física o en química o en física-química. Cuarenta y cuatro estudiantes estudiaron algo de la teoría de la relatividad especial. Los 94 estudiantes fueron sometidos a un cuestionario “papel y lápiz” estructurado a partir de 8 preguntas a opción múltiple con solicitud de justificación. Las 8 preguntas se refieren a una situación que llamaremos : situación de las “motos cósmicas”. El cuestionario esta presentado en el apéndice de este artículo.

## 2. Metodología : presentación del cuestionario y de las respuestas esperadas

La situación de las “motos cósmicas” (fig.1) se divide en dos grupos de cuatro preguntas que se relacionan con los instantes de emisión y los instantes de percepción de dos eventos por observadores que pertenecen a dos sistemas de referencia inerciales diferentes. En las cuatro primeras preguntas la situación descrita implica cuatro observadores inmóviles en el puente. A y B se encuentran a cada extremo del puente y tienen una cámara con Flash. C esta en la mitad del puente, y D está a una distancia igual entre A y C. A un momento dado, C envía una señal a A y B de modo que sacan una foto con flash (consideramos que el tiempo de reacción de A y B son idénticos). Pedimos a los estudiantes que determinaran el orden en el que los señales emitidos por A y B se perciben por C y D, así como el orden en el que estos señales fueron emitidos (para C y D).



**Figura.1** : Representación de la situación del puente

En las últimas cuatro preguntas, dos otros protagonistas E y F están en movimiento con respecto al puente. E pasa en el puente en una moto con una velocidad constante  $v = 0,8c$  con respecto al suelo. Se va de A a B y alcanza el nivel de C en el momento en que C recibe la luz emitida por los dos flashes. F sigue a E con la misma velocidad a la de E en el sistema de referencia del puente, y alcanza el nivel de D cuando D recibe el flash producido por A. Una vez más, pedimos a los estudiantes que dijeran el orden en el que los flashes emitidos por A y B son recibidos por E y F, así como el orden en el que estos señales fueron emitidos (para E y F). Distinguimos intencionalmente el instante de emisión del instante de percepción con el fin de determinar, gracias al análisis de las respuestas, si los estudiantes confunden los eventos “emisión” y “percepción”, tal como lo surgieren otros estudios [1].

En el siguiente párrafo, presentamos las respuestas esperadas. Utilizamos tres registros semióticos : el lenguaje común, la herramienta algébrica y la herramienta gráfica.

*... en lenguaje común*

C es inmóvil en el centro del puente y recibe las señales A y B simultáneamente (porque los fotones recorren la misma distancia con la misma velocidad). Las señales son emitidas simultáneamente en el sistema de referencia del puente. D es inmóvil entre A y C; recibe la señal emitida por A antes de la señal emitida por B (porque los fotones emitidos por A recorren una distancia menor que los emitidos por B a una velocidad idéntica). Otra vez, las señales son emitidas simultáneamente en el sistema de referente del puente (C y D pertenecen al mismo sistema de referencia). E se mueve en relación con el puente. Se considera cuando llega a (xC, tC). Recibe las señales A y B al mismo tiempo (xC = xE y tC = tE). La señal de B se emite antes de la señal de A en el sistema de referencia asociado con las motos (las señales fueron emitidas mientras E estaba más cerca de A y como c es invariante por lo tanto t'B < t'A). F se mueve en relación con el puente; se considera cuando llega a (xD, tD). Recibe la señal emitida por A antes de la señal emitida por B (xD= xF y tF = tD). La señal de B se emite antes de la señal de A en el sistema de ref. asociado con los scooters (E y F pertenecen al mismo sistema de referencia).

