

# Stratégies d'exploration de paysages de fitness : application à la résolution approchée de problèmes d'optimisation combinatoire

Sara Tari

► **To cite this version:**

Sara Tari. Stratégies d'exploration de paysages de fitness : application à la résolution approchée de problèmes d'optimisation combinatoire. Informatique et langage [cs.CL]. Université d'Angers, 2019. Français. NNT : 2019ANGE0013 . tel-02469501

**HAL Id: tel-02469501**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02469501>**

Submitted on 6 Feb 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITÉ D'ANGERS  
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

Ecole Doctorale N° 601  
*Mathématique et Sciences et Technologies  
de l'Information et de la Communication*  
Spécialité : *Informatique*  
Par

Sara TARI

## **Stratégies d'exploration de paysages de fitness :** **application à la résolution approchée de problèmes d'optimisation combinatoire**

Thèse présentée et soutenue à ANGERS, le 3 juillet 2019  
Unité de recherche : LERIA

Dir. de thèse : M. Adrien GOËFFON, Maître de conférences HDR, Université d'Angers

Co-dir. de thèse : M. Matthieu BASSEUR, Maître de conférences HDR, Université d'Angers

### **Composition du jury :**

Président :

Rapporteurs : M. Sébastien VEREL, Professeur, Université du Littoral Côte d'Opale

M. Bilel DERBEL, Maître de conférences HDR, Université de Lille

Examineurs : Mme. Marie-José HUGUET, Professeure, INSA Toulouse

M. André ROSSI, Professeur, Université Paris Dauphine

M. Frédéric SAUBION, Professeur, Université d'Angers

Dir. de thèse : M. Adrien GOËFFON, Maître de conférences HDR, Université d'Angers

# REMERCIEMENTS

---

# SOMMAIRE

---

<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1 De l'optimisation combinatoire aux paysages de fitness</b>	<b>11</b>
1.1 Optimisation Combinatoire et Métaheuristiques . . . . .	11
1.1.1 Optimisation Combinatoire . . . . .	11
1.1.2 Approches de résolution . . . . .	12
1.1.3 Métaheuristiques classiques . . . . .	13
1.2 Paysages de Fitness . . . . .	17
1.2.1 Définitions . . . . .	19
1.2.2 Opérateurs de voisinage . . . . .	20
1.2.3 Indicateurs et caractérisation . . . . .	20
1.3 Panel de paysages et indicateurs utilisés . . . . .	27
1.3.1 Présentation des paysages utilisés . . . . .	27
1.3.2 Caractérisation des paysages . . . . .	30
1.4 Panorama des travaux sur les paysages de fitness pour l'optimisation combinatoire . . . . .	33
1.4.1 Caractérisation de Paysages Combinatoires . . . . .	34
1.4.2 Études de métaheuristiques via l'analyse de Paysages de fitness . . . . .	46
1.4.3 Études de Paysages et Optimisation multiobjectif . . . . .	54
1.5 Discussion . . . . .	58
<b>2 Guider les descentes avec le maximum expansion</b>	<b>60</b>
2.1 Règles Pivot . . . . .	61
2.2 Règle pivot du maximum expansion . . . . .	64
2.3 Protocole expérimental . . . . .	65
2.4 Comparaison de ME avec les règles pivot classiques . . . . .	66
2.4.1 Paysages binaires . . . . .	66
2.4.2 Paysages de permutations . . . . .	70
2.5 Comparaison de ME avec des règles pivot étendues . . . . .	73
2.5.1 Paysages binaires . . . . .	74
2.5.2 Paysages de permutations . . . . .	74
2.6 Approches multiobjectivisées : entre expansion et fitness . . . . .	76
2.6.1 Multiobjectivisation . . . . .	77
2.6.2 Rang des solutions sélectionnées par ME . . . . .	82
2.7 Méthodes à voisinages larges . . . . .	85
2.7.1 Présentation des méthodes . . . . .	86

2.7.2	Paysages binaires	86
2.7.3	Paysages de permutations	88
2.8	Conclusion	89
<b>3</b>	<b>Compromis entre qualité et coût calculatoire</b>	<b>92</b>
3.1	Coût calculatoire des descentes	93
3.1.1	Paysages binaires	93
3.1.2	Paysages de permutations	94
3.2	Approximation des meilleurs et moins bon améliorants	94
3.2.1	Paysages binaires	97
3.2.2	Paysages de permutations	98
3.3	Approximation du principe d'expansion	101
3.3.1	Paysages binaires	105
3.3.2	Paysages de permutations	114
3.4	Recherches locales itérées : premier améliorant et moins bon améliorant approximé	119
3.4.1	Protocole expérimental	120
3.4.2	Paysages binaires	121
3.4.3	Paysages de permutations	125
3.5	Relation entre résultats et caractéristiques des paysages	126
3.5.1	Protocole expérimental	127
3.5.2	Paysages binaires	128
3.5.3	Paysages de permutations	132
3.6	Conclusion	136
<b>4</b>	<b>Recherches locales à voisinage partiel</b>	<b>139</b>
4.1	Recherches locales à voisinage partiel	140
4.2	Protocole expérimental	142
4.3	Étude du paramétrage	143
4.3.1	Paysages binaires	143
4.3.2	Paysages de permutations	151
4.4	Étude des méthodes à voisinage partiel	154
4.4.1	Paysages binaires	154
4.4.2	Paysages de permutations	157
4.5	Analyse des meilleures solutions rencontrées par SW	159
4.5.1	Paysages binaires	160
4.5.2	Paysages de permutations	166
4.6	Vers la conception de métaheuristiques intégrant SW	168
4.6.1	Protocole expérimental	171
4.6.2	Paysages binaires	172
4.6.3	Paysages de permutations	173
4.6.4	Ajout de processus intensificateur à SW : travaux préliminaires	174
4.7	Discussion	176

<b>Conclusion</b>	<b>179</b>
<b>Liste des publications</b>	<b>183</b>
<b>Annexe</b>	<b>184</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>184</b>

# INTRODUCTION

---

Cette thèse s'inscrit dans le domaine de l'optimisation combinatoire et a été effectuée au sein du Laboratoire d'Étude et de Recherche en Informatique d'Angers (LERIA).

De nombreuses problématiques sont formulables sous forme de problème d'optimisation combinatoire, qui sont traités au moyen d'algorithmes de résolution. Deux types de travaux complémentaires se dégagent dans ce domaine. D'une part, les études visant à optimiser au mieux un problème donné, d'autre part celles cherchant à comprendre davantage la dynamique des méthodes d'optimisation de manière générale.

Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans la seconde catégorie, et se focalisent sur les métaheuristiques, des algorithmes génériques de résolution approchée de problèmes d'optimisation. Les métaheuristiques sont utilisées lorsque les algorithmes de résolution exacte sont inapplicables, car nécessitant un coût calculatoire ou de stockage trop grand. Depuis plusieurs décennies, ces algorithmes sont largement étudiés dans la littérature. Dans [SSG18], Sörensen *et al.* décrivent l'histoire des métaheuristiques en la divisant en quatre périodes distinctes. Ils y indiquent qu'avant les années 40, les métaheuristiques sont utilisées, mais peu étudiées. Ensuite, et jusqu'aux années 80, les premières études formelles de métaheuristiques sont proposées. À partir des années 80, ces méthodes deviennent intensivement étudiées et le nombre de nouveaux paradigmes augmente significativement. Depuis les années 2000, les métaheuristiques commencent à être définies comme des plateformes (*frameworks*) qui assemblent différentes stratégies et mécanismes pouvant varier au cours de la recherche.

Les auteurs notent en plus l'émergence d'une tendance dans le domaine durant les années 90, où de nombreuses méthodes proposées sont basées sur des métaphores bio-inspirées. D'ailleurs, Sörensen pose un regard critique sur cette pratique largement répandue [Sör15]. Il explique qu'à force de chercher des métaphores sur lesquelles baser les métaheuristiques, les méthodes proposées ressemblent souvent très fortement à des algorithmes déjà existants dans la littérature. Il fait également remarquer que les métaheuristiques sont largement proposées pour la résolution d'un problème donné sans chercher à déterminer l'impact des mécanismes qui les composent.

Les stratégies et mécanismes pour les métaheuristiques peuvent être définis de nombreuses manières, et déterminer la pertinence des composants employés est essentiel pour mieux les comprendre et déterminer dans quels cas ils peuvent contribuer positivement à la capacité de l'algorithme à atteindre de bonnes solutions. Il est clairement établi que les caractéristiques des instances de problèmes d'optimisation combinatoire affectent fortement l'efficacité relative des méthodes de résolution. La majorité des métaheuristiques sont basées sur la notion de voisinage, relation permettant de relier des solutions (semblables) du problème entre elles. La structure des solutions des instances en fonction des relations de voisinage peut être étudiée en fonction des propriétés qu'elles induisent.

L'abstraction des instances de problèmes d'optimisation combinatoire sous forme de paysages de fit-

ness au moyen d'une relation de voisinage permet d'expliciter et d'exploiter ces propriétés. Ce concept, originaire de la biologie [Wri32], permet de représenter différentes solutions d'un problème donné selon la perspective de méthodes de résolution basées sur le voisinage. La relation de voisinage considérée dans une méthode lie les différentes solutions entre elles, et un changement de cette relation induit une répartition des solutions différentes, et contribue à déterminer la difficulté de résolution. Les paysages de fitness dérivés de problèmes d'optimisation combinatoire présentent diverses caractéristiques mesurables qui peuvent entraîner des difficultés pour certaines méthodes de résolution. Identifier les liens entre la présence de certaines caractéristiques et la capacité d'une méthode à atteindre de bonnes solutions permet de mettre en évidence certaines tendances. À terme, cela peut aider à déterminer l'utilité d'un mécanisme selon les caractéristiques du paysage de fitness à optimiser. Dans la pratique, les paysages à optimiser étant généralement grands, mesurer leurs différentes caractéristiques de manière exacte est souvent impossible et l'étude exacte de petits paysages ne reflète pas nécessairement les tendances observées sur les grands paysages.

L'objectif de cette thèse est d'étudier les mécanismes d'algorithmes d'optimisation approchée basée sur les voisinages pour en améliorer la compréhension. Pour cela, nous nous focalisons sur les recherches locales, qui sont des métaheuristiques utilisant une relation de voisinage pour faire naviguer une solution courante unique dans un paysage de fitness. Nous proposons et étudions empiriquement différents mécanismes pour ces méthodes en étudiant leur comportement sur de grands paysages. Pour simplifier cette étude, nous nous focalisons sur des variantes de recherches locales qui utilisent un minimum de paramètres. Notons tout de même que combiner un mécanisme donné avec d'autres peut changer la dynamique des méthodes. Cependant, mieux comprendre ces mécanismes isolés constitue un premier pas vers une meilleure compréhension de la dynamique des métaheuristiques. Dans ces travaux, nous nous intéressons principalement à l'influence des différents mécanismes de recherches locales sur leur capacité à atteindre de bonnes solutions. Nous portons également un intérêt sur le coût calculatoire qu'ils engendrent, qui contribue à déterminer leur efficacité. L'influence d'un mécanisme sur la capacité d'une métaheuristique à atteindre de bonnes solutions varie en fonction du paysage de fitness à optimiser, ainsi nous observons les liens entre la structure des paysages et l'efficacité relative des méthodes considérées. Les différentes recherches locales considérées ici sont étudiées sur des paysages de fitness dérivés de quatre problèmes d'optimisation combinatoire : les paysages NK, le problème binaire quadratique sans contraintes (UBQP), le problème d'assignation quadratique (QAP) et le problème d'ordonnement de type flow-shop (FSP).

Le chapitre 1 présente et définit les concepts relatifs à l'optimisation combinatoire et aux paysages de fitness, afin d'assurer une meilleure compréhension des travaux présentés dans le reste du manuscrit. Les problèmes considérés y sont également décrits, ainsi que les notions associées aux paysages de fitness et les indicateurs de caractérisation utilisés dans nos travaux. Ce chapitre dresse également un panorama de différents travaux effectués dans le contexte des paysages de fitness pour l'optimisation combinatoire. Plus particulièrement, ce chapitre évoque différents travaux distingués en trois catégories. Ces catégories correspondent à la caractérisation des paysages dérivés de problèmes d'optimisation combinatoire, l'étude de métaheuristiques par l'analyse de paysages de fitness et l'étude d'algorithmes évolutionnaires dans un cadre multiobjectif.



Le chapitre 2 se focalise sur les algorithmes de descente, des recherches locales très simples et souvent utilisées comme mécanismes au sein de métaheuristiques plus sophistiquées. Ces algorithmes varient majoritairement en fonction de leur stratégie de sélection de voisins. Nous nous demandons comment déterminer une stratégie capable de rendre les descentes plus efficaces pour atteindre de bonnes solutions. En particulier, nous proposons des stratégies mieux adaptées que les stratégies classiques pour éviter les optima locaux de faible qualité qui mettent fin au processus de recherche, et ainsi atteindre de meilleures zones des paysages de fitness. Avec une connaissance complète d'un paysage, il est aisé de concevoir une stratégie de sélection pour les descentes menant le processus de recherche systématiquement à la meilleure solution. Dans un contexte de recherche locale, la vision pour naviguer dans le paysage est restreinte et appliquer une telle stratégie n'est pas possible en pratique, en particulier sur les grands paysages. Il est tout de même possible de chercher à s'approcher d'une telle stratégie en cherchant à maximiser le potentiel des solutions sélectionnées. Dans cette optique, nous proposons des stratégies basées sur le critère d'expansion qui cherchent à conserver plus longtemps les possibilités d'amélioration afin d'éviter une convergence trop rapide vers un optimum local. Nous cherchons à déterminer si le critère d'expansion permet à la recherche d'atteindre de meilleures solutions que les stratégies classiques, en réalisant et analysant des expérimentations sur divers paysages de fitness.

Dans le chapitre 3, nous approfondissons l'étude des stratégies de sélection pour les algorithmes de descente. Contrairement au chapitre 2 où nous étudions uniquement la capacité à atteindre de bonnes solutions, nous considérons aussi le coût calculatoire induit par les différentes stratégies. Nous proposons d'approximer plusieurs stratégies considérées dans le chapitre 2, en les appliquant de manière partielle sur le voisinage. Nous déterminons alors lesquelles sont compétitives, c'est-à-dire parmi les meilleurs compromis entre qualité des solutions et coût calculatoire. L'objectif est d'identifier les stratégies de sélection efficaces en pratique pour les algorithmes de descente. Une descente est parfois un simple opérateur dans des métaheuristiques plus sophistiquées, et dans ce contexte, une stratégie de sélection compétitive pourrait aider ces métaheuristiques à atteindre de meilleures solutions. Nous cherchons ensuite à déterminer si certaines de ces stratégies alternatives pourraient être plus efficace que les stratégies classiques dans un tel contexte. Nous considérons deux stratégies compromis (une classique et l'autre alternative) au sein d'une recherche locale itérée utilisant les descentes comme mécanisme intensificateur. Ces deux stratégies sont parmi les meilleurs compromis et ne considèrent pas systématiquement toutes les solutions voisines pour naviguer dans le paysage, ce qui leur permet d'évaluer moins de solutions pour atteindre de bonnes zones des paysages que lorsque toute l'information du voisinage est nécessaire.

Dans le chapitre 4, nous étudions les voisinages partiels dans un contexte de recherches locales qui acceptent de dégrader la solution courante au cours de la recherche. Contrairement aux algorithmes de descente, qui sont souvent utilisés comme mécanisme intensificateur, les recherches locales étudiées ici doivent gérer la diversification de la recherche afin d'éviter les cycles et de faciliter l'exploration de nouvelles zones des paysages. Explorer partiellement les voisinages permet à la recherche de se diversifier naturellement, mais appliquer des stratégies de sélection permettant une gestion efficace des taux d'intensification et de diversification est nécessaire. Des expérimentations sont menées pour montrer qu'un équilibre efficace entre intensification et diversification s'obtient par le calibrage de la taille

de l'échantillon des voisins à considérer. Nous cherchons aussi à déterminer s'il est possible d'améliorer les meilleures solutions obtenues au moyen d'un mécanisme intensificateur.

Enfin, dans la conclusion nous résumons les apports de nos travaux pour la compréhension du comportement des métaheuristiques sur les paysages de fitness. Nous identifions quelques voies de recherche pour mieux comprendre le fonctionnement des descentes, des recherches locales à voisinage partiel et plus généralement, des métaheuristiques en tant que plateforme en utilisant l'abstraction sous forme de paysage.



# DE L'OPTIMISATION COMBINATOIRE AUX PAYSAGES DE FITNESS

---

Ce chapitre introduit des notions et définitions nécessaires à la compréhension de nos travaux. Nous nous intéressons en particulier à la reformulation de problèmes d'optimisation combinatoire sous forme de paysages de fitness, dans l'optique de mieux étudier la dynamique de méthodes de résolution approchée.

La section 1.1 présente des concepts et définitions relatifs à l'optimisation combinatoire. La section 1.2 définit le concept de paysages de fitness, ainsi que les notions associées et leur intérêt dans un contexte d'optimisation combinatoire. La section 1.3 présente les paysages dérivés de problèmes d'optimisation et les indicateurs de caractérisation utilisés dans la suite du manuscrit. Enfin, la section 1.4 dresse un panorama des travaux sur les paysages de fitness pour l'optimisation combinatoire.

## 1.1 Optimisation Combinatoire et Métaheuristiques

### 1.1.1 Optimisation Combinatoire

Un problème d'optimisation combinatoire mono-objectif peut être défini comme un ensemble discret de solutions réalisables (également appelé *espace de recherche*)  $X$ , où à chaque solution est associé un score déterminé par une fonction objectif  $f : X \rightarrow \mathbb{K}$ . Dans un contexte de maximisation (respectivement minimisation), cette fonction est à maximiser (respectivement à minimiser). Résoudre un problème  $(X, f)$  consiste alors à trouver  $x^* \in \operatorname{argmax}_{x \in X} f(x)$  (respectivement  $x^* \in \operatorname{argmin}_{x \in X} f(x)$ ).  $x^*$  représente alors un *optimum global* de  $(X, f)$ . Un vecteur de décision d'un problème d'optimisation est constitué de l'ensemble des variables de décisions. Ces variables régissent la situation à modéliser en prenant des valeurs possibles de leurs domaines de décision. La nature des variables de décision détermine le type du problème d'optimisation. Le problème est dit continu si les domaines de définition de ses variables sont continus, tandis qu'il est dit combinatoire si les domaines de définition de ses variables sont discrets (mixte s'il est les deux à la fois). Dans ce manuscrit, on s'intéressera exclusivement à l'optimisation combinatoire.

Bien que les travaux de ce manuscrit s'inscrivent dans le contexte de l'optimisation combinatoire mono-objectif, quelques notions relatives à l'optimisation multiobjectif sont nécessaires à la compréhension d'une partie du chapitre 2. Un problème d'optimisation combinatoire multiobjectif peut être défini

par un espace de recherche  $X$ , où à chaque solution  $x$  est associé un vecteur objectif  $F(x)$  composé de  $n \geq 2$  fonctions objectif. Résoudre un tel problème consiste à trouver  $x^* \in \operatorname{argmax}_{x \in X} F(x)$ . Comme dans un cadre mono-objectif, on peut indifféremment maximiser ou minimiser chacune des composantes de  $F(x)$ . Dans ce contexte, la relation d'ordre entre solutions est généralement partielle, ainsi une solution peut être meilleure qu'une autre pour un objectif donné, mais pas tous les autres. Afin de comparer les solutions, la dominance de Pareto est largement utilisée. Selon cette relation, une solution domine une autre si elle est au moins aussi bonne pour tous les objectifs et strictement meilleure sur au moins un. Une solution est alors dite *Pareto optimale* si aucune autre solution de l'espace de recherche ne la domine. Comme plusieurs solutions peuvent être de qualité équivalente selon cette relation, tout en favorisant certains objectifs, il est habituel pour les méthodes de résolution multiobjectif de retourner un ensemble de solutions compromis afin qu'un décideur puisse sélectionner celle qui lui convient en privilégiant le ou les objectifs de son choix. Le meilleur ensemble possible est appelé *ensemble Pareto optimal* et se compose de l'ensemble des solutions non dominées de l'espace de recherche.

De nombreuses problématiques quotidiennes sont formulables sous forme de problèmes d'optimisation combinatoire. Par exemple, dans un contexte mono-objectif, le problème du voyageur de commerce consiste à trouver, étant donné un ensemble de villes et de distances entre chaque paire de villes, le plus court chemin cyclique qui visite exactement une fois chaque ville. Pour ce problème, l'espace de recherche  $X$  est composé des chemins possibles, une solution correspond généralement à une liste ordonnée des villes parcourues et la fonction objectif  $f$  correspond à la distance totale du chemin ainsi décrit. Une instance d'un problème d'optimisation est un jeu de données particulier du problème à résoudre. Pour le problème du voyageur de commerce, une instance peut décrire les positions d'arrêts de bus ou d'un ensemble de villes dans un pays donné.

## 1.1.2 Approches de résolution

De nombreux problèmes d'optimisation combinatoire sont des problèmes NP-difficiles pour lesquels il n'existe, a priori, pas d'algorithme de résolution efficace pour résoudre les instances de grandes tailles. Divers algorithmes dédiés à la résolution de ce type de problèmes existent et peuvent être classifiés en deux catégories : les méthodes exactes (ou complètes) et les méthodes approchées (ou heuristiques). De manière complémentaire, les méthodes exactes garantissent l'obtention de la (des) solution(s) optimale(s) du problème traité, mais leur convergence vers ces solutions ne peut souvent pas s'effectuer en un temps raisonnable. Les méthodes approchées ne garantissent pas d'atteindre la solution optimale, mais permettent généralement d'obtenir rapidement de bonnes solutions.

### 1.1.2.1 Méthodes exactes

Les algorithmes exacts explorent implicitement l'ensemble des solutions de l'espace de recherche. La méthode la plus basique consiste à évaluer l'intégralité des solutions de l'espace de recherche, mais s'avère particulièrement coûteuse sur le plan des ressources dès lors que la taille de l'espace de recherche devient grande. Les autres approches exactes évitent d'évaluer certaines parties dominées

de l'espace de recherche, ce qui se traduit par une réduction du nombre de solutions à évaluer. Les méthodes les plus utilisées construisent un arbre de recherche pour explorer l'ensemble de l'espace de recherche. Parmi elles, on peut citer les algorithmes de type *Branch & Bound* qui utilisent des bornes calculées sur des solutions partielles afin d'éliminer des ensembles de solutions ayant une certaine structure. Les feuilles de l'arbre de recherche représentent les solutions de l'espace de recherche, et les nœuds internes représentent des solutions partielles pour lesquelles on calcule des bornes afin d'éventuellement arrêter l'exploration en ce point si la borne calculée est moins bonne que la meilleure solution trouvée.

Les méthodes exactes menant aux meilleures solutions, elles sont comparées en évaluant le temps de résolution des instances. Bien que les algorithmes exacts soient largement employés et permettent de réduire le nombre de solutions à évaluer, l'explosion combinatoire induite par la taille et la complexité des problèmes les rend inefficaces sur des instances dépassant une certaine taille.

### 1.1.2.2 Méthodes approchées

Les méthodes de résolution approchée (heuristiques) sont une alternative intéressante lorsque les approches exactes échouent à résoudre un problème en un temps raisonnable. Elles sont proposées principalement lorsque l'espace de recherche est trop grand pour qu'une méthode exacte puisse être appliquée. Dans de tels cas, l'exécution partielle d'une méthode exacte permet rarement d'obtenir de bonnes solutions. Le but des heuristiques est d'atteindre des solutions de bonne qualité dans des temps de calcul praticables. Lorsque la meilleure solution d'une instance est inconnue, la qualité d'une solution produite par une heuristique est déterminée en comparant son score avec celui de la meilleure solution rencontrée dans la littérature (*best known*).

Certaines heuristiques utilisent une approche constructive en considérant les propriétés du problème traité afin de générer de bonnes solutions. C'est le cas des algorithmes gloutons, qui consistent à construire progressivement une solution réalisable en effectuant un choix à chaque étape. Par exemple, dans le cas du voyageur de commerce, une approche gloutonne basique pourrait sélectionner à chaque pas la ville non visitée la plus proche.

Les *métaheuristiques* sont des heuristiques génériques adaptables aux problèmes d'optimisation en général et qui nécessitent une utilisation limitée des spécificités des problèmes pour fonctionner.

### 1.1.3 Métaheuristiques classiques

La plupart des métaheuristiques utilisent une relation de voisinage qui détermine un sous-ensemble de solutions atteignables à partir de la (des) solution(s) courante(s). Cette relation permet de naviguer de solution en solution, afin d'explorer un sous-ensemble de l'espace de recherche au sein duquel la (les) meilleure(s) solution(s) est sélectionnée. On note que plusieurs relations de voisinage sont généralement envisageables pour un problème donné (parmi éventuellement différentes représentations des solutions). Le choix de cette relation est un aspect important, car il influe sur la capacité des métaheuristiques à atteindre de bonnes solutions. En effet, le sous-ensemble des solutions réalisables exploré

par une métaheuristique dépend particulièrement du choix de ce voisinage et obtenir un échantillon composé de bonnes solutions est crucial pour une telle méthode.

La performance d'une métaheuristique est évaluée en fonction de la qualité des solutions retournées, de sa rapidité, mais également de son passage à l'échelle, c'est à dire de sa capacité à atteindre de bonnes solutions lorsque la taille des problèmes augmente. L'efficacité d'une métaheuristique varie selon les problèmes traités, mais aussi en fonction des instances utilisées. D'ailleurs, proposer une métaheuristique systématiquement performante en considérant l'ensemble des problèmes d'optimisation est impossible comme l'énonce le théorème du *No Free Lunch* [W+97].

On regroupe souvent les métaheuristicues en deux catégories : les méthodes à base de population de solutions et celles à base de solutions uniques.

### 1.1.3.1 Méthodes à base de population

Les métaheuristicues basées sur les populations utilisent simultanément un ensemble de solutions pour naviguer dans l'espace de recherche. Une population correspond à l'ensemble de solutions manipulé à chaque étape de la recherche, et induit un facteur de diversité au cours de la recherche. Les métaheuristicues de ce type sont souvent bio-inspirées, et une vaste littérature existe à ce sujet [Sör15].

Une métaphore largement utilisée est celle des algorithmes génétiques, introduits par Holland [Hol75], qui exploitent la notion de sélection naturelle. Les algorithmes génétiques sont probablement les métaheuristicues basées sur les populations les plus utilisées. Ils consistent à faire évoluer une population d'individus, en remplaçant les individus de la population au fil des étapes. Les nouveaux individus, appelés enfants, sont obtenus à partir d'individus de la population appelés parents par des croisements et éventuellement l'application de certaines mutations. Au fil des étapes, la population évolue, car certains individus sont remplacés par des enfants, selon une règle de sélection. Ceux qui ont une meilleure chance de survie (déterminée principalement par leur score) ont une forte probabilité de perdurer.

Parmi d'autres exemples de métaheuristicues à base de population, nous pourrions citer les colonies de fourmis, ou les essais particuliers. De très nombreuses métaheuristicues bio-inspirées existent, en particulier depuis les années 1990 où le nombre de métaphores utilisées a explosé [SSG18].

### 1.1.3.2 Recherches locales

Les algorithmes de recherche locale naviguent dans l'espace de recherche au moyen d'une relation de voisinage à partir d'une solution unique. Ils modifient légèrement cette solution au moyen de la relation de voisinage considérée, de manière itérée. Certaines métaheuristicues à solution unique ne se limitent pas à cette description mais restent néanmoins liées à ce fonctionnement.

Une recherche locale consiste, à partir d'une solution initiale, à sélectionner à chaque pas une solution voisine au moyen d'une politique de mouvement. Elle prend fin lorsqu'un critère d'arrêt est atteint (voir algorithme 1). Notons que modifier une unique solution à chaque étape de la recherche entraîne généralement une convergence plus directe vers une solution de qualité que les métaheuristicues à base de population. Cependant, dans un contexte de recherche à solution unique, la notion de diversité

est plus difficile à appréhender. De ce fait, les recherches locales sont plus naturellement des méthodes intensificatrices, tandis que les méthodes à bases de populations sont de nature plus diversificatrice. Ces dernières font évoluer une population composée (idéalement) de solutions diversifiées, c'est à dire plutôt éloignées les unes des autres selon la relation de voisinage, et convergent ainsi plus lentement. Souvent, les variations sur un mécanisme d'une métaheuristique permettent d'influer sur l'intensification et la diversification au cours de la recherche. Les métaheuristiques correspondent à des processus qui sont des compromis entre intensification et diversification, avec divers équilibres selon les méthodes ou variantes considérées.

Les recherches locales sont principalement déterminées par quatre aspects détaillés ci-dessous : le choix de la solution initiale, la relation de voisinage, la politique de mouvement et le critère d'arrêt.

---

**Algorithme 1** Algorithme de recherche locale.

---

```
1: Choix de  $x_0 \in \mathcal{X}$  (initialisation)
2:  $x \leftarrow x_0$ 
3:  $x^* \leftarrow x$ 
4: tant que critère d'arrêt non atteint faire
5:   Sélection d'un voisin  $x' \in \mathcal{N}(x)$ 
6:    $x \leftarrow x'$ 
7:   si  $f(x) > f(x^*)$  alors
8:      $x^* \leftarrow x$ 
9:   fin si
10: fin tant que
11: retourne  $x^*$ 
```

---

Différents moyens permettent de générer la solution initiale, mais on retrouve généralement deux approches. La première consiste à générer une solution aléatoirement qui permet d'obtenir rapidement une solution initiale, rarement de bonne qualité. Cette approche est souvent privilégiée dans un contexte d'exécutions multiples, car cela permet de démarrer la recherche de tout point de l'espace de recherche de manière équiprobable. Cela permet ainsi une certaine diversité dans les différentes solutions aléatoires générées pour chaque exécution. La seconde manière consiste à générer les solutions initiales de manière constructive, en utilisant par exemple un algorithme glouton, et peut mener à une solution initiale de bonne qualité avec un coût calculatoire significativement plus élevé que pour la première approche. Cette approche permet à la recherche de partir de meilleures solutions, mais réduit la diversité des solutions initiales. Cela peut potentiellement réduire les zones de l'espace de recherche atteignables par recherche locale et donc la possibilité d'atteindre de bonnes solutions dans diverses zones de l'espace de recherche. L'utilité de telles approches dépend alors grandement de la capacité de l'heuristique constructive à orienter vers les bonnes zones de l'espace de recherche.

La politique de mouvement détermine la solution à sélectionner dans le voisinage de la solution courante et détermine fortement le comportement des recherches locales. Tout comme la relation de voisinage, qui peut être considérée comme un de ses paramètres, elle influe grandement sur la capacité de la méthode à déterminer un bon échantillon de l'espace de recherche. Différents types de recherches locales existent et leur différence réside majoritairement dans cette politique de mouvement, qui peut être plus ou moins sophistiquée.



Le choix du critère d'arrêt lors de la conception d'une recherche locale est rarement évident. Dans beaucoup de cas, ce choix est arbitraire et dépend plutôt du contexte de la conception de la recherche locale. Par exemple, si l'on souhaite comparer différents algorithmes de recherche locale, le critère d'arrêt peut correspondre à un nombre total d'évaluations, ou le nombre d'itérations à effectuer. Arrêter le processus de recherche lorsque la meilleure solution n'est pas améliorée depuis un certain nombre d'itérations est également parfois proposé. Le temps de calcul peut également être considéré, même si les aspects algorithmiques entrent alors en jeu. Cependant, pour certaines recherches locales, le critère d'arrêt est naturel. C'est par exemple le cas des algorithmes de descente.

Un algorithme de descente (*escalade* ou *hill-climbing*) strict consiste à sélectionner uniquement parmi les voisins améliorants à chaque étape de la recherche. Le voisin  $x'$  d'une solution  $x$  est améliorant si son score est strictement supérieur ( $f(x) > f(x')$ ). L'algorithme prend généralement fin lorsque la solution courante n'a aucun voisin améliorant (optimum local strict). Si l'algorithme de descente considère la sélection de solutions de même score que la solution courante ( $f(x) = f(x')$ ), alors on parle de descente non stricte. Pour de tels algorithmes, déterminer le critère d'arrêt est moins trivial que pour les descentes strictes. En effet, un optimum local peut avoir dans son voisinage d'autres optima locaux de même score (optima locaux non stricts), ce qui peut mener la recherche à cycler sur plusieurs solutions.

Accepter uniquement les mouvements non détériorants est une politique de mouvement néanmoins incomplète. En effet, souvent plusieurs voisins améliorants existent pour une solution donnée et dans un contexte de recherche locale, il est nécessaire de déterminer lequel choisir à chaque étape. Plusieurs algorithmes de descente existent et se distinguent selon la sous-politique de sélection appliquée sur les voisins non détériorants. Nous détaillerons et enrichirons cet aspect dans les chapitres 2 et 3 de ce manuscrit. Les algorithmes de descente sont des recherches locales particulièrement intensificatrices, ceci étant dû à la contrainte d'amélioration de la solution à chaque pas. Notons que selon la sous-politique de mouvement, on peut considérer ces algorithmes comme plus ou moins intensificateurs.

Il existe également des politiques de mouvement qui, en reprenant les principes des algorithmes de descente, peuvent occasionnellement sélectionner des voisins détériorants et permettent en particulier de continuer la recherche lorsqu'un optimum local est rencontré. Accepter de tels mouvements aide généralement à trouver de meilleures solutions, difficilement atteignables en autorisant uniquement les mouvements améliorants. Cela peut notamment mener à d'autres optima locaux dans des zones différentes de l'espace de recherche, et par conséquent induire plus de diversification au cours de la recherche. Plusieurs politiques de mouvement qui acceptent la dégradation de la solution courante existent. Les plus largement utilisées sont le recuit simulé, la recherche tabou et la recherche locale itérée.

Le *recuit simulé* est une technique de recherche locale basée sur ce type de politique, et consiste à sélectionner des solutions voisines selon une certaine probabilité qui dépend de leur score [KGV83]. Cette probabilité dépend d'un paramètre de température  $T$ , évoluant durant le processus de recherche, et de la variation de coût entre la solution courante et son voisin généré. Les solutions améliorantes ou équivalentes sont acceptées automatiquement, tandis que la sélection d'une solution détériorante est directement influencée par  $T$ , qui décroît au cours de la recherche et fait progressivement baisser la probabilité d'accepter des voisins détériorants. Le recuit simulé est une adaptation de l'algorithme de

Metropolis-Hastings en mécanique statistique [Met+53].

La *recherche tabou* utilise une mémoire, appelée liste tabou, pour diriger la recherche [Glo89]. Souvent, cette liste contient les derniers voisins sélectionnés et ceux-ci ne peuvent pas être sélectionnés à nouveau. Notons que certaines variantes interdisent des types de mouvements plutôt que des solutions particulières. La liste tabou est mise à jour au fil des étapes et empêche de sélectionner des solutions rencontrées récemment (ou des mutations). La recherche tabou consiste alors à sélectionner le meilleur voisin de la solution courante qui n'appartient pas à cette liste.

Sélectionner systématiquement le meilleur voisin sans ce principe de mémorisation est une stratégie permettant une intensification rapide, mais mène généralement à des cycles, qui empêchent la recherche de progresser. La liste tabou permet de réduire considérablement la production de cycles (en général les cycles de taille inférieure à celle de la liste tabou sont évités), mais n'en garantit pas l'absence. Ici, le caractère améliorant ou détériorant d'un voisin n'entre pas en compte lors de sa sélection. C'est le paramétrage de la liste tabou qui permet de modifier l'équilibre entre intensification et diversification au cours de la recherche. Notons que la liste tabou peut contenir des attributs particuliers, tels que les dernières modifications apportées, plutôt que des solutions. Cela permet souvent une diversification plus intense, mais freine parfois l'intensification de la recherche en limitant fortement le nombre de solutions accessibles à chaque pas. De manière générale, l'équilibre entre intensification et diversification est essentiellement déterminé par la longueur de la liste tabou.

La *recherche locale itérée* consiste à effectuer plusieurs recherches locales séparées par des phases de génération de nouvelles solutions [LMS03]. Ces solutions peuvent être générées par exemple aléatoirement, par un algorithme glouton, ou par des perturbations sur une solution obtenue précédemment. Au sein de telles méthodes, la descente est la recherche locale la plus communément utilisée. Son critère d'arrêt naturel permet de déterminer clairement à quel moment les phases perturbatrices sont appliquées. Dans ce cadre, elles permettent de s'échapper des optima locaux. Les perturbations correspondent souvent à une succession de mouvements aléatoires appliqués à la solution courante, mais peuvent être définies de manière moins stochastique. Le nombre de perturbations influe grandement sur la capacité à s'échapper d'un optimum local ou d'une zone en particulier, et a un impact non négligeable sur la probabilité d'améliorer les solutions obtenues. Dans ce type de recherche locale, la phase de perturbation correspond à un mécanisme purement diversificateur, tandis que la phase de recherche locale correspond à un mécanisme intensificateur, à un degré plus ou moins fort selon la politique de mouvement. La recherche locale itérée peut être vue comme une méthode qui utilise deux politiques de mouvement différentes : la première est appliquée lors de la phase de recherche locale, et la seconde plus brièvement lors de la phase de perturbation.

## 1.2 Paysages de Fitness

Les paysages de fitness ont été introduits par Wright dans le domaine de la biologie en 1932, afin d'illustrer le processus d'évolution [Wri32]. Ils représentent un espace abstrait d'individus, codés par leur génotype, où chacun d'entre eux est entouré par les individus qui diffèrent par une unique mutation. L'espace abstrait des génotypes contient en fait un ensemble de chaînes de bits de longueur fixe, où

chaque chaîne correspond à un individu et chaque bit indique la présence ou l'absence d'un gène donné (respectivement en prenant la valeur 1 ou 0). Une mutation correspond alors au changement d'état d'un bit donné sur un individu donné. Notons que cette définition à partir de chaîne de bits définit l'espace des individus comme un hypercube. Une fois la valeur adaptative (fitness) assignée à chaque génotype, représenter visuellement les liens existants entre les génotypes et le potentiel reproductif des individus est possible.

Le modèle sous forme de paysage de fitness permet d'illustrer la répartition des pics, vallées et plateaux et permet de mettre en évidence les effets des mutations sur la qualité des individus. Au cours d'un processus évolutif, les individus grimpent sur ces structures en bénéficiant aléatoirement de mutations potentiellement bénéfiques. La forme et la répartition de ces structures sont caractérisables et influencent particulièrement le processus. Par exemple, les paysages rugueux posséderont plus de cimes que les paysages lisses. Ces cimes correspondent à des endroits à partir desquels une unique mutation ne suffit pas pour améliorer l'individu, et contribuent à rendre l'évolution vers des individus de bonne qualité plus difficile (en optimisation : les optima locaux).

De nos jours, de nombreux domaines utilisent les paysages pour étudier du comportement de systèmes complexes, par exemple en physique (les verres de Spins [APS89]) ou en gestion (théorie des organisations [Lis99]). Le concept est également repris en algorithmique évolutionnaire, où il est aisé de faire l'analogie entre un individu possédant une fitness et une solution possédant un score. Un processus évolutif qui améliore peu à peu les individus au moyen de mutations peut être vu comme un processus d'optimisation qui consiste à améliorer des solutions initiales au moyen d'un opérateur de voisinage. Dans ce contexte, un tel modèle peut permettre d'observer les difficultés induites par un problème lorsqu'il est traité par une méthode d'optimisation donnée. En effet, la difficulté de résolution d'un problème n'est pas uniquement déterminée par l'instance traitée ou le problème considéré, mais également par la méthode de résolution utilisée et en particulier, son voisinage. Les paysages permettent alors de s'abstraire des instances de problèmes utilisées et d'étudier le comportement de méthodes à base de voisinage de manière théorique ou empirique.

Nous utilisons les paysages de fitness dans ces travaux pour étudier le comportement de différentes recherches locales. Avec ces méthodes, découvrir de bonnes solutions sur un paysage contenant de nombreux pics est plus difficile que sur un paysage en contenant peu, car les cimes plus nombreuses agissent souvent comme des pièges empêchant la recherche d'aller vers des zones plus hautes du paysage. Notons que la rugosité et plus généralement la difficulté de résolution d'un paysage peuvent être induites par l'instance traitée, mais également par le choix d'une relation de voisinage inappropriée ; idéalement la différence de fitness et l'éloignement doivent être le plus corrélés possible.

Dans cette section nous présentons dans un premier temps les définitions relatives au concept de paysages de fitness. Nous présentons ensuite différentes relations de voisinage possibles pour déterminer un paysage à partir d'instances de problèmes. Enfin, nous présentons et définissons des caractéristiques associées à la notion de paysage ainsi que certains indicateurs dédiés à la mesure de ces caractéristiques.

### 1.2.1 Définitions

La notion de paysage de fitness est décrite dans la définition 1. L'espace de recherche et la fonction d'évaluation sont généralement directement dérivés de l'instance du problème  $(X, f)$  traité ( $\mathcal{X} = X$  et  $\mathfrak{f} = f$ ). La relation de voisinage est déterminée par la méthode de résolution. Ainsi pour une instance donnée, plusieurs paysages sont définissables selon l'opérateur de voisinage utilisé.

**Définition 1** *Un paysage de fitness est un triplet  $(\mathcal{X}, \mathcal{N}, \mathfrak{f})$ , où  $\mathcal{X}$  correspond à un espace de recherche contenant un ensemble de solutions candidates,  $\mathcal{N} : \mathcal{X} \rightarrow 2^{\mathcal{X}}$  est une relation de voisinage qui associe un ensemble de solutions voisines à chaque solution candidate, et  $\mathfrak{f}$  est une fonction d'évaluation qui en associant une valeur à chaque solution permet de déterminer leur qualité.*

Dans certains cas, si la fonction  $f$  induit un coût calculatoire particulièrement élevé,  $\mathfrak{f}$  peut être définie comme une approximation de  $f$  pour réduire ce coût. Approximer  $f$  correspond également à une stratégie de résolution pour potentiellement mener la recherche vers de meilleures solutions (avec des fonctions *surrogate*). Par exemple, approximer la fonction de manière à lisser le paysage considéré diminue la probabilité que la recherche soit rapidement bloquée sur des pics. Sur le même modèle, l'espace de recherche  $\mathcal{X}$  peut être déterminé comme un échantillon de  $X$  ou, au contraire, considérer des solutions non réalisables comme faisant partie du paysage. Ces techniques s'avèrent parfois utiles pour rendre la recherche plus efficace.

Un paysage peut être défini comme un graphe où chaque sommet correspond à une solution de l'espace de recherche (définition 2). Dans un tel graphe, les arcs représentent les relations de voisinage entre les différentes solutions. La distance entre deux solutions correspond alors au plus court chemin entre ces solutions (définition 3).

**Définition 2** *Le graphe de transition d'un paysage  $P = (\mathcal{X}, \mathcal{N}, \mathfrak{f})$  est le graphe  $(\mathcal{X}, \mathcal{A}_{(\mathcal{X}, \mathcal{N})})$ , où  $\mathcal{A}_{(\mathcal{X}, \mathcal{N})} = \{(x, y) \in \mathcal{X}^2, y \in \mathcal{N}(x)\}$ .*

**Définition 3** *La distance entre deux solutions  $x$  et  $y$  d'un paysage  $P = (\mathcal{X}, \mathcal{N}, \mathfrak{f})$  correspond à la longueur du plus court chemin reliant  $x$  et  $y$  dans le graphe de transition associé.*

Sauf indication contraire, nous nous placerons dans un contexte de maximisation dans la suite de ce manuscrit. La meilleure solution d'un paysage, nommée *optimum global*, est celle de fitness maximale, et correspond de manière imagée au sommet (pic) le plus haut (définition 4). Les sommets du paysage sont appelés optima locaux et correspondent à des solutions qui n'ont aucun voisin améliorant (définition 5). Parmi ces solutions, celles n'ayant aucun voisin de même fitness (ou *neutre*) sont qualifiées d'optima locaux stricts (définition 6). Ces notions sont les mêmes que dans un contexte d'optimisation combinatoire et sont illustrées dans la figure 1.3.

**Définition 4** *Un optimum global d'un paysage  $P = (\mathcal{X}, \mathcal{N}, \mathfrak{f})$  est une solution  $x^* \in \operatorname{argmax}_{x \in \mathcal{X}} \mathfrak{f}(x)$ .*

**Définition 5** *Un optimum local d'un paysage  $P = (\mathcal{X}, \mathcal{N}, \mathfrak{f})$  est une solution  $x$  telle que  $\forall x' \in \mathcal{N}(x), \mathfrak{f}(x') \leq \mathfrak{f}(x)$ .*

**Définition 6** *Un optimum local strict d'un paysage  $P = (\mathcal{X}, \mathcal{N}, \mathfrak{f})$  est une solution  $x$  telle que  $\forall x' \in \mathcal{N}(x), \mathfrak{f}(x') < \mathfrak{f}(x)$ .*

Opérateur	type	Description	Taille
1-flip	binaire	change la valeur de 1 bit	$N$
k-flip	binaire	change la valeur de $k$ bits	$\binom{N}{k}$
bit-flip	binaire	chaque bit a une probabilité $\frac{1}{N}$ de changer de valeur	$2^N$
insertion	permutation	déplace un élément $i$ de la permutation à une position $j$	$(N-1)^2$
2-opt	permutation	inverse la séquence entre 2 points de la permutation	$\frac{N(N-1)}{2}$
k-opt	permutation	généralisation du 2-opt à $k$ points	$\mathcal{O}(N^k)$
échange contigu	permutation	échange 2 éléments contigus de la permutation	$N-1$
échange	permutation	échange 2 éléments de la permutation	$\frac{N(N-1)}{2}$

TABLEAU 1.1 – Brève description de différents opérateurs de voisinage.

## 1.2.2 Opérateurs de voisinage

Plusieurs opérateurs (ou relations) de voisinages sont utilisables pour un problème donné, ainsi plusieurs paysages sont dérivables à partir d'une même instance. Selon l'opérateur choisi, les caractéristiques du paysage dérivé de l'instance diffèrent. Ainsi, la relation de voisinage choisie influe sur la difficulté de résolution par certains types de méthodes. Par exemple, un opérateur donné peut induire plus d'optima locaux (pics) qu'un autre et détermine également la distribution des fitness dans le paysage.

On s'intéressera dans la suite de ce manuscrit à deux catégories de paysages : les paysages binaires et les paysages de permutations. Les premiers sont dérivés de problèmes dont les solutions correspondent à des chaînes de bits. Les seconds sont dérivés de problèmes de permutations, dont les solutions sont représentées par des chaînes d'entiers de taille  $N$ , qui contiennent une fois chaque valeur de 1 à  $N$ . Naturellement, le nombre de solutions de l'espace de recherche diffère selon le type de paysage. Lorsque tout l'espace de recherche est considéré, il existe  $2^N$  solutions pour les paysages binaires de taille  $N$ , tandis qu'il en existe  $N!$  pour les paysages de permutations de taille  $N$ .

Que ce soit pour les paysages binaires ou les paysages de permutations, plusieurs opérateurs de voisinage classiques sont utilisables. Le choix de cet opérateur détermine le nombre de solutions voisines pour chaque solution. Pour les paysages binaires, les relations de voisinage les plus courantes sont le 1-flip, le k-flip et le bit-flip. Pour les paysages de permutations, l'insertion, le 2-opt, l'échange contigu et l'échange. Le tableau 1.1 décrit brièvement ces différents opérateurs pour une meilleure compréhension des prochaines sections. Ces différents opérateurs induisent différentes tailles de voisinage, ce qui influe sur la densité des paysages. Ainsi, pour une taille  $N$  donnée, les graphes de paysages de permutations sont souvent plus grands mais aussi plus denses que ceux des paysages binaires.

## 1.2.3 Indicateurs et caractérisation

L'analyse de paysages de fitness permet une meilleure compréhension de la structure des espaces de recherche selon la perspective de la méthode de résolution (en fonction de son voisinage). Les paysages peuvent être caractérisés selon divers critères qui contribuent à évaluer la difficulté d'optimisation pour certains processus de recherches. La connaissance de certaines de leurs caractéristiques aide à

visualiser la structure de certaines zones ou la structure globale des paysages. Ce type d'information peut conduire à déterminer des méthodes ou des mécanismes efficaces pour atteindre de bonnes solutions sur le paysage de fitness analysé. Deux approches majeures dans les travaux de caractérisation des paysages de fitness existent. La première consiste à étudier les propriétés algébriques du problème à traiter. La seconde consiste à extraire des propriétés statistiques pour caractériser un paysage à partir d'un échantillonnage de celui-ci. Notons que les travaux de ce manuscrit utilisent la seconde approche.

Concernant les études des propriétés algébriques, Stadler *et al.* ont analysé de nombreux problèmes d'optimisation par une analyse de Fourier des paysages [SW97]. Cela consiste globalement à transformer le graphe du paysage de fitness pour qu'il puisse être décomposé en un ensemble de paysages élémentaires, plus faciles à étudier. Les valeurs et vecteurs propres pour chaque sommet sont calculés à partir de la matrice Laplacienne du graphe. Ensuite, les vecteurs propres sont utilisés comme poids dans la transformation de la fonction de fitness en une somme pondérée de fonctions de fitness.

Plusieurs paysages issus de problèmes d'optimisation combinatoire sont élémentaires ou décomposables en un ensemble de paysages élémentaires (cela sera abordé dans la section 1.4). Les travaux sur les paysages élémentaires permettent d'obtenir des propriétés universelles sur la structure du paysage de fitness d'un problème et de développer des techniques à faible coût calculatoire. Ces techniques peuvent se montrer particulièrement utiles lors de l'exécution d'une fonction de recherche. Cette approche procure des résultats plus précis et théoriques que l'étude de paysages par échantillonnage. Cependant, du fait de sa complexité plus élevée et son aspect théorique, elle s'avère peu souvent applicable à des problèmes d'optimisation concrets.

La seconde approche étudie les propriétés statistiques d'un échantillon du paysage. Elle est plus largement utilisée que la première, car elle permet d'appréhender plus facilement le comportement d'algorithmes d'optimisation ou de mécanismes en fonction des caractéristiques extraites du paysage de fitness. Cette approche peut également aider à déterminer quel type de méthode ou de mécanisme sélectionner pour atteindre de bonnes solutions en fonction des propriétés du paysage. Diverses propriétés permettent de caractériser les paysages, la plupart sont recensées et décrites de manière détaillée et discutées par Pitzer et Affenzeller [PA12] et par Malan et Englebrecht [ME13]. Pour un certain nombre de ces propriétés, l'*isotropie* des paysages est supposée. Un paysage isotropique est un paysage dont les différentes zones ont les mêmes caractéristiques. Dans le cas contraire, on parle d'*anisotropie*.

Les caractéristiques des paysages les plus largement utilisées pour l'étude de méthodes d'optimisation sont la dimension, la modalité, la neutralité et la rugosité. Elles sont présentées dans la suite de cette section, ainsi que quelques modèles sous forme de réseau dédiés à l'analyse de paysages.

### 1.2.3.1 Dimension

La dimension d'un paysage est principalement déterminée par la taille de son espace de recherche et le taux de connexion entre les solutions. La taille de l'espace de recherche correspond au nombre de solutions candidates et affecte naturellement la difficulté à atteindre une solution donnée, par exemple l'optimum global. Le taux de connexion, quant à lui, est induit par la relation de voisinage et correspond au nombre de voisins associés à chaque solution, ce nombre étant assez souvent constant pour

l'ensemble des solutions de l'espace de recherche. Plusieurs moyens existent pour déterminer la dimension d'un paysage, il est par exemple possible d'utiliser des éléments de la théorie des graphes tels que la distance moyenne entre les solutions ou le diamètre du graphe de transition associé au paysage (comme présentés dans le tableau 1.1 de la section précédente).

### 1.2.3.2 Modalité

Un paysage *unimodal* a un seul optimum local, qui correspond à l'optimum global. Par opposition, un paysage *multimodal* a plusieurs optima locaux. Rappelons que les optima locaux constituent des obstacles pour les recherches locales. Ainsi, le nombre d'optima locaux affecte souvent la capacité d'une méthode à trouver l'optimum global ou de très bonnes solutions. L'ensemble des optima locaux d'un paysage, et en particulier leur distribution, est une caractéristique étudiée à maintes reprises dans l'analyse des paysages. Par exemple, si les optima locaux sont distribués aléatoirement dans le paysage l'optimisation des paysages est plus difficile que s'ils sont regroupés dans une zone limitée de l'espace de recherche.

Une hypothèse connue liée à la distribution des optima locaux de certains paysages est que les paysages dérivés de certains problèmes combinatoires ont une structure de *massif central*. Les optima locaux des paysages de fitness ayant une structure de massif central (*big valley*) sont regroupés autour d'un optimum global central. Dans de tels cas, de nombreux optima locaux dont il est facile de s'échapper existent, rendant l'optimisation de tels paysages moins difficile. Lorsque les paysages ont cette structure, la distribution des optima locaux n'est pas isotropique. Cette hypothèse est analysée plus en détail par Ochoa et Veerapen dans un article où ils apportent des exemples de cas où le massif central se décompose en plusieurs massifs (aussi appelés *entonnoirs*) [OV16b].

### 1.2.3.3 Neutralité

Dans certains paysages de fitness, il existe des solutions voisines ayant la même fitness (définition 7). Ce phénomène, appelé neutralité, influe grandement sur le comportement des méthodes de recherche, notamment car il n'est alors pas possible de déterminer grâce à la fitness si une solution voisine est préférable à une autre. Un paysage combinatoire considéré comme neutre n'est pas un paysage plat, mais plutôt un paysage où une proportion non négligeable de transitions entre paires de solutions sont neutres.

**Définition 7** *Un voisin neutre  $x'$  d'une solution  $x$  est une solution telle que  $x' \in \mathcal{N}(x)$  et  $f(x) = f(x')$ . Le taux de neutralité de la solution  $x$  dénote sa proportion de voisins neutres :*

$$\frac{\#\{x' \in \mathcal{N}(x), f(x') = f(x)\}}{\#\mathcal{N}(x)}$$

L'impact de la neutralité peut être majeur sur le nombre et la distribution des optima locaux, et par conséquent sur la capacité des algorithmes de recherche à trouver de bonnes solutions. En effet, elle a un effet lissant qui rend plus difficile le guidage de la recherche vers de bonnes solutions, puisque leur fitness ne permet pas de les comparer. Lorsqu'elle n'est pas prise en compte, la neutralité peut ainsi

agir comme un frein pour les méthodes de recherche. La présence de plateaux (définition 8) dans le paysage induit une difficulté supplémentaire pour les algorithmes de recherche qui peuvent errer dans ces zones, ce qui peut entraîner un grand nombre d'évaluations inutiles et empêcher d'atteindre de meilleures solutions. Notons que l'ajout artificiel de neutralité dans un paysage rugueux peut cependant aussi aider à diriger la recherche vers de bonnes solutions, notamment en lui évitant d'être piégée dans certains optima locaux.

**Définition 8** *Un plateau est un ensemble de points connectés de même fitness et correspond à un sous-graphe connexe induit par  $S \subseteq \mathcal{X}$ , tel que  $\forall (x_i, x_j) \in S^2, f(x_i) = f(x_j)$ .*

Ainsi, sur un paysage présentant une forte neutralité, prendre en compte cette caractéristique pour limiter les difficultés rencontrées lors de la recherche est souvent crucial. La quantification de cette neutralité est un aspect à ne pas négliger pour l'étude ou la proposition de méthodes de résolution. La neutralité peut être quantifiée à l'aide de divers indicateurs, par exemple au travers de marches aléatoires ou via l'identification de réseaux neutres. Dans nos travaux, nous définissons le taux de neutralité (définition 9), qui correspond à la proportion moyenne de voisins neutres d'une solution. La simplicité de la mesure permet d'approximer facilement sa valeur en échantillonnant l'espace de recherche, mais ne tient pas compte de sa répartition dans le paysage, comme cela est parfois le cas [BG15].

**Définition 9** *Le taux de neutralité d'un paysage de fitness  $(\mathcal{X}, \mathcal{N}, f)$ , est défini comme suit :*

$$v(\mathcal{X}, \mathcal{N}, f) = \frac{\#\{(x, x'), x \in \mathcal{N}(x'), f(x) = f(x')\}}{\#\{(x, x'), x \in \mathcal{N}(x')\}}$$

#### 1.2.3.4 Rugosité et épistasie

La rugosité d'un paysage est une propriété significative qui impacte directement la difficulté d'optimisation du couple (problème, voisinage) formant le paysage. Elle fait principalement référence au nombre et à la distribution des optima locaux dans le paysage, ainsi qu'à la taille de leurs bassins d'attraction. Le bassin d'attraction d'un optimum local correspond à l'ensemble des solutions qui peuvent mener à cet optimum en empruntant uniquement des arcs améliorants dans le graphe de transition. Ainsi, si le bassin d'attraction d'un optimum est grand, cela signifie qu'il existe de nombreuses solutions à partir desquelles cet optimum est atteignable via un processus de descente. Au contraire, pour un optimum avec un petit bassin d'attraction, le nombre de solutions permettant d'atteindre cet optimum avec des chemins améliorants est généralement plus faible. La probabilité d'atteindre un optimum donné est donc corrélée avec la taille de son bassin d'attraction. Plusieurs mesures existent pour étudier les bassins, il est par exemple possible d'estimer la quantité de solutions qui mène à un optimum local donné. Notons que la *modalité* d'un paysage fait également référence à son nombre d'optima locaux et la taille de leurs bassins.

Un paysage rugueux a beaucoup d'optima locaux, avec de petits bassins d'attraction. À l'opposé, un paysage lisse a peu d'optima locaux, qui ont plutôt de grands bassins d'attraction. Par exemple, un paysage où la distribution des fitness est totalement aléatoire correspond à un paysage extrêmement rugueux (figure 1.1, à droite) Les paysages les plus lisses sont ceux où un seul optimum local, qui est



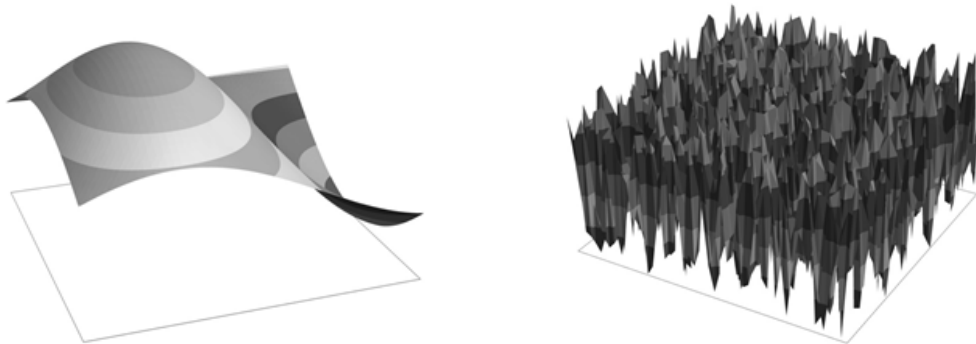


FIGURE 1.1 – Illustration d'un paysage complètement lisse (à gauche) et d'un paysages particulièrement rugueux, où les fitness sont distribuées aléatoirement (à droite).

aussi l'optimum global, existe (figure 1.1, à gauche). Trouver de bonnes solutions sur un paysage lisse est plus aisé, car peu de ces optima locaux agissent comme des barrières pour les méthodes d'optimisation basées sur le voisinage. À l'opposé, sur un paysage rugueux, la difficulté à atteindre l'optimum global est plus élevée, car cette solution correspond à un optimum local parmi de nombreux autres, avec un petit bassin d'attraction, ce qui se traduit par une probabilité réduite de rencontrer ce bassin durant la recherche. La rugosité d'un paysage est souvent calculée ou estimée grâce au nombre d'optima locaux et à la taille de leurs bassins d'attraction. Cependant, la rugosité étant une caractéristique générale des paysages, elle n'a pas de définition formelle unique associée. Elle peut être calculée au moyen de divers indicateurs, et de manière générale, aucun de ces indicateurs n'est clairement plus pertinent qu'un autre.

La rugosité peut également faire référence au phénomène d'épistasie dont elle découle directement. Ce phénomène a été introduit dans le domaine de la biologie [Bat09] et correspond au niveau d'interdépendance entre les gènes. Il y a épistasie lorsqu'au moins un gène a une influence sur l'effet d'un autre gène, ce qui dans un contexte de paysage se traduit par une différence de variation de fitness selon la présence ou l'absence de ce gène. Lorsque l'interdépendance entre les gènes est élevée, il est difficile de déterminer si la présence d'un gène donné affecte positivement ou non la fitness de l'individu. L'épistasie d'un tel paysage est élevée, car l'effet des mutations dépend de la présence ou non de nombreuses autres mutations. Dans le cadre de recherches locales strictes telles que les descentes, s'intéresser à l'épistasie de signe semble particulièrement pertinent. L'épistasie de signe, décrite dans les figures 1.2 et 1.3, existe lorsque la présence d'un gène particulier influe le caractère détériorant ou améliorant d'une mutation donnée. Une épistasie de signe élevée induira plus d'optima locaux (et de rugosité) [Poe+11], ce qui augmentera la probabilité d'en rencontrer un rapidement au cours de la recherche. Dans un contexte de descente, la sélection d'un optimum local mettant fin au processus de recherche, il est naturel de veiller à ne pas en sélectionner un prématurément.

Plusieurs indicateurs permettent de mesurer la rugosité d'un paysage. L'un des plus largement utilisés est probablement la fonction d'autocorrélation, introduite par Weinberger [Wei90]. L'autocorrélation est calculée à partir d'un ensemble de marches aléatoires et correspond à la corrélation de fitness entre les solutions rencontrées au cours de la marche en fonction de la distance qui les sépare. La fonction

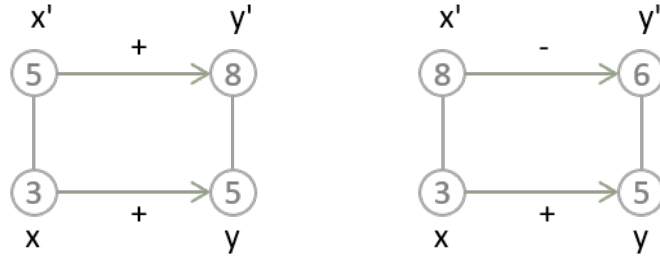


FIGURE 1.2 – Illustration de l'épistasie de signe. Signe de la variation de fitness après l'application d'une même mutation sur deux voisins  $x$  et  $x'$ . À gauche : pas d'épistasie de signe. À droite : épistasie de signe.

d'autocorrélation donne une estimation de l'influence de la distance sur la variation de la fitness des solutions entre des paires de solutions rencontrées au cours de la marche (définition 10). Sur des paysages de fitness classiques dérivés de problèmes d'optimisation combinatoire, la corrélation entre deux solutions proches a tendance à être élevée, tandis qu'elle tend vers zéro pour deux solutions éloignées. La décroissance de cette corrélation en fonction de la distance indique le taux de rugosité du paysage considéré. Le résultat est un graphique d'autocorrélation  $\rho(l) \in [-1, 1]$ , où  $l \in \{0, \dots, t\}$  correspond au nombre de pas effectués depuis la solution initiale  $x_0$ .  $|\rho(l)| = 1$  indique une corrélation maximale, tandis que  $|\rho(l)|$  proche de zéro montre une absence de corrélation.

**Définition 10** Soit  $n$  marches aléatoires (notées  $s_0, s_1, s_2, \dots, s_n$ ) sur un paysage de fitness, la fonction d'autocorrélation correspond à :

$$\rho(l) = \frac{E(f(x_t) \times f(x_{t+l})) - E(f(x_t)) \times E(f(x_{t+l}))}{\text{Var}(f(x_t))}$$

où  $E$  correspond à la moyenne,  $\text{Var}$  à la variance,  $f(x_t)$  à la fitness de la  $t_{\text{ième}}$  solution,  $f(x_{t+l})$  à la fitness de l'individu après  $l$  pas.

L'autocorrélation est une mesure basée sur la variation de fitness mais ne tient pas directement compte de l'aspect améliorant ou détériorant des mouvements, qui influence fortement le comportement des métaheuristiques. La  $\delta$ -épistasie de signe (voir définition 11), initialement introduite sous le terme de  $k$ -rugosité, est un indicateur qui se focalise sur l'aspect améliorant et détériorant des mouvements pour mesurer la rugosité. Nous l'appellerons  $\delta$ -épistasie dans la suite du document pour plus de clarté. Le résultat est un graphique de  $\delta$ -épistasie  $\delta - e(l) \in [0, 0.5]$ , où  $l \in \{0, \dots, t\}$  correspond au nombre de pas effectués depuis la solution initiale  $x_0$ .  $\delta - e(l) = 0$  indique une absence d'épistasie de signe, tandis que  $\delta - e(l) = 0.5$  indique une forte épistasie de signe (et correspond au taux moyen d'épistasie de signe d'un paysage où les fitness sont distribués aléatoirement).

**Définition 11** Soient  $s_0$  et  $s_\delta$ , deux solutions distantes de  $\delta$  selon l'opérateur de voisinage considéré (par exemple, la distance de Hamming pour des chaînes de bits et l'opérateur 1-flip). Soient  $s'_0$  et  $s'_\delta$ , les voisins respectifs de  $s_0$  et  $s_\delta$  obtenus à partir de la même mutation (par exemple, avec un

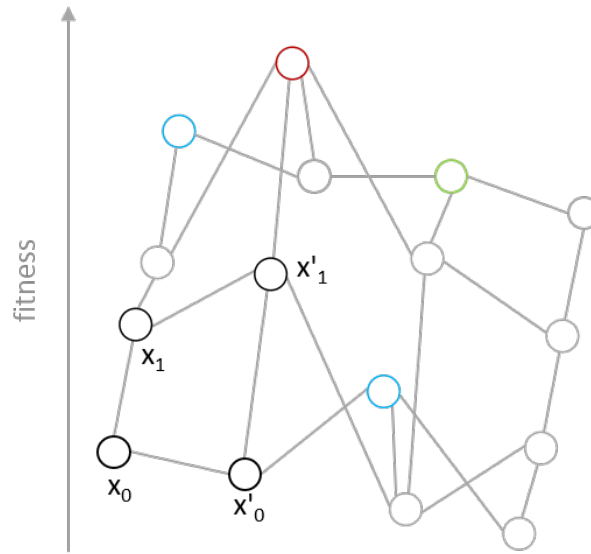


FIGURE 1.3 – Graphe associé à un paysage de fitness avec optimum global en rouge, optimum local strict en bleu, optimum local non strict en vert. L'épistasie de signe est présente pour les couples de voisins  $(x_0, x_1)$  et  $(x'_0, x'_1)$  : la mutation entre  $x_0$  et  $x'_0$  est détériorante tandis que la mutation entre  $x_1$  et  $x'_1$  est améliorante.

voisinage de type 1-flip, en changeant la valeur du même bit) et respectant les contraintes suivantes  $distance(s_0, s'_\delta) = \delta + 1$  et  $distance(s'_0, s'_\delta) = \delta$ . La  $\delta$ -épistasie de signe est définie comme suit :

$$\phi(s_0, s'_0, s_\delta, s'_\delta) = epis((f(s_0) - f(s'_0)) \times (f(s_\delta) - f(s'_\delta)))$$

où  $epis(x) = 0$  si  $x > 0$ , et  $epis(x) = 1$  si  $x \leq 0$ .

### 1.2.3.5 Modèles sous forme de réseaux

Les différents indicateurs présentés permettent d'obtenir des informations sur certaines caractéristiques des paysages. Cependant, les mesures réalisées ne rendent généralement pas compte des variations structurelles éventuelles selon les différentes zones du paysage. Or, ces différences peuvent constituer un frein pour les méthodes d'optimisation. Des modèles sous forme de réseau existent et améliorent les possibilités pour observer ou mettre en évidence les variations entre ces zones. De tels modèles peuvent également aider à la visualisation des paysages étudiés. Parmi les modèles sous forme de réseaux utilisés en optimisation combinatoire, on peut citer les arbres barrières et les réseaux d'optima locaux.

Les arbres barrières sont des arbres qui caractérisent la structure topographique de paysages en utilisant le concept de barrières de fitness [Sta+95]. Une barrière de fitness est définie comme la valeur de fitness minimale nécessaire pour atteindre un optimum à partir d'un autre via un chemin arbitraire. Les feuilles d'un arbre barrière correspondent à des optima locaux et un tel arbre crée une hiérarchie entre les optima locaux, séparés par la valeur minimale de fitness nécessaire pour aller d'un optimum

à un autre. Chaque embranchement correspond alors à un *point selle* (en référence à la forme d'une selle de cheval), c'est-à-dire un point critique où une stratégie d'exploration a la possibilité de s'engager dans des chemins menant inéluctablement à des zones différentes du paysage.

Les réseaux d'optima locaux (définition 12) proposés dans [Och+08] pour les paysages de fitness dérivés de problèmes d'optimisation combinatoire compressent l'espace de recherche dans un graphe où les sommets correspondent aux optima locaux et les arcs aux transitions entre ces optima locaux.

**Définition 12** *Un réseau d'optima locaux est un graphe  $(S^*, E)$ , où les sommets sont des optima locaux et  $e_{ij} \in E$  un arc entre deux optima locaux  $i$  et  $j$ . Un tel arc est présent s'il existe au moins un couple de voisins  $(s_i, s_j)$  appartenant respectivement à  $b_i$  et  $b_j$ , les bassins d'attraction des optima  $i$  et  $j$ .*

Les réseaux d'optima locaux se concentrent sur les optima locaux et non toutes les solutions, ce qui permet d'obtenir un graphe plus petit que celui correspondant au paysage. La taille et les informations contenues dans ces réseaux permettent entre autres d'étudier la taille des bassins d'attractions et la répartition des optima locaux. Notons que depuis leur introduction, certaines variantes ont été considérées, par exemple pour déterminer les arcs ou leurs poids selon chaque optimum. Des réseaux d'optima locaux compressés sont également proposés pour les grands paysages, qui ne peuvent pas être énumérés en temps raisonnable.

## 1.3 Panel de paysages et indicateurs utilisés

Dans nos travaux, nous étudions l'effet de mécanismes de recherche locale sur la capacité à atteindre de bonnes solutions. L'efficacité relative entre différentes méthodes variant selon la structure des paysages, nous considérons différents problèmes d'optimisation combinatoire et différentes instances. Pour chaque problème, nous utilisons une unique relation de voisinage afin que pour chaque instance les méthodes naviguent sur le même paysage. Nous cherchons à observer les liens entre les mécanismes efficaces et la structure des paysages. Pour cela, nous mesurons certaines de leurs caractéristiques à l'aide d'indicateurs appliqués sur des échantillons de solutions. Notons que la plupart des paysages considérés ne sont pas énumérables en temps raisonnable, ce qui implique d'estimer les caractéristiques et rend ainsi l'analyse moins précise que sur de petits paysages où elles peuvent être mesurées de manière exacte.

Dans cette section nous présentons dans un premier temps les paysages étudiés dans nos travaux. Pour cela nous décrivons les différents problèmes d'optimisation combinatoire, les instances de ces problèmes et les opérateurs de voisinage considérés. Nous précisons ensuite les caractéristiques et indicateurs utilisés dans nos études, les résultats obtenus sur les paysages étant fournis au fur et à mesure des chapitres suivants.

### 1.3.1 Présentation des paysages utilisés

Nous considérons quatre problèmes et un unique opérateur de voisinage pour chacun d'entre eux. Ces travaux portant sur l'analyse de stratégies de recherches sur les paysages, nous utilisons les paysages NK, des problèmes artificiels permettant de paramétrer différents taux de rugosité, afin d'observer

ver des liens entre la dynamique des recherches locales et ces taux. Nous utilisons également des paysages dérivés de trois problèmes classiques d'optimisation combinatoire : le problème quadratique binaire sans contraintes (UBQP), le problème d'affectation quadratique (QAP) et le problème de permutations de flowshop (FSP). Dans la suite du manuscrit, nous parlons de paysages UBQP, paysages QAP et paysages FSP pour désigner les paysages dérivés des instances des différents problèmes. Les paysages NK et UBQP sont dits binaires tandis que les paysages QAP et FSP sont dits de permutations.

### 1.3.1.1 Paysages NK

Les paysages NK sont un modèle de paysages de fitness introduits par Kaufmann et sont largement utilisés pour étudier les liens entre le taux de rugosité des paysages et le comportement des méthodes d'optimisation [KW89]. En effet, ces paysages artificiels ont la spécificité d'avoir un niveau de rugosité facilement ajustable. Les paysages NK sont déterminés par deux paramètres :  $N$  et  $K$ .  $N$  détermine le nombre de variables binaires de décision et affecte directement la taille de l'espace de recherche.  $K$  détermine le degré d'interdépendance entre les variables et influence directement le taux de rugosité du paysage. Si  $K$  vaut 0, le paysage généré est totalement lisse et il n'existe aucune interdépendance entre les variables. Lorsque  $K$  vaut  $N - 1$ , le paysage généré est entièrement rugueux et correspond à un paysage dont les hauteurs sont aléatoires. La fonction de fitness  $f_{NK}$  des paysages NK est définie comme suit :

$$f_{NK}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i(x_i, \Pi_i(x))$$

$x_i$  représente le  $i^{eme}$  bit de la solution  $x$ .  $\Pi_i$  est une sous-fonction qui détermine l'interdépendance entre les bits  $i$ , avec  $\Pi_i(x) = \{x_{\pi_1(i)}, \dots, x_{\pi_K(i)}\}$  tel que  $\pi_j(i) \in \{1, \dots, N\} \setminus \{i\}$  et  $|\cup_{j=1}^K \pi_j(i)| = K$ . La sous-fonction  $C_i : \{0, 1\}^{K+1} \rightarrow [0, 1[$  détermine la valeur de la contribution de  $x_i$  selon son ensemble de dépendances  $\Pi_i(x)$ . Les paysages NK sont déterminés par des  $(K + 1)$ -uplets  $(x_i, x_{\pi_1(i)}, \dots, x_{\pi_K(i)})$  et une matrice  $C$  de contributions de fitness, qui décrit les  $2^N \times (K + 1)$  valeurs de contributions possibles.

L'opérateur de voisinage considéré est le 1-flip, qui consiste à modifier la valeur d'un seul bit de la solution. Le voisinage de chaque solution est de taille  $N$ . Les paysages utilisés présentent des tailles et des degrés d'interdépendances entre variables variés :  $N \in \{128, 256, 512, 1024\}$  et  $K \in \{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ , afin d'observer l'impact de ces caractéristiques sur la capacité des recherches locales à atteindre de bonnes solutions.

### 1.3.1.2 Problème de programmation quadratique binaire

Le problème de programmation quadratique binaire sans contraintes (UBQP) est un problème NP-difficile permettant de reformuler un large panel de problèmes réels [Gar79]. Une instance d'UBQP est composée d'une matrice  $Q$  de taille  $N \times N$  d'entiers relatifs. Une solution est un vecteur binaire  $x$  de taille  $N$ , où  $x_i \in \{0, 1\}$  correspond au  $i^{eme}$  bit de  $x$ . La fonction objectif  $f_{UBQP}$  est décrite comme suit :

$$f_{UBQP}(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij} x_i x_j$$

L'opérateur de voisinage considéré pour déterminer les paysages UBQP est le 1-flip, et le voisinage d'une solution est donc de taille  $N$ . Le paysage ainsi obtenu est  $(\{0, 1\}^N, f_{UBQP}, 1\text{-flip})$ .

Les différentes instances ont été générées avec le générateur proposé par Gintaras Palubeckis [Pal04]. Différentes tailles  $N \in \{128, 256, 512, 1024, 2048, 4096\}$  et densités ont été utilisées pour générer les instances. La densité  $d$  affecte le taux de valeurs nulles dans la matrice  $Q$  :  $d = 0$  génère une matrice remplie de zéros sauf sur sa diagonale, alors que  $d = 100$  génère une matrice ne contenant pas de valeurs nulles (à l'exception de sa diagonale).

### 1.3.1.3 Problème du flowshop de permutations

Le problème du flowshop de permutation (FSP) est un problème d'ordonnement très étudié dans la littérature, avec beaucoup de variantes dont la plupart sont NP-complètes [GJS76]. On s'intéresse ici au problème à  $m \in \mathbb{N}$  machines avec pour objectif la minimisation de la date de fin d'ordonnement. Une instance de FSP est composée de  $n$  tâches  $J_1$  à  $J_n$  à traiter,  $m$  machines  $M_1$  à  $M_m$ , où chaque tâche doit être traitée dans un ordre imposé, et un ensemble de  $n \times m$  tâches  $t_{ij}$ , où  $t_{ij}$  représente le temps de traitement de la tâche  $J_i$  sur la machine  $m_j$ . Deux tâches ne peuvent pas être traitées simultanément sur une machine et dans la variante du problème considérée, toutes les tâches doivent être traitées dans le même ordre sur chaque machine. Chaque tâche est programmée à une date  $s_{ij}$ .

Il existe différentes fonctions objectif pour ce problème, ici nous nous focalisons sur la date de fin d'ordonnement (appelée *makespan*). La fonction objectif considérée  $C_{max}$ , à minimiser est décrite comme suit :

$$C_{max}(\Pi) = \max_{i \in [1, n]} \{s_{im} + t_{im}\}$$

L'espace de recherche  $S_n$  est l'ensemble des permutations de  $n$  éléments, et est donc de taille  $n!$ . L'opérateur de voisinage le plus efficace pour résoudre ce problème est appelé opérateur d'insertion ( $\mathcal{N}_{ins}$ ), et consiste à déplacer une tâche de la permutation à une position différente dans l'ordonnement. Cet opérateur permet de déterminer le paysage de fitness correspondant au triplet  $(S_n, \mathcal{N}_{ins}, C_{max})$ . Les instances utilisées sont produites à partir du générateur proposé par Taillard [Tai93]. Les temps de traitement des tâches sur les machines ont été générés aléatoirement et suivent une distribution uniforme sur l'intervalle des entiers  $[1, 100]$ . Le nombre de machines considéré est  $m \in \{5, 10, 15, 20\}$  et le nombre de tâches considérées est  $n \in \{20, 30, 50\}$ .

### 1.3.1.4 Problème d'affectation quadratique

Le problème d'affectation quadratique (QAP) est un problème de permutations introduit par Koopmans et Beckmann [KB57] et qui a été prouvé comme étant NP-difficile par Sahni et Gonzalez [SG76]. Ce problème consiste à affecter  $n$  unités sur  $n$  sites en fonction d'une matrice de distances  $D$  et d'une matrice de flux  $F$ . Soient  $d_{ij}$ , la distance entre les sites  $i$  et  $j$ , et  $f_{rs}$  le flux entre les unités  $r$  et  $s$ . Une solution  $\Pi$  est une permutation de taille  $n$  qui décrit les affectations d'unités aux sites. La fonction objectif  $f_{QAP}$ , à minimiser, correspond alors à la somme des distances multipliées par les flux correspondants et est définie comme suit :

$$f_{QAP}(\Pi) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} f_{\Pi_i \Pi_j}$$

avec  $\Pi_i$ , le  $i$ -ème élément de la solution  $\Pi \in S_n$ . L'espace de recherche  $S_n$  est décrit par l'ensemble de permutations  $\{1, \dots, n\}$  et est de taille  $n!$ .

L'opérateur de voisinage utilisé dans la suite du manuscrit pour les paysages QAP est l'opérateur d'échange ( $N_{swap}$ ), qui consiste à échanger les sites entre deux unités. Pour toute solution  $\Pi \in S_n$ , la taille du voisinage est la suivante :  $|N_{swap}(\Pi)| = \binom{n}{2} \forall \Pi \in S_n$ . Le paysage associé est déterminé par  $(S_n, N_{swap}, F)$ . Diverses classes d'instances de la QAPLIB sont utilisées [BKR97], elles sont décrites brièvement dans le tableau 1.2.

Nom	Symétrique	Description
bur	non	basées sur des données réelles
chr a	oui	matrices d'adjacence d'un arbre à poids
chr b	oui	matrices d'adjacence d'un graphe complet
esc	oui	basées sur des données réelles
had	oui	basées sur des données réelles
kra	oui	basées sur des données réelles
lipa	non	construites via un générateur d'instances
nug	oui	basées sur les distances de Manhattan de grilles rectangulaires
rou	oui	valeurs comprises entre 1 et 100
scr	oui	distances rectangulaires
sko	oui	valeurs du flux des matrices pseudo-aléatoires
ste	oui	modélisent le <i>backboard wiring problem</i>
tai a	oui	uniformes, générées aléatoirement
tai b	non	générées aléatoirement
wil	oui	distances rectangulaires

TABLEAU 1.2 – Brève description des classes d'instance de la QAPLIB.

### 1.3.2 Caractérisation des paysages

Les instances de problèmes utilisées dans cette thèse sont transformées sous forme de paysages en les associant aux opérateurs de voisinage indiqués ci-avant. Cette reformulation permet d'utiliser des indicateurs de caractérisation, potentiellement utiles pour déterminer ou expliquer la difficulté de résolution d'une instance de problème (pour un opérateur de voisinage donné). Les paysages ayant généralement de nombreuses spécificités, nous nous intéressons ici aux caractéristiques suivantes pour les différents paysages utilisés : la rugosité, la distance entre optima locaux et la neutralité. Comme plusieurs indicateurs existent pour chaque caractéristique, nous détaillons juste après ceux utilisés dans nos travaux. D'autres indicateurs seront par ailleurs introduits au besoin dans le manuscrit.

#### 1.3.2.1 Rugosité

La rugosité est régulièrement évoquée pour caractériser les paysages de fitness. Pour les paysages NK, le degré d'épistasie  $K$  permet de déterminer si le paysage est lisse ou rugueux et correspond alors à un indicateur de rugosité pour ces paysages. Les autres paysages considérés étant issus de problèmes

classiques d'optimisation combinatoire, utiliser des indicateurs afin de caractériser leurs niveaux de rugosité est instructif. Dans la suite du document, nous obtenons des mesures de rugosité à l'aide des deux indicateurs présentés dans la section 1.2 :

- l'autocorrélation, qui calcule la corrélation entre écarts de fitness et distance entre solutions
- la  $\delta$ -épistasie, qui rend compte des taux d'épistasie de signe en fonction de la distance entre solutions

L'autocorrélation est calculée à partir d'un ensemble de marches aléatoires, et la  $\delta$ -épistasie à partir d'un ensemble de marches aléatoires sans remise. Dans ce cas, lorsqu'un mouvement est réalisé il n'est plus disponible ensuite. Par exemple, dans le cas de la relation de voisinage 1-flip, un bit flipé pendant la marche ne peut pas retrouver sa valeur d'origine plus tard dans la marche. Échantillonner de cette manière permet de forcer systématiquement l'éloignement entre la solution courante et la solution initiale.

Les mesures d'autocorrélation sont effectuées de manière similaire pour les quatre problèmes, tandis que la  $\delta$ -épistasie est abordée différemment pour les paysages binaires et pour les paysages de permutations. En effet, il faut redéfinir la  $\delta$ -épistasie pour pouvoir l'appliquer sur les paysages de permutation. Sur ces paysages, il est difficile de forcer l'éloignement de manière aléatoire, tout en assurant la possibilité de s'éloigner au maximum de la solution initiale. Dans la définition initiale de la  $\delta$ -épistasie, les deux solutions courantes des marches sont voisines et les voisins générés à partir de chacune d'elles sont eux-mêmes voisins. Sur les paysages de permutation, cela limite plus le nombre de voisins sélectionnables à chaque étape de la marche, et plus l'itération courante est éloignée des solutions initiales, plus ce nombre réduit jusqu'à devenir nul. Plus précisément, la  $\delta$ -épistasie étant basée sur un principe d'échelle, à l'itération  $\delta$  ( $0 \leq \delta < N - 1$ ), les solutions générées doivent être à la fois voisines entre elles, et à une distance  $\delta$  de la solution initiale à partir de laquelle elles ont été générées en appliquant  $d$  fois l'opérateur de voisinage. Cela s'avère trivial pour les chaînes de bits, où il suffit de mémoriser les bits déjà flippés. Pour les permutations, pour un chemin donné, il n'existe pas nécessairement de voisin qui vérifie ces conditions. La  $\delta$ -épistasie est adaptable aux paysages de permutations, en relaxant certaines contraintes de sa définition originale, comme la contrainte d'éloignement.

Les critères utilisés pour calculer la rugosité avec l'autocorrélation et la  $\delta$ -épistasie étant différents (respectivement la corrélation de fitness et l'épistasie de signe), ces indicateurs ne mesurent pas exactement les mêmes caractéristiques et peuvent indiquer des tendances différentes. Par exemple, sur les paysages où la corrélation entre la fitness et la distance entre solutions est faible, les recherches locales auront plus de difficulté à améliorer longtemps les solutions. Mesurer les taux d'épistasie de signe semble cohérent pour déterminer ou estimer la rugosité, car l'épistasie de signe est une condition nécessaire pour qu'un paysage possède plusieurs optima locaux et que la rugosité est directement liée à la multiplicité de pics. Cette mesure reflète aussi en partie la difficulté de résolution pour des algorithmes de descente, dont le fonctionnement dépend directement du sens de variation de la fitness, et qui sont bloqués par les optima locaux.

Nous utilisons l'autocorrélation et la  $\delta$ -épistasie pour comparer la rugosité de différents paysages dérivés d'un même problème, ou de différents problèmes. Dans le cas présent, la comparaison des



paysages binaires est facilitée grâce aux paysages NK, dont les taux d'épistasie et donc de rugosité sont paramétrables. Ces paysages peuvent donc servir de référentiel pour déterminer si l'évolution des indicateurs au cours de la marche indique un paysage lisse ou rugueux.

### 1.3.2.2 Distances entre optima locaux

La distribution des optima locaux d'un paysage influe généralement sur la difficulté de résolution pour les méthodes de recherche basées sur la notion de voisinage. Si toutes les bonnes solutions sont regroupées dans une même zone du paysage, alors elles sont souvent plus faciles à atteindre pour les processus de recherche à solution unique ou plus intensificateurs (bien que localement, il soit possible que des structures de type entonnoir piègent la recherche et l'empêche de rencontrer de meilleures solutions). À l'opposé, si les optima locaux sont répartis uniformément dans tout le paysage, alors la méthode considérée doit souvent diversifier plus profondément pour explorer différentes zones.

Dans nos travaux, nous mesurons la distance entre les optima locaux sur différents paysages. Ces paysages étant généralement très grands, l'énumération des solutions ou des optima locaux n'est pas envisageable. Nous échantillons donc les optima locaux à partir de multiples descentes qui utilisent la stratégie du premier améliorant (lorsqu'un voisin améliorant est évalué, il est directement sélectionné). Cette descente est complètement aléatoire en dehors de la contrainte d'amélioration, et constitue un moyen simple pour atteindre différents optima locaux. Rappelons que la probabilité d'atteindre un optimum local dépend de la taille de son bassin, ce qui peut induire un biais dans l'échantillonnage, les optima locaux n'ayant pas tous la même probabilité d'être atteints. Considérer une stratégie de sélection stochastique, plutôt que déterministe comme celle du meilleur améliorant, permet néanmoins de limiter ce biais.

Pour un échantillon d'optima locaux, nous calculons les distances deux à deux via l'opérateur de distance directement lié à l'opérateur de voisinage. Nous comparons cette distance et la distance moyenne entre des solutions aléatoires, afin d'observer une éventuelle promiscuité des optima locaux. Pour les paysages NK et UBQP, l'opérateur de distance est la distance de Hamming. Elle correspond au nombre de bits qui diffèrent entre deux chaînes, une distance  $d$  correspond donc à  $d$  applications de l'opérateur 1-flip. Pour les paysages FSP, la mesure de distance utilisée reflète le nombre d'applications de l'opérateur d'insertion (voir définition 13) tandis que pour les paysages issus de QAP, la mesure de distance utilisée correspond à l'opérateur *interchange* (voir définition 14). Pour des permutations de taille  $n$ , les deux opérateurs induisent des graphes de diamètre  $n - 1$  (soit la distance maximale entre deux solutions).

**Définition 13** La distance selon l'opérateur d'insertion entre deux permutations  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  de longueur  $n$  est calculée de la manière suivante :

$$D_{ins}(\Pi_1, \Pi_2) = n - \text{longueur}(LCS(\Pi_1, \Pi_2))$$

où LCS correspond à la plus longue séquence commune entre les deux permutations considérées.

**Définition 14** L'opérateur interchange permet de calculer la distance entre deux permutations  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  de longueur  $n$  de la manière suivante :

$$D_{exch}(\Pi_1, \Pi_2) = n - c(\Pi_1^{-1} * \Pi_2)$$

où  $\Pi_1^{-1}$  correspond à l'inverse de  $\Pi_1$ , déterminé de la manière suivante :  $\Pi_1^{-1}(i) = pos_{\Pi_1}(i)$ . Le produit de deux permutations  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  est déterminé par la relation  $\Pi_1 * \Pi_2(i) = \Pi_2(\Pi_1(i))$ .  $c$  correspond à une fonction qui calcule le nombre de cycles de permutations qui composent la permutation.

### 1.3.2.3 Neutralité

Bien que nous n'étudions pas de mécanisme qui tire directement partie de la neutralité dans nos expérimentations, la présence de cette caractéristique entraîne des difficultés pour les recherches locales. Ainsi, nous estimons les taux de neutralité des différents paysages. Notons que les paysages NK dans leur forme classique n'ont pas des taux significatifs de neutralité, ce qui n'est pas le cas des paysages FSP dont les taux de neutralité plus élevés et négativement corrélés au nombre de machines.

Le taux de neutralité d'un paysage correspond au rapport du nombre d'arcs neutres entre voisins divisé par le nombre d'arcs total du paysage (voir définition 9). Afin de déterminer si les paysages considérés ont des niveaux de neutralité significatifs, ce taux peut être estimé à partir d'un ensemble de voisins obtenu par échantillonnage. L'échantillonnage réalisé consiste à générer de nombreuses solutions aléatoires et effectuer un mouvement selon l'opérateur de voisinage à partir de chacune d'entre elles. Les taux de neutralité reportés dans les tableaux correspondent à la proportion de solutions dont le voisin généré est de même fitness.

Nos travaux se focalisent majoritairement sur l'étude de métaheuristiques, et plus particulièrement des recherches locales pour les grands paysages, grâce à l'analyse de ces derniers. Dans la prochaine section, nous recensons des travaux qui caractérisent des paysages dérivés des problèmes traités dans ce manuscrit ainsi que d'autres problèmes d'optimisation combinatoire. Nous décrivons également différentes études sur les métaheuristiques, mais proposées avec une perspective de paysages.

## 1.4 Panorama des travaux sur les paysages de fitness pour l'optimisation combinatoire

De nombreux travaux sur les paysages de fitness existent dans le domaine de l'optimisation combinatoire. Certaines études se focalisent sur la caractérisation des paysages et d'autres sur l'analyse du comportement de méthodes d'optimisation en fonction de ces caractéristiques. La caractérisation des paysages peut permettre de déterminer et de visualiser les propriétés qui induisent des difficultés pour différentes méthodes de recherche. Cela peut aider à déterminer lesquelles sont plus adaptées pour un paysage donné.

