

Concepciones presentes sobre la factorización en estudiantes de 15 a 16 años

Alberto Leyton Cerda; Cecilia Rojas Pardo

Universidad Alberto Hurtado, Chile
leytonalberto@gmail.com; cerojas@uahurtado.cl

Resumen

Debido a la constante utilización de la factorización, en cada uno de los niveles de enseñanza media, ya sea dentro del plan común de matemática u otro electivo, es que los jóvenes van desarrollando ideas propias con respecto al concepto. Tales nociones asociadas a la factorización, son exteriorizadas por parte de ellos y al desarrollar problemas algebraicos y que requieren el manejo de polinomios cuadráticos, es que surge el objeto de este reporte, que actualmente se encuentra en desarrollo, para indagar respecto a los esquemas que han construido estudiantes de tercer año de enseñanza media durante sus años de estudios, determinando así, sus concepciones en torno a la factorización, en particular de polinomios cuadráticos. Se utiliza, como referente la teoría de los campos conceptuales, debido a que desde esta teoría psicológica cognitivista se podrá estudiar las "continuidades y rupturas entre conocimientos desde el punto de vista de su contenido conceptual" (Vergnaud, 1990, Citado en Moreira, 2002, p. 2), mediante el

análisis de las producciones al resolver una serie de actividades, las cuales justificarán mediante una entrevista, permitiendo entender el proceso realizado en la construcción de sus esquemas del concepto en juego, considerando los teoremas en acto evidenciados durante su trabajo y el sentido que adquiere la factorización para dicha persona.

Introducción

En la educación chilena actual, muchas veces nos encontramos con actividades que no refuerzan la asimilación y acomodación de los esquemas presentes en los estudiantes. De esta forma el reconocimiento de los elementos que deben poner en juego se ve perjudicado por una visión mecanicista de la factorización, originándose dificultades para analizar y desarrollar los problemas planteados.

Es así, como dentro de las clases de aula podemos apreciar un modelo de enseñanza, que deja de lado la construcción del objeto por parte del estudiante y se centra en que aprendan una determinada estrategia de resolución, reduciendo el objeto a un procedimiento y limitando su comprensión, esperando contradictoriamente que este pueda extender lo

aprendido en unidades posteriores durante los siguientes años de enseñanza media, en especial en tercero medio donde deben retomar las ideas que posee de factorización en años anteriores y aplicarlas tanto en el plan común de matemática como en el electivo, como en la unidad de lugares geométricos, momento en que este objeto sirve de herramienta para la interpretación de nuevos objetos, pero que, debido a problemas originados en la conceptualización de la factorización de polinomios en los años anteriores de escolaridad, dificultan el entendimiento de éstos.

Por lo anteriormente expuesto, es que nos centraremos en analizar los esquemas que construye y que ha desarrollado el estudiante desde primero medio hasta tercero medio, considerando este último nivel como objeto de investigación debido a las reiteradas ocasiones en que retoma este concepto presentando dificultades en su desarrollo.

Otro aspecto que debemos señalar es que existen variadas investigaciones con respecto a la factorización, la gran mayoría se centran en propuestas de enseñanza y en las dificultades asociadas, como lo realizado por Mejía (2004) y Ballén (2012), no considerando los esquemas y representaciones establecidas por los alumnos, factor que sí es abordado desde la Teoría de Campos Conceptuales, que servirá de marco referencial a esta investigación, debido a que esta perspectiva nos proporciona un sustento teórico sobre las actividades cognitivas relacionadas en el estudio de la factorización de trinomios cuadráticos, permitiendo de este modo el análisis de los conocimientos que el estudiante pone en juego en función de los invariantes operatorios, determinando además la forma en que organizan las nociones asociadas a la factorización y si esta es única, como lo evidenciado por Delgado, Arrieta y Meleán (2013), al estudiar estos

aspectos en la construcción del aprendizaje por parte del estudiante, las evidencias producto de esta investigación, servirán de antecedente tanto para el refinamiento de propuestas didácticas para la enseñanza de la factorización, como para el desarrollo de nuevas investigaciones en el tema que consideren otros niveles de educación. En relación a lo anteriormente planteado es como surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son las concepciones de factorización para polinomios cuadráticos que poseen los estudiantes en tercer año de enseñanza media, desde la perspectiva de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud?