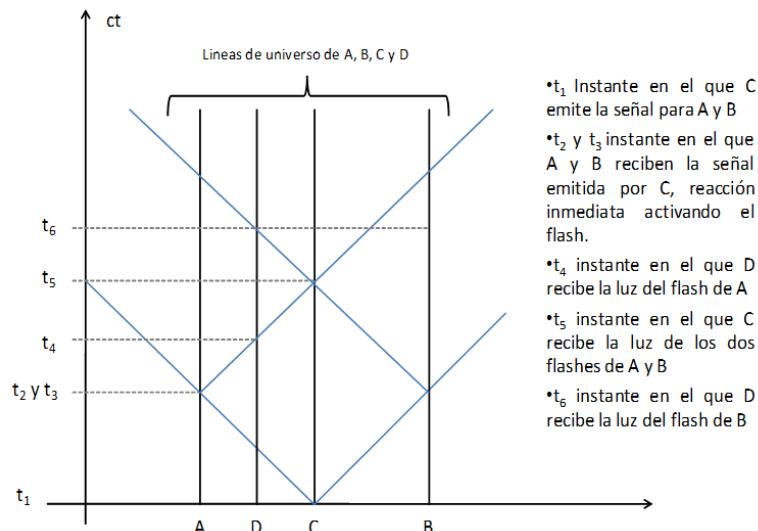
*... Respuestas utilizando el formalismo de Lorentz*

Para identificar las coordenadas de espacio-tiempo de los eventos (E'n) en el sistema de referencia de las motos a partir de los eventos (En) en el sistema de referencia del puente, podemos utilizar las fórmulas de transformación de Lorentz.

$\delta t' = \gamma \left( \delta t - v \frac{\delta x}{c^2} \right) \text{ con } \gamma = \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^{-1}$ <p>Se orienta el dibujo en el sentido positivo de A hacia B Entonces : <math>\delta x = x_B - x_A &gt; 0</math> y <math>v &gt; 0</math> <math>\delta t = 0</math> por lo tanto <math>\delta t' &lt; 0</math>, <math>t'_B &lt; t'_A</math></p>
--

Un evento E' se identifica por sus coordenadas de espacio-tiempo (x', t') a partir de un evento E identificado por sus coordenadas (x,t). v define la velocidad de las motos cósmicas en el sistema de referencia del puente y c define la velocidad de la luz (en cualquier sistema de referencia). Utilizando la transformación de Lorentz vemos que si v=80% c, el factor gamma (factor de Lorentz) es superior a 1. Si los eventos “A saca la foto” y el evento “B saca la foto” son simultáneos en el sistema de referencia del puente entonces  $\delta t=0$  y  $\delta t'<0$ .

*... Respuestas a partir de gráficas/diagramas de espacio-tiempo*

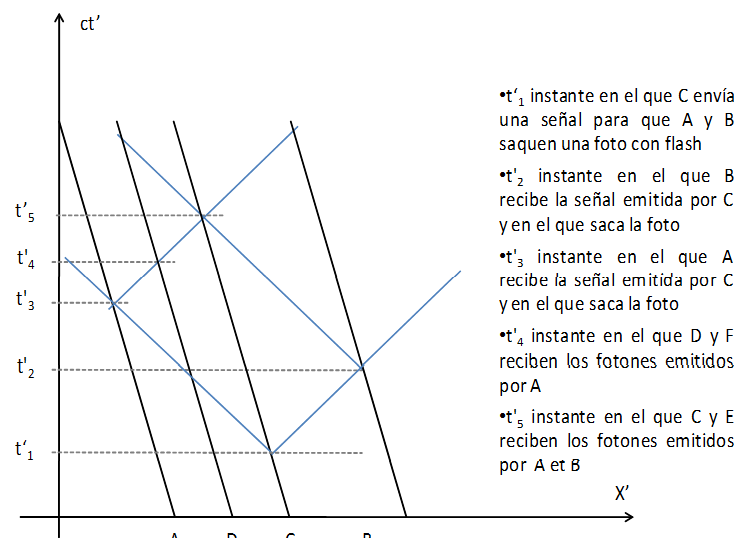


**Figura.2 :** Diagrama de espacio-tiempo de la situación “moto cósmica” en el sistema de referencia del puente.

Un diagrama de espacio y tiempo permite identificar el instante y la posición donde ocurren los eventos. El movimiento de los observadores y de los fotones se representa con líneas rectas llamadas “líneas de universo”. En la primera gráfica, la escena se estudia en el sistema de referencia del puente. En este sistema de referencia, los observadores A, B, C y D son inmóviles. Su línea de universo es una línea recta vertical pues su coordenada espacial no cambian en el tiempo. Las líneas azules inclinadas representan las líneas de universo de los fotones. Al escoger  $ct$  en lugar de  $t$  en el eje de las ordenadas y unidades idénticas para cada uno de los ejes, la línea de universo de un fotón se representa mediante una línea recta inclinada  $45^\circ$  con respecto al eje de las abscisas.