Dans cette section nous recensons des travaux sur les paysages de fitness pour l'optimisation combinatoire. Dans un premier temps, nous présentons des résultats sur la caractérisation des problèmes

combinatoires via l'abstraction sous forme de paysages. Ensuite, nous nous intéressons aux études de métaheuristiques réalisées via les paysages de fitness. Enfin, nous présentons des résultats dans un contexte d'optimisation multiobjectif, dont la formulation sous forme de paysage soulève des problématiques supplémentaires.

### 1.4.1 Caractérisation de Paysages Combinatoires

Un pan de recherche répandu concerne l'analyse des caractéristiques des paysages dérivés de problèmes d'optimisation combinatoire. Cette analyse peut être effectuée antérieurement à l'étude du comportement des algorithmes d'optimisation, afin d'établir des liens entre l'efficacité ou l'inefficacité de certaines méthodes et les propriétés du paysage. Elle peut également être conduite sur des paysages dérivés d'instances de problèmes largement utilisées et permettre d'obtenir des informations supplémentaires sur leur structure ou de mieux la visualiser. Dans cette section, nous présentons différents résultats sur la caractérisation de paysages issus de problèmes combinatoires, en nous concentrant dans un premier temps sur les paysages dérivés de problèmes artificiels puis dans un second temps sur ceux issus de problèmes combinatoires classiques.

#### 1.4.1.1 Paysages artificiels

Les paysages artificiels sont dérivés de problèmes d'optimisation combinatoire conçus afin de pouvoir paramétrer facilement certaines de leurs propriétés. Plusieurs types de modèles pour ce type de problèmes existent, les plus utilisés étant probablement les paysages NK présentés dans la section précédente, leurs variantes et les problèmes de type route royale. Les travaux relatifs à l'étude des paysages dérivés de ces problèmes sont présentés dans la suite de cette section.

#### Paysages NK

Kauffman introduit les paysages NK dans [KW89] et [Kau92], même si leur développement fut déjà abordé dans [KL87]. Ce modèle mathématique permet de représenter des individus caractérisés par  $N$  gènes différents représentés par des chiffres binaires (1 pour la présence, 0 pour l'absence). La fonction de fitness d'un individu est définie selon le degré d'interdépendance entre ces gènes, déterminé par la valeur  $K$ . Cela permet de faire varier le nombre de pics (optima locaux) du paysage associé, ce qui influe fortement sur la difficulté à trouver les bonnes solutions. Les paysages permettent d'étudier certains modèles biologiques et, dans le domaine de l'optimisation combinatoire, ils permettent d'étudier le comportement de méthodes de résolution en fonction des taux d'épistasie, et par extension de rugosité, du paysage. Les paysages NK sont particulièrement adaptés à ce type d'étude, car la rugosité est directement paramétrable avec le paramètre  $K$ . De nombreux travaux étudient et caractérisent ce modèle, que ce soit de manière algébrique ou au moyen d'indicateurs qui permettent de rendre compte de certaines propriétés.

Du côté des études algébriques, Heckendorn *et al.* [HW97], utilisent des fonctions de Walsh et montrent que les paysages NK sont un sous-ensemble restreint de l'espace des problèmes de taille  $N$  et d'épistasie  $K$ . Dans [ES02], les auteurs étudient la distribution de la fitness des solutions pour de pe-

tites valeurs de  $K$  et des valeurs de  $N$  qui tendent vers l'infini. Ils montrent que le nombre d'optima locaux augmente exponentiellement avec la taille des paysages pour une valeur  $K$  donnée. Les auteurs montrent comment déterminer ce taux de croissance à partir de la distribution des fitness, ainsi que la valeur vers laquelle converge la hauteur moyenne des optima locaux. Kaul et Jacobson proposent une méthode pour calculer les bornes des optima globaux de paysages NK en transformant le problème en un modèle de réseaux stochastique proche de problèmes existants [KJ06a]. Les bornes sont calculées pour  $K = N - 1$  et montrent de grandes variations entre les fitness des optima locaux et celle de l'optimum global. Ces travaux sont généralisés dans [KJ06b], où les auteurs proposent de gérer la dépendance lorsque  $K$  augmente pour étudier les optima globaux. Dans [BD14], Buzas *et al.* montrent que le rang du modèle linéaire défini par les algorithmes qui génèrent les paysages NK est corrélé avec le nombre d'optima locaux, qui détermine fortement la complexité du paysage et ainsi la difficulté de recherche. Les auteurs dérivent une expression analytique représentant le nombre attendu d'optima locaux, ce qui permet de calculer rapidement ce dernier pour de très grands paysages NK.

Du côté des analyses statistiques, plusieurs travaux utilisent les réseaux d'optima locaux (LON) pour étudier les optima locaux et leurs bassins d'attraction. Par exemple, dans [TVO08], les auteurs analysent exhaustivement des paysages NK de taille  $N \in \{14, 16, 18\}$ , avec un voisinage de type bit-flip. Les résultats confirment que la recherche sur ces paysages est plus difficile avec des valeurs de  $K$  élevées. De manière plus détaillée, les observations suggèrent que lorsque les valeurs de  $K$  augmentent, la probabilité de transition entre deux bassins d'attraction voisins est plus faible. Dans ce cas, les plus courts chemins vers l'optimum global s'allongent (ce qui est également le cas lorsque la taille  $N$  croît et que la transition entre bassins tend à devenir équiprobable). Dans des travaux ultérieurs, les auteurs observent que la taille du bassin de l'optimum global diminue lorsque  $K$  augmente [Och+08; VOT08]. Les bassins sont plus grands pour des petites valeurs de  $K$ , ce qui indique qu'un haut degré d'interdépendance entre les variables implique une distribution des fitness proche d'une distribution aléatoire. Pour de grandes valeurs de  $K$ , ces paysages sont alors plus difficiles à résoudre. Dans [Och+14], la corrélation de Spearman moyenne (corrélation sur les rangs) des réseaux d'optima locaux suggère que les bons optima locaux devraient être plus faciles à trouver avec des algorithmes de descente. En effet, la plupart des solutions sont à la frontière des bassins de ces bons optima locaux et les bassins voisins sont hautement interconnectés. Les auteurs notent par ailleurs que le nombre d'optima locaux des paysages augmente avec la valeur de  $K$ . Les observations suggèrent que certaines directions sont plus indiquées pour s'échapper d'un bassin donné pour de faibles valeurs de  $K$ , mais lorsque  $K$  augmente, la distribution des probabilités de transitions permettant de quitter un bassin donné devient plus uniforme.

Les auteurs de [HOR16b] identifient les entonnoirs sur des LON de paysages NK sont étudiés en appliquant l'algorithme de regroupement de Markov (Markov Cluster Algorithm), un algorithme de détection de communauté pour les graphes. Ils mettent en évidence que sur ces paysages, des regroupements multiples d'optima locaux existent et que leur nombre augmente avec l'épistasie  $K$ . Les résultats suggèrent que le nombre de regroupements et la taille du groupe contenant l'optimum global sont respectivement positivement et négativement corrélés avec la difficulté de recherche des paysages. Dans une autre étude, Herrmann *et al.* [HOR16a] proposent une méthode pour construire des arbres bar-

rières à gros grains, qui au lieu d'être basé sur les optima locaux sont basés sur leurs regroupements. Ces regroupements sont obtenus avec l'algorithme de regroupement de Markov sur des LON. Les résultats sur les paysages NK suggèrent que la profondeur des arbres barrières employés serait liée à la difficulté de recherche des meilleures solutions. Dans [VEY13], les auteurs utilisent les arbres barrières étendus pour visualiser les particularités topographiques de paysages NK en fonction des valeurs des paramètres et de la manière dont les gènes en interaction sont choisis. Ces interactions peuvent être sélectionnées par *voisinages adjacents* ou par *voisinages aléatoires*. Dans le premier cas, les  $K$  gènes sélectionnés pour être en interaction avec le gène courant sont ceux qui en sont le plus proche dans le vecteur. Dans le second cas, les  $K$  gènes en interaction avec le gène courant sont sélectionnés aléatoirement. Van Stein *et al.* observent que la complexité des paysages NK et des arbres barrières les représentant augmente avec les taux d'épistasie. La complexité des paysages NK générés avec un voisinage adjacent, qui implique que la contribution de chaque bit  $i$  dépendent des  $K$  bits de la chaîne les plus proches, semble légèrement plus élevée que celle des paysages générés avec un voisinage aléatoire. Pour chaque arbre barrière, le bassin d'attraction du point selle le plus haut est relativement grand et il existe une branche principale contenant des petites branches latérales qui ne comportent qu'un ou deux optima locaux. Cela indique que les recherches locales stochastiques ne se retrouvent pas facilement piégées, car les bassins de ces optima sont plutôt petits et les barrières ne sont pas trop hautes.

### Modèles dérivés des Paysages NK

Le modèle initial des paysages NK permet d'étudier l'impact de la taille de l'espace de recherche et du degré de corrélation des variables, au détriment d'autres propriétés qui peuvent influencer significativement sur des méthodes de résolution. Par exemple, leurs taux de neutralité des paysages NK sont quasiment nul et non ajustables. Or, la neutralité peut rendre la recherche difficile et l'étudier est important pour aider les processus à surmonter les difficultés de navigation qu'elle entraîne. Naturellement, plusieurs modèles de paysages NK neutres ont émergé au fil des années afin de faciliter ce type d'analyse. Newman *et al.* introduisent les NK quantifiés ( $NK_q$ ) [NE97], une variante du modèle NK avec un paramètre additionnel  $q$ , qui permet de paramétrer la neutralité. Ce paramètre spécifie la taille des co-domaines de la fonction de contribution, limitant les valeurs possibles des contributions de chaque gène. Cet ajout permet alors d'augmenter le nombre de transitions neutres dans le paysage, au vu du plus faible nombre de valeurs possibles prises par la fonction objectif. Le cas extrême est lorsque les contributions ne peuvent prendre qu'une valeur, le paysage est alors entièrement plat. Barnett *et al.* introduisent les NK probabilistes ( $NK_p$ ) [Bar98], une autre extension du modèle NK permettant de paramétrer la neutralité. Le paramètre  $p$  correspond à la probabilité pour chaque valeur de contribution d'être nulle.  $p = 0$  produit un paysage NK classique, tandis que  $p = 1$  produit un paysage entièrement plat. Basseur et Goëffon introduisent les NK arrondis ( $NK_r$ ) [BG13], un modèle où la neutralité est gérée par le paramètre  $r$  en arrondissant la fonction de fitness du modèle NK classique. L'ensemble des coûts possibles de l'instance NK originale est alors discrétisé en  $r$  différentes valeurs. Les paysages résultants peuvent donc aider à optimiser les instances NK basiques, car ils en font une approximation. Beaudoin *et al.* proposent les ND landscapes [Bea+06], une famille de paysages de fitness avec des distributions spécifiques de degrés de neutralité. Platel *et al.* proposent des paysages inspirés à la fois par les pay-

sages NK et utilisant des fonctions de route royale (présentées dans la sous-section 2) [Pla+03]. Ces paysages permettent de paramétrer aussi bien la neutralité que l'épistasie.

Plusieurs études caractérisent certains de ces paysages. Par exemple, les auteurs de [OVT09] et [VOT11] étudient les modèles  $NK_q$  et  $NK_p$  avec des LON et observent que la neutralité rend ces paysages plus lisses que les NK classiques. Les réseaux d'optima locaux de ces paysages neutres ont moins de nœuds, mais leur nombre augmente lorsque les valeurs de  $N$  et  $K$  augmentent, ce qui influe toujours sur la difficulté de résolution de tels paysages. La neutralité augmente la probabilité de s'échapper du bassin d'un optimum local avec un opérateur de recherche locale stochastique. La tendance globale est proche de celle du modèle NK initial, mais les bassins sont plus grands lorsque la neutralité est élevée, et deviennent plus petits quand  $K$  augmente. Les optima locaux semblent plus densément connectés lorsque les paysages ont de la neutralité, ce qui confirme la facilitation possible de leur résolution. Pour la famille des  $NK_p$ , la neutralité diminue la longueur du chemin moyen entre les optima, tandis que pour les  $NK_q$  cette longueur augmente. Dans [Och+15a], des LON, dont les transitions sont basées sur une recombinaison déterministe plutôt que sur des mutations, sont utilisés pour étudier les  $NK_q$ . Plus précisément, l'opérateur considéré est un croisement de partition, où deux parents sont décomposés en plusieurs solutions partielles qui sont assemblées pour déterminer. L'analyse montre que les optima locaux sont densément connectés avec un tel modèle. Avec les modèles aléatoires, les instances ont un nombre d'optima plus faible en moyenne, mais leurs réseaux sont plus épars et se décomposent en plusieurs regroupements. De nombreuses variations sont observées en ce qui concerne la taille et la connectivité d'instances générées avec les mêmes paramètres.

D'autres modèles basés sur les NK existent, mais ne prennent pas en compte la neutralité. Par exemple, [Val08] introduit le modèle pseudo-NK (pNK), capable de répliquer la plupart des propriétés des paysages NK tout en offrant plus de possibilités. Ce modèle utilise des réels plutôt que des valeurs binaires pour définir les solutions du paysage et permet différents degrés de niveaux d'interaction entre les composantes, au lieu d'une simple absence ou présence. Ces extensions maintiennent l'approche initiale des paysages NK, mais en étendent également l'application. Pitzer *et al.* proposent les NK non isotropiques (NKi), des variantes de paysages NK qui exposent plusieurs degrés d'anisotropie [PA13]. L'introduction de l'anisotropie dans des paysages initialement isotropiques (NK) consiste à intégrer des modifications de telle sorte que les différentes positions de la chaîne de bits induisent différentes propriétés. Manukyan *et al.* proposent les paysages NM [MEB14], où  $M$  fait référence à l'ordre maximal des interactions épistatiques entre  $N$  caractéristiques, et qui peuvent être définis avec des alphabets de différentes arités.

Les paysages NK sont un sous-ensemble d'un modèle plus général de paysages décrits par Altenberg [Alt94 ; Alt96] et Heckendorn *et al.* [HW97]. Ce modèle est appelé paysages NKP par Smith *et al.* [SS99]. Les paysages NKP nécessitent un paramètre supplémentaire par rapport aux paysages NK. Ce paramètre  $P$  détermine le nombre de sous-fonctions (d'épistasie  $K$ ) qui contribuent à la fonction de fitness. Smith *et al.* analysent des paysages plus généraux issus de ce modèle en examinant la distribution des optima locaux, et via une analyse de Walsh. Le paramètre  $P$  a peu d'effet sur la distribution des optima locaux, mais augmente l'intervalle des fitness possibles. De plus, ce paramètre semble être plus important que  $K$  pour augmenter la complexité de résolution des paysages. Whitley *et al.* [Whi15]

proposent un modèle généralisé qui permet de représenter certains problèmes existants : les paysages NK, MAX-kSAT et les verres de Spin. Ces problèmes appelés paysages Mk sont composés d'une recombinaison linéaire de M sous-fonctions qui utilisent au plus k variables. Ce modèle est étendu dans [WCG16].

Il existe des modèles de paysages NK pour l'optimisation multiobjectif, par exemple les paysages MNK [AST], où le paramètre M détermine le nombre d'objectifs. Un autre modèle, dérivé du précédent est celui des paysages  $\rho$ -MNK [Ver+11b]. Ce sont des paysages MNK où la corrélation entre chaque paire d'objectifs est paramétrable. Cette extension permet d'étudier la structure du problème en fonction de la dimension de l'espace objectif, de l'épistasie, mais aussi de la corrélation entre les objectifs. Dans [Ver+12], les optima locaux Pareto (PLO) des paysages  $\rho$ -MNK sont étudiés. Les auteurs montrent qu'il existe une co-influence entre la corrélation des objectifs, la dimension de l'espace objectif et le nombre d'optima de Pareto. Ils proposent alors une méthode basée sur la longueur de marches adaptatives Pareto pour estimer le nombre de PLO et étudient leur nombre sur de grandes instances. D'autres travaux sur la corrélation entre les fonctions objectif des  $\rho$ -MNK étudient la co-influence de la dimension du problème, du degré de non-linéarité, du nombre d'objectifs et de la corrélation des objectifs sur la structure de l'ensemble Pareto optimal [Ver+13].

### Autres modèles

Mitchell *et al.* mettent en lumière de nombreuses caractéristiques de paysages qui s'avèrent avoir une influence sur la performance des algorithmes génétiques [MFH92]. Les auteurs proposent un modèle de paysages, les routes royales, à partir de combinaisons de ces caractéristiques afin d'étudier de manière détaillée la dynamique d'algorithmes génétiques. Deux paramètres sont utilisés pour générer ces paysages : le nombre de blocs  $n$  et la taille  $k$  d'un bloc. Les solutions de ce paysage sont des chaînes de bits composées de  $n$  blocs de longueur  $k$  et sont ainsi de taille  $N = nk$ . Pour chaque bloc, il existe une configuration des bits particulière qui est optimale. La fonction de fitness correspond à la somme des contributions de fitness de différents blocs et est définie comme suit :

$$f(s) = \sum_{i=1}^N f_i \delta_{s_i, x_i}$$

où  $x_i$  correspond à la configuration optimale du bloc  $s_i$  de la solution  $s$ .  $f_i$  correspond à la contribution de fitness du bloc  $s_i$ .

$\delta_{s_i, x_i} = 1$  si  $s_i = x_i$ , sinon  $\delta_{s_i, x_i} = 0$ . Notons que plus la longueur des blocs est élevée, plus les paysages sont neutres.

Les modèles présentés ici sont majoritairement des variantes des paysages NK et sont tous des problèmes artificiels. Bien que ce type de modèles permette d'étudier plus facilement le comportement des méthodes, leur structure est généralement isotropique et éloignée de celle des paysages dérivés de problèmes réels. Dans la suite, nous présentons différents travaux sur la caractérisation de paysages de problèmes ou de classes de problèmes combinatoires.

### 1.4.1.2 Études de Paysages pour la Résolution de Problèmes d'Optimisation Combinatoire

Il existe de nombreux problèmes d'optimisation combinatoire classiques étudiés en étant adaptés sous forme de paysages. Ce type d'étude permet notamment d'observer des différences de structures induites par la manière de générer les instances (réelles ou aléatoires). De nombreux travaux caractérisant des problèmes combinatoires existent et souvent, la frontière entre analyse de paysages et étude spécifique au problème est mince. Les problèmes classiques (les plus largement) étudiés via une analyse de paysage incluent non exhaustivement le problème du voyageur de commerce, les problèmes de tournées de véhicules, le problème d'affectation quadratique, les problèmes d'ordonnancement. Des résultats concernant la caractérisation de paysages dérivés de ces problèmes sont présentés dans la suite de cette section.

#### Problème du voyageur de commerce

Le problème du voyageur de commerce (TSP) s'inscrit dans la classe des problèmes de tournées de véhicules, qui sont abordés dans la suite de cette section. Néanmoins, les divers résultats obtenus sur ce problème sont présentés à part, étant donné qu'il est un des problèmes d'optimisation combinatoire les mieux connus et plus largement étudiés. Précisons que les instances symétriques du TSP sont des instances où les distances entre deux villes sont les mêmes dans les deux directions et correspondent alors à un graphe non orienté. Dans les instances asymétriques, les chemins entre deux villes n'existent pas nécessairement dans les deux directions, ou les distances entre deux villes diffèrent selon la direction. Ces instances correspondent alors à un graphe orienté.

Les premières études de paysages TSP commencent dans les années 90 [SS92], avec des marches aléatoires pour étudier les paysages définis avec les opérateurs de voisinage échange et 2-opt. Les résultats montrent que les paysages symétriques sont AR(1), ce qui signifie que leur fonction d'autocorrélation diminue exponentiellement en fonction du nombre de pas, tandis que les paysages asymétriques peuvent être AR(1) ou une superposition de paysages AR(1) selon l'opérateur de voisinage. Les travaux analytiques montrent que les paysages TSP définis avec un voisinage 2-opt sont partiellement décomposables sous forme de paysages élémentaires [WSH08] et qu'avec un voisinage 3-opt, les paysages sont quasi élémentaires [WC12c]. Avec une approche similaire, Whitley *et al.* [Whi+14] montrent que ces paysages définis avec un voisinage 2-opt sont décomposables en voisinages partiels, et proposent des méthodes d'évaluation de ces voisinages partiels en exploitant la connaissance sur les paysages élémentaires.

Plusieurs travaux qui analysent les paysages TSP échantillonnent ces derniers, et parmi eux plusieurs s'intéressent à leur structure globale. Par exemple, sur des paysages dérivés d'instances symétriques avec un voisinage 2-opt, Boese *et al.* étudient les corrélations entre fitness et distance des optima locaux (incluant l'optimum global) [BKM93]. Les auteurs observent que l'ensemble des optima locaux forme une structure globalement convexe, et qu'ils sont proches les uns des autres. Ces résultats indiqueraient une structure de massif central, ce qui expliquerait pourquoi des recherches locales intensificatrices atteignent de bonnes solutions sur ces paysages. Par la suite, Hains *et al.* [HWH11] revisitent cette hypothèse, en examinant la zone contenant l'optimum global de différents paysages TSP (avec un voisinage 2-opt). En particulier, les auteurs cherchent à expliquer pourquoi les recherches locales sont



piégées dans des bassins d'attraction desquels elles ne parviennent pas à s'échapper. Ils observent une structure de massif central sur la majorité des paysages, mais dans la zone qui contient les bonnes solutions, le paysage se décompose en plusieurs vallées avec de grands bassins d'attraction. Dans cette zone, le paysage prend plutôt une apparence d'entonnoirs multiples. Dans [Och+15b], des LON sont étudiés pour de petites instances symétriques du TSP. Les résultats suggèrent également une structure d'entonnoirs multiples autour des solutions aux fitness proches de celle de l'optimum global. Dans [Vee+16], les LON de 25 instances asymétriques de tailles modérées sont étudiés. Des instances asymétriques de la TSPLIB [Rei91] et des instances générées en utilisant le générateur DIMACS d'instances de TSP symétriques<sup>1</sup>. Ces dernières sont transformées via l'insertion d'écarts aléatoires suivant une distribution gaussienne. Les LON sont obtenus via GAPX, un algorithme hybride entre une recherche locale et un algorithme génétique, et via une recherche locale itérée basée sur l'heuristique Lin-Kernighan (LK) [LK73]. Sur la majorité des instances étudiées, au moins un optimum global est trouvé. Les opérateurs considérés induisent des paysages lisses pour la plus petite instance considérée. Sur les instances les plus grandes, les recherches locales itérées se terminent dans 100 entonnoirs différents (pour 100 exécutions) et rencontrent ainsi plus de difficulté que l'autre méthode.

Dans [OV16b], Ochoa *et al.* étudient les LON de quatre instances de tailles modérées pour le TSP. L'étude montre que la structure de massif central se décompose en plusieurs sous-vallées de tailles et distributions de fitness différentes, et pas uniquement pour les solutions dont les fitness sont proches de celle de l'optimum global. De plus, l'optimum global n'est pas systématiquement localisé dans la plus grande vallée et lorsqu'il est dans une petite vallée, il est naturellement plus difficile de l'atteindre. Les auteurs suggèrent d'utiliser la recherche Lin-Kernighan et des mouvements de type double-pont (4-opt) pour s'échapper des vallées. Dans [OV16a], l'étude des LON d'instances de tailles 500 à 700 mettent aussi en évidence de multiples entonnoirs. Les auteurs observent que les instances générées aléatoirement avec des villes uniformément distribuées sont difficiles à résoudre à cause de leur multimodalité. Les instances générées aléatoirement avec des regroupements de villes ont plutôt tendance à voir leurs bons optima locaux regroupés dans un unique et large entonnoir. Enfin, les instances structurées de la TSPLIB sont intermédiaires, avec une structure d'entonnoirs multiples et une difficulté de résolution liée à la taille et l'accessibilité de l'entonnoir du bassin qui contient l'optimum global. Les LON mis en place dans [OV17] mettent en évidence de forts niveaux de neutralité dans les instances structurées du TSP.

### **Problèmes de tournées de véhicules**

Les problèmes de tournées de véhicule (VRP) sont une extension du problème du voyageur de commerce. Résoudre ce type de problème consiste à trouver un ensemble optimal de chemins pour une flotte de véhicules afin de livrer un ensemble de clients. De nombreuses variantes de ce type de problèmes existent, notamment multiobjectives [JST08]. Il est par exemple possible d'avoir des objectifs ou contraintes liés aux clients, aux ressources, de capacité ou de fenêtres de temps. Eksioglu *et al.* proposent un état de l'art sur cette classe de problèmes [EVR09]. Nous présentons ici des études qui analysent certains paysages dérivés de cette classe de problèmes.

Czech *et al.* [Cze08] effectuent des mesures statistiques sur des paysages d'un problème de tour-

---

1. Le générateur d'instances du TSP DIMACS peut être trouvé sur le site : <http://archive.dimacs.rutgers.edu/Challenges/TSP/download.html>

nées de véhicules avec fenêtres de temps en les explorant avec un algorithme de recuit simulé parallélisé. 39 instances, réparties en trois classes, sont étudiées. Les coordonnées géographiques des clients sont soit générées aléatoirement, soit clusterisées, soit un mélange entre les deux. Pour chacune de ces classes, il existe des instances avec de petites fenêtres de temps et des instances avec de grandes fenêtres de temps. Les auteurs observent que les instances dont les coordonnées géographiques sont générées de manière clusterisée sont systématiquement résolues. Les instances les plus difficiles à résoudre avec un recuit simulé sont donc les instances dont les coordonnées sont générées aléatoirement (soit totalement, soit partiellement) avec de petites fenêtres de temps. Pour les paysages dérivés de ce type d'instances, la distribution des solutions n'est pas isotropique. Les bons optima locaux sont plus proches en termes de distance à l'optimum global que des solutions sélectionnées aléatoirement dans l'espace de recherche. Les optima locaux rencontrés forment un massif central avec l'optimum global en son centre. Les auteurs notent que cependant, cela peut aussi être dû à la méthode d'échantillonnage qui ne rencontrerait que les bonnes solutions d'une même zone du paysage.

Runka *et al.* analysent des paysages dérivés d'instance d'un problème de tournées de véhicules pour la collecte de déchets avec fenêtres de temps [ROV09]. Les paysages sont définis au moyen de différents opérateurs de voisinage, tels que l'inversion, l'échange et l'insertion, et sont échantillonnés avec des marches aléatoires. Les résultats expérimentaux indiquent que les opérateurs d'échange (*swap*) et d'insertion induisent des paysages plus lisses que les opérateurs d'inversion et de déplacement. La rugosité relative induite par ces deux derniers indique une probabilité plus élevée de passer outre un optimum local plutôt que converger vers lui.

Kubiak *et al.* proposent une analyse des paysages du problème de tournées de véhicules avec contraintes de capacité, où les véhicules ont une capacité limitée pour le transport de biens [Kub07]. Leurs expériences semblent indiquer que les optima locaux sont regroupés dans certaines zones des paysages, plutôt que distribués aléatoirement. Ces optima locaux ont souvent des propriétés en commun, par exemple au niveau des affectations de clients. Pitzer *et al.* étudient aussi le problème de tournées de véhicules avec contraintes de capacité [Pit+12]. 52 instances sont étudiées en utilisant des mesures standard d'analyse de paysages de fitness ainsi que des mesures spécifiques au problème. Les auteurs observent que l'excentricité de dépôt, une spécificité du problème, peut être dérivée pour décrire la difficulté de ces paysages.

Marmion *et al.* proposent une analyse de paysages dérivés du problème asymétrique de tournées de véhicules avec contrainte de capacité [MJD13]. Ce problème est un cas particulier du problème à tournées de véhicules avec contrainte de capacité, où les distances entre deux clients peuvent varier selon le sens du déplacement. Dans la version considérée par les auteurs, les coûts associés aux différents véhicules peuvent différer. Les auteurs étudient la distribution des solutions dans l'espace de recherche, la distribution de leurs fitness et les corrélations entre la fitness de deux solutions et la distance les séparant. Deux paysages sont dérivés pour chacune des huit instances considérées, composées de 10 véhicules. Les relations de voisinage utilisées sont l'insertion et l'échange (*exchange*). Les valeurs d'autocorrélation obtenues sur ces paysages montrent que les deux opérateurs de voisinage utilisés induisent des paysages rugueux. Les paysages définis avec l'opérateur d'insertion sont cependant lisses localement. La distance moyenne entre les solutions aléatoires et les optima locaux indiquent que sur

ces paysages, les optima locaux sont plus proches les uns des autres que des solutions aléatoires. Ceci indique un certain niveau de regroupement des optima locaux dans l'espace de recherche.

### Problème d'affectation quadratique

Le problème d'affectation quadratique (QAP), présenté dans la section précédente, [KB57] est un problème combinatoire classique largement étudié, où un ensemble d'installations doit être affecté à différents emplacements avec un coût minimal.

Les paysages QAP ont été régulièrement étudiés de manière analytique. Par exemple, dans [AZ01], les auteurs introduisent un paramètre, le coefficient de rugosité, qui mesure la rugosité de paysages QAP. Ce coefficient est dérivé du coefficient d'autocorrélation, dont les auteurs proposent une expression exacte pour le QAP. Les paysages étudiés sont déterminés par un opérateur de voisinage 2-échange et la mesure utilisée par Angel *et al.* indiquent qu'ils sont plutôt lisses. Les auteurs montrent également que les paysages dérivés du QAP avec un opérateur de voisinage 2-échange ne sont pas élémentaires [AZ00]. Plus tard, Chicano *et al.* [CLA10] décomposent théoriquement les paysages QAP avec un voisinage de type échange (swap) et montrent que le QAP peut être défini comme étant la somme d'au plus trois paysages élémentaires. Ces composants élémentaires permettent de calculer la fonction objectif moyenne dans le voisinage d'une solution donnée et d'obtenir une méthode pour calculer l'autocorrélation sans échantillonnage stochastique. Les auteurs détaillent cette décomposition de manière plus poussée dans [CWA11]. Chicano *et al.* proposent une expression pour calculer le coefficient d'autocorrélation et la longueur d'autocorrélation de paysages QAP en utilisant la décomposition en paysages élémentaires [CLA12]. Ces mesures sont appliquées sur 137 instances de la QAPLIB [BKR97].

Ces paysages sont aussi étudiés avec des approches par échantillonnage. Merz *et al.* étudient plusieurs paysages QAP dérivés d'instances de tailles diverses (jusqu'à 256) avec l'opérateur 2-opt [MF00]. Les auteurs divisent ces paysages en quatre classes en fonction de leur épistase, de leur longueur de corrélation (un indicateur de rugosité basé sur la fonction d'autocorrélation) et de la corrélation entre fitness et distance. La plus difficile à résoudre se compose de paysages avec une forte épistase, une rugosité élevée et des optima locaux non corrélés. La seconde classe contient des paysages à faible épistase, forts taux de rugosité et sans corrélation entre l'écart de fitness et distance entre optima locaux. Les paysages de la troisième classe sont relativement lisses, avec des optima locaux corrélés. La dernière classe contient des paysages relativement lisses, avec une faible épistase et peu de corrélation entre les optima locaux.

Les réseaux d'optima locaux (LON) sont régulièrement utilisés pour analyser les paysages QAP. Par exemple, Daolio *et al.* [Dao+11b] analysent deux types d'instances QAP : uniformes et réelles. Cette étude montre des caractéristiques permettant de les distinguer clairement. Les résultats indiquent que les instances réelles sont plus adaptées à la résolution via des méthodes exactes, tandis que les instances uniformes sont plus adaptées à la résolution approchée. Ils confirment également que la difficulté de résolution augmente avec la dimension du problème. Ces travaux sont étoffés dans [Dao+11a], où des instances de tailles 5 à 10 sont analysées par une approche exhaustive. Les résultats montrent que pour les instances réelles, les LON ont une structure modulaire claire et que pour les instances

aléatoires uniformes, ils sont moins partitionnés. Sur le même type d'instances, Ochoa *et al.* [Och+11] montrent que le nombre d'optima locaux est corrélé avec la difficulté de recherche, ce nombre augmentant exponentiellement en fonction de la taille du problème. Les instances réelles mènent généralement à de plus petits réseaux, et les bassins des optima globaux y sont plus grands. Sur les LON de ces instances, la distribution des bassins est très asymétrique et avec une recherche locale, la probabilité d'atteindre un bassin voisin est souvent plus faible que celle de rester dans le même. Les auteurs observent que les LON de QAP sont presque des graphes complets et sont plus denses que ceux des paysages NK, ce qui est fortement lié à la nature du voisinage utilisé.

Chicano *et al.* utilisent les résultats des LON et de la théorie des paysages élémentaires pour une grande étude statistique de 600 instances QAP de différents types [Chi+12]. Les résultats confirment que les LON des instances réelles sont plus modulaires, et que des recherches multiples parallèles ou des mouvements issus de voisinages larges devraient être efficaces pour trouver de bonnes solutions. Pour les instances uniformes, les auteurs suggèrent que des recherches locales simples devraient être efficaces pour trouver de bonnes solutions.

Dans une étude, des LON approximatés de différentes instances de la QAPLIB sont générés [IDT14]. La taille maximale des instances considérées est de 32. Les LON sont créés en utilisant un échantillonnage de descentes réalisées avec un premier et un meilleur améliorant pour passer à l'échelle le modèle pour ce problème. Dans [Tho+17], les auteurs observent les entonnoirs de LON des classes d'instance `bur`, `chr` et `nug` et mettent en évidence la présence de bassins d'entonnoirs (ensemble des optima locaux d'un entonnoir) sous-optimaux qui contribuent à la limitation des performances de recherches locales. Pitzer *et al.* mesurent différentes caractéristiques de paysages dérivés d'instances de la QAPLIB ainsi que des mesures spécifiques au problème [PBA14]. Ils utilisent ces mesures pour créer des modèles de régression linéaire pour prédire la difficulté d'optimisation par les métaheuristiques. Les relations de voisinage considérées pour les paysages étudiés sont l'inversion, l'échange-2 (*swap-2*), la translocation et le brouillage (*scramble*). Les modèles utilisant une combinaison de mesures associées aux paysages et spécifiques au problème, sont plus précis en termes de prédiction qu'utilisés seuls. Les mesures de caractéristiques de paysages utilisées seules reflètent mieux la difficulté de résolution pour les méthodes que les mesures spécifiques au problème.

### **Problème d'ordonnement de type Flow-shop**

Le problème d'ordonnement de type flow-shop (FSP) est un problème classique aux nombreuses variantes largement étudié dans ses formes mono et multiobjectives. Il consiste à séquencer des tâches sur des machines, chaque paire (tâche, machine) ayant une durée de traitement prédéfinie. La variante considérée dans nos travaux et présentée dans la section précédente est l'une des plus étudiées : le flowshop de permutation. Notons que l'analyse sous forme de paysage de ce problème est essentiellement focalisée sur sa forme mono-objectif.

Reeves *et al.* analysent différents paysages dérivés du FSP en utilisant différentes métriques d'analyse de paysages [Ree99]. Plusieurs relations de voisinage sont utilisées pour déterminer les paysages, et les instances considérées sont celles de Taillard [Tai93]. Il semblerait que ces paysages aient une structure de massif central, où les optima locaux sont regroupés. Les auteurs observent cependant que

l'ensemble des optima locaux rencontrés représentent une faible partie des optima locaux existants dans ces paysages. Watson *et al.* étudient des paysages dérivés du flow-shop de permutation (PFSP). Ils comparent la structure de paysages dérivés d'instances de Taillard et de paysages dérivés d'instances structurées et d'autres obtenues avec un générateur aléatoire [Wat+99]. Les données des instances structurées sont soit corrélées aux tâches, soit aux machines. Les auteurs observent également une structure de massif central pour les paysages dérivés d'instances de Taillard considérées comme difficiles à résoudre. Cette particularité n'est pas observée dans les paysages dérivés d'instances structurées, qui contiennent néanmoins de nombreux plateaux. Ces travaux sont étendus dans une étude ultérieure, avec l'ajout d'instances structurées dites mixtes, c'est-à-dire dont les données sont corrélées à la fois aux machines et aux tâches [Wat+02]. Les instances sont obtenues via un générateur décrit dans l'article, où un paramètre  $\alpha$  détermine la taille de l'intervalle des valeurs utilisées pour les corrélations. Watson *et al.* observent une distribution en massif central des optima locaux des paysages dérivés d'instances aléatoires et d'instances structurées mixtes et corrélées aux machines générées avec une faible valeur  $\alpha$ . Sur les paysages dérivés d'instances mixtes générées avec une valeur  $\alpha$  plus élevée, la distance entre ces solutions et l'écart de leur fitness ne sont plus corrélées. Sur les paysages dérivés d'instances dont les données sont corrélées aux machines avec une valeur  $\alpha$  plus élevée, de nombreux plateaux d'optima locaux sont observés. Lorsque la valeur  $\alpha$  augmente, le nombre de plateaux des paysages issus de ce type d'instances diminue, et peu d'optima n'appartiennent pas à des plateaux. Marmion *et al.* étudient la neutralité de certaines instances de Taillard de taille  $n \in \{20, 50, 100, 200\}$  et avec un nombre de machines  $m \in \{5, 10, 20\}$  [Mar+11b]. Les auteurs montrent qu'il est aisé de trouver des portails (solutions de meilleure fitness) lorsque des marches neutres sont effectuées à partir d'optima locaux non stricts. Les résultats confirment également qu'un nombre de machines réduit induit des taux de neutralité plus importants.

Dans le domaine des LON, plusieurs travaux de caractérisation des paysages de FSP existent. Par exemple, dans [Dao+13], les auteurs observent les LON d'instances du FSP avec les opérateurs de voisinage de type échange (*swap*) et insertion. Les instances utilisées sont de taille 10, et le nombre de machines considéré est  $m \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Par rapport aux LON induits par le voisinage échange, les LON induits par l'opérateur d'insertion présentent moins d'optima locaux (noeuds), et de plus courtes distances entre les noeuds mais également entre n'importe quel noeud à l'optimum global que ceux induits par le voisinage échange. Cette structure confirme qu'utiliser l'opérateur insertion pour le flowshop de permutation facilite la recherche de bonnes solutions (dans un contexte de recherche locale). Hernando *et al.* étudient des LON compressés d'instances similaires [Her+17]. Les voisinages considérés sont l'insertion et le 2-échange (*2-exchange*), et les fonctions d'évaluation sont la date de fin de la dernière tâche sur la machine  $m$  (*makespan*) et la somme de la date de fin de chaque tâche sur la machine  $m$  (*total flowtime*). Ils observent que lorsque la fonction objectif utilisée est le *total flowtime*, les LON ont plus d'optima locaux et de bassins d'entonnoirs. De plus, la taille de l'entonnoir de l'optimum global ainsi que la proportion de noeuds qu'il contient est plus faible que pour le *makespan*, en particulier lorsque l'opérateur de voisinage est le 2-échange. Ces caractéristiques indiquent que minimiser le *total flowtime* est plus difficile que le *makespan* avec ces opérateurs de voisinage.

### Problème de partition de nombres

Le problème de partition de nombres (NPP) est un problème combinatoire de minimisation NP-complet [Gar79]. Pour un ensemble d'entiers positifs, les entiers sont répartis en deux partitions. La différence entre la somme des entiers de chaque partition correspond à la fonction objectif et doit alors être minimisée. Une partition est dite parfaite si sa fonction objectif vaut zéro (respectivement un) lorsque la somme de tous les entiers considérés est paire (respectivement impaire).

La transition de phase du NPP est la transition d'une région de l'espace des paramètres de contrôle dans laquelle la plupart des instances ont plusieurs solutions vers une région dans laquelle la plupart des instances n'ont aucune solution réalisable. Elle a été étudiée à plusieurs reprises en analysant les paysages issus de différentes instances. Par exemple, Stadler *et al.* étudient des paysages NPP afin d'observer les changements de caractéristiques en fonction de la transition de phase [SHF03]. Les auteurs mesurent les caractéristiques d'arbres barrières du NPP et observent que ces arbres sont proches d'arbres aléatoires. Ils n'observent pas de différences structurelles lors du début de la transition de phase. Alyahya *et al.* étudient empiriquement des propriétés basiques de paysages de fitness dérivés d'instances aléatoires du NPP [AR14b]. Ces instances sont petite taille (20 nombres), afin de pouvoir énumérer exhaustivement les solutions, et deux opérateurs de voisinages sont étudiés. Les auteurs observent que parmi les propriétés considérées, seuls le nombre de plateaux et d'optima globaux changent avec la transition de phase. Dans un autre article [AR14a], Alyahya *et al.* étudient la relation entre la distribution des poids et le nombre d'optima locaux pour des paysages NPP en utilisant un voisinage 1-flip. Les résultats mettent en évidence une corrélation négative entre nombre d'optima et le coefficient de variation des poids.

Les paysages du NPP sont également étudiés avec les LON par Ochoa *et al.* [Och+17], pour observer si la structure globale des paysages évolue avec la transition de phase. Cette étude réalisée exhaustivement sur 30 paysages de tailles  $N \in \{10, 15, 20\}$  confirme les résultats précédents : de nombreuses propriétés des paysages dérivés du NPP ne varient pas en fonction de la transition de phase. Cependant, Ochoa *et al.* mettent en évidence un changement structurel en fonction de cette transition. Les instances faciles sont caractérisées par une structure d'entonnoir dominant, qui mène à un ensemble connecté d'optima globaux ou à un faible nombre d'optima globaux disjoints. Les instances considérées comme difficiles sont caractérisées par de multiples entonnoirs sous-optimaux, qui ont tendance à piéger la recherche. Il existe ainsi une forte corrélation entre le nombre de bassins d'entonnoirs sous-optimaux et la difficulté de résolution des paysages.

### Autres problèmes

De nombreux autres problèmes d'optimisation combinatoires sont régulièrement étudiés sous forme de paysages, que ce soient des problèmes académiques classiques ou réels. Cette partie présente quelques résultats non exhaustifs sur la caractérisation de divers problèmes d'optimisation combinatoire.

Pour le problème du k-SAT, Sutton *et al.* effectuent une décomposition de Walsh de la fonction d'évaluation, ce qui permet de calculer de manière exacte la fonction d'autocorrélation et la longueur de corrélation exactes pour ce type de paysage [SWH09]. Le problème d'affectation de fréquences (FAP) [Hal80] est également étudié de manière algébrique dans [Whi+10], où trois variantes sont analysées.

Les résultats montrent que les paysages de ces problèmes sont élémentaires ou correspondent à une superposition de deux paysages élémentaires. Chicano *et al.* étudient une version générale du FAP, qui peut être exprimée comme la somme de deux paysages élémentaires [Chi+11]. Les auteurs observent que certaines sous-classes du problème correspondent à un unique paysage élémentaire. D'autres problèmes sont étudiés algébriquement et exprimés sous la forme de paysages élémentaires, ce qui permet de faciliter certains calculs lors de la recherche. Par exemple, Whitley *et al.* exploitent les connaissances liées aux paysages élémentaires pour évaluer le voisinage partiel du problème de coloration de graphe et du problème de partitionnement min-cut [WS09]. Dans [CFA11], les auteurs prouvent la décomposition sous forme de paysages élémentaires du problème de minimisation de la suite de test [YH07]. Chicano *et al.* [CA13] prouvent que le problème quadratique binaire sans contraintes (UBQP) peut être décrit comme la somme de deux composants élémentaires et montrent des applications pratiques possibles de cette décomposition. Whitley *et al.* étudient des paysages du problème d'optimisation du chemin Hamiltonien [WC14]. Ce problème est très proche de celui du voyageur de commerce, à la différence qu'un chemin (une solution) ne correspond pas nécessairement à un circuit. Les auteurs montrent que, munis de l'opérateur d'inversion, ces paysages sont élémentaires. Avec l'opérateur d'échange (*swap*), ces paysages correspondent à la somme de deux paysages élémentaires.

## 1.4.2 Études de métaheuristiques via l'analyse de Paysages de fitness

Le concept de paysage en optimisation combinatoire permet d'étudier la difficulté de résolution d'un problème donné en fonction de la relation de voisinage choisie. Dans la section précédente, nous nous sommes intéressés aux caractéristiques des paysages sans nous focaliser sur la méthode de résolution appliquée. Or, déterminer des liens entre certaines caractéristiques du paysage et l'efficacité relative de la méthode de résolution peut amener de nouvelles connaissances, qui à terme peuvent aider à guider dans la conception de métaheuristiques efficaces pour un problème donné. En effet, ces liens peuvent fournir des indications sur les propriétés qui bloquent la recherche dans de mauvaises zones du paysage, ou qui l'empêchent d'en atteindre de meilleures. Les travaux présentés précédemment portent sur la caractérisation de paysages, ici ils portent sur l'étude de métaheuristiques en relation avec ces caractéristiques. Notons que de nombreux articles étudiant la dynamique des métaheuristiques sur certains paysages présentent également une caractérisation de ces paysages, rendant mince la frontière entre ces deux types d'études.

Les différentes métaheuristiques ne sont pas nécessairement bloquées par un seul type de caractéristiques des paysages de fitness. Par exemple, faire évoluer une population de solutions ou une solution unique à chaque pas de la recherche n'induit pas les mêmes difficultés. Ici, nous nous concentrons dans un premier temps sur les algorithmes génétiques pour les métaheuristiques à base de population, puis sur les recherches locales pour les algorithmes à base de solution unique.

### 1.4.2.1 Algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques (AG) consistent à faire évoluer une population d'individus à chaque pas de la recherche à l'aide de divers processus tels que les croisements entre individus ou les mutations

[Hol75]. L'analogie effectuée entre les solutions et les individus évoque naturellement la notion de paysage de fitness. Ces méthodes furent parmi les premières étudiées en adoptant la perspective des paysages de fitness. De nombreuses métaheuristiques basées sur les populations existent, cependant les AG sont particulièrement étudiés au moyen des paysages de fitness.

Rappelons que Mitchell *et al.* proposent les routes royales pour étudier le rôle du croisement dans les AG [MFH92]. Cette étude avance que de nombreuses caractéristiques des paysages semblent influencer sur les performances des AG et montre que le mécanisme de croisement contribue à la capacité des AG à trouver de bonnes solutions sur les paysages considérés. Les auteurs mettent avant tout en évidence que le comportement des AG n'est pas bien compris, même sur les paysages faciles, et qualifient leur étude de première étape permettant de déterminer à quel point le croisement peut mener l'algorithme vers de meilleures zones de l'espace de recherche sur des paysages complexes. Dans [MHF94], un algorithme de descente plus efficace que les AG considérés précédemment sur les routes royales est étudié ainsi qu'un AG idéalisé, qui connaît à l'avance les configurations optimales des blocs. Les auteurs observent les caractéristiques qui augmentent la rapidité de résolution de cet AG et discutent de comment les intégrer dans AG qui ne connaît pas les configurations optimale des blocs.

Manderick *et al.* introduisent la métrique  $\rho_{op}$ , un coefficient de corrélation entre la fitness des parents et celle des descendants [MWS91]. Cette métrique appliquée à plusieurs opérateurs de recombinaison pour le TSP montre que certains produisent des descendants avec une fitness plus fortement corrélée positivement à celle de leurs parents. Mathias *et al.* utilisent différentes métriques dont  $\rho_{op}$  afin de comparer les opérateurs de recombinaison MPX, Edge-2 et Edge-3 pour le TSP [MW92]. Chacune des métriques considérées apporte des informations utiles concernant la recombinaison. Cependant, aucune ne permet de prédire les performances de l'opérateur considéré. Ces études indiquent que MPX et Edge-3 induisent des avantages et inconvénients différents pour les AG. Les auteurs suggèrent qu'une hybridation de ces deux opérateurs pourrait mener les AG à de meilleures performances que lorsqu'ils sont utilisés seuls. Jones *et al.* introduisent une mesure de difficulté de recherche, la corrélation entre fitness et distance (FDC) et observent sa relation avec la performance des AG [JF95]. La FDC est basée sur la corrélation entre la fitness et la distance des solutions à l'optimum global et serait un indicateur fiable de la performance des AG sur une large gamme de problèmes.

Grâce à leur épistase paramétrable, les paysages NK sont souvent utilisés pour tester empiriquement le comportement et la performance des AG. Par exemple, dans [ES96], les auteurs étudient les opérateurs multiparents sur les paysages NK et leurs résultats confirment la supériorité de la recombinaison sexuelle par rapport aux autres opérateurs considérés sur les problèmes moyennement épistatiques. Ochoa *et al.* [Och00] étudient les *seuils d'erreur*, un taux de mutation critique dans les AG au delà duquel les structures obtenues par processus évolutifs sont détruites plus souvent que reproduites par la sélection. Les résultats sur plusieurs paysages, dont les NK, suggèrent que ces seuils d'erreur apparaissent dans les AG, mais uniquement sur des paysages qui présentent un certain degré de neutralité ou de complexité. Dans [MF], les auteurs testent la performance de six algorithmes évolutionnaires sur 15 paysages NK de différentes tailles. Leurs résultats montrent que sur les paysages à faible dimension, la performance de tous les algorithmes sélectionnés est similaire. Lorsque la dimension du paysage augmente, l'efficacité des AG utilisant des croisements ou mutations se dégrade



rapidement. Il est alors essentiel de combiner les AG et les recherches locales pour atteindre des solutions qualitativement proches de l'optimum global. Pelikan analyse également les performances de variantes d'AG et les compare avec d'autres algorithmes évolutionnaires sur 600 000 paysages NK générés aléatoirement avec diverses valeurs de  $K$  et  $N$  et dont l'optimum global est obtenu au moyen d'un algorithme de Branch and Bound [Pel08]. Parmi les deux opérateurs de croisements considérés pour les AG, les expériences montrent que c'est le croisement uniforme plutôt que le croisement en deux points qui permet à l'AG d'atteindre de meilleures solutions sur les paysages NK.

Dans [AT03a; AT03b], les auteurs étudient les effets de la sélection, de la dérive génétique, des mutations et de la recombinaison sur des paysages NK de taille  $N = 96$ . Les auteurs utilisent un AG parallèle à mutations variables (GASRM) en activant et désactivant ses composants majeurs pour observer l'effet des processus mentionnés. Les résultats montrent qu'utiliser une pression de sélection appropriée ainsi qu'une limitation de la dérive génétique (en éliminant les doublons de fitness) rend les AG plus robustes. L'interaction des mutations variables parallèles avec le croisement améliore la robustesse de l'AG, en particulier pour  $12 < K < 32$ . Pour de plus faibles valeurs de  $K$ , un algorithme évolutionnaire n'utilisant que des mutations est très efficace et le croisement peut être omis. L'efficacité relative de l'interaction du croisement est corrélée avec  $K$  et induit pour  $K > 12$  de meilleurs résultats qu'un algorithme uniquement basé sur les mutations. Ces résultats sont intuitifs, car les croisements entre solutions induisent de la diversification, ce qui est crucial pour atteindre de bonnes zones des paysages plus rugueux. Simoncini *et al.* étudient le compromis entre intensification et diversification au sein d'AG cellulaires pour différents paysages NK et QAP [Sim+09]. L'article propose le modèle d'équilibre ponctué, qui prend en compte les variations stochastiques et l'amélioration de la qualité des solutions, ainsi que la sélection centrique, un opérateur de sélection paramétrable permettant d'étudier différents compromis entre intensification et diversification. Les résultats montrent que différentes valeurs optimales existent pour la sélection centrique et par conséquent différentes pressions sélectives optimales. Le modèle d'équilibre ponctué met en évidence les valeurs optimales du paramètre observé de la sélection centrique. Pour les paysages QAP, ce modèle indique que la pression de sélection idéale n'est pas constante durant le processus de recherche. Chicano *et al.* étudient la mutation bit-flip, régulièrement utilisée dans les AG pour les problèmes à représentation binaire et se basent sur des résultats de la théorie des paysages pour calculer de manière exacte la fitness attendue d'une solution mutée [CA11].

#### 1.4.2.2 Recherches locales

Les algorithmes de recherche locale consistent à appliquer à chaque pas une (ou des) mutations à une solution. Diverses variantes de recherches locales existent et sont utilisées pour l'optimisation de problèmes combinatoires. De nombreux travaux observent les liens entre les caractéristiques des paysages et la capacité de différentes recherches locales à atteindre de bonnes solutions, et c'est dans ce contexte que s'inscrivent les travaux effectués au cours de cette thèse. Nous présentons dans cette partie des études permettant de mieux appréhender la dynamique des algorithmes de recherche locale en fonction des paysages de fitness. Nous nous intéressons d'abord aux algorithmes de descente, puis aux recherches locales itérées, aux recherches tabou, au recuit simulé et à d'autres variantes de recherches locales.

## Algorithmes de descente

Verel *et al.* présentent les nuages de fitness (un nuage de points) parents-descendants pour observer l'évolvabilité, la neutralité et la dynamique des niveaux de fitness d'algorithmes de recherche locale [PSM04b; VCC03]. Les Nuages de Fitness (FC) permettant d'étudier la neutralité d'un paysage, les auteurs proposent un algorithme de descente neutre (nHC) qui exploite les informations sur la neutralité données par le FC. Ils utilisent également des FC pour montrer qu'il existe dans les paysages NK un niveau de fitness à partir duquel les recherches locales ralentissent leur progression.

Basseur et Goëffon étudient l'impact du point de départ (solution initiale) d'une descente utilisant un premier améliorant sur de petits paysages NK. Ils observent que le taux de couverture de l'optimum global est souvent élevé [Bas+14]. Cela signifie qu'une descente simple utilisant un premier améliorant est souvent potentiellement capable d'atteindre l'optimum global, indépendamment de son point de départ. Dans [OVT10], les auteurs comparent des réseaux d'optima locaux (LON) issus de descentes qui utilisent un premier et un meilleur améliorant pour des paysages NK de taille  $N = 14$  et  $N = 16$ . Les résultats montrent que sur les paysages lisses et ceux très rugueux, le meilleur améliorant permet d'atteindre de meilleurs optima locaux que le premier améliorant. Ce dernier est plus efficace sur les paysages moyennement rugueux à rugueux. L'intérêt des chercheurs pour ce type de paysages complexes mais structurés est généralement plus grand. En effet, un paysage très lisse est souvent facile à résoudre tandis qu'un paysage très rugueux se rapproche d'un paysage aléatoire et met les recherches à base de voisinage en échec. Les problèmes intéressants sont ceux à rugosité intermédiaire, pour lesquels le premier améliorant est efficace. Basseur et Goëffon étudient empiriquement les mêmes descentes, mais sur des paysages NK de grandes tailles [BG13]. Comme sur les petits paysages, lorsqu'ils sont lisses ( $K = 1$  ou  $2$ ), le meilleur améliorant mène à de meilleures solutions que le premier améliorant. Lorsque l'épistasie augmente ( $K$  allant de 4 à 12), le premier améliorant est le plus efficace pour atteindre de bons optima locaux.

Une étude dans la continuité de ces travaux propose la stratégie de sélection alternative du moins bon améliorant pour les descentes [BG14]. Cette règle consiste à sélectionner le voisin améliorant qui a la moins bonne fitness à chaque pas de la recherche et est présentée dans le chapitre 2 de ce manuscrit. Le moins bon améliorant s'avère plus efficace que les règles classiques du premier et du meilleur améliorant sur de grands paysages NK relativement rugueux ( $K \geq 4$ ). Sur les paysages plus lisses, ces deux règles classiques le dominent statistiquement. Le moins bon améliorant est souvent efficace pour atteindre de bons optima locaux sur les paysages, mais nécessite d'évaluer plus de solutions que le premier et le meilleur améliorant. Les auteurs proposent une variante qui consiste à appliquer cette stratégie de sélection, mais sur un nombre réduit de voisins améliorants, afin de réduire son coût calculatoire. Même en considérant un faible nombre de voisins améliorants, cette règle est plus efficace que les stratégies classiques pour atteindre de bonnes solutions sur les paysages NK non lisses. Cette variante approximée est présentée et étudiée dans le chapitre 3 de ce manuscrit. Les études des politiques de mouvement pour les descentes sont approfondies dans [BG15], qui compare le premier et le meilleur améliorant sur des paysages dérivés de QAP, FSP et max-SAT. Les auteurs observent que la stratégie du premier améliorant est plus efficace que celle du meilleur améliorant pour explorer la plupart des paysages considérés. Le meilleur améliorant s'avère plus indiqué pour explorer les paysages lisses

ainsi que certains paysages structurés. L'étude des descentes est également étendue pour étudier l'effet de politiques de mouvement acceptant toutes les améliorations non strictes et ainsi la neutralité sur ces paysages. Les paysages NK classiques sont alors remplacés par des paysages NK<sub>r</sub>, les NK arrondis, pour paramétrer différents niveaux de neutralité pour les paysages. Les auteurs observent que pour une descente stochastique, la stratégie de descente acceptant les mouvements neutres indifféremment des voisins améliorants permet d'atteindre de meilleurs optima locaux en moyenne. Par la suite, Basseur *et al.* présentent et étudient une descente qui ajoute de la neutralité artificielle dans les paysages de fitness en paramétrant le niveau de discrétisation de la fonction d'évaluation [BGT15]. Cette modification de la fonction d'évaluation réduit le nombre de valeurs de fitness possibles, ce qui induit plus de neutralité rencontrée lors du processus de recherche. Les expérimentations sur les paysages NK montrent l'efficacité de cette discrétisation adaptative pour atteindre de bons optima locaux et promouvoir la diversité, sous réserve que le taux de neutralité artificielle induit soit approprié. En effet, si les taux de neutralité apportés sont trop élevés, le paysage induit contiendra de nombreux plateaux où la recherche peut se perdre.

Herrmann et Rothlauf utilisent PageRank comme prédicteur de performances pour des recherches locales, notamment d'une descente utilisant un premier améliorant sur des paysages NK et dérivés du TSP [HR15]. PageRank est une mesure de centralité qui correspond à une variante du vecteur propre et reflète la probabilité qu'une marche aléatoire visite un nœud d'un réseau. Les auteurs observent que la centralité de PageRank explique plus de 90% de la variance de la performance des recherches et prédit efficacement les performances de la descente sur les paysages considérés.

Des résultats théoriques sur les paysages sont également utilisés pour étudier ou améliorer des algorithmes de descentes. C'est le cas dans [WCH12], où les auteurs utilisent des résultats théoriques issus d'analyse de Walsh pour examiner les facteurs qui peuvent influencer à la fois sur le coût calculatoire et sur l'efficacité des recherches locales stochastiques pour l'exploration de paysages NK. Ces facteurs sont la stratégie de descente (premier ou meilleur améliorant), la fonction de fitness et la méthode pour s'échapper des optima locaux. Whitley et Chen proposent une version modifiée du premier améliorant, ayant une complexité moyenne en  $\mathcal{O}(1)$  à chaque étape pour les instances NK [WC12a ; WC12b]. Cette recherche utilise une décomposition de Walsh pour identifier les mouvements améliorants sur les paysages NK et les paysages NK<sub>q</sub>, qui contiennent de la neutralité. Les auteurs avancent que les résultats théoriques présentés et sur lesquels est basée la méthode proposée s'appliquent également au MAX-kSAT. Dans la même thématique, Chen propose une recherche locale basée sur la dérivation et qui accélère les descentes de type premier améliorant pour les paysages NK [Che+13].

### Recherches locales itérées

Les algorithmes de descente sont parmi les premières recherches locales à être étudiées avec une perspective de paysages de fitness. Rappelons qu'ils sont souvent utilisés au sein de recherches locales plus sophistiquées. Par exemple, les recherches locales itérées consistent dans un premier temps à trouver un optimum local via un algorithme de descente puis à appliquer des perturbations sur cet optimum local, afin de pouvoir relancer un processus de descente à partir d'une nouvelle solution. Les recherches locales itérées consistent donc à alterner une descente, qui induit de l'intensification pour atteindre de bonnes solutions du paysage avec une phase de perturbations, qui vise à s'échapper de

l'optimum local atteint et induit une diversification de la recherche en permettant d'atteindre de nouvelles zones du paysage. L'étude de recherches locales itérées constitue ainsi une extension naturelle de l'étude d'algorithmes de descente.

Depuis leur introduction, les réseaux d'optima locaux (LON) sont régulièrement utilisés pour étudier les recherches locales itérées. Par exemple, Vérel *et al.* observent deux modèles de LON pour de petits paysages NK et leur capacité à décrire la dynamique d'une recherche locale itérée [Ver+11a]. Le premier modèle correspond aux LON classiques présentés dans la section 1.2. Le second modèle est appelé LON avec arcs de fuites, où les arcs entre deux optima locaux  $i$  et  $j$  sont déterminés par l'existence d'au moins une solution distante au plus d'un paramètre  $D$  de l'optimum  $i$  et qui permet d'atteindre l'optimum  $j$  avec le processus de descente considéré. Le poids d'un arc correspond alors au nombre de solutions de ce type entre les deux optima. Le processus de descente de la recherche locale itérée étudiée utilise la stratégie du meilleur améliorant, tandis que le mécanisme perturbateur consiste à changer la valeur de un ou deux bits choisis aléatoirement. Les auteurs observent que cette ILS tend à suivre les arcs des réseaux d'optima locaux considérés. Herrmann utilise également les LON de paysages NK avec arcs de fuite pour étudier la performance d'une recherche locale itérée utilisant un meilleur améliorant [Her16]. Plus précisément, il utilise la centralité de PageRank de l'optimum global pour prédire les performances de la recherche locale. Il montre également que le vecteur de PageRank d'un réseau d'optima locaux permettrait de prédire la qualité moyenne de solutions atteignables par l'ILS sur les paysages considérés. Herrmann *et al.* résument ces résultats dans [HOR17]. Thomson *et al.* conduisent une étude empirique sur les LON issus de paysages NK et QAP pour observer la dynamique d'une recherche locale itérée [TDO17]. En particulier, les auteurs examinent les similitudes entre les regroupements d'optima locaux et les entonnoirs, ainsi que leur impact sur des recherches locales, dont une ILS. L'ILS considérée utilise un meilleur améliorant dans son processus de descente et 2 ou 3 perturbations sont appliquées entre les différentes descentes. Les auteurs observent que l'ILS se retrouve piégée dans des entonnoirs au cours de la recherche et que les communautés d'optima locaux la ralentissent. Ils montrent qu'augmenter la force de perturbation de l'ILS l'aide à éviter les entonnoirs et améliore ses performances sur les paysages à entonnoirs multiples. Une étude similaire dans la continuité de ces travaux est conduite sur des paysages dérivés d'instances des classes `bur`, `chr` et `nug` de la QAPLIB dans [Tho+17]. Les auteurs observent une corrélation positive entre la taille moyenne des entonnoirs et la capacité d'une ILS à atteindre de bonnes solutions.

Des variantes d'ILS proposées pour prendre en compte certaines caractéristiques des paysages telles que la neutralité existent également. Marmion *et al.* proposent une ILS (NILS) qui exploite les plateaux de paysages à neutralité élevée afin de guider la recherche vers de meilleures solutions. Son efficacité sur des paysages FSP est étudiée dans [Mar+12]. Cette ILS utilise la règle du premier améliorant dans sa phase de descente, tandis que la phase de perturbation consiste en une marche aléatoire sur les plateaux d'optima locaux. Les résultats montrent que cette exploitation de la neutralité permet de trouver des solutions améliorantes et que plus la marche neutre est longue, meilleure est la solution trouvée.

## Recherche tabou

Pitzer *et al.* conduisent une analyse de paysages QAP et observent l'efficacité de plusieurs recherches locales, dont la recherche tabou, sur ces paysages [PBA12]. Les résultats montrent que dans plusieurs cas, les mesures de difficulté de certaines instances faciles sont très variables. Ces instances s'avèrent faciles pour une recherche tabou robuste tandis qu'elles sont difficiles pour les autres algorithmes considérés. Les auteurs supposent que les méthodes d'analyse de paysages sont capables d'identifier le type de difficulté de ces paysages, qui ne pose pas de problème pour la recherche tabou robuste. Beham *et al.* étudient l'effet du paramétrage de recherches tabou robustes sur des paysages dérivés d'instances de la QAPLIB [BPA13]. Ils proposent des modèles de régression linéaire utilisant l'analyse de paysages de fitness pour prédire le paramétrage de ces recherches tabou sur d'autres instances du QAP.

## Recuit simulé

Herrmann et Rothlauf observent que la centralité PageRank appliquée aux réseaux d'optima locaux est capable de prédire efficacement la performance d'un recuit simulé sur des paysages NK et TSP [HR15]. Thomson *et al.* étudient le comportement d'un recuit simulé sur des paysages NK et de paysages QAP à l'aide de LON [TDO17]. Les expérimentations semblent indiquer que le recuit simulé est plus efficace sur les instances uniformes aléatoires que sur les instances réelles. Les auteurs observent que sur les instances du QAP générées aléatoirement, la différence entre les fitness de solutions voisines est comparativement plus faible que sur les instances réelles. Ils émettent l'hypothèse que cette caractéristique permettrait au recuit simulé de traverser les paysages dérivés d'instances aléatoires, malgré de plus forts taux de rugosité. Dans la continuité de cette étude, Thomson *et al.* observent que la présence de nombreux entonnoirs sous-optimaux semble avoir un plus grand impact que les taux de rugosité dans la diminution de l'efficacité du recuit simulé sur des instances de la QAPLIB [Tho+17].

## Variantes de recherches locales

Les recherches locales présentées précédemment sont parmi les plus utilisées. Cependant, de nombreuses possibilités existent pour créer des algorithmes de recherches locales. Nous présentons ici des articles proposant et analysant quelques-uns de ces algorithmes, en exploitant certaines caractéristiques des paysages de fitness.

Philippe *et al.* proposent la Scuba Search (SS), qui exploite la neutralité des paysages en se basant sur la métaphore de la plongée sous-marine [PSM04a]. Les expérimentations sur des paysages  $NK_q$  et des paysages dérivés d'instances du TSP montrent que SS réalise de bons compromis entre intensification et diversification grâce à l'exploitation des voisins neutres. Une étude suivante montre que l'efficacité de SS n'est pas uniquement liée à son nombre d'évaluations élevé (comparativement aux autres recherches locales considérées) et que de trop forts taux de neutralité mènent à une stagnation de la recherche dans des réseaux neutres [VCC04]. Toujours afin d'exploiter la neutralité des paysages, Marmion *et al.* proposent l'algorithme VEGAS (*Varying Evolvability-Guided Adaptive Search*) qui s'échappe des plateaux selon l'évolvabilité des solutions [Mar+11a]. La recherche locale est testée sur des paysages  $NK_q$  et l'impact des niveaux de neutralité ainsi que celui du compromis entre intensification et diversification sont analysés. L'efficacité de VEGAS montre qu'il est possible d'exploiter les réseaux neutres

permet d'atteindre de meilleures solutions, lorsque les taux de neutralité des paysages de fitness sont raisonnables.

Moser et Gheorghita introduisent l'optimisation diagnostique prédictive (PDO), un algorithme basé sur les recherches locales qui apporte des connaissances sur le paysage tout en cherchant un optimum global d'un problème [MG12]. PDO est testée sur des instances de QAP et permet de prédire avec une certaine précision la qualité des optima locaux. Dans [GMA13b], PDO est étendu en utilisant trois opérateurs de voisinage supplémentaires qui permettent de comparer les performances de différentes recherches locales sur différents paysages. Les paysages considérés sont dérivés d'un ensemble d'instances modifiées du QAP et du FSP. Le coût calculatoire induit par PDO est réduit dans [GMA13a] en utilisant une procédure d'échantillonnage pour l'exploration du voisinage. PDO est également testé sur le problème d'ordonnement linéaire et le flowshop de permutation [MGA16].

### 1.4.2.3 Autres études de paysages

Cette partie présente divers résultats de l'analyse de paysages pour d'autres méthodes de résolution. En particulier, nous présentons brièvement quelques résultats quant à l'analyse d'algorithmes mémétiques ainsi que pour les algorithmes de programmation génétique. Les derniers travaux introduits se focalisent plus sur la sélection de méthodes, et le paramétrage automatique des méthodes en relation avec l'analyse de paysages.

Merz *et al.* effectuent une analyse de paysages NK, de paysages dérivés d'instances du TSP, du QAP et du problème de graphe biparti pour mettre au point des composants d'algorithmes mémétiques [MF99]. Sabar *et al.* proposent un algorithme mémétique qui utilise un schéma adaptatif prenant en compte la diversité de la population courante pour contrôler l'application de la recherche locale [SA17]. Liefoghe *et al.* étudient empiriquement l'utilisation d'`irace` pour configurer des algorithmes mémétiques sur des paysages NK,  $NK_p$  et  $NK_q$ . Ils montrent que l'analyse de paysages peut offrir des opportunités pour améliorer l'efficacité des méthodes automatiques de configuration d'algorithmes [Lie+17].

La programmation génétique (GP) consiste à faire évoluer une population de codes informatique de manière à construire un programme dédié à la résolution d'un problème donné. Dans [Alb+00], les auteurs étudient le rôle de la représentation du programme sur les propriétés d'un type d'algorithme de programmation génétique et montrent que la manière dont sont codés les individus est un aspect essentiel qui impacte le paysage de fitness et sa difficulté de résolution. Vanneschi *et al.* présentent une étude sur la corrélation fitness-distance comme mesure de la difficulté du problème en programmation génétique et confirment empiriquement que cette corrélation peut être considérée comme un indice raisonnable de la difficulté des problèmes [Van+03]. Vanneschi *et al.* proposent le coefficient de pente négative, un indicateur de difficulté pour la programmation génétique basé sur le concept de nuage de fitness [Van+04]. Par la suite, les mêmes auteurs redéfinissent le coefficient de pente négative et montrent empiriquement la pertinence de cette nouvelle définition comme mesure de difficulté pour des benchmarks de GP [Van+06]. Dans [GDP08], les auteurs utilisent des représentations sous forme d'arbres basés sur la corrélation entre fitness et distance pour déterminer dans quelles circonstances la neutralité peut être utile dans un contexte de GP. Les caractéristiques de réseaux neutres sont ob-

servées pour les GP et semblent justifier les différentes difficultés des paysages dérivés d'une même instance avec des ensembles d'opérateurs de voisinage dans [VPC06] et [Van+07]. La neutralité des GP est également étudiée dans [Van+12] sur les problèmes de multiplexage et de l'*even parity*, les résultats indiquant l'existence d'une relation entre les mesures de neutralité utilisées et la performance de la GP sur ces problèmes.

Les paysages sont aussi utilisés pour l'étude d'hyperheuristiques<sup>2</sup>, par exemple dans [OQB09], où les auteurs réalisent une analyse de paysages d'heuristiques issus de la coloration de graphe pour résoudre des problèmes d'emploi du temps. Cette étude révèle que de tels paysages présentent de hauts niveaux de neutralité et que malgré leur rugosité ils ont une allure de massif central, indiquant qu'une solution optimale ne serait pas isolée, mais entourée de plusieurs bons optima locaux. Les résultats suggèrent que les performances d'hyperheuristiques constructives pourraient être améliorées en exploitant ces caractéristiques.

Récemment, quelques études sur la sélection automatique d'algorithmes, utilisant la notion de paysages de fitness, ont vu le jour. C'est le cas de [PBA13], qui évalue la cohérence de l'analyse des paysages pour la sélection d'algorithmes de résolution pour le QAP. L'application de ce type d'algorithmes sur le même problème est également discutée dans [BAW17].

### 1.4.3 Études de Paysages et Optimisation multiobjectif

Le score d'une solution d'un problème multiobjectif est un vecteur dont chaque composante est déterminée par une fonction objectif. Les objectifs sont souvent contradictoires, et optimiser uniquement l'un d'entre eux n'est généralement pas une bonne stratégie pour atteindre de bonnes solutions. Considérer différents objectifs implique généralement une relation d'ordre partiel entre les solutions, engendrant une difficulté supplémentaire par rapport à l'optimisation mono-objectif. Les paysages de fitness dérivés de problèmes multiobjectif sont également plus compliqués à visualiser et analyser, car la qualité des solutions est déterminée par plusieurs fonctions objectif. Ces paysages peuvent être visualisés sous la forme de plusieurs paysages mono-objectifs, où chaque paysage est déterminé par un des objectifs. Appliquer les mesures classiques de l'analyse de paysages est moins pertinent dans ce contexte, car les différents paysages ne doivent pas être optimisés indépendamment. Afin d'étudier ces paysages, il est nécessaire de définir de nouveaux indicateurs ou de déterminer de nouvelles caractéristiques pertinentes.

Jusqu'au début des années 2000, les paysages multiobjectif ne sont pas réellement explorés même si des travaux ont cherché à caractériser la disposition de solutions optimales dans l'espace des objectifs (forme du front Pareto, discontinuité, convexité). C'est dans cette optique que Nam et Park introduisent les NKD, un modèle de paysages NK multiobjectif où le paramètre D détermine le nombre d'objectifs [NP00]. Par la suite, Aguirre *et al.* proposent les paysages MNK, également basés sur les paysages NK de Kauffman [AST]. Ce modèle est régulièrement utilisé de nos jours comme outil pour générer des jeux de données, généralement dans l'optique de mieux comprendre les dynamiques de différents algorithmes évolutionnaires multiobjectifs (MOEAs).

---

2. Une hyperheuristique est une heuristique qui optimise dans un espace de recherche formé d'heuristiques.

Dans la suite de cette section, on distinguera l'optimisation multiobjectif, et l'optimisation *many-objectif*, qui fait référence aux problèmes avec un plus grand nombre d'objectifs (généralement quatre ou plus). Cette distinction est nécessaire, car les méthodes efficaces sur les paysages multiobjectifs ne le sont pas forcément sur les paysages *many-objectifs*.

#### 1.4.3.1 Étude de paysages multiobjectif

##### Descentes multiobjectif

Dans l'article introduisant les paysages MNK, Aguirre *et al.* présentent également une descente élitiste, la descente par bit aléatoire multiobjectif ( $m_{oRBC}$ ), et la comparent à deux MOEA état de l'art (NSGA-II et SPEA-2) pour 2 et 3 objectifs [AST]. Les auteurs observent une meilleure efficacité de  $m_{oRBC}$  pour toutes les valeurs d'épistasie considérées. Les expérimentations mettent également en évidence que lorsque la rugosité d'un paysage augmente, la performance des MOEAs considérés diminue. Dans une autre étude, Aguirre *et al.* présentent quatre  $m_{oRBC}$  utilisant différentes stratégies élitistes pour en étudier l'effet en fonction des caractéristiques des paysages [AT04]. Par la suite, les auteurs proposent d'autres variantes de  $m_{oRBC}$  qui utilisent différents mécanismes pour influencer le processus de recherche [AT05a]. En particulier, ils étudient les effets de la dominance de Pareto, de la non-dominance de Pareto et de l'utilisation d'une archive sur leur capacité à atteindre de bonnes solutions. Ils mettent en évidence que pour n'importe quelle valeur de K considérée, les  $m_{oRBC}$  sont moins efficaces lorsqu'ils se concentrent uniquement sur les solutions dominées. Utiliser une archive de solutions non dominées semble aider à trouver de nouvelles solutions non dominées et permet également d'initialiser efficacement ces descentes. Pasia *et al.* modifient les  $m_{oRBC}$  en introduisant des mouvements Tabou qui permettent de s'orienter vers des solutions plus prometteuses de l'espace de recherche [PAT10]. Pour chaque solution acceptée, une liste tabou contenant les mouvements pouvant mener de nouveau à cette solution est établie. Les auteurs observent qu'utiliser des listes tabou améliore grandement la qualité des solutions extrêmes du front Pareto.

##### Algorithmes évolutionnaires multiobjectif

Lorsque Nam et Park introduisent les NKD, un modèle de paysages NK multiobjectif, ils étudient la dynamique d'un recuit simulé multiobjectif et d'autres MOEA [NP00]. Les auteurs observent une meilleure performance du recuit simulé sur les petits paysages, mais sur les grands paysages à forte épistasie, les algorithmes évolutionnaires sont plus performants que le recuit simulé.

Les premières études sur les  $m_{oRBC}$  suggérant qu'ils sont plus efficaces que NSGA-II et SPEA2 sur les problèmes rugueux, Aguirre et Tanaka étudient la dynamique de ces MOEAs [AT05b]. La sélection, le croisement, la mutation et la recombinaison sont étudiés sur les paysages MNK et expliquent les faibles performances de NSGA-II et SPEA2. Les auteurs observent notamment qu'éliminer de la population les individus de même fitness et les individus non dominés anciens permet d'améliorer les performances de ces MOEA. Les améliorations proposées pour les MOEA ne permettent pas de surpasser les  $m_{oRBC}$ , mais les auteurs proposent des pistes pour les améliorer. Ces travaux sont également présentés dans un article ultérieur, où les auteurs ajoutent une analyse de la structure et de certaines propriétés des paysages MNK en énumérant de petits paysages [AT07]. Liefoghe *et al.* étudient les liens entre les



propriétés de paysages NK multiobjectifs et les performances d'un MOEA simple basé sur la dominance sur des paysages  $\rho$ -MNK énumérables en temps raisonnable [Lie+13 ; Lie+15]. Comme sur les paysages mono-objectifs, la rugosité et la multimodalité du paysage affectent le temps d'exécution de l'algorithme. Le nombre d'objectifs, leur corrélation, l'hypervolume formé par le front de Pareto ont également un impact sur la difficulté de résolution.

Lopez-Ibanez *et al.* effectuent des expérimentations sur la recherche locale Pareto (PLS) sur les paysages  $\rho$ -MNK dans l'optique d'examiner l'impact de certaines caractéristiques des paysages sur les propriétés des optima locaux Pareto [LLV14]. La taille des ensembles d'optima locaux Pareto augmente exponentiellement avec le nombre d'objectifs ou avec la baisse de corrélation entre ces derniers. Les auteurs observent une relation entre le temps d'exécution de PLS et la difficulté des instances.

#### 1.4.3.2 Du multiobjectif au *many-objectif*

Dans le contexte de l'optimisation multiobjectif, l'augmentation du nombre d'objectifs entraîne de nouvelles difficultés pour les méthodes d'optimisation. L'étude de paysages multiobjectifs pour la conception de métaheuristiques efficaces implique également d'étudier l'impact du nombre d'objectifs sur la capacité des méthodes à atteindre de bonnes solutions. Dans cette partie, nous présentons une partie des études de MOEAs pour les problèmes dits *many-objectif* et leurs liens avec l'analyse de paysages de recherche.

Dans l'optique de développer des algorithmes d'optimisation efficaces pour le cas *many-objectif*, Aguirre et Tanaka proposent le classement- $\epsilon$  ( $\epsilon$ -ranking) adaptatif pour améliorer la sélection basée sur la Pareto-dominance et l'utilisent pour améliorer NSGA-II [AT09a]. Le classement- $\epsilon$  adaptatif affine le classement de solutions, après qu'elles aient été classées par dominance Pareto, via un échantillonnage aléatoire combiné à la dominance- $\epsilon$  (la dominance de Pareto à  $\epsilon$  près). Les résultats expérimentaux sur les paysages MNK montrent l'efficacité de cette méthode qui de trois à dix objectifs améliore la convergence et la diversité des solutions pour les taux d'épistasie considérés. Par la suite, les auteurs étudient une méthode qui utilise une stratégie de partitionnement de l'espace objectif pour définir la planification de l'échantillonnage des sous-espaces et utilisent la procédure de classement- $\epsilon$  sur des paysages MNK de quatre à dix objectifs [AT09b]. Ils observent que la combinaison du partitionnement de l'espace, de la stratégie de partitionnement et du classement- $\epsilon$  adaptatif permet d'améliorer la convergence des méthodes et la diversité des solutions sur les paysages étudiés. Cette méthode est aussi étudiée dans [AT09c] parmi d'autres méthodes implémentées. Toutes les méthodes de cette étude améliorent la sélection via des stratégies qui recalculent le rang primaire ou secondaire des solutions. Les expériences sur des paysages MNK de quatre à dix objectifs comparent celle qui utilise un classement- $\epsilon$  pour le classement primaire de solutions avec deux algorithmes basés sur un classement secondaire des solutions. Les résultats montrent que ces trois méthodes sont plus efficaces que NSGA-II et également que les méthodes utilisant un classement secondaire des solutions ont une intensification plus profonde qui leur permet de trouver de bonnes solutions. Aguirre et Tanaka étudient la manière dont les classements de la distribution des solutions basées sur des informations locales affectent la convergence et la propagation des solutions. Ils s'intéressent également au paramétrage et à la sensibilité des méthodes à l'utilisation des solutions extrêmes du front de Pareto [AT10]. Deux méthodes qui recourent à la dominance- $\epsilon$  pour

estimer la densité des solutions et contrôler le nombre de solutions de premier rang sont étudiées sur les paysages MNK.

Aguirre *et al.* étudient les effets de la taille de la population sur la sélection et le succès du passage à l'échelle de MOEA conventionnels et d'un algorithme évolutionnaire many-objectif [Agu+13a]. Les expériences montrent que le processus de sélection conduit la recherche à éliminer des solutions Pareto optimales de la population, en faveur de solutions sous-optimales qui apparaissent non-dominées dans la population courante. L'élimination de ces solutions affecte la découverte de nouvelles solutions non dominées et est corrélée avec la taille de la population et la distribution des solutions retournées par le processus de sélection. Il y a moins d'erreurs de sélection pour les grandes populations et lorsque la distribution des solutions est mieux contrôlée. Dans [Agu+13b], l'effet de la taille de population sur la sélection et la performance de NSGA-II est étudié dans un contexte similaire. Les expériences sur de petits paysages MNK montrent que cet algorithme s'adapte efficacement à des espaces objectif à grande dimension lorsque la taille de la population est significativement plus élevée que celle du front Pareto optimal.

Aguirre *et al.* étudient l'impact de la résolution d'une approximation sur la dynamique de trois algorithmes évolutionnaires élitistes [Agu+14]. La résolution d'une approximation d'un ensemble Pareto optimal correspond au nombre d'individus qui la composent. Les auteurs précisent que sur les paysages *many-objectif*, le nombre de solutions dans l'ensemble Pareto optimal augmente souvent exponentiellement en fonction du nombre d'objectifs. Selon les auteurs, il est important dans ce contexte de déterminer une approximation dont la résolution est suffisante pour donner une bonne description de l'ensemble Pareto optimal. Les trois algorithmes étudiés utilisent un critère de haute-résolution et leur dynamique est observée sur des paysages MNK de trois à dix objectifs et de taille  $N = 20$  bits. Cette étude est conduite en utilisant de nombreux indicateurs d'évaluation de la recherche pour tracer la dynamique de la sélection de survivants et mesurer la capacité des méthodes à conserver les solutions optimales, tout en découvrant de nouvelles solutions avec différentes tailles de population.

Les approches majoritaires pour implémenter la sélection dans les algorithmes d'optimisation *many-objectif* sont la décomposition, les indicateurs de performance et la relaxation de la dominance Pareto. Ces différentes approches sont utilisées pour créer les algorithmes d'optimisation *many-objectif* mentionnés précédemment. Ces méthodes sont plus efficaces sur les problèmes *many-objectif* que les algorithmes classiques multiobjectif qui considèrent des méthodes de classement essentiellement basées sur la dominance Pareto. Dans [Agu+15], le comportement de ces méthodes est observé sur des paysages MNK de taille  $N = 20$  et  $N = 100$  bits afin d'analyser leur passage à l'échelle sur de plus grands paysages. Le passage à l'échelle implique des besoins différents sur les taux d'intensification et diversification pour les différentes méthodes.

Monzon *et al.* proposent l'utilisation de modèles à états fermés pour capturer, analyser et comparer la dynamique d'algorithmes évolutionnaires multi et *many-objectif* [Mon+17]. Des modèles à deux et trois états représentant la composition de la population courante sont décrits par les auteurs. Ils sont appris pour des méthodes représentatives des approches majoritaires dans l'optimisation multiobjectif, telles que la dominance de Pareto, les extensions de dominances, la décomposition et les algorithmes indicateurs. Les paramètres des modèles sont réglés au fur et à mesure en utilisant les données retour-

nées par des algorithmes à diverses tailles de populations sur des paysages MNK énumérables de trois à six objectifs.

Basseur *et al.* formalisent un paradigme de recherche locale multiobjective en combinant l'optimisation multiobjectif basée sur les ensembles et le principe de recherches basées sur le voisinage d'ensembles [Bas+13]. Les auteurs indiquent qu'approximer l'ensemble Pareto d'un problème multiobjectif est un problème d'ensembles dans lequel l'espace de recherche est composé de l'ensemble des ensembles de solutions réalisables, un ensemble étant déterminé par plusieurs compromis entre les objectifs. L'objectif unique est alors de maximiser la qualité de cet ensemble via un indicateur par exemple. Les auteurs introduisent une recherche locale générale basée sur les ensembles, explicitement basée sur l'espace de recherche du domaine des ensembles, la fonction d'évaluation et la relation de voisinage sur des ensembles. Différentes classes de structures de voisinage d'ensemble sont proposées, chacune menant à une variante de recherche locale différente. Des expériences préliminaires sur les  $\rho$ -MNK montre des comportements différents des variantes de recherches locales basées sur les ensembles.

Daolio *et al.* étudient deux algorithmes basés sur la dominance : une stratégie globale EMO qui utilise un opérateur de variation (GSEMO) et une recherche locale Pareto (PLS) [Dao+15]. Les auteurs énumèrent et caractérisent les espaces de recherche de petites instances et observent l'impact de leurs caractéristiques sur les performances des algorithmes. La valeur d'hypervolume et les mesures d'auto-corrélation, qui sont liées à la rugosité des paysages, ont le plus fort impact sur les deux algorithmes. Les auteurs observent que la multimodalité des paysages affecte grandement le temps d'exécution de PLS. Daolio *et al.* mesurent les performances de deux approches classiques basées sur la dominance et utilisant une archive non bornée sur des paysages  $\rho$ -MNK. Le temps d'exécution attendu pour un algorithme évolutionnaire global utilisant un GSEMO et celui d'une PLS sont étudiés sur ces paysages [Dao+17]. Ces travaux définissent de nombreux aspects du problème, qui caractérisent les paysages de fitness qui en sont dérivés. L'intercorrélation de ces aspects et leur association avec le temps d'exécution de l'algorithme sont étudiées sur les instances de test. Les analyses mettent en évidence l'importance de la rugosité et de la multimodalité pour caractériser la difficulté des instances de cette famille de problèmes.

## 1.5 Discussion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions nécessaires pour utiliser les paysages de fitness dans un contexte d'optimisation combinatoire. Nous nous sommes intéressés aux approches de résolution en nous focalisant particulièrement sur les recherches locales, sur lesquelles sont centrés nos travaux. Nous avons ensuite présenté les paysages de fitness, que nous utilisons pour nous abstraire des problèmes en fonction de la relation de voisinage utilisée par les différentes recherches locales que nous étudions. Les paysages et les indicateurs utilisés dans nos travaux ont ensuite été introduits. On s'intéressera particulièrement à la rugosité dans la suite du manuscrit.

Dans la dernière section nous avons dressé un panorama de différents travaux qui recourent à la notion de paysages dans un contexte d'optimisation combinatoire et avons identifié de nombreux

travaux dans le domaine. Plusieurs d'entre eux se restreignent à un seul problème, que ce soit pour le caractériser des paysages ou étudier des méthodes de résolution. Lorsque ces travaux ne sont pas étendus à d'autres problèmes dans des études ultérieures, cela prive d'une perspective plus générale sur le comportement des métaheuristiques. D'autre part, une bonne partie des études sont réalisées sur de petits paysages, énumérables en temps raisonnable. Ces paysages permettent une analyse plus précise, mais ne sont pas nécessairement représentatifs des paysages les plus difficiles à résoudre. En particulier, l'efficacité relative des méthodes d'optimisation peut varier selon la taille et la complexité des paysages étudiés.

Dans nos travaux, nous cherchons à étudier des mécanismes de recherches locales en essayant de traiter des problèmes divers et de tailles suffisante pour mettre en échec les méthodes exactes. Pour cela, nous considérons des paysages dérivés d'instances de quatre problèmes pour observer la dynamique des variantes de recherches locales sur des paysages différents. De plus, la majorité de ces paysages que nous traitons sont grands, et ainsi naturellement plus difficile à résoudre et à caractériser. En particulier, les travaux réalisés permettent d'approfondir de précédentes études sur les recherches locales, présentés dans la section 1.4. Dans le prochain chapitre, nous étudions différentes stratégies de sélection pour les descentes qui font suite aux travaux sur le premier, le meilleur et le moins bon améliorant.

# GUIDER LES DESCENTES AVEC LE MAXIMUM EXPANSION

---

Les algorithmes de descente, présentés dans le chapitre 1, sont des recherches locales basiques régulièrement utilisées dans le domaine de l'optimisation. Souvent, ces algorithmes servent de mécanisme intensificateur au sein de métaheuristiques plus sophistiquées. Pour améliorer la capacité de telles métaheuristiques à atteindre de bonnes solutions, il est nécessaire d'étudier le comportement de ses divers mécanismes. Les descentes, bien que simples dans leur concept, n'échappent pas à ce besoin. Rappelons qu'un algorithme de descente (voir algorithme 2) consiste à déterminer une solution initiale et à appliquer l'opérateur de voisinage sur cette solution selon une stratégie de sélection considérant uniquement les solutions améliorantes. Le processus est itéré jusqu'à l'atteinte d'un optimum local.

---

## Algorithme 2 Algorithme de descente.

---

- 1: Choix de  $x_0 \in \mathcal{X}$  (initialisation)
  - 2:  $x \leftarrow x_0$
  - 3: **tant que**  $x$  n'est pas un optimum local **faire**
  - 4:     Sélection d'un voisin  $x' \in \mathcal{N}(x) \mid f(x') > f(x)$
  - 5:      $x \leftarrow x'$
  - 6: **fin tant que**
  - 7: **retourne**  $x$
- 

Le choix de la solution initiale ne semble pas avoir un impact élevé sur la capacité des descentes à atteindre l'optimum global, au moins sur les paysages NK [Bas+14] où le taux de couverture cet optimum serait élevé. Le taux de couverture d'une solution donnée  $x$  correspond à la proportion des solutions de l'espace de recherche à partir desquelles on peut atteindre  $x$  via un algorithme de descente.

Le choix d'un opérateur de voisinage efficace dépend du problème considéré. Pour une instance donnée, différents opérateurs de voisinage induisent des paysages de fitness différents, car les solutions sont liées entre elles différemment selon le voisinage. Ainsi, choisir un opérateur qui permet de faciliter la navigation dans le paysage, et par conséquent la résolution du problème, est crucial. Rappelons que nous nous plaçons dans un contexte d'abstraction des problèmes via l'utilisation de paysages de fitness. Cela implique une comparaison systématique des différentes méthodes selon un opérateur de voisinage fixé pour un même problème. Même si la relation de voisinage reste un choix crucial des métaheuristiques, choisir la stratégie de sélection est l'aspect le plus déterminant et pertinent dans notre cas pour étudier le comportement d'une descente.