Planteando como objetivo principal, el determinar cuáles son las concepciones de factorización de polinomios de segundo grado que poseen los estudiantes en tercer año de enseñanza media, desde la perspectiva de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud y dando origen a los siguientes objetivos secundarios:

- Identificar estrategias utilizadas por los estudiantes al factorizar un polinomio de segundo grado.
- Describir la organización del concepto de factorización de trinomios cuadrados en los esquemas presentes de estudiantes de tercer año de enseñanza media.
- Analizar cuáles son las semejanzas y diferencias presentes en los esquemas desarrollados por los estudiantes.

Teoría de los campos conceptuales

Gracias a los aportes de Piaget, considerando

las ideas de acomodación, desequilibrio y esquemas, junto con la interacción social y otros aspectos propuestos por Vygotsky es que Gérard Vergnaud diseña la Teoría de Campos Conceptuales que corresponde a una teoría psicológica del concepto, o mejor dicho, de la conceptualización de lo real; permite localizar y estudiar las filiaciones y las rupturas entre conocimientos desde el punto de vista de su contenido conceptual, centrándonos para este caso en la factorización. Esta teoría permite igualmente analizar la relación entre conceptos en tanto conocimientos explícitos y los invariantes operatorios implícitos, cuyas ideas se desarrollarán posteriormente, en las conductas del sujeto en situación; considerando además las relaciones entre significados y significantes (Vergnaud, 1990, p. 133). Es por medio de la experiencia que el sujeto organiza el conocimiento en campos conceptuales, proceso que abarca un período de tiempo considerable y por tal motivo debemos considerar niveles de enseñanza posteriores a la introducción de la factorización en el primer año de enseñanza media (entre 12 y 13 años de edad). El conocimiento para Vergnaud es adaptativo y es producto de la construcción del sujeto cuando se adapta al medio, al resolver actividades centradas en la factorización como tal u otras que la consideren como una herramienta o estrategia para resolver otro tipo de problemas como en la resolución de ecuaciones cuadráticas, por ello se le considera operatorio.

La conceptualización es un aspecto importante a destacar dentro de esta teoría, debido a que por medio de la resolución de problemas y de las situaciones a las que el sujeto se enfrenta es que los conceptos empleados adquieren sentido, siendo observable por medio de las producciones que los estudiantes realizan en

donde esta conceptualización se exterioriza permitiendo distinguir las relaciones que establecen dentro de la factorización.

El autor al referirse a *situación*, habla de tarea, entendiendo una situación compleja como un conjunto de tareas, clasificando el tipo de situaciones según el nivel de competencia que posea el sujeto, entendiendo las situaciones conocidas como aquellas en que dispone de las competencias suficientes para el tratamiento relativamente inmediato de la situación al reconocer los elementos involucrados en la factorización y como situaciones nuevas aquellas en que el sujeto debe reflexionar y explorar debido a que no cuenta con las competencias necesarias para resolver la situación inmediatamente.

La noción de campo conceptual es vista por Vergnaud como un conjunto de situaciones. Por ejemplo, para el campo conceptual de las estructuras aditivas, el conjunto de situaciones que requieren una adición, una sustracción o una combinación de dichas operaciones; y por las estructuras multiplicativas, el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones. La primera ventaja de esta aproximación mediante las situaciones es la de permitir generar una clasificación que reposa sobre el análisis de las tareas cognitivas y en los procedimientos que pueden ser puestos en juego en cada una de ellas (1990, p. 140 - 141).