Se ve que: A y B activan su flash simultáneamente (evento E2 y E3) en un instante  $t_2=t_3$  (cual sea el observador inmóvil en este sistema de referencia considerado) y que C recibe los fotones de ambos flashes (evento E5) al mismo instante  $t_5$ . Además, D recibe los fotones emitidos por A (evento E4) al instante  $t_4$  es decir, antes de los emitidos por B que llegan a sus ojos al instante  $t_6$  (evento E6).

Que pasa ahora si miramos la escena en otro sistema de referencia, el de las motos cósmicas ? En este sistema de referencia, los observadores A, B, C y D ya no son inmóviles sino que son animados de un movimiento en el sentido del espacio decrecientes. Nos interesamos ahora en los mismos eventos E'1, E'2, E'3, E'4 y E'5 como correspondientes de los eventos E1...E5 en el sistema de referencia anterior. Las líneas azules representan las líneas de universo de los fotones, las líneas negras representan las líneas de universo de A, B, C y D en el sistema de referencia de E y F. Gracias a esta herramienta visualizamos la consecuencia del postulado de Einstein en cuanto a la invariancia de la velocidad de la luz: su valor (escalar) no cambia por cambio de sistema de referencia inercial [2]. Gráficamente, las líneas de universo de los fotones son idénticas en ambos diagramas, cual sea el sistema de referencia considerado.



**Figura3:** Diagrama de espacio-tiempo de la situación “moto cósmica” en el sistema de referencia de las motos. En este diagrama, las distancias entre A, B, C y D no son las mismas que en el diagrama anterior por razones de contracción de las longitudes.

La consecuencia visible de este postulado es la no conservación de la simultaneidad. Para entenderla es necesario considerar que el evento E5 y el evento E'5 en el sistema de referencia de las motos cósmicas son idénticos, es decir que la recepción simultánea de los fotones de A y B por C a un instante y en un lugar dados es UN evento del espacio-tiempo (ie : un punto del espacio-tiempo) y permanece como tal en cualquier sistema de referencia. Se localiza este punto a un instante  $t'_5$ . A partir de este punto identificamos “la historia de los fotones” atrás en el tiempo. Lo único que sabemos es que la velocidad de la luz no cambia así que su línea de universo permanece con una pendiente de  $45^\circ$ . De ahí, miramos donde cruza la línea de universo de A y B. Este punto nos da el instante cuando se sacan las fotos. Inmediatamente vemos que los instantes de emisión de ambos flashes ya no son idénticos:  $t'_2 < t'_3$  : B saca su foto (evento E'2) antes de A (evento E'3). Si seguimos otra en el tiempo, llegamos al punto de espacio-tiempo cuando C emite su señal hacia A y B (evento E'1).

### 3. Resultados y perspectivas

Resaltamos las dificultades de los estudiantes con respecto a los conceptos de “sistema de referencia” y de “evento” gracias a un método de investigación por **inferencia**. Aquí no preguntamos directamente a los estudiantes su definición de ambos conceptos sino que buscamos a través de sus respuestas a nuestro cuestionario como se operacionaliza su comprensión de estos dos conceptos. Siguiendo los pasos de Noguero [3] consideramos la inferencia como “una hermenéutica controlada, basada en la deducción”. Estamos aquí entre dos polos: “el del rigor de la objetividad y el de la fecundidad de la subjetividad”. Y nos interesamos a “lo oculto, lo latente, lo no aparente, lo potencial inédito, lo “no dicho” encerrado en todo mensaje”. En consecuencia, nuestras preguntas están construidas para acceder a esa comprensión y nos permite analizar como se movilizan (o no) los conceptos referidos en situaciones su movilización es pertinente. Las siguientes tablas muestran las relaciones entre nuestras preguntas de investigación y los criterios que nos permiten responder a esas preguntas.