Dans ce chapitre, nous étudions différentes stratégies de sélection pour les algorithmes de descente. L'objectif est de déterminer comment trouver de bons optima locaux, sans tenir compte du coût calculatoire induit.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Dans la section 2.1, nous présentons le contexte qui a mené à ces travaux ainsi que les notions nécessaires à leur compréhension. La section 2.2 propose d'utiliser le score d'expansion des solutions pour définir la règle pivot du maximum expansion (ME) basée sur la maximisation de ce score. La section 2.3 détaille le protocole expérimental utilisé pour évaluer l'efficacité des stratégies présentées dans le chapitre. La section 2.4 analyse et confronte des stratégies de sélection classiques et alternatives avec la règle du maximum expansion. Dans la section 2.5, ME est comparé à des stratégies de manière plus équitable (temps de calcul) afin de déterminer la pertinence du critère d'expansion pour atteindre de meilleures solutions. La section 2.6 confronte différentes stratégies où les solutions sont sélectionnées selon différentes règles qui sélectionnent des compromis entre fitness et expansion. De plus, cette section étudie le rang moyen des solutions sélectionnées par la règle du maximum expansion afin d'étudier sa corrélation avec des règles pivot plus simples. Enfin, la section 2.7 compare ME avec d'autres stratégies qui utilisent la même quantité d'information.

## 2.1 Règles Pivot

Les stratégies de sélection (*règles pivot*) les plus communément utilisées pour les algorithmes de descente sont les règles du premier et du meilleur améliorant [HS04]. À chaque étape de la recherche, ces règles pivot fonctionnent de la manière suivante :

- le *premier améliorant* (F) sélectionne le premier voisin améliorant rencontré,
- le *meilleur améliorant* (B) sélectionne le voisin améliorant de meilleure fitness.

La règle du premier améliorant étant stochastique, l'évaluation intégrale du voisinage à chaque pas de la recherche est évitée, induisant généralement un plus faible budget que le meilleur améliorant pour atteindre des optima locaux. Notons que le premier améliorant génère les voisins dans un ordre aléatoire à chaque pas de la recherche. Dans la suite de ce document nous appellerons ces stratégies *règles classiques* (ou basiques), et par opposition nous appellerons *règles alternatives* toutes les autres stratégies.

Le chapitre précédent mentionne plusieurs études de ces règles pivot classiques dans un contexte de paysage de fitness. Ces études sont majoritairement focalisées sur la capacité de ces stratégies à mener la recherche vers de bons optima locaux en fonction des niveaux de rugosité des paysages. Rappelons que dans [BG13], il est empiriquement mis en évidence que parmi les stratégies classiques, le premier améliorant mène généralement vers de meilleurs optima locaux, sauf sur les paysages lisses. Cette supériorité du premier améliorant paraît contre-intuitive car cette stratégie effectue de plus petites améliorations localement (à chaque pas) que le meilleur améliorant. Néanmoins, le premier améliorant réalise plus de pas que le meilleur améliorant pour atteindre des optima locaux et les résultats suggèrent que dans une majorité des cas, effectuer de plus petites améliorations évite à la recherche d'être piégée prématurément par des optima locaux de faible qualité. Afin de tester cette hypothèse, Basseur

et Goëffon proposent la règle du *moins bon améliorant* ( $w$ ) [BG14]. À chaque étape de la recherche,  $w$  sélectionne le voisin améliorant de moins bonne fitness. Les expérimentations exposées dans cet article révèlent que cette stratégie s'avère souvent plus efficace que les règles pivot classiques, et plus précisément lorsque le premier améliorant mène vers de meilleurs optima locaux que le meilleur améliorant. Ces résultats indiquent une corrélation entre la qualité des optima locaux atteints et le rang des voisins améliorants sélectionnés au cours de la recherche, et mettent en évidence que les niveaux de rugosité affectent également l'efficacité relative de ces règles pivot.

Plusieurs études relatives aux règles pivot classiques mentionnées dans le chapitre précédent montrent que sur les paysages aléatoires homogènes le rang des solutions est corrélé positivement avec l'efficacité lorsqu'ils sont très lisses ou extrêmement rugueux<sup>1</sup>, tandis que cette corrélation est négative pour les paysages dont la rugosité est plus modérée. Intuitivement, éviter les optima locaux des paysages lisses est plus probable, car ils sont moins nombreux. La présence réduite d'épistasie augmente également la probabilité qu'un mouvement qui améliore fortement la fitness d'une solution n'induisse pas la fin de la recherche en la piégeant dans une zone où les optima locaux sont de faible qualité. Additionnellement, sur ces paysages, les bassins d'attraction des optima locaux sont plus grands, ce qui augmente la probabilité d'atteindre un optimum donné (par exemple l'optimum global). Sur les paysages extrêmement rugueux, la probabilité de piéger la recherche dans un optimum local lors d'une itération est particulièrement élevée. Effectuer la plus grande amélioration possible pour atteindre au plus vite les meilleures solutions semble alors plus indiqué. Notons que sur de tels paysages, les recherches locales ne sont pas les métaheuristiques les plus indiquées, car elles convergent généralement vers des solutions de faible qualité.

Les règles pivot évoquées utilisent toutes le critère de fitness pour sélectionner une solution à chaque pas et plusieurs études mentionnées précédemment mettent en évidence une corrélation entre la règle pivot choisie et la qualité des optima locaux retournés en fin de recherche. Ces résultats soulignent l'importance du choix de la stratégie de sélection d'un algorithme de descente pour améliorer sa capacité à atteindre de bonnes solutions. Rappelons qu'hypothétiquement des règles pivot d'efficacité maximale existent. Pour un paysage donné, la descente optimale suit le chemin le plus court à partir de la solution courante jusqu'à l'optimum global. Dans les faits, une règle pivot optimale ne peut être décrite pour tous les paysages et il est peu probable de déterminer le voisinage idéal pour connecter les solutions, en temps polynomial, sauf si  $P=NP$ . Ainsi, lorsqu'une règle pivot est mise en place, on recherche le meilleur compromis possible entre la réduction du nombre de mouvements valides et l'augmentation du taux de couverture de bons optima locaux.

La qualité d'une descente dépend de la quantité d'information disponible. Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons la notion de degré de voisinage (définition 15).

**Définition 15** *Le voisinage de degré  $l$  de la solution  $x$  est l'ensemble des solutions :*

$$\mathcal{A}_l(x) = \{x' \in \mathcal{X}, d_{\mathcal{N}}(x, x') \leq l\}$$

où  $d_{\mathcal{N}}(x, x')$  correspond au nombre de mouvements minimal pour relier  $x$  à  $x'$  en fonction de  $\mathcal{N}$ .

---

1. Par paysage extrêmement rugueux on entend des paysages dont la distribution des fitness est quasiment aléatoire.

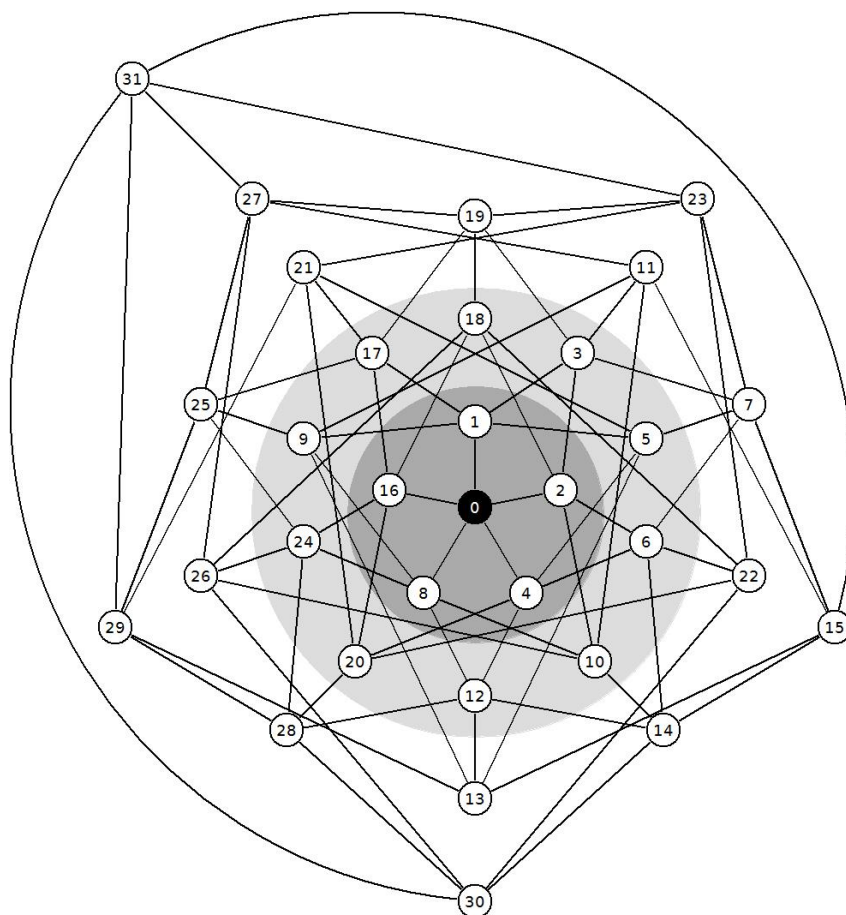


FIGURE 2.1 – Zones de voisinage de la solution 00000 dans un hypercube de dimension 5. Les valeurs correspondent aux valeurs décimales associées aux chaînes de bits représentant les solutions. Les solutions dans la zone gris foncé sont les voisins de 0 dans  $\mathcal{A}_1(00000)$ . Les solutions de la zone  $\mathcal{A}_2(00000)$  sont les solutions dans la zone gris clair, ainsi que celles de  $\mathcal{A}_1(00000)$ .

Nous utilisons principalement cette notion pour définir deux types de zones pour la solution courante d'un algorithme de recherche locale :

- la *zone de mouvement*, composée de l'ensemble des solutions atteignables en appliquant une fois l'opérateur de voisinage à cette solution,
- la *zone de vision*, composée de l'ensemble des solutions qui pourraient être utilisées par la règle pivot pour déterminer quelle solution sélectionner dans la zone de mouvement.

La figure 2.1 met en évidence la différence (potentielle) entre ces deux zones. Les méthodes F, B et W, dont le comportement est illustré dans la figure 2.2, considèrent uniquement le premier degré de voisinage ( $\mathcal{A}_1$ ) comme zone de vision et comme zone de mouvement.

Dans ce chapitre, nous cherchons à améliorer les connaissances sur les critères qui rendent une règle pivot efficace au sein d'un algorithme de descente. En particulier, nous proposons des règles pivot à zone de vision  $\mathcal{A}_2$  et les confrontons avec les règles pivot à zone de vision  $\mathcal{A}_1$  et des règles pivot à



zone de vision  $\mathcal{A}_2$ , qui utilisent la même quantité d'information. Des expérimentations sont conduites afin de comparer l'influence des différentes règles pivot sur la capacité des descentes à atteindre de bonnes solutions sur de grands paysages.

## 2.2 Règle pivot du maximum expansion

La capacité de  $w$  à atteindre de meilleures solutions est probablement due au fait que cette stratégie est moins susceptible d'être prématurément piégée dans des optima locaux de faible qualité. Améliorer plus lentement la fitness induit plus de pas au cours de la recherche, comparativement à  $F$  et  $B$ . Une telle règle contribuerait alors à une plus longue conservation des possibilités d'amélioration au cours de la recherche.

Ce chapitre est consacré à l'étude d'une règle pivot alternative qui cherche explicitement à conserver les capacités d'amélioration. L'objectif des expérimentations est de déterminer la pertinence d'un tel critère pour atteindre des optima locaux de qualité. Pour cette nouvelle règle, le critère considéré pour sélectionner une solution voisine n'est pas directement basé sur la fitness, sauf pour s'assurer de la sélection d'un voisin améliorant, mais sur le critère d'expansion qui utilise des données liées à l'aspect améliorant ou détériorant des mouvements. Le *score d'expansion* d'une solution correspond au nombre de voisins améliorants de cette solution (voir définition 16).

**Définition 16** *Le score d'expansion (strict) d'une solution  $x$  d'un paysage  $(\mathcal{X}, \mathcal{N}, f)$  est déterminé de la manière suivante :*

$$\epsilon(x) = \#\{y \in \mathcal{N}(x) \mid f(y) > f(x)\}$$

Précisons que les descentes considérées dans nos expérimentations étant strictes, le score d'expansion utilisé l'est également. Pour simplifier, nous utiliserons le terme de score d'expansion dans la suite de ce manuscrit, bien que nous considérons le score d'expansion strict.

La règle pivot associée, le *maximum expansion* (ME) consiste à sélectionner le voisin améliorant qui a le meilleur score d'expansion à chaque étape de la recherche (figure 2.2). Lorsque toutes les solutions du voisinage de la solution courante ont une expansion nulle, la descente effectue un dernier pas et sélectionne la solution améliorante de meilleure fitness, qui est donc un optimum local. Souvent, plusieurs voisins de la solution courante ont le même score d'expansion. Cela n'est généralement pas un obstacle pour la recherche, sauf lorsque plusieurs de ces voisins ont le score d'expansion maximal. Dans ce cas, uniquement l'un d'entre eux est sélectionné en appliquant une règle pivot secondaire. Deux variantes de ME sont alors proposées et étudiées dans ce chapitre :

- le ME classique ( $E$ ) qui sélectionne aléatoirement un des voisins améliorants d'expansion maximale,
- le ME *best* ( $E_b$ ) qui sélectionne le voisin de meilleure fitness parmi tous les améliorants d'expansion maximale.

Étudier ces deux versions de ME permet d'observer l'influence de la fitness comme critère secondaire pour départager des solutions.

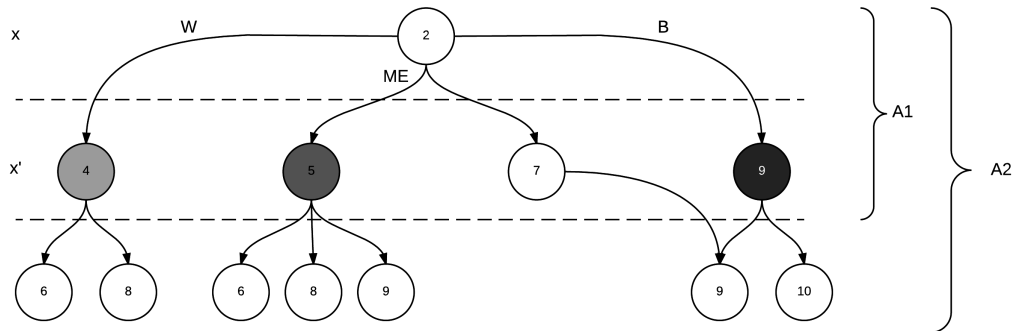


FIGURE 2.2 – Illustration du comportement des méthodes B, W et ME à partir d'une solution  $x$ . Seuls les mouvements améliorants sont représentés. F peut sélectionner n'importe quelle solutions de la zone  $\mathcal{A}_1$ .

Contrairement aux règles pivot présentées dans la section 2.1, ME a une zone de vision  $\mathcal{A}_2$  qui lui apporte plus de connaissances pour naviguer de solution en solution. À l'instar de ces règles, ME sélectionne uniquement des voisins directs de la solution courante. Considérer des voisins de degré 2 sert uniquement à guider la recherche et ne modifie donc pas le paysage de fitness associé. La zone de vision utilisée par le maximum expansion implique l'évaluation systématique de deux degrés de voisinage, ce qui induit un coût calculatoire particulièrement élevé. Bien qu'en pratique ce coût soit un critère à considérer pour l'optimisation d'un paysage, dans ce chapitre nous cherchons avant tout à déterminer la pertinence du critère d'expansion pour atteindre de bons optima locaux. Ainsi, nous ne considérons pas le coût calculatoire pour comparer les stratégies étudiées dans ce chapitre. Notons que si un critère s'avère pertinent pour mieux guider la recherche, se baser sur son principe ou l'approximer peut mener à de bons compromis entre qualité des solutions obtenues et temps nécessaire pour les atteindre. Ce type d'approche peut mener à des versions itérées efficaces et sera abordé dans le chapitre 3.

## 2.3 Protocole expérimental

Pour chaque couple (paysage, méthode), nous effectuons 100 exécutions à partir du même ensemble de 100 solutions initiales générées aléatoirement. Utiliser le même ensemble de solutions initiales pour toutes les méthodes permet de réduire le biais stochastique induit par la sélection aléatoire de chaque solution initiale. Chaque expérimentation consiste à comparer différentes règles pivot sur les paysages considérés. Elles sont généralement comparées en termes de moyennes de fitness par couple (paysage, méthode) et de dominance statistique entre elles.

Les tableaux contenant des valeurs indiquent la meilleure moyenne obtenue par les méthodes considérées pour un paysage donné. Pour chaque couple (paysage, méthode), nous indiquons un pourcentage qui correspond à l'écart de la moyenne des 100 exécutions de cette méthode par rapport à la meilleure moyenne obtenue par une des méthodes. La dominance entre les méthodes est reportée dans des tableaux en suivant la légende décrite dans le tableau 2.1. Pour un paysage et une méthode

	Domine $t$ méthodes					Dominée par $t$ méthodes				
$t$	4	3	2	1	0	0	1	2	3	4
couleur										

TABLEAU 2.1 – Légende des tableaux de résultats reportant la dominance statistique selon un test binomial. Les dégradés de rouge indiquent le nombre de fois où une méthode domine statistiquement les autres méthodes. Les dégradés de bleu indiquent le nombre de fois où la méthode est statistiquement dominée par d’autres méthodes.

$A$ , ces tableaux indiquent le nombre de méthodes statistiquement dominées par  $A$  (nuances de rouges) et le nombre de méthodes qui dominent  $A$  (nuances de bleu) selon un test binomial ( $p$ -valeur  $< 0.05$ ). Notons que la  $p$ -valeur est définie pour chaque comparaison, par conséquent cette possibilité d’erreur est présente pour chaque paire de méthodes comparée.

Plus précisément, si  $S$  correspond au nombre de fois où une méthode  $A$  atteint un meilleur optimum local qu’une méthode  $B$  après 100 confrontations, alors  $A$  domine statistiquement  $B$  quand  $\frac{1}{2^{100}} \sum_{i=0}^S \binom{100}{i} \geq 0.95$ , soit  $S \geq 58$ . Dans la suite du manuscrit, nous dirons par abus de langage qu’une méthode  $A$  domine une méthode  $B$  si les résultats de  $A$  s’avèrent statistiquement supérieurs à ceux de  $B$ .

## 2.4 Comparaison de ME avec les règles pivot classiques

Les premières expérimentations ont pour objectif de déterminer si les règles basées sur l’expansion sont capables de mener la recherche vers de meilleurs optima locaux que celles présentées dans la section 2.1. Pour cela, nous comparons la qualité des optima locaux obtenus par ME, F, B et W. Nous nous intéressons également aux caractéristiques qui peuvent influencer sur la difficulté de résolution des différents paysages à optimiser et proposons une analyse de leur rugosité locale. Les résultats sont présentés et discutés dans un premier temps pour les paysages binaires (NK et UBQP) et ensuite pour les paysages de permutations (FSP et QAP).

### 2.4.1 Paysages binaires

#### 2.4.1.1 Résultats expérimentaux

Le tableau 2.2 rapporte les résultats de la comparaison de F, B, W, E et  $E_b$  sur les paysages NK. Pour F, B et W, le tableau met en évidence une différence d’efficacité relative en fonction du taux d’épistasie  $K$  des paysages comme observé dans [BG14]. B domine F et W sur les paysages lisses ( $K = \{1, 2\}$ ), alors qu’elle est dominée par ces deux méthodes sur les paysages plus rugueux (généralement lorsque  $K \geq 4$ ). Sur ces paysages plus rugueux, W domine F. Les écarts à la meilleure moyenne de ces différentes méthodes permettent des observation similaires, l’avantage de W sur F et B semblant plus marqué sur les grandes instances. Cela confirme les résultats précédemment obtenus quant à l’efficacité relative de F, B, W sur les paysages NK.

NK	F	B	W	E	E <sub>b</sub>	F	B	W	E	E <sub>b</sub>	NK	max(moy)	F	B	W	E	E <sub>b</sub>
128 1											128 1	0.7147	1.76	0.67	3.16	0.74	0.00
128 2											128 2	0.7234	2.66	2.19	3.38	0.46	0.00
128 4											128 4	0.7542	3.66	3.86	3.54	0.04	0.00
128 6											128 6	0.7435	3.48	4.01	2.77	0.04	0.00
128 8											128 8	0.7438	3.52	4.17	2.89	0.23	0.00
128 10											128 10	0.7366	4.21	4.19	3.46	0.05	0.00
128 12											128 12	0.7287	3.79	4.26	3.81	0.00	0.17
256 1											256 1	0.7125	1.52	0.65	1.87	0.62	0.00
256 2											256 2	0.7237	2.21	1.76	3.11	0.32	0.00
256 4											256 4	0.7511	3.90	4.01	3.18	0.00	0.09
256 6											256 6	0.7528	3.50	3.67	2.59	0.05	0.00
256 8											256 8	0.7429	3.66	4.06	2.27	0.00	0.18
256 10											256 10	0.7368	3.54	3.92	2.07	0.00	0.04
256 12											256 12	0.7303	3.25	3.59	2.55	0.00	0.16
512 1											512 1	0.6998	1.38	0.55	2.19	0.77	0.00
512 2											512 2	0.7311	2.48	1.88	2.80	0.43	0.00
512 4											512 4	0.7460	3.30	3.45	2.64	0.00	0.09
512 6											512 6	0.7501	3.38	3.85	2.44	0.00	0.08
512 8											512 8	0.7460	3.57	3.96	2.15	0.00	0.18
512 10											512 10	0.7381	3.28	3.59	1.86	0.00	0.03
512 12											512 12	0.7317	3.01	4.01	1.77	0.00	0.17
1024 1											1024 1	0.7067	1.39	0.48	2.57	0.75	0.00
1024 2											1024 2	0.7349	2.64	2.13	3.14	0.58	0.00
1024 4											1024 4	0.7492	3.33	3.42	2.57	0.00	0.01
1024 6											1024 6	0.7501	3.48	3.87	2.10	0.00	0.10
1024 8											1024 8	0.7465	3.31	3.89	1.81	0.00	0.08
1024 10											1024 10	0.7392	3.05	3.66	1.71	0.00	0.07
1024 12											1024 12	0.7323	2.91	3.56	1.61	0.00	0.06

TABLEAU 2.2 – Comparaison de descentes à zone de vision  $\mathcal{A}_1$  (F, B, W) avec les descentes basées sur l'expansion (E, E<sub>b</sub>) sur les paysages NK. Le tableau de gauche résume les comparaisons statistiques entre méthodes : le nombre de méthodes dominées par chaque méthode et le nombre de fois où chaque méthode est dominée par une autre pour un paysage donné (selon la légende du tableau 2.1). Le tableau de droite indique la meilleure moyenne pour chaque paysage (valeur 0.00, en gris correspondant à la meilleure solution en moyenne), ainsi que l'écart entre chaque moyenne et la meilleure moyenne.

Les méthodes basées sur l'expansion, E et E<sub>b</sub>, dominent généralement F, B et W. Sur les paysages lisses, E<sub>b</sub> domine systématiquement toutes les autres méthodes, tandis que B domine parfois E. L'efficacité relative de E<sub>b</sub> et E semble corrélée à celle de B et F sur les paysages NK. La règle pivot secondaire, appliquée lorsque plusieurs voisins améliorants ont le score d'expansion maximal, exercerait une influence non négligeable sur la capacité des descentes à atteindre de bons optima locaux, en particulier sur les paysages lisses. Cette influence met en évidence que l'égalité sur l'expansion maximale parmi les voisins améliorants survient régulièrement au cours de la recherche.

Les écarts à la meilleure moyenne indiquent également une corrélation entre les valeurs de  $N$  et l'efficacité relative entre E et E<sub>b</sub>. Sur les paysages plus petits, E<sub>b</sub> est généralement plus efficace que E pour atteindre de bons optima locaux. Sur les paysages plus grands, cette tendance s'inverse. La taille  $N$  aurait une influence plus légère que les taux d'épistasie pour les méthodes et paysages considérés.

Globalement, ces résultats montrent que sur les paysages NK, les méthodes basées sur l'expansion sont plus efficaces que celles basées directement sur la fitness pour atteindre de bons optima locaux. Néanmoins, utiliser la fitness comme critère secondaire pour sélectionner des solutions induit des différences d'efficacité. Ceci est particulièrement vrai sur les paysages lisses, où la manière de considérer la fitness influe directement sur la capacité à atteindre de bons optima locaux. Sur ces paysages, l'expansion seule ne permet pas d'atteindre de meilleurs résultats que la maximisation systématique de la

UBQP N d	méthodes									
	F	B	W	E	E <sub>b</sub>	F	B	W	E	E <sub>b</sub>
128 25										
128 50										
128 75										
128 100										
256 25										
256 50										
256 75										
256 100										
512 10										
512 50										
512 75										
512 100										
1024 10										
1024 50										
1024 75										
1024 100										
2048 10										
2048 25										
2048 50										
2048 100										
4096 10										
4096 25										
4096 50										
4096 100										

UBQP N d	max(moy)	méthodes				
		F	B	W	E	E <sub>b</sub>
128 25	23730.3	1.40	1.44	0.89	0.00	0.02
128 50	33342.2	1.67	2.65	1.29	0.03	0.00
128 75	45782.3	0.76	1.09	0.46	0.00	0.06
128 100	50559.9	0.90	1.31	0.17	0.00	0.17
256 25	69977.5	1.13	1.35	0.66	0.00	0.11
256 50	102635.0	0.58	0.75	0.50	0.01	0.00
256 75	133370.9	0.97	1.41	0.26	0.07	0.00
256 100	145316.5	0.78	1.10	0.34	0.00	0.04
512 10	133362.8	0.92	1.11	1.06	0.08	0.00
512 50	287135.7	1.07	1.25	0.14	0.00	0.12
512 75	363653.7	0.67	0.86	0.23	0.00	0.04
512 100	422248.6	0.56	0.90	0.29	0.00	0.03
1024 10	352975.3	0.68	0.99	0.29	0.00	0.01
1024 50	801953.0	0.56	0.83	0.22	0.00	0.06
1024 75	1001920.6	0.34	0.68	0.05	0.00	0.02
1024 100	1136132.8	0.51	0.79	0.17	0.01	0.00
2048 10	998033.9	0.66	0.91	0.33	0.00	0.02
2048 25	1633614.0	0.43	0.61	0.19	0.00	0.08
2048 50	2386536.3	0.38	0.56	0.15	0.00	0.01
2048 100	3074440.5	0.51	0.93	0.00	0.00	0.12
4096 10	2791760.4	0.58	0.72	0.13	0.00	0.05
4096 25	4570193.9	0.39	0.53	0.03	0.00	0.04
4096 50	6495855.4	0.39	0.59	0.00	0.01	0.06
4096 100	9053431.8	0.43	0.62	0.00	0.10	0.16

TABEAU 2.3 – Comparaison de descentes à zone de vision  $\mathcal{A}_1$  avec les descentes basées sur l'expansion sur les paysages UBQP.

fitness des solutions. Cependant, l'expansion couplée à cette maximisation pour départager les solutions en cas d'égalité rend ces descentes performantes, même sur les paysages lisses. Sur les paysages les plus rugueux considérés, sélectionner aléatoirement une des solutions d'expansion maximale serait une meilleure stratégie pour mener la recherche vers de bons optima locaux.

Le tableau 2.3 présente les résultats des expérimentations sur les paysages UBQP. Notons que ces paysages ne sont pas considérés dans les études des règles à vision  $\mathcal{A}_1$  (F, B, W) de Basseur et Goëffon [BG13; BG14; BG15]. Par conséquent, l'étude de ces stratégies sur UBQP permet de compléter les résultats obtenus dans ces précédents travaux.

Parmi les règles à vision  $\mathcal{A}_1$ , W mène généralement vers de meilleurs optima locaux que F et B. À l'opposé, B ne domine aucune méthode sur l'ensemble des paysages considérés. L'efficacité relative de ces trois descentes est similaire à celle observée sur les paysages NK non lisses. E et E<sub>b</sub> atteignent généralement les meilleurs optima locaux en moyenne et dominent régulièrement F, B et W. E mène à de meilleurs optima locaux en moyenne que E<sub>b</sub> sur la majorité des paysages. L'écart entre les moyennes pour ces deux variantes est d'ailleurs plus faible lorsque celle de E<sub>b</sub> est meilleure. Sur les plus grands paysages ( $n \geq 2048$ ), au moins une méthode domine fréquemment E<sub>b</sub> mais ce n'est pas le cas pour E. Lorsque  $N = 4096$  et que la densité est élevée, W domine E et E<sub>b</sub>. Sur les paysages UBQP, privilégier l'expansion semble mener à de meilleurs optima locaux que les stratégies directement basées sur la fitness. Les résultats indiquent néanmoins une inversion de tendance sur les très grands paysages où le moins bon améliorant semble plus adapté pour atteindre de plus hautes zones des paysages qu'en se basant sur le principe d'expansion.

NK	$\rho(1)$	1-rug.	NK	$\rho(1)$	1-rug.
128 1	0.9793	0.5%	256 1	0.9899	0.3%
128 2	0.9745	1.2%	256 2	0.9870	0.6%
128 4	0.9584	3.1%	256 4	0.9808	1.5%
128 6	0.9449	5.2%	256 6	0.9718	2.6%
128 8	0.9290	7.4%	256 8	0.9659	4.1%
128 10	0.9140	9.6%	256 10	0.9571	5.3%
128 12	0.8983	11.8%	256 12	0.9488	6.5%
512 1	0.9945	0.1%	1024 1	0.9977	0.1%
512 2	0.9937	0.3%	1024 2	0.9970	0.2%
512 4	0.9894	0.8%	1024 4	0.9951	0.4%
512 6	0.9853	1.4%	1024 6	0.9929	0.7%
512 8	0.9823	2.1%	1024 8	0.9912	1.1%
512 10	0.9777	2.7%	1024 10	0.9897	1.4%
512 12	0.9747	3.6%	1024 12	0.9870	1.8%

TABLEAU 2.4 – Valeurs  $\rho(1)$  (corrélation des fitness de solutions voisines) et 1-épistase (épistase de signe de solutions voisines) en pourcentage des paysages NK.

### 2.4.1.2 Rugosité locale des paysages

Les algorithmes de descente n'acceptant que les voisins améliorants, nous présenterons uniquement les valeurs de 1-épistase et les valeurs du premier pas d'autocorrélation ( $\rho(1)$ ), qui correspondent respectivement à l'estimation de l'épistase de signe entre solutions distantes d'un mouvement (voisins directs) et de l'autocorrélation entre solutions distantes d'un mouvement. Nous considérons uniquement ces valeurs pour le reste du chapitre, car dans le cadre de l'étude des algorithmes de descente, la  $\delta$ -épistase pour  $\delta > 1$  semble moins pertinente. En effet, le processus de recherche des descentes se termine systématiquement dans un optimum local. La notion d'optimum local étant directement liée à l'épistase de signe, et en particulier à l'épistase locale, l'indicateur de 1-épistase semble particulièrement adapté pour rendre compte de la difficulté de la recherche pour les descentes. Les valeurs reportées ici sont calculées grâce à un échantillonnage des paysages, effectué à partir de 100 000 marches aléatoires. Dans le cadre du calcul de la rugosité locale, chaque marche aléatoire effectue un pas.

Les valeurs obtenues pour les paysages NK sont données dans le tableau 2.4. Les pourcentages de 1-épistase augmentent de manière proportionnelle en fonction de la valeur  $K$ . Pour un  $K$  donné, la 1-épistase diminue légèrement lorsque la taille des paysages  $N$  augmente. Rappelons que  $K$  détermine pour chaque bit (ou gène), le nombre moyen de bits avec lesquels il est en interaction. Cela signifie que pour un  $K$  donné, l'épistase est plus élevée pour les paysages plus petits. Lorsque  $K$  augmente, les valeurs de  $\rho(1)$  diminuent, ce qui indique également une rugosité plus élevée. Sur les paysages NK, ces valeurs sont conformes aux valeurs de  $K$ , qui impactent directement les taux de rugosité.

Nous présentons les valeurs du premier pas d'autocorrélation et de 1-épistase sur les paysages UBQP dans le tableau 2.5. Nous utilisons les valeurs obtenues sur les paysages NK (2.4) comme référence pour évaluer la rugosité locale des paysages UBQP. Sur ces derniers, les valeurs de  $\rho(1)$  sont stables et correspondent à celles obtenues sur les paysages NK très lisses. Les valeurs de 1-épistase varient selon la taille et la densité des instances utilisées, la densité rendant compte du nombre de zéros dans la matrice de l'instance. Obtenir des paysages plus lisses pour les instances moins denses n'est donc pas surprenant. Comme sur les paysages NK, la valeur de 1-épistase est plus faible sur les grands paysages. En comparant les valeurs obtenues sur les paysages de ces deux problèmes pour

UBQP	$\rho(1)$	1-rug.	UBQP	$\rho(1)$	1-rug.
128 25	0.9798	2.3%	256 25	0.9894	1.5%
128 50	0.9782	3.1%	256 50	0.9899	2.1%
128 75	0.9791	3.6%	256 75	0.9895	2.7%
128 100	0.9779	4.3%	256 100	0.9880	2.8%
512 10	0.9946	0.6%	1024 10	0.9990	0.6%
512 50	0.9942	1.5%	1024 50	0.9973	1.0%
512 75	0.9940	1.8%	1024 75	0.9969	1.1%
512 100	0.9949	2.3%	1 024 100	0.9973	1.5%
2048 10	0.9984	0.3%	4096 10	0.9994	0.2%
2048 25	0.9985	0.7%	4096 25	0.9992	0.5%
2048 50	0.9987	0.9%	4096 50	0.9989	0.3%
2048 100	0.9990	1.0%	4096 100	0.9983	0.7%

TABLEAU 2.5 – Valeurs  $\rho(1)$  et 1-épistase (en pourcentage) des paysages UBQP.

une taille donnée, on remarque que pour UBQP, elles correspondent globalement à celles obtenues sur des paysages NK moyennement rugueux ( $K = \{4, 6\}$ ). Les valeurs de 1-épistase sont corrélées positivement avec l'efficacité de  $w$ , qui parmi les méthodes à vision  $\mathcal{A}_1$  est celle qui mène aux meilleures solutions sur les paysages NK non lisses et les paysages UBQP. Cependant, dans le cas des paysages UBQP, les valeurs de 1-épistase et de  $\rho(1)$  indiquent une rugosité différente pour un même paysage (en comparant aux paysages NK). En utilisant les valeurs obtenues sur les paysages NK comme référence, la valeur de 1-épistase des paysages UBQP est corrélée à la capacité de  $w$  à atteindre de meilleurs optima locaux que  $F$  et  $B$ . Il semblerait que sur les paysages UBQP, l'épistase de signe rende mieux compte de la difficulté induite par la rugosité pour ces stratégies de descente que la corrélation des fitness.

## 2.4.2 Paysages de permutations

Le panel d'instances utilisées pour les paysages de permutation étant élevé dans ce chapitre, nous présentons un condensé des résultats. Pour FSP nous considérons 12 couples ( $\#$ tâches,  $\#$ machines) avec 10 instances différentes pour chacun d'entre eux et reportons les résultats par couples plutôt que par instances. Pour chaque couple, nous considérons qu'une méthode A domine une méthode B si elle domine statistiquement cette méthode sur au moins 8 instances (parmi 10 instances). De plus, pour chaque configuration, les tableaux indiquent la moyenne des écarts à la meilleure des 10 moyennes. Pour QAP, nous reportons uniquement les résultats sur les paysages dérivés des  $sko$  et  $lipa$ . Les résultats complets sur l'intégralité des paysages sont disponibles en annexe.

### 2.4.2.1 Résultats expérimentaux

Les résultats sur les paysages FSP sont présentés de manière résumée dans le tableau 2.6, les résultats plus détaillés se trouvent en annexe (tableaux 4.22 et 4.23). Les résultats montrent que parmi les règles à vision  $\mathcal{A}_1$ ,  $w$  qui n'est dominée que par  $E$  et  $E_b$ , est la méthode la moins souvent dominée.  $w$  n'est pas systématiquement la méthode à vision  $\mathcal{A}_1$  qui domine le plus de méthodes, mais c'est globalement le cas pour les instances où le nombre de tâches est supérieur à 20 et le nombre de machines supérieur à 5.  $E$  et  $E_b$  dominent constamment les autres méthodes, mais ne se dominent généralement pas entre elles. De plus, leur écart par rapport aux meilleures moyennes est toujours

FSP		méthodes									
n	m	F	B	W	E	E <sub>b</sub>	F	B	W	E	E <sub>b</sub>
20	10										
20	15										
20	20										
20	5										
30	10										
30	15										
30	20										
30	5										
50	10										
50	15										
50	20										
50	5										

FSP		méthodes				
n	m	F	B	W	E	E <sub>b</sub>
20	10	2.03	2.28	1.98	0.05	0.07
20	15	1.93	2.05	1.81	0.04	0.03
20	20	1.78	2.10	1.60	0.05	0.02
20	5	1.34	1.67	1.50	0.02	0.06
30	10	2.02	2.35	1.58	0.03	0.05
30	15	2.26	2.66	1.70	0.04	0.04
30	20	2.19	2.54	1.67	0.01	0.05
30	5	0.91	1.11	0.95	0.01	0.03
50	10	2.28	2.72	1.80	0.06	0.03
50	15	2.30	2.76	1.57	0.04	0.02
50	20	2.44	3.05	1.63	0.01	0.04
50	5	0.60	0.82	0.55	0.01	0.02

TABLEAU 2.6 – Comparaison de descentes à zone de vision  $\mathcal{A}_1$  avec les descentes basées sur l'expansion sur les paysages FSP.

très faible. Sur les paysages FSP, l'influence de la règle pivot secondaire de E et E<sub>b</sub> sur leur capacité à atteindre de bons optima locaux semble faible. Le critère d'expansion paraît efficace pour retourner de bonnes solutions.

Nous donnons les résultats sur les paysages QAP dans le tableau 2.7. Les résultats complets peuvent être retrouvés dans les tableaux 4.21 et 4.20 en annexe. Sur ces paysages, l'efficacité relative des règles pivot à vision  $\mathcal{A}_1$  varie beaucoup dans l'ensemble mais est plus stable au sein d'une classe d'instance donnée. Rappelons que les classes d'instances considérées sont générées de manières différentes et que leur taille varie grandement, ce qui se répercute sur l'efficacité relative des différentes descentes. Parmi les descentes à vision  $\mathcal{A}_1$ , B domine F et W généralement sur les petits paysages, tandis que W domine F et B souvent sur les plus grands. E et E<sub>b</sub> mènent presque systématiquement vers de meilleurs optima locaux que F, B et W, même sur des paysages plus petits, voire ceux explorables exhaustivement. La capacité de ces deux descentes à atteindre de bons optima locaux semble quasiment identique, ces deux méthodes se dominant rarement entre elles. Notons tout de même que E domine plus souvent E<sub>b</sub> que l'inverse (voir en annexe). D'ailleurs, lorsque c'est le cas W est plus efficace que F et B.

### 2.4.2.2 Rugosité locale des paysages

Les indicateurs utilisés pour estimer la rugosité locale sur les paysages de permutations sont les mêmes que pour les paysages binaires et sont calculés de manière similaire.

Les résultats sur les paysages FSP sont rapportés dans le tableau 2.8. Les deux indicateurs montrent une corrélation positive entre la rugosité et le nombre de machines, mais également une corrélation négative avec les taux de neutralité. Une forte neutralité induit souvent un faible taux de rugosité (stricte), et peut influencer sur la difficulté de résolution du paysage. La rugosité locale des paysages FSP diminue lorsque le nombre de machines augmente. Ce phénomène est déjà observé précédemment sur les paysages UBQP où la rugosité diminue lorsque la densité est plus faible.

Les résultats sur les paysages QAP sont rapportés dans le tableau 2.9. Les valeurs de 1-épistasie et du premier pas d'autocorrélation mettent également en évidence une augmentation de la rugosité locale



QAP	F	B	W	E	E <sub>b</sub>	F	B	W	E	E <sub>b</sub>	QAP	min(moy.)	F	B	W	E	E <sub>b</sub>
lipa20a											lipa20a	3760.3	0.73	0.71	0.71	0.00	0.16
lipa20b											lipa20b	28884.3	7.64	8.25	7.15	0.13	0.00
lipa30a											lipa30a	13388.3	0.41	0.42	0.36	0.03	0.00
lipa30b											lipa30b	166776.7	6.33	6.15	4.13	0.00	0.10
lipa40a											lipa40a	31929.2	0.26	0.26	0.23	0.00	0.00
lipa40b											lipa40b	516813.5	8.88	9.27	6.49	0.00	1.52
lipa50a											lipa50a	62739.0	0.27	0.26	0.21	0.00	0.00
lipa50b											lipa50b	1345955.6	6.68	6.63	3.45	0.00	0.14
lipa60a											lipa60a	108172.8	0.21	0.22	0.17	0.00	0.01
lipa60b											lipa60b	2949210.8	2.52	2.66	1.07	0.00	0.18
lipa70a											lipa70a	171063.7	0.18	0.19	0.15	0.00	0.00
lipa80a											lipa80a	254907.6	0.16	0.17	0.14	0.00	0.00
lipa90a											lipa90a	362869.0	0.15	0.15	0.12	0.00	0.00
sko42											sko42	16053.4	1.85	1.97	0.93	0.06	0.00
sko49											sko49	23734.8	1.40	1.55	0.47	0.00	0.01
sko56											sko56	34908.0	1.39	1.71	0.40	0.00	0.01
sko64											sko64	49071.2	1.14	1.54	0.24	0.00	0.06
sko72											sko72	67021.5	1.22	1.57	0.00	0.07	0.15

TABLEAU 2.7 – Comparaison de descentes à zone de vision  $\mathcal{A}_1$  avec les descentes basées sur l’expansion pour les paysages sko et lipa (QAP).

FSP	1-ép.	$\rho(1)$	FSP	1-ép.	$\rho(1)$	FSP	1-ép.	$\rho(1)$
n m			n m			n m		
20 5	9.98%	0.8996	30 5	7.43%	0.9335	50 5	4.99%	0.9601
20 10	12.53%	0.8857	30 10	9.34%	0.9253	50 10	6.96%	0.9541
20 15	13.43%	0.8845	30 15	10.43%	0.9214	50 15	7.75%	0.9528
20 20	14.08%	0.8792	30 20	11.18%	0.9228	50 20	8.28%	0.9503

TABLEAU 2.8 – Valeurs de  $\rho(1)$  et de 1-épistasie sur les paysages FSP. Pour chaque couple (n,m), la moyenne des valeurs obtenues sur 10 paysages est reportée.

pour les paysages plus petits. Des différences de rugosité locale entre les classes d’instances existent aussi lorsque les tailles des paysages considérés sont proches.

Sur tous les problèmes étudiés, les méthodes basées sur la maximisation du score d’expansion mènent régulièrement vers de meilleures solutions que les trois autres méthodes considérées ici. Les résultats présentés dans cette section semblent indiquer que l’expansion est généralement un critère pertinent pour atteindre de bons optima locaux. Utiliser la fitness comme critère de choix secondaire pour la sélection d’un voisin permet d’avoir une influence positive sur la qualité des solutions obtenues sur les paysages lisses.

Rappelons que le calcul de l’expansion nécessite une zone de vision  $\mathcal{A}_2$ , contrairement aux règles basées sur la fitness. Cette zone de vision étendue induit nécessairement davantage de connaissances, mais aussi de ressources calculatoires. Afin de déterminer si l’efficacité généralement supérieure des descentes basées sur l’expansion est majoritairement due aux connaissances supplémentaires, il convient de les comparer de manière plus équitable. C’est l’objet de la section 2.5, qui confronte E et E<sub>b</sub> avec des descentes dont la stratégie de sélection est une adaptation des règles pivot classiques, avec une zone de vision  $\mathcal{A}_2$ .

QAP	1-ép.	$\rho(1)$	QAP	1-ép.	$\rho(1)$	QAP	1-ép.	$\rho(1)$
bur26a	10.16%	0.8955	had14	18.18%	0.7690	scr12	20.50%	0.7066
bur26b	10.08%	0.8914	had16	17.59%	0.7735	scr15	16.94%	0.7677
bur26c	10.11%	0.8945	had18	15.81%	0.8007	scr20	14.00%	0.8201
bur26d	10.08%	0.8910	had20	14.73%	0.8306	sko42	9.56%	0.9137
bur26e	9.98%	0.8966	kra30a	10.78%	0.8903	sko49	8.78%	0.9245
bur26f	9.94%	0.8932	kra30b	10.81%	0.8899	sko56	8.14%	0.9340
bur26g	9.97%	0.8974	lipa20a	15.49%	0.8039	sko64	7.38%	0.9413
bur26h	9.90%	0.8936	lipa20b	17.11%	0.8090	sko72	6.85%	0.9522
chr12a	21.02%	0.6781	lipa30a	11.08%	0.8705	ste36a	8.21%	0.9071
chr12b	20.53%	0.6892	lipa30b	13.20%	0.8714	ste36b	8.02%	0.9132
chr12c	21.28%	0.6684	lipa40a	8.65%	0.9001	ste36c	8.15%	0.9094
chr15a	17.26%	0.7434	lipa40b	11.06%	0.9052	tai10a	26.45%	0.6227
chr15b	16.61%	0.7568	lipa50a	6.99%	0.9216	tai10b	24.55%	0.6628
chr15c	17.24%	0.7390	lipa50b	9.60%	0.9211	tai12a	22.93%	0.7113
chr18a	14.76%	0.7829	lipa60a	6.00%	0.9327	tai12b	20.24%	0.7025
chr18b	13.84%	0.7825	lipa60b	8.62%	0.9345	tai15a	20.67%	0.7391
chr20a	13.71%	0.8069	lipa70a	5.28%	0.9430	tai15b	16.68%	0.8563
chr20b	13.79%	0.7996	lipa80a	4.65%	0.9508	tai17a	18.76%	0.7722
chr20c	13.43%	0.8086	lipa90a	4.10%	0.9549	tai20a	17.10%	0.8089
chr22a	12.09%	0.8228	nug12	22.21%	0.6853	tai20b	13.40%	0.8565
chr22b	12.28%	0.8223	nug14	19.32%	0.7421	tai25a	14.88%	0.8418
chr25a	11.01%	0.8479	nug15	18.99%	0.7549	tai25b	11.50%	0.8596
esc16a	15.24%	0.7517	nug16a	18.01%	0.7766	tai30a	13.25%	0.8711
esc16b	12.73%	0.7474	nug16b	17.87%	0.7770	tai30b	10.47%	0.8697
esc16c	16.68%	0.7481	nug17	17.02%	0.7932	tai35a	12.08%	0.8887
esc16d	15.53%	0.7506	nug18	16.58%	0.8062	tai35b	9.51%	0.8918
esc16e	13.34%	0.7518	nug20	15.52%	0.8244	tai40a	11.01%	0.9012
esc16g	13.08%	0.7504	nug21	14.69%	0.8380	tai40b	9.02%	0.9082
esc16h	14.98%	0.7491	nug25	13.18%	0.8628	tai50a	9.64%	0.9207
esc32a	9.63%	0.8772	nug30	12.01%	0.8832	tai60a	8.67%	0.9337
esc32b	10.27%	0.8759	rou12	23.76%	0.6845	tai64c	2.24%	0.9368
esc32c	9.09%	0.8759	rou15	20.42%	0.7461			
had12	20.13%	0.7329	rou20	16.84%	0.8106			

TABLEAU 2.9 – Valeurs de 1-épistase et  $\rho(1)$  pour les paysages QAP.

## 2.5 Comparaison de ME avec des règles pivot étendues

Les connaissances supplémentaires utilisées pour naviguer dans l'espace de recherche apportent nécessairement un avantage aux descentes basées sur l'expansion, qui leur permet d'être efficaces. Afin de déterminer si ces connaissances supplémentaires sont la cause unique de l'efficacité accrue de  $E$  et  $E_b$  par rapport aux stratégies classiques, nous les comparons avec des règles pivot basées qui utilisent une zone de vision  $\mathcal{A}_2$ . Ces règles, adaptées de  $F$  et  $B$  fonctionnent comme suit à chaque pas :

- le *premier améliorant étendu* ( $F_e$ ) sélectionne le premier voisin améliorant rencontré qui a au moins un voisin améliorant dans son voisinage (des couples de mouvements sont générés jusqu'à ce que les deux soient améliorants lorsque exécutés l'un après l'autre),
- le *meilleur améliorant étendu* ( $B_e$ ) sélectionne un voisin améliorant qui a, dans son voisinage, la meilleure solution.

Grâce à la zone de vision de degré 2,  $F_e$  s'assure qu'un améliorant existe au prochain pas et utilise donc des connaissances supplémentaires pour limiter la sélection prématurée d'un optimum local. Pour  $B_e$ , si la meilleure solution est située dans le voisinage direct de la solution, cela signifie qu'un optimum local est atteint. Elle est alors sélectionnée et la recherche prend fin.

Notons qu'aucune règle pivot à vision étendue basée sur  $w$  n'est considérée ici. Suivre un principe similaire pour cette stratégie engendre un nombre de pas particulièrement élevé, ce qui implique un

lourd coût calculatoire compte tenu de l'évaluation des deux degrés de voisinages. Bien que nous ne nous intéressons pas au coût calculatoire dans ce chapitre, nous le prenons nécessairement en compte pour réaliser les expérimentations en un temps acceptable, ce qui n'est pas le cas avec un moins bon améliorant étendu sur la plupart des instances.

### 2.5.1 Paysages binaires

Nous présentons les résultats sur les paysages NK dans le tableau 2.10. Sur les paysages moyennement rugueux à rugueux,  $F_e$  a tendance à être plus efficace que  $B_e$ , tandis que sur les paysages lisses,  $B_e$  atteint de meilleurs optima locaux. Ces deux descentes étant basées sur les deux règles pivot classiques, il est compréhensible que leur efficacité relative soit similaire pour les deux niveaux de zones de vision. L'information principale, hormis lorsque  $K = 1$ , est que  $E$  et  $E_b$  dominent systématiquement  $F_e$  et  $B_e$ , ce qui confirme la pertinence du critère d'expansion pour mener la recherche vers de bonnes solutions sur les paysages NK.

Les résultats sur les paysages UBQP sont présentés dans le tableau 2.11.  $F_e$  domine presque systématiquement  $B_e$ .  $F_e$  suit un principe corrélé à celui de l'expansion : elle sélectionne en priorité un voisin améliorant qui a dans son voisinage au moins un améliorant, ce qui revient à exclure les améliorants d'expansion nulle. De plus, les voisins étant générés dans un ordre aléatoire, les solutions à grande expansion ont une probabilité accrue d'être sélectionnées par rapport à celles de faible expansion, car une grande expansion implique plus de couples de mouvements valides.  $B_e$  est bien plus directement basée sur la fitness que les autres règles considérées ici, ce qui ne semble pas être un critère pertinent sur ces paysages. En effet, l'efficacité relative de  $F_e$  et  $B_e$  sur ces paysages est fortement corrélée à l'efficacité relative de  $F$  et  $B$ . Les règles basées sur l'expansion dominent systématiquement les deux règles étendues basées sur les stratégies classiques et confirment la pertinence du critère d'expansion sur ces paysages UBQP.

### 2.5.2 Paysages de permutations

Le tableau 2.12 résume les résultats obtenus sur les paysages FSP. L'ensemble des résultats, instance par instance, se trouvent en annexe dans les tableaux 4.24 et 4.25. Une particularité des résultats sur FSP est que  $B_e$  domine parfois  $F_e$  et atteint généralement de meilleurs optima locaux en moyenne, ce qui ne correspond pas à l'efficacité relative de  $B$  et  $F$  sur les mêmes instances. De plus, aucune méthode ne domine  $B_e$  sur les paysages à plus forts taux de neutralité (lorsque 5 machines sont considérées).  $E$  et  $E_b$  dominent régulièrement  $F_e$  et  $B_e$ , tandis que ces dernières ne dominent jamais les méthodes basées sur l'expansion. Cela confirme une fois de plus la pertinence de l'expansion pour guider les descentes vers de bons optima locaux.

Le tableau 2.13 présente les résultats sur quelques paysages QAP. L'intégralité des résultats est en annexe dans les tableaux 4.26 et 4.27. Généralement, sur les paysages QAP,  $E$  et  $E_b$  dominent statistiquement  $F_e$  et  $B_e$ . Il arrive parfois que  $B_e$  ne soit pas dominée par  $E$  et  $E_b$ , et domine  $F_e$ . Sur la majorité des paysages dérivés de la classe  $esc$  (en annexe), il n'y a aucune dominance statistique entre les descentes. Notons que  $F_e$  domine statistiquement  $B_e$  uniquement sur deux paysages dérivés de la

NK	$F_e$	$B_e$	E	$E_b$	$F_e$	$B_e$	E	$E_b$
128 1								
128 2								
128 4								
128 6								
128 8								
128 10								
128 12								
256 1								
256 2								
256 4								
256 6								
256 8								
256 10								
256 12								
512 1								
512 2								
512 4								
512 6								
512 8								
512 10								
512 12								
1024 1								
1024 2								
1024 4								
1024 6								
1024 8								
1024 10								
1024 12								

NK	max(moy)	$F_e$	$B_e$	E	$E_b$
128 1	0.7147	1.40	0.54	0.74	0.00
128 2	0.7234	2.80	2.08	0.46	0.00
128 4	0.7542	3.65	3.53	0.04	0.00
128 6	0.7435	3.74	3.36	0.04	0.00
128 8	0.7438	4.10	4.02	0.23	0.00
128 10	0.7366	3.63	3.56	0.05	0.00
128 12	0.7287	3.72	3.57	0.00	0.17
256 1	0.7125	1.30	0.54	0.62	0.00
256 2	0.7237	2.37	1.54	0.32	0.00
256 4	0.7511	3.85	3.58	0.00	0.09
256 6	0.7528	3.52	3.50	0.05	0.00
256 8	0.7429	3.30	3.68	0.00	0.18
256 10	0.7368	3.39	3.70	0.00	0.04
256 12	0.7303	3.52	3.69	0.00	0.16
512 1	0.6998	1.15	0.44	0.77	0.00
512 2	0.7311	2.22	1.71	0.43	0.00
512 4	0.7460	3.40	3.25	0.00	0.09
512 6	0.7501	3.76	3.66	0.00	0.08
512 8	0.7460	3.57	3.64	0.00	0.18
512 10	0.7381	3.34	3.66	0.00	0.03
512 12	0.7317	3.35	3.64	0.00	0.17
1024 1	0.7067	1.20	0.39	0.75	0.00
1024 2	0.7349	2.46	1.92	0.58	0.00
1024 4	0.7492	3.40	3.26	0.00	0.01
1024 6	0.7501	3.55	3.69	0.00	0.10
1024 8	0.7465	3.47	3.57	0.00	0.08
1024 10	0.7392	3.33	3.54	0.00	0.07
1024 12	0.7323	3.18	3.40	0.00	0.06

TABLEAU 2.10 – Comparaison de descentes à zone de vision  $\mathcal{A}_2$ , basées sur les règles pivot classiques ( $F_e, B_e$ ), avec les descentes basées sur le score d'expansion (E,  $E_b$ ) : paysages NK.

UBQP	méthodes							
N d	$F_e$	$B_e$	E	$E_b$	$F_e$	$B_e$	E	$E_b$
128 25								
128 50								
128 75								
128 100								
256 25								
256 50								
256 75								
256 100								
512 10								
512 50								
512 75								
512 100								
1024 10								
1024 50								
1024 75								
1024 100								
2048 10								
2048 25								
2048 50								
2048 100								
4096 10								
4096 25								
4096 50								
4096 100								

UBQP	max(moy)	méthodes			
N d		$F_e$	$B_e$	E	$E_b$
128 25	23730.3	1.30	1.39	0.00	0.02
128 50	33342.2	1.05	1.85	0.03	0.00
128 75	45782.3	0.65	1.06	0.00	0.06
128 100	50559.9	0.71	1.27	0.00	0.17
256 25	69977.5	0.89	1.33	0.00	0.11
256 50	102635.0	0.53	0.76	0.01	0.00
256 75	133370.9	0.58	1.32	0.07	0.00
256 100	145316.5	0.57	1.04	0.00	0.04
512 10	133362.8	0.87	1.01	0.08	0.00
512 50	287135.7	0.67	1.35	0.00	0.12
512 75	363653.7	0.59	0.78	0.00	0.04
512 100	422248.6	0.45	0.82	0.00	0.03
1024 10	352975.3	0.68	1.01	0.00	0.01
1024 50	801953.0	0.54	0.86	0.00	0.06
1024 75	1001920.6	0.39	0.58	0.00	0.02
1024 100	1136132.8	0.38	0.75	0.01	0.00
2048 10	998033.9	0.56	0.93	0.00	0.02
2048 25	1633614.0	0.42	0.61	0.00	0.08
2048 50	2386536.3	0.33	0.53	0.00	0.01
2048 100	3074440.5	0.44	0.83	0.00	0.12
4096 10	2791760.4	0.51	0.77	0.00	0.05
4096 25	4570193.9	0.36	0.56	0.00	0.04
4096 50	6495310.9	0.34	0.50	0.00	0.05
4096 100	9044430.4	0.25	0.49	0.00	0.06

TABLEAU 2.11 – Comparaison sur les paysages UBQP de descentes à zone de vision  $\mathcal{A}_2$ , basées sur les règles pivot classiques, avec les descentes basées sur l'expansion.

FSP n m	méthodes							
	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
20 10								
20 15								
20 20								
20 5								
30 10								
30 15								
30 20								
30 5								
50 10								
50 15								
50 20								
50 5								

FSP n m	méthodes			
	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
20 10	1.80	1.17	0.05	0.07
20 15	1.62	1.09	0.04	0.03
20 20	1.58	1.10	0.05	0.02
20 5	1.18	0.56	0.02	0.06
30 10	1.78	1.16	0.03	0.05
30 15	1.93	1.57	0.04	0.04
30 20	1.94	1.56	0.01	0.05
30 5	0.84	0.52	0.01	0.03
50 10	2.15	1.64	0.06	0.03
50 15	2.06	1.60	0.04	0.02
50 20	2.16	1.88	0.01	0.04
50 5	0.56	0.25	0.01	0.02

TABLEAU 2.12 – Comparaison sur les paysages FSP de descentes à zone de vision  $\mathcal{A}_2$ , basées sur les règles pivot classiques, avec les descentes basées sur l’expansion. Pour chaque couple (n,m), les dominances statistiques et écart à la moyenne sont présentées sur un ensemble de 10 paysages. Une méthode en domine une autre si elle la domine statistiquement au moins sur 8 paysages pour chaque couple.

QAP	méthodes							
	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
lipa20a								
lipa20b								
lipa30a								
lipa30b								
lipa40a								
lipa40b								
lipa50a								
lipa50b								
lipa60a								
lipa60b								
lipa70a								
lipa80a								
lipa90a								
sko42								
sko49								
sko56								
sko64								
sko72								

QAP	min(moy)	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
lipa20a	3760.3	0.71	0.59	0.00	0.16
lipa20b	28884.3	7.13	7.42	0.13	0.00
lipa30a	13388.3	0.43	0.33	0.03	0.00
lipa30b	166776.7	5.88	5.60	0.00	0.10
lipa40a	31929.2	0.27	0.24	0.00	0.00
lipa40b	516813.5	9.02	9.44	0.00	1.52
lipa50a	62739.0	0.24	0.23	0.00	0.00
lipa50b	1345955.6	6.50	6.32	0.00	0.14
lipa60a	108172.8	0.21	0.19	0.00	0.01
lipa60b	2949210.8	2.49	2.47	0.00	0.18
lipa70a	171063.7	0.18	0.17	0.00	0.00
lipa80a	254907.6	0.17	0.15	0.00	0.00
lipa90a	362869.0	0.15	0.14	0.00	0.00
sko42	16053.4	1.71	1.68	0.06	0.00
sko49	23734.8	1.20	1.39	0.00	0.01
sko56	34908.0	1.48	1.51	0.00	0.01
sko64	49071.2	1.27	1.24	0.00	0.06
sko72	67070.5	1.22	1.35	0.00	0.07

TABLEAU 2.13 – Dominances statistiques entre F<sub>e</sub>, B<sub>e</sub>, E et E<sub>b</sub> sur certains paysages QAP.

classe sko. Sur les autres paysages dérivés de cette classe, F<sub>e</sub> n’est jamais statistiquement dominée par B<sub>e</sub>.

La principale différence avec les résultats sur les paysages binaires est que parmi les deux règles étendues, B<sub>e</sub> domine régulièrement F<sub>e</sub> sur les paysages de permutations. Les descentes basées sur l’expansion sont globalement plus efficaces que B<sub>e</sub> et F<sub>e</sub>. Ainsi, les résultats obtenus confirment également la pertinence du critère d’expansion pour atteindre de bons optima locaux sur les paysages considérés.

## 2.6 Approches multiobjectivisées : entre expansion et fitness

Les résultats des deux sections précédentes mettent en évidence l’intérêt de l’expansion pour mener les descentes vers de bons optima locaux. Considérer les règles pivot étendues montre que les règles classiques retournent de meilleures solutions si elles sont munies d’une connaissance supplémentaire apportée par l’évaluation du voisinage de degré 2. Cependant, les règles basées sur l’expansion les

dominant dans la majorité des cas. Ainsi, l'efficacité de ces méthodes n'est que partiellement due à cette connaissance supplémentaire, et l'expansion permet régulièrement d'éviter de bloquer la recherche dans des optima locaux de faible qualité.

Comme le critère d'expansion s'avère pertinent pour atteindre de bonnes solutions, l'objectif de cette section est de l'étudier de manière plus approfondie. Les résultats des sections précédentes montrent qu'utiliser la fitness comme règle secondaire (en cas d'égalité sur le score d'expansion maximal) peut modifier la capacité des descentes basées sur l'expansion à atteindre de bons optima locaux. Par conséquent, nous proposons une étude plus approfondie sur la considération de la fitness conjointement à l'expansion pour observer d'éventuels équilibres appropriés entre fitness et expansion toujours en vue d'améliorer la capacité des descentes à atteindre de bons optima locaux. De plus, le principe du moins bon améliorant ayant en partie inspiré la règle du maximum expansion, nous étudions le rang (selon la fitness) des améliorants sélectionnés par E.

Dans un premier temps, nous proposons des règles pivot dites *multiobjectivisées* dans la section 2.6.1. Ces règles sélectionnent des solutions parmi les meilleurs compromis (au sens de Pareto) entre expansion et hauteur de fitness, et sont étudiées pour observer l'effet de l'utilisation conjointe de ces deux critères pour naviguer dans les paysages. Dans la section 2.6.2, nous cherchons à évaluer la degré de ressemblance des comportements de  $w$  et E. Pour cela, observons le rang moyen des solutions sélectionnées par ME (parmi les solutions améliorantes) afin de déterminer la corrélation entre le rang des solutions sélectionnées et leur score d'expansion.

### 2.6.1 Multiobjectivisation

La multiobjectivisation consiste à transformer artificiellement un problème mono-objectif en problème multiobjectif, la finalité restant d'optimiser l'objectif initial. Ce procédé peut faciliter la résolution d'un problème en optimisant un critère qui aide à découvrir de bonnes solutions au problème mono-objectif. Néanmoins, la prise en compte de plusieurs objectifs peut également complexifier la résolution. Plusieurs manières existent pour multiobjectiviser un problème. La première consiste à décomposer l'objectif original en plusieurs objectifs considérés comme des composantes de l'objectif initial. La seconde consiste à ajouter un ou plusieurs objectifs à optimiser, au même titre que la fonction objectif originale. Ces nouvelles fonctions objectif sont alors censées aider à la résolution de l'objectif initial.

Dans le cadre de ces travaux, nous proposons des méthodes multiobjectivisées en considérant le score d'expansion des solutions comme un nouvel objectif à maximiser. Nous utilisons comme fonction d'évaluation  $F = (f_1, f_2)$  qui considère la fonction d'évaluation originale et le score d'expansion de la manière suivante :

$$\begin{cases} f_1(x) = f(x) & \text{(score original)} \\ f_2(x) = \#\{x' \in \mathcal{N}(x), f(x') > f(x)\} & \text{(score d'expansion)} \end{cases}$$

Notons que l'objectif correspondant à l'expansion n'entre pas en compte dans l'évaluation de la qualité finale d'une solution et est uniquement utilisé pour guider la recherche. Les stratégies présentées dans cette section sélectionnent une solution parmi les compromis de Pareto des voisins de la solution courante.

La section 2.6.1.1 est dédiée à la présentation de ces règles pivot. La section 2.6.1.2 présente les résultats obtenus sur les paysages binaires et la section 2.6.1.3 ceux obtenus sur les paysages de permutations. Enfin, la section 2.6.1.3 propose une discussion relative aux résultats des descentes multiobjectivisées.

### 2.6.1.1 Méthodes multiobjectivisées

À chaque pas, les différentes stratégies génèrent le voisinage complet de la solution courante et évaluent leur fitness et leur expansion. Elles sélectionnent alors une solution voisine présente sur le front de Pareto des compromis entre expansion et fitness. Ainsi, les extrémités du front de Pareto du voisinage d'une solution donnée correspondent aux solutions retournées par un meilleur améliorant (s'il n'y a pas d'égalité de fitness) et par  $E_b$ . En considérant l'espace de recherche complet, notons que les extrémités du front de Pareto optimal correspondent à l'optimum global et la solution de meilleure fitness parmi celles dont l'expansion correspond à la taille du voisinage (le meilleur minimum local dans un contexte de maximisation). Sur un tel front, la solution à choisir serait naturellement l'optimum global.

Nous considérons ici trois variantes multiobjectivisées qui sélectionnent différemment une solution sur le front de Pareto à chaque étape de la recherche, de manière à observer l'influence de différents compromis entre expansion et fitness sur la capacité d'une descente à atteindre de bons optima locaux. Ces trois stratégies sont :

- le *premier améliorant Pareto* ( $P_f$ ), qui sélectionne aléatoirement une solution sur le front de Pareto à chaque pas de la recherche,
- *Pareto fitness* ( $P_{fit}$ ), qui sélectionne la solution de meilleure expansion parmi les solutions du front de fitness supérieure à la fitness médiane des voisins améliorants,
- *Pareto expansion* ( $P_e$ ), qui sélectionne la solution de meilleure fitness parmi les solutions du front de Pareto d'expansion supérieure ou égale à l'expansion médiane des voisins améliorants.

$P_f$  est ainsi la variante la plus stochastique, tandis que  $P_{fit}$  (respectivement  $P_e$ ) privilégie légèrement la fitness (respectivement l'expansion) pour atteindre de bonnes solutions. Le fonctionnement de ces deux dernières méthodes est illustré dans la figure 2.3. Notons que  $E_b$  correspond en fait à une méthode multiobjectivée, qui sélectionne systématiquement un voisin à l'extrémité du front de Pareto, mais nous ne la qualifierons pas ainsi dans la suite de cette section. Nous comparons ces stratégies à  $E$  et  $E_b$ , en suivant le protocole expérimental décrit dans la section 2.3.

### 2.6.1.2 Résultats sur les paysages binaires

Les résultats sur paysages NK sont reportés dans le tableau 2.14. Lorsque  $K > 1$ ,  $P_e$  est la descente multiobjectivée la plus efficace pour atteindre de bonnes solutions. Sur ces paysages, les méthodes multiobjectivisées sont presque systématiquement dominées par  $E$  ou  $E_b$ . Sur les paysages moyennement rugueux et grands,  $P_e$  est moins souvent dominée par ces méthodes que  $P_f$  et  $P_{fit}$ .

Lorsque  $K = 1$ ,  $P_{fit}$  est la descente multiobjectivée qui offre généralement les meilleurs résultats. Sur ces paysages très lisses, les descentes multiobjectivisées dominent  $E$  mais  $E_b$  atteint de meilleurs

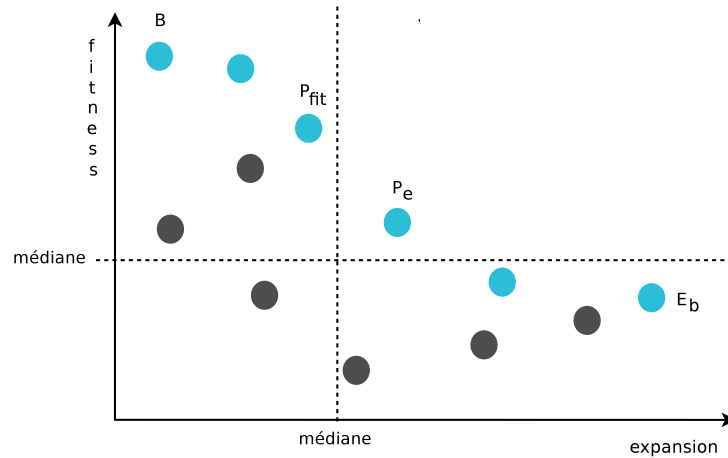


FIGURE 2.3 – Illustration du comportement de  $P_{fit}$  et  $P_e$ . L'ensemble des voisins améliorants (cercles) d'une solution courante sont représentés en fonction de leur expansion et de leur fitness. Les solutions en gris sont les solutions dominées au sens de Pareto, les solutions en bleu sont celles du front de Pareto.

optima locaux en moyenne. L'expansion des solutions sélectionnées demeure donc un critère déterminant pour mener les descentes vers de plus hautes zones des paysages. Cependant, prendre en compte la qualité (fitness) des solutions voisines est important sur les paysages lisses. En effet, cela est mis en évidence par l'efficacité supérieure de  $E_b$  par rapport à  $E$ , et celle de  $P_{fit}$ , qui privilégie légèrement la fitness, par rapport à  $P_e$ , qui privilégie légèrement l'expansion. L'efficacité relative de ces descentes indiquerait que sur les paysages lisses, la fitness et l'expansion doivent être considérés pour sélectionner un voisin et que leur rapport ne doit être ni trop élevé (haute fitness et faible expansion), ni trop faible (faible fitness et grande expansion). Sur les paysages NK plus rugueux, ce rapport idéal est plus faible. Rappelons que maximiser uniquement la fitness sur les paysages lisses mène tout de même les descentes vers de bonnes solutions, comme le montrent les résultats de B par rapport à E dans la section 2.4.

Ces résultats contribuent à confirmer la pertinence du critère d'expansion pour atteindre de bons optima locaux. Sur tous les paysages NK, au moins une variante ME obtient de meilleurs résultats que les descentes multiobjectivisées. Les observations indiquent également une sensibilité de l'efficacité relative des méthodes selon la variation de  $K$  (donc du taux de rugosité).

Les résultats sur les paysages UBQP sont disponibles dans le tableau 2.15.  $E$  et  $E_b$  dominent systématiquement les méthodes multiobjectivisées sur ces paysages, ce qui indiquerait que l'expansion des solutions sélectionnées détermine plus la capacité à atteindre de bons optima locaux des descentes que leur fitness. Il n'existe pas systématiquement de dominance statistique entre les descentes multiobjectivisées. Lorsqu'il en existe une, c'est généralement sur les paysages les plus grands et dérivés d'instances peu denses. Sur de tels paysages,  $P_{fit}$  domine régulièrement  $P_e$  et parfois  $P_f$ , qui lui-même domine  $P_e$ . Sur ces paysages, sélectionner des solutions dont le rapport entre fitness et expansion est légèrement plus élevé (qui privilégient un peu plus la fitness) que celui des solutions sélectionnées par  $E$  et  $E_b$  mène vers de moins bonnes solutions que lorsque ce rapport est beaucoup plus élevé (en pri-



NK	$P_f$	$P_{fit}$	$P_e$	E	$E_b$	$P_f$	$P_{fit}$	$P_e$	E	$E_b$
128 1										
128 2										
128 4										
128 6										
128 8										
128 10										
128 12										
256 1										
256 2										
256 4										
256 6										
256 8										
256 10										
256 12										
512 1										
512 2										
512 4										
512 6										
512 8										
512 10										
512 12										
1024 1										
1024 2										
1024 4										
1024 6										
1024 8										
1024 10										
1024 12										

NK	max(moy)	$P_f$	$P_{fit}$	$P_e$	E	$E_b$
128 1	0.7147	0.34	0.28	0.36	0.74	0.00
128 2	0.7234	0.88	0.90	0.36	0.46	0.00
128 4	0.7542	2.09	1.64	0.36	0.04	0.00
128 6	0.7435	2.55	1.90	0.51	0.04	0.00
128 8	0.7438	2.62	2.39	0.86	0.23	0.00
128 10	0.7366	2.59	1.95	0.72	0.05	0.00
128 12	0.7287	2.64	2.29	0.79	0.00	0.17
256 1	0.7125	0.28	0.04	0.20	0.62	0.00
256 2	0.7237	0.78	0.44	0.14	0.32	0.00
256 4	0.7511	2.13	1.45	0.53	0.00	0.09
256 6	0.7528	2.23	1.42	0.24	0.05	0.00
256 8	0.7429	2.34	1.67	0.76	0.00	0.18
256 10	0.7368	2.27	1.70	0.28	0.00	0.04
256 12	0.7303	2.48	1.78	0.62	0.00	0.16
512 1	0.6998	0.22	0.20	0.17	0.77	0.00
512 2	0.7311	0.85	0.44	0.19	0.43	0.00
512 4	0.7460	1.66	1.15	0.29	0.00	0.09
512 6	0.7501	2.18	1.49	0.31	0.00	0.08
512 8	0.7460	2.34	1.78	0.51	0.00	0.18
512 10	0.7381	2.07	1.57	0.22	0.00	0.03
512 12	0.7317	2.29	1.51	0.35	0.00	0.17
1024 1	0.7067	0.17	0.11	0.15	0.75	0.00
1024 2	0.7349	0.96	0.52	0.27	0.58	0.00
1024 4	0.7492	1.79	0.98	0.00	0.00	0.01
1024 6	0.7501	2.00	1.35	0.16	0.00	0.10
1024 8	0.7465	2.17	1.46	0.25	0.00	0.08
1024 10	0.7392	2.17	1.33	0.29	0.00	0.07
1024 12	0.7323	2.20	1.45	0.37	0.00	0.06

TABLEAU 2.14 – Comparaison de  $P_f$ ,  $P_{fit}$  et  $P_e$  avec E et  $E_b$  sur les paysages NK.

vilégiant plus la fitness). Néanmoins, privilégier fortement l'expansion demeure une meilleure stratégie. Rappelons que sur ces paysages UBQP, les valeurs du premier pas d'autocorrélation semblent indiquer des paysages lisses, tandis que les valeurs de 1-épistasie indiquent des paysages légèrement à moyennement rugueux. Cette différence pourrait potentiellement expliquer la supériorité des descentes de type ME, mais une efficacité relative des descentes multiobjectivisées différente de celle des paysages NK.

### 2.6.1.3 Résultats sur les paysages de permutations

Les résultats sur les paysages FSP sont synthétisés dans le tableau 2.17. Les résultats complets se trouvent en annexe dans les tableaux 4.28 et 4.29. Sur ces paysages, les descentes ME dominent systématiquement les descentes multiobjectivisées. Parmi ces dernières,  $P_e$  domine régulièrement les deux autres, mais moins souvent sur les paysages à plus forte neutralité (faible nombre de machines). De manière générale, maximiser l'expansion lors de la sélection d'un voisin améliorant serait une meilleure stratégie sur les paysages FSP.

Le tableau 2.16 présente les résultats compactés sur les paysages QAP. Les résultats complets sont en annexe dans les tableaux 4.30 et 4.31. L'efficacité relative des méthodes sur les paysages QAP est proche de celle observée sur les paysages FSP. Notons que  $P_{fit}$  domine plus souvent  $P_f$  que l'inverse. Ces résultats pourraient indiquer que plus l'expansion de la solution choisie est élevée, meilleure est la capacité de la descente à atteindre de bonnes solutions sur ces paysages (à condition de sélectionner uniquement des voisins améliorants).

Considérer des règles pivot qui sélectionnent des solutions parmi les meilleurs compromis entre fitness et expansion au sens de Pareto donne des indications supplémentaires sur ce qui peut rendre

UBQP	méthodes									
	P <sub>f</sub> P <sub>fit</sub> P <sub>e</sub> E E <sub>b</sub>					P <sub>f</sub> P <sub>fit</sub> P <sub>e</sub> E E <sub>b</sub>				
Nd										
128 25										
128 50										
128 75										
128 100										
256 25										
256 50										
256 75										
256 100										
512 10										
512 50										
512 75										
512 100										
1024 10										
1024 50										
1024 75										
1024 100										
2048 10										
2048 25										
2048 50										
2048 100										
4096 10										
4096 25										
4096 50										
4096 100										

UBQP	max(moy)	méthodes				
		P <sub>f</sub>	P <sub>fit</sub>	P <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
Nd						
128 25	23730.3	0.74	0.62	0.77	0.00	0.02
128 50	33342.2	1.23	0.87	1.03	0.03	0.00
128 75	45782.3	0.48	0.39	0.42	0.00	0.06
128 100	50559.9	0.87	0.74	0.87	0.00	0.17
256 25	69977.5	0.79	0.67	0.76	0.00	0.11
256 50	102635.0	0.28	0.30	0.33	0.01	0.00
256 75	133370.9	0.73	0.77	0.70	0.07	0.00
256 100	145316.5	0.57	0.62	0.72	0.00	0.04
512 10	133362.8	0.49	0.36	0.57	0.08	0.00
512 50	287135.7	0.77	0.63	0.84	0.00	0.12
512 75	363653.7	0.56	0.56	0.56	0.00	0.04
512 100	422248.6	0.45	0.39	0.52	0.00	0.03
1024 10	352975.3	0.59	0.36	0.56	0.00	0.01
1024 50	801953.0	0.47	0.42	0.67	0.00	0.06
1024 75	1001920.6	0.39	0.38	0.58	0.00	0.02
1024 100	1136132.8	0.48	0.44	0.53	0.01	0.00
2048 10	998033.9	0.59	0.35	0.63	0.00	0.02
2048 25	1633614.0	0.37	0.35	0.45	0.00	0.08
2048 50	2386536.3	0.40	0.29	0.44	0.00	0.01
2048 100	3074440.5	0.60	0.53	0.77	0.00	0.12
4096 10	2791760.4	0.57	0.37	0.58	0.00	0.05
4096 25	4570193.9	0.42	0.32	0.44	0.00	0.04
4096 50	6495310.9	0.41	0.34	0.43	0.00	0.05
4096 100	9044430.4	0.36	0.31	0.40	0.00	0.06

TABLEAU 2.15 – Comparaison des descentes multiobjectivisées avec E et E<sub>b</sub> (paysages UBQP).

QAP	méthodes									
	P <sub>f</sub> P <sub>fit</sub> P <sub>e</sub> E E <sub>b</sub>					P <sub>f</sub> P <sub>fit</sub> P <sub>e</sub> E E <sub>b</sub>				
lipa20a										
lipa20b										
lipa30a										
lipa30b										
lipa40a										
lipa40b										
lipa50a										
lipa50b										
lipa60a										
lipa60b										
lipa70a										
lipa80a										
lipa90a										
sko42										
sko49										
sko56										
sko64										
sko72										

QAP	min(moy)	méthodes				
		P <sub>f</sub>	P <sub>fit</sub>	P <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
lipa20a	3760.3	0.72	0.74	0.60	0.00	0.16
lipa20b	28884.3	8.15	7.71	6.17	0.13	0.00
lipa30a	13388.3	0.43	0.41	0.31	0.03	0.00
lipa30b	166776.7	5.97	5.80	4.55	0.00	0.10
lipa40a	31929.2	0.28	0.28	0.17	0.00	0.00
lipa40b	516813.5	9.36	9.45	8.08	0.00	1.52
lipa50a	62739.0	0.26	0.26	0.18	0.00	0.00
lipa50b	1345955.6	6.44	6.39	5.64	0.00	0.14
lipa60a	108172.8	0.21	0.20	0.15	0.00	0.01
lipa60b	2949210.8	2.51	2.49	2.19	0.00	0.18
lipa70a	171063.7	0.18	0.19	0.13	0.00	0.00
lipa80a	254907.6	0.17	0.16	0.13	0.00	0.00
lipa90a	362869.0	0.15	0.15	0.11	0.00	0.00
sko42	16053.4	1.76	1.58	1.02	0.06	0.00
sko49	23734.8	1.31	1.22	0.67	0.00	0.01
sko56	34908.0	1.39	1.21	0.80	0.00	0.01
sko64	49071.2	1.28	1.00	0.73	0.00	0.06
sko72	67070.5	1.23	1.03	0.69	0.00	0.07

TABLEAU 2.16 – Comparaison des descentes multiobjectivisées avec E et E<sub>b</sub> (paysages QAP).

FSP	méthodes									
	P <sub>f</sub> P <sub>fit</sub> P <sub>e</sub> E E <sub>b</sub>					P <sub>f</sub> P <sub>fit</sub> P <sub>e</sub> E E <sub>b</sub>				
n m										
20 5										
20 10										
20 15										
20 20										
30 5										
30 10										
30 15										
30 20										
50 5										
50 10										
50 15										
50 20										

FSP	méthodes				
	P <sub>f</sub>	P <sub>fit</sub>	P <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
n m					
20 5	1.21	1.40	0.96	0.00	0.00
20 10	3.82	3.64	2.89	0.00	0.14
20 15	3.10	3.58	2.83	0.08	0.00
20 20	2.79	3.39	2.12	0.08	0.00
30 5	2.41	2.76	1.74	0.02	0.00
30 10	3.83	4.85	2.88	0.00	0.10
30 15	4.83	5.63	3.88	0.01	0.00
30 20	4.08	4.73	3.43	0.00	0.02
50 5	0.78	0.73	0.77	0.00	0.06
50 10	3.14	3.90	2.22	0.05	0.00
50 15	4.60	5.69	3.77	0.00	0.04
50 20	4.12	4.75	3.24	0.00	0.00

TABLEAU 2.17 – Comparaison des descentes multiobjectivisées avec E et E<sub>b</sub> (paysages FSP).

une règle pivot efficace pour mener la descente vers de bonnes solutions. En effet, sur tous les paysages étudiés, au moins une des deux variantes du maximum expansion domine statistiquement les méthodes multiobjectivisées. Ce résultat contribue à confirmer la pertinence de l'expansion pour éviter de piéger les descentes dans des optima locaux de faible qualité.

Néanmoins, des variations d'efficacité relative des descentes multiobjectivisées existent selon les paysages. Généralement, sur les paysages NK, les résultats indiquent qu'il est pertinent de considérer l'expansion plus que la fitness pour sélectionner des voisins, sauf sur les paysages très lisses où l'expansion reste un critère déterminant à condition que la fitness de la solution sélectionnée ne soit pas trop faible. Sur les paysages UBQP, les résultats indiquent aussi qu'il est préférable de considérer des solutions à forte expansion plutôt que de chercher à maximiser la fitness. Lorsque l'on considère des solutions dont l'expansion n'est pas maximale dans le voisinage, il faudrait privilégier légèrement la fitness de la solution sélectionnée par rapport à son expansion. La pertinence du critère d'expansion est également mise en valeur sur les paysages de permutations. Sur ces paysages, la tendance est similaire à celle sur les paysages NK, et privilégier l'expansion par rapport à la fitness semble plus efficace pour mener les descentes vers de bons optima locaux.

## 2.6.2 Rang des solutions sélectionnées par ME

L'idée de considérer une règle pivot basée sur l'expansion a pour origine les résultats obtenus avec le moins bon améliorant ( $w$ ). À l'instar des règles basées sur l'expansion, cette stratégie a tendance à éviter à la recherche d'être prématurément piégée dans des optima locaux de faible qualité sur les paysages moyennement rugueux. Intuitivement, plus la fitness d'une solution est faible, plus il est facile de trouver des voisins améliorants. Il semble donc logique que les scores d'expansion élevés soient plus souvent associés à des solutions de faible qualité. Une corrélation négative entre l'expansion des solutions et leur rang en termes de fitness existe probablement, ce qui indiquerait que le moins bon améliorant aurait un comportement proche du maximum expansion.

Afin de déterminer s'il existe un lien fort entre le rang des voisins améliorants et leur expansion, nous observons dans cette section le rang moyen des solutions sélectionnées par  $E$  à chaque pas. Le rang d'un voisin d'une solution  $x$  est calculé en fonction des valeurs de fitness de tous les voisins améliorants de  $x$  (définition 17).

**Définition 17** Soient  $x$  une solution et  $y$  un voisin améliorant de  $x$ . Le rang de la solution  $y$  est défini de la manière suivante :

$$\text{rang}(y) = \#\{y' \in \mathcal{N}(x) \mid f(y') > f(y)\}$$

Dans la suite de cette section, nous présentons brièvement le protocole employé, puis les résultats obtenus sur les paysages binaires et sur les paysages de permutations.

### 2.6.2.1 Protocole

Sur chaque paysage, nous récupérons le rang de la solution sélectionnée à chaque pas, ainsi que le nombre de voisins améliorants pour toutes les exécutions de  $E$ . Comme beaucoup de paysages sont

NK	moy.	NK	moy.	NK	moy.	NK	moy.
128 1	0.5681	256 1	0.5728	512 1	0.5978	1024 1	0.5939
128 2	0.6140	256 2	0.6143	512 2	0.6135	1024 2	0.6132
128 4	0.6661	256 4	0.6532	512 4	0.6495	1024 4	0.6541
128 6	0.6936	256 6	0.6842	512 6	0.6791	1024 6	0.6781
128 8	0.7212	256 8	0.7052	512 8	0.7009	1024 8	0.6986
128 10	0.7406	256 10	0.7313	512 10	0.7193	1024 10	0.7144
128 12	0.7597	256 12	0.7419	512 12	0.7363	1024 12	0.7280

TABLEAU 2.18 – Moyenne sur 100 exécutions de la valeur des rangs des améliorants sélectionnés par E divisée par la somme du nombre d'améliorants (paysages NK).

considérés, que le nombre d'exécutions est élevé, et que le nombre de pas effectués varie selon les exécutions, nous présentons des résultats qui synthétisent les rangs en une seule valeur par paysage. Cette valeur correspond à une moyenne sur 100 exécutions, où chaque exécution retourne la somme du rang des voisins sélectionnés à chaque pas divisée par la somme du nombre de voisins améliorants dans le voisinage courant. Il résulte qu'une valeur inférieure à 0.5 signifie que les solutions sont sélectionnées en moyenne parmi les 50% des voisins améliorants de meilleurs rangs, tandis qu'une valeur supérieure signifie que les solutions sont sélectionnées en moyenne parmi les 50% de voisins améliorants de moins bon rang. Considérer le nombre total de voisins améliorants et la somme des rangs permet d'accorder une plus grande influence au rang quand le nombre de voisins améliorants est élevé. En effet, donner un poids différent à une solution de rang 1 sur trois solutions ou sur vingt solutions nous semble plus pertinent que de calculer une moyenne sur l'ensemble des pas.

### 2.6.2.2 Paysages binaires

Nous présentons les résultats sur les paysages NK dans le tableau 2.18. Sur l'ensemble de ces paysages, E sélectionne en moyenne des voisins améliorants de plus faible fitness. En effet, une sélection aléatoire donnerait un rang moyen de 0.5, et ici les valeurs sont supérieures pour tous les paysages. Sur les paysages lisses, E a tendance à sélectionner des solutions dont la valeur de rang est plus proche de 0.5 et sélectionne des solutions de rang supérieur lorsque la rugosité des paysages augmente. Sur ces paysages, la faible épistasie tend à rendre petites les variations d'expansion des solutions améliorantes. Nous observons également que lorsque la taille  $N$  augmente, pour un  $K$  donné la moyenne du rapport des rangs est plus élevée sur les paysages lisses et plus faible sur les paysage rugueux. Ceci indique un plus impact réduit de la rugosité lorsque la taille des paysages augmente, probablement car ces paysages sont moins rugueux.

Les résultats sur les paysages UBQP sont donnés dans le tableau 2.19. Sur tous les paysages, les moyennes du rapport des rangs sur le nombre d'améliorants sont similaires à celles obtenues sur les paysages NK les plus lisses. Cependant, pour une densité donnée, lorsque la taille du paysage augmente, la moyenne diminue comme celle sur les paysages NK non lisses. Ceci indique que sur de tels paysages, E et W ont un comportement moins similaire que sur les paysages NK non lisses. Les paysages UBQP où le rang moyen des solutions sélectionnées par E est le plus proche du rang médian correspondent à ceux où W peut atteindre de meilleures solutions que E. Sélectionner la solution d'expansion maximale semble donc moins efficace ces très grands paysages. Il semble ainsi que le côté local de l'expansion garantisse moins longtemps (en termes de pas) de sélectionner des solutions de

UBQP		UBQP		UBQP	
N	d	N	d	N	d
128	25	512	10	2048	10
128	50	512	50	2048	25
128	75	512	75	2048	50
128	100	512	100	2048	100
256	25	1024	10	4096	10
256	50	1024	50	4096	25
256	75	1024	75	4096	50
256	100	1024	100	4096	100

TABLEAU 2.19 – Moyenne sur 100 exécutions de la somme des rangs des améliorants sélectionnés par E divisée par la somme du nombre d’améliorants sur les paysages UBQP.

FSP		FSP		FSP	
n	m	n	m	n	m
20	5	30	5	50	5
20	10	30	10	50	10
20	15	30	15	50	15
20	20	30	20	50	20

TABLEAU 2.20 – Moyenne de la somme des rangs des améliorants sélectionnés par E divisée par la somme du nombre d’améliorants évalués (pour 100 exécutions sur les paysages FSP).

forte expansion que  $w$ . Il est possible que sur les grandes instances UBQP,  $w$  sélectionne des solutions dont les voisins ont une expansion plus élevée en moyenne que ceux des solutions sélectionnées par E. Pour ne pas rencontrer trop rapidement des solutions à faible expansion sur ces paysages, il ne faut pas systématiquement maximiser l’expansion.

### 2.6.2.3 Paysages de permutations

Nous présentons les résultats sur les paysages FSP dans le tableau 2.20. Sur ces paysages, les solutions sélectionnées sont en moyenne dans le dernier quartile des voisins améliorants (classés par fitness). Notons que pour les instances avec un faible nombre de machines, la moyenne est plus faible, ce s’explique sans doute par la neutralité plus élevée des paysages.

Les résultats sur les paysages QAP sont présentés dans le tableau 2.21. Les rangs des solutions sélectionnées sont globalement très élevés, bien que les valeurs obtenues dépendent en partie des classes d’instances et de leur taille. Sur les paysages  $esc$ , les voisins sélectionnés ont un rang moyen plus élevé que pour les autres classes. Au sein d’une même classe, des variations de valeurs qui semblent en partie corrélées à la taille du paysage existent. Par exemple, le rang moyen des solutions sélectionnées sur les paysages  $tai$ , est plus faible lorsque ces derniers sont plus grands. Le rang des solutions sélectionnées par E semble plus faible sur les paysages plus petits. Ainsi, sur ces paysages la corrélation négative entre expansion et rang de la solution sélectionnée est particulièrement forte.