La enseñanza de un concepto no debe ser reducido meramente a su definición. La noción de concepto está compuesta para Vergnaud (1990, p. 7), por un triplete de conjuntos, $\mathbf{C} = (\mathbf{S}, \mathbf{I}, \mathbf{R})$ donde:

- \mathbf{S} es la referencia, siendo este el conjunto

de situaciones que dan sentido a la factorización.

- **I** representa el significado, abarcando un conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) sobre las cuales reposa la operacionalidad del concepto, o un conjunto de invariantes que pueden ser reconocidos y usados por los sujetos para analizar y dominar las situaciones del primer conjunto.

- **R** está asociada al significante, correspondiendo al conjunto de representaciones simbólicas (lenguaje natural, gráficos y diagramas, sentencias formales, etc.) que pueden ser usadas para indicar y representar esos invariantes y, consecuentemente, representar las situaciones y los procedimientos para lidiar con ellas.

Vergnaud (1990) considera “esquema” a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada. De esta forma podemos decir que son los esquemas quienes se adaptan y acomodan a la situación, permitiendo generar la actividad y la conducta en ella. Para facilitar su comprensión el autor plantea los ingredientes de los esquemas, considerando:

- **Metas y anticipaciones**, en donde el sujeto puede encontrar una posible finalidad de la actividad, así como ciertos efectos o eventos denominados submetas.

- **Reglas de acción**, son las pautas de búsqueda de información y de control de los resultados de acción, permitiendo la generación y continuidad de las secuencias de acciones por parte del individuo.

- **Invariantes operatorias**, abarcan tanto teoremas-en-acción como conceptos-en-acción; conforman la base, que permite obtener la información pertinente y de ella inferir la meta

a alcanzar y las reglas de acción adecuadas, dirigiendo al individuo en el reconocimiento de los elementos permitentes de la situación.

- **Posibilidades de inferencia**, desde la información e invariantes operatorios que dispone la persona permiten “calcular” las reglas y anticipaciones para una situación determinada.

Metodología

Debido a la particularidad del grupo de estudio es que esta investigación se centra en un enfoque cualitativo permitiendo el “entendimiento del fenómeno en todas sus dimensiones, internas y externas/ pasadas y presentes” (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 525), privilegiando la comprensión de las relaciones existentes por sobre otros aspectos cuantificables, teniendo tanto en cuenta la particularidad del estudio como el contexto en donde se desarrolla. Este aspecto enriquece los resultados arrojados debido a que la “unicidad de los casos y de los contextos individuales es importante para la comprensión. La particularización es un objetivo importante, llegar a entender la particularidad del caso” (Stake, 1999, p. 44).

Esta visión cobra sentido, si consideramos que los estudiantes presentes en esta indagación pertenecen a un nivel en específico, correspondiente a tercer año de enseñanza media, dentro de una institución de tipo privada con un conjunto nociones asociadas, las que influyen directa o indirectamente en la noción de los objetos construidos por estos jóvenes, durante sus años de escolaridad.

Dentro de este enfoque se empleará como metodología de investigación el estudio de casos debido a que "se centran en una situación, evento, programa o fenómeno particular. El caso en sí mismo es importante por lo que revela acerca del fenómeno" (Merriam, 1990, Citado en Pérez Serrano, 1994a, p. 91 - 93), acercándonos con ello a las concepciones y esquemas presentes en cada persona.

El muestreo realizado de esta investigación no es de tipo probabilístico, debido a la elección intencionada en un curso de 16 estudiantes de tercer año de enseñanza media utilizando muestras diversas o de máxima variación, en donde "se busca mostrar distintas perspectivas y representar la complejidad del fenómeno estudiado" (Hernández et al., 2006, p. 567), en relación a las siguientes características de la muestra:

De los dos cursos matemáticos se seleccionará uno de ellos correspondiente a 16 estudiantes de tercer año de enseñanza media que cursan el plan matemático de estudios en el Instituto de Humanidades Luis Campino, un establecimiento educacional privado. Se emplea como criterio de selección sus diferentes niveles de aprendizaje en relación a su promedio general y que se encuentren desde primero medio en el mismo curso, considerando de este modo que el concepto de factorización fue abordado en un principio de la misma manera para cada uno de ellos, empleando para la recolección de datos los siguientes instrumentos:

Se establecerá un primer acercamiento por medio de una entrevista semiestructurada a 16 estudiantes seleccionados, para evidenciar el manejo que poseen de los conceptos relacionados con el objeto factorización, como las representaciones que puedan establecer de ésta

y determinar cuáles son las nociones y vínculos que establecen con respecto a la factorización, aplicándose en una segunda instancia luego de desarrollar una serie de actividades planteadas para justificar su desarrollo.

Los **objetivos** que se esperan abordar con la estrategia anterior corresponden a:

- Describir la organización del concepto de factorización de trinomios cuadrados dentro de los esquemas presentes en los estudiantes de tercer año de enseñanza media.
- Analizar cuáles son las semejanzas y diferencias presentes en los esquemas desarrollados por los estudiantes.

Con la aplicación de este tipo de técnica "se logra una comunicación y la construcción conjunta de significados respecto a un tema" (Janesick, 1998, Citado en Hernández et al., 2006, p. 597) permitiendo un primer acercamiento de las nociones y esquemas que subyacen tras las relaciones que establecen con respecto a la factorización. La relevancia en la aplicación de esta metodología radica en "las descripciones y las interpretaciones que se obtienen" (Stake, 1999, p. 63), evidencias que difícilmente se podrían obtener de otra forma.

Es en la producción de los estudiantes, en donde se evidencia lo que no se explicita verbalmente, teniendo en cuenta que "los documentos sirven como sustitutos de registros de actividades que el investigador no puede observar directamente" (Stake, 1999, p. 66), por este motivo luego de aplicar la entrevista se les pedirá al grupo de 16 estudiantes que desarrollen una serie de actividades propuestas, justificando la postura adoptada en cada caso para comprender sus esquemas, considerando las metas y

anticipaciones, reglas de acción, invariantes operatorios y posibilidades de inferencia, analizando con ello la forma en que organizan las diferentes representaciones asociadas a la factorización. El **objetivo** que se espera abarcar con esta técnica está asociado a:

- Identificar estrategias utilizadas por los estudiantes al factorizar un polinomio de segundo grado.

Análisis de resultados

Aunque este reporte se encuentra en desarrollo, considerando los ingredientes de los esquemas propuestos por Vergnaud (1990), queda en evidencia una falta en el desarrollo de los esquemas presentes en los estudiantes, asociados a la factorización, estableciéndose mayoritariamente vínculos desde el punto de vista algebraico pero no desde el geométrico, denotando que no existe una verdadera comprensión del concepto, ni de los procedimientos que se realizan, internalizando la estrategia para factorizar polinomios cuadráticos, pero sin reflexionar del sentido que un trinomio de segundo grado sea o no, factorizable.

Referencias

Ballén, Javier. (2012). *El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado*. Bogotá, Colombia. Trabajo de grado (Magíster en Enseñanza). Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas.

Delgado, M., Arrieta, X. y Meleán, R. (2013). *Esquemas cognitivos sobre difracción de ondas mecánicas de estudiantes universitarios*. *Enl@ce Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento*, 10 (3), 115-132.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México. McGraw-Hill.

Mejía, María Fernanda. (2004). *Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas*. Santiago de Cali. Proyecto de Grado (Licenciado en Matemáticas y Física). Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía.

Ministerio de Educación. (2011). *Programa de Estudio en Matemática para Primer Año Medio*. Chile.

Moreira, Marco. (2002). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Publicado en *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*, 7(1). Porto, Alegre, Brasil. Traducción de Isabel Iglesias.

Pérez Serrano, G. (1994a). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I. Métodos*. Madrid: La Muralla.

Stake, Robert. (1999). *Investigación con estudio de casos*. España: Ed. Morata.

Vergnaud, Gérard. (1990). *La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), 133-170.