<b>1a Pregunta de la investigación PI1</b>	<b>¿Cómo movilizan los estudiantes el concepto de sistema de referencia?</b>
<b>PI1a</b>	<b>¿Se entiende el sistema de referencia como un conjunto de observadores inmóviles unos respecto a otros?</b>
Criterio de análisis	* ¿C y D son considerados como dos observadores de un mismo sistema de referencia? * ¿E y F son considerados como dos observadores de un mismo sistema de referencia?
Búsqueda de...	<i>Coherencia de las respuestas a las preguntas Q2 y Q4 / Q6 y Q8</i>
<b>PI2b</b>	<b>¿Confunden los estudiantes el instante en el que un suceso se produce y el instante en el que este es percibido por el observador?</b>
Criterio de análisis	Respuestas a Q4 en las cuales se evidencia la confusión entre emisión y percepción
Búsqueda de...	Respuesta de tipo: « <i>D recibe los fotones emitidos por A antes que aquellos emitidos por B, entonces el suceso "A activa su flash" se produce antes que el suceso "B activa su flash" »</i>

**Tabla 1** : Etapas de inferencia para acceder a la forma en que los estudiantes movilizan el concepto de "sistema de referencia"

<b>2a Pregunta de la investigación PI2</b>	<b>¿Cómo movilizan los estudiantes el concepto de evento? ¿Los estudiantes identifican las preguntas cuya respuesta requiere de un razonamiento sobre la posición espacio-temporal del observador y no sobre su velocidad y vice versa?</b>
Criterio de análisis	* ¿C y E reciben la luz de los flashes al mismo tiempo? * ¿D y F reciben la luz de los flashes al mismo tiempo?
Búsqueda de...	<i>Coherencia entre las respuestas a las preguntas Q1 y Q5 / Q3 y Q7</i>

**Tabla 2** : Etapas de inferencia para acceder a la forma en que los estudiantes movilizan el concepto de "evento"

<b>3a Pregunta de la investigación (PI3)</b>	<b>¿Utilizan los estudiantes el marco de la cinemática clásica para resolver situaciones de cinemática relativista?</b>
Criterio de análisis	Los dos sucesos "A saca la foto" y "B saca la foto" son simultáneos para E y F
Búsqueda de...	Respuesta a las preguntas Q6 y Q8 donde se encuentra esta idea

**Tabla 3** : Pregunta de investigación en relación con la forma en que se moviliza el marco de la teoría de la relatividad especial.

Durante esta investigación, se encontró que casi la mitad de los estudiantes encuestados nunca habían estudiados elementos de la teoría de la relatividad especial. De hecho, la Relatividad especial no forma parte de los temas obligatorios de los currículos de física de pregrado. Ahora bien, el marco de la cinemática relativista parece influir la mayoría de los razonamientos de los estudiantes, incluso cuando han recibido clases de relatividad especial. El concepto de sistema de referencia no se entiende como un conjunto de observadores inmóviles uno con relación al otro. La mayoría de los estudiantes no son capaces de producir un razonamiento basado únicamente en la localización espacio-temporal de un observador cuando la velocidad de este último se menciona, como si la velocidad estuviera "contaminando" el evento y un razonamiento localizado en el espacio y en el tiempo. El orden en el cual dos eventos son percibidos determina el orden en el cual estos se produjeron. En consecuencia, la no simultaneidad de dos eventos no es un problema pues aparece relacionado a la no simultaneidad de su percepción, pero esta afirmado de forma inapropiada.

Nuestra investigación resalta también dificultades que no son específicas de la teoría de la Relatividad especial. Algunas de las respuestas permiten inferir un uso inapropiado del concepto de sistema de referencia que suele reducirse a un solo individuo. Entonces, aparece crucial especificar en la introducción al estudio de los movimientos en un contexto clásico que un sistema de referencia se compone de un conjunto de objetos o de observadores inmóviles uno con relación al otro; lo que significa que todos ellos tienen el mismo vector velocidad instantánea en un sistema de referencia dado. Se puede añadir que cada uno de estos observadores determina las mismas mediciones de duraciones y de longitudes. Creemos que es conveniente volver a un uso más sistemático de diagramas de espacio-tiempo, incluso en el marco de la cinemática clásica, aun si los estudios muestran que esto no es tan sencillo con los estudiantes [4]. En el caso de la Relatividad especial, la gráfica puede mostrar la invariancia de  $c$ . Esto se traduce en una línea de universo que conserva su pendiente cual sea el sistema de referencia considerado. Eso es una característica fácil de memorizar y reproducir y permite insistir en la base de la teoría de Einstein: la invariancia de  $c$ .