Sur tous les paysages considérés, E sélectionne en moyenne des solutions parmi les 50% de solutions améliorantes de moins bonne fitness. Dans une grande partie des cas, les solutions de ME sont sélectionnées en moyenne dans le troisième quartile des solutions améliorantes. Sur les paysages de permutations, les solutions sont souvent sélectionnées parmi celles du dernier quartile. Il semblerait que sur ces paysages, la corrélation entre le rang des solutions sélectionnées par E et  $w$  soit plus élevée

QAP	moy.	QAP	moy.	QAP	moy.	QAP	moy.
bur26a	0.8938	esc16d	0.6715	lipa80a	0.9201	ste36b	0.8871
bur26b	0.8689	esc16e	0.5628	lipa90a	0.9252	ste36c	0.8853
bur26c	0.8853	esc16g	0.6964	nug12	0.7848	tai10a	0.8309
bur26d	0.8693	esc16h	0.7045	nug14	0.7910	tai10b	0.8050
bur26e	0.8886	esc32a	0.7890	nug15	0.7965	tai12a	0.8278
bur26f	0.8574	esc32b	0.6325	nug16a	0.8100	tai12b	0.8202
bur26g	0.8847	esc32c	0.7707	nug16b	0.8157	tai15a	0.8493
bur26h	0.8630	had12	0.7407	nug17	0.8145	tai15b	0.8111
chr12a	0.8355	had14	0.7471	nug18	0.8175	tai17a	0.8553
chr12b	0.8092	had16	0.7714	nug20	0.8203	tai20a	0.8647
chr12c	0.8520	had18	0.7900	nug21	0.8209	tai20b	0.8147
chr15a	0.8709	had20	0.7938	nug25	0.8389	tai25a	0.8783
chr15b	0.8511	kra30a	0.8415	nug30	0.8511	tai25b	0.8139
chr15c	0.8669	kra30b	0.8423	rou12	0.8363	tai30a	0.8845
chr18a	0.8633	lipa20a	0.8129	rou15	0.8476	tai30b	0.8663
chr18b	0.8473	lipa20b	0.8654	rou20	0.8604	tai35a	0.8893
chr20a	0.8737	lipa30a	0.8568	scr12	0.8127	tai35b	0.8703
chr20b	0.8682	lipa30b	0.8779	scr15	0.8137	tai40a	0.8979
chr20c	0.8846	lipa40a	0.8771	scr20	0.8535	tai40b	0.8996
chr22a	0.8693	lipa40b	0.8940	sko42	0.8758	tai50a	0.9052
chr22b	0.8736	lipa50a	0.8938	sko49	0.8840	tai60a	0.9132
chr25a	0.8774	lipa50b	0.9041	sko56	0.8938	tai64c	0.9409
esc16a	0.6523	lipa60a	0.9045	sko64	0.9014	wil50	0.8846
esc16b	0.5761	lipa60b	0.9135	sko72	0.9071		
esc16c	0.6758	lipa70a	0.9138	ste36a	0.8771		

TABLEAU 2.21 – Moyenne sur 100 exécutions de la somme des rangs des améliorants sélectionnés par E divisée par la somme du nombre d'améliorants évalués sur les paysages QAP.

que sur les paysages binaires. Le problème UBQP est celui où les deux méthodes semblent le moins corrélées. C'est également le seul problème pour lequel W est plus efficace que E sur certains paysages.

## 2.7 Méthodes à voisinages larges

Les résultats précédents montrent que les descentes dont la règle pivot est basée sur la fitness sont généralement moins efficace pour atteindre de bonnes solutions que celles qui maximisent l'expansion. Elles sont souvent dominées par E ou  $E_b$ , indépendamment de la taille de la zone de vision considérée. Utiliser le principe d'expansion au sein des descentes semble particulièrement pertinent, car il à la recherche de converger trop rapidement vers des solutions de faible fitness.

En considérant deux degrés de voisinage, d'autres techniques peuvent éviter à la recherche d'être prématurément piégée dans de mauvais optima locaux. Par exemple, considérer des stratégies qui, en plus d'utiliser une zone de vision  $A_2$ , peuvent sélectionner directement une solution de cette zone est une possibilité. Les recherches locales à voisinages larges ont d'ailleurs prouvé leur efficacité sur certains problèmes, en particulier lorsqu'une évaluation incrémentale est possible.

Dans la suite de cette section, nous considérons deux descentes à voisinage plus large, basées sur les règles pivot classiques, et comparons leur capacité à atteindre de bonnes solutions avec celle des méthodes du maximum expansion. Nous présentons ces méthodes, puis les résultats obtenus sur les paysages binaires et les résultat sur les paysages de permutations.

### 2.7.1 Présentation des méthodes

Nous considérons deux méthodes à voisinages larges (de degré 2), basées sur le principe du premier et du meilleur améliorant :

- le *premier améliorant large* ( $F_l$ ) sélectionne aléatoirement une solution améliorante de la zone  $\mathcal{A}_2$ ,
- le *meilleur améliorant large* ( $B_l$ ) sélectionne la solution de plus haute fitness parmi les solutions de la zone  $\mathcal{A}_2$ .

Pour ces stratégies, la zone de mouvement est confondue avec la zone de vision, tandis que pour les méthodes de type ME, la zone de mouvement est plus petite que la zone de vision. Au cours de la recherche, il est possible pour les méthodes proposées ici d'éviter un voisin de degré 1 détériorant et de sélectionner un de ses voisins s'il améliore la solution courante. La recherche est alors moins susceptible d'être piégée dans des optima locaux que par le biais de règles utilisant une zone de mouvement  $\mathcal{A}_1$ . Pour les méthodes à voisinage large, les solutions courantes ont plus de voisins et incluent le voisinage initial, ce qui augmente la possibilité d'avoir des voisins améliorants.

D'un point de vue paysage de fitness, cela implique que les descentes nouvellement proposées naviguent sur des paysages plus denses, du fait de leur plus grand voisinage. Les paysages de fitness considérés lors de l'utilisation de stratégies à voisinage large ne sont donc pas identiques à ceux considérés pour les autres descentes. L'augmentation du nombre de voisins pour chaque solution diminue le nombre d'optima locaux, et ainsi la probabilité d'y être piégé prématurément. Cela induit un avantage pour les descentes à voisinages larges par rapport à celles basées sur l'expansion qui ne peuvent pas sélectionner un voisin de degré 2 pour éviter un optimum local.

### 2.7.2 Paysages binaires

Nous donnons les dominances entre les descentes et leurs moyennes sur les paysages NK dans le tableau 2.22. Sur ces paysages, au moins une variante de ME domine systématiquement  $F_l$  et  $B_l$ . Plus précisément,  $F_l$  domine statistiquement  $B_l$  sur les paysages moyennement rugueux à rugueux et ce phénomène s'amplifie sur les plus grands paysages. E est généralement dominé par  $F_l$  sur les paysages très lisses ( $K = 1$ ). L'efficacité relative des deux stratégies à voisinage large est proche de celle des règles classiques sur lesquelles elles sont basées et à l'instar de ces dernières,  $F_l$  mène en moyenne vers de meilleurs optima que  $B_l$  lorsque  $K \geq 4$ .

Le tableau 2.23 présente les résultats sur les paysages UBQP. Sur la majorité d'entre eux,  $F_l$  domine statistiquement  $B_l$  et, comme sur paysages NK, l'efficacité relative de ces deux descentes est proche de celle de F et B. Sur les très grands paysages,  $F_l$  est régulièrement dominée par E. Les descentes qui maximisent l'expansion sont rarement dominées par les méthodes à voisinages larges, sauf sur les paysages dérivés d'instances à densité plus faible ( $d = 10$  et  $d = 25$ ), où  $F_l$  domine E et  $E_b$ . L'information apportée par le score d'expansion est ici moins utile car les taux de neutralité de ces paysages sont plus élevés. Effectivement, l'expansion est calculée à partir des améliorants stricts et n'incorpore pas les solutions neutres, ce qui peut induire une perte d'efficacité sur les paysages à plus forte neutralité. Les descentes à voisinage large n'acceptent que les voisins améliorants mais peuvent éviter les solutions neutres de degré 1, en sélectionnant directement un voisin d'une telle solution.

NK	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$
128 1								
128 2								
128 4								
128 6								
128 8								
128 10								
128 12								
256 1								
256 2								
256 4								
256 6								
256 8								
256 10								
256 12								
512 1								
512 2								
512 4								
512 6								
512 8								
512 10								
512 12								
1024 1								
1024 2								
1024 4								
1024 6								
1024 8								
1024 10								
1024 12								

128 1	0.7147	1.74	0.54	0.74	0.00
128 2	0.7234	2.55	2.08	0.46	0.00
128 4	0.7542	3.12	3.53	0.04	0.00
128 6	0.7435	2.85	3.36	0.04	0.00
128 8	0.7438	3.52	4.02	0.23	0.00
128 10	0.7366	2.67	3.56	0.05	0.00
128 12	0.7287	2.69	3.57	0.00	0.17
256 1	0.7125	1.32	0.54	0.62	0.00
256 2	0.7237	2.39	1.54	0.32	0.00
256 4	0.7511	3.40	3.58	0.00	0.09
256 6	0.7528	3.38	3.50	0.05	0.00
256 8	0.7429	3.02	3.68	0.00	0.18
256 10	0.7368	2.85	3.70	0.00	0.04
256 12	0.7303	2.91	3.69	0.00	0.16
512 1	0.6998	1.37	0.44	0.77	0.00
512 2	0.7311	2.55	1.71	0.43	0.00
512 4	0.7460	3.27	3.25	0.00	0.09
512 6	0.7501	3.32	3.66	0.00	0.08
512 8	0.7460	3.23	3.64	0.00	0.18
512 10	0.7381	2.83	3.66	0.00	0.03
512 12	0.7317	2.86	3.64	0.00	0.17
1024 1	0.7067	1.39	0.39	0.75	0.00
1024 2	0.7349	2.71	1.92	0.58	0.00
1024 4	0.7492	3.21	3.26	0.00	0.01
1024 6	0.7501	3.33	3.69	0.00	0.10
1024 8	0.7465	3.05	3.57	0.00	0.08
1024 10	0.7392	3.02	3.54	0.00	0.07
1024 12	0.7323	2.64	3.40	0.00	0.06

TABLEAU 2.22 – Comparaison entre les descentes à voisinages larges et de type ME (paysages NK).

UBQP	méthodes							
N d	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$
128 25								
128 50								
128 75								
128 100								
256 25								
256 50								
256 75								
256 100								
512 10								
512 50								
512 75								
512 100								
1024 10								
1024 50								
1024 75								
1024 100								
2048 10								
2048 25								
2048 50								
2048 100								
4096 10								
4096 25								
4096 50								
4096 100								

UBQP	max(moy)	méthodes			
N d		$F_l$	$B_l$	E	$E_b$
128 25	23766.4	0.00	0.43	0.15	0.17
128 50	33342.2	0.38	0.94	0.03	0.00
128 75	45782.3	0.01	0.50	0.00	0.06
128 100	50559.9	0.22	0.87	0.00	0.17
256 25	69977.5	0.13	0.54	0.00	0.11
256 50	102635.0	0.05	0.26	0.01	0.00
256 75	133370.9	0.17	0.69	0.07	0.00
256 100	145316.5	0.32	0.79	0.00	0.04
512 10	133611.5	0.00	0.38	0.26	0.19
512 50	287135.7	0.15	0.70	0.00	0.12
512 75	363653.7	0.17	0.67	0.00	0.04
512 100	422248.6	0.23	0.63	0.00	0.03
1024 10	353024.3	0.00	0.34	0.01	0.03
1024 50	801953.0	0.19	0.60	0.00	0.06
1024 75	1001920.6	0.09	0.44	0.00	0.02
1024 100	1136132.8	0.03	0.58	0.01	0.00
2048 10	998033.9	0.07	0.39	0.00	0.02
2048 25	1633614.0	0.09	0.36	0.00	0.08
2048 50	2386536.3	0.08	0.35	0.00	0.01
2048 100	3074440.5	0.17	0.64	0.00	0.12
4096 10	2791760.4	0.04	0.33	0.00	0.05
4096 25	4570193.9	0.04	0.34	0.00	0.04
4096 50	6495310.9	0.03	0.41	0.00	0.05
4096 100	9044430.4	0.06	0.39	0.00	0.06

TABLEAU 2.23 – Comparaison entre les descentes à voisinages larges avec E et  $E_b$  (paysages UBQP).



FSP		méthodes							
n	m	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$
20	10								
20	15								
20	20								
20	5								
30	10								
30	15								
30	20								
30	5								
50	10								
50	15								
50	20								
50	5								

FSP		méthodes			
n	m	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$
20	10	0.00	0.14	0.26	0.27
20	15	0.00	0.18	0.19	0.18
20	20	0.01	0.14	0.12	0.09
20	5	0.04	0.08	0.39	0.43
30	10	0.00	0.15	0.29	0.30
30	15	0.00	0.34	0.11	0.12
30	20	0.06	0.28	0.02	0.06
30	5	0.00	0.13	0.33	0.35
50	10	0.05	0.42	0.13	0.10
50	15	0.12	0.26	0.04	0.02
50	20	0.12	0.46	0.03	0.06
50	5	0.00	0.04	0.17	0.18

TABLEAU 2.24 – Comparaison entre les descentes à voisinages larges et de type ME (paysages FSP).

QAP	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$
lipa20a								
lipa20b								
lipa30a								
lipa30b								
lipa40a								
lipa40b								
lipa50a								
lipa50b								
lipa60a								
lipa60b								
lipa70a								
lipa80a								
lipa90a								
sko42								
sko49								
sko56								
sko64								
sko72								

QAP	min(moy).	$F_l$	$B_l$	E	$E_b$
lipa20a	3760.3	0.07	0.07	0.00	0.16
lipa20b	28884.3	3.65	5.25	0.13	0.00
lipa30a	13388.3	0.06	0.13	0.03	0.00
lipa30b	166776.7	3.00	4.44	0.00	0.10
lipa40a	31929.2	0.03	0.08	0.00	0.00
lipa40b	516813.5	6.15	7.32	0.00	1.52
lipa50a	62739.0	0.06	0.09	0.00	0.00
lipa50b	1345955.6	4.70	5.16	0.00	0.14
lipa60a	108172.8	0.04	0.06	0.00	0.01
lipa60b	2949210.8	1.06	1.92	0.00	0.18
lipa70a	171063.7	0.04	0.05	0.00	0.00
lipa80a	254907.6	0.02	0.05	0.00	0.00
lipa90a	362869.0	0.02	0.04	0.00	0.00
sko42	16053.4	0.49	0.82	0.06	0.00
sko49	23734.8	0.15	0.57	0.00	0.01
sko56	34908.0	0.38	0.90	0.00	0.01
sko64	49071.2	0.38	0.62	0.00	0.06
sko72	67070.5	0.31	0.70	0.00	0.07

TABLEAU 2.25 – Dominances statistiques et écart à la meilleure moyenne entre les descentes à voisinages larges et celles basées sur l’expansion sur les paysages dérivés des classes sko et lipa du QAP.

### 2.7.3 Paysages de permutations

Les résultats sur les paysages FSP sont synthétisés dans le tableau 2.24. Les résultats détaillés sont disponibles en annexe dans les tableaux 4.32 et 4.33. Sur ces paysages, les différentes descentes ne se dominent généralement pas entre elles. Nous concentrons donc notre analyse sur les moyennes, même si leur signification reste limitée. Plus les paysages contiennent de la neutralité (faible nombre de machines), plus les moyennes obtenues par E et  $E_b$  sont faibles par rapport à celles de  $F_l$  et  $B_l$ . Pour un nombre de machines plus élevé, les variantes ME sont en moyenne meilleures que  $B_l$ . Sur les grands paysages à faible taux de neutralité, E et  $E_b$  retournent de meilleurs optima locaux en moyenne que  $F_l$ .

Nous présentons les résultats sur QAP dans le tableau 2.25. L’intégralité des résultats se trouve en annexe dans les tableaux 4.34 et 4.35. Les résultats sont moins réguliers que pour les problèmes précédents (si l’on considère l’intégralité des instances). En effet, l’efficacité relative des descentes semble évoluer selon les classes d’instances et la taille des paysages.

Sur les paysages chr (en annexe), qui correspondent globalement à de petits paysages, les descentes à voisinage large dominent presque systématiquement les descentes de type ME. Une différence d’efficacité relative en fonction de la taille est observable sur les instances tai, où les descentes ME sont

régulièrement dominées sur les petites paysages ( $n \leq 40$ ) mais dominant régulièrement les autres méthodes pour des instances de plus grande taille.  $B_l$  est régulièrement dominée sur les grands paysages par les trois autres descentes et semble plus indiquée sur les plus petits paysages, où elle retourne régulièrement les meilleurs optima locaux en moyenne.

L'efficacité relative entre  $F_l$  et  $B_l$  est souvent corrélée aux niveaux de rugosité des paysages, comme observé avec les variantes classiques appliquées au voisinage de degré 1. De manière générale, il semblerait que sur les paysages avec des niveaux de neutralité non négligeables, les règles classiques à voisinage large soient à privilégier par rapport à celles qui utilisent l'expansion. Cela est probablement dû à la modification des paysages induite par la nouvelle relation de voisinage, qui permet d'accéder à des solutions améliorantes en évitant les voisins neutres et ainsi de sortir des plateaux. Ces voisins neutres ne sont pas accessibles aux descentes strictes à zone de mouvement  $\mathcal{A}_1$ , et par conséquent aux stratégies basées sur le maximum expansion. Une expansion non stricte couplée à la possibilité de sélectionner des voisins neutres pourrait être une solution pour atteindre de meilleures solutions sur les paysages avec des taux significatifs de neutralité.

Il semblerait que sur les petits paysages,  $F_l$  soit plus indiquée que les règles basées sur l'expansion. Le principe du meilleur améliorant permet une convergence en un plus faible nombre de pas de recherche, et considérer deux niveaux de voisinage diminue nécessairement le nombre d'optima locaux du paysage, ce qui réduit fortement la probabilité de piéger la descente dans un optimum de faible qualité. Malgré cela, sur plusieurs paysages,  $E$  et  $E_b$  retournent de meilleurs optima locaux que les descentes à voisinage large, alors que ces dernières sont avantagées. Ces résultats contribuent tout de même à confirmer la pertinence de l'expansion pour mener les descentes vers de bonnes solutions.

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé et étudié des règles pivot basées sur le critère d'expansion pour les algorithmes de descente. L'objectif était de déterminer un critère permettant à une descente d'atteindre de bonnes solutions, sans considérer le coût calculatoire.

Après avoir introduit deux variantes du maximum expansion, nous les avons comparées avec les règles du premier, meilleur et moins bon améliorant sur un panel de paysages. L'étude empirique montre que sur la majorité ces paysages, les variantes du maximum expansion permettent d'atteindre de meilleures solutions que les règles du premier, meilleur et moins bon améliorant. De manière générale, ces trois règles sont très souvent dominées par celles basées sur l'expansion. Une exception existe sur les très grands paysages UBQP, où le moins bon améliorant est parfois plus efficace que les stratégies qui maximisent l'expansion. Nous avons également observé une différence d'efficacité significative entre les deux variantes de ME sur les paysages NK très lisses. Dans de tels cas, utiliser la fitness comme critère de sélection secondaire en cas d'égalité sur le meilleur score d'expansion exercerait une influence positive sur les résultats. Rappelons que les paysages NK sont générés artificiellement et que la répartition de leur rugosité est plutôt uniforme. Les paysages issus de données réelles peuvent avoir une répartition moins uniforme de leurs caractéristiques, comme la rugosité ou la neutralité.

Ces premiers résultats montrent une efficacité supérieure des descentes ME par rapport aux descentes plus classiques mais, même si elles naviguent toutes sur les mêmes paysages, cette comparaison n'est pas entièrement équitable. En effet, calculer l'expansion d'une solution voisine nécessite une zone de vision plus large que pour les règles mentionnées précédemment. Cette connaissance additionnelle peut alors induire une efficacité accrue de la méthode, qui ne viendrait qu'en faible partie du principe d'expansion.

Dans un second temps, nous avons considéré des règles pivot qui utilisent la connaissance de deux niveaux de voisinage afin de comparer plus équitablement les stratégies basées sur la fitness et celles basées sur l'expansion. Les descentes qui maximisent l'expansion dominent statistiquement celles qui utilisent les règles classiques étendues, ce qui confirme l'efficacité du principe d'expansion sur les paysages considérés.

Nous avons ensuite comparé les ME avec des descentes multiobjectivisées, qui sélectionnent des solutions parmi les meilleurs compromis entre fitness et expansion, pour mieux comprendre ce qui peut rendre une règle pivot efficace. Sur la plupart des paysages, privilégier l'expansion en ne considérant que peu la fitness (excepté pour déterminer les voisins améliorants) est plus pertinent. L'efficacité relative des descentes multiobjectivisées varie, probablement à cause de différences structurelles mais tirer des conclusions n'est pas évident, car certaines d'entre elles se ressemblent et leurs résultats sont proches.

Observer le rang des solutions sélectionnées par le maximum expansion classique met en évidence que les voisins sélectionnés font rarement partie des meilleurs voisins améliorants en termes de fitness. Une corrélation relativement forte entre les rangs des solutions améliorantes et leurs valeurs d'expansion, qui varie selon les paysages, existe. Sur les paysages UBQP, le rang des solutions sélectionnées par ME est proche du rang médian.

La dernière partie expérimentale de ce chapitre montre que le critère d'expansion reste performant face à des stratégies classiques qui naviguent à l'aide d'une relation de voisinage plus large et ainsi sur des paysages modifiés où moins d'optima locaux pouvant piéger la recherche existent. L'expansion permet parfois d'obtenir de meilleurs résultats, par exemple sur certains des paysages binaires considérés, mais pas systématiquement.

Au final, le critère d'expansion s'avère pertinent pour guider les descentes vers de bonnes solutions. Cependant, il est basé sur une vision très limitée du paysage et demeure un critère local au même titre que la variation de fitness. La corrélation entre fitness et expansion semble varier selon les paysages, et l'observer de manière plus détaillée à chaque pas, ainsi que son évolution selon les règles pivot considérées pourrait potentiellement donner plus d'indications sur la structure des paysages considérés et les difficultés pouvant être rencontrées au cours de la recherche.

Ce chapitre se focalise uniquement sur ce qui peut rendre une descente plus efficace, sans réellement considérer le budget nécessaire. En considérant ce contexte, nous avons déterminé que le score d'expansion est un critère essentiel à maximiser lors d'une descente. Bien que déterminer quels principes peuvent augmenter la capacité des descentes à atteindre de bonnes solutions aide à mieux comprendre leur comportement, considérer le budget nécessaire à ces descentes est crucial pour déterminer si elles sont efficaces en pratique, et il est évident que E est bien plus coûteux que F ou même B.

Le budget induit par les différentes règles pivot classiques et par celles basées sur le score d'expansion est présenté dans le chapitre suivant. Nous proposons ensuite des stratégies approximées, qui utilisent des règles pivot sur un voisinage réduit à chaque pas afin d'observer différents compromis entre qualité des optima locaux retournés et coût calculatoire nécessaire à cet effet. Une de ces règles est considérée dans une recherche locale non stricte afin de déterminer son efficacité pour un même budget par rapport à un premier améliorant.

# COMPROMIS ENTRE QUALITÉ ET COÛT CALCULATOIRE

---

Les travaux du chapitre précédent visent à améliorer les connaissances sur ce qui rend les algorithmes de descente efficaces pour atteindre de bons optima locaux. Les expérimentations réalisées ont mis en évidence l'importance du score d'expansion des solutions pour atteindre de bons optima locaux. Cependant, ces expérimentations ne tiennent pas compte du coût calculatoire engendré par les règles pivot, qui varie grandement entre les stratégies classiques et le maximum expansion. Il était nécessaire de déterminer les aspects qui peuvent mener les descentes vers de bons optima locaux avant de se concentrer leur efficacité opérationnelle. En effet, l'efficacité d'un algorithme de résolution est souvent déterminée par la qualité des solutions qu'il retourne, mais également par le temps nécessaire pour les atteindre. De manière générale, pour un budget d'évaluations ou une durée donnée, certaines descentes qui retournent de très bonnes solutions ne peuvent être considérées, car trop coûteuses en ressources calculatoires pour converger vers un optimum local. Dans de tels cas, considérer des stratégies de sélection moins coûteuses est nécessaire, et étudier le rapport entre qualité des solutions obtenues et coût calculatoire peut alors aider à déterminer quel type de règle pivot privilégier.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier des règles pivot modifiées afin d'obtenir divers compromis entre qualité des optima locaux et nombre d'évaluations nécessaire pour les obtenir. En particulier, nous cherchons à proposer des règles pivot utilisables en pratique dans les algorithmes de descente, et toute métaheuristique intégrant une descente à son fonctionnement. Il est donc primordial de considérer le coût induit par une stratégie afin de confirmer l'intérêt de cette dernière. En effet, les descentes sont régulièrement employées de manière itérée dans des recherches locales plus sophistiquées pour les phases intensificatrices. Le coût entraîné par la règle pivot, en relation avec la qualité des optima locaux atteints par la descente, constitue alors un facteur déterminant pour l'efficacité générale des algorithmes de résolution qui exploitent ce type de recherche.

La section 3.1 présente une analyse du coût engendré par les descentes utilisant les règles pivot du premier, meilleur et moins bon améliorant et du maximum expansion. La section 3.2 présente de nouvelles règles pivot qui approximent les principes du meilleur et du moins bon améliorant dans l'optique de les rendre compétitives en termes de coût comparativement au premier améliorant. Ces règles permettent également d'observer l'impact du degré d'approximation sur la capacité des descentes à atteindre de bonnes solutions et, ainsi, à proposer différents compromis entre nombre d'évaluations et qualité des optima locaux atteints. La section 3.3 propose des règles qui approximent le principe d'ex-

pansion afin d'observer dans quelle mesure la capacité à atteindre de bonnes solutions est conservée lorsque le coût de calcul est réduit. Ces travaux correspondent à une première tentative pour déterminer s'il est possible de rendre ce principe applicable dans des phases de descente au sein de métaheuristiques. La section 3.4 propose une étude plus poussée sur l'efficacité du premier améliorant et des approximations du moins bon améliorant en comparant des recherches locales itérées basées sur ces règles pivots. Cette étude étend le contexte de nos travaux en s'intéressant à l'impact de ces stratégies dans un contexte plus général. La section 3.5 présente les résultats de l'analyse des paysages de fitness effectuée au moyen des différents indicateurs présentés dans la section 1.3. Cette analyse donne des informations sur les caractéristiques des paysages dans l'optique d'observer des liens avec la dynamique des différentes recherches locales étudiées.

## 3.1 Coût calculatoire des descentes

Cette section rapporte le nombre d'évaluations nécessaire (budget) à  $F$ ,  $B$ ,  $W$  et  $E$  pour converger vers un optimum local. Plus précisément, nous donnons le budget moyen sur 100 exécutions de la descente moins coûteuse en moyenne (systématiquement  $F$ ) ainsi que l'écart du nombre d'évaluations moyen de chaque descente à ce budget pour chaque paysage. Nous présentons ces résultats sur les paysages binaires, puis sur les paysages de permutations.

### 3.1.1 Paysages binaires

Les nombres d'évaluations moyen de  $F$ ,  $B$ ,  $W$  et  $E$  sur les paysages NK sont présentés dans le tableau 3.1 (à gauche).  $F$  est naturellement la descente la moins coûteuse, car elle sélectionne le premier voisin améliorant rencontré. Du fait d'un nombre de pas significativement élevé,  $W$  est systématiquement plus coûteuse que  $B$ , et à l'instar de  $F$ , nécessite plus d'étapes pour atteindre un optimum local lorsque la rugosité augmente. Ce n'est pas le cas de  $B$ , qui atteint plus rapidement des optima locaux (souvent de faible qualité) sur les paysages plus rugueux. Comme attendu,  $E$  est la descente la plus coûteuse, l'évaluation d'un degré de voisinage supplémentaire générant un nombre d'évaluations plus élevé à chaque pas. L'évolution du nombre d'étapes nécessaires à  $E$  pour atteindre un optimum local en fonction de la rugosité s'observe plus difficilement en tenant uniquement compte du budget moyen qui dépend également du nombre de voisins améliorants directs à chaque pas, qui n'est pas indiqué ici.

Nous présentons les budgets moyens pour UBQP dans le tableau 3.1 (à droite). Sur ces paysages, les descentes évaluent plus de solutions en moyenne que sur les paysages NK (tableau 3.1) pour une taille de paysage donnée. Cette différence indique une convergence plus lente de  $F$ ,  $B$  et  $W$  vers un optimum local sur les paysages UBQP. Le budget moyen de ces descentes évolue faiblement selon la densité, sauf pour  $W$  où il augmente en fonction de la densité.  $W$  semble effectuer un nombre de pas bien plus élevé que  $E$  sur les paysages dérivés d'instances à forte densité, mais les résultats présentés ici ne permettent pas d'indiquer clairement dans quelle proportion. Généralement le nombre d'évaluations réalisées par  $E$  augmente de manière quadratique par rapport à  $F$ .

NK	min(moy)	F	B	W	E
128 1	0.7	x1.0	x10.3	x13.6	x568.3
128 2	0.7	x1.0	x8.3	x19.8	x742.9
128 4	0.8	x1.0	x5.8	x38.0	x819.1
128 6	0.8	x1.0	x4.7	x55.8	x747.3
128 8	0.8	x1.0	x4.1	x70.2	x722.3
128 10	0.7	x1.0	x3.8	x82.4	x719.3
128 12	0.7	x1.0	x3.6	x87.4	x702.9
256 1	1.6	x1.0	x17.6	x23.9	x1931.5
256 2	1.8	x1.0	x13.7	x31.5	x2303.5
256 4	2.0	x1.0	x9.3	x66.3	x2598.7
256 6	2.1	x1.0	x7.5	x105.0	x2371.6
256 8	2.0	x1.0	x6.4	x138.9	x2211.0
256 10	2.0	x1.0	x5.8	x166.7	x2113.0
256 12	2.0	x1.0	x5.2	x169.6	x1757.7
512 1	3.6	x1.0	x31.3	x43.7	x6790.6
512 2	4.1	x1.0	x23.7	x57.2	x8430.6
512 4	4.8	x1.0	x15.5	x116.0	x8638.9
512 6	5.4	x1.0	x11.7	x180.7	x7501.5
512 8	5.4	x1.0	x9.7	x242.6	x6625.6
512 10	5.2	x1.0	x8.9	x305.1	x6186.3
512 12	5.4	x1.0	x7.3	x339.5	x5448.7
1024 1	8.1	x1.0	x55.6	x77.0	x24185.9
1024 2	9.3	x1.0	x41.7	x99.8	x29374.9
1024 4	11.5	x1.0	x26.4	x205.6	x29987.9
1024 6	12.9	x1.0	x19.4	x319.1	x24885.3
1024 8	13.0	x1.0	x16.4	x443.4	x22009.4
1024 10	13.9	x1.0	x13.5	x530.0	x18654.6
1024 12	13.8	x1.0	x12.2	x617.4	x16677.1

UBQP	min(moy)	méthodes			
Nd		F	B	W	E
128 25	1.0	x1.0	x7.8	x59.8	x816.0
128 50	1.2	x1.0	x7.0	x94.3	x686.9
128 75	1.1	x1.0	x7.1	x124.0	x703.7
128 100	1.1	x1.0	x7.0	x154.4	x687.9
256 25	2.7	x1.0	x11.7	x188.8	x2359.2
256 50	2.8	x1.0	x12.4	x320.3	x2128.0
256 75	3.2	x1.0	x10.9	x389.5	x1814.3
256 100	3.0	x1.0	x10.8	x503.7	x1942.0
512 10	6.7	x1.0	x20.4	x242.1	x7676.1
512 50	8.7	x1.0	x16.3	x941.1	x5253.9
512 75	8.5	x1.0	x16.3	x1297.5	x5045.3
512 100	7.7	x1.0	x17.7	x1652.9	x5516.3
1024 10	17.9	x1.0	x30.0	x845.1	x21992.4
1024 50	22.4	x1.0	x25.0	x3254.6	x15020.7
1024 75	22.1	x1.0	x25.6	x4314.9	x14504.0
1024 100	22.8	x1.0	x24.9	x5010.8	x14132.6

TABLEAU 3.1 – Rapport du nombre d'évaluations moyen par rapport à la meilleure moyenne (en milliers) pour F, B, W et E ; à gauche : paysages NK ; à droite : paysages UBQP.

### 3.1.2 Paysages de permutations

Dans ce chapitre et les suivants, nous utilisons un panel de paysages de permutations réduit par rapport aux expérimentations du chapitre précédent. Pour le FSP, nous conservons une instance pour chaque couple (tâches, machines). Pour le QAP, nous nous restreignons aux classes d'instances *lipa* et *sko*.

Le tableau 3.2 (à gauche) présente les nombres d'évaluations moyens des descentes sur les paysages FSP. Ce nombre est corrélé avec le nombre de machines des instances. Sachant qu'un faible nombre de machines induit plus de neutralité dans les paysages FSP, ce qui entraîne des paysages contenant plus d'optima locaux stricts où les descentes sont piégées rapidement. Le budget moyen de E augmente significativement selon le nombre de tâches, ce qui est cohérent avec l'augmentation de la taille du voisinage.

Nous donnons les budgets moyens sur les paysages QAP dans le tableau 3.2 (à droite). Les descentes convergent plus lentement vers un optimum local sur les paysages *sko* que sur les paysages *lipa*. Sur ces derniers, W effectue en moyenne plus de pas sur les instances *lipa*\*b.

## 3.2 Approximation des meilleurs et moins bon améliorants

La section précédente rend compte des différences sur les budgets nécessaires à F, B, W et E pour converger vers des optima locaux. Les observations montrent que F est la stratégie la plus intéressante en termes de budget, sous réserve qu'une évaluation incrémentale ne puisse être considérée pour

FSP n m	min(moy)	méthodes				QAP	min(moy)	F	B	W	E
		F	B	W	E						
20 5	0.9	×1.0	×4.1	×62.8	×2097.6	lipa20a	0.7	×1.0	×3.3	×36.8	×2096.6
20 10	1.1	×1.0	×4.1	×92.0	×2679.6	lipa20b	0.7	×1.0	×3.0	×115.0	×2686.0
20 15	1.1	×1.0	×3.9	×102.8	×3003.4	lipa30b	1.9	×1.0	×4.0	×333.0	×8081.1
20 20	1.2	×1.0	×4.0	×107.5	×3076.1	lipa40a	3.7	×1.0	×4.8	×122.6	×18214.8
30 5	1.7	×1.0	×5.1	×125.7	×7606.3	lipa40b	4.5	×1.0	×4.3	×671.2	×19118.7
30 10	2.5	×1.0	×5.5	×148.6	×8914.3	lipa50b	7.3	×1.0	×5.2	×1279.9	×38770.5
30 15	2.9	×1.0	×5.2	×150.4	×9471.3	lipa60a	9.7	×1.0	×6.4	×262.3	×69060.8
30 20	3.1	×1.0	×5.1	×157.0	×9977.7	lipa60b	12.1	×1.0	×5.1	×1883.4	×58282.3
50 5	5.3	×1.0	×6.5	×181.8	×26067.8	lipa70a	14.6	×1.0	×6.9	×328.9	×111398.3
50 10	6.9	×1.0	×7.9	×238.3	×40639.7	lipa80a	20.2	×1.0	×7.5	×417.2	×162978.9
50 15	8.8	×1.0	×7.6	×218.3	×39200.5	lipa90a	26.6	×1.0	×8.3	×518.9	×248075.4
50 20	9.2	×1.0	×7.2	×227.0	×42005.7	sko42	5.1k	×1.0	×6.6	×232.7	×25558.9
						sko49	7.7k	×1.0	×6.9	×281.6	×38760.7
						sko56	10.7k	×1.0	×8.3	×407.6	×62706.5
						sko64	15.0k	×1.0	×8.8	×498.5	×97971.5
						sko72	21.3k	×1.0	×9.3	×600.9	×130497.7

TABLEAU 3.2 – Ratio du nombre d'évaluations moyen par rapport à la meilleure moyenne (en milliers) de F, B, W et E sur les paysages FSP (à gauche) et QAP (à droite).

réduire la complexité de la fonction d'évaluation. De plus, sur de nombreux paysages F, mène vers de bons optima locaux, généralement meilleurs que ceux trouvés par B et moins bons que ceux trouvés par W. Cela illustre l'existence de stratégies à la fois peu coûteuses en termes d'effort calculatoire et efficaces pour atteindre des solutions de qualité.

Une manière simple d'obtenir de telles stratégies consiste à appliquer une règle pivot efficace sur une partie du voisinage de la solution courante. Cela permet de conserver partiellement l'efficacité de la stratégie tout en réduisant le nombre d'évaluations moyen nécessaire à chaque pas. C'est sur ce principe que repose la règle du moins bon améliorant approximé, proposée et étudiée dans [BG14]. Cette règle est basée sur la stratégie alternative du moins bon améliorant, qui permet souvent d'atteindre de bonnes solutions, mais nécessite un budget élevé comparativement aux règles pivot classiques.

La règle pivot du moins bon améliorant approximé est étudiée plus en détail dans ce chapitre. Nous considérons également une règle similaire basée sur le meilleur améliorant afin d'observer l'impact de règles à mi-chemin entre les premier et meilleur améliorants et de règles à mi-chemin entre les premier et moins bon améliorants sur la capacité de la descente à trouver de meilleures solutions. Les deux règles proposées ici utilisent un paramètre  $\kappa$ , qui spécifie le nombre (maximal) de voisins améliorants sur lequel la règle de sélection est appliquée à chaque étape de la recherche. Elles fonctionnent de la manière suivante :

- le *meilleur améliorant approximé* ( $B_{\kappa}$ ) sélectionne la solution de meilleure fitness parmi au plus  $\kappa$  voisins améliorants à chaque étape de la recherche (figure 3.1),
- le *moins bon améliorant approximé* ( $W_{\kappa}$ ) sélectionne la solution de moins bonne fitness parmi au plus  $\kappa$  voisins améliorants à chaque étape de la recherche (figure 3.2).

Les voisins sont générés aléatoirement jusqu'à ce que  $\kappa$  améliorants soient rencontrés ou qu'il ne reste plus de voisins à évaluer.

Dans les expérimentations, différentes valeurs de  $\kappa$  sont considérées ( $\kappa \in \{2, 4, 8, 16\}$ ) afin d'observer différents compromis entre budget requis et qualité des solutions atteintes. Ces valeurs permettent



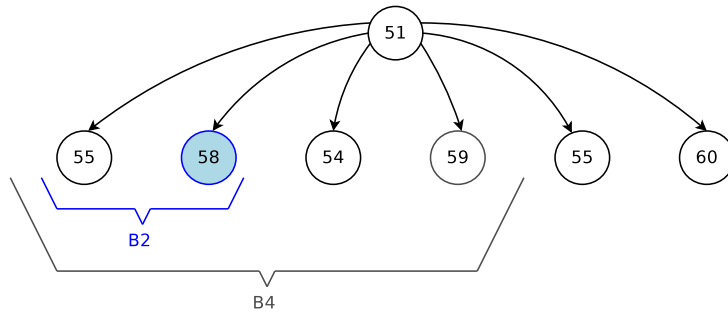


FIGURE 3.1 – Illustration de la sélection d'un voisin améliorant par  $B_{\kappa}$  à partir d'une solution courante. Pour chaque solution (cercle), la valeur correspond à la fitness. La solution de fitness 51 est la solution courante, les autres solutions correspondent à ses voisins améliorants dans leur ordre d'évaluation, de gauche à droite. Le voisin sélectionné pour  $\kappa = 2$  est en bleu ; celui sélectionné pour  $\kappa = 4$  est en gris.

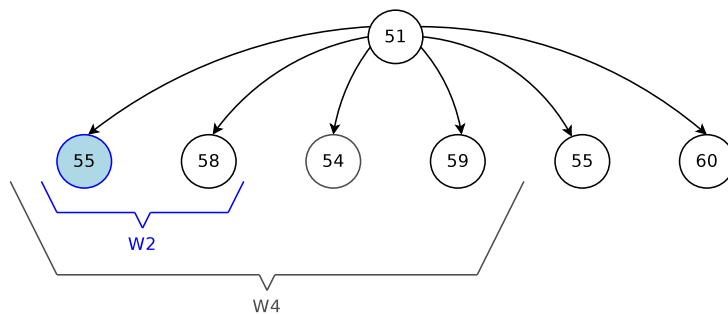


FIGURE 3.2 – Illustration de la sélection d'un voisin améliorant par  $W_{\kappa}$  à partir d'une solution courante avec la même représentation que pour  $B_{\kappa}$ .

	Domine $t$ méthodes											Dominée par $t$ méthodes										
$t$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
couleur	[Red gradient from dark to light]											[Blue gradient from light to dark]										

TABEAU 3.3 – Légende des tableaux de résultats reportant la dominance statistique selon un test binomial pour 11 méthodes. Les dégradés de rouge indiquent le nombre de fois où une méthode domine statistiquement les autres méthodes. Les dégradés de bleu indiquent le nombre de fois où la méthode est statistiquement dominée par d'autres méthodes.

également d'observer plus finement l'intégration d'une règle de sélection basée sur la fitness avec différents compromis entre intensification et diversification. Dans la suite du manuscrit, nous notons  $|\mathcal{N}|$ , la taille du voisinage d'un paysage (qui est fixé pour l'intégralité des solutions dans les paysages étudiés). Lorsque  $\kappa = 1$ , les stratégies approximées correspondent à  $F$ , et lorsque  $\kappa = |\mathcal{N}|$ ,  $\bar{W}_{\mathcal{N}}$  et  $B_{\mathcal{N}}$  correspondent respectivement à  $\bar{W}$  et  $B$ . Plus la valeur de  $\kappa$  est faible, moins les stratégies sont approximées précisément.

Nous comparons la capacité de ces descentes à atteindre de bons optima locaux, mais aussi les budgets nécessaires pour y parvenir. Le protocole expérimental employé pour nos expérimentations est similaire à celui du chapitre 2. Nous présentons les dominances statistiques entre les différentes méthodes pour chaque paysage selon la légende décrite dans le tableau 3.3. Lorsque  $B$  (ou  $\bar{W}$ ) est meilleur que  $F$  sur un paysage, alors  $B_{\kappa}$  (ou  $\bar{W}_{\kappa}$ ) atteint des solutions de qualité intermédiaire, et donc moins bonnes que  $B$  ( $\bar{W}$ ). Nous ne reportons donc pas la fitness moyenne dans cette section. Comme dans la section précédente, nous reportons le nombre d'évaluations moyen nécessaire à chaque méthode pour converger vers un optimum local.

Nous comparons dans un premier temps  $F$ ,  $B$  et  $\bar{W}$  avec  $B_{\kappa}$  et  $\bar{W}_{\kappa}$  sur les paysages binaires, puis sur les paysages de permutations.

### 3.2.1 Paysages binaires

Sur les paysages NK, les dominances entre descentes sont présentées dans le tableau 3.4. Sur les paysages lisses ( $K \in \{1, 2\}$ ),  $B$  et  $B_{\kappa}$  dominent statistiquement  $F$ ,  $\bar{W}$  et  $\bar{W}_{\kappa}$ . En ne considérant que deux voisins améliorants générés aléatoirement à chaque pas, choisir le meilleur ( $B_2$ ) mène à de meilleures solutions que  $F$ . Sur les paysages plus rugueux,  $\bar{W}$  et  $\bar{W}_{\kappa}$  dominent les autres stratégies. Lorsque le moins bon parmi deux voisins améliorants est sélectionné ( $\bar{W}_2$ ), les optima locaux sont généralement meilleurs que ceux atteints par  $F$ . De manière générale, les résultats de  $B_8$  et  $B_{16}$  sont proches de ceux de  $B$ , ce qui est également le cas pour  $\bar{W}_8$  et  $\bar{W}_{16}$  avec  $\bar{W}$ . Plus  $\kappa$  est faible, plus les résultats sont proches de  $F$ , plus  $\kappa$  est élevé, plus les résultats sont proches des stratégies initiales.

Nous indiquons les budgets moyens de chaque descente sur les paysages NK sont présentés dans le tableau 3.5. Le nombre d'évaluations de  $B_{16}$  est proche de celui de  $B$ , sauf sur les paysages lisses où la différence est plus marquée. Ce phénomène s'amplifie également avec la taille des paysages. Le nombre d'évaluations de  $\bar{W}_{\kappa}$  est drastiquement réduit par rapport à celui de  $\bar{W}$ , en particulier sur les paysages rugueux et grands. Lorsque  $\kappa = 2$ , le budget des descentes est particulièrement proche de celui de  $F$  (bien que  $F$  soit généralement au moins deux fois plus rapide pour atteindre un optimum local). De manière générale, le rapport du budget des descentes approximées par rapport à celui de  $F$  est relativement stable avec les différentes valeurs de  $N$ .

Pour les différentes approximations, les plus grandes valeurs de  $\kappa$  permettent d'atteindre des solutions proches en qualité à celles obtenues par les stratégies non approximées et de réduire significativement le budget nécessaire aux descentes pour atteindre un optimum local. Comme attendu, avec les plus faibles valeurs de  $\kappa$ , le budget est fortement réduit mais l'efficacité des approximations est plus éloignée de celle des descentes sur lesquelles elles sont basées.

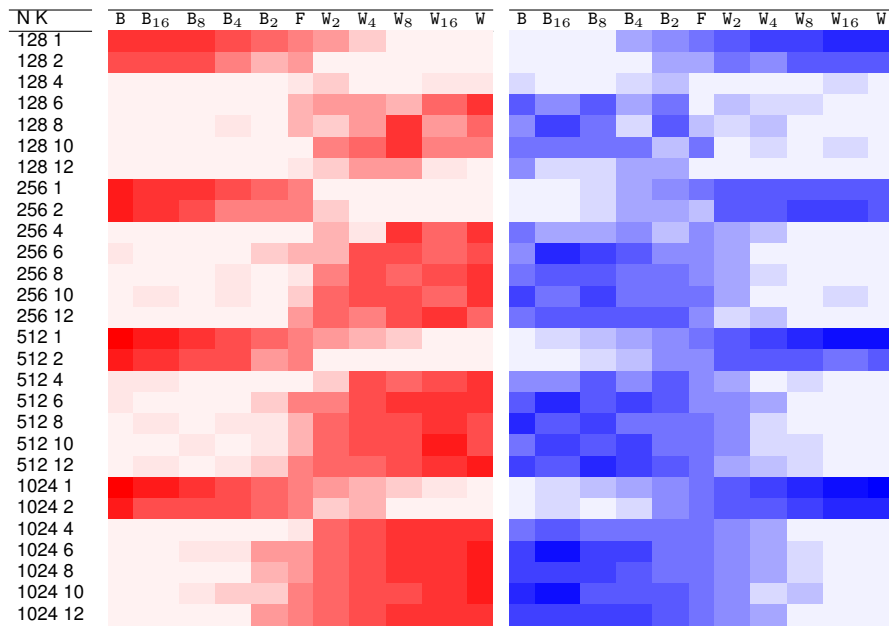


TABLEAU 3.4 – Dominances statistiques selon un test binomial entre F, B, W, B<sub>κ</sub> et W<sub>κ</sub> sur les paysages NK selon la légende du tableau 3.3. Nombre de fois où chaque méthode en domine statistiquement une autre à gauche (en nuances de rouge). Nombre de fois où une méthode est dominée statistiquement à droite (en nuances de bleu).

Nous présentons les dominances statistiques entre les descentes sur les paysages UBQP dans le tableau 3.6. Sur l'ensemble de ces paysages, les variantes de W<sub>κ</sub> mènent à de meilleures solutions que F, B et B<sub>κ</sub>. Ces résultats sont cohérents avec l'efficacité de W par rapport à F et B sur ces mêmes paysages et avec leur efficacité relative sur les paysages NK. Sur la majorité des paysages, W ne domine pas ses variantes (W<sub>κ</sub>).

Les budgets des descentes sur les paysages UBQP sont présentées dans le tableau 3.7. La proportion du nombre d'évaluations engendré par les stratégies approximées est relativement stable comparé à celle de F, indépendamment de la taille des paysages, comme observé sur les paysages NK. Le nombre d'évaluations moyen pour une valeur de κ donnée est toujours plus faible pour B<sub>κ</sub> que pour W<sub>κ</sub>, ce qui est lié au nombre de pas effectués par ces descentes avant d'atteindre un optimum local. Le budget de W<sub>κ</sub> est particulièrement réduit par rapport à celui de W, et les compromis entre qualité des optima locaux et coût calculatoire offerts par cette règle pivot semblent particulièrement intéressants sur ces paysages UBQP.

### 3.2.2 Paysages de permutations

Sur les paysages de permutations, la taille des voisinages augmente de manière quadratique par rapport à la taille des instances, tandis que sur les paysages binaire elle augmente de manière linéaire. Les valeurs de κ utilisées sont néanmoins les mêmes pour ces deux types de paysages.

N K	meilleur améliorant & approx.					F	moins bon améliorant & approx.				
	B	B <sub>16</sub>	B <sub>8</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>2</sub>		W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>16</sub>	W
128 1	x10.3	x6.8	x4.5	x2.9	x1.7	x1.0	x1.9	x3.2	x5.3	x8.2	x13.6
128 2	x8.3	x6.0	x4.2	x2.8	x1.6	x1.0	x2.0	x4.0	x7.0	x11.6	x19.8
128 4	x5.8	x4.7	x3.5	x2.4	x1.6	x1.0	x2.3	x5.0	x10.3	x19.3	x38.0
128 6	x4.7	x3.8	x3.0	x2.3	x1.6	x1.0	x2.4	x5.5	x12.2	x25.2	x55.8
128 8	x4.1	x3.4	x3.0	x2.2	x1.5	x1.0	x2.6	x6.2	x14.2	x29.9	x70.2
128 10	x3.8	x3.3	x2.7	x2.2	x1.5	x1.0	x2.7	x6.8	x16.2	x33.6	x82.4
128 12	x3.6	x3.1	x2.7	x2.1	x1.6	x1.0	x2.6	x6.9	x16.2	x35.0	x87.4
256 1	x17.6	x8.3	x5.4	x3.2	x1.9	x1.0	x1.9	x3.4	x5.9	x9.6	x23.9
256 2	x13.7	x7.1	x4.8	x3.0	x1.7	x1.0	x2.1	x3.9	x7.1	x12.3	x31.5
256 4	x9.3	x5.7	x4.2	x2.8	x1.7	x1.0	x2.4	x5.0	x10.5	x20.6	x66.3
256 6	x7.5	x4.8	x3.7	x2.6	x1.6	x1.0	x2.4	x5.7	x12.6	x26.2	x105.0
256 8	x6.4	x4.6	x3.5	x2.6	x1.6	x1.0	x2.5	x6.4	x14.8	x32.0	x138.9
256 10	x5.8	x4.4	x3.3	x2.6	x1.6	x1.0	x2.7	x6.8	x16.4	x36.4	x166.7
256 12	x5.2	x3.7	x3.0	x2.2	x1.5	x1.0	x2.6	x6.3	x16.0	x36.4	x169.6
512 1	x31.3	x9.2	x5.7	x3.5	x1.9	x1.0	x1.9	x3.4	x6.1	x10.3	x43.7
512 2	x23.7	x8.1	x5.2	x3.1	x1.7	x1.0	x2.1	x4.1	x7.6	x13.5	x57.2
512 4	x15.5	x7.1	x4.6	x2.9	x1.8	x1.0	x2.3	x4.9	x10.2	x20.0	x116.0
512 6	x11.7	x5.8	x4.4	x2.8	x1.7	x1.0	x2.2	x5.3	x11.6	x25.5	x180.7
512 8	x9.7	x5.5	x4.1	x2.8	x1.7	x1.0	x2.4	x5.8	x13.6	x30.1	x242.6
512 10	x8.9	x5.1	x4.1	x2.6	x1.6	x1.0	x2.5	x6.3	x15.0	x35.2	x305.1
512 12	x7.3	x4.6	x3.6	x2.5	x1.6	x1.0	x2.5	x6.4	x15.5	x37.2	x339.5
1024 1	x55.6	x10.3	x6.2	x3.5	x1.9	x1.0	x1.9	x3.5	x6.2	x10.9	x77.0
1024 2	x41.7	x9.1	x5.6	x3.3	x1.9	x1.0	x2.1	x4.1	x7.6	x13.7	x99.8
1024 4	x26.4	x8.0	x5.3	x3.2	x1.8	x1.0	x2.2	x4.8	x9.7	x19.4	x205.6
1024 6	x19.4	x7.3	x4.8	x3.0	x1.8	x1.0	x2.2	x5.1	x11.3	x24.1	x319.1
1024 8	x16.4	x7.0	x5.0	x3.1	x1.8	x1.0	x2.5	x5.6	x13.0	x29.1	x443.4
1024 10	x13.5	x6.6	x4.6	x2.9	x1.8	x1.0	x2.3	x5.9	x13.5	x31.1	x530.0
1024 12	x12.2	x6.0	x4.4	x2.8	x1.7	x1.0	x2.5	x6.1	x15.1	x35.6	x617.4

TABLEAU 3.5 – Écart du nombre d'évaluations moyen par rapport à la meilleure moyenne pour F, B, W, B<sub>K</sub> et W<sub>K</sub> sur les paysages NK.

Le tableau 3.8 rapporte les dominances entre les différents algorithmes de descentes sur les paysages QAP. Sur ces paysages, W<sub>K</sub> et W ne sont pas dominées par F, B et B<sub>K</sub>. Les différentes variantes W<sub>K</sub> se dominent peu entre elles, à l'exception de W<sub>2</sub> qui est régulièrement dominée. Cette dernière permet cependant d'obtenir régulièrement de meilleurs résultats que F.

Les budgets moyens pour chaque descente sont présentés dans le tableau 3.9. B<sub>K</sub> est particulièrement rapide pour atteindre des optima locaux, ce qui n'est pas surprenant étant donné que B effectue peu de pas sur ces paysages. Le nombre d'évaluations de W<sub>K</sub> est significativement réduit par rapport à celui de W (qui est particulièrement élevé sur ces paysages). En général, W<sub>2</sub> nécessite moins du triple du budget moyen de F pour atteindre un optimum local, ce qui est très raisonnable en prenant en considération le coût calculatoire de W sur ces paysages. W<sub>K</sub> mène à de bonnes solutions, comparativement aux stratégies classiques et son budget est significativement réduit par rapport à celui de W. Sur ces paysages, l'efficacité relative des méthodes ressemble à celle obtenue sur les paysages UBQP.

Sur les paysages FSP, nous donnons les dominances dans le tableau 3.10. De manière générale, W<sub>K</sub> et W ne sont pas dominées par les autres descentes. Sur les plus petits paysages (20 tâches), il existe peu de dominances statistiques entre les descentes. Sur les paysages plus grands, les différentes variantes de W<sub>K</sub> dominent régulièrement F, B et B<sub>K</sub>.

Les budgets moyens des descentes sur les paysages FSP sont indiqués dans le tableau 3.11. Sur ces paysages, W<sub>2</sub> nécessite environ le double d'évaluations de F pour atteindre un optimum local. W<sub>2</sub> et W<sub>4</sub> nécessitent un nombre d'évaluations plus faible que celui de B. Les résultats sont proches de ceux obtenus sur les autres problèmes.

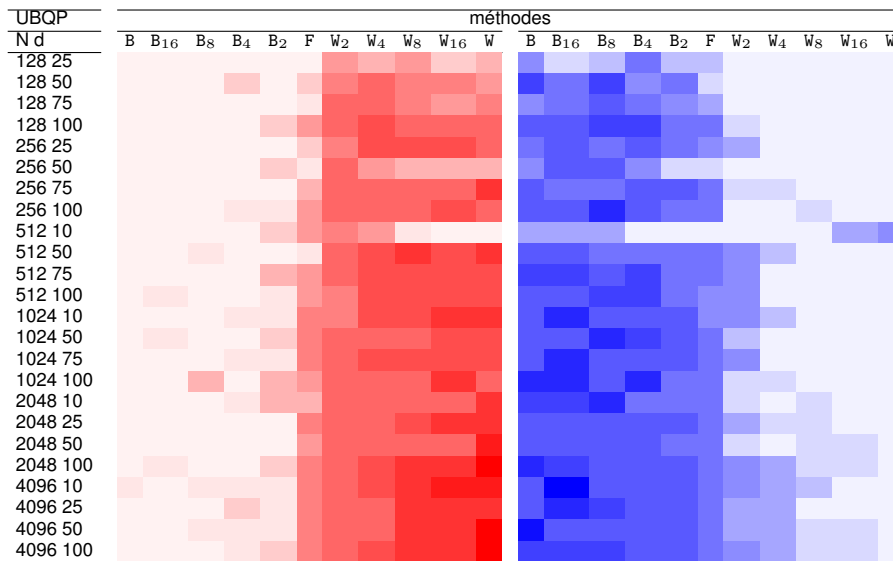


TABLEAU 3.6 – Dominances statistiques selon un test binomial entre F, B, W, B<sub>κ</sub> et W<sub>κ</sub> sur les paysages UBQP.

### 3.2.2.1 Discussion

Dans cette section, nous avons étudié des règles pivot basées sur celles du meilleur et moins bon améliorant afin d’observer l’impact de l’approximation de ces principes sur la capacité à atteindre de bonnes solutions en un temps raisonnable. Les résultats montrent que les approximations proposées retournent généralement de meilleures solutions que F. L’approximation du meilleur améliorant est ainsi plus efficace sur les paysages NK lisses, et celle du moins bon améliorant sur les paysages moyennement rugueux à rugueux, qui constituent la majorité des paysages considérés dans nos travaux. Sur ce type de paysages, lorsque  $\kappa = 2$ , l’approximation de W est minimaliste mais est néanmoins suffisante pour atteindre de meilleures solutions que F en général. Le nombre d’évaluations reste au moins deux fois plus élevé qu’avec F. Lorsque  $\kappa = 16$ , la qualité des solutions retournées est très proche de celle de W mais le nombre d’évaluations moyen, bien que significativement réduit (par rapport à W), est bien plus élevé qu’avec F.

Notons que les stratégies approximées sont, en un sens, plus diversificatrices que celles sur lesquelles elles sont basées. En effet, B et W considèrent l’intégralité du voisinage à chaque pas pour sélectionner un voisin améliorant, tandis que leurs approximations appliquent la même stratégie de sélection sur un nombre réduit de voisins améliorants, générés aléatoirement. Limiter le nombre de voisins à considérer à chaque pas implique de sélectionner une solution avec un plus faible niveau de connaissances que lorsque l’intégralité du voisinage est considéré. En suivant un raisonnement similaire, F induit plus de diversification que B et W. Rappelons que les recherches locales sont des méthodes très intensificatrices, en particulier les recherches locales strictes telles que les descentes. Il reste globalement difficile de catégoriser au sein des algorithmes de descente quelle stratégie entraîne plus d’intensification ou de diversification. Si l’on considère que l’intensification correspond à faire grimper une

UBQP N d	meilleur améliorant & approx.					F	moins bon améliorant & approx.				
	B	B <sub>16</sub>	B <sub>8</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>2</sub>		W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>16</sub>	W
128 25	x7.8	x5.4	x3.9	x2.7	x1.6	x1.0	x2.5	x5.6	x12.5	x25.8	x59.8
128 50	x7.0	x5.2	x3.8	x2.7	x1.6	x1.0	x2.5	x6.0	x14.1	x33.0	x94.3
128 75	x7.1	x4.9	x3.5	x2.5	x1.5	x1.0	x2.6	x6.4	x15.1	x37.1	x124.0
128 100	x7.0	x4.9	x3.6	x2.4	x1.6	x1.0	x2.5	x6.2	x15.7	x41.7	x154.4
256 25	x11.7	x6.2	x4.4	x2.8	x1.8	x1.0	x2.4	x6.0	x13.9	x31.8	x188.8
256 50	x12.4	x6.6	x4.5	x3.0	x1.7	x1.0	x2.6	x6.2	x15.7	x38.5	x320.3
256 75	x10.9	x6.0	x4.4	x2.9	x1.7	x1.0	x2.4	x5.9	x14.9	x37.1	x389.5
256 100	x10.8	x5.6	x3.9	x2.6	x1.6	x1.0	x2.6	x6.7	x17.3	x44.6	x503.7
512 10	x20.4	x8.0	x5.4	x3.3	x1.9	x1.0	x2.3	x5.2	x11.7	x25.6	x242.1
512 50	x16.3	x7.0	x5.1	x3.1	x1.8	x1.0	x2.5	x5.6	x14.2	x35.9	x941.1
512 75	x16.3	x6.8	x4.7	x3.0	x1.6	x1.0	x2.4	x6.0	x15.4	x39.8	x1297.5
512 100	x17.7	x7.1	x5.0	x3.1	x1.7	x1.0	x2.6	x6.9	x17.3	x45.5	x1652.9
1024 10	x30.0	x8.7	x5.7	x3.6	x1.8	x1.0	x2.2	x5.2	x12.3	x29.4	x845.1
1024 50	x25.0	x7.6	x5.0	x3.1	x1.7	x1.0	x2.4	x6.3	x15.8	x40.3	x3254.6
1024 75	x25.6	x7.6	x5.4	x3.1	x1.7	x1.0	x2.5	x6.4	x16.6	x43.0	x4314.9
1024 100	x24.9	x7.8	x5.6	x3.1	x1.8	x1.0	x2.8	x6.5	x16.9	x45.1	x5010.8
2048 10	x45.5	x9.9	x6.1	x3.6	x1.9	x1.0	x2.3	x5.4	x12.3	x30.0	x2748.4
2048 25	x41.1	x9.2	x6.2	x3.4	x1.9	x1.0	x2.3	x5.5	x13.2	x34.0	x5871.9
2048 50	x38.2	x8.8	x5.8	x3.3	x1.8	x1.0	x2.3	x5.7	x14.8	x37.2	x9711.5
2048 100	x32.0	x8.2	x5.5	x3.1	x1.7	x1.0	x2.4	x5.9	x15.4	x40.6	x13286.0
4096 10	x63.4	x10.6	x7.1	x3.9	x1.8	x1.0	x2.1	x4.8	x11.4	x27.8	x8009.3
4096 25	x58.4	x9.9	x6.3	x3.7	x1.9	x1.0	x2.2	x5.2	x13.1	x31.7	x17234.0
4096 50	x53.1	x10.4	x6.6	x3.7	x1.9	x1.0	x2.4	x5.7	x14.4	x33.6	x27094.0
4096 100	x50.7	x9.5	x6.1	x3.5	x1.8	x1.0	x2.3	x6.0	x15.2	x38.9	x40051.5

TABLEAU 3.7 – Ratio du nombre d'évaluations moyen par rapport à la meilleure moyenne pour F, B, W, B<sub>K</sub> et W<sub>K</sub> sur les paysages UBQP.

méthode sur un pic du paysage le plus rapidement possible, alors B est la règle la plus intensificatrice (parmi celles considérées). L'intensification peut également correspondre au fait d'explorer fortement une zone du paysage, bien que pour la mesurer correctement selon cette définition, il faudrait délimiter les différentes zones d'un paysage donné. De manière pratique, l'intensification pourrait aussi être estimée selon l'évolution de la distance entre la solution initiale et des solutions rencontrées en fonction du nombre de pas.

La section suivante propose des variantes approximées du maximum expansion et compare leurs compromis entre fitness et budget avec ceux du moins bon améliorant approximé.

### 3.3 Approximation du principe d'expansion

Le chapitre précédent propose la stratégie du maximum expansion, souvent significativement plus efficace que les règles pivot à vision  $\mathcal{A}_1$  étudiées. La complexité induite par l'utilisation d'une telle règle est nettement plus élevée, de ce fait le nombre d'évaluations nécessaire pour converger vers un optimum local est particulièrement élevé. Les expérimentations de la section précédente montrent qu'il est possible d'approximer les règles pivot efficaces et de conserver une bonne qualité des solutions pour un nombre d'évaluations notablement réduit.

Approximer le maximum expansion pourrait être envisagé pour réaliser une descente au coût calculatoire raisonnable et potentiellement plus efficace que celles à zone de vision  $\mathcal{A}_1$ . L'approximation de cette stratégie soulève cependant plus de questions, du fait de sa zone de vision  $\mathcal{A}_2$ . La stratégie du maximum expansion peut être appliquée sur un voisinage réduit, à l'instar des stratégies proposées

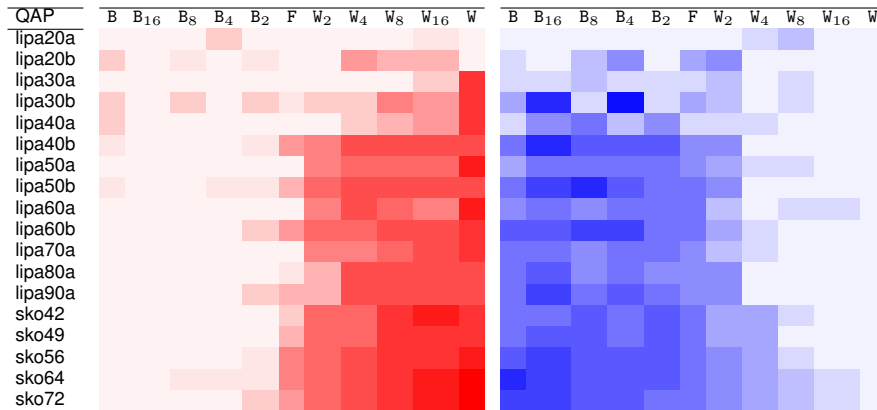
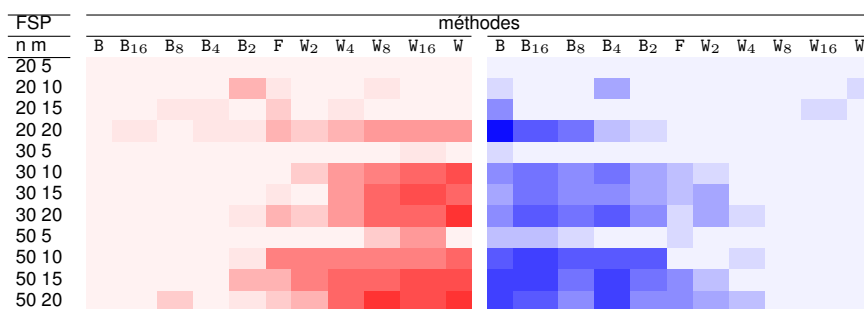


TABLEAU 3.8 – Dominances statistiques selon des tests binomiaux entre F, B, W, B<sub>k</sub> et W<sub>k</sub> (paysages QAP).

QAP	meilleur améliorant & approx.					F	moins bon améliorant & approx.				
	B	B <sub>16</sub>	B <sub>8</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>2</sub>		W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>16</sub>	W
lipa20a	x3.3	x2.6	x2.4	x2.0	x1.4	x1.0	x2.5	x5.1	x10.1	x18.3	x36.8
lipa20b	x3.0	x2.6	x2.3	x1.8	x1.3	x1.0	x2.6	x6.8	x15.6	x33.4	x115.0
lipa30a	x4.2	x3.2	x2.8	x2.2	x1.5	x1.0	x2.4	x5.4	x11.4	x21.9	x75.4
lipa30b	x4.0	x3.0	x2.7	x2.0	x1.5	x1.0	x2.7	x7.5	x18.7	x42.3	x333.0
lipa40a	x4.8	x3.3	x2.9	x2.2	x1.5	x1.0	x2.4	x5.7	x12.3	x24.1	x122.6
lipa40b	x4.3	x2.9	x2.3	x1.9	x1.4	x1.0	x2.6	x7.3	x19.3	x48.4	x671.2
lipa50a	x5.6	x3.6	x2.9	x2.3	x1.6	x1.0	x2.4	x5.7	x13.3	x27.3	x183.0
lipa50b	x5.2	x3.3	x2.8	x2.1	x1.5	x1.0	x2.9	x8.2	x21.6	x53.2	x1279.9
lipa60a	x6.4	x3.8	x3.4	x2.4	x1.6	x1.0	x2.6	x6.2	x13.2	x27.3	x262.3
lipa60b	x5.1	x3.3	x2.6	x2.0	x1.5	x1.0	x2.7	x7.7	x19.6	x50.5	x1883.4
lipa70a	x6.9	x4.0	x3.3	x2.3	x1.5	x1.0	x2.5	x5.8	x13.6	x28.9	x328.9
lipa80a	x7.5	x4.2	x3.3	x2.5	x1.6	x1.0	x2.5	x6.1	x13.7	x29.6	x417.2
lipa90a	x8.3	x4.4	x3.5	x2.5	x1.7	x1.0	x2.4	x6.2	x14.4	x30.0	x518.9
sko42	x6.6	x4.4	x3.5	x2.6	x1.6	x1.0	x2.4	x5.9	x13.8	x29.7	x232.7
sko49	x6.9	x4.7	x3.5	x2.4	x1.6	x1.0	x2.5	x5.7	x12.8	x28.5	x281.6
sko56	x8.3	x4.9	x3.7	x2.6	x1.7	x1.0	x2.5	x6.1	x13.3	x30.1	x407.6
sko64	x8.8	x5.2	x4.0	x2.6	x1.7	x1.0	x2.4	x5.7	x13.6	x30.4	x498.5
sko72	x9.3	x5.0	x3.8	x2.6	x1.6	x1.0	x2.2	x5.5	x13.0	x29.5	x600.9

TABLEAU 3.9 – Ratio du nombre d'évaluations moyen par rapport à la meilleure moyenne pour F, B, W, B<sub>k</sub> et W<sub>k</sub> sur les paysages QAP.

dans la section précédente (approximation du premier niveau de voisinage de la solution courante). Il est également possible d'approximer le calcul du score d'expansion de chaque voisin de la solution courante, ce qui consiste à échantillonner la zone  $\mathcal{A}_2 \setminus \mathcal{A}_1$  de la solution courante (approximation du second niveau de voisinage de la solution courante). L'approximation d'un seul niveau de voisinage permet de réduire sensiblement le nombre d'évaluations, mais ce dernier sera toujours plus élevé à chaque pas que ceux des règles pivot basiques. L'approximation des deux niveaux de voisinage constituant la zone de vision de ME permet de réduire significativement le nombre d'évaluations, mais peut fortement diminuer la capacité de la descente à atteindre de bonnes solutions. En effet, l'approximation du premier niveau de voisinage permet de réduire le nombre de solutions candidates, comme les stratégies proposées dans la section précédente, mais celle du second niveau revient à approximer le principe même de la méthode. Or, c'est ce principe d'expansion qui est a priori efficace pour mener la recherche vers de bonnes solutions.

TABLEAU 3.10 – Dominances statistiques selon des tests binomiaux entre F, B, W,  $B_{\kappa}$  et  $W_{\kappa}$  (paysages FSP).

FSP n m	meilleur améliorant & approx.					F	moins bon améliorant & approx.				
	B	B <sub>16</sub>	B <sub>8</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>2</sub>		W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>16</sub>	W
20 5	x3.7	x2.2	x1.8	x1.7	x1.3	x1.0	x1.8	x2.9	x5.8	x12.1	x64.2
20 10	x4.0	x2.9	x2.4	x1.8	x1.4	x1.0	x2.1	x4.6	x9.8	x20.1	x87.3
20 15	x3.8	x2.8	x2.3	x1.9	x1.4	x1.0	x2.1	x4.6	x8.9	x18.3	x95.4
20 20	x3.9	x2.9	x2.4	x2.0	x1.5	x1.0	x2.3	x5.4	x11.4	x23.9	x112.9
30 5	x5.1	x2.7	x2.4	x1.7	x1.5	x1.0	x1.9	x3.2	x5.9	x11.5	x116.1
30 10	x5.6	x3.2	x2.4	x1.8	x1.4	x1.0	x2.2	x4.3	x8.8	x18.2	x155.5
30 15	x5.5	x3.2	x2.7	x1.9	x1.4	x1.0	x2.1	x4.9	x10.0	x20.8	x158.0
30 20	x4.9	x3.2	x2.4	x1.9	x1.3	x1.0	x2.1	x4.8	x10.7	x20.9	x152.4
50 5	x5.7	x2.4	x2.0	x1.7	x1.5	x1.0	x2.0	x3.1	x5.7	x9.0	x185.7
50 10	x7.6	x3.1	x2.5	x1.9	x1.4	x1.0	x2.2	x4.0	x7.8	x15.2	x219.5
50 15	x7.3	x3.5	x2.7	x1.9	x1.3	x1.0	x2.1	x4.5	x9.2	x17.8	x210.6
50 20	x6.9	x3.5	x2.8	x2.0	x1.5	x1.0	x2.3	x4.9	x10.9	x19.5	x223.0

TABLEAU 3.11 – Rapport du nombre d'évaluations moyen par rapport à la meilleure moyenne pour F, B, W,  $B_{\kappa}$  et  $W_{\kappa}$  sur les paysages FSP.

Dans cette section, nous proposons et étudions une approximation du maximum expansion. Nous cherchons à déterminer si le principe d'expansion peut mener à des descentes compétitives, avec un bon compromis entre qualité des optima locaux atteints et budget. Nous proposons la règle pivot du *maximum expansion approché* ( $ME_{\kappa}^{\lambda}$ ) qui utilise deux paramètres :

- $\kappa$ , pour approximer la zone de mouvement (nombre de voisins améliorants étudiés),
- $\lambda$ , pour approximer le calcul du score d'expansion.

Ces deux paramètres contribuent à approximer la zone de vision. À chaque pas,  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  génère aléatoirement  $\kappa$  voisins améliorants. Parmi ces voisins, la stratégie sélectionne celui qui nécessite le moins d'évaluations pour générer  $\lambda$  voisins améliorants. Cela correspond à une évaluation en parallèle des voisins des solutions candidates qui se termine lorsqu'une de ses solutions atteint un score d'expansion de  $\lambda$ . Notons que si tous les voisins améliorants ont une expansion inférieure à  $\lambda$ , le voisin sélectionné est celui d'expansion maximale. Dans un tel cas, le second niveau de voisinage n'est plus approximé. Afin d'observer plus finement l'impact de différents taux d'approximation, nous considérons plusieurs variantes qui correspondent aux différents couples  $(\kappa, \lambda)$  où  $\kappa, \lambda \in \{2, 4, 8, 16, *\}$ , et  $* = |\mathcal{N}|$ .

Dans la suite de cette section, nous comparons statistiquement les variantes du maximum expansion (incluant  $\mathbb{E}$ ) et F afin de déterminer si l'approximation proposée permet de conserver une efficacité supérieure à F pour atteindre de bons optima locaux. Additionnellement, nous présentons pour chaque



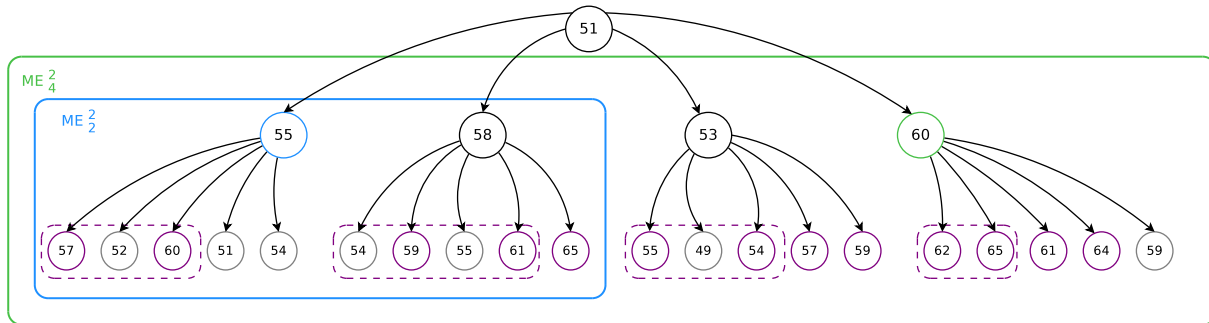


FIGURE 3.3 – Illustration de la sélection d'un voisin améliorant par  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  lorsque  $\kappa = \{2, 4\}$  et  $\lambda = 2$ . Les cercles représentent des solutions contenant leurs valeurs de fitness. Les flèches correspondent aux relations de voisinage entre solutions. La solution la plus haute est ainsi la solution courante ; les solutions sur la ligne en dessous correspondent aux voisins améliorants de la solution courante (donc sélectionnables par la règle pivot) ; les solutions les plus basses sont les solutions de la zone de vision  $\mathcal{A}_2$  et permettent de déterminer l'expansion des voisins de la solution courante. Parmi ces solutions, les améliorants sont en violet et les détériorants en gris. L'encadrement en violet indique le nombre de solutions de la zone de vision  $\mathcal{A}_2$  à évaluer pour atteindre une expansion de  $\lambda = 2$ . La solution sélectionnée lorsque  $\kappa = 2$  voisins sont considérés est en bleu, celle sélectionnée lorsque  $\kappa = 4$  est en vert.

paysage les stratégies figurant parmi les meilleurs compromis entre maximisation de la fitness moyenne (minimisation pour QAP et FSP) et minimisation du nombre d'évaluations moyen (budget). Nous considérons que les meilleurs compromis entre fitness moyenne et budget moyen sont les stratégies présentes sur le front de Pareto. Ici l'espace de recherche correspond à l'ensemble des descentes testées, qui sont au nombre de 32 : F, B, W et quatre variantes  $W_{\kappa}$  ainsi que E et les 24 variantes  $ME_{\kappa}^{\lambda}$ . Toute stratégie dominée n'est pas reportée, à l'exception de F, B, W et E. Ces stratégies, qui sont soit classiques soit efficaces pour atteindre de bons optima locaux servent de références pour les stratégies étudiées dans cette section. Nous prenons  $W_{\kappa}$  en compte car les résultats de la section précédente montrent que cette règle s'avère souvent plus efficace que F pour mener le processus de recherche vers de bons optima locaux. Les fronts de Pareto permettent ainsi de comparer l'efficacité en termes de compromis de  $W_{\kappa}$  avec  $ME_{\kappa}^{\lambda}$ , et de déterminer quelles variantes figurent parmi les meilleurs compromis.

Cette étude vise à identifier quelles règles privilégier lors de la conception de métaheuristiques avancées. Par exemple, dans le cas de recherches locales itérées, savoir si une règle pivot en particulier (parmi les règles ayant un nombre d'évaluations moyen proche) mène la descente vers de meilleures solutions pourrait permettre d'atteindre de meilleurs optima locaux pour l'intégralité du processus. Le nombre de variantes  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  étant élevé, nous présentons uniquement le nombre d'évaluations moyen des descentes du front de Pareto. Le budget moyen de chaque méthode est donné sur l'axe des abscisses, à l'échelle logarithmique pour une meilleure lisibilité. Nous présentons les résultats sur les paysages binaires, puis les résultats sur les paysages de permutations.

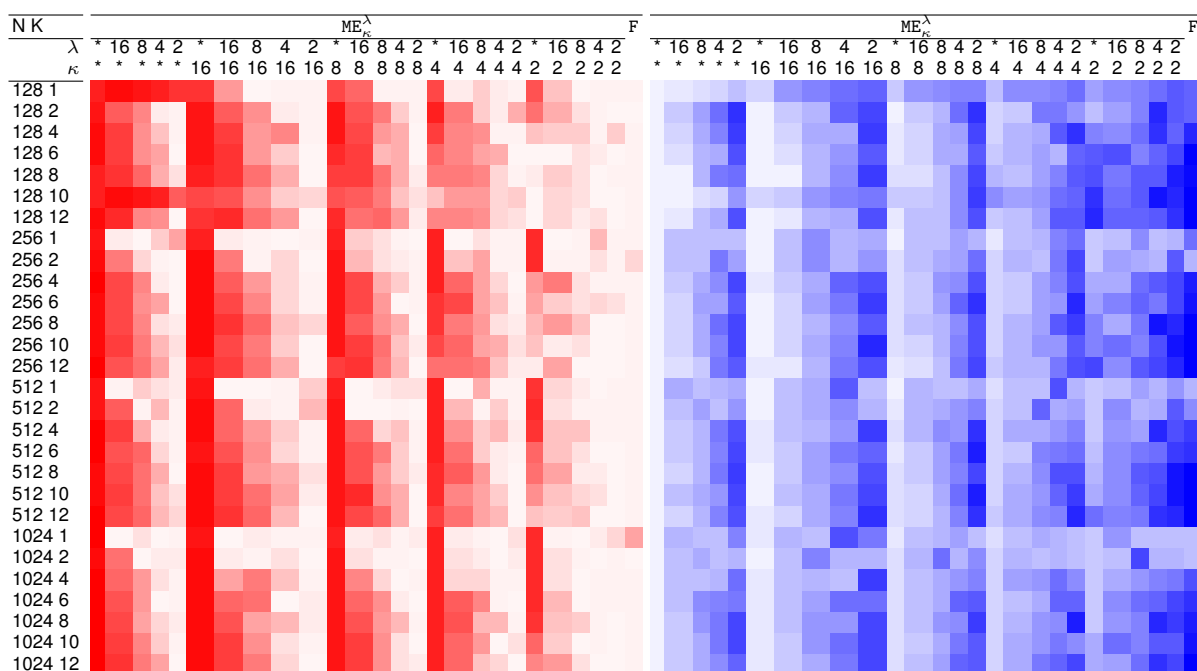


TABLEAU 3.12 – Dominances statistiques entre les 25 variantes du maximum expansion et le premier améliorant sur les paysages NK. À gauche : nombre de fois où chaque méthode en domine d'autres statistiquement. À droite : nombre de fois où chaque méthode est statistiquement dominée par les autres méthodes. Les couleurs les plus foncées indiquent des valeurs plus élevées. Les couleurs les plus claires indiquent des valeurs plus faibles.

### 3.3.1 Paysages binaires

Nous présentons les dominances entre les variantes  $ME_{\kappa}^{\lambda}$ , E et F sur les paysages NK dans le tableau 3.12. L'approximation considérée ici est celle du maximum expansion classique (E), qui sélectionne aléatoirement une solution parmi celles ayant le score d'expansion maximal. Sur ces paysages, F domine d'ailleurs parfois certaines variantes de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$ . Rappelons néanmoins que les expérimentations du chapitre précédent montrent que E n'atteint pas des optima locaux de bonne qualité sur ces paysages lisses (contrairement à  $E_b$ ). Sur les paysages NK plus rugueux ( $K \geq 4$ ), F ne domine jamais statistiquement les variantes  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  et est généralement dominée par plusieurs d'entre elles. Comme attendu, lorsque les valeurs des paramètres  $\kappa$  et  $\lambda$  sont plus faibles, les descentes sont moins efficaces pour atteindre de bonnes solutions.

Les fronts de Pareto des meilleurs compromis entre budget et fitness sur les paysages NK sont présentés dans les figures 3.4, 3.5, 3.6 et 3.7. Les variantes de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  non dominées présentes sur les figures montrent un nombre d'évaluations moyen significativement réduit par rapport à celui de E. Sur les paysages très lisses ( $K = 1$ ), les approximations du moins bon améliorant et du maximum expansion ne sont pas présentes sur les figures car les principes qu'elles approximent ne permettent pas d'atteindre de bonnes solutions sur de tels paysages. Ces stratégies sont donc dominées par de meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire. Lorsque  $K = 2$ , rappelons que W est moins efficace que B

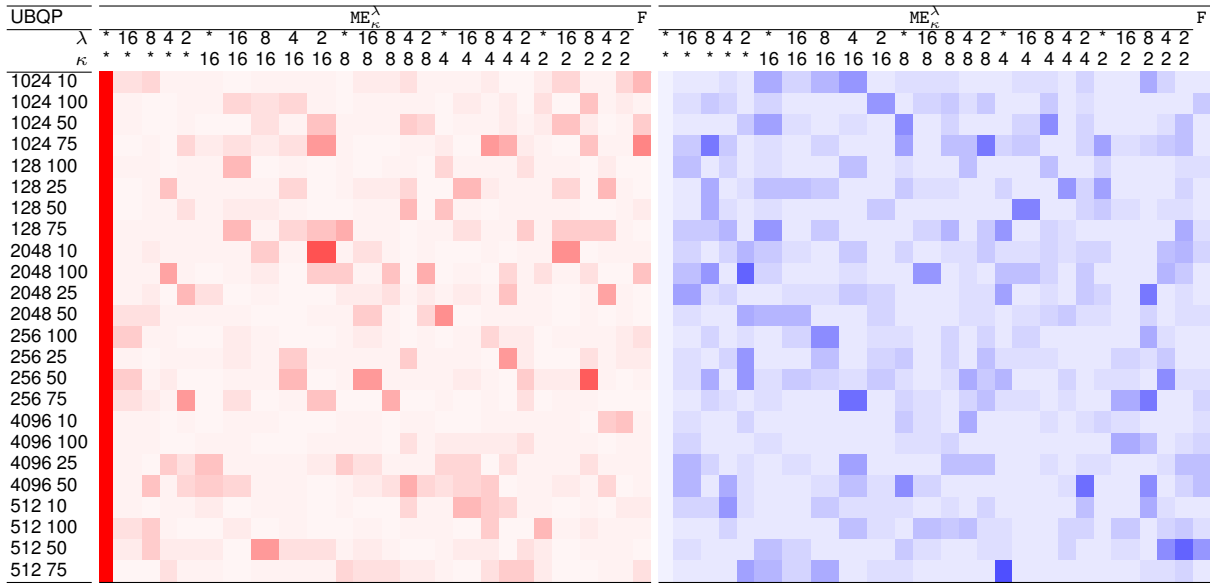


TABLEAU 3.13 – Dominances statistiques entre les 25 variantes du maximum expansion et le premier améliorant sur les paysages UBQP.

tandis que E l'est plus. Ceci explique en partie la présence de variantes  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  et l'absence de  $W_{\kappa}$  parmi les meilleurs compromis. Sur les paysages plus rugueux, de nombreuses variantes  $W_{\kappa}$  et  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  figurent parmi les meilleurs compromis et dominant F et B. Sur tous les paysages, le budget des variantes  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  est plus élevé que celui des  $W_{\kappa}$ . Les variantes les moins précises de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  (petites valeurs de  $\lambda$  et  $\kappa$ ) offrent régulièrement de meilleurs compromis que  $W_8$  et  $W_{16}$ . Cette tendance diminue lorsque la taille des instances augmente. La perte d'efficacité relative de ces méthodes par rapport aux  $W_{\kappa}$  découle en partie de l'approximation du calcul de l'expansion des voisins. L'absence de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  avec une valeur  $\lambda < 16$  parmi les meilleurs compromis sur les plus grands paysages NK tend à confirmer cela.

Nous présentons les dominances statistiques sur les paysages UBQP dans le tableau 3.13. Sur ces paysages, les variantes  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  se dominent peu entre elles et dominant rarement F. E domine statistiquement toutes les autres descentes considérées ici, en particulier les approximations. Cela met en évidence la faible qualité de l'approximation du maximum expansion sur les paysages UBQP.

Les figures 3.8, 3.9 et 3.10 présentent les fronts de Pareto des meilleurs compromis entre budget et fitness sur les paysages UBQP. Sur ces paysages,  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  figure rarement parmi les meilleurs compromis.  $W_{\kappa}$  menant vers de bonnes solutions en un nombre d'évaluations significativement réduit par rapport à  $W$  figure systématiquement parmi les meilleurs compromis. Sur les grands paysages, ces stratégies effectuent un nombre de pas considérablement élevé mais permettent d'atteindre des solutions parfois meilleures que celles obtenues par E. Cette dernière est basée sur un critère d'expansion qui a pour objectif d'éviter à la recherche de converger trop rapidement vers des optima locaux de faible qualité. Or ce critère rend compte d'une information uniquement locale. Avoir plus de connaissances sur le paysage permettrait de guider la recherche avec une expansion plus globale des solutions (ne se limitant pas aux améliorants du voisinage direct). L'expansion locale, souvent efficace pour atteindre de bons optima

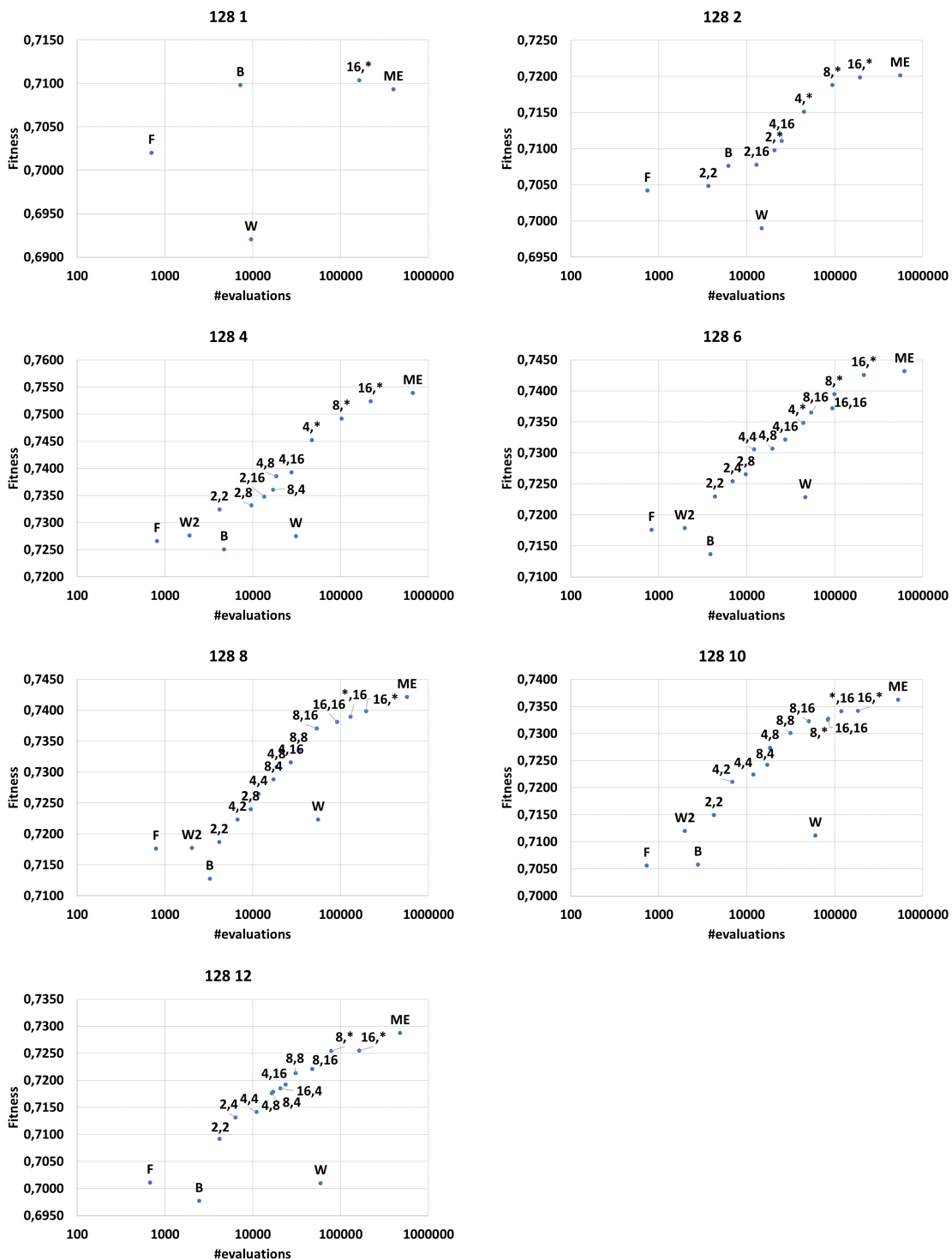


FIGURE 3.4 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages NK où  $N = 128$ . Les valeurs de  $N$  et  $K$  pour chaque paysage sont données au dessus des graphiques. Les méthodes  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  présentes sur le front de Pareto sont dénotées  $\kappa, \lambda$ . Les méthodes sur le front de Pareto correspondent aux meilleurs compromis. F, B, W et E sont systématiquement représentés même lorsqu'ils sont absents du front de Pareto.

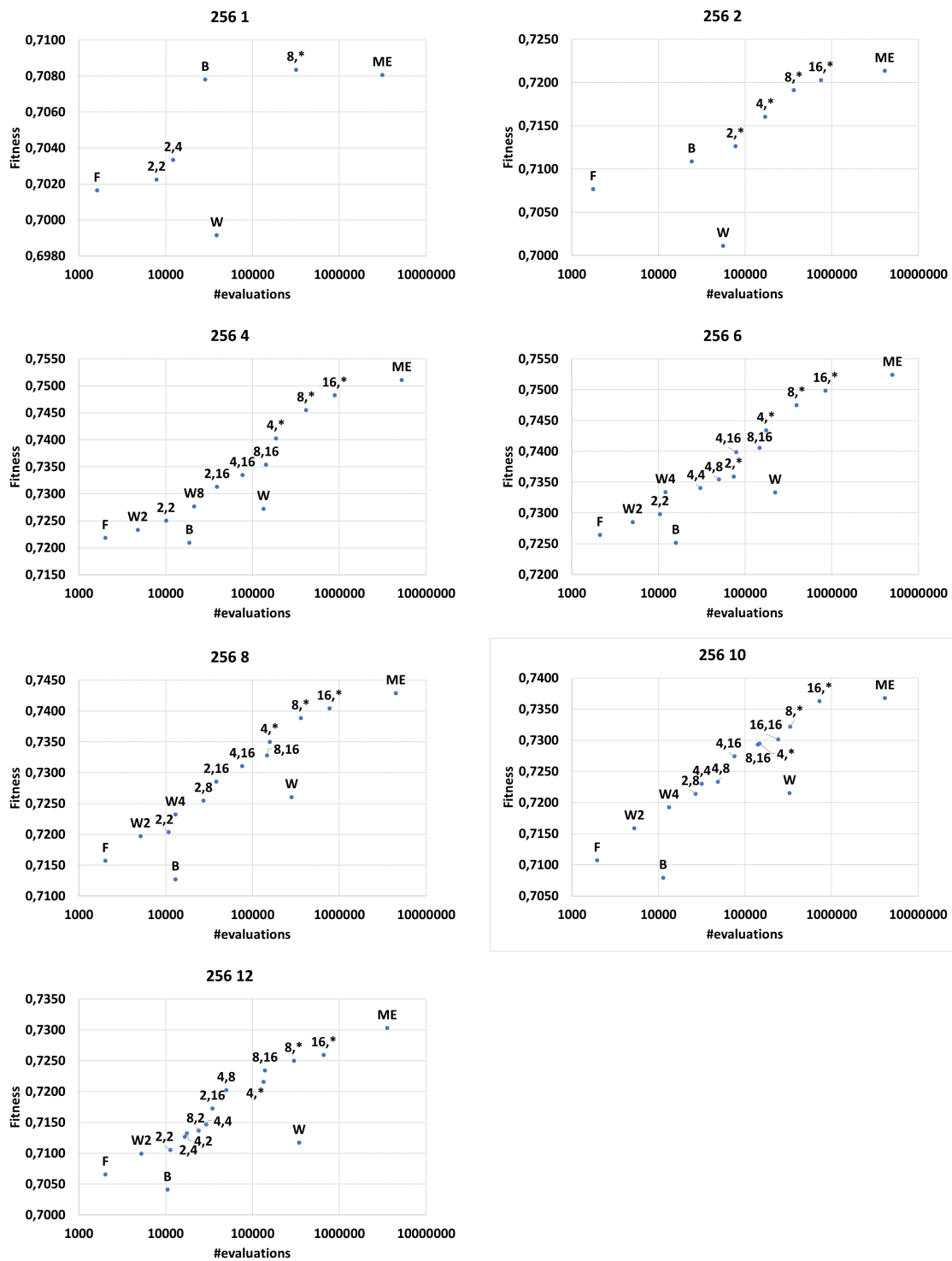


FIGURE 3.5 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages NK où  $N = 256$ .

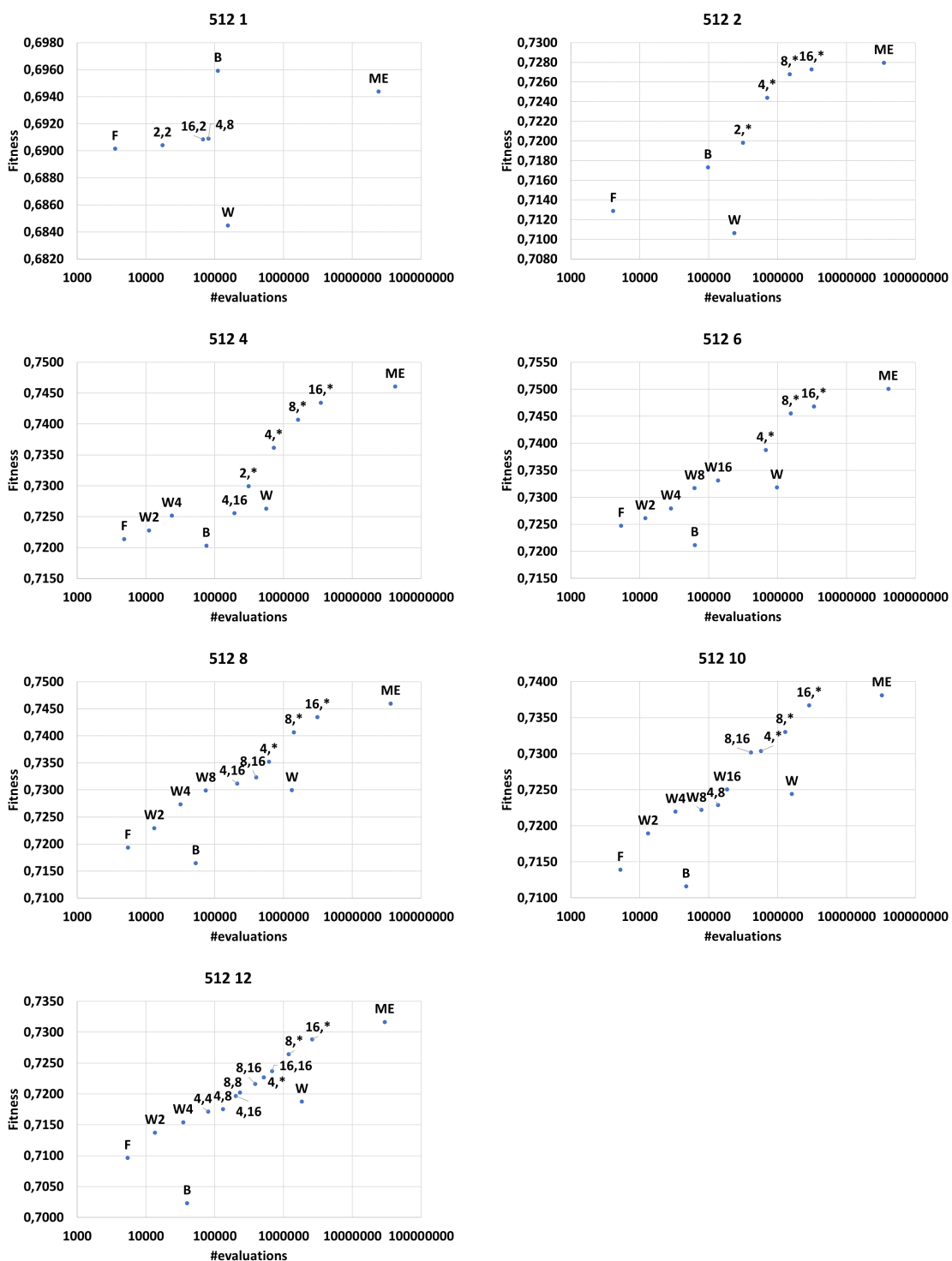


FIGURE 3.6 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages NK où  $N = 512$ .

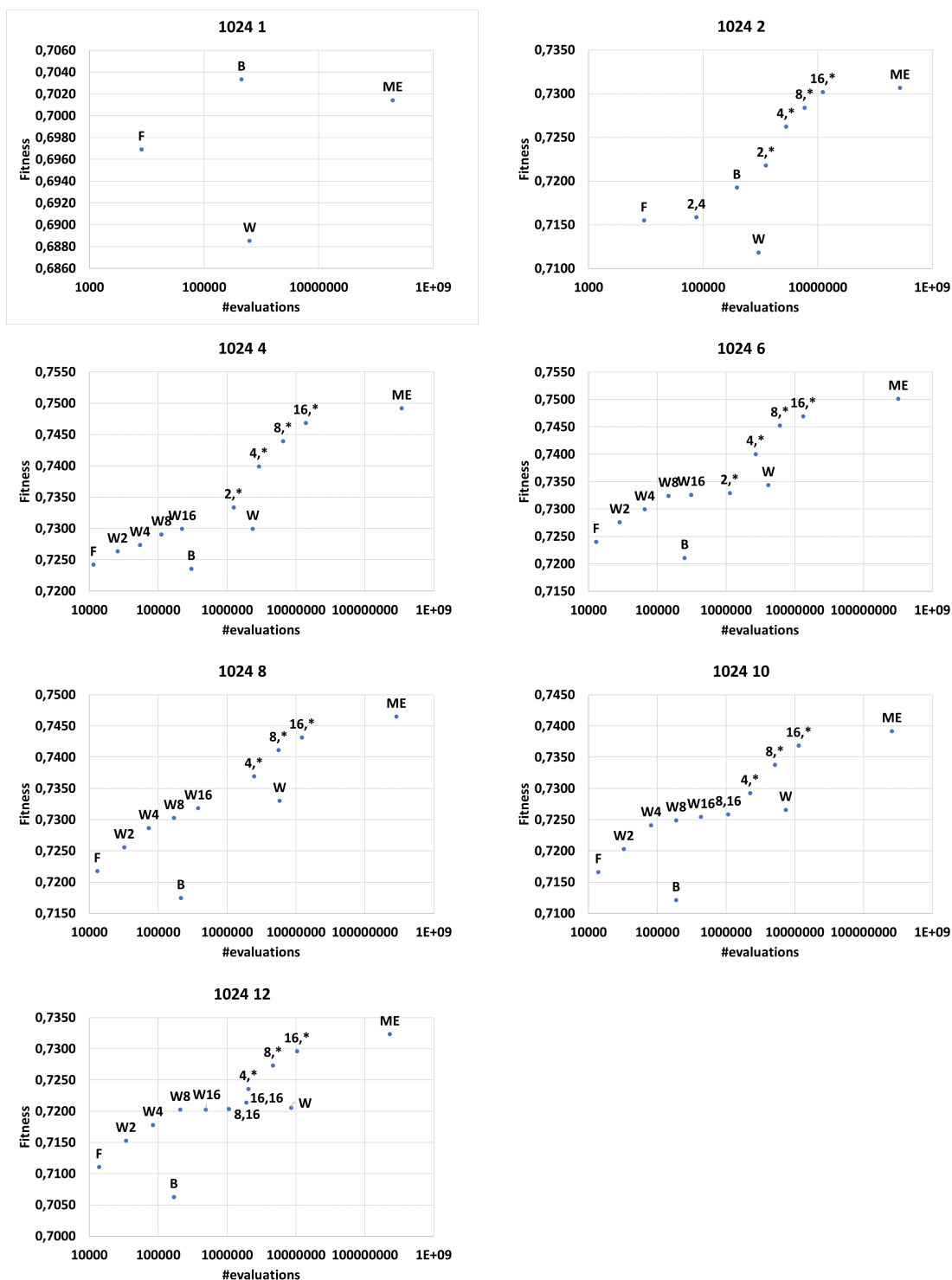


FIGURE 3.7 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages NK où  $N = 1024$ .

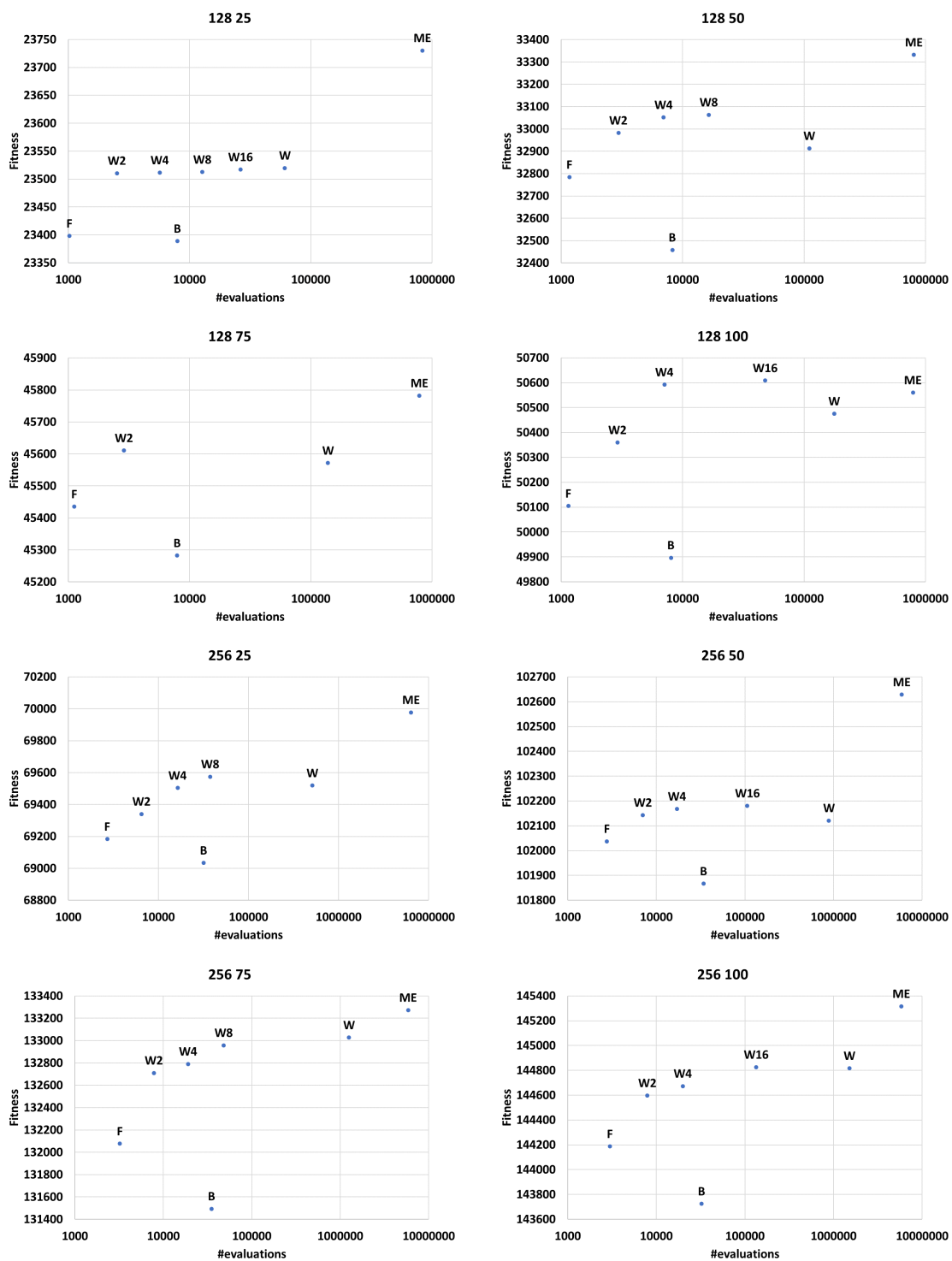


FIGURE 3.8 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages UBQP ( $N = \{128, 256\}$ ). Les valeurs de  $N$  et  $d$  (la densité) pour chaque paysage sont données au dessus des graphiques.



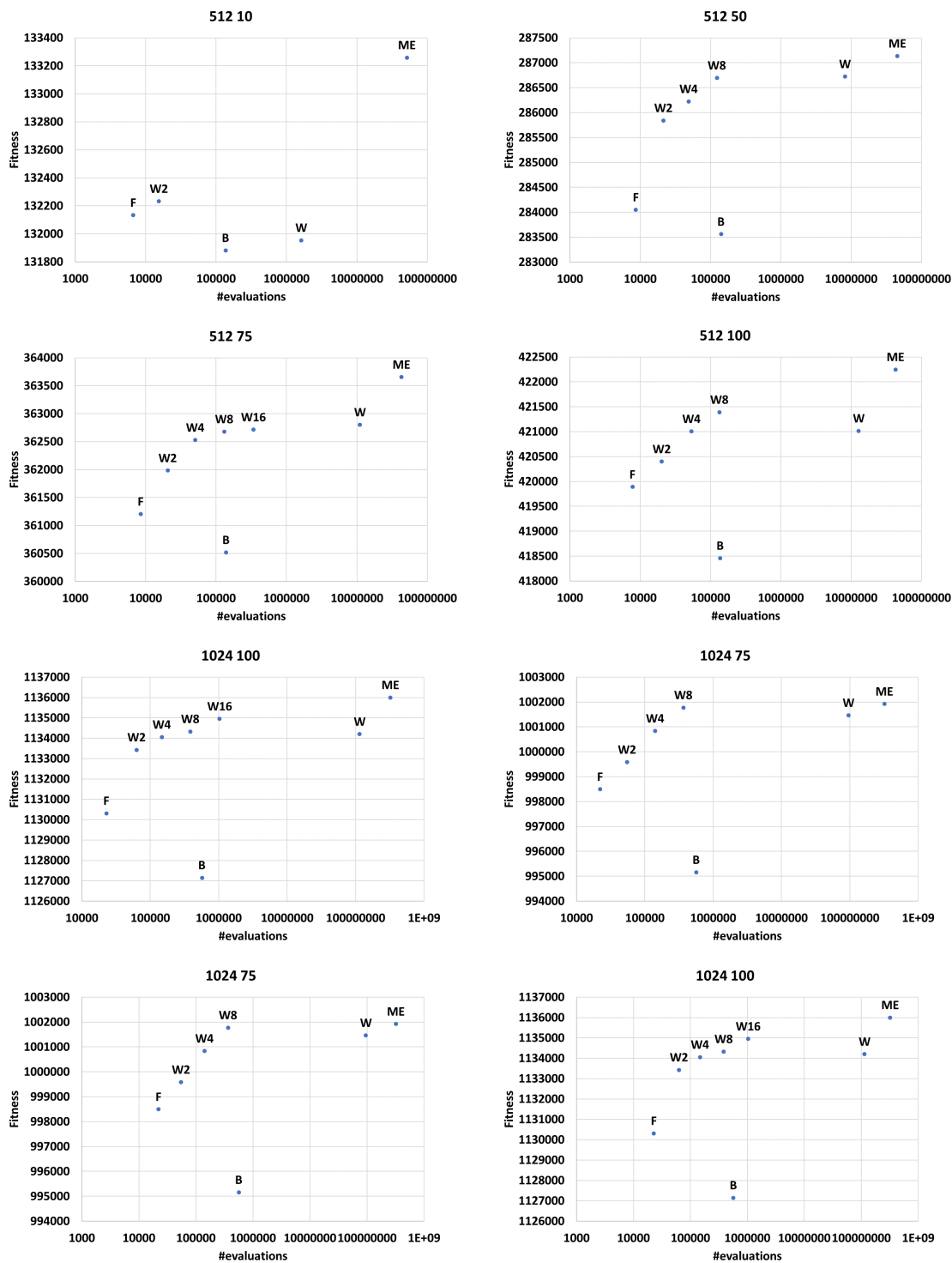


FIGURE 3.9 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages UBQP ( $N = \{512, 1024\}$ ).

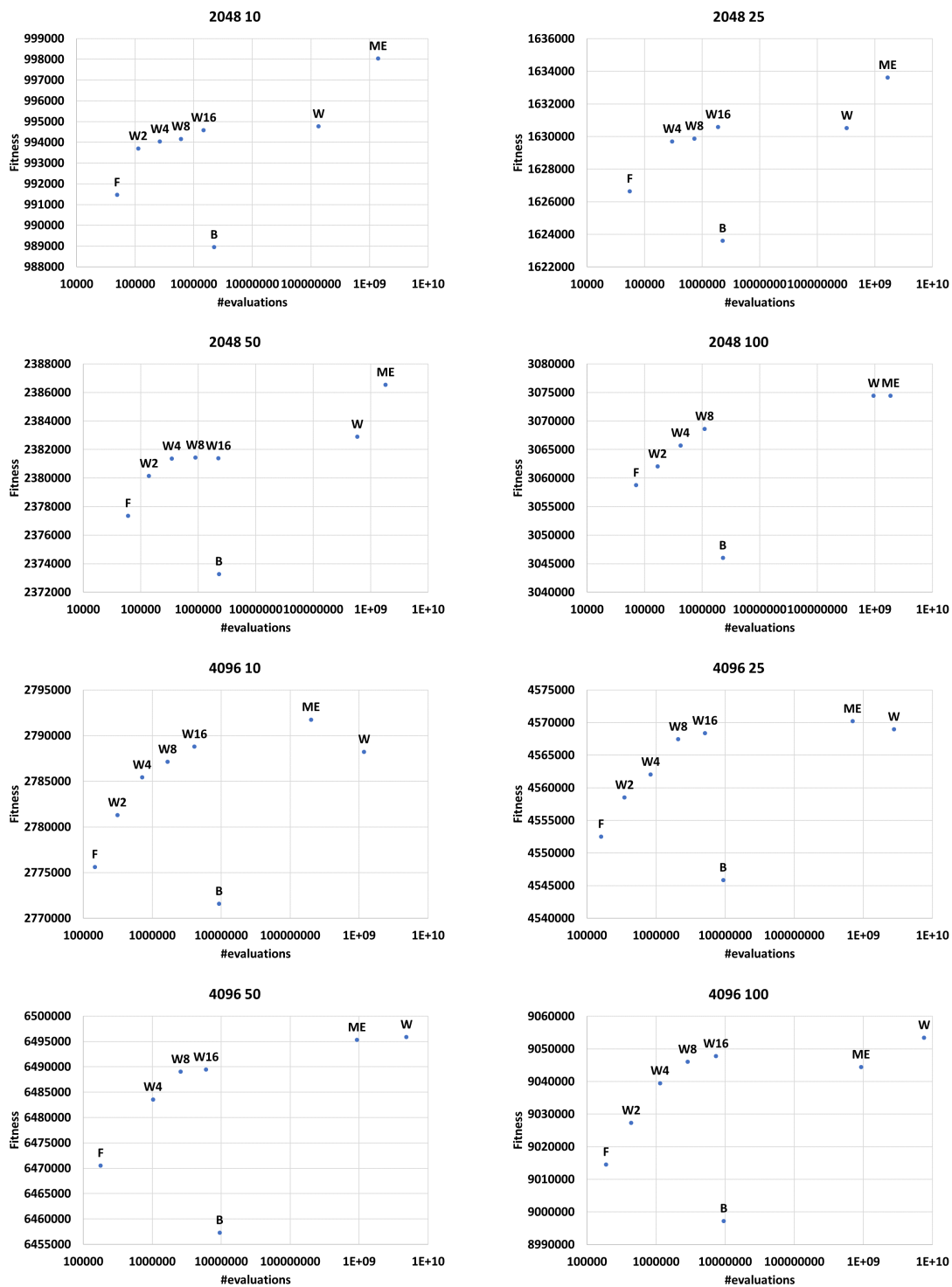


FIGURE 3.10 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages UBQP ( $N = \{2048, 4096\}$ ).



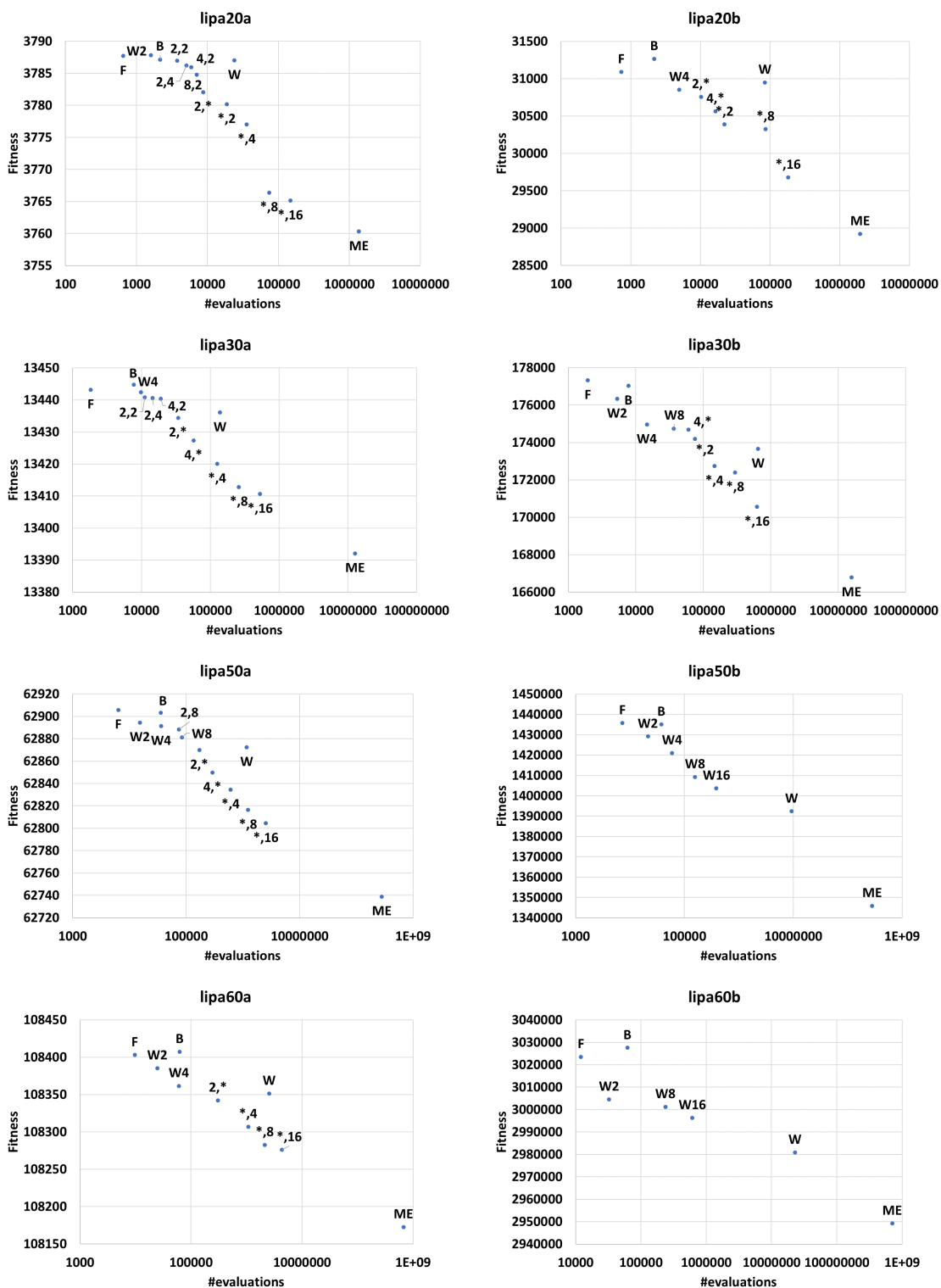


FIGURE 3.11 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages dérivés du QAP. Le nom de l'instance à partir de laquelle un paysage est dérivé est donné au dessus du graphique correspondant.

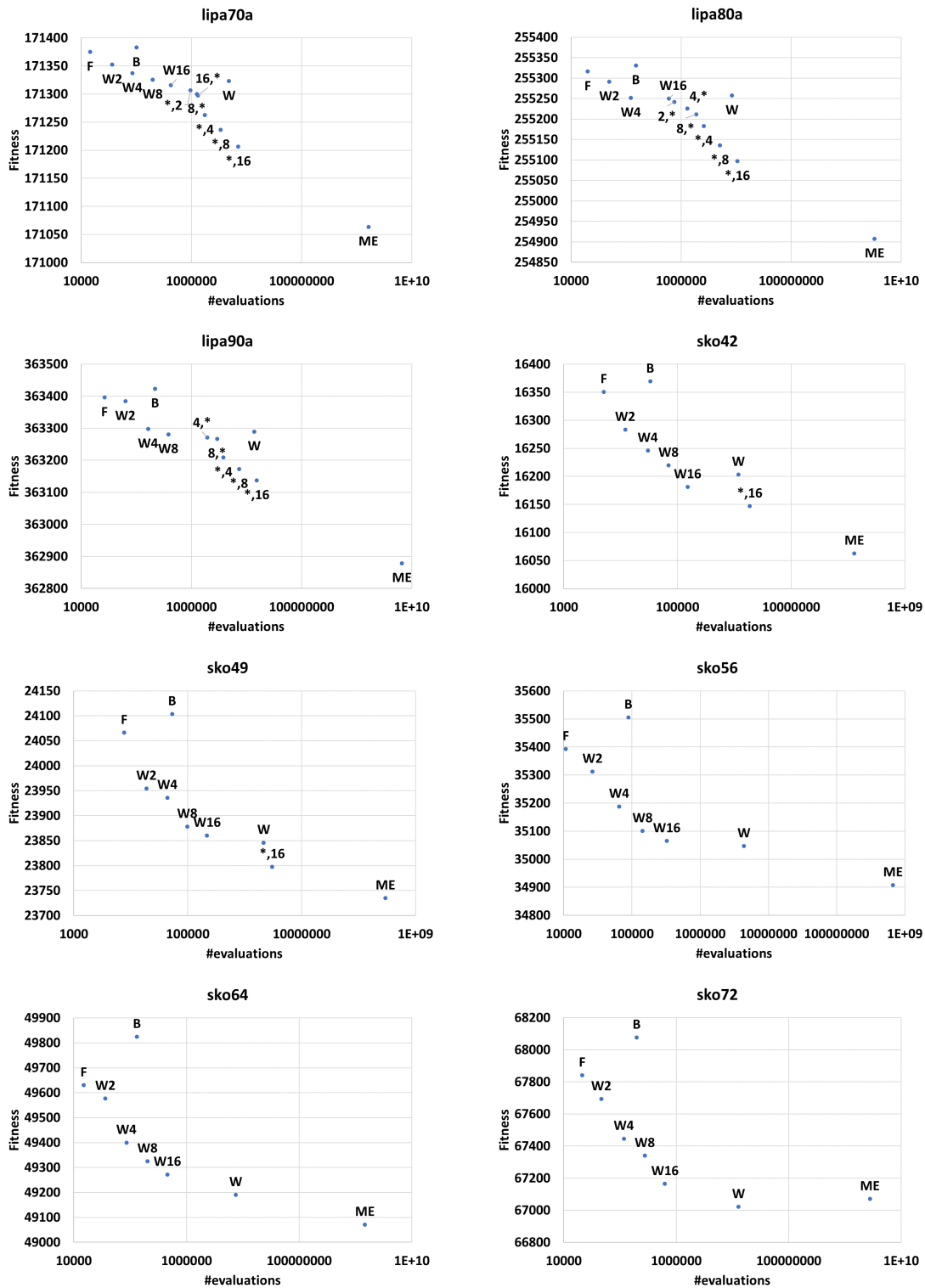


FIGURE 3.12 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages QAP.

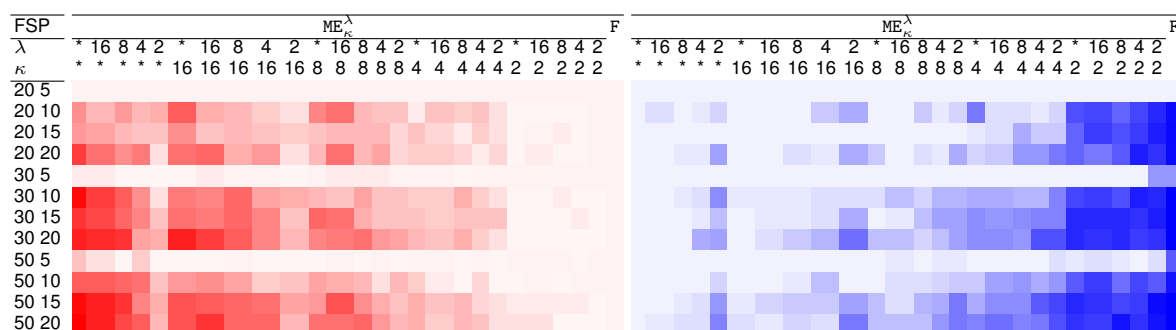


TABLEAU 3.15 – Dominances statistiques entre les 25 variantes du maximum expansion et le premier améliorant sur les paysages dérivés du FSP.

maximum expansion approximé sur deux niveau de voisinage. Les approximations du maximum expansion sur un seul niveau de voisinage figurent parfois parmi les meilleurs compromis sur les paysages dérivés de  $lipa*b$ .

Les dominances statistiques entre méthodes sur les paysages FSP sont présentées dans le tableau 3.15. Lorsque les paysages sont dérivés d'instances où le nombre de machines vaut 5,  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  n'est pas statistiquement plus efficace que F pour atteindre de bonnes solutions. Pour un nombre de machines plus élevé, plusieurs variantes de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  dominant statistiquement F. Nous remarquons que sélectionner une solution parmi  $\kappa = 2$  voisins améliorants est peu efficace sur de tels paysages. Plus généralement, une corrélation semble exister entre le nombre de machines et l'efficacité des  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  par rapport à F.

Les fronts de Pareto des meilleurs compromis sur les paysages FSP sont présentés dans les figures 3.13 et 3.14. Ces figures mettent en évidence que plusieurs variantes de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  nécessitent un budget moyen plus faible que  $\bar{w}$ , tout en menant en moyenne à de meilleures solutions. De manière générale, plus la taille des instances augmente, plus les variantes de  $\bar{w}_{\kappa}$  figurent parmi les meilleurs compromis.  $ME_2^2$  est généralement un meilleur compromis que les variantes  $\bar{w}_{\kappa}$  dont le nombre d'évaluations moyen est supérieur ou égal. Les seuls paysages où ce n'est pas le cas sont les paysages issus d'instances à 5 machines. Ces paysages sont connus pour être plus faciles à résoudre et ont des taux de neutralité plus élevés.

Les variantes de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  permettent de réduire significativement le nombre d'évaluations comparativement à E, tout en menant à de bonnes solutions. Les  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  sont régulièrement parmi les meilleurs compromis entre nombre d'évaluations et fitness moyens. Sur certains paysages, les compromis offerts par les variantes  $\bar{w}_{\kappa}$  sont meilleurs mais généralement  $\bar{w}_{\kappa}$  et  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  offrent des compromis de qualité équivalente. Lorsque c'est le cas,  $\bar{w}_{\kappa}$  mène à de moins bonnes solutions en moyenne en un plus faible nombre d'évaluations que  $ME_{\kappa}^{\lambda}$ . Le budget de  $ME_2^2$  souvent plus élevé que celui des  $\bar{w}_{\kappa}$  n'est pas surprenant compte tenu de la considération partielle du second niveau de voisinage. De plus, la section 2.5 met en évidence une corrélation entre les valeurs de rang des solutions et l'expansion maximale. En un certain sens,  $\bar{w}$  pourrait être vu comme une approximation pertinente de E, qui ne nécessite pas une zone de vision aussi large et sélectionne des voisins améliorants avec la fitness la plus faible possible qui induit souvent une plus forte expansion. Ainsi, les  $\bar{w}_{\kappa}$  seraient des versions encore plus approximées

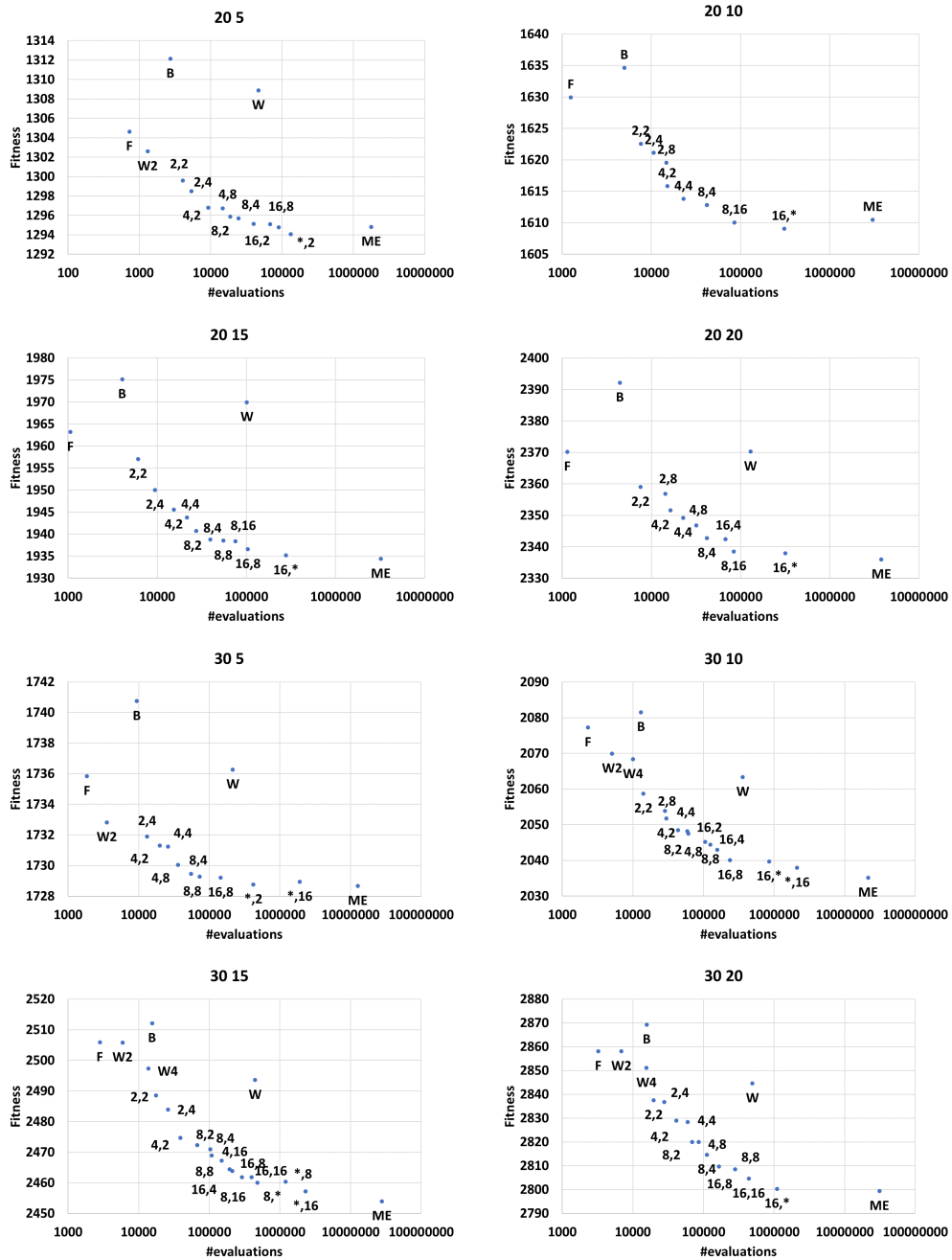


FIGURE 3.13 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages FSP ( $n = \{20, 30\}$ ). Les valeurs de  $n$  et  $m$  pour chaque paysage sont données au dessus du graphique.

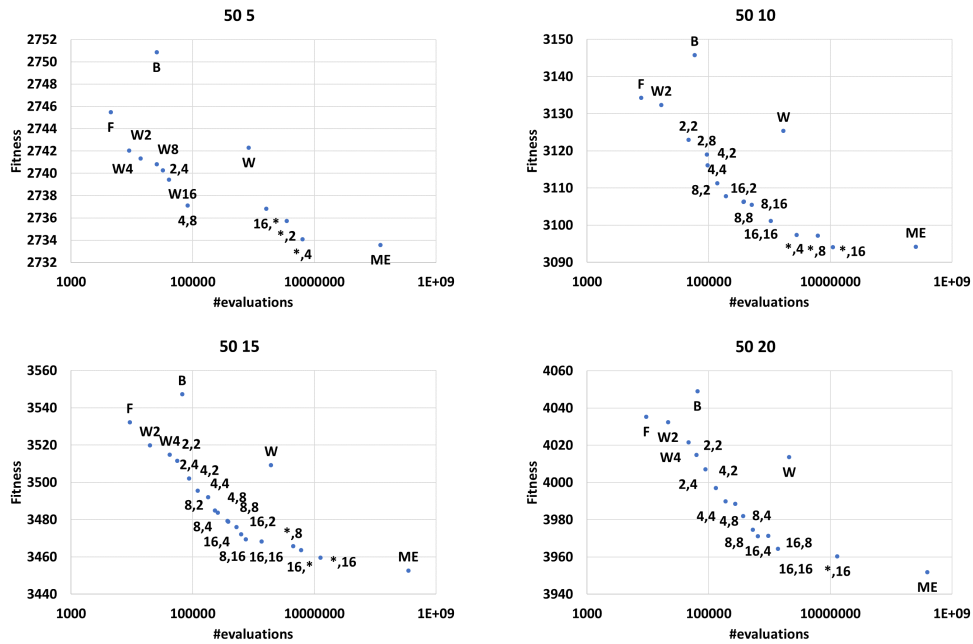


FIGURE 3.14 – Meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire sur les paysages FSP ( $n = 50$ ).

de E, généralement moins efficaces que  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  pour mener vers de bons optima locaux mais aussi moins coûteuses calculatoirement.

### 3.4 Recherches locales itérées : premier améliorant et moins bon améliorant approximé

La section précédente met en évidence que les  $W_{\kappa}$  figurent régulièrement parmi les meilleurs compromis entre qualité des solutions atteintes et coût calculatoire. F apparaît systématiquement parmi les meilleurs compromis car elle permet d'atteindre de bonnes solutions en un temps particulièrement faible. Cette règle pivot classique est largement utilisée au sein de descentes et par conséquent de recherches locales itérées (ILS), au même titre que B. Cependant, la section 3.2 montre que  $B_{\kappa}$  est généralement moins coûteux que  $W_{\kappa}$  mais mène plus rarement à de meilleures solutions.  $B_{\kappa}$  figure donc rarement parmi les meilleurs compromis au sens de Pareto sur les paysages étudiés, F menant plus rapidement à des solutions souvent meilleures. Les variantes de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  sont régulièrement efficaces pour mener la recherche vers de bons optima locaux mais souvent plus coûteuses que les  $W_{\kappa}$ , qui auraient tendance à approximer le principe d'expansion. Les variantes de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  ne sont pas considérées ici, car la qualité des optima locaux retournés ne compense probablement pas le coût calculatoire engendré.

Parmi les règles pivot étudiées, F est efficace et est la plus rapide pour atteindre des optima locaux. Cela peut induire un avantage lorsqu'un nombre maximal d'évaluations est considéré, par exemple



dans un contexte de recherche locale itérée (ILS). En effet, pour un nombre fixé d'évaluations,  $F$  permet à la recherche d'effectuer plus de descentes, et ainsi d'atteindre plus d'optima locaux que n'importe quelle autre règle pivot considérée dans nos travaux. Parmi ces autres stratégies, certaines sont plus efficaces que  $F$  pour mener vers de bons optima mais induisent nécessairement un coût calculatoire plus élevé. Cela signifie que pour un nombre fixe d'évaluations, ces méthodes atteignent en moyenne de meilleurs optima que  $F$ . Cependant, le nombre d'optima locaux total est inévitablement plus faible, ce qui questionne sur la supériorité effective de telles méthodes. Considérer des stratégies alternatives qui sont plus efficaces mais plus coûteuses calculatoirement que  $F$  dans un contexte itératif permet d'étendre notre étude sur les règles pivot. L'objectif est d'obtenir de premiers résultats quant à l'utilisation de telles règles pivot dans un contexte plus général que celui des algorithmes de descente simples.

Dans cette section, nous comparons une ILS utilisant  $F$  et une ILS utilisant  $W_\kappa$ . Nous observons si sélectionner de moins bons améliorants peut mener vers de meilleures solutions que le classique  $F$ , sur les paysages considérés. Confronter ces deux règles au sein d'une ILS permet de déterminer si le plus faible nombre d'optima locaux obtenus par  $W_\kappa$  peut être contrebalancé par leur qualité.

Nous décrivons d'abord les recherches locales itérées étudiées ainsi que le protocole expérimental utilisé. Ensuite, nous présentons les résultats sur les paysages binaires et sur les paysages de permutations.

### 3.4.1 Protocole expérimental

Dans cette section, nous comparons les moyennes et dominances statistiques entre deux types de recherches locales itérées (ILS), consistant à alterner des phases de descente, pour atteindre des optima locaux, et des phases de perturbations à partir des optima locaux obtenus (algorithme 3). Plusieurs variantes d'ILS existent, par exemple les perturbations peuvent être appliquées à différentes solutions.

La première méthode considérée,  $ILS_F$ , utilise  $F$  comme règle pivot au sein de ses phases de descente. La seconde,  $ILS_{W_\kappa}$ , utilise  $W_\kappa$  au sein des descentes. Plusieurs variantes sont considérées pour  $ILS_{W_\kappa}$ , et correspondent à des descentes  $W_\kappa$  où  $\kappa \in \{2, 4, 8, 16\}$ . Considérer ces variantes permet d'observer des variations d'efficacité induites par différents degrés d'approximation du moins bon améliorant dans un processus de descente itérée.

Afin de comparer les deux règles pivot pour un même coût calculatoire, le critère d'arrêt est déterminé par un nombre d'évaluations prédéfini. Dans nos expérimentations, les recherches prennent fin lorsque le nombre d'évaluations dépasse 100 millions et que la descente en cours atteint un optimum local. Le premier processus de descente débute à partir d'une solution aléatoire, tandis que les suivants commencent à partir d'une solution obtenue en appliquant des perturbations au dernier optimum local rencontré<sup>1</sup>. La solution retournée correspond alors au meilleur optimum local rencontré durant l'ensemble de la recherche. Le nombre d'évaluations est fixé afin de simplifier les expérimentations, mais volontairement élevé, ce qui permet aussi d'extraire les meilleures solutions rencontrées pour un nombre d'évaluations plus faible. Pour les différentes ILS étudiées, les perturbations correspondent à

---

1. Une autre possibilité pourrait être d'appliquer les perturbations sur le meilleur optimum local rencontré, afin d'intensifier la recherche dans la même zone.

**Algorithme 3** Algorithme de recherche locale itéré.

---

```

1: Choix de  $x_0 \in \mathcal{X}$  (initialisation)
2:  $x \leftarrow x_0$ 
3:  $x^* \leftarrow x$ 
4: tant que critère d'arrêt non atteint faire
5:   tant que  $x$  faire
6:     Sélection d'un voisin  $x' \in \mathcal{N}(x)$  tel que  $f(x') > f(x)$ 
7:      $x \leftarrow x'$ 
8:   fin tant que
9:   si  $f(x) > f(x^*)$  alors
10:     $x^* \leftarrow x$ 
11:  fin si
12:  Perturbation( $x, \mathcal{M}$ )
13: fin tant que
14: retourne  $x^*$ 

```

---

des mouvements aléatoires appliqués sur l'optimum local retourné par la descente.

Le nombre de perturbations affecte la capacité des ILS à s'échapper des bassins d'attraction d'optima locaux déjà rencontrés ou de faible qualité. Ainsi, pour chaque méthode, différents nombres de perturbations  $\mathcal{M}$  sont considérés afin de comparer plus équitablement l'effet des deux règles pivot sur la capacité à atteindre de bonnes solutions du paysage. Pour les paysages NK,  $\mathcal{M} \in \{5, 10, 15, 20\}$ . Pour les paysages UBQP, FSP et QAP ?  $\mathcal{M} \in \{5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$ . Les deux variantes d'ILS considérées ne varient que sur leur processus intensificateur (la descente) ce qui permet de mieux observer les différences induites par les deux règles pivot. Pour chaque triplet (paysage, méthode,  $\mathcal{M}$ ), nous réalisons 100 exécutions à partir du même ensemble de 100 solutions initiales générées aléatoirement. Pour chaque paysage, nous présentons une moyenne pour chaque ILS, correspondant à la meilleure moyenne parmi les 100 solutions retournées pour chaque nombre de perturbations  $\mathcal{M}$  envisagé.

Les règles pivot et caractéristiques des ILS traitées ici sont des variantes parmi de nombreuses autres envisageables. L'objectif n'est pas de montrer la supériorité des règles pivot alternatives mais plutôt d'observer si elles peuvent avoir un intérêt dans un contexte plus opérationnel.

### 3.4.2 Paysages binaires

Les dominances entre les différentes ILS ainsi que les fitness moyennes des solutions qu'elles retournent sur les paysages NK sont présentées dans le tableau 3.16. Sur ces paysages, utiliser le premier améliorant au sein de  $ILS_F$  est plus efficace que le moins bon améliorant approximé ( $ILS_{W_\kappa}$ ), pour toutes les valeurs de  $\kappa$  testées.

Nous présentons les fitness moyennes et dominances entre les recherches locales itérées sur les paysages UBQP dans le tableau 3.17. Les résultats diffèrent selon la taille des instances. Pour les plus grandes ( $n \geq 1024$ ), comparer la qualité des optima locaux atteints par les différentes recherches locales est possible. Plusieurs  $ILS_{W_\kappa}$  mènent à des optima locaux généralement meilleurs que  $ILS_F$ .

NK	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>16</sub>	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>16</sub>	NK	max(moy)	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>16</sub>
128 1											128 1	0.7245	0.00	0.00	0.69	1.32	1.51
128 2											128 2	0.7423	0.00	0.11	0.26	0.39	0.49
128 4											128 4	0.7958	0.00	0.43	0.74	0.96	1.14
128 6											128 6	0.7995	0.00	0.49	0.98	1.28	1.48
128 8											128 8	0.7949	0.00	0.67	1.34	1.65	1.94
128 10											128 10	0.7847	0.00	0.81	1.34	1.66	1.88
128 12											128 12	0.7724	0.00	0.63	1.21	1.60	1.77
256 1											256 1	0.7200	0.00	0.33	0.76	1.13	1.33
256 2											256 2	0.7425	0.00	0.40	0.70	0.99	1.17
256 4											256 4	0.7917	0.00	0.23	0.43	0.52	0.55
256 6											256 6	0.8007	0.00	0.63	1.05	1.24	1.35
256 8											256 8	0.7892	0.00	0.82	1.36	1.78	1.91
256 10											256 10	0.7782	0.00	0.79	1.50	1.81	1.97
256 12											256 12	0.7663	0.00	0.79	1.40	1.77	1.86
512 1											512 1	0.7038	0.00	0.83	1.70	2.10	2.29
512 2											512 2	0.7453	0.00	0.46	0.80	0.97	1.11
512 4											512 4	0.7806	0.00	0.46	0.71	0.82	0.89
512 6											512 6	0.7940	0.00	0.52	0.86	1.03	1.14
512 8											512 8	0.7886	0.00	0.56	1.08	1.31	1.43
512 10											512 10	0.7781	0.00	0.63	1.34	1.67	1.79
512 12											512 12	0.7671	0.00	0.76	1.55	1.91	2.06
1024 1											1024 1	0.7087	0.00	1.12	2.14	2.57	2.67
1024 2											1024 2	0.7428	0.00	0.58	1.05	1.31	1.45
1024 4											1024 4	0.7797	0.00	0.49	0.77	0.90	1.00
1024 6											1024 6	0.7890	0.00	0.41	0.69	0.93	0.98
1024 8											1024 8	0.7850	0.00	0.30	0.62	0.79	0.80
1024 10											1024 10	0.7753	0.00	0.24	0.56	0.77	0.82
1024 12											1024 12	0.7656	0.00	0.21	0.62	0.96	0.97

TABLEAU 3.16 – Comparaison entre  $ILS_{W_\kappa}$  et  $ILS_F$  sur les paysages NK pour 100 millions d'évaluations. À gauche : dominances statistiques entre les méthodes. À droite : meilleure moyenne et écart à cette moyenne pour chaque méthode.

Sur les plus grands paysages ( $N = 4096$ ), les  $ILS_{W_\kappa}$  dominent généralement statistiquement l' $ILS_F$  pour  $\kappa \in \{2, 4, 8\}$ . La convergence des descentes vers des optima locaux étant plus lente sur ces paysages très grands et le nombre d'évaluations considéré étant fixe, l'efficacité relative entre les ILS pour un plus grand nombre d'évaluations est plus difficile à attester. En considérant un budget plus faible, l'efficacité comparée entre les méthodes peut être différente. Dans un contexte de descente,  $F$  mène plus rapidement vers un optimum local que  $W_\kappa$ . En considérant une recherche locale itérée, cela signifie que pour un faible nombre d'évaluations, plusieurs phases de descente utilisant  $F$  peuvent être exécutées alors que la première phase de descente utilisant  $W_\kappa$  n'a pas encore atteint d'optimum local.  $ILS_F$  mène donc à de meilleures solutions pour un faible nombre d'évaluations. Cela induit un avantage pour cette ILS lorsqu'un faible nombre d'évaluations est considéré, car elle a plus de possibilités de tirer parti des différents optima locaux obtenus.

La figure 3.15 illustre l'évolution de la fitness moyenne de la meilleure solution rencontrée par  $ILS_{W_2}$  et  $ILS_F$  en fonction du nombre d'évaluations pour les très grands paysages UBQP, en plus d'un zoom sur l'écart de fitness moyen entre les deux recherches locales. L'objectif est d'observer plus finement l'évolution de l'écart de fitness lorsque  $ILS_{W_2}$  atteint de meilleures solutions en moyenne. Ces figures montrent que généralement, la fitness moyenne de la meilleure solution rencontrée par  $ILS_F$  est meilleure jusqu'à quelques millions d'évaluations. Il existe une différence élevée entre les deux ILS jusqu'à quelques centaines de milliers d'évaluations, ce qui s'explique par la plus lente convergence de  $W_2$  vers un optimum local. La différence de fitness entre les deux recherches locales est plus élevée sur les paysages dérivés d'instances à forte densité : cela s'explique par une plus faible présence de valeurs nulles dans la matrice qui induit peu de neutralité et donc moins d'optima locaux. Sur ce type de paysages,  $ILS_{W_2}$

### 3.4. Recherches locales itérées : premier améliorant et moins bon améliorant approximé

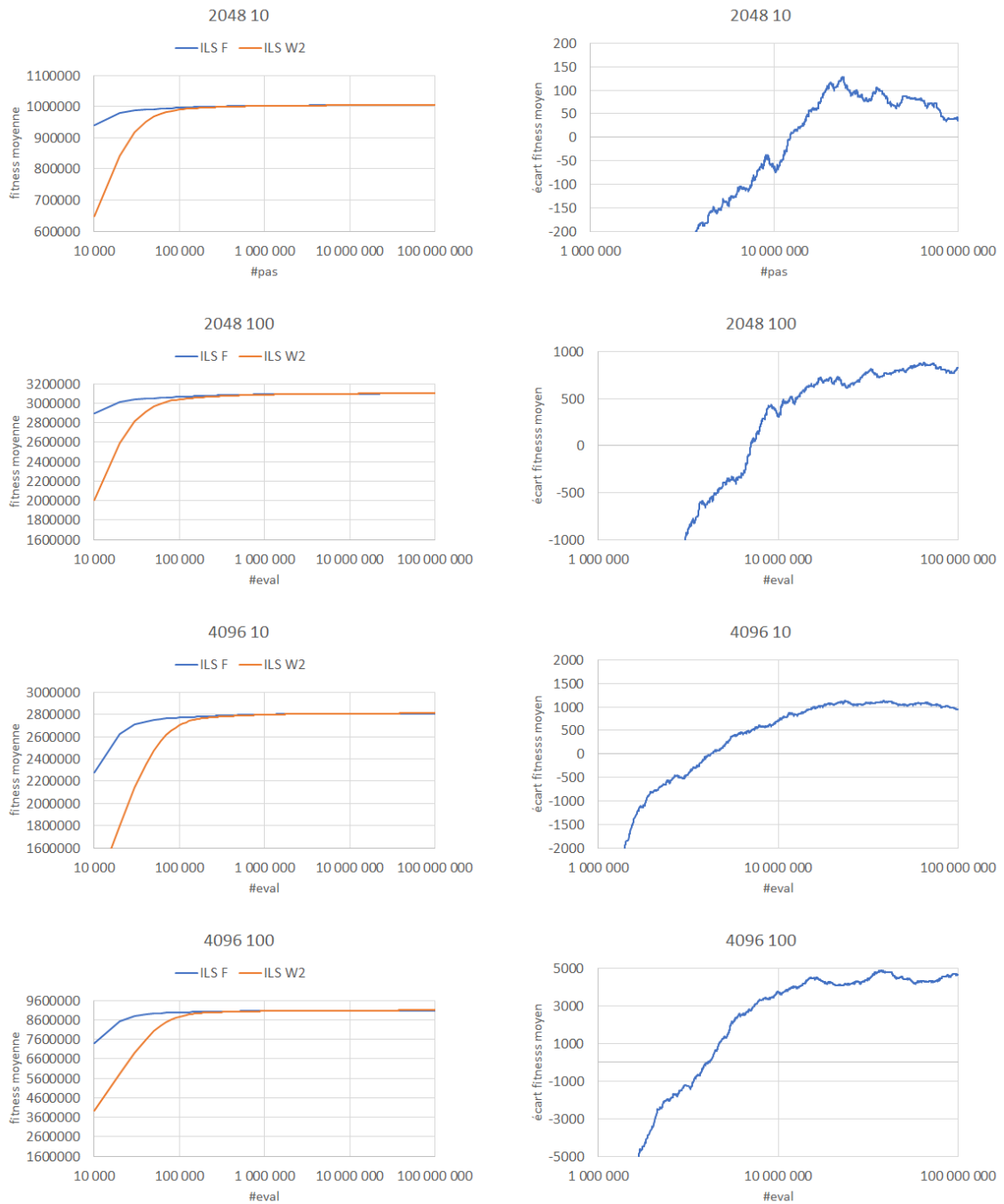


FIGURE 3.15 – Évolution de la moyenne des meilleures fitness pour 100 exécutions de  $ILS_{W_2}$  et de  $ILS_F$  sur les paysages UBQP. À gauche : évolution des meilleures fitness moyennes pour les deux méthodes en fonction du nombre d'évaluations. À droite : évolution de l'écart de fitness moyenne entre les deux méthodes (valeur négative lorsque  $ILS_F$  a une meilleur moyenne ; valeur positive sinon). Les échelles des abscisses sont logarithmiques.

UBQP	F	$\bar{w}_2$	$\bar{w}_4$	$\bar{w}_8$	$\bar{w}_{16}$	F	$\bar{w}_2$	$\bar{w}_4$	$\bar{w}_8$	$\bar{w}_{16}$	UBQP	max(moy)	F	$\bar{w}_2$	$\bar{w}_4$	$\bar{w}_8$	$\bar{w}_{16}$
128 25											128 25	24087.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
128 50											128 50	33440.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
128 75											128 75	46180.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
128 100											128 100	51130.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
256 25											256 25	70861.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
256 50											256 50	102914.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
256 75											256 75	133641.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
256 100											256 100	146377.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
512 10											512 10	134112.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
512 50											512 50	288521.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
512 75											512 75	365245.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
512 100											512 100	424728.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1024 10											1024 10	356679.0	0.00	0.00	0.00	0.04	0.01
1024 50											1024 50	808138.0	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
1024 75											1024 75	1007737.0	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
1024 100											1024 100	1145975.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2048 10											2048 10	1004593.1	0.00	0.00	0.01	0.02	0.04
2048 25											2048 25	1641377.6	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01
2048 50											2048 50	2398651.0	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02
2048 100											2048 100	3100346.3	0.03	0.00	0.01	0.03	0.05
4096 10											4096 10	2809642.0	0.03	0.00	0.01	0.03	0.04
4096 25											4096 25	4597565.2	0.03	0.00	0.00	0.02	0.04
4096 50											4096 50	6530759.4	0.04	0.00	0.00	0.02	0.06
4096 100											4096 100	9095931.9	0.05	0.00	0.00	0.02	0.06

TABLEAU 3.17 – Comparaison entre les variantes  $ILS_{\bar{w}_\kappa}$  et  $ILS_F$  (paysages UBQP).

obtient plus rapidement de meilleures fitness en moyenne que  $ILS_F$ , en particulier lorsque  $N = 2048$ .

Sur les paysages les moins grands (de  $2^{128}$  à  $2^{1024}$  solutions), il existe plusieurs variantes (en fonction du nombre de perturbations  $\mathcal{M}$ ) de ces deux ILS qui retournent systématiquement le même optimum local sur un paysage donné. Ces optima correspondent aux meilleures solutions trouvées par les recherches locales considérées dans nos travaux et on peut conjecturer qu'ils correspondent probablement à l'optimum global (en partant du principe que l'optimum global a un grand bassin d'attraction). Les méthodes menant systématiquement à la même solution sur ces paysages UBQP, il n'existe naturellement pas de dominance statistique entre elles. Notons que sur les paysages NK de tailles équivalentes, les optima retournés correspondent rarement, ou jamais, à l'optimum global du paysage (les résultats étant différents quasiment à chaque exécution). Il semblerait qu'une telle solution soit systématiquement atteinte pour les plus petits paysages NK considérés, lorsque le paysage est très lisse ( $N = 128, K = 1$ ). Ces résultats confirment que les paysages UBQP sont plus faciles à résoudre que les paysages NK. Sur les plus petits paysages UBQP, les deux règles pivot mènent généralement au meilleur optimum. Le seul critère permettant alors de déterminer quelle stratégie parmi  $F$  et  $\bar{w}_\kappa$  est la plus efficace au sein de l'ILS considérée est la rapidité pour atteindre la meilleure solution rencontrée. Pour cela, nous observons le nombre d'évaluations nécessaire pour rencontrer cette solution la première fois au cours de la recherche. Ces valeurs sont présentées pour  $F$  et  $\bar{w}_2$  dans la figure 3.16. Nous ne considérons ici que la variante  $\bar{w}_2$ , qui est la plus rapide à atteindre un optimum local sur les paysages UBQP.  $F$  permet d'atteindre le plus rapidement l'optimum global supposé au sein de l'ILS sur ces paysages UBQP. Cette règle étant systématiquement plus rapide que  $\bar{w}_\kappa$  dans un contexte de descente, cet avantage semble suffisant pour qu'elle mène plus rapidement à la meilleure solution rencontrée. Notons que cette meilleure solution n'est généralement pas atteinte avec ces règles dans un contexte de descente stricte. La possibilité d'atteindre systématiquement la meilleure solution connue est induite par la possibilité de s'échapper d'optima locaux via les perturbations qui y sont appliquées.

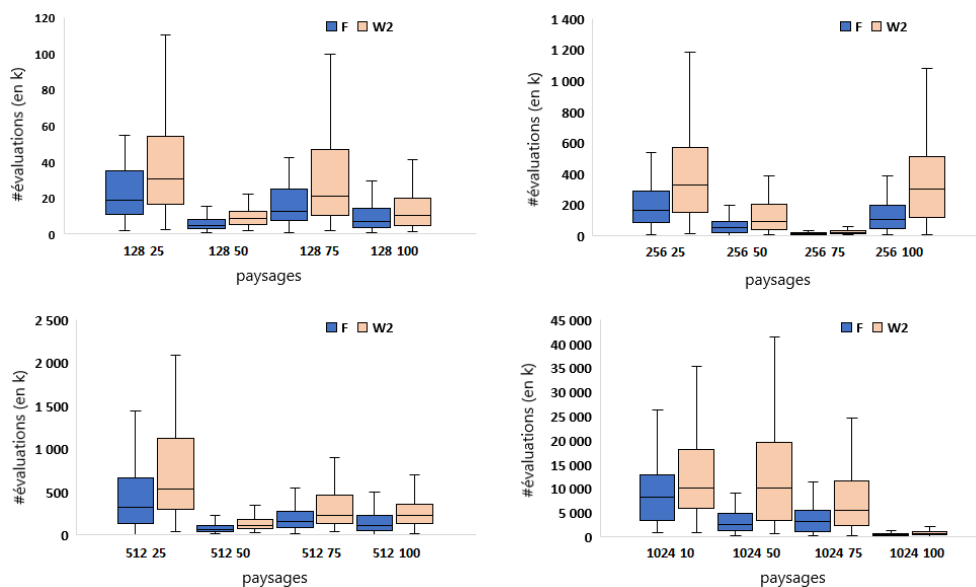


FIGURE 3.16 – Nombre d'évaluations nécessaires à  $ILS_{W_2}$  et  $ILS_F$  pour atteindre l'optimum global supposé pour 100 exécutions sur les paysages UBQP (où  $n \leq 1024$ ). Chaque graphique regroupe les résultats pour 4 paysages de même taille.

### 3.4.3 Paysages de permutations

Les dominances entre méthodes, ainsi que les fitness moyennes sur les paysages FSP sont présentées dans le tableau 3.18. Sur les paysages où  $j = 20$  et/ou  $m = 5$ , la plupart des ILS considérées mènent systématiquement à des solutions de même fitness. Rappelons que les paysages FSP ont des taux élevés de neutralité (particulièrement lorsque le nombre de machines est faible) et que dans de tels cas, il existe généralement plusieurs optima globaux. Les méthodes considérées ici mènent à des optima locaux de même fitness, qui correspondent à différents optima globaux du paysages. Sur les autres paysages,  $ILS_F$  se montre systématiquement la plus efficace pour atteindre de bons optima locaux.

Nous indiquons les dominances entre les ILS et leur fitness moyennes sur les paysages QAP dans

FSP	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>
20 5								
20 10								
20 15								
20 20								
30 5								
30 10								
30 15								
30 20								
50 5								
50 10								
50 15								
50 20								

FSP	min(moy)	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>
20 5	1278.0	0.00	0.00	0.00	0.00
20 10	1582.0	0.00	0.00	0.00	0.01
20 15	1894.0	0.00	0.00	0.00	0.01
20 20	2297.0	0.00	0.01	0.02	0.05
30 5	1726.0	0.00	0.00	0.00	0.00
30 10	1992.1	0.00	0.12	0.20	0.29
30 15	2411.5	0.00	0.10	0.24	0.39
30 20	2752.1	0.00	0.15	0.24	0.40
50 5	2724.0	0.00	0.00	0.00	0.00
50 10	3035.2	0.00	0.04	0.12	0.22
50 15	3408.2	0.00	0.13	0.21	0.29
50 20	3916.5	0.00	0.15	0.21	0.31

TABLEAU 3.18 – Comparaison des variantes  $ILS_{W_\kappa}$  et de  $ILS_F$  (paysages FSP).

QAP	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>
lipa20a								
lipa20b								
lipa30a								
lipa30b								
lipa40a								
lipa40b								
lipa50a								
lipa50b								
lipa60a								
lipa60b								
lipa70a								
lipa80a								
lipa90a								
sko42								
sko49								
sko56								
sko64								
sko72								

QAP	min(moy)	F	W <sub>2</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>8</sub>
lipa20a	3683.0	1.04	0.00	0.00	0.00
lipa20b	27076.0	0.04	0.00	0.00	0.00
lipa30a	13178.0	0.84	0.00	0.00	0.00
lipa30b	151426.0	0.00	0.00	0.00	0.00
lipa40a	31567.7	0.89	0.00	0.31	0.57
lipa40b	476581.0	0.00	0.00	0.00	0.00
lipa50a	62492.3	0.26	0.00	0.16	0.25
lipa50b	1210244.0	0.00	0.00	0.00	0.00
lipa60a	108098.2	0.03	0.00	0.02	0.04
lipa60b	2520135.0	0.37	0.00	0.00	0.00
lipa70a	170978.5	0.01	0.00	0.03	0.04
lipa80a	254875.6	0.00	0.00	0.02	0.02
lipa90a	362817.4	0.00	0.01	0.02	0.03
sko42	15827.1	0.36	0.00	0.08	0.17
sko49	23442.9	0.20	0.00	0.07	0.13
sko56	34525.5	0.21	0.00	0.06	0.13
sko64	48586.2	0.13	0.00	0.07	0.13
sko72	66423.7	0.11	0.00	0.05	0.11

TABLEAU 3.19 – Comparaison des variantes  $ILS_{W_\kappa}$  avec  $ILS_F$  (paysages QAP).

le tableau 3.19. Les résultats diffèrent généralement selon les classes d’instances. Pour les paysages dérivés *sko*,  $ILS_{W_\kappa}$  mène vers de meilleures solutions que  $ILS_F$  lorsque  $\kappa \in \{2, 4\}$ . Sur les paysages *lipa*, les résultats sont variables : la plupart des ILS considérées mènent systématiquement à des solutions de même fitness pour les instances *lipa\*b*. Pour les paysages *lipa\*a* où  $N \leq 70$ ,  $ILS_F$  est systématiquement dominée par les trois variantes  $ILS_{W_\kappa}$ , qui retournent systématiquement des optima locaux de même fitness. Sur les paysages *lipa\*a* plus grands,  $ILS_F$  et  $ILS_{W_2}$  sont les plus efficaces et sont globalement d’efficacité similaire. La section précédente montrait une variation des stratégies figurant parmi les meilleures compromis entre budget et fitness en fonction des différentes classes d’instances. La présence d’une majorité de variantes  $W_\kappa$  et d’un faible nombre de variantes du maximum expansion sur les fronts de Pareto des meilleurs compromis semble corrélée avec une efficacité accrue de  $ILS_{W_2}$ .

### 3.5 Relation entre résultats et caractéristiques des paysages

La section précédente se focalise sur des recherches locales non strictes, tandis que les autres sections et le chapitre précédent sont dédiés aux descentes strictes. D’après les résultats d’analyse de paysages du chapitre 2, les paysages UBQP sont plutôt rugueux localement, ce qui est corrélé avec une efficacité accrue de  $W$  pour atteindre de bonnes solutions. Bien que la rugosité d’un paysage soit généralement corrélée avec sa difficulté, il est probable que sur les paysages UBQP de taille  $N = \{128, 256, 512, 1024\}$ , les deux ILS mènent systématiquement (ou presque) à l’optimum global. Cela indiquerait des paysages plus faciles à résoudre que les paysages NK, pour une taille dimension donnée.

Dans cette section, nous recherchons des liens entre la structure des paysages et les résultats obtenus. Nous estimons la répartition de la rugosité de manière moins locale, le taux de neutralité des paysages et la répartition des optima locaux. Nous détaillons le protocole expérimental employé et présentons les résultats de l’analyse sur les paysages binaires et sur les paysages de permutations.

### 3.5.1 Protocole expérimental

#### 3.5.1.1 Rugosité

Nous estimons la rugosité avec les indicateurs d'autocorrélation ( $\rho$ ) et de  $\delta$ -épistasie présentés dans la section 1.3 à partir de 100 000 marches aléatoires. Sur les paysages de permutation, nous considérons une version modifiée de la  $\delta$ -épistasie, où  $\delta$  ne correspond plus à la distance entre les solutions obtenues après  $\delta$  mutations (sauf lorsque  $\delta = 1$ ) mais à un nombre de pas réalisés. À chaque pas d'une marche, deux solutions voisines des deux solutions courantes sont sélectionnées sans garantie qu'elles soient distantes de  $\delta$  par rapport aux solutions initiales, après  $\delta$  pas. Nous reprenons donc le principe de la marche aléatoire employée pour calculer l'autocorrélation. Nous appliquons également cette  $\delta$ -épistasie modifiée aux paysages binaires, afin d'observer si elle capture les mêmes caractéristiques que la  $\delta$ -épistasie originale.

Sur chaque paysage binaire, des marches aléatoires de taille  $N$  (et  $N - 1$  pour la  $\delta$ -épistasie) sont conduites pour effectuer les mesures d'autocorrélation et de  $\delta$ -épistasie à chaque pas. Sur ces paysages,  $N$  correspond à la fois à la taille du voisinage, la taille de la solution, et au diamètre du graphe de transition associé au 1-flip. Considérer cette longueur de marche semble donc cohérent. Pour les paysages de permutations, la taille du voisinage est considérablement plus élevée que le diamètre, et ces deux critères pourraient être utilisés pour déterminer la taille d'une marche. Cependant, sur les paysages de permutations considérés, l'opérateur de voisinage diffère. Ces deux opérateurs induisent une taille de voisinage différente pour des paysages de même taille, mais les graphes de transition des paysages ont le même diamètre. Ainsi, utiliser le diamètre comme référence pour la longueur de la marche facilite la comparaison de l'évolution de la  $\delta$ -épistasie sur les paysages de même taille. Rappelons que pour l'autocorrélation, les valeurs décroissent quand la longueur de la marche augmente. Des valeurs longtemps élevées correspondent à des paysages lisses, tandis que pour la  $\delta$ -épistasie, ce sont les valeurs longtemps faibles qui indiquent cela.

Dans la suite, nous reportons la longueur des marches (en %) lorsque certains seuils sont atteints. Pour l'autocorrélation, ces seuils sont fixés à 0.8 et 0.5, et pour la  $\delta$ -épistasie à 0.1 et 0.25. Les pourcentages reportés semblent suffisants pour observer l'évolution de l'autocorrélation et la  $\delta$ -épistasie. Toutefois, nous rappelons dans les tableaux les valeurs locales d'autocorrélation et de  $\delta$ -épistasie et présentons des graphiques d'évolution de ces indicateurs en fonction du nombre de pas pour les différents paysages. Nous reportons également l'évolution des deux indicateurs de rugosité en fonction de la marche pour chaque paysage.

#### 3.5.1.2 Neutralité

Les taux de neutralité sont estimés via un échantillonnage simple décrit dans la section 1.3. Pour chaque paysage, 100 000 couples de solutions voisines sont générées aléatoirement. Nous reportons le ratio de couples où les deux solutions ont la même fitness par rapport au nombre total de couples.



### 3.5.1.3 Répartition des optima locaux

La répartition des optima locaux d'un paysage est estimée en calculant les distances entre les solutions d'un échantillon d'optima locaux, obtenus via 1 000 descentes F. Pour chaque paysage binaire, la distance de Hamming moyenne entre chaque paire d'optima locaux de l'échantillon est reportée ainsi que la distance de Hamming moyenne théorique entre des solutions aléatoires du paysage. La considération de ces deux valeurs pour chaque paysage permet d'observer à quel point les optima locaux trouvés sont plus proches entre eux que des solutions sélectionnées aléatoirement dans le paysage. Sur les paysages de permutations, nous utilisons la distance moyenne de l'opérateur de distance choisi pour observer la répartition d'optima locaux. Les valeurs moyennes et médianes étant très similaires, nous ne reportons pas cette dernière dans les résultats.

## 3.5.2 Paysages binaires

Les résultats de l'analyse des paysages NK sont présentés dans le tableau 3.20 et la figure 3.17. La longueur de la recherche nécessaire pour franchir les seuils fixés d'autocorrélation et de  $\delta$ -épistasie diminue lorsque le degré d'interdépendances entre les variables augmente. Pour une valeur de  $K$  fixe, peu importe la valeur de  $N$ , le pourcentage de la marche où les seuils sont atteints évoluent peu. D'ailleurs l'allure des courbes présentées dans les différentes figures (en fonction de  $K$ ) varie peu. Les valeurs de  $\rho(1)$  (respectivement 1-épistasie) diminuent (respectivement augmentent) lorsque le degré de corrélation entre les gènes croît. La taille des paysages affecte également cette valeur, ce qui n'est pas étonnant car pour un  $K$  donné, le paysage est moins rugueux lorsque  $N$  augmente (le degré de corrélation est fixe, mais ces corrélations se noient dans le nombre de contributions au fitness). De plus, la longueur des marches dépend de la taille de la solution. Par exemple, le premier pas d'une marche de longueur  $N = 128$  correspond à une proportion plus importante de la marche que le premier pas sur un paysage plus grand.

La distance de Hamming moyenne entre les optima locaux des paysages NK considérés augmente selon les valeurs de  $K$ , jusqu'à être proche de  $N/2$  à partir de  $K = 6$ . Cette valeur correspond à la distance de Hamming moyenne entre des solutions générées aléatoirement et paraît cohérente avec la répartition de la rugosité uniforme des paysages NK. Les optima locaux sont plus rapprochés sur les paysages plus faciles (petites valeurs de  $K$ ), néanmoins cela pourrait être lié à la taille des bassins d'attraction des bons optima locaux. Les paysages NK considérés ne possédant pas une neutralité significative, le taux de neutralité estimé est systématiquement de 0%.

Les résultats de l'analyse sur les paysages UBQP sont présentés dans le tableau 3.21. L'évolution des courbes d'autocorrélation et de  $\delta$ -épistasie pour les instances de taille  $256^2$ , ainsi qu'une comparaison avec l'évolution de ces valeurs sur des paysages NK de même taille, sont présentées dans la figure 3.18. L'évolution des valeurs d'autocorrélation et de  $\delta$ -épistasie sont stables sur les différents paysages UBQP. Ces résultats laissent penser que tous les paysages UBQP étudiés ont une structure très proche, ce qui est conforme avec le peu de variations dans l'efficacité relative des différentes méthodes

---

2. L'allure des courbes étant la même pour les différentes tailles d'instances considérées, nous ne reportons que les résultats pour cette taille.

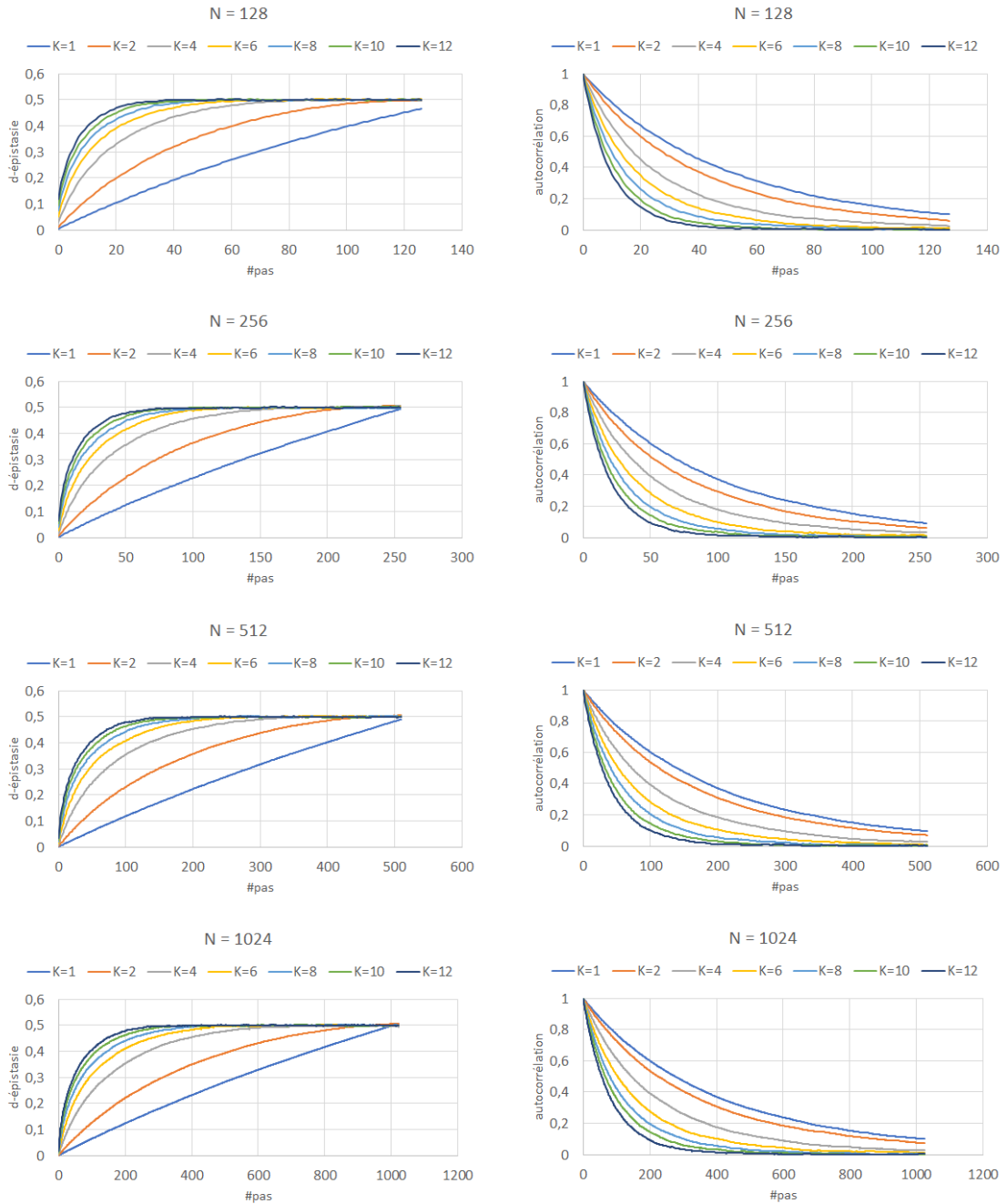


FIGURE 3.17 – Évolution de la rugosité en fonction du nombre de pas de marches aléatoires sur les paysages NK. À gauche :  $\delta$ -épiptasie. À droite : autocorrélation.

N K	$\rho(1)$	1-ép.	$\rho(l)$		$\delta$ -ép.		moy(dist)
			$\leq 0.8$	$\leq 0.5$	$\geq 0.1$	$\geq 0.25$	
128 1	0.9793	0.5%	8.0%	28.3%	15.7%	43.3%	24.5
128 2	0.9745	1.2%	7.0%	22.0%	7.9%	22.9%	44.9
128 4	0.9584	3.1%	4.7%	14.2%	3.1%	10.2%	60.9
128 6	0.9449	5.2%	3.1%	10.2%	2.4%	7.1%	63.5
128 8	0.9290	7.4%	3.1%	7.9%	1.6%	4.7%	63.9
128 10	0.9140	9.6%	2.3%	7.0%	1.6%	3.9%	64.0
128 12	0.8983	11.8%	2.3%	5.5%	0.8%	3.1%	64.0
256 1	0.9899	0.3%	8.6%	27.4%	16.1%	43.9%	50.2
256 2	0.9870	0.6%	6.7%	20.8%	7.5%	22.4%	93.7
256 4	0.9808	1.5%	4.7%	14.5%	3.1%	10.2%	121.4
256 6	0.9718	2.6%	3.5%	10.6%	1.9%	6.7%	126.7
256 8	0.9659	4.1%	2.7%	8.2%	1.2%	4.7%	127.7
256 10	0.9571	5.3%	2.3%	6.7%	1.2%	3.9%	127.0
256 12	0.9488	6.5%	2.0%	5.5%	0.8%	3.1%	128.0
512 1	0.9945	0.1%	8.4%	27.2%	16.7%	45.0%	101.7
512 2	0.9937	0.3%	6.8%	22.1 %	7.0%	22.3%	187.4
512 4	0.9894	0.8%	4.5%	14.2%	2.9%	10.4%	243.3
512 6	0.9853	1.4%	3.3%	10.1%	1.8%	6.4%	253.3
512 8	0.9823	2.1%	2.5%	8.2%	1.2%	4.7%	255.4
512 10	0.9777	2.7%	2.2%	6.5%	0.9%	3.7%	255.8
512 12	0.9747	3.6%	1.8%	5.7%	0.7%	3.1%	260.0
1024 1	0.9977	0.1%	8.5%	27.0%	15.7%	42.7%	200.0
1024 2	0.9970	0.2%	6.8%	22.1%	7.6%	23.6%	366.9
1024 4	0.9951	0.4%	4.4%	14.3%	2.9%	10.1%	486.7
1024 6	0.9929	0.7%	3.1%	10.2%	1.8%	6.5%	507.2
1024 8	0.9912	1.1%	2.5%	7.8%	1.2%	4.8%	510.6
1024 10	0.9897	1.4%	2.2%	6.5%	0.9%	3.7%	511.8
1024 12	0.9870	1.8%	1.8%	5.5%	0.7%	3.1%	511.9

TABLEAU 3.20 – Valeurs de  $\rho(1)$  et 1-épistase, pourcentage des marches aléatoires où certains seuils d'autocorrélations et de  $\delta$ -épistase sont atteints et distances de Hamming moyennes entre différents optima locaux sur les paysages NK.

considérées. L'évolution de l'autocorrélation au cours des marches est similaire à celle observée sur les paysages NK très lisses ( $K=1$ ). La variation de la  $\delta$ -épistase, elle, ne ressemble pas à une quelconque évolution observée sur les paysages NK. La  $\delta$ -épistase augmente rapidement au cours des premiers pas de la marche (avec des solutions proches des solutions initiales) mais son évolution ralentit fortement lorsque plus de pas sont considérés.

Il semblerait que lorsque les solutions sont plus éloignées, l'évolution de la  $\delta$ -rugosité soit proche de celle sur des paysages NK (très) lisses. Lorsque la densité augmente, la 1-épistase du paysage dérivé croît. La variation de la 1-épistase est négativement corrélée avec les taux de neutralité de ces paysages (et donc positivement avec la densité). L'évolution des valeurs d'autocorrélation indique que ces paysages UBQP sont en fait plutôt lisses globalement. L'évolution de la  $\delta$ -épistase montre que lorsque les solutions sont éloignées de plusieurs pas (où le nombre de pas correspond à la distance entre la solution initiale et la solution courante), l'épistase de signe reste plutôt faible (son augmentation ralentit très vite). En comparant aux paysages NK, elle correspondrait à un paysage très lisse. Cependant, avec une faible distance, l'épistase de signe est aussi élevée que sur des paysages NK moyennement

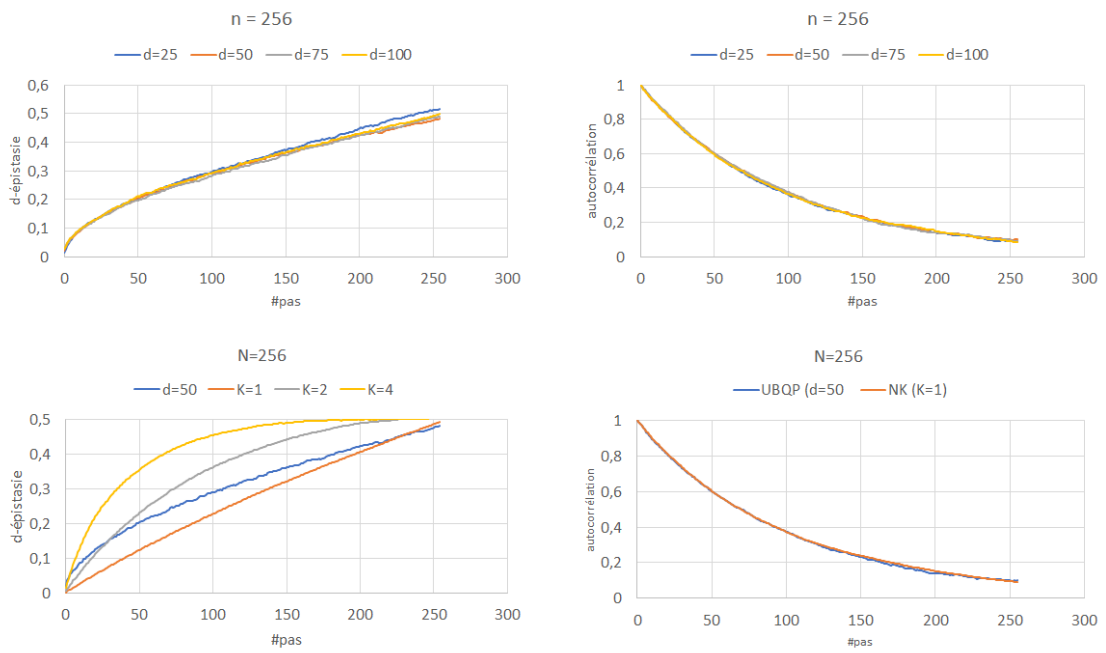


FIGURE 3.18 – Évolution de la rugosité en fonction du nombre de pas des marches aléatoires sur les paysages UBQP de taille 256 (en haut). Comparaison de l'évolution de la rugosité avec celle de paysages NK de même taille (en bas). À gauche :  $\delta$ -épiptasie. À droite : autocorrélation.

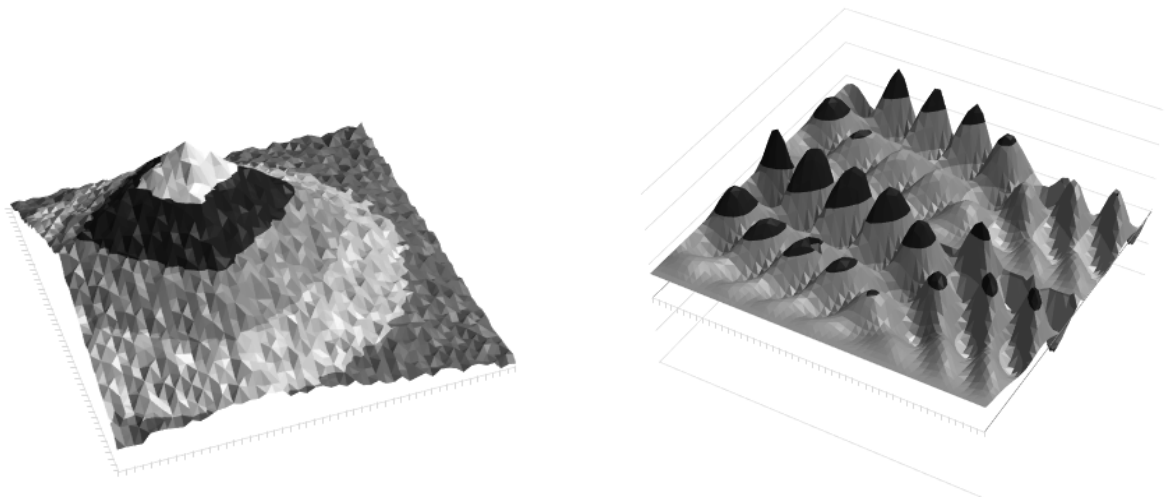


FIGURE 3.19 – Représentation imagée et exagérée de la structure des paysages UBQP (à gauche) et des paysages NK (à droite).