#### 4. Referencias

- [1] Scherr, R., Schaffer, P. and Vokos, S. Student understanding of time in special relativity: simultaneity and reference frames. *American Journal of Physics*, 2001, n° 69, p. 24-35.
- [2] Einstein, A., & Infeld, L. *La Evolución de la física*, Salvat Editores, Barcelona, 1993.
- [3] Noguero, F.L. El análisis de contenido como método de investigación, 21° *Revista de Educación*, 4 (2002): 167-179. Universidad de Huelva.
- [4] McDermott, L.C, Rosenquist, M.L. & Van Zee, E.H. Student difficulties in connecting graphs and physics: examples from kinematics. *American Journal of Physics*, 1987, n° 55, p. 503-513.

Apéndice 1 : CUESTIONARIO “situación del puente”

Es de noche. Dos turistas, Alicia y Bernardo permanecen inmóviles frente a frente, cada uno ubicado en el extremo de un mismo puente, su hija Cecilia se encuentra en el medio del puente. En un instante determinado, Cecilia les hace una señal para que le tomen una foto con flash (se considera que el tiempo de reacción de Alicia y Bernardo son iguales).

Q1. ¿Cecilia percibe la luz de los dos flashes al mismo tiempo?

- a. Si, ella percibe la luz de los flashes al mismo tiempo
- b. No, ella percibe la luz del flash de Alicia primero
- c. No, ella percibe la luz del flash de Bernardo primero
- d. No sabe

JUSTIFICACION: \_\_\_\_\_

—

Q2. En el marco de referencia de Cecilia, ¿Las luces de los flashes son emitidas al mismo tiempo?

- a. Si, ambas son emitidas al mismo tiempo
- b. No, la luz del flash de Alicia se emite primero
- c. No, La luz del flash de Bernardo se emite primero
- d. No sabe

JUSTIFICACION: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

En el puente, Daniel permanece inmóvil en el punto medio de la distancia entre Alicia y Cecilia.

Q3. ¿Daniel percibe la luz de ambos flashes al mismo tiempo?

- a. Si, el percibe la luz de ambos flashes al mismo tiempo
- b. No, el percibe la luz del flash de Alicia primero
- c. No, el percibe la luz del flash de Bernardo primero
- d. No sabe

JUSTIFICACION: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



Q4. En el sistema de referencia de Daniel, ¿Las luces de los flashes son emitidas al mismo tiempo?

- a. Si, ambas son emitidas al mismo tiempo
- b. No, la luz del flash de Alicia se emite primero
- c. No, la luz del flash de Bernardo se emite primero
- d. No sabe

JUSTIFICACION:

---

Ernesto atraviesa el puente en moto, a una velocidad constante de  $0,8c$  con respecto a la tierra. El avanza desde Alicia hacia Bernardo y alcanza a Cecilia en el instante en que ella percibe las luces emitidas por los dos flashes.

Q5. ¿Ernesto percibe las luces de ambos flashes al mismo tiempo?

- a. Si, el percibe la luz de ambos flashes al mismo tiempo
- b. No, el percibe la luz del flash de Alicia primero
- c. No, el percibe la luz del flash de Bernardo primero
- d. No sabe

JUSTIFICACION:

---

Q6. En el marco de referencia de Ernesto, ¿Las luces de los flashes son emitidas al mismo tiempo?

- a. Si, ambas son emitidas al mismo tiempo
- b. No, la luz del flash de Alicia se emite primero
- c. No, la luz del flash de Bernardo se emite primero
- d. No sabe

JUSTIFICACION:

---

Fanny también cruza el puente en moto a la misma velocidad y en el mismo sentido que Ernesto. Ella alcanza a Daniel en el momento en que este percibe la luz del flash de Alicia.

Q7. ¿Fanny percibe las luces de ambos flashes al mismo tiempo?

- a. Si, ella percibe la luz de los flashes al mismo tiempo
- b. No, ella percibe la luz del flash de Alicia primero
- c. No, ella percibe la luz del flash de Bernardo primero
- d. No sabe

JUSTIFICACION:

---

Q8. En el marco de referencia de Fanny, ¿Las luces de los flashes son emitidas al mismo tiempo?

- a. Si, ambas son emitidas al mismo tiempo
- b. No, la luz del flash de Alicia se emite primero
- c. No, la luz del flash de Bernardo se emite primero
- d. No sabe

JUSTIFICATION:

---