UBQP n d	$\rho(1)$	1-ép.	$\rho(l)$		$\delta$ -ép.		neut.	moy(dist)
			$\leq 0.8$	$\leq 0.5$	$\geq 0.1$	$\geq 0.25$		
128 25	0.9798	2.3%	7.8%	27.3%	5.5%	27.6%	0.098%	26.3
128 50	0.9782	3.1%	8.6%	25.8%	4.7%	27.6%	0.060%	24.2
128 75	0.9791	3.6%	8.6%	25.8%	5.5%	30.7%	0.046%	21.5
128 100	0.9779	4.3%	8.6%	26.1%	5.5%	29.9%	0.041%	23.6
256 25	0.9894	1.5%	8.6%	26.6%	5.1%	28.6%	0.060%	52.2
256 50	0.9899	2.1%	8.6%	27.7%	5.5%	29.8%	0.037%	28.5
256 75	0.9895	2.7%	9.0%	27.3%	5.5%	31.8%	0.032%	30.8
256 100	0.9880	2.8%	8.6%	26.6%	5.1%	29.0%	0.027%	42.0
512 10	0.9946	0.6%	8.4%	27.2%	5.5%	32.5%	0.064%	59.4
512 50	0.9942	1.5%	8.2%	27.5%	5.1%	29.5%	0.028%	63.5
512 75	0.9940	1.8%	8.6%	26.6%	4.9%	29.3%	0.022%	59.3
512 100	0.9949	2.3%	8.6%	29.3%	5.5%	32.5%	0.019%	59.9
1024 10	0.9990	0.6%	8.2%	26.0%	5.2%	30.5%	0.046%	156.1
1024 50	0.9973	1.0%	8.4%	27.0%	4.9%	27.9%	0.019%	157.6
1024 75	0.9969	1.1%	8.3%	27.8%	4.9%	28.1%	0.019%	130.1
1024 100	0.9973	1.5%	8.0%	25.9%	5.2%	28.0%	0.015%	133.2
2048 10	0.9984	0.3%	8.5%	26.4%	5.2%	29.5%	0.038%	269.7
2048 25	0.9985	0.7%	8.0%	27.6%	5.0%	27.6%	0.022%	230.7
2048 50	0.9987	0.9%	8.5%	26.6%	5.0%	29.2%	0.013%	238.1
2048 100	0.9990	1.0%	8.8%	27.7%	4.8%	27.7%	0.011%	307.2
4096 10	0.9994	0.2%	8.8%	28.2%	4.7%	28.8%	0.027%	536.1
4096 25	0.9992	0.5%	8.5%	26.3%	5.0%	28.9%	0.013%	512.0
4096 50	0.9989	0.5%	8.5%	27.2%	4.7%	28.5%	0.010%	483.5
4096 100	0.9983	0.7%	8.2%	26.7%	5.7%	30.0%	0.007%	486.6

TABLEAU 3.21 – Valeurs  $\rho(1)$  et 1-épistase, pourcentage des marches aléatoires où certains seuils d'autocorrélation et de  $\delta$ -épistase sont atteints, taux de neutralité et distances de Hamming moyennes entre différents optima locaux sur les paysages UBQP.

rugueux. L'évolution semblable et régulière de l'autocorrélation et de la  $\delta$ -épistase sur les paysages NK vient probablement d'une répartition uniforme de la rugosité. On en déduit que la différence d'évolution de ces deux indicateurs sur les paysages UBQP vient d'une répartition différente de la rugosité. Plus précisément, ces résultats semblent indiquer que les paysages UBQP sont globalement lisses, avec une forte corrélation de fitness entre les solutions, mais localement rugueux (figure 3.19). La rugosité globale et la haute corrélation des fitness contribuent probablement à rendre la résolution de ces paysages plus facile que des paysages NK de tailles comparables.

La distance de Hamming moyenne entre les optima locaux est nettement plus faible que la distance moyenne entre des solutions générées aléatoirement (qui correspond à  $n/2$ ). Cette plus grande proximité entre les optima locaux tend à confirmer l'extrapolation de la figure 3.19 et permet de mieux comprendre pourquoi ces paysages sont plus faciles à résoudre que les paysages NK.

### 3.5.3 Paysages de permutations

Les résultats sur les paysages de permutations sont présentés dans le tableau 3.22. Les courbes d'évolution de  $\delta$ -épistase et d'autocorrélation sont données dans figure 3.20 pour les paysages FSP et dans la figure 3.21 pour les paysages QAP. Sur tous les paysages considérés, la distance moyenne

	Inst.	$\rho(1)$	1-ép.	neut.	moy(dist) aléa.	moy(dist) opt.
FSP	30 10	0.9343	9.99%	12.1%	21.6	20.7
	30 15	0.9181	10.59%	9.1%	21.6	19.0
	30 20	0.9152	11.47%	5.7%	21.6	19.5
	50 10	0.9526	7.63%	13.5%	38.7	37.3
	50 15	0.9504	8.37%	9.0%	38.7	35.8
	50 20	0.9478	9.06%	7.2%	38.7	35.7
QAP	lipa70a	0.9430	5.16%	0.7%	65.2	65.0
	lipa80a	0.9508	4.54%	0.6%	75.0	74.9
	lipa90a	0.9549	4.09%	0.6%	84.9	84.8
	sko42	0.9136	9.61%	1.0%	37.7	36.6
	sko49	0.9245	8.78%	0.9%	44.5	43.5
	sko56	0.9339	8.04%	0.7%	51.4	50.1
	sko64	0.9412	7.50%	0.7%	59.2	58.0
	sko72	0.9522	6.90%	0.6%	67.1	65.7

TABLEAU 3.22 – De gauche à droite :  $\rho(1)$ , 1-épistasie, taux de neutralité, distance moyenne entre 1000 solutions générées aléatoirement et distance moyenne entre 1000 optima locaux pour chaque paysage FSP et QAP.

entre les optima locaux et celle entre les solutions générées aléatoirement est proche. Cela indique que ces paysages sont relativement rugueux et que leurs optima locaux ne sont pas regroupés mais plutôt répartis de manière uniforme dans les paysages. En regardant plus précisément, on observe que les optima sont légèrement plus rapprochés sur les paysages FSP que sur les paysages QAP.

Les taux de neutralité varient selon les paysages. Sur les paysages FSP, ils sont, comme attendu, négativement corrélés au nombre de machines. Sur les paysages QAP, les taux de neutralité sont significatifs, mais relativement faibles.

Les valeurs de  $\rho(1)$  et de 1-épistasie indiquent une augmentation légère de la rugosité lorsque la neutralité diminue, ainsi que des taux similaires de rugosité locale. Parmi les paysages QAP, les *lipa* semblent plus lisses que les *sko*, mais cela pourrait être expliqué par la plus petite taille de ces derniers. Par exemple, les taux de rugosité des paysages dérivés de *lipa70a* et *sko72* semblent proches. Ces valeurs ne suffisent pas à caractériser des différences de structures entre les paysages *sko* et *lipa*. La  $\delta$ -épistasie modifiée augmente plus rapidement lorsque le nombre de machines des instances FSP est plus élevé, ce qui pourrait s'expliquer par un plus faible taux de neutralité. Les valeurs calculées pour  $m = 5$  sont plus faibles et expliquent en partie pourquoi les instances à 5 machines sont résolues plus facilement. Sur les paysages QAP, aucune différence n'est observable entre les différentes instances dans l'évolution de la  $\delta$ -épistasie. Notons que cette version modifiée de la  $\delta$ -épistasie est une proposition simple permettant d'adapter la mesure sur les paysages de permutations. La figure 3.22 montre l'évolution de la  $\delta$ -épistasie modifiée des paysages binaires de la section précédente. Ces résultats montrent que la modification proposée ici permet de recueillir les différentes évolutions de l'épistasie de signe pour différents degrés d'interdépendances entre les variables, et également entre les paysages UBQP et NK.

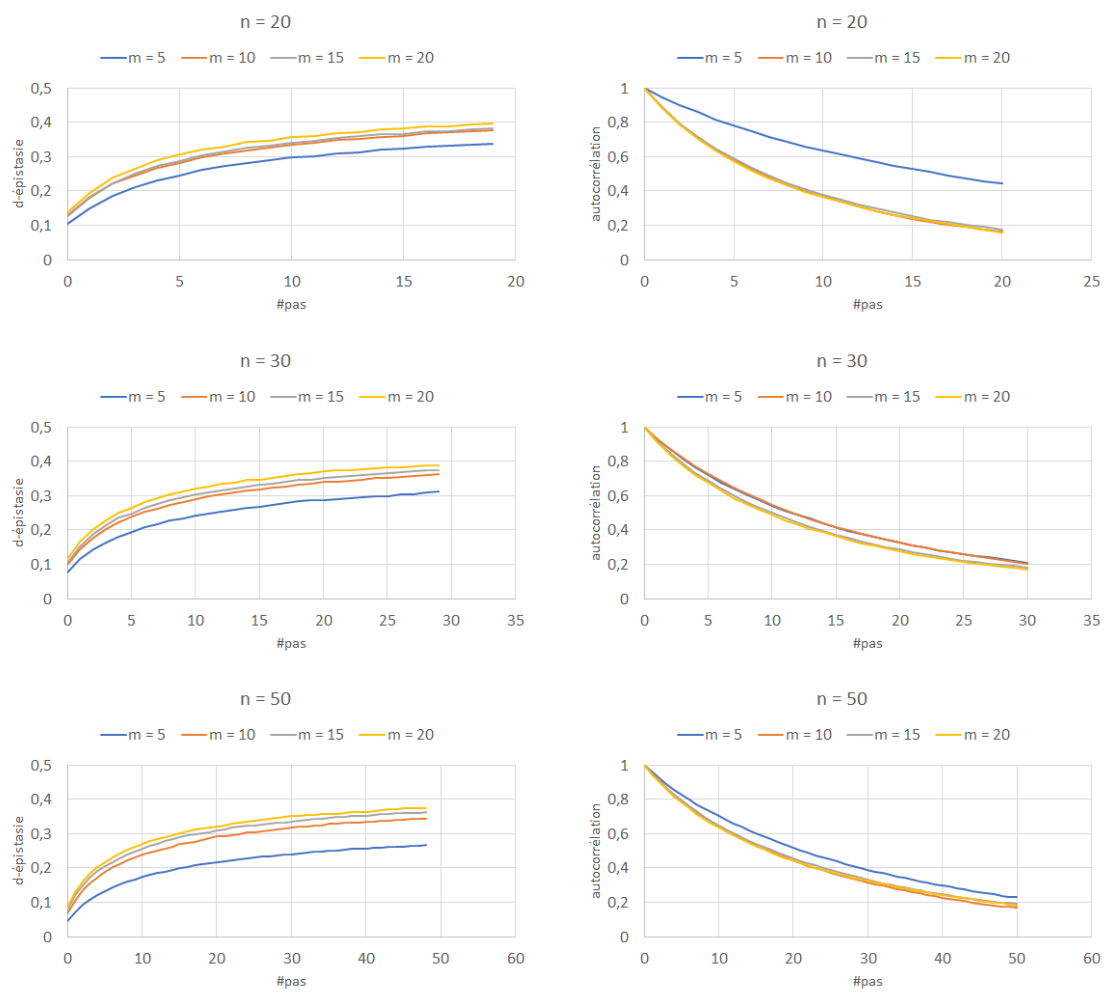


FIGURE 3.20 – Évolution de la rugosité en fonction du nombre de pas des marches aléatoires sur les paysages FSP. À gauche :  $\delta$ -épipistase. À droite : autocorrélation.

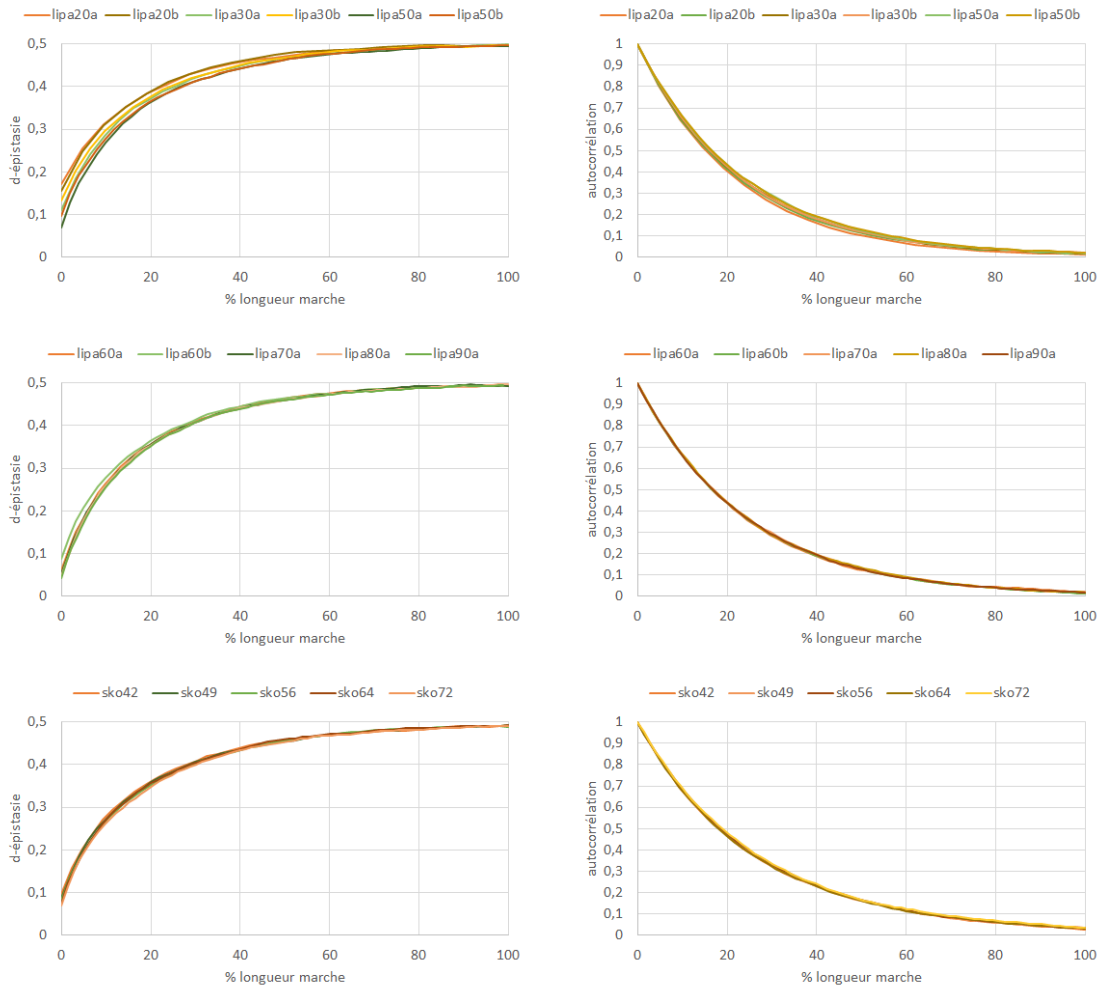


FIGURE 3.21 – Évolution de la rugosité en fonction du nombre de pas des marches aléatoires sur les paysages dérivés du QAP. Les valeurs d'abscisse sont exprimées en fonction du pourcentage de la marche effectuée. À gauche :  $\delta$ -épistase. À droite : autocorrélation.

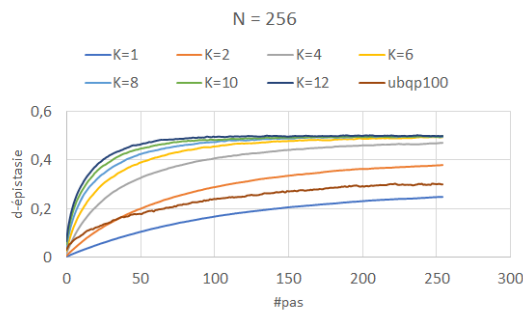


FIGURE 3.22 – Évolution de la  $\delta$ -épistase modifiée sur des paysages binaires ( $n = 256$ ).



### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au coût calculatoire engendré par différentes règles pivot. En effet, dans le chapitre 2 nous avons étudié et proposé plusieurs règles pivot pour observer les principes qui menaient une descente vers de bons optima locaux, sans tenir compte du coût calculatoire entraîné. La règle pivot du maximum expansion s'est montrée régulièrement très efficace pour éviter à la recherche d'être piégée prématurément dans des optima locaux de faible qualité. Cependant, elle nécessite l'évaluation de deux niveaux de voisinages à chaque pas, ce qui la rend particulièrement coûteuse. Un coût calculatoire élevé peut empêcher d'utiliser la règle pivot de manière efficace dans un contexte plus général de métaheuristiques. Nous avons donc proposé et étudié différentes règles pivot pour les descentes en fonction de leur coût calculatoire et de la qualité des optima locaux retournés.

Les résultats de la section 3.1 confirment que le moins bon améliorant et le maximum expansion, généralement efficaces pour atteindre de bons optima locaux, sont beaucoup plus coûteux que les deux stratégies classiques. Pour le maximum expansion, cela est majoritairement dû au coût engendré par la connaissance supplémentaire nécessaire à la méthode (zone de vision  $\mathcal{A}_2$ ) tandis que pour le moins bon améliorant cela est attribuable à l'évaluation systématique de l'intégralité du voisinage, couplée à un nombre de pas plus élevé que les stratégies classiques pour converger vers un optimum local.

Nous avons donc proposé dans la section 3.2 les stratégies approximées du meilleur et du moins bon améliorant pour réduire le nombre d'évaluations nécessaire aux descentes pour atteindre un optimum local. Les deux règles pivot proposées consistent à appliquer la stratégie de sélection sur un nombre de voisins significativement réduit. Les règles ainsi produites sont ainsi à mi-chemin entre le premier améliorant et le moins bon (respectivement meilleur) améliorant. Les résultats montrent qu'en plus de diminuer le nombre d'évaluations nécessaire pour atteindre un optimum local, appliquer ces règles pivot sur un nombre de voisins réduit permet souvent de conserver une efficacité proche à la stratégie approximée. Ces résultats montrent l'intérêt d'appliquer des règles pivot efficaces sur un voisinage partiel et confirment l'efficacité de  $\bar{w}_\kappa$  sur certains paysages. Une caractéristique à mesurer pour approfondir l'étude de ces différentes stratégies de sélection pourrait être le taux d'intensification ou de diversification au cours de la recherche. Comme mentionné en fin de section 3.2, il faudrait déterminer un ou des indicateurs à cet effet, mais cela permettrait d'observer les variations de ces taux en fonction des stratégies et des paysages.

La section 3.3 propose une approximation du maximum expansion, basée en partie sur le même modèle que les approximations de la section précédente. À l'instar de ces approximations, le nombre de voisins évalués est considérablement réduit. Additionnellement, le calcul du score d'expansion est approché, de manière à diminuer suffisamment le coût calculatoire de la stratégie. Les différentes versions approximées du maximum expansion permettent de limiter fortement le nombre d'évaluations nécessaire pour atteindre un optimum local. Ces versions figurent régulièrement parmi les meilleurs compromis entre qualité des optima locaux et coût calculatoire, en particulier sur les paysages NK et FSP. Notons cependant que les compromis fournis par  $ME_\kappa^\lambda$  lorsque  $\kappa, \lambda \in \{2, 4\}$ , sont de qualité équivalente à ceux de  $\bar{w}_\kappa$ . En effet,  $\bar{w}_\kappa$  mène souvent à de moins bons optima en moyenne mais entraîne un plus faible coût. De plus, sur les paysages UBQP et certains paysages QAP, les compromis offerts par

$W_{\kappa}$  sont meilleurs.

$W_{\kappa}$  étant souvent efficace et moins coûteuse que  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  pour atteindre de bons optima locaux, nous l'avons considérée dans un contexte de recherche locale itérée dans la section 3.4. Les expérimentations réalisées ont permis de comparer à budget égal une recherche locale itérée utilisant  $F$  avec une recherche locale itérée utilisant  $W_{\kappa}$ . L'objectif était d'observer si la qualité des optima locaux retournés par  $W_{\kappa}$  contrebalance le coût calculatoire engendré, et plus généralement de déterminer si une règle pivot alternative peut avoir un intérêt dans un contexte de métaheuristiques en les rendant plus performantes que les stratégies classiques. De telles règles doivent naturellement être plus efficaces que  $F$  pour mener vers de bons optima locaux, sans nécessiter un nombre d'évaluations trop élevé. Les résultats montrent que considérer  $W_{\kappa}$  dans des recherches locales itérées peut parfois mener à de meilleures solutions que le premier améliorant. Les résultats expérimentaux indiquent que la supériorité statistique de  $ILS_{W_{\kappa}}$  est corrélée avec la forte présence  $W_{\kappa}$  sur le front de Pareto des meilleurs compromis entre fitness et coût calculatoire. Ces résultats montrent qu'une telle règle pivot peut être pertinente pour être intégrée au sein de métaheuristiques. Le maximum expansion approximé n'est pas considéré au sein de métaheuristiques plus avancées dans ces travaux, en partie car son coût calculatoire reste particulièrement élevé par rapport à la stratégie du premier améliorant. En effet, des expériences préliminaires sur les paysages NK comparent chaque variante de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  avec un ensemble de descentes  $F$ . Plusieurs  $F$  sont exécutées jusqu'à ce que le nombre d'évaluations corresponde à celui de  $ME_{\kappa}^{\lambda}$ . Dans la majorité des cas, ces descentes itérées dominent largement  $ME_{\kappa}^{\lambda}$ , c'est-à-dire que pour un nombre d'évaluations donné, plusieurs descentes basées sur la stratégie classique sont plus efficaces qu'une seule descente utilisant  $ME_{\kappa}^{\lambda}$  pour atteindre la meilleure solution possible. Ici, la qualité des optima locaux ne contrebalance pas le lourd coût calculatoire. Cependant, ces résultats préliminaires ne concernent que les paysages NK et il se pourrait que sur certains autres paysages la tendance soit différente, comme pour  $ILS_{W_{\kappa}}$  sur les paysages NK et UBQP.

La section 3.5 présente les résultats de l'analyse des paysages, ainsi que les liens entre les caractéristiques mesurées et l'efficacité des différentes méthodes. Sur les paysages NK, les taux de rugosité évoluent naturellement en fonction du degré d'interdépendance entre les variables. L'efficacité relative des différentes descentes semble majoritairement influencée par ce paramètre. Pour une taille donnée, les paysages UBQP apparaissent plus faciles à résoudre que les paysages NK. Sur ces paysages, le moins bon améliorant et ses variantes approximées sont particulièrement efficaces. L'analyse de ces paysages indique qu'ils sont localement rugueux, mais globalement lisses et que les bons optima locaux y sont relativement rapprochés les uns des autres. Les taux de rugosité locale expliquent en partie la supériorité du moins bon améliorant par rapport aux méthodes classiques et les faibles taux de rugosité globale contribuent à expliquer la facilité de résolution accrue de ces paysages. Sur les paysages de permutations, l'analyse est moins informative que sur les paysages binaires, dans le sens où les corrélations entre efficacité des méthodes et résultats obtenus sont moins évidentes. Malgré tout, les résultats confirment la corrélation négative entre les taux de neutralité des paysages FSP et le nombre de machines, et que ces taux de neutralité plus élevés indiquent que résoudre ces paysages est plus facile. Sur les paysages QAP, l'efficacité relative des différentes méthodes est généralement stable selon la classe (ou le type) d'instances. Les paysages de la classe  $sko$  sont plus difficiles à résoudre que

ceux de la classe  $lipa$ , dont les meilleures solutions sont souvent connues. Appliquer une analyse des paysages à partir de réseaux, par exemple les réseaux d'optima locaux, semblerait plus adapté que les estimations effectuées ici. Cela permettrait d'observer des différences entre les paysages de permutations qui rendent compte de certaines difficultés rencontrées par les différentes méthodes de résolution, telles que la présence d'entonnoirs multiples qui peut limiter la capacité des méthodes à s'échapper de certaines zones des paysages. Les méthodes considérées ici étant soit des descentes simples, soit des métaheuristiques utilisant les descentes, observer de la répartition des optima locaux et de leurs caractéristiques (par exemple la taille de leurs bassins) semble particulièrement pertinent. Notons tout de même que les informations demeureraient incomplètes du fait de la taille des paysages considérés, car les réseaux d'optima locaux seraient nécessairement des réseaux compressés. Le principe des réseaux d'optima locaux pourrait être également utilisé afin d'observer les zones des paysages autour des optima locaux retournés par les descentes, incluant les nombreux optima rencontrés par les recherches locales itérées.

# RECHERCHES LOCALES À VOISINAGE

## PARTIEL

---

Les chapitres précédents se concentrent sur l'étude de différentes règles pivot d'algorithmes de descente, afin d'observer ce qui les rend efficaces selon les caractéristiques des paysages étudiés. Se focaliser sur des stratégies de sélection qui ne considèrent que les voisins améliorants (stricts) permet de simplifier la compréhension et l'analyse des résultats expérimentaux. La grande majorité des métaheuristiques intègrent cependant la sélection de mouvements neutres ou détériorants dans leur fonctionnement afin d'éviter de bloquer la recherche dès qu'un optimum local est atteint, mais les recherches locales non strictes utilisent régulièrement les descentes comme mécanisme intensificateur de base.

Dans ce chapitre, nous sortons du contexte des descentes pour nous focaliser sur des recherches locales non strictes. Plus précisément, nous étudions différentes règles pivot qui acceptent également les voisins détériorants. Contrairement aux descentes, ces recherches locales doivent gérer la diversification en plus de l'intensification. D'ailleurs, les métaheuristiques qui utilisent des descentes nécessitent généralement un autre mécanisme pour induire une plus forte diversification. L'enjeu ici est de déterminer des stratégies simples pour que le processus de recherche atteigne différentes zones des paysages, tout en explorant suffisamment les zones prometteuses sans engendrer un trop lourd coût calculatoire. Pour cela, nous étudions des recherches locales à voisinage partiel, qui consistent à évaluer un échantillon de voisins à chaque étape de la recherche et à appliquer une stratégie de sélection sur cet ensemble.

Ce chapitre propose et étudie la marche par échantillonnage et la confronte à d'autres recherches locales. La section 4.1 présente les recherches locales à voisinage partiel et les deux autres recherches locales considérées dans les expérimentations. La section 4.2 présente le protocole expérimental employé pour étudier la dynamique de ces méthodes sur différents paysages, dont les valeurs de paramètre considérées pour chaque méthode. La section 4.3 étudie l'impact de ces valeurs sur la capacité des recherches locales à retourner de bonnes solutions. En particulier, nous observons l'évolution des résultats selon différents paramétrages, pour déterminer les valeurs les plus appropriées sur les différents paysages. La section 4.4 compare la capacité des différentes méthodes à atteindre de bonnes solutions en un budget limité. La section 4.5 étudie des échantillons composés d'une partie des meilleures solutions rencontrées par la marche par échantillonnage, afin d'obtenir des informations sa dynamique. Cette étude cherche à évaluer s'il est utile d'intensifier la recherche dans autour de ces solutions. La

section 4.6 est une étude préliminaire sur les paysages binaires pour exploiter la capacité de la marche par échantillonnage à trouver de bonnes solutions dans différentes zones des paysages. Dans cette section, nous proposons d'intensifier la recherche autour des meilleures solutions rencontrées par la méthode. Cela consiste à appliquer des processus d'intensification en fin de recherche au moyen de recherches locales itérées. La section 4.7 propose une discussion sur les travaux effectués dans ce chapitre.

## 4.1 Recherches locales à voisinage partiel

Les *recherches locales à voisinage partiel* (RLVP) sélectionnent à chaque pas une solution parmi un échantillon de voisins dont la taille (maximale), que nous noterons  $\lambda$ , est paramétrable. Les RLVP gèrent principalement l'équilibre entre intensification et diversification au travers de la valeur de  $\lambda$ . En effet, si  $\lambda = 1$  les RLVP correspondent à une marche aléatoire et sont alors exclusivement diversificatrices, et si  $\lambda = |\mathcal{N}|$  elles sont alors particulièrement intensificatrices. Néanmoins, les stratégies appliquées pour sélectionner les voisins influent également sur les taux d'intensification et de diversification de la recherche.

Dans ce chapitre nous étudions l'impact de différentes stratégies de sélection pour les RLVP. Pour cela, nous proposons la marche par échantillonnage ( $SW$ ).  $SW$  est particulièrement simple à implémenter, notamment car elle applique la même stratégie de sélection sur les voisins améliorants et détériorants. Nous la confrontons à  $ID_{walk}$  ou la marche intensification/diversification proposée dans [NTG04], qui se décline en deux variantes :  $ID_{best}$  et  $ID_{any}$ . Les trois RLVP étudiées fonctionnent de la manière suivante :

- $SW$  sélectionne la solution de meilleure fitness parmi un échantillon de  $\lambda$  voisins, qu'elle soit améliorante ou détériorante,
- $ID_{best}$  sélectionne le premier améliorant rencontré, si aucun améliorant n'est évalué alors le voisin détériorant de meilleure fitness parmi l'échantillon de  $\lambda$  voisins est sélectionné,
- $ID_{any}$  sélectionne le premier améliorant rencontré, si aucun améliorant n'est évalué alors un voisin est sélectionné aléatoirement parmi l'échantillon de  $\lambda$  voisins.

Ainsi, l'unique différence entre  $SW$  et  $ID_{best}$  est la règle pivot appliquée sur les voisins améliorants.  $SW$  sélectionne le meilleur améliorant parmi  $\kappa \leq \lambda$  voisins améliorants, tandis que  $ID_{best}$  sélectionne le premier améliorant, ce la rend moins intensificatrice pour une valeur fixée de  $\lambda$ . Entre  $ID_{best}$  et  $ID_{any}$ , seule la règle pivot appliquée sur les voisins détériorants varie.  $ID_{best}$  sélectionne le meilleur parmi les  $\lambda$  voisins s'ils sont tous détériorants (comme  $SW$ , et  $ID_{any}$  en sélectionne un aléatoirement, ce qui induit une plus forte diversification lorsqu'aucun améliorant n'est rencontré. Le tableau 4.1 illustre un pas des trois RLVP. L'exemple donne les probabilités de sélection de chacun des dix voisins d'une solution de fitness 100 pour  $SW$ ,  $ID_{best}$  et  $ID_{any}$ . Les probabilités de sélection de chaque solution permettent d'identifier les différences entre les RLVP :  $SW$  étant la plus intensificatrice, et  $ID_{any}$  la moins intensificatrice.

Comparer ces méthodes permet donc d'observer les variations d'efficacité induites par les stratégies de sélection qui influent sur la diversification et l'intensification de la recherche au sein des RLVP.

Solution	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$
Fitness	120	112	108	103	98	95	91	88	84	80
SW ( $\lambda = 2$ )	9/45	8/45	7/45	6/45	5/45	4/45	3/45	2/45	1/45	0
ID <sub>B</sub> ( $\lambda = 2$ )	1/6	1/6	1/6	1/6	5/45	4/45	3/45	2/45	1/45	0
ID <sub>A</sub> ( $\lambda = 2$ )	1/6	1/6	1/6	1/6	1/18	1/18	1/18	1/18	1/18	1/18
SW ( $\lambda = 4$ )	84/210	56/210	35/210	20/210	10/210	4/210	1/210	0	0	0
ID <sub>B</sub> ( $\lambda = 4$ )	13/56	13/56	13/56	13/56	10/210	4/210	1/210	0	0	0
ID <sub>A</sub> ( $\lambda = 4$ )	13/56	13/56	13/56	13/56	1/84	1/84	1/84	1/84	1/84	1/84

TABLEAU 4.1 – Probabilité de sélection de 10  $\{S_0, \dots, S_{10}\}$  du tableau par les RLVP à partir d'une solution de fitness 100. Les voisins  $S_0, \dots, S_4$  sont améliorants ;  $S_5, \dots, S_{10}$  sont détériorants.

Nous confrontons les RLVP à deux recherches locales classiques : une recherche locale itérée (ILS) et une recherche tabou (TS), pour observer si considérer les voisinages partiels s'avère efficace pour atteindre de bonnes solutions. La recherche locale itérée utilisée ici est ILS<sub>F</sub>, employée dans le chapitre précédent, qui utilise une descente F et, lorsqu'un optimum local est atteint, effectue  $\mathcal{M}$  mouvements aléatoires pour s'en échapper. La recherche tabou sélectionne le voisin de meilleure fitness parmi ceux atteignables à chaque étape de la recherche. La liste tabou élimine des voisins parmi les solutions candidates et détermine ainsi ceux qui sont sélectionnables. Cette liste tabou de longueur  $\mathcal{L}$  interdit l'accès à certains voisins, en fonction des mouvements effectués au cours des  $\mathcal{L}$  derniers pas, ce qui peut notamment empêcher à la recherche de cycler. La liste de la recherche tabou utilisée ici contient des mutations pour forcer un éloignement de  $\mathcal{L}$  entre les solutions sélectionnées à  $\mathcal{L}$  pas d'intervalle. Puisque ILS utilise la règle du premier améliorant, l'intégralité des voisins n'est pas systématiquement évaluée. La recherche tabou n'évaluant pas les solutions présentes (ou atteignables) dans la liste tabou sélectionne donc une solution dans le voisinage réduit de la solution courante. Bien que ces deux recherches locales évaluent partiellement le voisinage à chaque étape de la recherche, nous ne les incluons pas dans la catégorie des RLVP dans ce manuscrit. En effet, SW et ID<sub>walk</sub> réduisent systématiquement la taille maximale du voisinage via le paramètre  $\lambda$  (sauf si  $\lambda = |\mathcal{N}|$ ), ce qui n'est pas le cas pour ILS et TS. En dehors des phases de descente, ILS peut évaluer l'intégralité du voisinage et la taille de l'échantillon à évaluer ne peut être déterminée tant qu'aucun améliorant n'est trouvé. La recherche tabou évalue un nombre fixe de voisins à chaque pas (sauf lorsque la liste tabou ne contient pas encore  $\mathcal{L}$  mouvements), cependant ce sont les derniers mouvements réalisés qui déterminent les solutions à ne pas évaluer, pas un processus stochastique.

Toutes les recherches locales considérées ici nécessitent un unique paramètre (en dehors du critère d'arrêt) et leur mode de fonctionnement se réduit à des règles pivot élémentaires. Leur simplicité permet d'appréhender davantage les différences de comportement induites au travers des expérimentations. Le faible nombre de paramètres selon les variantes permet de mieux observer les différences entraînées par leur variation, qui influe essentiellement sur l'équilibre entre intensification et diversification au cours de la recherche.

## 4.2 Protocole expérimental

Le critère d'arrêt des recherches locales étudiées ici est déterminée par un nombre d'évaluations maximal. Ce nombre est fixé à 100 millions dans nos expérimentations, un budget volontairement élevé pour qu'une convergence suffisamment aboutie soit observée sur les différents paysages. Les meilleures fitness rencontrées pour un budget plus faible sont extraites à partir des informations récoltées pendant l'exécution des méthodes. Dans ces travaux, nous observons le comportement des cinq recherches locales pour 1 million et 100 millions d'évaluations.

Les différentes recherches locales nécessitent toutes un seul autre paramètre. Pour chacune, nous considérons plusieurs valeurs de paramètres, afin d'étudier leur influence sur leur dynamique. Idéalement, toutes les valeurs possibles devraient être examinées, cependant cela induirait un nombre d'exécutions particulièrement élevé. Bien que des méthodes de paramétrage automatique existent (par exemple *i-race* [Lóp+11]), nous avons choisi de ne pas les employer dans cette étude. Elles s'avèrent souvent efficaces pour mener la recherche vers de bonnes solutions sans considérer les contraintes liées au paramétrage, néanmoins déterminer une valeur de paramètre appropriée de cette manière limiterait certaines observations. En effet, si une valeur de paramètre donnée permet à la recherche d'atteindre de bonnes solutions rapidement, elle peut toutefois empêcher un processus plus long de trouver de meilleures solutions. Ce paramétrage automatique pourrait être vu comme un mécanisme supplémentaire des recherches locales. Rappelons que nous cherchons à obtenir une meilleure vision de l'impact de différents composants des recherches locales, et que plus ils sont nombreux, plus leur analyse est complexe.

Pour le paramètre  $\lambda$  des RLVP, nous testons plusieurs valeurs suivant le protocole décrit ci-après. Sur les paysages binaires, pour  $SW$ ,  $ID_{best}$  et  $ID_{any}$ , nous considérons toutes les puissances de 2 entre 1 et la taille du voisinage ( $\lambda = 2^k, k \in \{1, 2, \dots, \log_2(|\mathcal{N}|)\}$ ). Sur les paysages NK, nous considérons additionnellement des valeurs de  $\lambda$  par pas de 4 comprises entre les deux valeurs de  $\lambda$  testées qui encadrent la valeur menant à la meilleure fitness moyenne, afin de déterminer plus finement les valeurs de paramètres pertinentes en fonction de la rugosité. Par exemple, si  $\lambda = 32$  mène à la meilleure moyenne de fitness, nous considérons toutes les valeurs intermédiaires par pas de 4 entre 16 et 64 (exclus). Sur les paysages où  $N = 1024$ , nous considérons les valeurs intermédiaires par pas de 8. Sur les paysages de permutations, les valeurs de  $\lambda$  utilisées correspondent à différents ratios de la taille du voisinage, généralement  $\lambda \in \{\frac{|\mathcal{N}|}{16}, \frac{|\mathcal{N}|}{15}, \dots, |\mathcal{N}|\}$ .

$ILS_F$  applique  $\mathcal{M}$  perturbations sur les optima locaux entre les processus de descente. Les valeurs utilisées sur les différents paysages correspondent à celles de la section 3.4.

TS utilise une liste tabou de longueur  $\mathcal{L}$  basée sur la distance pour forcer l'éloignement entre les solutions au cours de la recherche. Sur les paysages binaires, cette liste correspond à la liste des  $\mathcal{L}$  derniers bits flippés, ce qui est suffisant pour assurer une distance minimale entre les solutions sélectionnées. Sur les paysages de permutations, cette liste est directement basée sur la distance et les solutions sélectionnables augmentent nécessairement l'éloignement par rapport aux solutions contenues dans la liste. Les valeurs de  $\mathcal{L}$  considérées pour les différents problèmes sont données dans le tableau 4.2.

Problème	valeurs de $\mathcal{L}$ testées
NK	{5, 10, 15, 20}
UBQP	{5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60}
QAP	{8, 12, 16, 20, 24, 28, 32}
FSP	{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18}

TABLEAU 4.2 – Longueurs de liste tabou considérées dans nos expérimentations pour chaque problème.

Pour chaque triplet (paysage, méthode,  $\gamma$ ), où  $\gamma \in \{\lambda, \mathcal{L}, \mathcal{P}\}$ , 100 exécutions sont conduites à partir du même ensemble de 100 solutions générées aléatoirement. Comme dans la section 3.4, nous sélectionnons pour chaque couple (paysage, méthode) la version qui mène aux meilleures fitness en moyenne. Nous reportons la valeur de  $\gamma$  qui conduit à ces moyennes pour chaque couple (méthode, paysage) pour 1 million et 100 millions d'évaluations. Nous présentons les dominances statistiques entre les méthodes sélectionnées, ainsi que leur écart à la meilleure moyenne pour chaque paysage.

### 4.3 Étude du paramétrage

Considérer plusieurs valeurs de paramètres permet de comparer plus équitablement les recherches locales, en limitant le risque que l'une d'entre elle soit plus efficace car mieux configurée. Cela permet également d'observer l'évolution de la capacité d'une recherche locale donnée à atteindre de bonnes solutions selon le paramétrage, de déterminer le degré de sensibilité des méthodes au paramétrage et peut également aider à concevoir un paramétrage automatique efficace en fonction des paysages.

Pour les algorithmes étudiés ici, observer cette évolution permet d'avoir une idée plus précise de l'équilibre approprié entre intensification et diversification sur un paysage donné. Cette section présente et discute, dans un premier temps, de l'évolution de la fitness moyenne des méthodes en fonction de leur paramétrage sur les paysages NK. Dans un second temps, les paramétrages menant à la meilleure fitness moyenne pour chaque couple (paysage, recherche locale) sont présentés pour des budgets limités à 1 million et 100 millions d'évaluations pour les quatre problèmes considérés.

#### 4.3.1 Paysages binaires

##### 4.3.1.1 Évolution globale des RLVP sur les paysages NK

Les figures 4.1, 4.2, 4.3 et 4.4 illustrent l'évolution de la fitness moyenne en fonction du paramétrage de SW,  $ID_{best}$  et  $ID_{any}$  sur les différents paysages NK pour 100 millions d'évaluations. Les valeurs de  $\lambda$  reportées ici sont des puissances de deux, ce qui exclut les valeurs testées dans un second temps, bien qu'elles soient considérées dans la suite de la section. Les moyennes de fitness obtenues par SW et  $ID_{best}$  évoluent de manière similaire : leur efficacité est très proche, au moins lorsque les valeurs de la taille (maximale) du voisinage à évaluer sont des puissances de deux. Ces deux RLVP se différencient uniquement par la règle pivot appliquée lorsqu'au moins un voisin améliorant est rencontré, ce qui n'a pas une influence significative sur leur dynamique sur les paysages NK. Comparativement à SW et  $ID_{best}$ ,  $ID_{any}$  évolue différemment en fonction de la valeur de  $\lambda$ . Lorsque cette valeur est élevée,  $ID_{any}$  est plus



efficace pour trouver de bonnes solutions. Rappelons que lorsque  $ID_{any}$  ne rencontre pas de solutions améliorantes, il sélectionne aléatoirement une des  $\lambda$  solutions évaluées, ce qui induit une diversification plus forte que celle des deux autres RLVP, et influe sur le nombre idéal de voisins à évaluer. En effet, sélectionner un voisin détériorant sans considérer sa fitness implique une plus forte dégradation de la qualité de la solution courante. Après un tel mouvement, le processus de recherche nécessite un plus fort taux d'intensification et ainsi, un faible taux de diversification. Considérer plus de voisins augmente la probabilité de rencontrer un voisin améliorant, surtout lorsque la recherche atteint des solutions plus hautes du paysage de fitness, ce qui limite les taux de diversifications et donc encourage l'intensification de la recherche dans de bonnes zones des paysages. Lorsque l'épistasie est faible, l'intervalle des valeurs qui mènent  $ID_{any}$  aux meilleures solutions en moyenne est plus grand. Pour les trois RLVP, une corrélation positive existe entre l'évolution des zones de valeurs menant aux meilleures fitness moyennes et la valeur de  $K$  (et donc des taux de rugosité).

Les valeurs de paramètres qui mènent les recherches locales aux meilleures fitness moyennes sur chaque paysage pour 1 et 100 millions d'évaluations sont reportées et discutées dans la suite. Nous notons la meilleure valeur de paramètre différemment pour chaque méthode : respectivement  $\lambda_{SW}$ ,  $\lambda_{IDb}$ ,  $\lambda_{IDa}$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{L}$  pour  $SW$ ,  $ID_{best}$ ,  $ID_{any}$ ,  $ILS$  et  $TS$ .

Le tableau 4.3 présente ces valeurs sur les paysages NK pour 1 million d'évaluations. De manière générale, le paramétrage le plus efficace pour  $SW$  et  $ID_{best}$  est similaire sur chaque paysage. Pour ces deux RLVP, le nombre le plus approprié de voisins à évaluer (au plus) à chaque pas augmente avec les niveaux de rugosité ( $K$ ). Ceci suggère que  $SW$  et  $ID_{best}$  nécessitent une plus grande part d'intensification sur les paysages plus rugueux. Le nombre de voisins idéal à évaluer ( $\lambda_{IDa}$ ) pour  $ID_{any}$  est plus élevé que pour les deux autres RLVP, ce qui est cohérent avec les plus forts taux de diversification qu'elle induit. Les valeurs de  $\lambda_{IDa}$  sont plus stables pour  $N \in \{512, 1024\}$  et augmentent généralement avec le facteur d'épistasie (et par conséquent la rugosité), ce qui indique un besoin d'intensification plus élevé sur de tels paysages. Le nombre de perturbations  $\mathcal{M}$  à appliquer entre les phases intensificatrices (descentes) de  $ILS$  est plus élevé sur les paysages lisses. Un plus grand nombre de perturbations induit une plus grande diversification dans le processus de recherche. Cela permet de s'éloigner des optima locaux rencontrés et de s'échapper plus probablement de leur bassin d'attraction, laissant la possibilité au processus de recherche d'explorer de nouvelles zones du paysage. Comme  $\mathcal{M}$ , la longueur de la liste tabou qui mène  $TS$  aux meilleures moyennes est plus faible sur les paysages rugueux. Sur les paysages lisses,  $\mathcal{L}$  augmente en fonction de la taille  $N$ . De manière générale, la longueur la plus appropriée de la liste tabou augmente avec la taille des paysages NK. Puisque pour ces paysages la liste contient des bits tabou dont la valeur ne peut pas changer, cela assure une distance de  $\mathcal{L}$  entre deux solutions courantes séparées par  $\mathcal{L}$  pas. Une valeur plus élevée implique une distance plus grande entre les solutions rencontrées au cours de la recherche, et ainsi une plus grande diversification.

Pour un budget de 100 millions d'évaluations, les paramétrages menant chaque méthode à la meilleure fitness moyenne sont donnés dans le tableau 4.4. L'évolution de ces paramétrages en fonction de la rugosité pour  $SW$  et  $ID_{best}$  varie peu entre 1 million d'évaluations (tableau 4.3) et 100 millions d'évaluations. Pour 100 millions d'évaluations, sur les paysages où  $N \in \{128, 256\}$  la variation des valeurs  $\lambda$  les plus efficaces de ces deux méthodes est faible, tandis qu'elle est plus élevée sur les paysages plus grands.

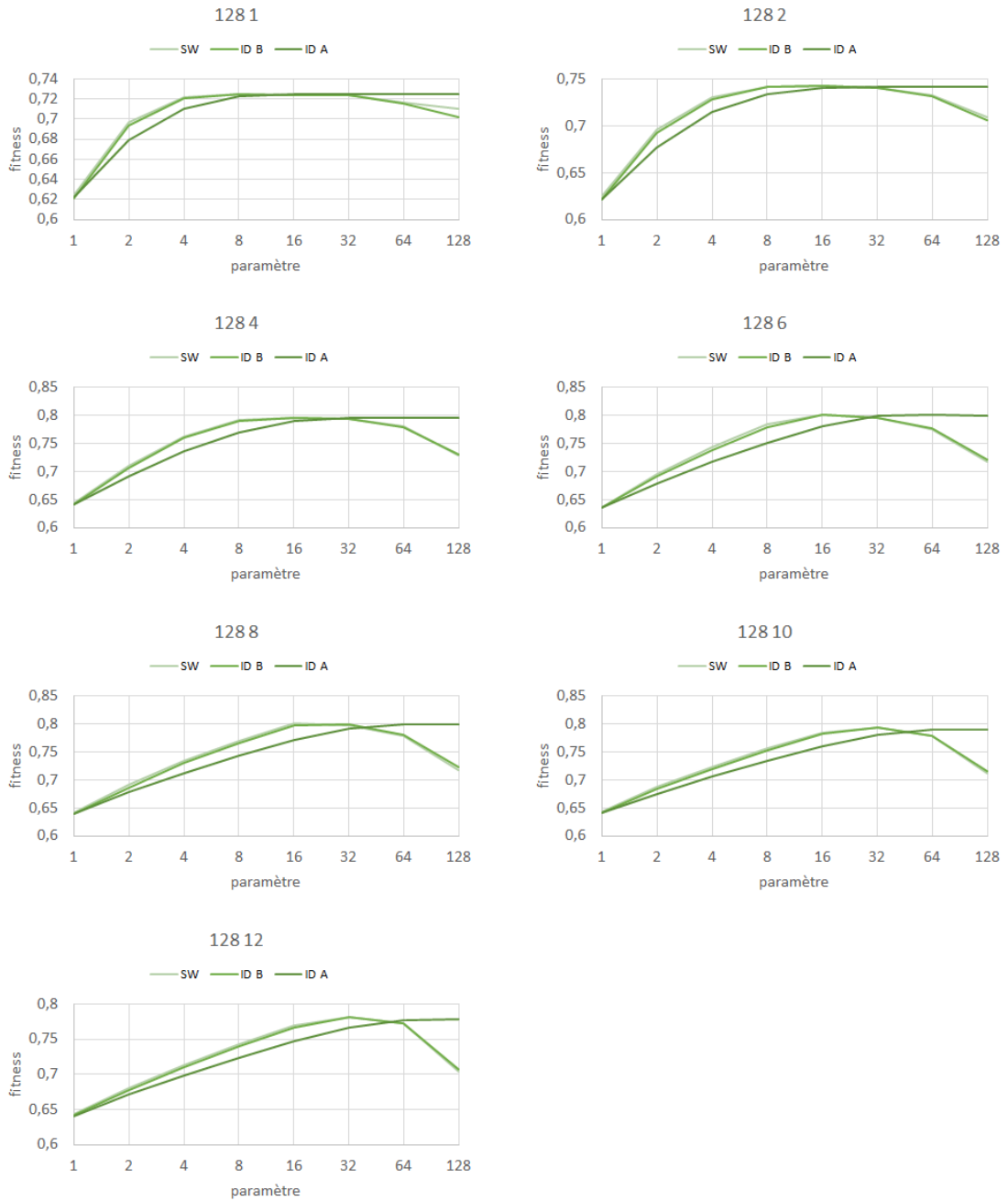


FIGURE 4.1 – Évolution des fitness moyennes atteintes en fonction des valeurs de  $\lambda$  pour les RLVP sur les paysages NK, où  $N = 128$ . Les valeurs de paramètres sont à l'échelle logarithmique.

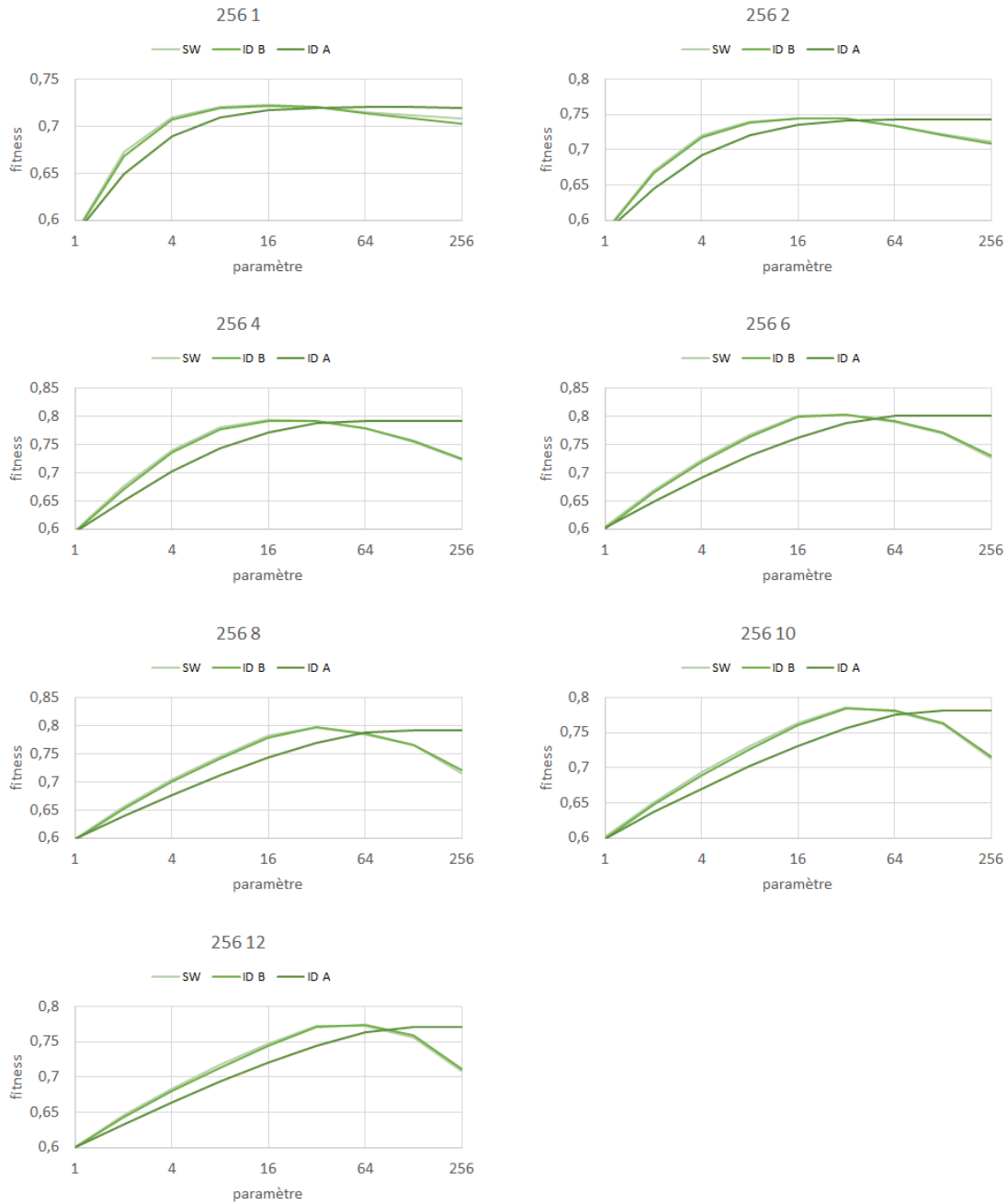


FIGURE 4.2 – Évolution des fitness moyennes atteintes en fonction des valeurs de  $\lambda$  pour les RLVP sur les paysages NK, où  $N = 256$ .

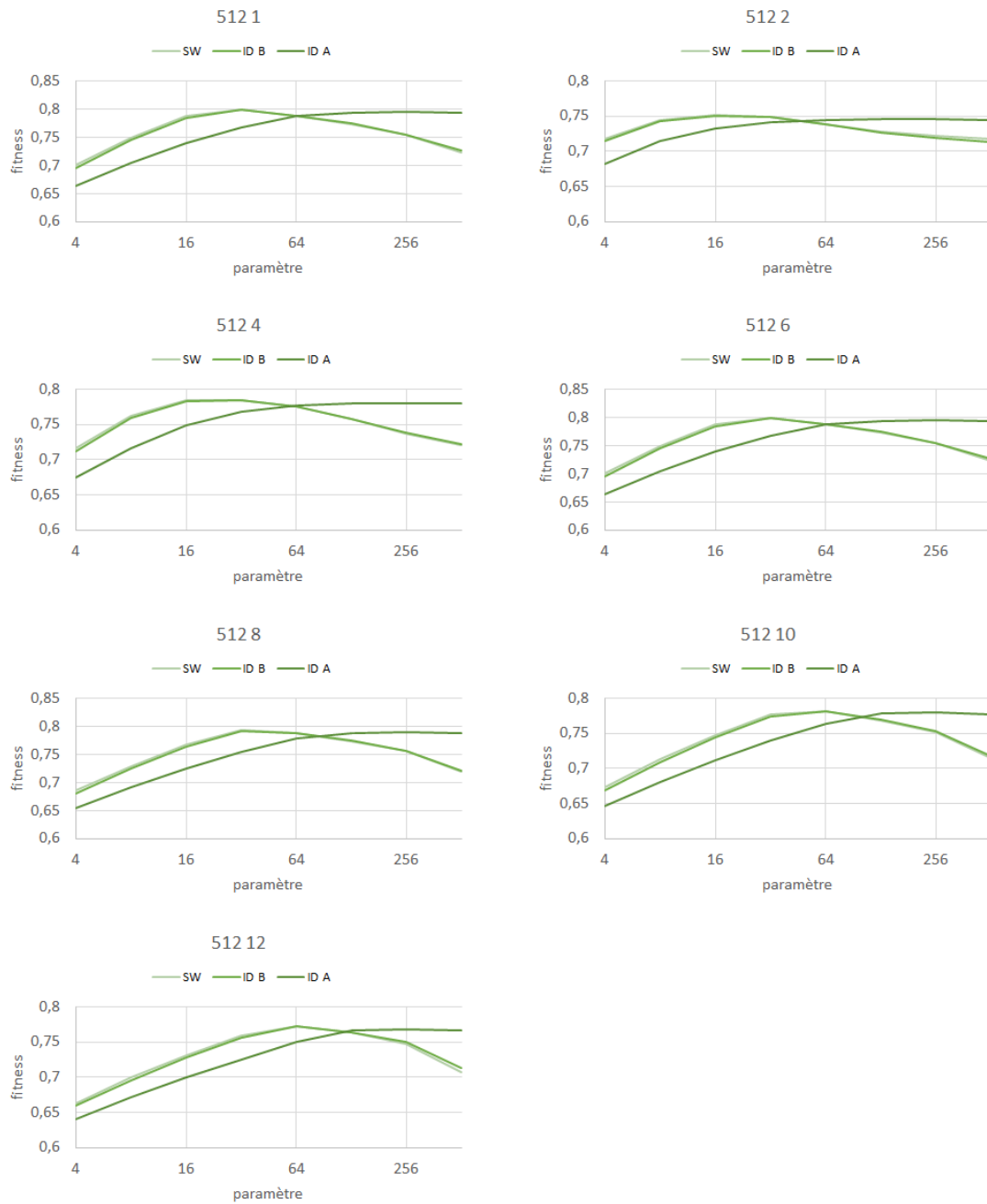


FIGURE 4.3 – Évolution des fitness moyennes atteintes en fonction des valeurs de  $\lambda$  pour les RLVP sur les paysages NK, où  $N = 512$ .

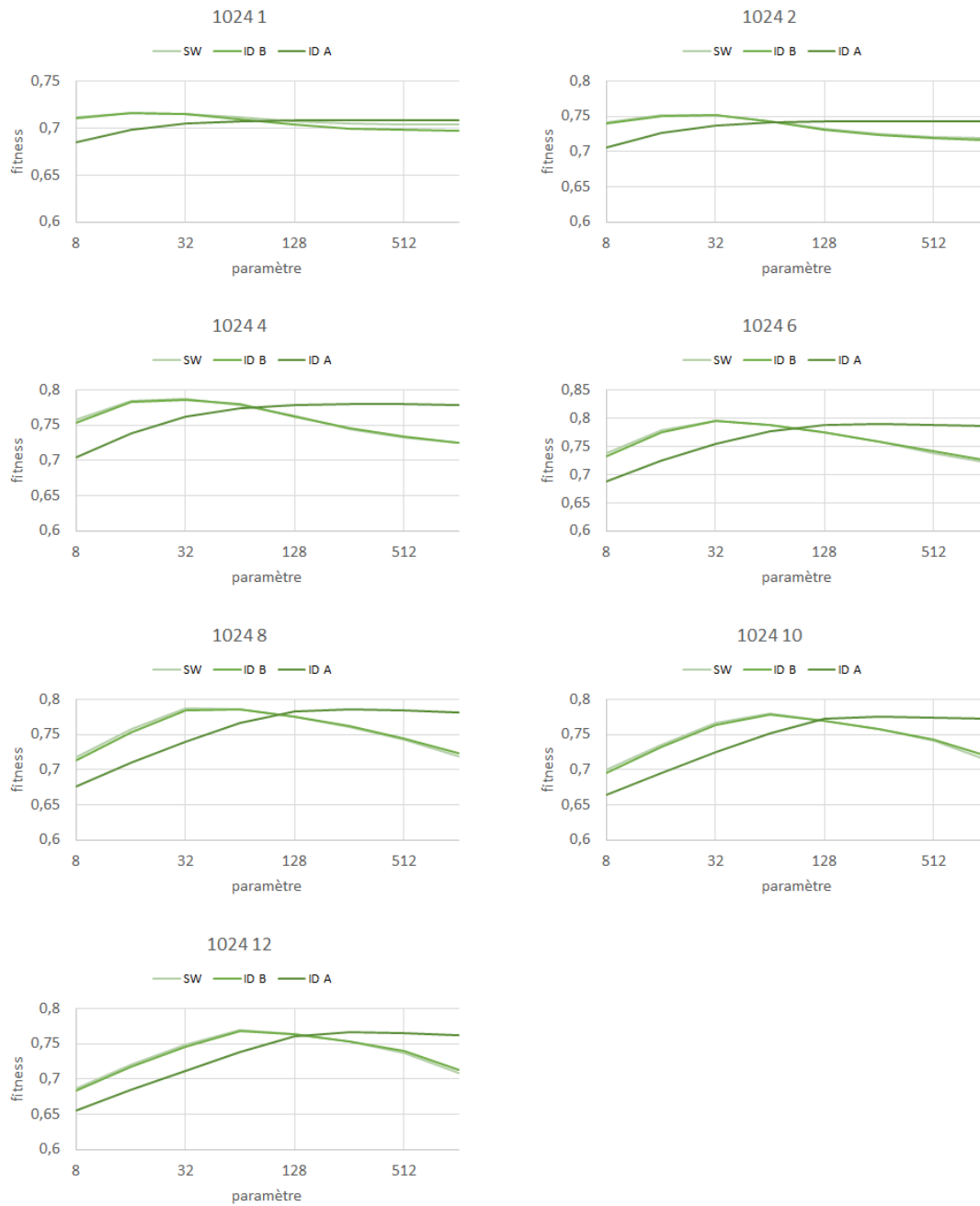


FIGURE 4.4 – Évolution des fitness moyennes atteintes en fonction des valeurs de  $\lambda$  pour les RLVP sur les paysages NK, où  $N = 1024$ .

NK	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$	NK	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$
128 1	8	8	40	15	15	256 1	16	16	88	15	20
128 2	12	16	72	15	15	256 2	16	16	88	10	15
128 4	16	16	56	5	5	256 4	16	16	72	5	5
128 6	16	20	80	5	5	256 6	24	24	64	5	5
128 8	24	24	64	5	5	256 8	32	32	88	5	5
128 10	32	28	112	5	5	256 10	36	40	112	5	5
128 12	32	36	64	5	5	256 12	48	48	152	5	5
512 1	24	24	128	20	50	1024 1	24	24	128	15	50
512 2	24	24	128	15	50	1024 2	24	24	128	20	50
512 4	24	24	128	15	50	1024 4	24	24	128	20	50
512 6	24	32	128	10	40	1024 6	24	32	128	20	50
512 8	32	40	128	10	20	1024 8	40	40	128	15	40
512 10	48	48	128	5	15	1024 10	48	56	128	15	30
512 12	64	64	256	5	10	1024 12	56	64	256	10	20

TABLEAU 4.3 – Valeurs de paramètres menant aux meilleures fitness moyennes sur 100 exécutions pour chaque couple (paysage, méthode) sur les paysages NK pour 1 million d'évaluations.

La différence de la variation de  $\lambda$  en fonction de  $K$  semble alors davantage corrélée à la taille du paysage qu'à la valeur de  $K$  (mais peut être liée au taux de rugosité qui sont plus faibles sur les grands paysages pour un  $K$  donné). Les valeurs appropriées de  $\lambda$  pour  $SW$  et  $ID_{best}$  lorsque  $N \in \{128, 254\}$  indiquent que sur les paysages plus rugueux, l'échantillon du voisinage à évaluer devrait être légèrement plus petit lorsque le budget de recherche est plus important. La valeur du meilleur paramétrage pour  $ID_{any}$  croît en fonction de la taille des paysages pour les deux budgets considérés. Généralement, les valeurs de  $\lambda$  à privilégier sont plus élevées lorsque la recherche est plus longue. L'évolution des meilleurs paramétrages de  $ID_{any}$  pour ces deux budgets diffère de celle des deux autres méthodes, leur augmentation étant systématiquement corrélée au budget. Cela est probablement dû à une diversification plus importante de  $ID_{any}$ , induite par la sélection stochastique et non élitiste d'une solution lorsque tous les voisins de l'échantillon sont détériorants. Une taille d'échantillon plus grande contrebalance la haute diversification de cette méthode. Notons également qu'il semble que pour un budget plus élevé, la recherche nécessite plus d'intensification.

Le nombre de perturbations  $\mathcal{M}$  à appliquer entre les phases de descente pour ILS diminue sur la majorité des paysages lorsque le nombre d'évaluations augmente, sauf sur les paysages très lisses ( $K = 1$ ). De manière générale, il semblerait que pour ce type de paysages, un taux de diversification plus élevé doit être maintenu. Pour les paysages plus rugueux, la meilleure valeur testée est généralement  $\mathcal{M} = 5$  et peu de perturbations suffisent pour augmenter la possibilité d'atteindre de nouveaux bons optima (le nombre d'optima locaux étant plus élevé). Au contraire, effectuer trop de perturbations augmente probablement l'éloignement des zones prometteuses des paysages. Le nombre minimal de perturbations testé est  $\mathcal{M} = 5$ , il n'est pas exclu qu'une valeur plus faible puisse mener ILS vers de meilleures solutions en moyenne.

La valeur de la liste tabou  $\mathcal{L}$  la plus efficace pour TS est généralement plus élevée pour un budget de 100 millions d'évaluations. Une valeur plus élevée semble également plus appropriée sur les paysages lisses. La recherche tabou nécessiterait une plus forte diversification sur les paysages lisses du fait de la

NK Inst.	Paramètre				
	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$
128 1	8, 12	8, 12	16 → 128	5, 10, 15, 20	20
128 2	12, 16, 20	16	40	10	20
128 4	16, 20	16, 20	40 → 128	5	20
128 6	16	16	56	5	15
128 8	20	20	72	5	15
128 10	24	32	120	5	10
128 12	28	36	96	5	10
256 1	16	16	96	15	20
256 2	24	24	96	5, 10, 20	20
256 4	20	20	192	5	20
256 6	24	24	184	5	20
256 8	32	32	112	5	15
256 10	36	40	184	5	15
256 12	44	52	184	5	15
512 1	16	16	256	20	50
512 2	16	24	128	5	50
512 4	24	24	128, 256, 512	5	50
512 6	24	32	256	5	30
512 8	40	40	256	5	30
512 10	56	48	256	5	20
512 12	64	64	256	5	15
1024 1	16	16, 24	256	15	50
1024 2	24	24	256	5, 10, 20	50
1024 4	24	24	256	5	50
1024 6	32	32	256	5	50
1024 8	40	48	256	5	40
1024 10	56	64	256	10	30
1024 12	72	80	256	5	20

TABLEAU 4.4 – Valeurs de paramètres menant aux meilleures fitness moyennes sur 100 exécutions pour chaque couple (paysage, méthode) sur les paysages NK pour 100 millions d'évaluations.

plus grande taille des bassins d'attraction. C'est également le cas lorsque la recherche est plus longue, car intensifier trop longtemps dans une zone restreinte ne permet pas éternellement d'améliorer les solutions.

Les meilleurs paramétrages pour chaque recherche locale sur les paysages UBQP sont présentés dans le tableau 4.5. Avec un budget de 1 million d'évaluations, les valeurs sont généralement stables selon les paysages. Seul  $\lambda_{SW}$  fluctue sur trois paysages. Sur les autres,  $SW$  et  $ID_{best}$  maximisent systématiquement leur performance sur un paramétrage similaire. Cette faible variation de paramétrage entre ces deux RLVP vient probablement d'un test moins précis de leurs valeurs mais également de leur forte proximité en termes de gestion de l'équilibre entre intensification et diversification.

Pour ILS, le nombre de perturbations le plus adéquat à appliquer après chaque descente est systématiquement le même et est élevé. Cela est en partie lié à la grande taille des paysages et à leur structure globalement lisse, où un plus grand nombre de perturbations semble être une bonne stratégie pour s'échapper des bassins d'attraction des optima locaux rencontrés (qui sont a priori grands). Cette analyse s'applique également à la longueur de la liste tabou  $\mathcal{L}$ , qui est importante afin d'assurer une

	UBQP	Paramètre						Paramètre				
	Inst.	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$		Inst.	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$
1 m.	2048 10	128	128	256	50	60	4096 10	64	128	256	50	60
	2048 25	128	128	256	50	60	4096 25	128	128	256	50	60
	2048 50	128	128	256	50	60	4096 50	128	128	256	50	60
	2048 100	64	128	256	50	60	4096 100	64	128	256	50	60
100 m.	2048 10	128	128	128	50	40	4096 10	128	128	256	50	60
	2048 25	128	128	128	50	30	4096 25	128	128	256	50	50
	2048 50	128	128	128	50	30	4096 50	128	128	256	50	50
	2048 100	128	128	128	50	40	4096 100	128	128	256	50	50

TABLEAU 4.5 – Valeurs de paramètres menant aux meilleures fitness moyennes sur 100 exécutions pour chaque couple (paysage, méthode) sur les paysages UBQP pour des budgets de 1 million (en haut) et 100 millions (en bas) d'évaluations.

diversification suffisante durant la recherche.

Les meilleurs paramétrages sont stables pour chaque méthode sur tous les paysages UBQP pour 100 millions d'évaluations. De plus, leurs valeurs évoluent peu par rapport celles qui maximisent les performances des différentes recherches locales pour 1 million d'évaluations. Les paysages UBQP sont particulièrement grands par rapport aux paysages NK, et observer l'évolution des valeurs pour un budget encore plus élevé serait intéressant afin de déterminer si un processus plus long implique des équilibres différents entre intensification et diversification. Seules les valeurs de paramètre de TS varient significativement pour ces deux budgets. La longueur  $\mathcal{L}$  de la liste semble dépendre en partie de la taille du paysage et est plus faible pour 100 million d'évaluations, induisant une plus grande intensification au cours de la recherche. Cela pourrait être lié au plus grand nombre de voisins évalués à chaque pas de la recherche.

### 4.3.2 Paysages de permutations

Les résultats sur les paysages QAP sont présentés dans le tableau 4.6. Pour 1 million d'évaluations, sur les paysages  $lipa$ ,  $SW$  et  $ID_{best}$  nécessitent une taille d'échantillon de voisins relativement proche pour obtenir leur meilleure fitness moyenne. Pour  $ID_{best}$ , cette taille est généralement plus élevée, ce qui peut s'expliquer par la sélection du premier voisin améliorant rencontré. Sur les paysages  $sko$ , un échantillon de voisins plus petit est généralement plus efficace pour ces deux RLVP. La valeur de  $\lambda$  qui maximise leur performance n'est pas liée uniquement à la taille de ces paysages.

Comme sur les autres paysages testés,  $ID_{any}$  nécessite généralement un échantillon de voisins très grand pour obtenir ses meilleures fitness moyennes. Sur certains paysages, principalement les  $lipa$ , l'échantillon correspond à l'intégralité du voisinage de la solution courante, ce qui indique que  $ID_{any}$  nécessite une forte intensification pour être efficace. Dans de tels cas, cette RLVP correspond à ILS, qui applique une perturbation aléatoire pour s'échapper des optima locaux. C'est probablement pour contrebalancer l'effet de la règle pivot appliquée sur les voisins dériorant sur l'équilibre entre intensification et diversification que la taille de l'échantillon nécessite d'être si élevée pour que  $ID_{any}$  soit efficace.



	QAP	Paramètre						QAP	Paramètre				
	Inst.	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$		Inst.	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$
1 m.	lipa70a	345	345	1207	5	8	sko49	106	106	1176	5	16	
	lipa80a	451	526	3106	5	8	sko56	8	118	770	5	24	
	lipa90a	445	572	4005	5	8	sko64	8	134	672	5	24	
	sko42	78	86	861	5	20	sko72	2	170	852	5	32	
		Inst.	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$	Inst.	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$
100 m.	lipa70a	8	185	1207	5	24	sko49	130	147	1176	5	16	
	lipa80a	8	243	3160	5	12	sko56	32	128	1540	5	24	
	lipa90a	16	250	4005	5	24	sko64	8	224	2016	5	24	
	sko42	78	128	861	5	16	sko72	2	170	2556	5	24	
		Inst.	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$	Inst.	$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$

TABLEAU 4.6 – Valeurs de paramètres menant aux meilleures fitness moyennes sur 100 exécutions pour chaque couple (paysage, méthode) sur les paysages QAP pour 1 million et 100 millions d'évaluations.

Le nombre de perturbations idéal parmi ceux considérés pour ILS est systématiquement  $\mathcal{M} = 5$ , ce qui indique que la diversification apportée par ce mécanisme ne doit pas être trop forte. Des valeurs plus faibles seraient peut-être plus adaptées pour maximiser l'efficacité de cette méthode. La longueur idéale de la liste tabou  $\mathcal{L}$  est plus faible sur les paysages *lipa*, ce qui engendre une intensification plus forte que sur les paysages *sko*. La longueur de la liste augmente avec la taille des paysages.

Pour un budget de 100 millions d'évaluations, *SW* et *ID<sub>best</sub>* nécessitent une valeur  $\lambda$  plus petite que pour 1 million d'évaluations, en particulier sur les paysages *lipa*. La valeur de  $\lambda$  pour *ID<sub>best</sub>* n'évolue pas pour les paysages *lipa* mais augmente pour les *sko*, indiquant un besoin d'intensification plus fort pour atteindre de bonnes solutions. La valeur idéale de l'échantillon de voisinage pour *ID<sub>any</sub>* n'évolue sur les paysages *lipa* avec ce plus grand nombre d'évaluations. Elle augmente sur les plus grands paysages *sko*, ce qui indique un besoin de diversification plus faible pour mener la recherche vers de bonnes solutions.

Le nombre de perturbations idéal parmi ceux testés pour ILS est stable ( $\mathcal{M} = 5$ ). Comparativement aux valeurs précédentes, la longueur de la liste tabou menant aux meilleures solutions en moyenne augmente pour les paysages *lipa* et reste relativement stable sur les paysages *sko*. Augmenter la diversification de la recherche tabou permet d'atteindre de meilleures solutions lorsque le nombre d'évaluations est plus élevé sur les paysages *lipa*.

Nous donnons les meilleurs paramétrages sur les paysages FSP dans le tableau 4.7. Avec un budget de 1 million d'évaluations, les valeurs de  $\lambda_{SW}$  et  $\lambda_{IDb}$  menant aux meilleures fitness moyennes sont proches, avec  $\lambda_{IDb}$  régulièrement plus élevé. La taille maximale de l'échantillon à évaluer est corrélée positivement au nombre de machines, et ainsi aux taux de neutralité. Notons que *SW* est proposée en partie avec l'idée de simuler simplement une neutralité artificielle sans modifier le paysage. L'idée est de profiter de l'effet positif de la neutralité (ou d'une simulation de neutralité) pour mener la recherche vers de plus hauts pics ou des zones prometteuses, en réduisant le nombre d'optima locaux. Comme des taux de neutralité trop élevés rendent la recherche de bonnes solutions plus difficile, et que des taux trop faibles ne permettent pas de tirer partie de cette neutralité, déterminer des taux de neutralité artificielle appropriés est essentiel dans ce cadre. Ce taux de neutralité est simulé au travers de la taille de l'échantillon des voisins à évaluer pour *SW*. Il est probable que sur des paysages dont les taux de

	FSP		Paramètre					FSP		Paramètre				
	Inst.		$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$	Inst.		$\lambda_{SW}$	$\lambda_{IDb}$	$\lambda_{IDa}$	$\mathcal{M}$	$\mathcal{L}$
1 m.	30 10 01		58	54	217	5	10	50 10 01		153	153	408	5	18
	30 15 01		96	108	435	5	6	50 15 01		153	163	612	5	16
	30 20 01		87	108	435	5	6	50 20 01		188	175	1225	5	14
100 m.	30 10 01		145	145	435	5	12	50 10 01		188	153	350	5	16
	30 15 01		145	145	435	5	12	50 15 01		272	245	2450	5	12
	30 20 01		174	145	435	5	12	50 20 01		408	350	2450	5	12

TABLEAU 4.7 – Valeurs de paramètres menant aux meilleures fitness moyennes sur 100 exécutions pour chaque couple (paysage, méthode) sur les paysages FSP pour 1 million et 100 millions d'évaluations.

neutralité sont significatifs, les taux à simuler soient plus faibles que sur un paysage sans neutralité. Cela expliquerait la variation des valeurs en fonction du nombre de machines.

Comme déjà observé sur les autres paysages,  $ID_{any}$  nécessite un échantillon de voisinage plus élevé que les autres RLVP. Cette taille augmente avec le nombre de machines, et par conséquent la baisse des taux de neutralité. La recherche locale itérée nécessite systématiquement le plus faible nombre de perturbations testé dans les expérimentations. La longueur la plus appropriée de la liste tabou diminue avec le nombre de machines. TS nécessite probablement une plus forte diversification lorsque la neutralité des paysages est plus élevée. Forcer un plus grand éloignement entre les solutions en augmentant la longueur  $\mathcal{L}$  de la liste tabou limite le risque de cycles, et augmente la probabilité que la recherche reste bloquée sur des plateaux.

Les valeurs du paramètre  $\lambda$  des méthodes  $ID_{Sw}$  et  $ID_{best}$  menant aux meilleures fitness moyennes sont généralement plus élevés pour 100 millions d'évaluations que pour 1 million. Avec ce plus grand budget, la valeur de  $\lambda$  est globalement stable selon les différents nombres de machines  $m$  pour les instances de taille  $j = 30$ . Lorsque  $j = 50$ , la valeur  $\lambda$  augmente en fonction du nombre de machines. Cette différence d'évolution est probablement due à la plus grande taille des paysages, qui rend la convergence de la recherche plus lente. Pour atteindre de meilleures solutions en moyenne,  $ID_{any}$  nécessite un échantillon de taille supérieure ou égale à celui utilisé lorsque le budget est fixé à 1 million d'évaluations. Comme pour les deux autres RLVP, la taille de l'échantillon est stable pour  $j = 30$  machines. Elle est également stable lorsque  $j = 50$ .

Le nombre de perturbations à appliquer au sein de ILS n'évolue pas en fonction de la taille des paysages ou du budget. La longueur de la liste tabou est généralement plus élevée pour 100 millions d'évaluations. Cette longueur n'évolue pas pour  $j = 30$  et est plus élevée lorsque le nombre de machine est faible pour  $j = 50$ .

Les résultats de cette section montrent que parmi les RLVP, SW et  $ID_{best}$  nécessitent souvent des paramétrages similaires pour maximiser leur efficacité. La taille idéale de l'échantillon de voisinage semble en partie corrélée à la rugosité.  $ID_{any}$  nécessite un échantillon plus grand que les deux autres RLVP, ce qui est lié à la plus forte diversification induite par la sélection aléatoire de voisins détériorants. Pour les deux recherches locales classiques, ILS nécessite régulièrement 5 perturbations. Cette valeur est en partie corrélée à la taille des paysages. Pour TS, la longueur de la liste tabou varie régulièrement.

NK	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS	NK	max (moy.)	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS
128 1											128 1	0.7245	0.04	0.06	0.01	1.35	0.00
128 2											128 2	0.7415	0.00	0.05	0.38	1.20	0.33
128 4											128 4	0.7922	0.03	0.10	0.00	4.94	0.13
128 6											128 6	0.7915	0.00	0.12	0.36	4.97	0.62
128 8											128 8	0.7883	0.00	0.08	0.58	4.05	1.19
128 10											128 10	0.7796	0.00	0.16	0.56	2.75	1.36
128 12											128 12	0.7689	0.00	0.27	1.03	2.13	1.63
256 1											256 1	0.7210	0.00	0.04	0.55	1.28	0.49
256 2											256 2	0.7430	0.00	0.08	0.68	3.00	0.68
256 4											256 4	0.7877	0.00	0.14	0.40	4.91	0.49
256 6											256 6	0.7921	0.05	0.00	0.68	2.33	0.58
256 8											256 8	0.7819	0.00	0.23	0.47	1.22	0.75
256 10											256 10	0.7741	0.00	0.33	0.63	0.65	1.07
256 12											256 12	0.7633	0.00	0.10	0.56	0.57	1.11
512 1											512 1	0.7044	0.00	0.08	0.59	0.52	0.51
512 2											512 2	0.7448	0.00	0.05	0.71	1.92	0.64
512 4											512 4	0.7751	0.00	0.12	0.84	1.31	0.72
512 6											512 6	0.7825	0.00	0.22	0.75	1.37	0.80
512 8											512 8	0.7781	0.00	0.36	0.76	1.18	0.86
512 10											512 10	0.7684	0.00	0.24	0.55	0.82	0.62
512 12											512 12	0.7581	0.00	0.05	2.89	0.59	0.38
1024 1											1024 1	0.7127	0.00	0.12	1.10	1.07	1.09
1024 2											1024 2	0.7474	0.00	0.13	1.29	2.70	1.19
1024 4											1024 4	0.7749	0.00	0.24	1.28	3.22	1.33
1024 6											1024 6	0.7762	0.00	0.23	0.90	2.57	0.04
1024 8											1024 8	0.7711	0.00	0.22	0.75	2.15	1.39
1024 10											1024 10	0.7625	0.00	0.26	0.55	1.73	0.67
1024 12											1024 12	0.7535	0.00	0.15	0.64	1.41	0.93

TABLEAU 4.8 – Comparaison des RLVP avec TS et ILS sur les paysages NK pour 1 million d'évaluations. À gauche : dominance entre les méthodes. À droite : meilleure fitness moyenne et écart pour chaque méthode.

La variation du paramétrage de TS est plus fréquente que celle de ILS, mais cela pourrait venir en partie des différentes valeurs testées. De manière générale, des variations de paramétrage idéal existent pour les deux budgets étudiés. Cependant, ceux-ci n'étant pas proportionnels à la taille des paysages, les stades de la recherche auxquels les résultats sont examinés varient selon les paysages.

## 4.4 Étude des méthodes à voisinage partiel

### 4.4.1 Paysages binaires

Nous présentons les dominances entre recherches locales et leur fitness moyennes pour 1 million d'évaluations sur les paysages NK dans le tableau 4.8. SW obtient presque systématiquement la meilleure fitness moyenne sur ces paysages et domine la plupart des autres recherches locales. Bien que ID<sub>best</sub> soit la recherche locale la plus similaire à SW dans son comportement et sa capacité à trouver de bonnes solutions, elle est régulièrement dominée par cette dernière. ID<sub>any</sub> est particulièrement efficace sur deux paysages de petite taille ( $N = 128$ ). Sur les autres paysages, elle est systématiquement dominée par les autres RLVP, et domine régulièrement au moins TS ou ILS. En dominant ILS à quelques reprises, TS est la moins efficace sur ces paysages. ILS domine régulièrement TS et rarement les RLVP. Elle est cependant la recherche locale la plus efficace sur le paysage NK le plus facile de notre échantillon ( $N = 128, K = 1$ ), où elle atteint systématiquement le meilleur optimum local rencontré.

Les résultats pour un budget de 100 millions d'évaluations sont présentés dans le tableau 4.9. La capacité à atteindre de bonnes solutions en moyenne de  $SW$  et  $ID_{best}$  est plus proche qu'avec 1 million d'évaluations. Parfois,  $SW$  est dominée par  $ID_{best}$  ou  $ID_{best}$  mène à de meilleures solutions en moyenne, en particulier sur les paysages plus petits. Lorsque la taille des paysages augmente,  $SW$  est moins souvent dominée par  $ID_{best}$ . Par ailleurs, sur les plus grands paysages,  $ID_{best}$  est systématiquement dominée par  $SW$ . Cela s'explique probablement par le budget fixe pour chaque méthode, peu importe la taille du paysage sur lequel la recherche est menée. Au vu des résultats pour un plus faible budget (où  $SW$  domine très régulièrement  $ID_{best}$ ), il semble que malgré un comportement similaire des deux RLVP,  $SW$  atteint plus rapidement de bonnes solutions (en moyenne). Cette méthode converge vers de bonnes solutions plus rapidement sur les paysages NK, mais avec un grand nombre d'évaluations par rapport à la taille du paysage traité,  $SW$  et  $ID_{best}$  semblent converger vers des solutions de qualité proche. Rappelons que ces deux méthodes varient essentiellement sur leur politique de mouvement :  $SW$  utilise un meilleur améliorant pour sélectionner un voisin améliorant de l'échantillon, tandis que  $ID_{best}$  utilise un premier améliorant. Bien que l'efficacité de ces règles soit corrélée à la rugosité sur les paysages NK pour les descentes, il ne semble pas exister de corrélation entre l'efficacité comparée de ces deux méthodes à voisinage partiel et les niveaux de rugosité. Il est possible que la taille de l'échantillon du voisinage souvent légèrement plus élevée pour  $ID_{best}$  contrebalance les différences induites par sa stratégie de sélection, qui impactent sur sa capacité à atteindre de bonnes solutions. Pour  $SW$  et  $ID_{best}$ , la stratégie de sélection de voisins détériorants consiste à sélectionner le meilleur de l'échantillon, ce qui induit une diversification très limitée comparé à d'autres méthodes. La possibilité de sélectionner des voisins détériorants pourrait expliquer partiellement le changement d'efficacité relative de ces stratégies pour les RLVP par rapport aux descentes. Pour  $SW$  et  $ID_{best}$ , le taux de diversification dépend principalement de la taille de l'échantillon qui tend à augmenter en fonction de  $K$ .

Un budget plus élevé n'accroît pas significativement l'efficacité de  $ID_{any}$  comparativement aux autres recherches locales. C'est la moins efficace parmi les RLVP, ce qui doit être dû à la trop forte diversification induite par la stratégie de sélection de voisins détériorants. Sur les paysages NK, la convergence serait plus lente à cause d'une intensification trop faible dans les zones d'intérêt des paysages. En effet, dans de telles zones, moins de mouvements améliorants sont généralement possibles.  $ID_{any}$  aurait tendance à effectuer trop de mouvements aléatoires, s'éloignant ainsi des zones prometteuses. Malgré cela, ces caractéristiques permettent à  $ID_{any}$  d'être efficace sur les instances dites plus faciles.

$TS$  est la plus souvent dominée, et mène à la fitness moyenne la plus faible. C'est d'ailleurs la seule qui ne mène pas systématiquement au meilleur optimum local rencontré pour le paysage le plus facile. Cette recherche locale est la moins stochastique, ce qui induit naturellement une plus faible diversification, même avec une liste plus longue. Il est par exemple possible qu'elle reste plus souvent coincée dans des zones du paysage de faible intérêt.  $ILS$  a tendance à être moins dominée sur les paysages lisses que sur les paysages rugueux. Cela pourrait être dû à son paramétrage : sur les paysages NK plus rugueux le paramétrage retenu correspond au plus faible testé. Le paramètre contrôlant directement le nombre de mouvements aléatoires à appliquer pour s'échapper d'un optimum local, ce nombre serait trop élevé pour les paysages rugueux et éloignerait trop la recherche des zones prometteuses précédemment découvertes.

NK	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS	NK	max(moy.)	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS
128 1											128 1	0.7245	0.00	0.00	0.00	1.10	0.00
128 2											128 2	0.7424	0.00	0.00	0.04	0.74	0.02
128 4											128 4	0.7959	0.00	0.00	0.00	0.08	0.00
128 6											128 6	0.8004	0.00	0.01	0.11	0.67	0.12
128 8											128 8	0.8021	0.00	0.06	0.45	1.22	0.89
128 10											128 10	0.7936	0.00	0.16	0.49	1.36	1.11
128 12											128 12	0.7819	0.00	0.03	0.44	1.15	1.22
256 1											256 1	0.7220	0.01	0.00	0.29	1.41	0.27
256 2											256 2	0.7444	0.04	0.00	0.24	2.61	0.25
256 4											256 4	0.7933	0.00	0.00	0.92	1.39	0.20
256 6											256 6	0.8045	0.14	0.00	1.52	0.31	0.47
256 8											256 8	0.7961	0.12	0.00	0.57	0.83	0.86
256 10											256 10	0.7862	0.00	0.02	2.49	1.05	1.01
256 12											256 12	0.7754	0.02	0.00	2.56	1.25	1.17
512 1											512 1	0.7078	0.00	0.03	0.57	1.00	0.54
512 2											512 2	0.7509	0.00	0.00	0.77	2.57	0.74
512 4											512 4	0.7860	0.00	0.04	0.75	0.19	0.69
512 6											512 6	0.7989	0.00	0.06	0.57	0.30	0.61
512 8											512 8	0.7939	0.00	0.05	0.56	1.13	0.67
512 10											512 10	0.7829	0.00	0.05	0.49	0.86	0.62
512 12											512 12	0.7720	0.00	0.01	0.49	0.80	0.64
1024 1											1024 1	0.7163	0.00	0.03	1.11	1.56	1.05
1024 2											1024 2	0.7522	0.00	0.01	1.26	3.30	1.26
1024 4											1024 4	0.7878	0.00	0.07	0.99	2.84	1.03
1024 6											1024 6	0.7949	0.00	0.07	0.70	0.63	0.74
1024 8											1024 8	0.7901	0.00	0.17	0.54	0.65	0.65
1024 10											1024 10	0.7793	0.00	0.09	0.46	0.68	0.52
1024 12											1024 12	0.7694	0.00	0.06	0.39	0.53	0.49

TABEAU 4.9 – Comparaison des RLVP avec TS et ILS sur les paysages NK pour 100 millions d'évaluations.

Nous donnons les dominances entre les méthodes et les moyennes obtenues sur les paysages UBQP dans le tableau 4.10. Pour un budget de 1 million, ILS mène vers les meilleures solutions sur les paysages de taille  $2^{2048}$ . Sur les paysages plus grands ( $n = 4096$ ), la méthode la plus efficace est  $ID_{best}$ . Au moins une de ces deux recherches locales domine systématiquement  $sw$ . Sur ces paysages, lorsque la densité est minimale ou maximale, la capacité à atteindre de bonnes solutions de  $sw$  équivaut celle de ILS. Sur les deux autres paysages de cette taille, elle se montre moins efficace et est dominée par  $ID_{any}$ . Rappelons que dans le chapitre précédent parmi les deux ILS étudiées,  $ILS_{W_2}$  mène à de meilleures solutions que  $ILS_F$ , considérée ici sur les paysages UBQP. Nous ne la prenons pas en compte dans ce chapitre, car son efficacité s'avère spécifique à UBQP (et à quelques paysages QAP).

TS est particulièrement inefficace pour atteindre de bonnes solutions pour UBQP. Dans notre étude, les paysages UBQP sont significativement plus grands que les paysages NK. La faible qualité des solutions retournées par TS est probablement due au budget limité à 1 million d'évaluations, certainement trop petit par rapport à la taille des paysages. TS est la recherche locale qui évalue le plus grand nombre de voisins à chaque pas, car elle ne détermine jamais aléatoirement l'échantillon du voisinage à évaluer. De ce fait, elle effectue moins de pas que les autres recherches locales pour un même budget et converge plus lentement vers de bonnes solutions.

Lorsque le budget est fixé à 100 millions d'évaluations, TS est plus efficace que  $ID_{best}$  pour atteindre de bonnes solutions, ce qui n'est pas le cas pour 1 million d'évaluations. Ainsi, son efficacité est généralement équivalente à celle de ILS sur les paysages de taille  $2^{2048}$ . De plus, TS est la recherche qui atteint les meilleures solutions sur les plus grands paysages. Lorsque  $n = 2048$ ,  $sw$  mène à de meilleu-

UBQP		SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS
1 m.	2048 10										
	2048 25										
	2048 50										
	2048 100										
	4096 10										
	4096 25										
	4096 50										
4096 100											
UBQP		max(moy.)	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS				
1 m.	2048 10	1002458.6	0.06	0.03	0.21	24.30	0.00				
	2048 25	1638960.1	0.05	0.00	0.14	24.59	0.00				
	2048 50	2394696.1	0.05	0.03	0.18	24.37	0.00				
	2048 100	3090605.8	0.07	0.00	0.21	24.11	0.02				
	4096 10	2799531.5	0.05	0.00	0.15	72.81	0.07				
	4096 25	4580315.7	0.24	0.00	0.12	71.54	0.03				
	4096 50	6510686.5	0.21	0.00	0.11	71.39	0.08				
4096 100	9064548.5	0.05	0.00	0.13	71.76	0.06					
100 m.	2048 10	1004293.5	0.03	0.02	0.05	0.00	0.00				
	2048 25	1641192.6	0.02	0.02	0.05	0.00	0.00				
	2048 50	2398443.3	0.03	0.03	0.05	0.00	0.01				
	2048 100	3099318.7	0.04	0.03	0.07	0.00	0.02				
	4096 10	2808263.7	0.07	0.03	0.05	0.00	0.02				
	4096 25	4595741.7	0.06	0.06	0.05	0.00	0.05				
	4096 50	6527995.0	0.06	0.05	0.06	0.00	0.04				
4096 100	9093039.3	0.07	0.07	0.07	0.00	0.06					

TABLEAU 4.10 – Comparaison des RLVP avec ILS et TS sur les paysages UBQP pour 1 million et 100 millions d'évaluations.

res solutions que  $ID_{any}$ , et des solutions de qualité équivalente à celles de  $ID_{best}$ . Lorsque  $n = 4096$ , elle est aussi efficace que  $ID_{any}$  et moins que  $ID_{best}$ .

Rappelons que les indicateurs de rugosité appliqués aux paysages UBQP indiquent une structure localement rugueuse mais globalement lisse. Cette structure globalement lisse tend à les rendre plus faciles à résoudre que les paysages NK de taille équivalente. Sur ces paysages, les RLVP sont efficaces pour trouver rapidement de bonnes solutions. Leur nombre de pas élevé contribue à les mener rapidement (en budget) vers de bonnes solutions. Cependant, les résultats pour un budget plus élevé indiquent que ces RLVP sont moins adaptées que TS pour intensifier la recherche dans de bonnes zones de ces paysages. TS mène probablement aussi haut dans les paysages car sa diversification plus faible ne l'éloigne pas trop de ces zones d'intérêt. Les indicateurs utilisés précédemment pour analyser les paysages UBQP montrent peu de différences entre eux. Les variations majeures d'efficacité relative entre les recherches locales testées ici semblent principalement corrélées à la taille des paysages. Aucune de nos mesures pour caractériser les paysages ne paraît corrélée à leurs variations d'efficacité relativement mineures.

#### 4.4.2 Paysages de permutations

Nous présentons les dominances entre recherches locales et leurs fitness moyennes sur les paysages FSP dans le tableau 4.11. Pour un budget de 1 million, SW et  $ID_{best}$  mènent à des solutions de qualité équivalente, avec un léger avantage pour  $ID_{best}$ .  $ID_{any}$  est généralement la moins efficace des RLVP, sauf sur le plus grand paysage avec la plus forte neutralité ( $j = 50$ ,  $m = 10$ ). Cette recherche locale mène à de meilleures solutions que ILS et TS lorsque  $j = 50$ . TS domine régulièrement ILS, qui correspond à la recherche locale menant aux moins bonnes solutions sur ces paysages.

Pour 100 millions d'évaluation, l'efficacité relative des méthodes évolue peu. SW et  $ID_{best}$  ne sont jamais dominées et sont par conséquent non comparables entre elles statistiquement.  $ID_{any}$  domine régulièrement TS et ILS régulièrement, en particulier sur les plus petits paysages. Lorsque  $j = 50$ , la

		FSP	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS			FSP	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	TS	ILS
1 m.	30 10								1994.6	0.00	0.01	0.14	0.28	0.64	
	30 15								2419.6	0.04	0.00	0.34	0.43	0.50	
	30 20								2750.3	0.05	0.00	0.35	0.50	0.79	
	50 10								3033.7	0.29	0.24	0.00	0.96	0.68	
	50 15								3400.1	0.02	0.00	0.16	0.84	1.03	
	50 20								3903.9	0.01	0.00	0.26	0.68	1.00	
100 m.	30 10								1985.4	0.00	0.01	0.05	0.28	0.34	
	30 15								2400.1	0.00	0.00	0.21	0.67	0.47	
	30 20								2742.9	0.00	0.00	0.15	0.39	0.34	
	50 10								3025.0	0.19	0.18	0.00	0.19	0.34	
	50 15								3357.2	0.00	0.03	0.57	0.53	1.52	
	50 20								3879.5	0.11	0.00	0.20	0.30	0.95	

TABEAU 4.11 – Comparaison des RLVP avec ILS et TS sur les paysages FSP pour 1 million et 100 millions d'évaluations.

capacité de TS à atteindre de bonnes solutions est proche de celle de ID<sub>any</sub>. ILS est systématiquement dominée par les RLVP, ce qui pourrait être lié à la neutralité qui empêche les descentes strictes d'atteindre de meilleures solutions. Sur ces paysages, les RLVP sont probablement moins freinées par la neutralité, ce qui expliquerait leur plus forte efficacité. Contrairement à ILS, si un optimum local non strict est rencontré, un voisin neutre peut être sélectionné. Ce cas arrive probablement plus régulièrement pour SW et ID<sub>best</sub> que pour ID<sub>any</sub> du fait de leur stratégie de sélection de voisin détériorant. Cela contribuerait en partie à la meilleure capacité SW et ID<sub>best</sub> pour atteindre de bonnes solutions.

Le tableau 4.12 indique les dominances entre les recherches locales et leurs fitness moyenne sur les paysages QAP. Additionnellement, nous donnons les optima globaux des instances lipa, ainsi que les meilleurs optima locaux connus pour les instances sko dans le tableau 4.13. Ce tableau indique également le nombre de fois où ces optima sont rencontré, pour chaque couple (paysage, méthode). Sur les paysages lipa pour 1 million d'évaluations, SW et ID<sub>best</sub> dominant statistiquement les autres méthodes. TS domine ID<sub>any</sub>, qui parfois domine ILS. Sur les paysages sko, ID<sub>any</sub> permet d'atteindre de meilleures solutions que les autres recherches locales. Sur les paysages les plus petits, l'efficacité de ID<sub>best</sub> et ID<sub>any</sub> est proche. Sur les paysages les plus grands, ILS est la deuxième recherche locale la plus efficace. Enfin, TS est la moins efficace sur les paysages sko.

Sur les instances lipa, l'efficacité relative des recherches locales évolue peu pour un budget de 100 millions comparativement aux résultats observés pour 1 million d'évaluations. De manière générale, ID<sub>best</sub> est la recherche locale qui atteint le plus souvent l'optimum global, suivi de près par SW. ID<sub>any</sub> et ID<sub>best</sub> sont généralement les recherches locales les plus efficaces sur les paysages sko, suivies respectivement de SW, TS, ILS.

Les paysages lipa sont plus faciles à résoudre que les sko. En effet, l'optimum global est connu pour les instances de la première classe mais pas pour celles de la seconde. De plus, le nombre de fois où les méthodes atteignent le meilleur optimum connu est bien plus faible sur les paysages sko. Notons cependant que les méthodes examinées correspondent à la variante (en termes de paramétrage) qui mène à la meilleure fitness moyenne. Ainsi, pour d'autres valeurs de paramètres qui mènent à une moins bonne fitness moyenne, il est possible que les meilleures solutions soient atteintes plus souvent.

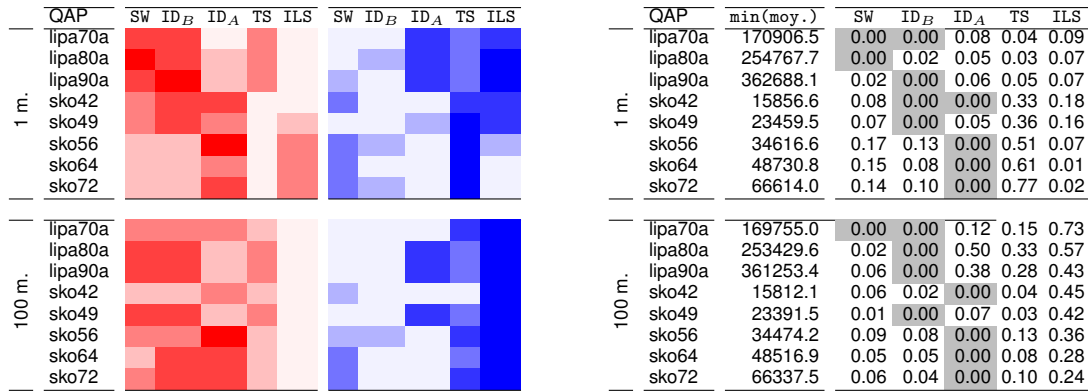


TABLEAU 4.12 – Comparaison de RLVP avec TS et ILS sur les paysages QAP pour 1 million et 100 millions d'évaluations.

lipa	Optimum	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	ILS	TS	sko	Optimum	SW	ID <sub>B</sub>	ID <sub>A</sub>	ILS	TS
70a	169755	100	100	81	2	12	42	15812	60	53	99	2	51
80a	253195	80	84	1	0	4	49	23386	22	42	1	0	12
90a	360630	54	65	1	0	0	56	34458	3	0	4	0	1
							64	48498	0	32	10	0	2
							72	66256	0	0	0	0	1

TABLEAU 4.13 – Fitness de l'optimum global pour les instances lipa et fitness du meilleur optimum local connu pour les instances sko ainsi que le nombre d'exécutions (sur 100) où ces optima sont retournés par chaque méthode.

Les RLVP sont régulièrement plus efficaces que ILS et TS sur les paysages NK, QAP et FSP pour les deux budgets testés. Sur les paysages UBQP, les RLVP sont efficaces pour un faible budget car le voisinage partiel leur permet d'atteindre rapidement de bonnes solutions. Avec un plus grand budget, TS est meilleure du fait de sa plus forte intensification. Parmi les RLVP, SW et ID<sub>best</sub> ont souvent une efficacité équivalente. La stratégie de sélection de voisins détériorants de ID<sub>any</sub> induit une forte diversification qui l'empêche régulièrement de converger suffisamment vers de bonnes solutions. Néanmoins, cette stratégie est adaptée pour certains paysages.

## 4.5 Analyse des meilleures solutions rencontrées par SW

Sur les différents paysages étudiés dans ce manuscrit, SW est souvent efficace pour mener la recherche vers de bonnes solutions. Cette recherche locale, particulièrement simple, gère son équilibre entre intensification et diversification au moyen d'un seul paramètre : le nombre de voisins à évaluer. Du fait de sa simplicité, SW laisse de nombreuses possibilités pour ajouter des mécanismes en vue d'améliorer sa capacité à atteindre de bonnes solutions. Dans cette section nous étudions les meilleures solutions rencontrées par SW afin de mieux comprendre la dynamique de la méthode et comment l'améliorer.



Pour chaque paysage, nous considérons la valeur de paramètre  $\gamma$  qui mène  $SW$  aux meilleures solutions en moyenne (pour 100 exécutions). Les solutions étudiées sont les 100 meilleures solutions rencontrées sur des *pics* pour chaque exécution. Un pic correspond ici à un moment de la recherche qui succède une amélioration et qui précède une détérioration de la solution. Cela limite la sélection de voisins pour l'échantillon, évite d'induire un coût calculatoire trop élevé en considérant trop de solutions, et favorise différentes zones du paysage plutôt qu'une succession de très bonnes solutions. Comme  $SW$  est une RLVP et peut sélectionner des voisins détériorants, cela provoque nécessairement de la diversification. Examiner les solutions des meilleurs pics vise à donner un aperçu de la capacité de  $SW$  à explorer différentes bonnes zones des paysages. Pour chaque exécution sur les paysages binaires et QAP, les 100 solutions de l'échantillon sont uniques. Pour les exécutions sur les paysages FSP, où plusieurs optima globaux existent, les solutions ne sont pas nécessairement uniques. Précisons que sur les 100 exécutions, certaines solutions retournées peuvent apparaître plusieurs fois.

Pour chaque solution unique d'une exécution donnée, nous calculons son score d'expansion pour observer les possibilités d'amélioration via des mécanismes intensificateurs. Afin d'observer la diversification induite par  $SW$ , nous évaluons à quel point les meilleures solutions rencontrées par  $SW$  se trouvent dans des zones diversifiées de l'espace de recherche. Pour cela, nous calculons pour chaque exécution le nombre de clusters différents en fonction d'un seuil  $\sigma$  donné correspondant à une distance entre paires de solutions. Pour  $\sigma = 0$ , il existe autant de clusters que de solutions uniques pour une exécution. Si une solution A est éloignée d'une distance inférieure ou égale à  $\sigma$  d'une solution B, alors ces deux solutions sont dans le même cluster. Il suffit qu'il existe une solution d'un cluster de distance inférieure ou égale à  $\sigma$  de la solution A pour ajouter cette dernière dans ce cluster. Ainsi, deux solutions d'un cluster peuvent être éloignées d'une distance supérieure à  $\sigma$ . Nous reportons le nombre de clusters moyen et l'écart type sur 100 exécutions en fonction de la distance entre les solutions sur chaque paysage. Ces clusters donnent une meilleure idée de la répartition des bonnes solutions rencontrées par  $SW$  durant la recherche et permettent ainsi d'observer les différents taux de diversification.

Étudier ces solutions rencontrées par  $SW$  permet d'observer si elles sont potentiellement exploitables par des processus intensificateurs pour en atteindre de meilleures. Nous voulons déterminer s'il est possible de les améliorer, et s'il est plus utile d'exploiter une ou plusieurs de ces solutions. Les travaux présentés dans cette section correspondent à une étude préliminaire pour utiliser  $SW$  au sein de métaheuristiques plus complexes.  $SW$  étant une méthode facile à implémenter, considérer des mécanismes supplémentaires est envisageable pour la rendre encore plus performante. Si l'intensification de certaines zones des paysages permet d'atteindre de meilleures solutions, ajouter des mécanismes intensificateurs avancés dans  $SW$  serait prometteur.

### 4.5.1 Paysages binaires

L'évolution moyenne du nombre de clusters formés par les meilleures solutions rencontrées par  $SW$  en fonction des seuils sur les paysages NK sont présentés dans les figures 4.5, 4.6, 4.7 et 4.8. Les scores d'expansion de ces solutions sont analysés dans un second temps et sont également présentés en fin de ces figures. Sur les différents paysages NK, pour un seuil de  $N/2$  les solutions sont regroupées dans un unique cluster. Cela paraît logique puisque ce seuil correspond à la distance moyenne entre

des solutions aléatoires, ce qui indique qu'un ensemble de solutions aléatoires serait également dans un unique cluster pour  $\sigma = N/2$ . Pour toutes les tailles des paysages, la décroissance du nombre de cluster ralentit lorsque  $K$  augmente. De plus, lorsque la rugosité augmente, l'écart type du nombre de clusters augmente également. Cela indique que sur les paysages les plus rugueux, une plus grande variation de distance entre les solutions existe sur les différentes exécutions et que les meilleures solutions rencontrées par SW sont souvent regroupées dans différentes zones des paysages. Souvent, lorsque  $K$  augmente il existe plus de solutions voisines directes sur les paysages parmi les solutions rencontrées par SW, mais également plus de solutions très éloignées.

Sur les paysages où  $N = 128$ , le nombre de clusters moyen pour les différents seuils est corrélé à  $K$ . Sur le paysage le plus lisse ( $K = 1$ ), chaque solution de l'échantillon est à une distance inférieure à 2 d'au moins une autre solution. Notons que SW retourne systématiquement le même ensemble des 100 meilleures solutions rencontrées sur des pics pour ce paysage. La meilleure solution de cet ensemble correspondrait à l'optimum global, et les autres solutions, très proches les unes des autres, seraient majoritairement situées sur la vallée du paysage qui mène à cet optimum. Lorsque  $K > 4$ , les solutions sont toutes dans un même cluster aux alentours de  $\sigma = N/2$ , tandis que sur les paysages plus lisses, les solutions sont rapprochées les unes des autres.

L'évolution des scores d'expansion sur les différents paysages est régulièrement négativement corrélée à  $K$ . Les meilleures solutions récoltées sur les paysages lisses ont donc une expansion plus forte, ce qui est cohérent avec les plus faibles taux d'épistasie de signe de ces paysages. Les scores d'expansion sur ces paysages très lisses sont particulièrement élevés sur les plus grands paysages. D'ailleurs la variation d'expansion des solutions en fonction de  $K$  est plus marquée sur ces derniers, ce qui peut s'expliquer par un voisinage plus important et une recherche proportionnellement plus courte que sur les plus petits paysages. Pour le paysage  $N = 128$  et  $K = 1$ , les solutions ne sont presque jamais des optima locaux, ce qui tend à confirmer que la plupart d'entre elles sont sur la vallée de l'optimum global. Sur les autres paysages de cette taille, l'expansion est plutôt stable. Sur les paysages de taille  $N = 256$ , l'expansion des solutions est souvent faible et également assez constante selon les valeurs de  $K$ . Cette stabilité plus accrue que lorsque  $N > 256$  semble fortement liée à la recherche proportionnellement plus longue sur ces paysages.

Sur les paysages NK, certaines des solutions examinées sont proches les unes des autres. Plusieurs groupes de solutions existent néanmoins dans des zones différentes des paysages, en particulier sur les plus rugueuses. Cela met en évidence la capacité de SW à atteindre différentes bonnes zones des paysages. Les solutions échantillonnées par SW sont rarement des optima locaux, ce qui indique des possibilités d'amélioration via des mécanismes plus intensificateurs, tels que les descentes. Ces résultats sont encourageants, car ils indiquent que les solutions échantillonnées seraient exploitables pour en atteindre de meilleures et qu'il serait efficace d'en considérer plusieurs plutôt qu'une seule.

L'évolution du nombre de clusters selon la distance et l'expansion des solutions étudiées sur les paysages UBQP sont présentés dans les figures 4.9 et 4.10. Les meilleures solutions rencontrées sur les pics par SW sur ces paysages sont rarement voisines directes. Cependant, le nombre de clusters diminuant très rapidement en fonction de la distance indique qu'elles sont généralement très rapprochées. Une variation existe selon les exécutions, mais elle reste relativement faible.

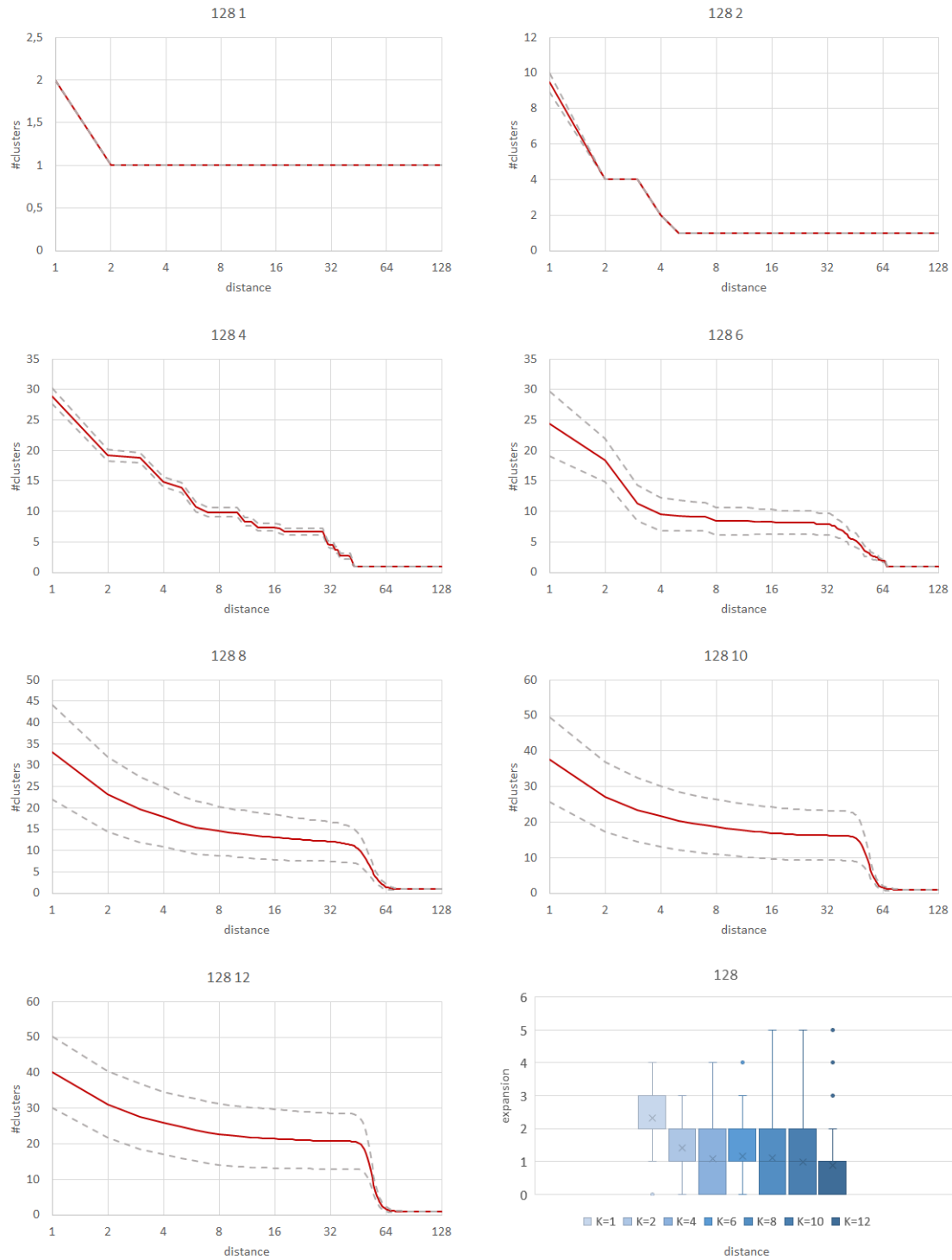


FIGURE 4.5 – Paysages NK ( $N = 128$ ) : évolution du nombre de clusters d'optima locaux en fonction d'une distance seuil, formés à partir des meilleures solutions rencontrées par SW (sur 100 exécutions). La figure en bas à droite donne les scores d'expansion des meilleures solutions rencontrées par SW.

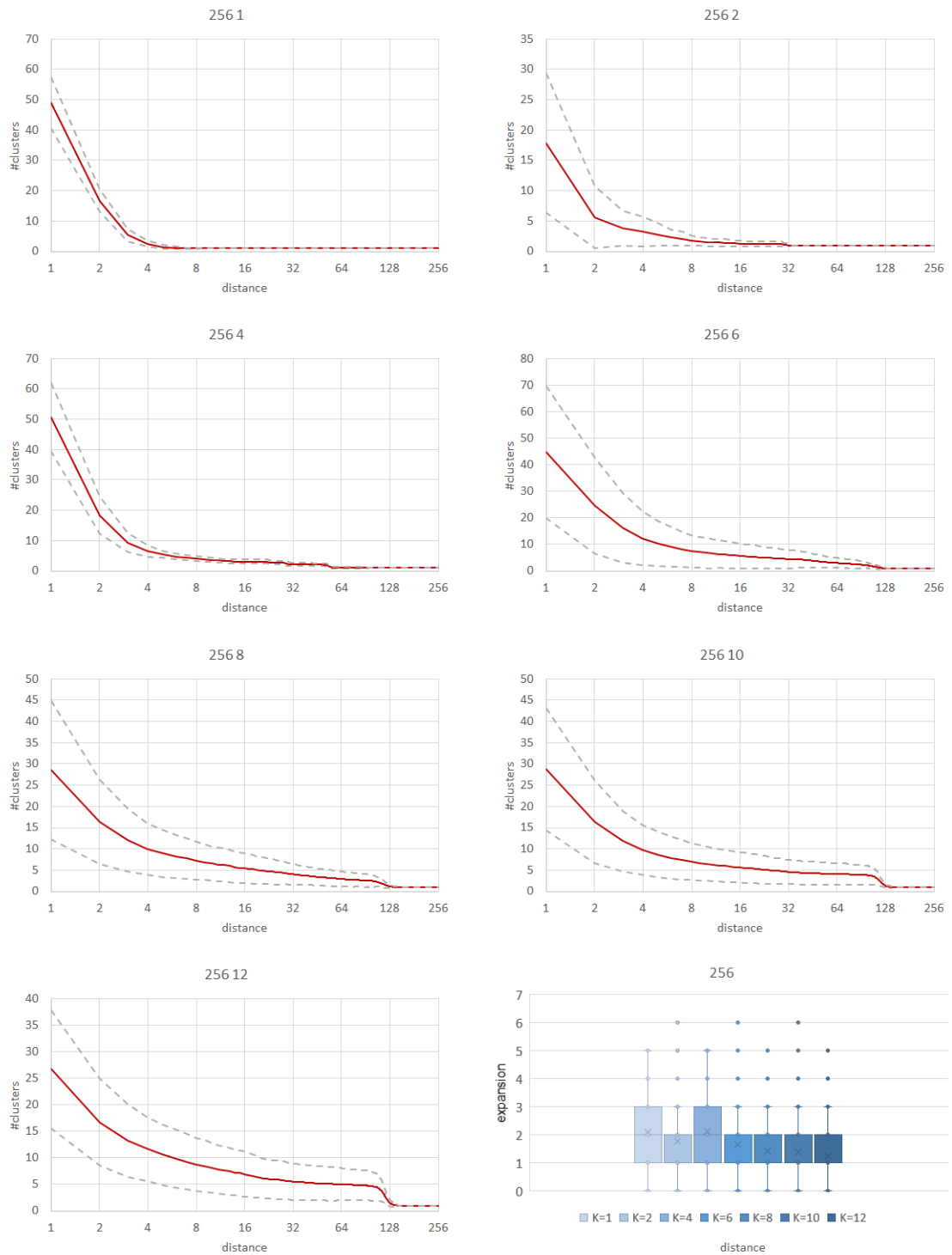


FIGURE 4.6 – Évolution du nombre de clusters d'optima locaux en fonction de la distance et répartition des scores d'expansion des meilleures solutions rencontrées par SW sur les paysages NK ( $N = 256$ ).

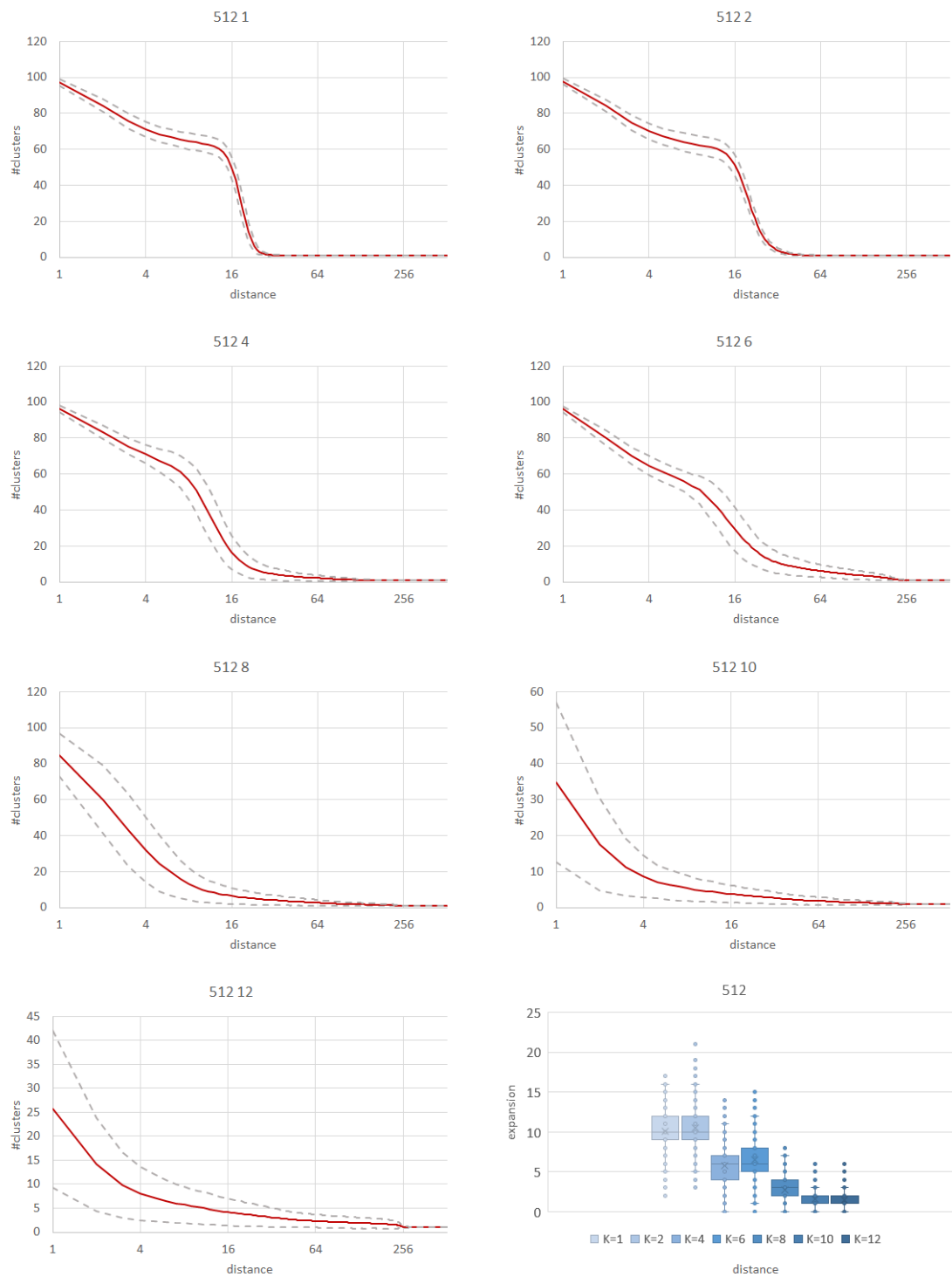


FIGURE 4.7 – Évolution du nombre de clusters d'optima locaux en fonction de la distance et scores d'expansion des meilleures solutions rencontrées par SW sur les paysages NK ( $N = 512$ ).

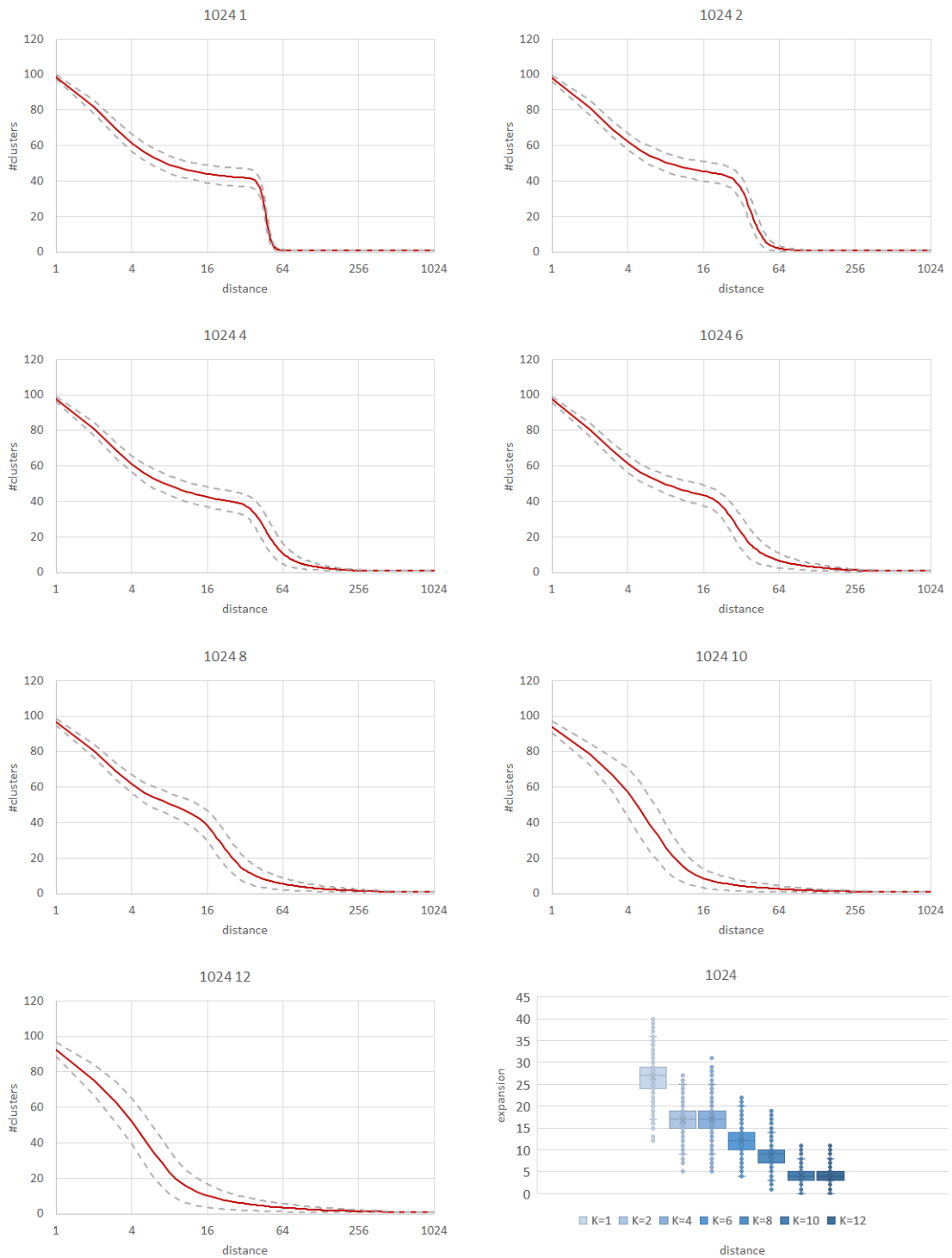


FIGURE 4.8 – Évolution du nombre de clusters d’optima locaux en fonction de la distance et répartition des scores d’expansion des meilleures solutions rencontrées par SW sur les paysages NK ( $N = 1024$ ).

Les scores d'expansions sont reportés dans la figure 4.10. L'expansion des solutions échantillonnées est plutôt stable selon la densité des instances et plutôt basse compte tenu de la taille des paysages considérés. Elle est plus élevée lorsque  $n = 4096$ , probablement car la durée de recherche est la même que pour les paysages où  $N = 2048$ , mais pour un espace de recherche plus grand. La recherche ne s'arrête donc pas au même stade de convergence

Sur les paysages UBQP, les meilleures solutions rencontrées par SW semblent regroupées dans de mêmes zones. Rappelons que SW est bien moins efficace que TS, qui est particulièrement intensificatrice, sur ces paysages. Une forte intensification semble nécessaire pour atteindre de meilleures solutions sur les paysages UBQP. Ainsi, concentrer les ressources calculatoires pour exploiter intensivement la meilleure solution rencontrée par SW pourrait mener vers de meilleures solutions.

#### 4.5.2 Paysages de permutations

Les résultats de l'analyse des solutions rencontrées sur les paysages FSP sont présentés dans la figure 4.11. Notons que sur ces paysages, les 100 solutions récoltées sur une exécution ne sont pas forcément uniques, ainsi les statistiques présentent les résultats sur l'ensemble des solutions différentes de l'échantillon. Sur les paysages de taille  $j = 30$ , le nombre de clusters distincts pour le seuil  $\sigma = 1$  est négativement corrélé au nombre de machines. Sur les paysages avec le plus de neutralité, SW rencontre régulièrement différentes solutions de même fitness, tandis que lorsque la neutralité diminue SW trouve plusieurs fois les mêmes solutions. Le même phénomène est observable de manière moins marquée sur les paysages de taille  $j = 50$ . Pour ces deux tailles de paysages, des solutions plus éloignées existent lorsque le nombre de machines augmente.

Les solutions rencontrées ont souvent un score d'expansion nul, ce qui indique qu'elles sont des optima locaux stricts. Du fait des taux de neutralité significatifs sur les paysages FSP, ces solutions ont probablement plusieurs voisins neutres. Afin d'améliorer les meilleures solutions rencontrées par SW, recourir à un mécanisme pour limiter l'impact de la neutralité serait probablement utile. Un processus purement intensificateur qui ne prend pas la neutralité en compte n'aurait qu'une efficacité très limitée sur ces paysages.

Les résultats de l'analyse des meilleures solutions rencontrées sur les paysages QAP sont présentés dans les figures 4.12 et 4.13. Sur les paysages *lipa*, les meilleures solutions rencontrées sur des pics sont très rapprochées et souvent dans la zone de l'optimum global. Lorsque la taille de ces paysages augmente, SW atteint moins souvent l'optimum global et les meilleures solutions sont moins regroupées dans une même zone. Sur *lipa70a*, SW atteint systématiquement l'optimum global et les meilleures solutions échantillonnées sont fortement rapprochées. Sur les paysages *sko*, le nombre de voisins directs de l'échantillon des meilleures solutions est plus faible que sur les paysages *lipa*. La lente diminution du nombre de clusters en fonction du seuil indique que les solutions examinées sont plus souvent dans des zones variées du paysage que celles des paysages *lipa*.

L'expansion des solutions échantillonnées est généralement plus élevée sur les classes *sko*, et ces solutions sont rarement des optima locaux. Ces résultats sont encourageants dans l'optique de proposer un mécanisme intensificateur additionnel à SW pour atteindre de meilleures solutions sur ces paysages.

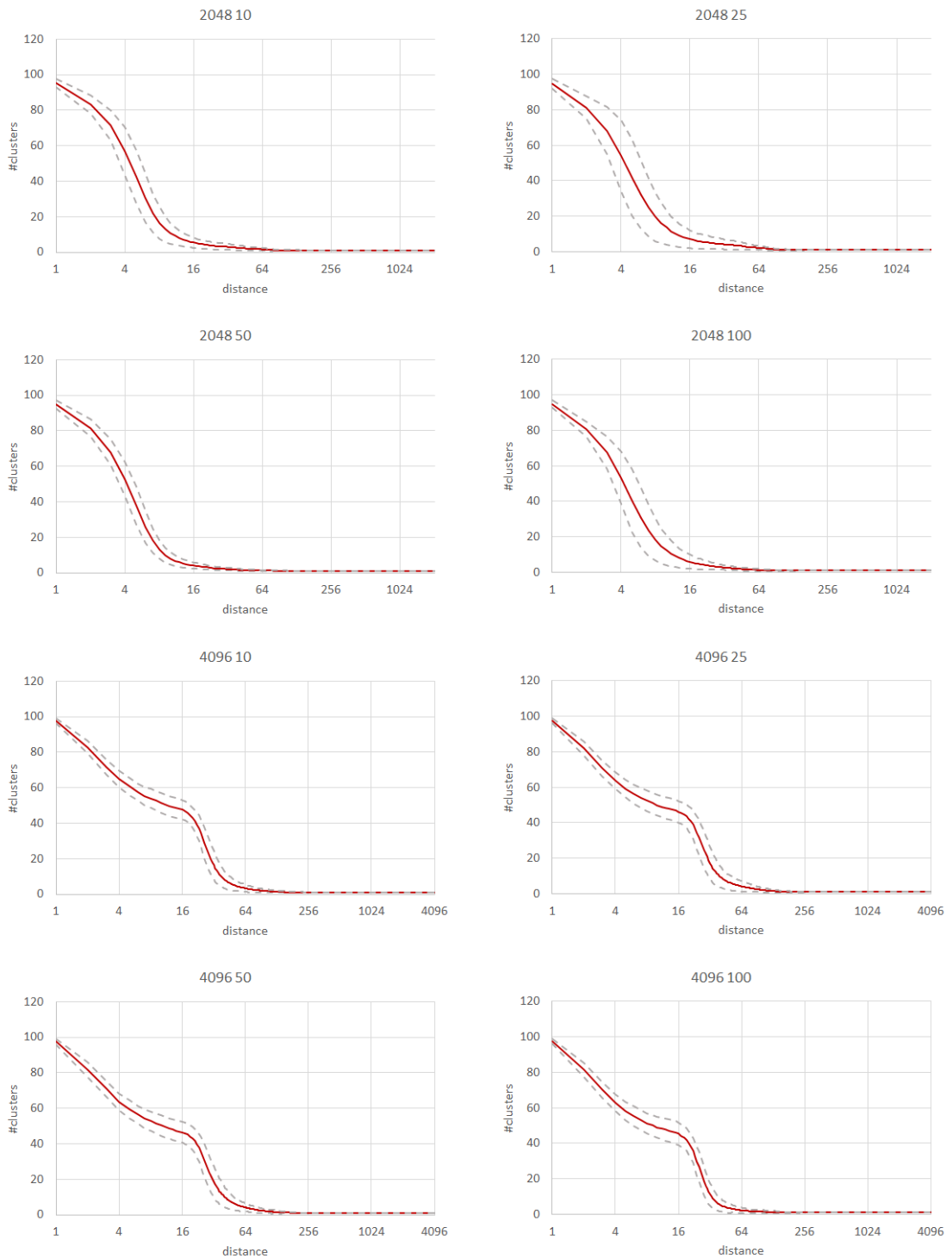


FIGURE 4.9 – Évolution du nombre de clusters d'optima locaux en fonction de la distance à partir des meilleures solutions rencontrées par SW (paysages UBQP).



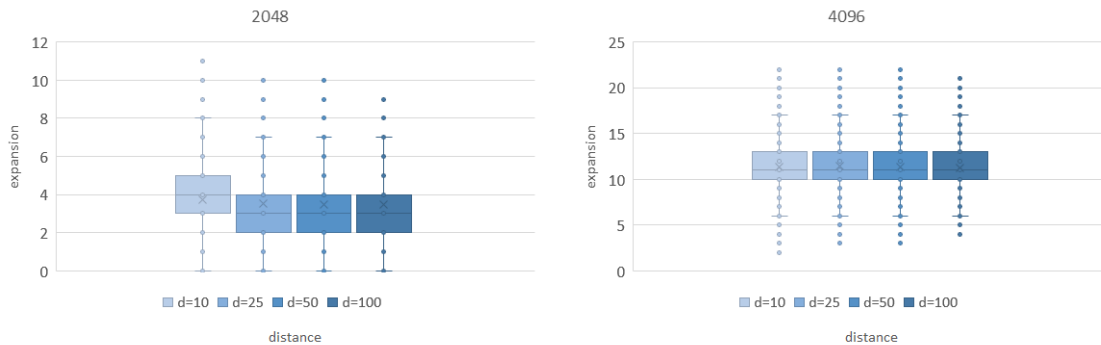


FIGURE 4.10 – Répartition des scores d'expansions des meilleures solutions rencontrées par SW (paysages UBQP).

Les résultats de cette section montrent que les meilleures solutions rencontrées sur des pics par SW sont rarement des optima locaux, sauf sur les paysages FSP où cela est probablement dû à la présence de nombreux plateaux. Sur de nombreux paysages suffisamment grands tels que les NK ou les paysages dérivés des instances  $sko$  de la QAPLIB, ces solutions sont situées dans différentes zones de l'espace de recherche. SW diversifie convenablement au cours des recherches, mais gagnerait probablement en efficacité sur ces paysages si la recherche était plus intensifiée autour des meilleures solutions rencontrées. Il est important de noter que SW est souvent plus efficace que ILS, bien qu'elle ne retourne pas nécessairement des optima locaux.

## 4.6 Vers la conception de métaheuristiques intégrant SW

La section précédente met en évidence que les meilleures solutions rencontrées par SW sur les paysages considérés ont souvent une expansion non nulle et qu'elles sont souvent réparties dans plusieurs zones des paysages. Ces résultats préliminaires laissent penser qu'il serait efficace d'intensifier la recherche autour des bonnes solutions rencontrées par SW, même si cela ne semble pas être efficace sur les paysages FSP. Afin d'observer si l'intensification de la recherche dans ces zones peut mener à de meilleures solutions, nous appliquons une recherche locale itérée à partir des 100 meilleures solutions récoltées sur des pics par SW. Combiner ces deux recherches locales conduit à une métaheuristique qui diversifie plus la recherche sur la première phase, en intensifiant suffisamment pour atteindre de bonnes solutions et qui intensifie plus profondément autour de ces bonnes solutions durant la seconde phase. Ces travaux correspondent à une étude préliminaire pour atteindre de bonnes solutions via une métaheuristique qui utilise SW comme mécanisme. Une approche moins simpliste et probablement plus efficace serait d'appliquer des méthodes de résolution exactes dans les bonnes zones des paysages rencontrées par SW pour intensifier au mieux la recherche dans ces zones.

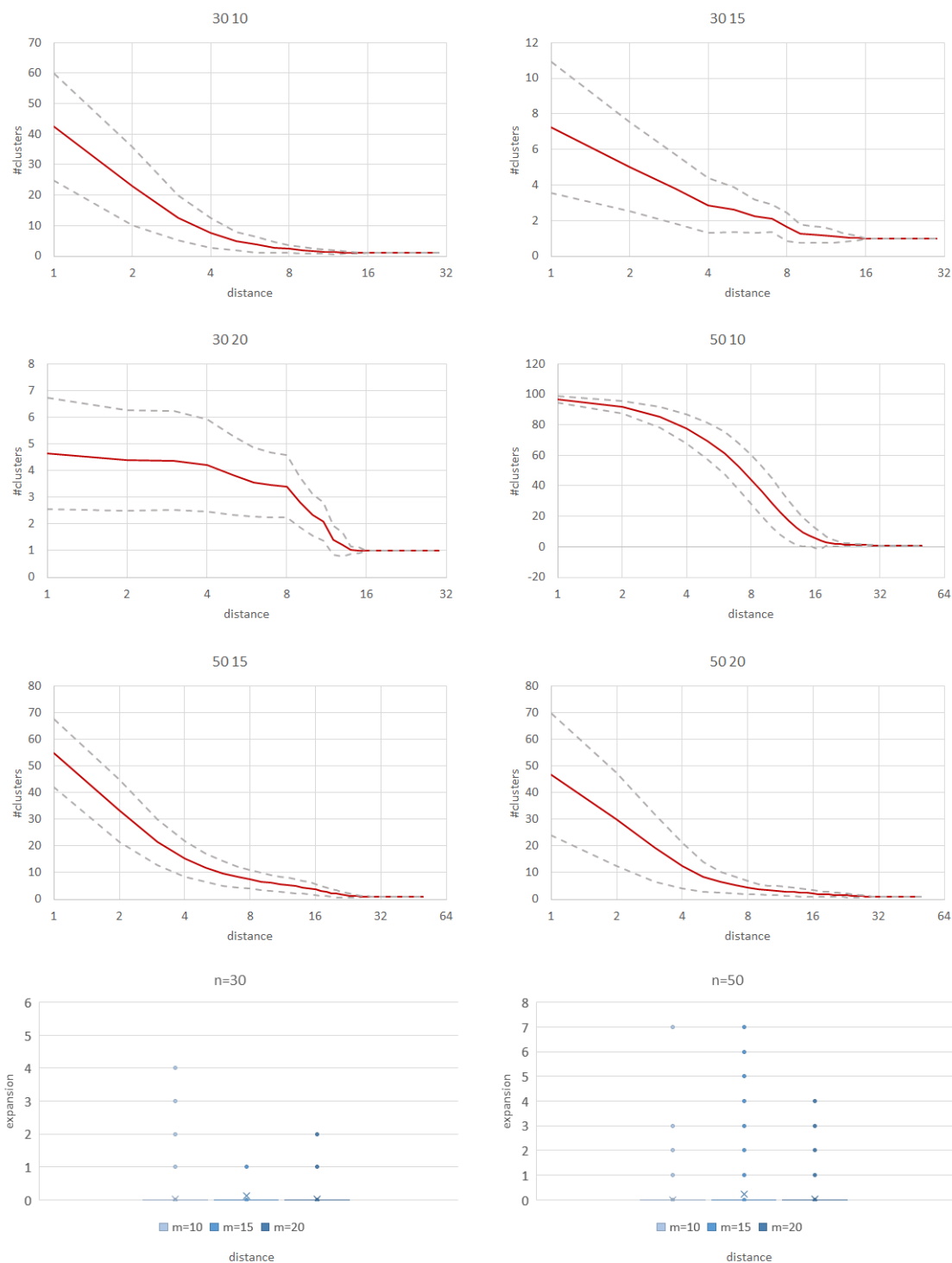


FIGURE 4.11 – Évolution du nombre de clusters d'optima locaux en fonction de la distance et scores d'expansion des meilleures solutions rencontrées par SW (paysages FSP).

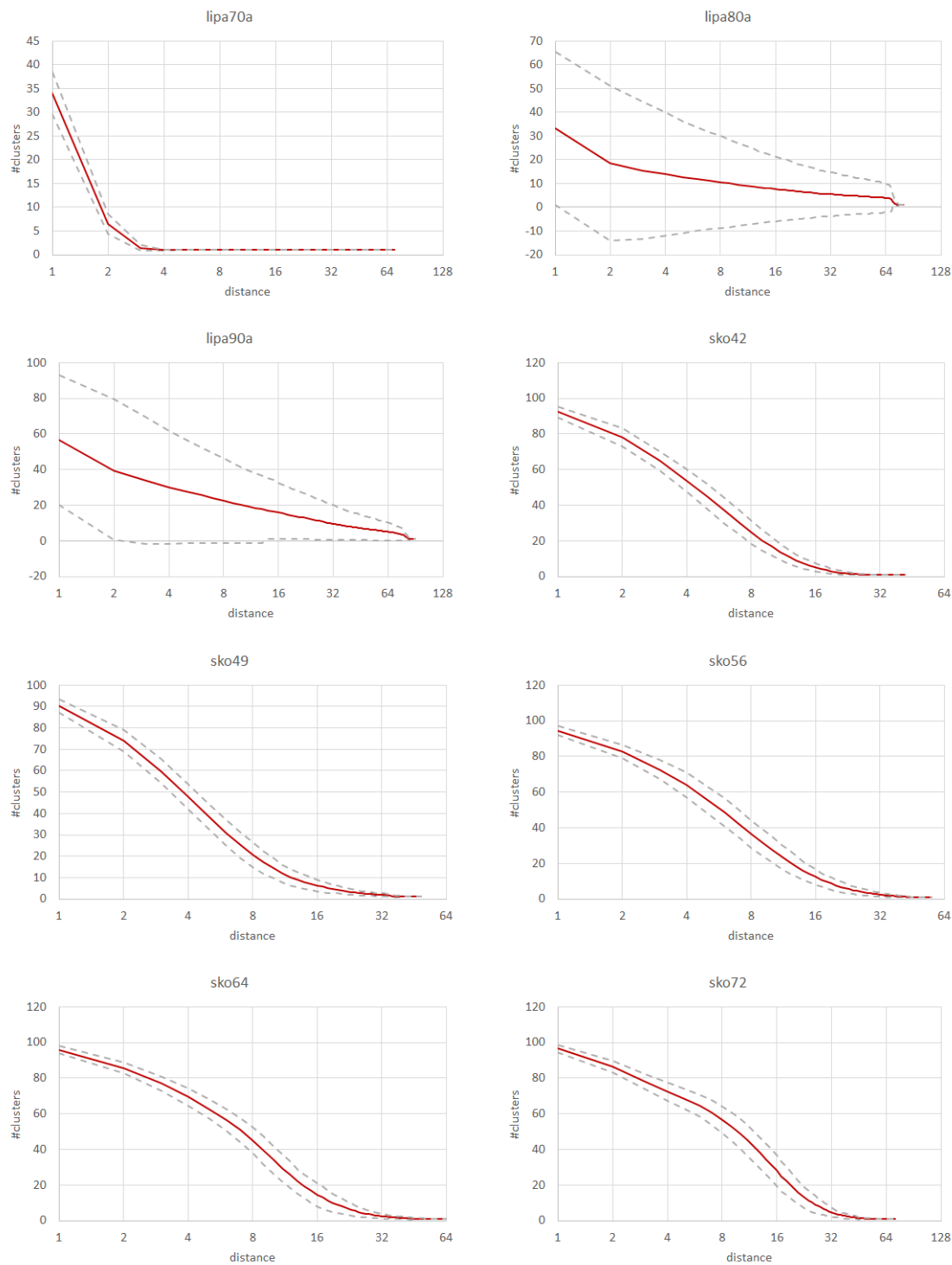


FIGURE 4.12 – Évolution du nombre de clusters d’optima locaux en fonction de la distance à partir des meilleures solutions rencontrées par SW (paysages QAP).

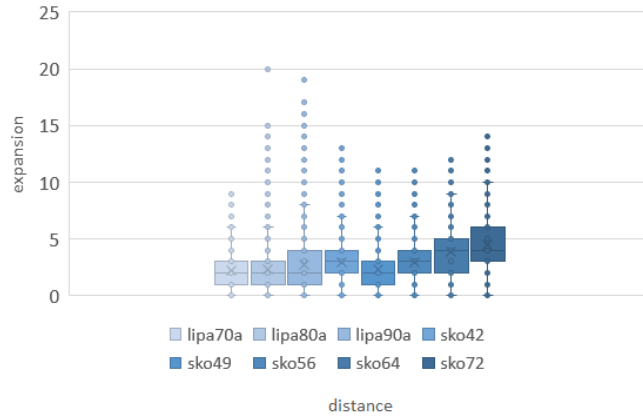


FIGURE 4.13 – Scores d’expansion des meilleures solutions rencontrées par SW (paysages QAP).

#### 4.6.1 Protocole expérimental

Pour chaque exécution de SW, une recherche locale itérée est appliquée à partir de chacune des 100 meilleures solutions récoltées. Cette recherche locale, notée  $ILS_F^b$ , utilise des descentes F et applique des perturbations au meilleur optimum local rencontré depuis le début du processus de recherche, afin d’intensifier la recherche dans les zones environnant cette solution. Lorsque 1 million de solutions ont été évaluées, chaque ILS s’arrête à la fin du processus de descente en cours et retourne la meilleure solution rencontrée (qui correspond à la solution initiale si le processus de recherche n’a pas réussi à en trouver de meilleure). Chaque exécution retourne la meilleure solution parmi celles obtenues par les 100  $ILS_F^b$ . Nous notons  $\mathcal{M}$  le nombre de perturbations appliquées aux optima locaux. Sur les paysages UBQP, nous utilisons  $\mathcal{M} = 50$ , et sur les autres paysages nous fixons ce nombre de perturbations à 5.  $ILS_F^b$  n’est pas testée seule (à partir d’une solution générée aléatoirement) sur ces paysages. Cependant, plutôt que de relancer la recherche à partir du dernier optimum local rencontré, la relancer à partir du meilleur pour intensifier la recherche dans les bonnes zones où se trouvent les solutions trouvées par SW paraît plus intuitif. Pour chaque problème, les nombres de perturbations correspondent à la valeur de  $\mathcal{M}$  qui mène le plus souvent  $ILS_F$ , étudiée dans les sections 4.3 et 4.4, à ses meilleurs résultats pour 100 millions d’évaluations. Notons que le nombre de perturbations ( $\mathcal{M}$ ) considéré ici n’est pas nécessairement le plus approprié, car  $ILS_F^b$  diffère de  $ILS_F$  et que le processus de recherche commence dans de hautes zones des paysages. Il serait utile de considérer différentes valeurs afin de déterminer la plus appropriée pour chaque paysage mais cela nécessiterait un nombre d’exécutions encore plus conséquent.

Pour chaque paysage, nous reportons la fitness moyenne de la solution retournée par la meilleure variante de SW testée ainsi que la fitness moyenne des solutions retournées par les ILS. Pour chaque exécution de SW, une seule solution est retournée par l’ensemble des  $ILS_F^b$  appliquées sur les 100 solutions retenues par SW. Nous indiquons également lorsque les processus  $ILS_F^b$  arrivent à atteindre de meilleures solutions sur au moins la moitié des exécutions.

Nous proposons une variante de  $SW$  où  $ILS_F^b$  est appliquée à partir des meilleures solutions rencontrées sur des pics en fin de recherche. Nous testons  $SW_{ILS}$ , sur les paysages binaires pour 100 millions d'évaluations.  $SW_{ILS}$  nécessite en plus de  $\lambda$  et  $\mathcal{M}$ , un paramètre  $p$ , qui correspond au pourcentage de la recherche consacré à  $SW$  et un paramètre  $n_b$  qui correspond au nombre de meilleures solutions rencontrées sur les pics à partir desquelles  $ILS_F^b$  est exécutée. Nous utilisons initialement  $p = 90$  pour les tests effectués ici. Pour un budget de 100 millions d'évaluations, cela implique d'attribuer un budget de 90 millions d'évaluations à  $SW$  et de conserver les 10 millions restants pour  $ILS_F^b$ . Les valeurs de  $\lambda$  utilisées sont celles qui mènent  $SW$  aux meilleures solutions en moyenne pour 100 millions d'évaluations.  $ILS_F^b$  est appliquée à partir de chacune des  $n_b$  meilleures solutions rencontrées sur des pics durant le processus de recherche pour  $10^7/n_b$  évaluations. Les valeurs du paramètre  $\mathcal{M}$  sont les mêmes que celles considérées précédemment.

Si un optimum local de plus haute fitness que la solution initiale est rencontré par  $ILS_F^b$ , il devient la solution où les perturbations sont appliquées. La solution finale retournée par chaque ILS est la meilleure solution et correspond soit à la meilleure solution rencontrée par  $SW$ , soit au meilleur optimum local rencontré par l'ensemble des  $n_b$   $ILS_F^b$ . Nous comparons  $SW$  à  $SW_{ILS}$  pour  $n_b = 100$  sur les paysages NK et UBQP. Additionnellement, nous considérons  $n_b = 10$  sur les paysages NK et  $n_b = 1$  sur les paysages UBQP pour observer si exploiter moins de zones différentes des paysages s'avère plus efficace. Sur les paysages UBQP, nous ne considérons qu'une seule solution, car les meilleures solutions rencontrées sur des pics ont tendance à être proches les unes des autres. De plus, la taille de ces paysages implique un temps de recherche plus long pour qu'une recherche locale trouve de bonnes solutions. Cette valeur permet d'observer l'éventuel impact d'une intensification forte autour de la meilleure solution rencontrée par  $SW$ . Sur les paysages NK, les solutions étudiées précédemment sont moins rapprochées, et considérer un grand nombre de solutions auxquelles appliquer  $ILS_F^b$  pour un budget de 10 millions d'évaluations semble intuitivement plus efficace.

$SW_{ILS}$  nécessite plusieurs paramètres et tester les différentes combinaisons de ces paramètres est primordial pour rendre cette méthode la plus efficace possible. Les tests effectués ici sont uniquement une première étape pour observer si une intensification plus profonde autour de bonnes solutions rencontrées par  $SW$  peut contribuer à mener la recherche vers de meilleures solutions. Le paramétrage, ainsi que la stratégie d'intensification, peuvent certainement être améliorés.

## 4.6.2 Paysages binaires

Le tableau 4.14 compare les meilleures solutions retournées par  $SW$  et celles retournées par les  $ILS_F^b$  à partir de solutions rencontrées par  $SW$ . Ces résultats indiquent que plus les paysages sont grands, plus appliquer  $ILS_F^b$  sur les bonnes solutions permet de les améliorer significativement. Rappelons que le nombre d'évaluations considéré étant fixe, la recherche converge plus sur les petits paysages que sur les grands. Sur les paysages lisses de taille  $N = 128$ ,  $SW$  retourne régulièrement des solutions qui semblent correspondre aux optima globaux des paysages. Les recherches locales itérées sont plus efficaces pour trouver une meilleure solution sur les paysages peu rugueux. Cette tendance est moins marquée sur les paysages où  $N = 1024$ , probablement car  $SW$  converge moins que sur les paysages plus petits pour un budget donné. Ainsi, les solutions à partir desquelles les  $ILS_F^b$  sont appliquées sont a priori

N K	SW	ILS <sub>F</sub> <sup>b</sup>	N K	SW	ILS <sub>F</sub> <sup>b</sup>
128 1	0.7245	0.7245	256 1	0.7220	0.7221
128 2	0.7424	0.7424	256 2	0.7445	0.7446
128 4	0.7959	0.7959	256 4	0.7935	0.7936
128 6	0.8004	0.8004	256 6	0.8048	0.8052
128 8	0.8021	0.8023	256 8	0.7964	0.7965
128 10	0.7937	0.7942	256 10	0.7869	0.7871
128 12	0.7819	0.7822	256 12	0.7756	0.7757
512 1	0.7078	0.7089	1024 1	0.7163	0.7175
512 2	0.7509	0.7520	1024 2	0.7522	0.7532
512 4	0.7860	0.7874	1024 4	0.7878	0.7910
512 6	0.7989	0.8020	1024 6	0.7949	0.7978
512 8	0.7939	0.7947	1024 8	0.7901	0.7926
512 10	0.7829	0.7830	1024 10	0.7790	0.7797
512 12	0.7720	0.7721	1024 12	0.7694	0.7701

TABLEAU 4.14 – Fitness moyenne de SW et ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sur les paysages NK. Les cellules grisées indiquent les paysages où ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> améliore la solution retournée par SW au moins sur la moitié des exécutions.

UBQP	SW	ILS <sub>F</sub> <sup>b</sup>	UBQP	SW	ILS <sub>F</sub> <sup>b</sup>
2048 10	1004035.7	1004136.0	2048 25	1640792.9	1640979.8
2048 50	2397652.2	2397932.9	2048 100	3097976.5	3098344.6
4096 10	2807921.4	2809106.4	4096 25	4594746.6	4596768.1
4096 50	6526291.3	6529163.9	4096 100	9090355.7	9094239.9

TABLEAU 4.15 – Fitness moyenne de SW et ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sur les paysages UBQP.

plus éloignées qualitativement des meilleures solutions sur ces plus grands paysages. De plus, le degré d'interdépendance entre les variables ( $K$ ) est fixe pour les différentes tailles de paysages considérées, ce qui implique une plus faible rugosité des grands paysages, et peut contribuer à ce phénomène.

Les résultats sur UBQP sont présentés dans le tableau 4.15, et montrent que sur tous les paysages, une meilleure solution est retournée par les ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sur au moins la moitié des exécutions. Sur ces paysages, les solutions à partir desquelles les ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> commencent leur processus de recherche sont plutôt regroupées et sont rarement des optima locaux, et par conséquent facilement améliorables. De plus, SW étant moins performant que la majorité des recherches locales présentées dans la section 4.1, cela indique que les solutions rencontrées par SW sont certainement améliorables.

### 4.6.3 Paysages de permutations

Nous rapportons les résultats sur les paysages QAP dans le tableau 4.16. Sur les paysages *lipa*, les ensembles de ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> améliorent parfois la meilleure solution (sauf sur la plus petite instance où SW atteint systématiquement l'optimum global). Cependant, cela n'arrive pas sur la majorité des exécutions. Sur les paysages *sko*, les meilleures solutions sont améliorées sur plus de la moitié des exécutions (sauf sur le plus petit paysage). Sur ces paysages, les solutions à partir desquelles la recherche locale itérée est appliquée sont moins regroupées que sur les paysages *lipa*. Les recherches locales itérées permettent d'intensifier la recherche dans plusieurs zones prometteuses de ces paysages.

Le tableau 4.17 donne les résultats sur les paysages FSP. Les ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> permettent parfois d'atteindre

QAP	SW	ILS <sub>F</sub> <sup>b</sup>	QAP	SW	ILS <sub>F</sub> <sup>b</sup>
lipa70a	169755.0	169755.0	lipa80a	253488.0	253463.0
lipa90a	361482.5	361426.7	sko42	15820.9	15815.1
sko49	23393.6	23389.7	sko56	34504.2	34492.1
sko64	48541.0	48520.3	sko72	66377.1	66333.4

TABLEAU 4.16 – Fitness moyenne de SW et ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sur les paysages QAP.

FSP	SW	ILS <sub>F</sub> <sup>b</sup>	FSP	SW	ILS <sub>F</sub> <sup>b</sup>
30 10	1985.4	1984.2	30 15	2400.1	2400.0
30 20	2743.0	2742.9	50 10	3030.8	3026.8
50 15	3357.2	3355.8	50 20	3883.8	3883.6

TABLEAU 4.17 – Fitness moyenne de SW et ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sur les paysages FSP.

de meilleures solutions sur ces paysages, mais cela est rare. Cette capacité limitée à atteindre de meilleures solutions n'est pas surprenante compte tenu des résultats de l'analyse des solutions à partir desquelles les ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sont lancées. En effet, elles sont plutôt rapprochées et sont souvent des optima locaux. Une ILS dont les descentes acceptent les voisins neutres aurait probablement une capacité plus élevée à améliorer les meilleures solutions rencontrées.

#### 4.6.4 Ajout de processus intensificateur à SW : travaux préliminaires

Les expérimentations menées dans la section précédente montrent qu'appliquer ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sur les meilleures solutions rencontrées par SW permet souvent d'atteindre de meilleures solutions, notamment sur les paysages binaires étudiés. Cela indique qu'améliorer les solutions retournées par SW via l'application d'un mécanisme intensificateur est régulièrement possible. Cependant, ces solutions améliorées sont obtenues pour un budget de 200 millions d'évaluations : 100 millions pour SW et 100 millions pour l'ensemble des 100 ILS<sub>F</sub><sup>b</sup>. Dans ces travaux préliminaires, nous cherchons à déterminer une métaheuristique qui couple SW et un mécanisme intensificateur pour mener à de meilleures solutions que SW, à budget équivalent. Pour cela nous considérons SW<sub>ILS</sub>, présentée en début de section. Comparer SW<sub>ILS</sub> et SW implique de diminuer les budgets de SW et du mécanisme intensificateur (l'ensemble des ILS<sub>F</sub><sup>b</sup>) utilisés précédemment, ce qui induit probablement une perte d'efficacité. En effet, les meilleures solutions rencontrées par SW pourraient être moins bonnes pour un plus petit budget. De plus, allouer moins de temps à l'ensemble des ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> entraînerait une baisse d'efficacité de l'intensification. Afin d'observer s'il est possible que SW<sub>ILS</sub> soit plus efficace que SW, nous comparons ces méthodes sur les paysages binaires avec les paramétrages indiqués en début de section.

La comparaison entre SW et les deux variantes SW<sub>ILS</sub> sur les paysages NK est présentée dans le tableau 4.18. Les deux variantes appliquent soit 10 ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> avec un budget de 1 million d'évaluations chacune, soit 100 ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> avec un budget de 100 000 évaluations chacune. Sur ces paysages, SW<sub>ILS</sub> permet régulièrement d'atteindre de meilleures solutions en moyenne que SW, qui reste néanmoins plus efficace sur certains paysages rugueux (avec  $N \in \{256, 512\}$ ). L'efficacité relative des deux méthodes sur les paysages NK est positivement corrélée à la capacité des ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> à améliorer la meilleure solution rencontrée. Ces résultats montrent que sur les paysages NK, coupler la marche par échantillonnage avec un

N K	SW		SW <sub>ILS</sub>		N K	max(moy.)	SW		
	10	100	10	100			10	100	100
128 1					128 1	0.7245	0.00	0.00	0.00
128 2					128 2	0.7424	0.00	0.00	0.00
128 4					128 4	0.7959	0.00	0.00	0.00
128 6					128 6	0.8004	0.00	0.00	0.00
128 8					128 8	0.8021	0.00	0.13	0.08
128 10					128 10	0.7939	0.04	0.03	0.00
128 12					128 12	0.7819	0.00	0.10	0.07
256 1					256 1	0.7221	0.03	0.00	0.00
256 2					256 2	0.7446	0.07	0.01	0.00
256 4					256 4	0.7933	0.00	0.00	0.00
256 6					256 6	0.8050	0.21	0.01	0.00
256 8					256 8	0.7951	0.00	0.18	0.18
256 10					256 10	0.7862	0.00	0.45	0.45
256 12					256 12	0.7752	0.00	0.32	0.32
512 1					512 1	0.7089	0.14	0.00	0.01
512 2					512 2	0.7511	0.03	0.00	0.00
512 4					512 4	0.7872	0.14	0.00	0.00
512 6					512 6	0.8018	0.36	0.02	0.00
512 8					512 8	0.7950	0.14	0.02	0.00
512 10					512 10	0.7830	0.01	0.01	0.00
512 12					512 12	0.7720	0.00	0.35	0.34
1024 1					1024 1	0.7175	0.17	0.00	0.01
1024 2					1024 2	0.7531	0.12	0.00	0.01
1024 4					1024 4	0.7907	0.36	0.00	0.01
1024 6					1024 6	0.7973	0.30	0.00	0.00
1024 8					1024 8	0.7922	0.26	0.00	0.00
1024 10					1024 10	0.7804	0.14	0.01	0.00
1024 12					1024 12	0.7699	0.07	0.01	0.00

TABLEAU 4.18 – Comparaison de SW avec deux variantes SW<sub>ILS</sub> sur les paysages NK pour 100 millions d'évaluations. À gauche : dominance entre les méthodes. À droite : meilleure fitness moyenne et écart à cette moyenne pour chaque méthode (en %).

ensemble de recherches locales plus intensificatrices peut mener la recherche à de meilleures solutions que SW seule pour un même nombre d'évaluations. Les deux versions de SW<sub>ILS</sub> se dominent rarement entre elles, mais considérer 10 recherches locales itérées plus longues est généralement plus efficace sur les paysages NK lisses, tandis que les 100 ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> plus courtes le sont plus sur les paysages plus rugueux. Sur les plus grands paysages, SW<sub>ILS</sub> domine systématiquement SW. Ce phénomène est probablement dû à la moins forte convergence de SW sur les grands paysages (nombre d'évaluations fixe). Cela laisse penser qu'appliquer le mécanisme intensificateur plus tôt pourrait être judicieux atteindre de meilleures solutions.

Intensifier les zones autour des meilleures solutions rencontrées pourrait être effectué lorsque la meilleure solution n'a pas été modifiée depuis un certain moment. Il serait également intéressant de voir l'impact d'une alternance plus fréquente entre SW et ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sur la recherche.

La comparaison entre SW et les deux variantes SW<sub>ILS</sub> sur les paysages UBQP est présentée dans le tableau 4.19. Sur ces paysages, SW<sub>ILS</sub> est systématiquement moins efficace que SW seule. Compte tenu des résultats de l'étude des meilleures solutions effectuée dans cette section, ces résultats semblent surprenants. Notons cependant que le processus de recherche n'est pas très long sur ces paysages, qui sont très grands. Ces résultats indiquent que pour atteindre de meilleures solutions, exécuter SW pour 10 millions d'évaluations supplémentaires est plus judicieux que d'appliquer une recherche locale itérée à partir de la meilleure solution rencontrée par SW à 90 millions d'évaluations. Les solutions initiales pour ces ILS<sub>F</sub><sup>b</sup> sont de qualité plus faible que les solutions obtenues après 100 millions d'évaluations. Cela



UBQP	SW		SW <sub>ILS</sub>		UBQP	moy max	SW		SW <sub>ILS</sub>	
	100	1	100	1			100	1	100	1
2048 10	■	■	■	■	2048 10	1004035.7	0.00	0.03	0.03	
2048 25					1640792.9	0.00	0.02	0.02		
2048 50					2397652.2	0.00	0.04	0.04		
2048 100					3097976.5	0.00	0.12	0.12		
4096 10	■	■	■	■	4096 10	2807921.4	0.00	0.09	0.09	
4096 25					4594746.6	0.00	0.13	0.13		
4096 50					6526291.3	0.00	0.07	0.07		
4096 100					9090355.7	0.00	0.12	0.12		

TABLEAU 4.19 – Comparaison de SW avec SW<sub>ILS</sub> sur les paysages UBQP pour 100 millions d'évaluations.

peut s'expliquer par la grande taille et la structure localement rugueuse, mais globalement lisse de ces paysages.

Sur ces paysages, observer les solutions retournées par une ILS utilisant  $W_{\kappa}$  ou une recherche tabou à partir des bonnes solutions rencontrées par SW serait intéressant. Les descentes  $W_{\kappa}$  convergent beaucoup plus lentement vers des optima locaux sur ces grands paysages localement rugueux et globalement lisses, et permettent d'atteindre de bonnes solutions.

## 4.7 Discussion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux recherches locales à voisinage partiel. En particulier, nous avons proposé la marche par échantillonnage (SW) et l'avons confrontée à la marche intensification/diversification ( $ID_{walk}$ ), qui se décline en deux variantes  $ID_{best}$  et  $ID_{any}$ . Nous avons aussi considéré deux recherches locales largement utilisées, la recherche tabou (TS) et la recherche locale itérée (ILS) pour comparer les méthodes en fonction du budget en termes d'évaluations. Nous cherchions à observer les différences de capacité à atteindre de bons optima locaux des RLVP par rapport à TS et ILS, mais également les différences induites par la variation des règles pivot sur l'efficacité de ces RLVP.

En dehors du critère d'arrêt, toutes ces recherches locales nécessitent un paramètre pour fonctionner. Ainsi, nous avons testé plusieurs paramétrages pour les comparer plus efficacement et pour obtenir des informations sur l'influence des différents paysages sur les équilibres entre intensification et diversification des recherches locales. Les paramétrages qui mènent aux meilleures solutions en moyenne évoluent souvent légèrement en fonction du budget. Généralement, SW et  $ID_{best}$  requièrent un paramétrage similaire, ce qui indique que les deux règles pivot appliquées sur les voisins améliorants provoquent peu de différences sur l'équilibre entre intensification et diversification dans ces RLVP.  $ID_{any}$  requiert un échantillon de voisins plus grand que ces deux RLVP pour maximiser sa capacité à atteindre de bonnes solutions. Cela serait dû à la différente sélection de voisins détériorants, qui induit une forte diversification, et donc nécessite d'être appliquée moins fréquemment. Sur les paysages NK lisses, le paramétrage des différentes recherches locales indique un besoin plus intense de diversification que sur les paysages plus rugueux, ce qui pourrait permettre de s'échapper des bassins d'attraction de certains optima locaux de faible qualité. Idéalement, toutes les valeurs de paramètres devraient être testées pour les différentes recherches locales afin de déterminer plus finement les paramétrages appropriés.

De plus, pour déterminer ces paramétrages, des dominances statistiques pourraient être considérées plutôt que les fitness moyennes.

Les différentes recherches locales sont confrontées dans la section 4.4 pour 1 et 100 millions d'évaluations. Les résultats montrent que les RLVP sont souvent efficaces pour atteindre de bonnes solutions rapidement, en particulier sur les paysages UBQP où elles dominent fortement TS pour 1 million d'évaluations. Généralement, sur les différents paysages, au moins une des trois RLVP étudiées est plus efficace que TS et ILS, sauf sur les paysages UBQP pour 100 millions d'évaluations. Sur ces paysages localement rugueux et globalement lisses, une intensification importante serait à privilégier pour un budget suffisamment long. Pour les deux budgets testés, SW et  $ID_{best}$  mènent souvent à des solutions de qualité proche, même si des variations d'efficacité existent entre elles. Sur les paysages NK, SW qui applique un meilleur améliorant sur son échantillon de voisins, est souvent plus efficace que  $ID_{best}$ , qui applique un premier améliorant sur le même échantillon. En comparant aux résultats des chapitres 2 et 3, cela indique que l'efficacité relative de ces deux règles pivot varie dans un contexte de recherche locale non stricte. Les résultats de  $ID_{any}$  sont régulièrement très différents de ceux des deux autres RLVP, ce qui apparaît comme étant lié à sa diversification bien plus forte. Cette diversification mène parfois à de meilleurs résultats que SW et  $ID_{best}$ . Afin d'avoir une idée plus précise des changements d'efficacité relative entre ces recherches locales, un plus grand ensemble de budgets pourrait être considéré, afin de déterminer plus précisément les mécanismes à privilégier selon le budget à disposition.

SW mène régulièrement à de bonnes solutions et est une recherche locale particulièrement simple pour laquelle beaucoup de possibilités d'amélioration existent. Intégrer SW comme composante d'une métaheuristique plus sophistiquée pourrait mener rapidement à des solutions diversifiées plutôt de bonne qualité. Dans la section 4.5, nous étudions une partie des meilleures solutions rencontrées par SW afin d'observer sa capacité à diversifier la recherche dans de bonnes zones du paysage et de déterminer les possibilités d'intensification dans ces zones. Les scores d'expansion de ces meilleures solutions montrent qu'elles sont rarement des optima locaux, sauf sur les paysages FSP. Les meilleures solutions rencontrées par SW sont plus ou moins rapprochées selon les paysages, ce qui semble évoluer en partie selon leur taille. Les budgets pour récolter ces solutions étant fixes, la recherche converge beaucoup plus sur les petits paysages. Sur les plus petits paysages NK lisses, l'optimum global (a priori) est systématiquement retourné par la méthode et les autres solutions échantillonnées sont des solutions très proches qui ne sont pas des optima locaux. Les solutions échantillonnées sont généralement dans des zones plus éloignées lorsque la rugosité des paysages NK augmente, indiquant une bonne capacité de diversification de SW. Notons que les solutions étudiées dans cette section sont récoltées sur des pics, ce qui peut induire des biais, mais permet de mieux observer la diversification de SW qu'en considérant uniquement les meilleures solutions en termes de fitness.

Comme les meilleures solutions rencontrées par SW sont rarement des optima locaux et sont plutôt diversifiées, nous proposons dans la section 4.6 des travaux préliminaires pour intégrer SW comme composante dans une métaheuristique, afin d'atteindre de meilleures solutions. Les résultats montrent qu'avec un budget supplémentaire une ILS permet régulièrement d'atteindre de meilleures solutions sur plus de la moitié des exécutions (en excluant les paysages FSP). Ceci met en évidence que ces solutions sont exploitables. Nous proposons ensuite une métaheuristique qui applique des ILS aux très

bonnes solutions rencontrées par  $SW$  et la comparons à budget équivalent à  $SW$  seule sur les paysages binaires. Les résultats montrent que cette métaheuristique mènent à de meilleures solutions que  $SW$  seule sur les paysages NK lorsqu'ils sont suffisamment grands et moyennement à peu rugueux. Sur les paysages UBQP,  $SW$  seule est plus efficace pour un budget de 100 millions d'évaluations. Ces résultats sont encourageants quant à l'intégration de  $SW$  dans des méthodes de résolution plus sophistiquées. Idéalement, pour la métaheuristique proposée, considérer différents paramétrages serait nécessaire pour observer plus finement ses capacités à atteindre de bonnes solutions. Sur les paysages UBQP, coupler  $SW$  à  $ILS_{W_{\kappa}}$  ou à  $TS$  s'avérerait probablement plus utile pour rencontrer de bonnes solutions. De manière générale, coupler  $SW$  avec des méthodes exactes pourrait permettre une intensification bien plus efficace dans les bonnes zones des paysages.

# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

---

Dans cette thèse, nous avons étudié le comportement de différents mécanismes de recherche locale pour la résolution de problèmes d'optimisation vus comme des paysages de fitness à explorer. L'objectif était d'observer quels mécanismes sont efficaces pour mener les recherches locales vers les plus hautes solutions, en fonction des propriétés des paysages explorés. En particulier, nous nous sommes intéressés aux stratégies de sélection de voisins dans un contexte de descentes, recherches locales qui acceptent uniquement des voisins améliorants. Nous avons ensuite proposé des recherches locales à voisinage partiel, qui n'évaluent qu'une portion du voisinage et peuvent accepter les voisins détériorants.

Dans le chapitre 1, nous avons introduit des concepts relatifs à l'optimisation combinatoire et aux paysages de fitness. Puis, nous avons dressé un panorama de différents travaux d'optimisation combinatoire qui emploient la notion de paysages. De nombreux travaux empiriques sur les métaheuristiques ont été effectués dans ce contexte, dont une bonne partie dédiée à l'étude de recherches locales. Souvent, les expérimentations sont effectuées sur un problème d'optimisation donné, ou sur de petits paysages énumérables en temps raisonnable. Ces travaux aboutissent à des résultats théoriques ou statistiques intéressants, mais sur un champ d'application limité. En effet, la structure des paysages est souvent liée aux problèmes traités et les méthodes efficaces sur de petits paysages ne le sont pas nécessairement lorsque l'échelle augmente. Cette thèse a été proposée dans l'optique d'améliorer les connaissances sur les mécanismes de recherches locales pour les grands paysages, sans se focaliser sur un problème en particulier. Malgré notre limitation à quelques types de paysages différents, nous avons observé le comportement des recherches locales sur des instances possédant diverses caractéristiques. Nous avons également privilégié l'étude de grands paysages, pour lesquels la résolution reste une difficulté. Le fonctionnement complexe des métaheuristiques et la taille des paysages étudiés rendant leur étude plus ardue, nous avons porté un intérêt particulier à des mécanismes simples, afin de faciliter les observations générales et de mieux identifier les résultats.

Le chapitre 2 s'est concentré essentiellement sur les stratégies de sélection des descentes, afin d'améliorer leur capacité à atteindre de bonnes solutions. Nous avons proposé une règle pertinente, celle du maximum expansion (ME) pour retarder l'arrivée des descentes sur un des pics du paysage et ainsi augmenter leur chance d'atteindre de meilleures zones. Nous l'avons confrontée à différentes stratégies de sélection afin de déterminer leurs capacités respectives à mener la recherche vers de plus hautes zones du paysage et donc de meilleures solutions. L'étude empirique menée a mis en évidence plusieurs résultats :

- L'efficacité relative des premier, meilleur et moins bons améliorants est principalement dépendante du taux de rugosité des paysages.
- ME s'avère généralement plus efficace que les stratégies des premier, meilleur et moins bons améliorants pour atteindre de bonnes solutions, en particulier sur les paysages plutôt rugueux.

- Sur les paysages lisses, si ME sélectionne un voisin en maximisant sa fitness en cas d'égalité, alors de meilleures solutions sont obtenues. Cela indique que sur ces paysages, le score d'expansion est pertinent pour guider la recherche, mais qu'il faut alors départager les solutions d'expansions égales en sélectionnant la solution maximisant la fitness.
- Lorsque les stratégies classiques sont considérées avec le même niveau de connaissance que ME, elles restent généralement moins efficaces, ce qui confirme la pertinence du critère d'expansion pour guider les descentes.
- Sélectionner des voisins parmi les meilleurs compromis entre fitness et expansion ne permet d'atteindre de meilleures solutions que ME, bien que le critère de fitness ne soit pas à négliger totalement pour mener ME vers de meilleures solutions sur les paysages lisses.
- Nous observons une corrélation négative entre le score d'expansion des solutions et leur fitness, ce qui permet de faire un rapprochement entre les effets de ME et de la stratégie du moins bon améliorant.

Le coût calculatoire de ME étant naturellement un frein pour rendre efficace une heuristique basée sur ce principe, nous avons étudié dans le chapitre 3 des stratégies de descente offrant des compromis entre coût calculatoire et capacité à atteindre de bonnes solutions. Nous cherchions à déterminer quelles stratégies seraient potentiellement compétitives, pour les intégrer dans des métaheuristiques (par exemple de type ILS). Nous avons étudié des stratégies de sélection approximées, qui appliquent les règles pivot du chapitre 2 de manière approchée en se restreignant à une portion du voisinage. De manière générale, cela a permis d'identifier divers compromis entre rapidité pour converger vers un optimum local et qualité de celui-ci. Les approximations de ME et du moins bon améliorant sont régulièrement parmi les meilleurs compromis entre nombre d'évaluations et qualité des optima sur les différents paysages, mais sur certains d'entre eux le moins bon améliorant approximé est plus performant. Bien que les approximations de ME mènent souvent vers de meilleures solutions, celles du moins bon améliorant sont nettement plus rapides, ce qui peut induire un avantage à budget égal. Le coût induit par la stratégie de sélection de descente étant important dans un contexte de recherche locale plus élaborée, nous avons comparé une recherche locale itérée basée sur le premier améliorant et une autre basée sur l'approximation du moins bon améliorant. Les résultats indiquent qu'une ILS utilisant le premier améliorant dans ce contexte est plus efficace sur les paysages NK et FSP, tandis que sur les paysages UBQP et QAP, une ILS utilisant ME mène à de meilleurs optima. L'étude des paysages binaires nous a menés à penser que cette différence d'efficacité relative est liée à la rugosité *globale* des paysages. En considérant des paysages NK et UBQP avec des taux de rugosité locale comparables, on observe que la rugosité globale des paysages NK est plus grande que celle des paysages UBQP. Sur les paysages NK, la rugosité est répartie de manière uniforme et augmente selon les degrés d'interdépendance des variables, tandis que les paysages UBQP sont localement rugueux mais globalement lisses.

Enfin, le chapitre 4 se concentre sur les recherches locales à voisinage partiel (RLVP), pour déterminer les avantages induits par l'évaluation d'un échantillon de voisins ainsi que l'impact de différentes stratégies de sélection dans ce contexte. En réglant la taille de l'échantillon de ces recherches locales,

nous obtenons différents équilibres entre intensification et diversification de la recherche qui maximisent leurs performances. Les RLVP sont généralement plus efficaces que la recherche locale itérée et la recherche tabou pour atteindre de bonnes solutions, que ce soit pour 1 million ou 100 millions d'évaluations. En comparant diverses variantes de RLVP, il semble que sélectionner le meilleur améliorant d'un échantillon de voisins soit généralement plus approprié que sélectionner le premier. Dans ce contexte, les résultats diffèrent des observations faites sur les descentes. La RLVP proposée dans ce chapitre semble atteindre différentes bonnes zones des paysages sans pour autant intensifier fortement dans ces zones. Pour cela nous nous sommes intéressés à l'intensification de la recherche autour des solutions obtenues par la recherche locale à voisinages partiels. L'analyse des solutions obtenues par la recherche locale à voisinages partiels montre que les meilleures trouvées peuvent souvent être améliorées, celles-ci n'étant pas souvent des optima locaux. Des expérimentations préliminaires montrent une amélioration dans la qualité des solutions sur les paysages NK.

Les travaux empiriques réalisés dans cette thèse apportent des connaissances sur plusieurs mécanismes de recherche locale, ce qui donne des éléments supplémentaires en vue d'améliorer la construction de ce type d'algorithmes. Comme pour une bonne partie des travaux empiriques, des expérimentations supplémentaires permettraient d'appuyer davantage nos résultats. En particulier, il serait pertinent de prendre en compte plusieurs instances pour un paramétrage donné. La p-valeur employée entraîne naturellement quelques imprécisions au vu du nombre de comparaisons effectuées (les recherches locales d'un même tableau sont comparées deux à deux) et gagnerait à être plus élevée pour limiter ce risque. Notons que malgré les erreurs potentielles liées à cette valeur, l'idée d'une erreur sur une tendance globale est peu probable.

Dans le chapitre 3, nous cherchons à déterminer quelles stratégies sont performantes en prenant en compte le budget, et utilisons pour cela le nombre d'évaluations, généralement essentiel pour déterminer le coût calculatoire global de la recherche. Nous n'avons pas intégré à nos travaux l'éventualité d'une évaluation incrémentale des solutions, possible de manière spécifique au problème considéré. Tout en gardant cette intention de s'abstraire des problèmes, il serait intéressant de réévaluer les performances du principe d'expansion dans un tel contexte.

Les indicateurs utilisés pour analyser les paysages apportent des informations sur des caractéristiques qui influent sur leur difficulté de résolution pour certaines recherches locales. La corrélation entre les caractéristiques mesurées et l'efficacité des stratégies est particulièrement élevée pour les paysages binaires et les descentes (seules ou comme composantes). Sur les paysages de permutation, qui sont plus denses et où la comparaison est moins évidente, ces résultats sont moins informatifs. Des modèles sous forme de réseaux seraient alors plus indiqués car ils permettraient d'observer plus de caractéristiques, et la structure de certaines zones des paysages pour mettre en évidence celles qui sont problématiques.

Les variations possibles sur les composants de métaheuristiques étant très nombreuses, et les possibilités de combinaison de ces derniers étant infinies, les étudier empiriquement reste limitant. Coupler un même composant avec un autre, ou l'utiliser dans un contexte différent entraîne des variations quant à son efficacité, et en un sens les possibilités pour étendre ces travaux sont illimitées. En se focalisant uniquement sur les composants étudiés ici, de nombreuses pistes d'étude sont possibles. Par exemple,

le critère d'expansion a été considéré uniquement dans un contexte de descente mais pourrait permettre de perturber les solutions de manière à atteindre des zones des paysages où la recherche peut prendre plus de directions, ce qui permettrait de s'échapper efficacement de certains bassins d'attraction. Dans un contexte de recherche locale itérée, différents types de perturbation peuvent être appliquées entre les phases de descente. Il serait instructif de déterminer si l'efficacité relative entre les règles pivots reste similaire selon les méthodes de perturbations. D'une part, la solution choisie pour perturbation peut être aléatoire, le dernier optimum local trouvé ou encore le meilleur. D'autre part, les perturbations ne sont pas nécessairement aléatoires et pourraient par exemple se baser sur le principe d'expansion. De manière générale, les stratégies de sélection proposées dans les chapitres 2 et 3 pourraient être comparées dans différents types de recherches locales, incluant les RLVP. Observer l'évolution des meilleures solutions sur la durée de la recherche apporterait également des informations supplémentaires sur les stratégies à privilégier en fonction du budget alloué.

La fin du chapitre 4 présente des travaux qui en sont encore à un stade préliminaire et dont l'approfondissement est prévu. Selon les paysages, la marche par échantillonnage pourrait être couplée avec différentes recherches locales. Employer des approches exactes pour intensifier la recherche autour des meilleures solutions rencontrées permettrait d'assurer la résolution exacte dans des zones limitées autour de ces solutions. Différentes approches de coopération peuvent être aussi envisagées, en étudiant plusieurs règles définissant à quel moment actionner le processus d'intensification. Dans le même ordre d'idée, les coopérations pourraient être effectuées dans un contexte de programmation parallèle.

Pour la caractérisation de paysages, il serait intéressant d'étudier leurs propriétés locales, ceci afin d'identifier si ces caractéristiques sont uniformes ou variables selon les zones analysées. Ce type d'étude pourrait être réalisée pendant le déroulement d'un algorithme de recherche, afin de mieux appréhender l'analyse de leur comportement.

Enfin, la caractérisation de paysage et son utilisation pour le paramétrage ou la sélection de méthodes d'optimisation pourraient être intégrées à des plateformes d'optimisation. L'aspect générique de l'abstraction sous forme de paysages de fitness rend les outils proposés naturellement intégrables à ces plateformes.

# LISTE DES PUBLICATIONS

---

## Publications

- "Expansion based Hill-Climbing : How to Avoid Local Optima in Local Searches", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *Soumis à Soft Computing*.
- "Worst Improvement Based Iterated Local Search", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *dans European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization 2018 (EVOCOP)*.
- "An Extended Neighborhood Vision for Hill-Climbing Move Strategy Design", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *dans Recent Developments in Metaheuristics 2018*.
- "Sampled Walk and Binary Fitness Landscapes Exploration", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *dans International Conference on Artificial Evolution (Evolution Artificielle) 2017*.
- "Recherche locale itérée basée sur le moins bon améliorant", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *dans ROADEF 2018*.
- "Des marches aléatoires efficaces pour naviguer dans les espaces de recherche", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *dans ROADEF 2017*.
- "Climbing Fitness Landscapes with the Maximum Expansion Pivoting Rule", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *dans Proceedings of the PPSN 2016 workshop "Landscape-Aware Heuristic Search 2016"*.
- "Toward the Design of Efficient Pivoting Rules for Local Search", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *dans Proceedings of the 2016 on Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion 2016*.
- "Recherches locales guidées par le principe d'expansion", Sara Tari, Matthieu Basseur, Adrien Goëffon, *dans ROADEF 2016*.



# ANNEXE

QAP	min(moy).	F	B	W	E	E <sub>b</sub>
bur26a	5438449.5	0.11	0.08	0.10	0.02	0.00
bur26b	3828953.8	0.12	0.11	0.17	0.01	0.00
bur26c	5432400.3	0.28	0.28	0.21	0.01	0.00
bur26d	3828843.2	0.31	0.24	0.22	0.07	0.00
bur26e	5394795.2	0.24	0.26	0.20	0.00	0.00
bur26f	3792380.6	0.23	0.28	0.23	0.01	0.00
bur26g	10128074.2	0.24	0.25	0.24	0.05	0.00
bur26h	7111908.3	0.35	0.27	0.23	0.01	0.00
chr12a	11776.0	27.43	16.91	25.91	2.60	0.00
chr12b	12379.4	25.98	19.14	35.08	0.00	0.20
chr12c	13447.1	16.01	15.76	18.48	0.00	1.50
chr15a	13082.6	17.13	15.20	22.28	2.23	0.00
chr15b	10895.7	21.10	17.43	21.05	4.31	0.00
chr15c	13534.6	16.15	13.49	20.88	1.57	0.00
chr18a	15284.2	25.82	16.71	23.53	0.00	0.76
chr18b	1652.4	9.13	7.31	11.30	1.01	0.00
chr20a	2845.1	14.39	14.34	15.69	0.00	0.01
chr20b	2900.8	13.40	12.91	15.74	0.64	0.00
chr20c	19834.1	29.74	27.32	34.45	0.00	1.05
chr22a	6664.7	6.02	5.71	5.84	0.45	0.00
chr22b	6736.3	6.36	4.88	5.31	0.00	0.17
chr25a	5155.4	17.45	14.98	17.03	0.00	0.95
esc16a	68.3	4.04	2.99	4.24	0.35	0.00
esc16b	292.0	0.03	0.01	0.05	0.00	0.00
esc16c	160.2	1.75	1.21	2.01	0.11	0.00
esc16d	16.5	7.64	8.48	9.21	0.36	0.00
esc16e	29.0	6.48	6.34	5.38	0.00	0.14
esc16g	26.7	5.09	5.77	10.86	0.15	0.00
esc16h	996.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
esc32a	147.5	9.10	9.51	9.53	0.00	0.20
esc32b	192.7	11.23	12.68	11.65	0.00	0.62
esc32c	642.0	0.35	0.60	0.48	0.00	0.00
had12	1666.8	0.59	0.40	0.66	0.00	0.05
had14	2732.1	0.64	0.71	0.64	0.11	0.00
had16	3728.8	0.77	0.54	0.69	0.00	0.00
had18	5385.0	0.62	0.70	0.61	0.03	0.00
had20	6972.2	0.43	0.53	0.26	0.17	0.00
kra30a	92982.6	3.08	2.74	1.74	0.00	0.18
kra30b	94283.9	2.48	2.74	1.36	0.09	0.00
lipa20a	3760.3	0.73	0.71	0.71	0.00	0.16
lipa20b	28884.3	7.64	8.25	7.15	0.13	0.00
lipa30a	13388.3	0.41	0.42	0.36	0.03	0.00
lipa30b	166776.7	6.33	6.15	4.13	0.00	0.10
lipa40a	31929.2	0.26	0.26	0.23	0.00	0.00
lipa40b	516813.5	8.88	9.27	6.49	0.00	1.52
lipa50a	62739.0	0.27	0.26	0.21	0.00	0.00
lipa50b	1345955.6	6.68	6.63	3.45	0.00	0.14
lipa60a	108172.8	0.21	0.22	0.17	0.00	0.01
lipa60b	2949210.8	2.52	2.66	1.07	0.00	0.18

QAP	min(moy).	F	B	W	E	E <sub>b</sub>
lipa70a	171063.7	0.18	0.19	0.15	0.00	0.00
lipa80a	254907.6	0.16	0.17	0.14	0.00	0.00
lipa90a	362869.0	0.15	0.15	0.12	0.00	0.00
nug12	596.2	2.53	2.11	3.34	0.03	0.00
nug14	1043.2	2.26	2.24	2.67	0.07	0.00
nug15	1174.7	2.50	1.54	2.93	0.00	0.06
nug16a	1642.5	2.93	2.72	3.04	0.00	0.17
nug16b	1266.8	3.40	3.51	3.43	0.11	0.00
nug17	1764.8	2.09	2.18	2.25	0.01	0.00
nug18	1975.5	2.19	2.17	2.21	0.05	0.00
nug20	2625.8	1.95	1.72	1.95	0.05	0.00
nug21	2478.7	2.71	2.52	2.28	0.10	0.00
nug25	3790.8	2.43	2.37	2.14	0.00	0.26
nug30	6237.6	2.10	2.18	1.22	0.00	0.14
rou12	243273.8	2.71	2.38	2.98	0.00	0.05
rou15	368810.3	2.76	2.53	3.44	0.02	0.00
rou20	742845.4	2.40	2.43	2.41	0.05	0.00
scr12	32831.4	2.15	2.58	4.09	0.00	0.29
scr15	54516.4	3.62	3.66	3.66	0.00	0.02
scr20	114971.2	5.23	4.94	4.81	0.00	0.09
sko42	16053.4	1.85	1.97	0.93	0.06	0.00
sko49	23734.8	1.40	1.55	0.47	0.00	0.01
sko56	34908.0	1.39	1.71	0.40	0.00	0.01
sko64	49071.2	1.14	1.54	0.24	0.00	0.06
sko72	67021.5	1.22	1.57	0.00	0.07	0.15
ste36a	10057.2	5.43	6.27	2.95	0.44	0.00
ste36b	17425.9	9.05	10.43	3.05	0.00	0.25
ste36c	8600656.0	4.76	4.94	1.81	0.00	0.25
tai10a	139781.0	2.87	2.11	3.43	0.07	0.00
tai10b	1207944.0	9.10	7.14	10.42	0.00	0.40
tai12a	236546.7	3.34	3.29	4.27	0.00	0.04
tai12b	42931801.6	2.92	2.83	3.52	0.21	0.00
tai15a	398775.0	2.28	2.19	2.46	0.00	0.05
tai15b	51921067.3	0.22	0.19	0.18	0.00	0.01
tai17a	509059.2	2.11	2.15	2.02	0.00	0.06
tai20a	727302.5	2.43	2.75	2.55	0.00	0.04
tai20b	130642279.9	5.51	9.39	5.75	0.00	1.63
tai25a	1204783.2	2.37	2.11	2.16	0.00	0.10
tai25b	369006864.4	7.19	9.88	3.63	1.34	0.00
tai30a	1869663.6	2.02	2.09	1.77	0.00	0.16
tai30b	673137923.8	6.61	7.66	4.35	0.00	0.55
tai35a	2492151.8	2.02	1.91	1.70	0.00	0.21
tai35b	297003855.8	2.46	2.79	1.81	0.00	0.27
tai40a	3228550.1	1.86	2.13	1.59	0.00	0.03
tai40b	673088383.1	4.13	4.65	1.52	0.06	0.00
tai50a	5086773.6	1.66	1.96	1.38	0.10	0.00
tai60a	7409504.4	1.59	1.82	1.30	0.00	0.02
tai64c	1858164.1	0.44	0.28	0.45	0.02	0.00
wil50	49119.0	0.84	0.96	0.22	0.00	0.04

TABLEAU 4.20 – Comparaison de l'écart à la meilleure moyenne de F, B, W, E, E<sub>b</sub> (paysages QAP).

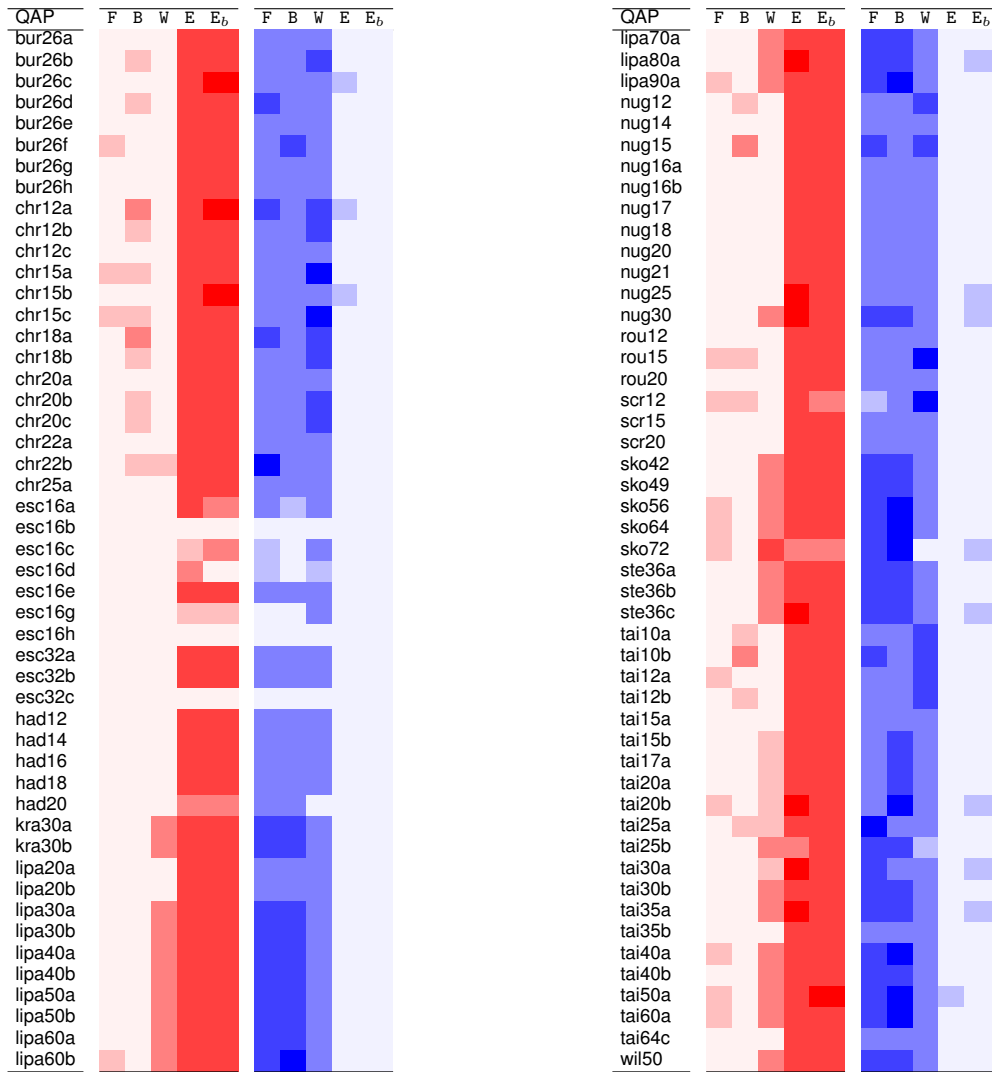


TABLEAU 4.21 – Dominances statistiques entre F, B, W, E, E<sub>b</sub> (paysages QAP).

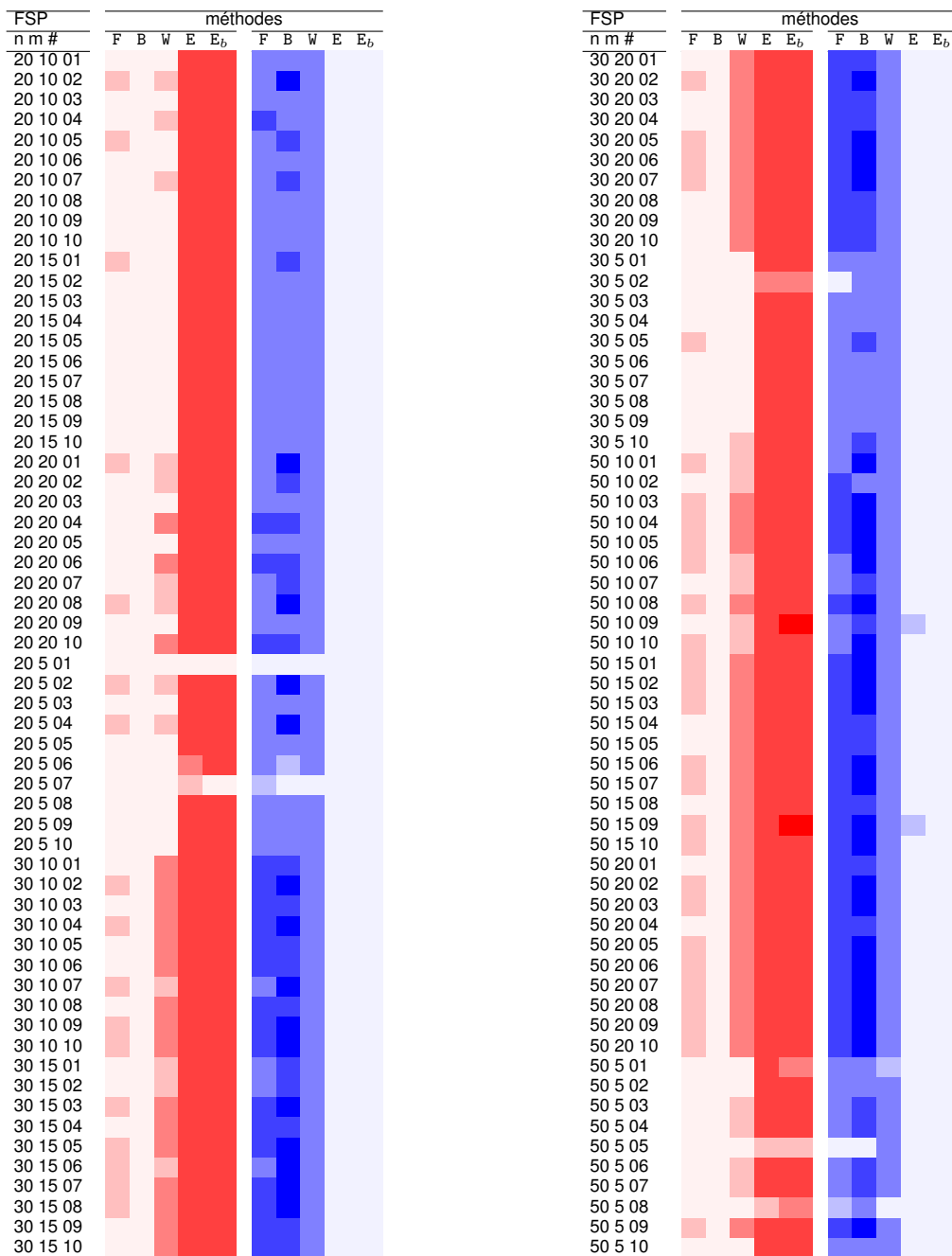


TABLEAU 4.22 – Dominances statistiques entre F, B, W, E, E<sub>b</sub> (paysages FSP).

FSP n m #	min(moy)	méthodes				
		F	B	W	E	E <sub>b</sub>
20 10 01	1610.5	1.21	1.50	1.60	0.00	0.14
20 10 02	1684.9	2.31	2.79	2.14	0.10	0.00
20 10 03	1523.5	2.01	1.96	2.04	0.04	0.00
20 10 04	1397.2	2.46	2.44	1.98	0.01	0.00
20 10 05	1442.4	2.30	3.10	2.78	0.00	0.08
20 10 06	1420.8	2.01	2.06	1.76	0.00	0.09
20 10 07	1506.0	2.00	2.14	1.57	0.00	0.15
20 10 08	1564.1	2.75	3.11	2.87	0.27	0.00
20 10 09	1626.7	1.19	1.43	1.21	0.12	0.00
20 10 10	1619.8	2.09	2.26	1.82	0.00	0.21
20 15 01	1932.8	1.57	2.19	1.92	0.08	0.00
20 15 02	1921.2	1.58	1.71	1.54	0.00	0.02
20 15 03	1918.5	1.88	1.95	1.62	0.00	0.23
20 15 04	1899.6	1.88	1.97	1.79	0.00	0.02
20 15 05	1881.6	2.00	2.04	1.66	0.02	0.00
20 15 06	1863.5	2.39	2.27	2.13	0.18	0.00
20 15 07	1861.5	2.34	2.37	2.09	0.00	0.08
20 15 08	1875.5	1.98	2.07	1.75	0.03	0.00
20 15 09	1880.2	1.97	2.16	2.02	0.03	0.00
20 15 10	1898.2	1.67	1.80	1.59	0.06	0.00
20 20 01	2334.0	1.55	2.49	1.55	0.08	0.00
20 20 02	2126.8	1.55	1.98	1.49	0.00	0.08
20 20 03	2357.7	1.71	1.79	1.51	0.10	0.00
20 20 04	2246.7	1.67	2.23	1.20	0.00	0.08
20 20 05	2318.2	1.61	1.77	1.63	0.00	0.00
20 20 06	2251.3	1.94	1.91	1.39	0.00	0.07
20 20 07	2301.4	1.90	2.00	1.67	0.09	0.00
20 20 08	2226.7	1.56	2.07	1.40	0.07	0.00
20 20 09	2260.9	2.03	2.28	2.08	0.02	0.00
20 20 10	2206.9	2.26	2.47	2.02	0.09	0.00
20 5 01	1294.8	0.76	1.34	1.09	0.00	0.00
20 5 02	1366.7	0.53	0.93	0.37	0.00	0.00
20 5 03	1101.1	1.92	2.87	2.71	0.00	0.34
20 5 04	1307.8	1.59	2.21	1.62	0.01	0.00
20 5 05	1249.5	1.69	1.93	1.68	0.00	0.05
20 5 06	1209.1	1.34	1.23	1.73	0.08	0.00
20 5 07	1252.4	0.72	0.44	0.55	0.00	0.02
20 5 08	1217.7	1.93	2.27	1.93	0.06	0.00
20 5 09	1254.8	1.19	1.52	1.64	0.01	0.00
20 5 10	1120.0	1.69	1.96	1.64	0.00	0.15
30 10 01	2035.1	2.07	2.28	1.39	0.00	0.10
30 10 02	2054.7	2.14	2.56	1.76	0.00	0.07
30 10 03	2027.3	1.91	2.08	1.61	0.00	0.03
30 10 04	2031.5	2.03	2.35	1.75	0.03	0.00
30 10 05	2054.6	2.17	2.49	1.58	0.00	0.07
30 10 06	2078.7	1.98	2.33	1.66	0.04	0.00
30 10 07	2078.0	1.61	2.24	1.57	0.00	0.09
30 10 08	2067.5	2.45	2.44	1.76	0.21	0.00
30 10 09	2045.7	1.74	2.09	1.09	0.00	0.12
30 10 10	2032.1	2.07	2.66	1.59	0.04	0.00
30 15 01	2453.8	2.12	2.38	1.62	0.01	0.00
30 15 02	2472.1	1.71	2.28	1.46	0.00	0.00
30 15 03	2472.5	2.14	2.37	1.30	0.01	0.00
30 15 04	2442.8	2.71	3.05	1.82	0.00	0.14
30 15 05	2448.1	2.35	3.13	1.93	0.00	0.09
30 15 06	2462.2	2.22	2.66	1.69	0.00	0.19
30 15 07	2448.6	2.33	2.75	1.77	0.03	0.00
30 15 08	2452.3	2.45	2.85	1.83	0.12	0.00
30 15 09	2469.3	2.28	2.52	1.85	0.13	0.00
30 15 10	2459.5	2.26	2.60	1.69	0.06	0.00

FSP n m #	min(moy)	méthodes				
		F	B	W	E	E <sub>b</sub>
30 20 01	2799.3	2.10	2.50	1.62	0.00	0.02
30 20 02	2797.6	2.02	2.50	1.74	0.08	0.00
30 20 03	2800.9	2.20	2.41	1.52	0.00	0.04
30 20 04	2803.8	2.20	2.43	1.65	0.00	0.06
30 20 05	2794.4	2.24	2.57	1.71	0.00	0.04
30 20 06	2793.1	2.07	2.56	1.71	0.02	0.00
30 20 07	2785.9	2.04	2.72	1.79	0.00	0.02
30 20 08	2782.8	2.38	2.63	1.66	0.00	0.01
30 20 09	2778.3	2.39	2.27	1.65	0.00	0.08
30 20 10	2765.2	2.30	2.79	1.66	0.00	0.20
30 5 01	1728.3	0.43	0.72	0.46	0.02	0.00
30 5 02	1727.8	0.36	0.52	0.31	0.00	0.04
30 5 03	1724.7	0.74	0.68	0.56	0.03	0.00
30 5 04	1730.2	1.18	1.24	1.35	0.05	0.00
30 5 05	1747.6	1.55	2.14	1.78	0.00	0.12
30 5 06	1718.7	1.01	1.15	1.00	0.00	0.02
30 5 07	1729.5	0.66	0.69	0.70	0.00	0.02
30 5 08	1730.8	0.70	0.91	0.97	0.00	0.03
30 5 09	1703.1	0.49	0.71	0.68	0.00	0.01
30 5 10	1706.6	2.00	2.30	1.74	0.00	0.08
50 10 01	3092.6	1.35	1.72	1.06	0.05	0.00
50 10 02	2950.1	2.68	2.47	2.23	0.07	0.00
50 10 03	2934.9	2.38	2.86	1.42	0.00	0.14
50 10 04	3105.0	1.98	2.61	1.08	0.00	0.04
50 10 05	3059.0	2.92	3.46	1.95	0.17	0.00
50 10 06	3082.2	1.71	2.43	1.73	0.05	0.00
50 10 07	3161.7	3.30	3.97	2.87	0.08	0.00
50 10 08	3079.5	2.05	2.49	1.59	0.00	0.09
50 10 09	2962.0	2.35	2.51	1.91	0.18	0.00
50 10 10	3144.4	2.04	2.71	2.16	0.01	0.00
50 15 01	3452.7	2.30	2.74	1.64	0.00	0.04
50 15 02	3460.2	2.26	2.69	1.59	0.08	0.00
50 15 03	3455.5	2.22	3.03	1.50	0.00	0.08
50 15 04	3463.6	2.45	2.78	1.72	0.03	0.00
50 15 05	3460.2	2.35	2.72	1.55	0.05	0.00
50 15 06	3454.6	2.22	2.79	1.70	0.00	0.04
50 15 07	3455.3	2.30	2.77	1.71	0.00	0.04
50 15 08	3458.7	2.21	2.59	1.39	0.00	0.00
50 15 09	3463.9	2.44	2.78	1.42	0.18	0.00
50 15 10	3458.5	2.20	2.74	1.45	0.07	0.00
50 20 01	3951.8	2.11	2.46	1.56	0.00	0.00
50 20 02	3826.9	2.46	3.16	1.62	0.07	0.00
50 20 03	3764.4	2.61	3.04	1.92	0.00	0.01
50 20 04	3827.7	2.48	2.64	1.57	0.00	0.01
50 20 05	3726.2	2.75	3.38	1.75	0.00	0.11
50 20 06	3798.1	2.46	3.17	1.27	0.00	0.13
50 20 07	3821.3	2.41	3.33	1.90	0.00	0.07
50 20 08	3819.0	2.64	3.35	1.60	0.00	0.04
50 20 09	3858.7	2.36	3.58	1.55	0.00	0.04
50 20 10	3865.9	2.15	2.38	1.55	0.03	0.00
50 5 01	2733.6	0.44	0.63	0.32	0.00	0.06
50 5 02	2848.4	0.79	0.87	0.84	0.06	0.00
50 5 03	2628.6	0.65	0.88	0.47	0.00	0.05
50 5 04	2770.5	0.51	0.68	0.25	0.03	0.00
50 5 05	2866.5	0.46	0.86	1.01	0.00	0.02
50 5 06	2834.9	0.62	1.04	0.51	0.00	0.00
50 5 07	2730.8	1.14	1.40	0.98	0.01	0.00
50 5 08	2704.5	0.38	0.37	0.14	0.02	0.00
50 5 09	2575.0	0.65	1.08	0.49	0.00	0.08
50 5 10	2785.5	0.37	0.40	0.51	0.00	0.01

TABLEAU 4.23 – Écart en % des moyennes de F, B, W, E, E<sub>b</sub> à la meilleure moyenne (paysages FSP).



FSP		méthodes				FSP		méthodes			
n m #	min(moy)	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>	n m #	min(moy)	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
20 10 01	1610.5	1.31	0.66	0.00	0.14	30 20 01	2799.3	1.81	1.44	0.00	0.02
20 10 02	1684.9	1.96	1.35	0.10	0.00	30 20 02	2797.6	2.01	1.50	0.08	0.00
20 10 03	1523.5	1.72	1.18	0.04	0.00	30 20 03	2800.9	1.91	1.35	0.00	0.04
20 10 04	1397.2	2.24	1.45	0.01	0.00	30 20 04	2803.8	2.01	1.49	0.00	0.06
20 10 05	1442.4	1.99	1.47	0.00	0.08	30 20 05	2794.4	1.76	1.45	0.00	0.04
20 10 06	1420.8	1.89	0.84	0.00	0.09	30 20 06	2793.1	1.91	1.41	0.02	0.00
20 10 07	1506.0	1.65	0.70	0.00	0.15	30 20 07	2785.9	1.74	1.68	0.00	0.02
20 10 08	1564.1	2.57	1.81	0.27	0.00	30 20 08	2782.8	1.99	1.88	0.00	0.01
20 10 09	1626.7	0.94	0.96	0.12	0.00	30 20 09	2778.3	2.00	1.43	0.00	0.08
20 10 10	1619.8	1.70	1.24	0.00	0.21	30 20 10	2765.2	2.31	1.95	0.00	0.20
20 15 01	1932.8	1.60	1.28	0.08	0.00	30 5 01	1728.3	0.50	0.11	0.02	0.00
20 15 02	1921.2	1.22	0.89	0.00	0.02	30 5 02	1727.8	0.28	0.08	0.00	0.04
20 15 03	1918.5	1.76	1.15	0.00	0.23	30 5 03	1724.7	0.66	0.25	0.03	0.00
20 15 04	1899.6	1.65	1.09	0.00	0.02	30 5 04	1730.2	1.14	0.63	0.05	0.00
20 15 05	1881.6	1.48	0.81	0.02	0.00	30 5 05	1747.6	1.35	1.11	0.00	0.12
20 15 06	1863.5	1.92	1.30	0.18	0.00	30 5 06	1718.7	0.93	0.70	0.00	0.02
20 15 07	1861.5	1.74	1.39	0.00	0.08	30 5 07	1729.5	0.72	0.46	0.00	0.02
20 15 08	1875.5	1.69	1.06	0.03	0.00	30 5 08	1730.8	0.64	0.34	0.00	0.03
20 15 09	1880.2	1.71	1.13	0.03	0.00	30 5 09	1703.1	0.51	0.23	0.00	0.01
20 15 10	1898.2	1.44	0.79	0.06	0.00	30 5 10	1706.6	1.63	1.34	0.00	0.08
20 20 01	2334.0	1.37	1.24	0.08	0.00	50 10 01	3092.6	1.32	1.06	0.05	0.00
20 20 02	2126.8	1.33	1.07	0.00	0.08	50 10 02	2950.1	2.26	1.83	0.07	0.00
20 20 03	2357.7	1.55	0.78	0.10	0.00	50 10 03	2934.9	2.28	1.34	0.00	0.14
20 20 04	2246.7	1.34	1.06	0.00	0.08	50 10 04	3105.0	1.85	1.27	0.00	0.04
20 20 05	2318.2	1.61	1.05	0.00	0.00	50 10 05	3059.0	2.72	1.92	0.17	0.00
20 20 06	2251.3	1.59	1.10	0.00	0.07	50 10 06	3082.2	1.92	1.64	0.05	0.00
20 20 07	2301.4	1.79	1.06	0.09	0.00	50 10 07	3161.7	3.20	2.36	0.08	0.00
20 20 08	2226.7	1.50	1.15	0.07	0.00	50 10 08	3079.5	1.77	1.50	0.00	0.09
20 20 09	2260.9	1.86	1.26	0.02	0.00	50 10 09	2962.0	2.11	1.91	0.18	0.00
20 20 10	2206.9	1.86	1.24	0.09	0.00	50 10 10	3144.4	2.10	1.57	0.01	0.00
20 5 01	1294.8	0.55	0.22	0.00	0.00	50 15 01	3452.7	2.05	1.60	0.00	0.04
20 5 02	1366.7	0.60	0.38	0.00	0.00	50 15 02	3460.2	2.15	1.70	0.08	0.00
20 5 03	1101.1	1.98	1.14	0.00	0.34	50 15 03	3455.5	2.05	1.42	0.00	0.08
20 5 04	1307.8	1.26	0.74	0.01	0.00	50 15 04	3463.6	2.01	1.57	0.03	0.00
20 5 05	1249.5	1.40	0.56	0.00	0.05	50 15 05	3460.2	2.01	1.51	0.05	0.00
20 5 06	1209.1	1.08	0.40	0.08	0.00	50 15 06	3454.6	2.17	1.79	0.00	0.04
20 5 07	1252.4	0.43	0.04	0.00	0.02	50 15 07	3455.3	2.07	1.68	0.00	0.04
20 5 08	1217.7	1.81	0.75	0.06	0.00	50 15 08	3458.7	1.88	1.66	0.00	0.00
20 5 09	1254.8	1.13	0.63	0.01	0.00	50 15 09	3463.9	2.10	1.57	0.18	0.00
20 5 10	1120.0	1.58	0.77	0.00	0.15	50 15 10	3458.5	2.15	1.54	0.07	0.00
30 10 01	2035.1	1.72	0.99	0.00	0.10	50 20 01	3951.8	1.97	1.41	0.00	0.00
30 10 02	2054.7	1.91	1.36	0.00	0.07	50 20 02	3826.9	2.23	2.01	0.07	0.00
30 10 03	2027.3	1.70	1.12	0.00	0.03	50 20 03	3764.4	2.29	1.63	0.00	0.01
30 10 04	2031.5	1.67	1.19	0.03	0.00	50 20 04	3827.7	1.99	1.68	0.00	0.01
30 10 05	2054.6	1.85	1.33	0.00	0.07	50 20 05	3726.2	2.47	2.07	0.00	0.11
30 10 06	2078.7	1.72	1.20	0.04	0.00	50 20 06	3798.1	2.17	1.90	0.00	0.13
30 10 07	2078.0	1.67	1.00	0.00	0.09	50 20 07	3821.3	2.13	2.14	0.00	0.07
30 10 08	2067.5	2.06	1.30	0.21	0.00	50 20 08	3819.0	2.27	2.06	0.00	0.04
30 10 09	2045.7	1.48	0.83	0.00	0.12	50 20 09	3858.7	2.15	2.36	0.00	0.04
30 10 10	2032.1	2.05	1.29	0.04	0.00	50 20 10	3865.9	1.97	1.57	0.03	0.00
30 15 01	2453.8	1.63	1.35	0.01	0.00	50 5 01	2733.6	0.36	0.14	0.00	0.06
30 15 02	2472.1	1.63	1.26	0.00	0.00	50 5 02	2848.4	0.79	0.65	0.06	0.00
30 15 03	2472.5	1.83	1.49	0.01	0.00	50 5 03	2628.6	0.63	0.16	0.00	0.05
30 15 04	2442.8	2.31	1.99	0.00	0.14	50 5 04	2770.5	0.41	0.25	0.03	0.00
30 15 05	2448.1	2.08	2.04	0.00	0.09	50 5 05	2866.5	0.57	0.06	0.00	0.02
30 15 06	2462.2	1.87	1.65	0.00	0.19	50 5 06	2834.9	0.64	0.20	0.00	0.00
30 15 07	2448.6	2.15	1.42	0.03	0.00	50 5 07	2730.8	1.02	0.38	0.01	0.00
30 15 08	2452.3	2.23	1.59	0.12	0.00	50 5 08	2704.5	0.14	0.07	0.02	0.00
30 15 09	2469.3	1.84	1.43	0.13	0.00	50 5 09	2575.0	0.59	0.47	0.00	0.08
30 15 10	2459.5	1.72	1.46	0.06	0.00	50 5 10	2785.5	0.41	0.08	0.00	0.01

TABLEAU 4.25 – Meilleure moyenne et écart à cette moyenne (en %) de F<sub>e</sub>, B<sub>e</sub>, E et E<sub>b</sub> (paysages FSP).

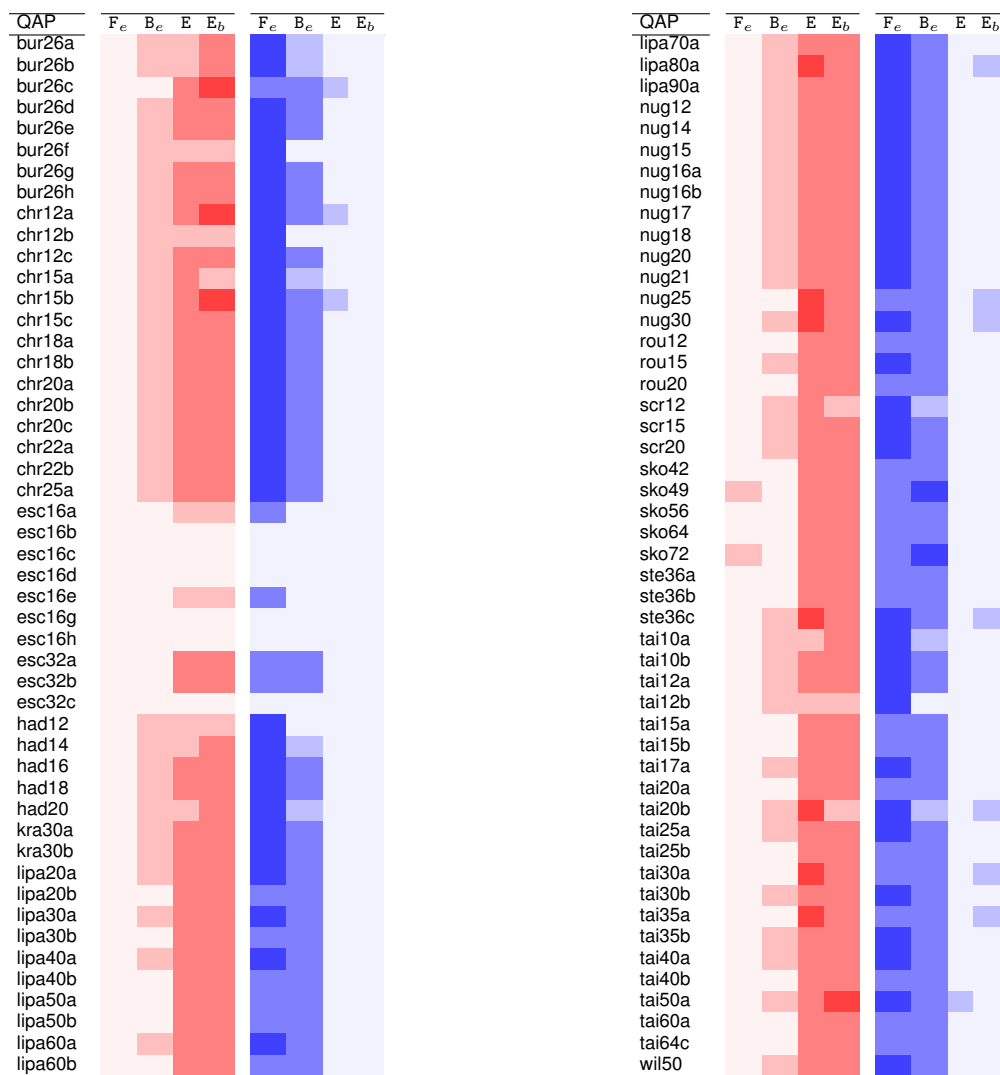


TABLEAU 4.26 – Dominances statistiques entre  $F_e$ ,  $B_e$ , E et  $E_b$  (paysages QAP).

QAP	min(moy).	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>	QAP	min(moy).	F <sub>e</sub>	B <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
bur26a	5438449.5	0.15	0.04	0.02	0.00	lipa70a	171063.7	0.18	0.17	0.00	0.00
bur26b	3828953.8	0.09	0.03	0.01	0.00	lipa80a	254907.6	0.17	0.15	0.00	0.00
bur26c	5432400.3	0.38	0.27	0.01	0.00	lipa90a	362869.0	0.15	0.14	0.00	0.00
bur26d	3828843.2	0.38	0.17	0.07	0.00	nug12	596.2	2.58	1.24	0.03	0.00
bur26e	5394795.2	0.31	0.12	0.00	0.00	nug14	1043.2	2.45	1.70	0.07	0.00
bur26f	3792380.6	0.17	0.06	0.01	0.00	nug15	1174.7	2.40	1.15	0.00	0.06
bur26g	10128074.2	0.33	0.20	0.05	0.00	nug16a	1642.5	2.66	1.99	0.00	0.17
bur26h	7111908.3	0.41	0.21	0.01	0.00	nug16b	1266.8	3.44	2.74	0.11	0.00
chr12a	11776.0	24.66	10.79	2.60	0.00	nug17	1764.8	2.86	1.60	0.01	0.00
chr12b	12379.4	30.33	8.58	0.00	0.20	nug18	1975.5	2.05	1.59	0.05	0.00
chr12c	13447.1	14.85	9.47	0.00	1.50	nug20	2625.8	1.86	1.39	0.05	0.00
chr15a	13082.6	18.96	5.56	2.23	0.00	nug21	2478.7	2.92	2.03	0.10	0.00
chr15b	10895.7	22.78	12.18	4.31	0.00	nug25	3790.8	2.58	2.02	0.00	0.26
chr15c	13534.6	20.18	6.40	1.57	0.00	nug30	6237.6	2.25	1.76	0.00	0.14
chr18a	15284.2	24.16	12.49	0.00	0.76	rou12	243273.8	2.20	1.50	0.00	0.05
chr18b	1652.4	8.45	4.31	1.01	0.00	rou15	368810.3	3.00	1.98	0.02	0.00
chr20a	2845.1	17.58	9.39	0.00	0.01	rou20	742845.4	2.33	2.12	0.05	0.00
chr20b	2900.8	14.48	7.46	0.64	0.00	scr12	32831.4	2.61	1.07	0.00	0.29
chr20c	19834.1	29.55	19.47	0.00	1.05	scr15	54516.4	3.91	2.66	0.00	0.02
chr22a	6664.7	5.87	3.78	0.45	0.00	scr20	114971.2	5.67	2.68	0.00	0.09
chr22b	6736.3	5.25	3.57	0.00	0.17	sko42	16053.4	1.71	1.68	0.06	0.00
chr25a	5155.4	17.85	12.40	0.00	0.95	sko49	23734.8	1.20	1.39	0.00	0.01
esc16a	68.3	3.31	2.11	0.35	0.00	sko56	34908.0	1.48	1.51	0.00	0.01
esc16b	292.0	0.01	0.00	0.00	0.00	sko64	49071.2	1.27	1.24	0.00	0.06
esc16c	160.2	1.59	0.54	0.11	0.00	sko72	67070.5	1.22	1.35	0.00	0.07
esc16d	16.5	5.82	4.48	0.36	0.00	ste36a	10057.2	5.55	4.94	0.44	0.00
esc16e	29.0	6.34	3.10	0.00	0.14	ste36b	17425.9	11.01	8.17	0.00	0.25
esc16g	26.7	7.72	2.02	0.15	0.00	ste36c	8600656.0	4.03	3.40	0.00	0.25
esc16h	996.0	0.00	0.00	0.00	0.00	tai10a	139781.0	3.11	0.82	0.07	0.00
esc32a	147.5	9.48	6.89	0.00	0.20	tai10b	1207944.0	9.28	3.22	0.00	0.40
esc32b	192.7	12.23	10.90	0.00	0.62	tai12a	236546.7	3.38	1.94	0.00	0.04
esc32c	642.0	0.35	0.31	0.00	0.00	tai12b	42566815.7	4.87	0.00	1.07	0.86
had12	1666.8	0.56	0.16	0.00	0.05	tai15a	398775.0	2.06	1.60	0.00	0.05
had14	2732.1	0.79	0.23	0.11	0.00	tai15b	51921067.3	0.20	0.16	0.00	0.01
had16	3728.8	0.86	0.36	0.00	0.00	tai17a	509059.2	2.11	1.55	0.00	0.06
had18	5385.0	0.67	0.38	0.03	0.00	tai20a	727302.5	2.44	2.43	0.00	0.04
had20	6972.2	0.51	0.20	0.17	0.00	tai20b	130642279.9	6.45	2.12	0.00	1.63
kra30a	92982.6	2.79	2.36	0.00	0.18	tai25a	1204783.2	2.36	1.85	0.00	0.10
kra30b	94283.9	2.33	1.88	0.09	0.00	tai25b	369006864.4	6.54	5.09	1.34	0.00
lipa20a	3760.3	0.71	0.59	0.00	0.16	tai30a	1869663.6	2.09	1.83	0.00	0.16
lipa20b	28884.3	7.13	7.42	0.13	0.00	tai30b	673137923.8	5.97	2.85	0.00	0.55
lipa30a	13388.3	0.43	0.33	0.03	0.00	tai35a	2492151.8	1.95	1.86	0.00	0.21
lipa30b	166776.7	5.88	5.60	0.00	0.10	tai35b	297003855.8	3.05	1.53	0.00	0.27
lipa40a	31929.2	0.27	0.24	0.00	0.00	tai40a	3228550.1	1.98	1.86	0.00	0.03
lipa40b	516813.5	9.02	9.44	0.00	1.52	tai40b	673088383.1	3.80	3.19	0.06	0.00
lipa50a	62739.0	0.24	0.23	0.00	0.00	tai50a	5086773.6	1.89	1.65	0.10	0.00
lipa50b	1345955.6	6.50	6.32	0.00	0.14	tai60a	7409504.4	1.60	1.70	0.00	0.02
lipa60a	108172.8	0.21	0.19	0.00	0.01	tai64c	1858164.1	0.33	0.19	0.02	0.00
lipa60b	2949210.8	2.49	2.47	0.00	0.18	wil50	49119.0	0.94	0.80	0.00	0.04

TABLEAU 4.27 – Meilleure moyenne et écart de F<sub>e</sub>, B<sub>e</sub>, E et E<sub>b</sub> à cette moyenne (paysages QAP).



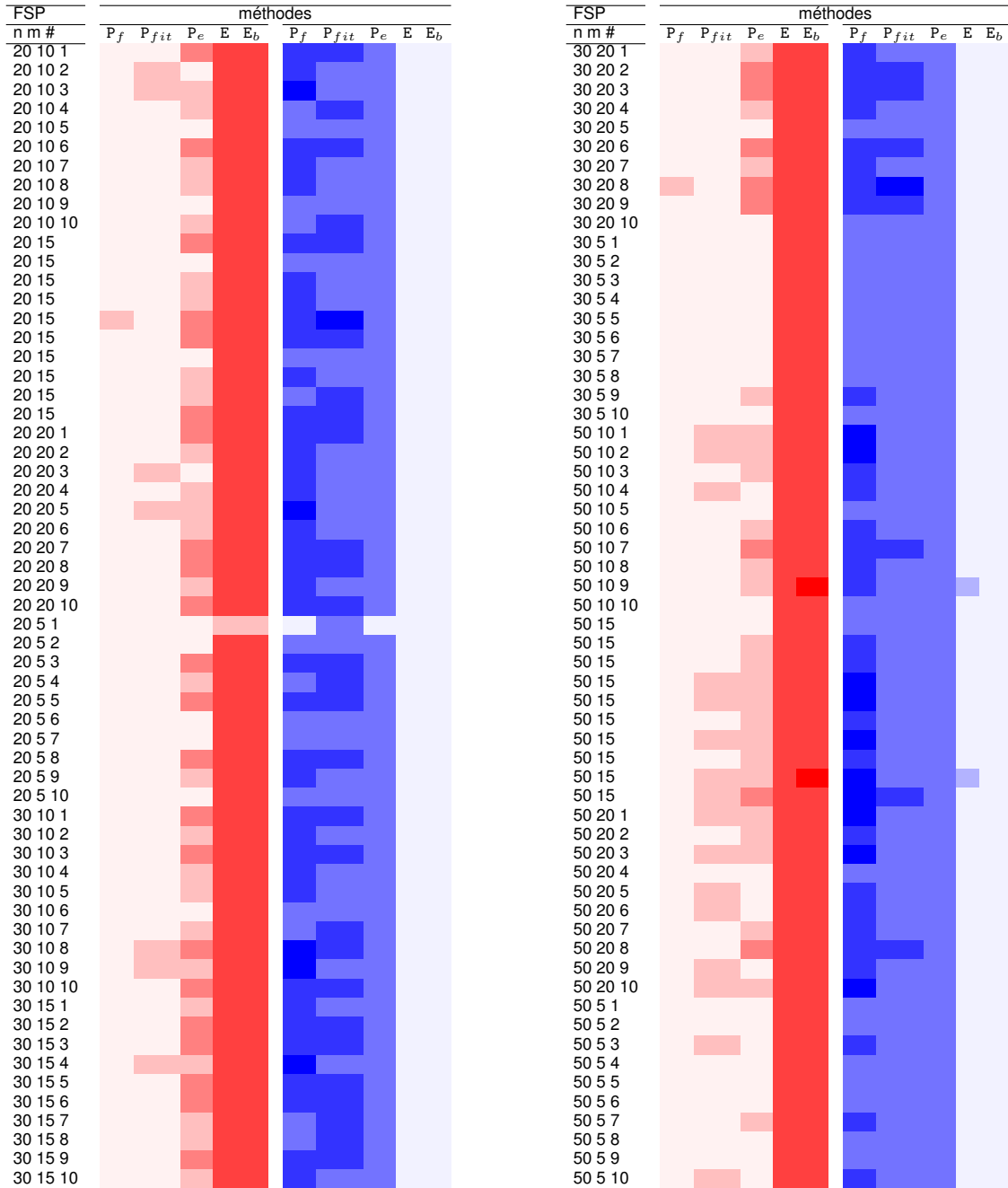


TABLEAU 4.28 – Dominances statistiques entre les méthodes multiobjectivisées et celles basées sur l'expansion sur les paysages FSP.

FSP		méthodes				
n m #	min(moy)	$P_f$	$P_{fit}$	$P_e$	E	$E_b$
20 10 01	1610.5	3.82	4.09	3.12	0.00	0.14
20 10 02	1684.9	4.40	4.71	4.55	0.10	0.00
20 10 03	1523.5	4.15	4.33	3.24	0.04	0.00
20 10 04	1397.2	5.71	6.99	5.32	0.01	0.00
20 10 05	1442.4	7.15	8.33	6.40	0.00	0.08
20 10 06	1420.8	3.96	4.82	3.22	0.00	0.09
20 10 07	1506.0	5.15	6.57	4.28	0.00	0.15
20 10 08	1564.1	5.25	5.65	4.76	0.27	0.00
20 10 09	1626.7	3.12	4.15	3.35	0.12	0.00
20 10 10	1619.8	4.56	5.31	3.99	0.00	0.21
20 15 01	1932.8	3.10	3.58	2.83	0.08	0.00
20 15 02	1921.2	2.88	3.47	2.87	0.00	0.02
20 15 03	1918.5	3.31	3.86	3.17	0.00	0.23
20 15 04	1899.6	3.31	4.30	3.28	0.00	0.02
20 15 05	1881.6	3.84	4.79	3.28	0.02	0.00
20 15 06	1863.5	4.63	5.70	4.00	0.18	0.00
20 15 07	1861.5	4.41	5.48	4.06	0.00	0.08
20 15 08	1875.5	3.92	4.95	4.01	0.03	0.00
20 15 09	1880.2	3.91	5.07	3.77	0.03	0.00
20 15 10	1898.2	3.58	4.98	3.76	0.06	0.00
20 20 01	2334.0	2.79	3.39	2.12	0.08	0.00
20 20 02	2126.8	3.78	4.23	2.88	0.00	0.08
20 20 03	2357.7	2.83	3.21	2.86	0.10	0.00
20 20 04	2246.7	3.66	4.77	3.41	0.00	0.08
20 20 05	2318.2	3.20	3.61	2.94	0.00	0.00
20 20 06	2251.3	4.05	5.26	3.97	0.00	0.07
20 20 07	2301.4	3.65	4.30	3.89	0.09	0.00
20 20 08	2226.7	3.02	3.89	2.74	0.07	0.00
20 20 09	2260.9	4.61	5.32	4.36	0.02	0.00
20 20 10	2206.9	4.46	4.89	3.96	0.09	0.00
20 5 01	1294.8	1.21	1.40	0.96	0.00	0.00
20 5 02	1366.7	2.56	3.54	2.99	0.00	0.00
20 5 03	1101.1	7.64	9.46	6.11	0.00	0.34
20 5 04	1307.8	6.00	7.31	5.47	0.01	0.00
20 5 05	1249.5	1.83	2.77	1.62	0.00	0.05
20 5 06	1209.1	3.46	4.56	3.31	0.08	0.00
20 5 07	1252.4	3.43	4.17	2.61	0.00	0.02
20 5 08	1217.7	5.28	6.07	4.39	0.06	0.00
20 5 09	1254.8	5.79	6.40	5.26	0.01	0.00
20 5 10	1120.0	4.25	5.60	3.52	0.00	0.15
30 10 01	2035.1	3.83	4.85	2.88	0.00	0.10
30 10 02	2054.7	4.15	5.22	3.44	0.00	0.07
30 10 03	2027.3	3.81	4.87	2.95	0.00	0.03
30 10 04	2031.5	4.19	5.13	3.31	0.03	0.00
30 10 05	2054.6	4.45	5.51	3.45	0.00	0.07
30 10 06	2078.7	4.39	5.24	3.90	0.04	0.00
30 10 07	2078.0	4.55	5.04	3.85	0.00	0.09
30 10 08	2067.5	4.59	5.20	3.90	0.21	0.00
30 10 09	2045.7	4.00	5.10	3.43	0.00	0.12
30 10 10	2032.1	4.36	5.52	3.85	0.04	0.00
30 15 01	2453.8	4.83	5.63	3.88	0.01	0.00
30 15 02	2472.1	3.97	5.27	3.54	0.00	0.00
30 15 03	2472.5	4.50	5.26	3.72	0.01	0.00
30 15 04	2442.8	5.48	5.99	4.86	0.00	0.14
30 15 05	2448.1	5.34	6.25	4.60	0.00	0.09
30 15 06	2462.2	4.96	5.54	4.26	0.00	0.19
30 15 07	2448.6	4.78	5.68	4.43	0.03	0.00
30 15 08	2452.3	4.82	6.19	4.85	0.12	0.00
30 15 09	2469.3	4.80	5.30	4.05	0.13	0.00
30 15 10	2459.5	4.36	5.58	4.07	0.06	0.00

FSP		méthodes				
n m #	min(moy)	$P_f$	$P_{fit}$	$P_e$	E	$E_b$
30 20 01	2799.3	4.08	4.73	3.43	0.00	0.02
30 20 02	2797.6	3.98	5.22	3.53	0.08	0.00
30 20 03	2800.9	4.07	4.63	3.19	0.00	0.04
30 20 04	2803.8	4.19	4.84	3.55	0.00	0.06
30 20 05	2794.4	3.97	4.72	3.63	0.00	0.04
30 20 06	2793.1	4.12	5.09	3.35	0.02	0.00
30 20 07	2785.9	4.50	5.44	3.80	0.00	0.02
30 20 08	2782.8	4.26	5.12	4.00	0.00	0.01
30 20 09	2778.3	4.45	5.20	4.25	0.00	0.08
30 20 10	2765.2	4.47	5.75	4.52	0.00	0.20
30 5 01	1728.3	2.41	2.76	1.74	0.02	0.00
30 5 02	1727.8	2.40	2.77	1.79	0.00	0.04
30 5 03	1724.7	2.62	3.53	2.40	0.03	0.00
30 5 04	1730.2	2.75	3.52	2.48	0.05	0.00
30 5 05	1747.6	3.11	3.74	3.10	0.00	0.12
30 5 06	1718.7	2.88	3.75	2.50	0.00	0.02
30 5 07	1729.5	2.62	2.91	2.16	0.00	0.02
30 5 08	1730.8	2.86	3.52	2.41	0.00	0.03
30 5 09	1703.1	3.36	4.03	2.78	0.00	0.01
30 5 10	1706.6	4.12	4.68	3.70	0.00	0.08
50 10 01	3092.6	3.14	3.90	2.22	0.05	0.00
50 10 02	2950.1	4.79	5.77	4.07	0.07	0.00
50 10 03	2934.9	5.55	6.92	4.50	0.00	0.14
50 10 04	3105.0	5.28	6.05	4.84	0.00	0.04
50 10 05	3059.0	5.26	6.28	4.74	0.17	0.00
50 10 06	3082.2	3.02	3.74	2.86	0.05	0.00
50 10 07	3161.7	3.92	4.30	3.43	0.08	0.00
50 10 08	3079.5	4.03	5.14	3.39	0.00	0.09
50 10 09	2962.0	4.37	4.79	3.47	0.18	0.00
50 10 10	3144.4	3.65	4.53	3.09	0.01	0.00
50 15 01	3452.7	4.60	5.69	3.77	0.00	0.04
50 15 02	3460.2	4.95	5.64	3.94	0.08	0.00
50 15 03	3455.5	4.54	5.51	3.58	0.00	0.08
50 15 04	3463.6	4.49	5.40	3.73	0.03	0.00
50 15 05	3460.2	4.72	5.72	3.33	0.05	0.00
50 15 06	3454.6	4.72	5.64	4.00	0.00	0.04
50 15 07	3455.3	4.62	5.97	3.54	0.00	0.04
50 15 08	3458.7	4.19	5.27	3.50	0.00	0.00
50 15 09	3463.9	4.52	5.29	3.49	0.18	0.00
50 15 10	3458.5	4.55	5.22	3.44	0.07	0.00
50 20 01	3951.8	4.12	4.75	3.24	0.00	0.00
50 20 02	3826.9	4.89	5.69	4.18	0.07	0.00
50 20 03	3764.4	5.26	6.08	4.74	0.00	0.01
50 20 04	3827.7	4.32	5.50	3.74	0.00	0.01
50 20 05	3726.2	6.28	7.22	4.93	0.00	0.11
50 20 06	3798.1	4.52	5.46	3.89	0.00	0.13
50 20 07	3821.3	4.40	4.79	3.59	0.00	0.07
50 20 08	3819.0	4.70	5.83	3.95	0.00	0.04
50 20 09	3858.7	3.75	4.53	3.03	0.00	0.04
50 20 10	3865.9	4.14	4.64	3.56	0.03	0.00
50 5 01	2733.6	0.78	0.90	0.91	0.00	0.06
50 5 02	2848.4	3.78	3.95	2.83	0.06	0.00
50 5 03	2628.6	2.18	2.53	1.79	0.00	0.05
50 5 04	2770.5	3.35	3.96	3.03	0.03	0.00
50 5 05	2866.5	1.93	2.20	1.83	0.00	0.02
50 5 06	2834.9	1.83	2.33	1.78	0.00	0.00
50 5 07	2730.8	2.70	3.50	2.17	0.01	0.00
50 5 08	2704.5	1.35	2.17	1.01	0.02	0.00
50 5 09	2575.0	1.79	2.24	1.51	0.00	0.08
50 5 10	2785.5	2.12	2.43	1.62	0.00	0.01

TABLEAU 4.29 – Meilleure moyenne et écarts à cette moyenne (en %) pour les méthodes multiobjectifisées ( $P_e$ ,  $P_{fit}$ ,  $P_f$ ) et les méthodes basées sur l'expansion (paysages FSP).

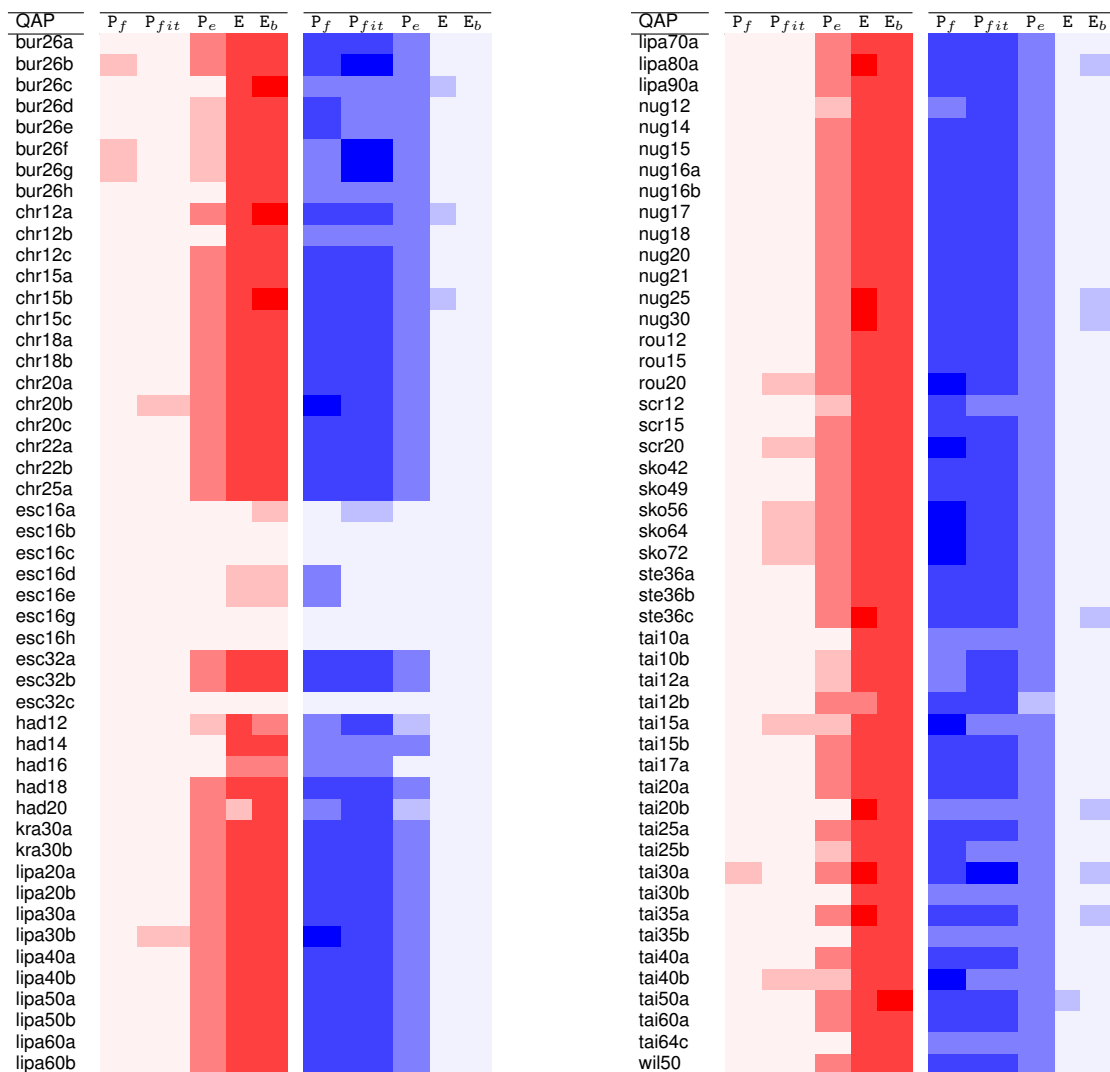


TABLEAU 4.30 – Dominances statistiques entre méthodes multiobjectivisées et descentes de type ME (paysages QAP).

QAP	min(moy)	P <sub>f</sub>	P <sub>fit</sub>	P <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
bur26a	5438449.5	0.11	0.11	0.05	0.02	0.00
bur26b	3828953.8	0.15	0.20	0.09	0.01	0.00
bur26c	5432400.3	0.30	0.35	0.31	0.01	0.00
bur26d	3828843.2	0.43	0.32	0.18	0.07	0.00
bur26e	5394795.2	0.27	0.26	0.20	0.00	0.00
bur26f	3792380.6	0.19	0.33	0.15	0.01	0.00
bur26g	10128074.2	0.22	0.36	0.26	0.05	0.00
bur26h	7111908.3	0.37	0.33	0.30	0.01	0.00
chr12a	11776.0	27.56	27.08	11.44	2.60	0.00
chr12b	12379.4	28.56	28.76	19.24	0.00	0.20
chr12c	13447.1	18.53	16.73	8.44	0.00	1.50
chr15a	13082.6	18.81	14.82	10.13	2.23	0.00
chr15b	10895.7	21.29	22.08	13.80	4.31	0.00
chr15c	13534.6	18.22	17.80	11.32	1.57	0.00
chr18a	15284.2	27.47	29.40	11.82	0.00	0.76
chr18b	1652.4	9.49	9.14	5.75	1.01	0.00
chr20a	2845.1	16.15	15.49	10.62	0.00	0.01
chr20b	2900.8	16.08	13.36	7.79	0.64	0.00
chr20c	19834.1	31.47	36.15	15.21	0.00	1.05
chr22a	6664.7	5.43	5.99	3.13	0.45	0.00
chr22b	6736.3	5.51	5.85	3.51	0.00	0.17
chr25a	5155.4	19.17	18.66	11.57	0.00	0.95
esc16a	68.3	3.28	2.96	1.41	0.35	0.00
esc16b	292.0	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00
esc16c	160.2	1.75	1.46	1.26	0.11	0.00
esc16d	16.5	9.45	7.03	6.42	0.36	0.00
esc16e	29.0	5.65	4.96	2.89	0.00	0.14
esc16g	26.7	6.97	4.34	3.45	0.15	0.00
esc16h	996.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
esc32a	147.5	8.52	9.02	4.92	0.00	0.20
esc32b	192.7	11.31	11.15	7.06	0.00	0.62
esc32c	642.0	0.81	0.43	0.28	0.00	0.00
had12	1666.8	0.44	0.63	0.23	0.00	0.05
had14	2732.1	0.61	0.67	0.36	0.11	0.00
had16	3728.8	0.70	0.74	0.37	0.00	0.00
had18	5385.0	0.67	0.85	0.31	0.03	0.00
had20	6972.2	0.53	0.65	0.21	0.17	0.00
kra30a	92982.6	2.67	2.82	1.76	0.00	0.18
kra30b	94283.9	2.30	2.28	1.18	0.09	0.00
lipa20a	3760.3	0.72	0.74	0.60	0.00	0.16
lipa20b	28884.3	8.15	7.71	6.17	0.13	0.00
lipa30a	13388.3	0.43	0.41	0.31	0.03	0.00
lipa30b	166776.7	5.97	5.80	4.55	0.00	0.10
lipa40a	31929.2	0.28	0.28	0.17	0.00	0.00
lipa40b	516813.5	9.36	9.45	8.08	0.00	1.52
lipa50a	62739.0	0.26	0.26	0.18	0.00	0.00
lipa50b	1345955.6	6.44	6.39	5.64	0.00	0.14
lipa60a	108172.8	0.21	0.20	0.15	0.00	0.01
lipa60b	2949210.8	2.51	2.49	2.19	0.00	0.18

QAP	min(moy)	P <sub>f</sub>	P <sub>fit</sub>	P <sub>e</sub>	E	E <sub>b</sub>
lipa70a	171063.7	0.18	0.19	0.13	0.00	0.00
lipa80a	254907.6	0.17	0.16	0.13	0.00	0.00
lipa90a	362869.0	0.15	0.15	0.11	0.00	0.00
nug12	596.2	2.46	2.54	1.69	0.03	0.00
nug14	1043.2	2.09	2.05	0.98	0.07	0.00
nug15	1174.7	2.20	2.31	1.33	0.00	0.06
nug16a	1642.5	2.92	2.67	1.73	0.00	0.17
nug16b	1266.8	3.23	3.42	2.25	0.11	0.00
nug17	1764.8	2.68	2.40	1.33	0.01	0.00
nug18	1975.5	1.97	2.10	1.19	0.05	0.00
nug20	2625.8	2.02	1.84	0.96	0.05	0.00
nug21	2478.7	2.47	2.68	1.62	0.10	0.00
nug25	3790.8	2.25	2.41	1.40	0.00	0.26
nug30	6237.6	2.10	1.94	1.25	0.00	0.14
rou12	243273.8	2.59	2.81	1.72	0.00	0.05
rou15	368810.3	2.91	3.12	2.00	0.02	0.00
rou20	742845.4	2.65	2.28	1.62	0.05	0.00
scr12	32831.4	3.76	2.78	2.56	0.00	0.29
scr15	54516.4	4.43	4.08	2.20	0.00	0.02
scr20	114971.2	5.94	5.22	2.72	0.00	0.09
sko42	16053.4	1.76	1.58	1.02	0.06	0.00
sko49	23734.8	1.31	1.22	0.67	0.00	0.01
sko56	34908.0	1.39	1.21	0.80	0.00	0.01
sko64	49071.2	1.28	1.00	0.73	0.00	0.06
sko72	67070.5	1.23	1.03	0.69	0.00	0.07
ste36a	10057.2	5.47	4.53	2.97	0.44	0.00
ste36b	17425.9	9.18	9.59	4.95	0.00	0.25
ste36c	8600656.0	4.12	3.71	2.17	0.00	0.25
tai10a	139781.0	3.05	2.98	2.06	0.07	0.00
tai10b	1207944.0	8.36	10.31	5.54	0.00	0.40
tai12a	236546.7	2.89	3.43	1.95	0.00	0.04
tai12b	42931801.6	3.07	3.48	1.05	0.21	0.00
tai15a	398775.0	2.09	1.76	1.22	0.00	0.05
tai15b	51921067.3	0.24	0.22	0.15	0.00	0.01
tai17a	509059.2	2.14	2.42	1.34	0.00	0.06
tai20a	727302.5	2.52	2.55	1.77	0.00	0.04
tai20b	130642279.9	7.88	7.77	7.26	0.00	1.63
tai25a	1204783.2	2.42	2.16	1.52	0.00	0.10
tai25b	369006864.4	9.18	6.54	5.46	1.34	0.00
tai30a	1869663.6	1.85	2.17	1.43	0.00	0.16
tai30b	673137923.8	6.77	4.90	5.14	0.00	0.55
tai35a	2492151.8	1.92	2.03	1.50	0.00	0.21
tai35b	297003855.8	3.07	2.78	2.87	0.00	0.27
tai40a	3228550.1	1.90	1.97	1.35	0.00	0.03
tai40b	673088383.1	4.53	3.06	3.30	0.06	0.00
tai50a	5086773.6	1.80	1.75	1.20	0.10	0.00
tai60a	7409504.4	1.70	1.75	1.18	0.00	0.02
tai64c	1858164.1	0.36	0.32	0.27	0.02	0.00
wil50	49119.0	0.93	0.86	0.50	0.00	0.04

TABLEAU 4.31 – Meilleure moyenne et écart à cette moyenne des descentes multiobjectivisées et basées sur l'expansion (paysages QAP).

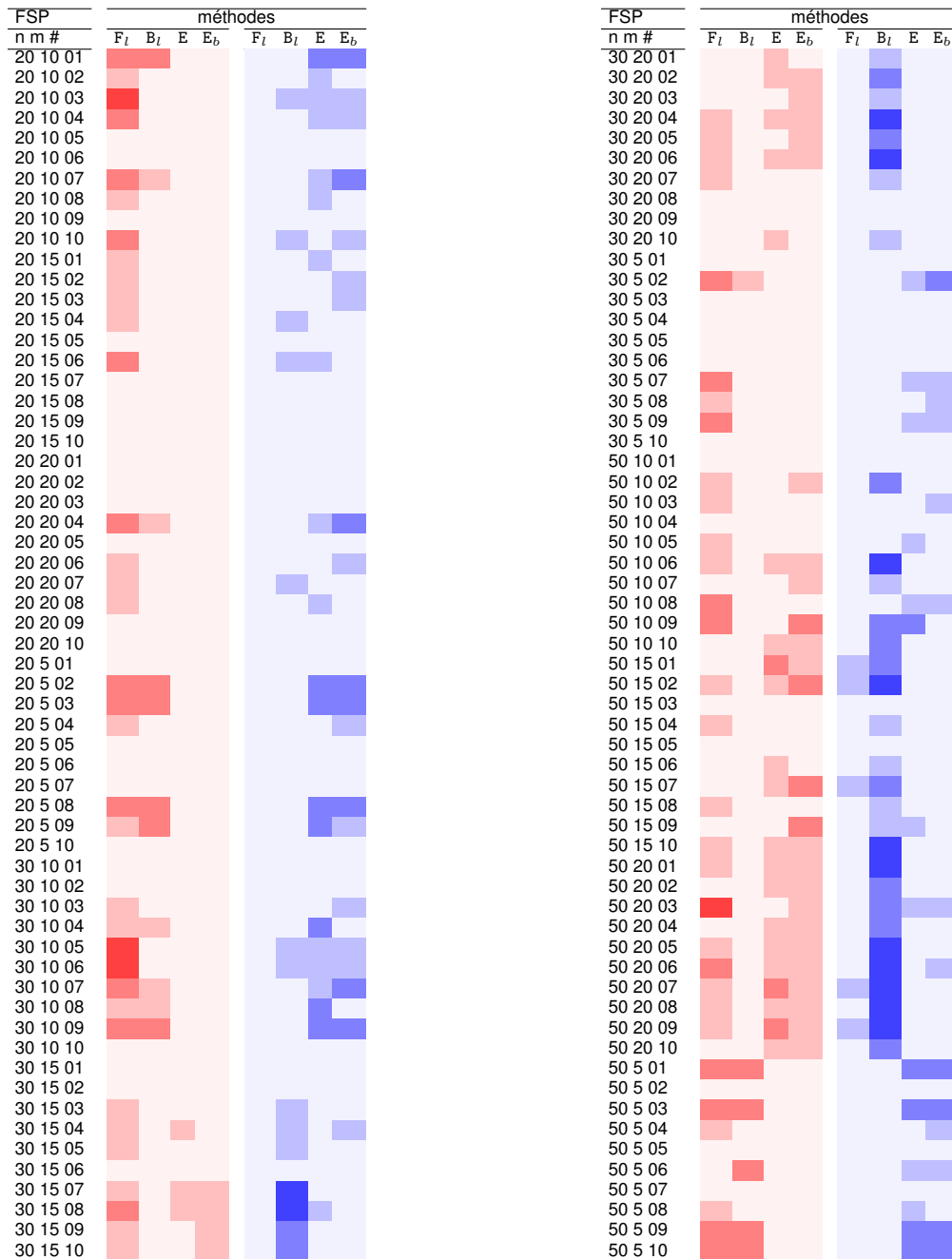


TABLEAU 4.32 – Dominances statistiques entre les descentes à voisinages larges et celles basées sur l'expansion sur (paysages FSP).

FSP		méthodes				FSP		méthodes			
n m #	min(moy)	F <sub>l</sub>	B <sub>l</sub>	E	E <sub>b</sub>	n m #	min(moy)	F <sub>l</sub>	B <sub>l</sub>	E	E <sub>b</sub>
20 10 01	1601.2	0.00	0.11	0.58	0.72	30 20 01	2797.8	0.00	0.26	0.06	0.07
20 10 02	1682.2	0.00	0.24	0.26	0.16	30 20 02	2797.6	0.11	0.29	0.08	0.00
20 10 03	1519.8	0.00	0.18	0.29	0.24	30 20 03	2799.9	0.00	0.24	0.04	0.07
20 10 04	1394.8	0.00	0.12	0.18	0.17	30 20 04	2803.8	0.04	0.32	0.00	0.06
20 10 05	1441.1	0.05	0.00	0.09	0.17	30 20 05	2794.4	0.05	0.26	0.00	0.04
20 10 06	1418.9	0.00	0.07	0.13	0.23	30 20 06	2793.1	0.14	0.35	0.02	0.00
20 10 07	1501.9	0.00	0.07	0.28	0.43	30 20 07	2784.8	0.00	0.29	0.04	0.06
20 10 08	1563.6	0.00	0.03	0.30	0.03	30 20 08	2782.8	0.07	0.26	0.00	0.01
20 10 09	1623.5	0.00	0.29	0.32	0.20	30 20 09	2778.1	0.00	0.04	0.01	0.09
20 10 10	1617.0	0.00	0.26	0.18	0.38	30 20 10	2765.2	0.21	0.46	0.00	0.20
20 15 01	1924.3	0.00	0.42	0.52	0.44	30 5 01	1726.1	0.02	0.00	0.15	0.13
20 15 02	1916.4	0.00	0.17	0.25	0.26	30 5 02	1721.1	0.00	0.03	0.39	0.43
20 15 03	1916.9	0.00	0.08	0.08	0.31	30 5 03	1722.5	0.00	0.06	0.16	0.13
20 15 04	1895.9	0.00	0.31	0.19	0.22	30 5 04	1725.9	0.00	0.19	0.30	0.25
20 15 05	1878.9	0.00	0.08	0.16	0.14	30 5 05	1742.7	0.00	0.12	0.28	0.40
20 15 06	1862.3	0.00	0.25	0.24	0.06	30 5 06	1715.5	0.00	0.14	0.19	0.21
20 15 07	1861.5	0.05	0.22	0.00	0.08	30 5 07	1718.6	0.00	0.25	0.63	0.65
20 15 08	1873.0	0.00	0.06	0.16	0.13	30 5 08	1723.5	0.00	0.17	0.42	0.45
20 15 09	1878.2	0.00	0.13	0.14	0.11	30 5 09	1695.7	0.00	0.09	0.44	0.44
20 15 10	1897.0	0.00	0.07	0.12	0.06	30 5 10	1700.1	0.00	0.22	0.38	0.46
20 20 01	2333.4	0.00	0.37	0.11	0.02	50 10 01	3085.4	0.00	0.32	0.29	0.23
20 20 02	2125.4	0.04	0.00	0.06	0.14	50 10 02	2950.1	0.06	0.37	0.07	0.00
20 20 03	2357.2	0.00	0.00	0.12	0.02	50 10 03	2932.1	0.00	0.16	0.09	0.23
20 20 04	2243.7	0.00	0.14	0.13	0.22	50 10 04	3103.3	0.00	0.16	0.05	0.10
20 20 05	2318.2	0.05	0.03	0.00	0.00	50 10 05	3058.3	0.00	0.19	0.19	0.02
20 20 06	2250.7	0.00	0.09	0.03	0.10	50 10 06	3082.2	0.04	0.78	0.05	0.00
20 20 07	2300.2	0.00	0.21	0.14	0.05	50 10 07	3161.7	0.26	0.61	0.08	0.00
20 20 08	2224.7	0.00	0.15	0.16	0.09	50 10 08	3075.2	0.00	0.33	0.14	0.23
20 20 09	2257.3	0.00	0.23	0.19	0.16	50 10 09	2957.7	0.00	0.85	0.32	0.14
20 20 10	2204.3	0.00	0.14	0.21	0.12	50 10 10	3144.4	0.11	0.43	0.01	0.00
20 5 01	1293.8	0.03	0.00	0.08	0.07	50 15 01	3452.7	0.20	0.31	0.00	0.04
20 5 02	1362.0	0.11	0.00	0.34	0.35	50 15 02	3460.2	0.11	0.48	0.08	0.00
20 5 03	1091.7	0.00	0.28	0.86	1.21	50 15 03	3455.5	0.19	0.22	0.00	0.08
20 5 04	1304.2	0.00	0.08	0.28	0.28	50 15 04	3463.6	0.05	0.25	0.03	0.00
20 5 05	1245.7	0.00	0.17	0.30	0.35	50 15 05	3460.2	0.16	0.21	0.05	0.00
20 5 06	1206.6	0.00	0.16	0.28	0.20	50 15 06	3454.6	0.07	0.33	0.00	0.04
20 5 07	1250.4	0.00	0.02	0.16	0.19	50 15 07	3455.3	0.22	0.30	0.00	0.04
20 5 08	1211.8	0.00	0.08	0.54	0.48	50 15 08	3458.7	0.01	0.08	0.00	0.00
20 5 09	1245.0	0.22	0.00	0.80	0.79	50 15 09	3463.9	0.11	0.18	0.18	0.00
20 5 10	1117.6	0.00	0.05	0.22	0.37	50 15 10	3458.5	0.07	0.28	0.07	0.00
30 10 01	2030.7	0.00	0.24	0.22	0.32	50 20 01	3951.8	0.10	0.49	0.00	0.00
30 10 02	2054.4	0.00	0.20	0.01	0.08	50 20 02	3826.9	0.19	0.34	0.07	0.00
30 10 03	2023.4	0.00	0.20	0.19	0.23	50 20 03	3760.8	0.00	0.23	0.09	0.10
30 10 04	2026.0	0.00	0.14	0.30	0.27	50 20 04	3827.7	0.19	0.29	0.00	0.01
30 10 05	2046.0	0.00	0.17	0.42	0.49	50 20 05	3726.2	0.12	0.66	0.00	0.11
30 10 06	2070.5	0.00	0.34	0.44	0.40	50 20 06	3795.6	0.00	0.39	0.07	0.19
30 10 07	2071.2	0.00	0.12	0.33	0.42	50 20 07	3821.3	0.11	0.56	0.00	0.07
30 10 08	2063.7	0.02	0.00	0.39	0.19	50 20 08	3819.0	0.13	0.50	0.00	0.04
30 10 09	2037.2	0.03	0.00	0.42	0.53	50 20 09	3858.7	0.17	0.78	0.00	0.04
30 10 10	2029.7	0.00	0.09	0.16	0.12	50 20 10	3865.9	0.16	0.40	0.03	0.00
30 15 01	2451.3	0.00	0.25	0.11	0.10	50 5 01	2724.9	0.00	0.01	0.32	0.38
30 15 02	2470.2	0.00	0.24	0.08	0.08	50 5 02	2848.4	0.00	0.05	0.06	0.00
30 15 03	2468.9	0.00	0.31	0.16	0.14	50 5 03	2622.5	0.01	0.00	0.23	0.28
30 15 04	2442.5	0.00	0.43	0.01	0.15	50 5 04	2765.3	0.00	0.25	0.21	0.19
30 15 05	2447.8	0.00	0.29	0.01	0.10	50 5 05	2863.5	0.00	0.01	0.10	0.12
30 15 06	2461.5	0.00	0.28	0.03	0.22	50 5 06	2833.2	0.00	0.02	0.06	0.06
30 15 07	2447.0	0.00	0.28	0.09	0.06	50 5 07	2730.5	0.02	0.00	0.02	0.01
30 15 08	2448.8	0.00	0.55	0.26	0.14	50 5 08	2699.9	0.00	0.05	0.19	0.17
30 15 09	2469.3	0.03	0.37	0.13	0.00	50 5 09	2565.3	0.00	0.02	0.38	0.46
30 15 10	2455.2	0.00	0.40	0.24	0.18	50 5 10	2782.8	0.01	0.00	0.10	0.10

TABLEAU 4.33 – Meilleure moyenne et écarts à cette moyenne pour les descentes à voisinages larges et basées sur l'expansion (paysages FSP).

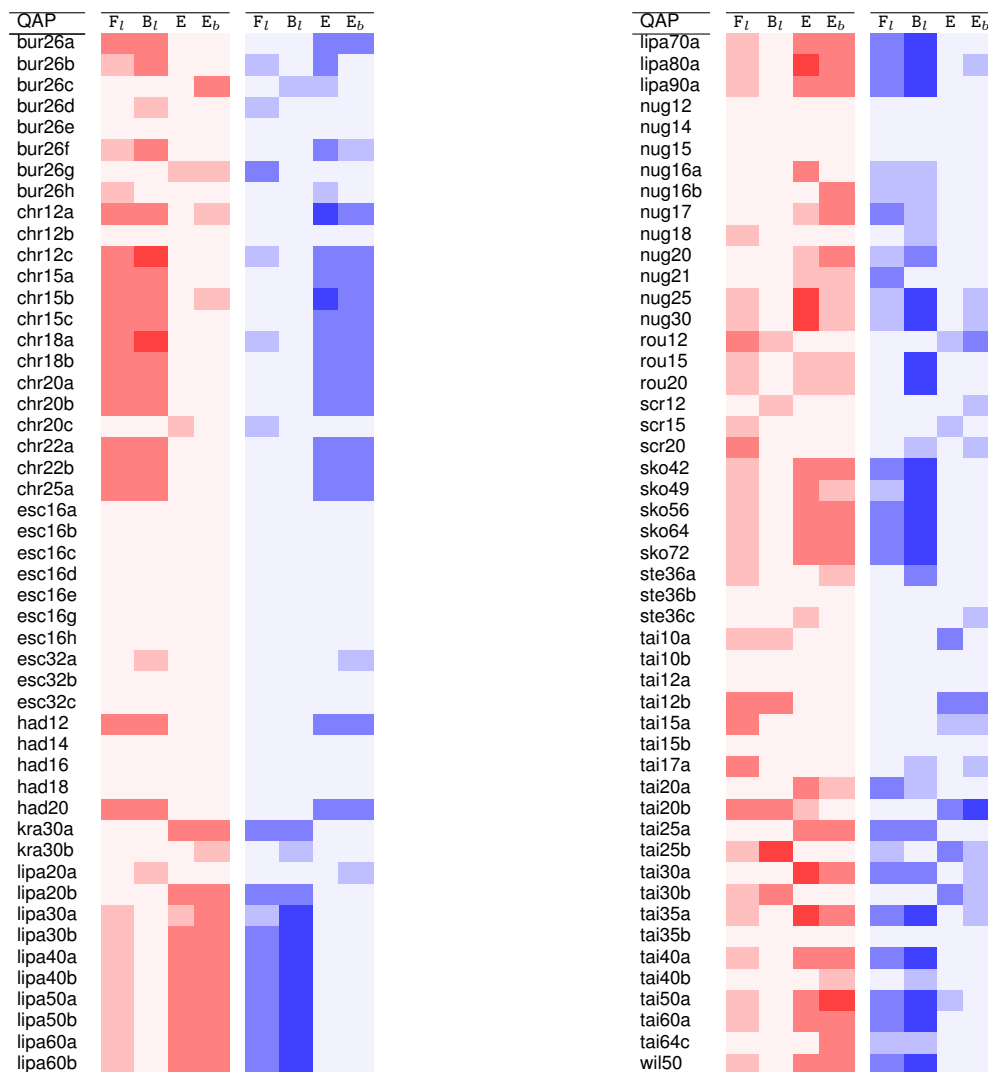


TABLEAU 4.34 – Dominances statistiques entre les descents à voisinages larges et celles basées sur l'expansion (paysages QAP).

QAP	min(moy).	F <sub>l</sub>	B <sub>l</sub>	E	E <sub>b</sub>
bur26a	5436299.5	0.02	0.00	0.06	0.04
bur26b	3826591.5	0.05	0.00	0.07	0.06
bur26c	5432400.3	0.06	0.05	0.01	0.00
bur26d	3827142.8	0.05	0.00	0.11	0.04
bur26e	5394795.2	0.01	0.01	0.00	0.00
bur26f	3790064.5	0.02	0.00	0.07	0.06
bur26g	10128074.2	0.14	0.10	0.05	0.00
bur26h	7111908.3	0.09	0.11	0.01	0.00
chr12a	10712.1	0.30	0.00	12.79	9.93
chr12b	11591.6	4.37	0.00	6.80	7.01
chr12c	12216.2	1.81	0.00	10.08	11.73
chr15a	11392.7	0.00	0.07	17.39	14.83
chr15b	10234.5	1.05	0.00	11.04	6.46
chr15c	11664.3	2.74	0.00	17.86	16.03
chr18a	14148.9	2.71	0.00	8.02	8.85
chr18b	1584.9	0.33	0.00	5.31	4.26
chr20a	2665.3	0.12	0.00	6.75	6.76
chr20b	2696.1	0.00	0.23	8.28	7.59
chr20c	19834.1	3.30	0.90	0.00	1.05
chr22a	6576.8	0.34	0.00	1.80	1.34
chr22b	6589.0	0.00	0.56	2.24	2.41
chr25a	4864.6	0.29	0.00	5.98	6.98
esc16a	68.0	0.12	0.00	0.76	0.41
esc16b	292.0	0.00	0.00	0.00	0.00
esc16c	160.2	0.16	0.10	0.11	0.00
esc16d	16.1	0.25	0.00	2.86	2.48
esc16e	28.7	1.95	0.00	1.26	1.40
esc16g	26.4	1.06	0.00	1.29	1.14
esc16h	996.0	0.00	0.00	0.00	0.00
esc32a	145.6	0.00	0.08	1.25	1.46
esc32b	191.7	0.00	1.52	0.52	1.15
esc32c	642.0	0.00	0.06	0.00	0.00
had12	1658.5	0.00	0.00	0.50	0.55
had14	2732.1	0.14	0.05	0.11	0.00
had16	3728.8	0.04	0.05	0.00	0.00
had18	5385.0	0.04	0.01	0.03	0.00
had20	6956.4	0.00	0.01	0.40	0.23
kra30a	92982.6	0.75	0.85	0.00	0.18
kra30b	94283.9	0.40	0.28	0.09	0.00
lipa20a	3760.3	0.07	0.07	0.00	0.16
lipa20b	28884.3	3.65	5.25	0.13	0.00
lipa30a	13388.3	0.06	0.13	0.03	0.00
lipa30b	166776.7	3.00	4.44	0.00	0.10
lipa40a	31929.2	0.03	0.08	0.00	0.00
lipa40b	516813.5	6.15	7.32	0.00	1.52
lipa50a	62739.0	0.06	0.09	0.00	0.00
lipa50b	1345955.6	4.70	5.16	0.00	0.14
lipa60a	108172.8	0.04	0.06	0.00	0.01
lipa60b	2949210.8	1.06	1.92	0.00	0.18

QAP	min(moy).	F <sub>l</sub>	B <sub>l</sub>	E	E <sub>b</sub>
lipa70a	171063.7	0.04	0.05	0.00	0.00
lipa80a	254907.6	0.02	0.05	0.00	0.00
lipa90a	362869.0	0.02	0.04	0.00	0.00
nug12	593.2	0.00	0.05	0.53	0.50
nug14	1040.5	0.11	0.00	0.33	0.25
nug15	1170.2	0.17	0.00	0.39	0.45
nug16a	1642.5	0.48	0.75	0.00	0.17
nug16b	1266.8	0.62	0.76	0.11	0.00
nug17	1764.8	0.32	0.21	0.01	0.00
nug18	1975.3	0.00	0.28	0.06	0.01
nug20	2625.8	0.29	0.40	0.05	0.00
nug21	2478.7	0.66	0.77	0.10	0.00
nug25	3790.8	0.39	0.91	0.00	0.26
nug30	6237.6	0.27	0.87	0.00	0.14
rou12	241982.0	0.00	0.09	0.53	0.58
rou15	368810.3	0.20	0.66	0.02	0.00
rou20	742845.4	0.14	0.59	0.05	0.00
scr12	32548.1	0.11	0.00	0.87	1.16
scr15	53919.3	0.00	0.96	1.11	1.13
scr20	114424.0	0.00	0.94	0.48	0.57
sko42	16053.4	0.49	0.82	0.06	0.00
sko49	23734.8	0.15	0.57	0.00	0.01
sko56	34908.0	0.38	0.90	0.00	0.01
sko64	49071.2	0.38	0.62	0.00	0.06
sko72	67070.5	0.31	0.70	0.00	0.07
ste36a	10057.2	0.81	1.38	0.44	0.00
ste36b	17425.9	0.98	1.63	0.00	0.25
ste36c	8600656.0	0.55	0.81	0.00	0.25
tai10a	137730.4	0.17	0.00	1.56	1.49
tai10b	1199108.4	1.09	0.00	0.74	1.14
tai12a	236350.5	0.00	0.01	0.08	0.12
tai12b	40949798.0	0.04	0.00	5.06	4.84
tai15a	397276.9	0.00	0.47	0.38	0.42
tai15b	51898785.5	0.03	0.00	0.04	0.05
tai17a	508266.5	0.00	0.40	0.16	0.21
tai20a	727302.5	0.53	0.46	0.00	0.04
tai20b	128064553.3	0.00	1.26	2.01	3.68
tai25a	1204783.2	0.47	0.60	0.00	0.10
tai25b	365141271.6	0.38	0.00	2.41	1.06
tai30a	1869663.6	0.56	0.80	0.00	0.16
tai30b	665851083.2	0.78	0.00	1.09	1.65
tai35a	2492151.8	0.50	0.80	0.00	0.21
tai35b	297003855.8	0.21	0.02	0.00	0.27
tai40a	3228550.1	0.50	0.74	0.00	0.03
tai40b	673088383.1	0.35	0.71	0.06	0.00
tai50a	5086773.6	0.40	0.70	0.10	0.00
tai60a	7409504.4	0.39	0.68	0.00	0.02
tai64c	1858164.1	0.04	0.07	0.02	0.00
wil50	49119.0	0.30	0.50	0.00	0.04

TABLEAU 4.35 – Meilleure moyenne et écarts à cette moyenne pour les descentes à voisinages larges et celles de type ME (paysages QAP).



# BIBLIOGRAPHIE

---

- [Agu+13a] Hernán E. AGUIRRE, Arnaud LIEFOOGHE, Sébastien VEREL et Kiyoshi TANAKA, « A study on population size and selection lapse in many-objective optimization », *dans : 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, juin 2013, p. 1507–1514, DOI : 10.1109/CEC.2013.6557741.
- [Agu+13b] Hernán E. AGUIRRE, Arnaud LIEFOOGHE, Sébastien VEREL et Kiyoshi TANAKA, « Effects of Population Size on Selection and Scalability in Evolutionary Many-Objective Optimization », *dans : Learning and Intelligent Optimization*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, jan. 2013, p. 450–454, ISBN : 978-3-642-44972-7 978-3-642-44973-4, DOI : 10.1007/978-3-642-44973-4\_48.
- [Agu+14] Hernán E. AGUIRRE, Arnaud LIEFOOGHE, Sébastien VEREL et Kiyoshi TANAKA, « An analysis on selection for high-resolution approximations in many-objective optimization », *dans : International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Springer, 2014, p. 487–497.
- [AST] Hernán E. AGUIRRE, M. SATO et Kiyoshi TANAKA, « Preliminary Study on the Performance of Multiobjective Evolutionary Algorithms with MNK-Landscapes », *dans : Proc. RISP Intl. Workshop on Nonlinear Circuits and Signal Processing*, p. 315–318.
- [AT03a] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « A Study on the Behavior of Genetic Algorithms on NK-Landscapes : Effects of Selection, Drift, Mutation, and Recombination », *dans : IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences E86-A.9* (sept. 2003), p. 2270–2279, ISSN : 0916-8508.
- [AT03b] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Genetic algorithms on NK-landscapes : Effects of selection, drift, mutation, and recombination », *dans : Workshops on Applications of Evolutionary Computation*, Springer, 2003, p. 131–142.
- [AT04] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Effects of elitism and population climbing on multiobjective MNK-landscapes », *dans : Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.04TH8753)*, juin 2004, 449–456 Vol.1, DOI : 10.1109/CEC.2004.1330891.
- [AT05a] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Random Bit Climbers on Multiobjective MNK-Landscapes : Effects of Memory and Population Climbing », *dans : IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences E88-A.1* (jan. 2005), p. 334–345, ISSN : 0916-8508.

- 
- [AT05b] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Selection, Drift, Recombination, and Mutation in Multiobjective Evolutionary Algorithms on Scalable MNK-Landscapes », dans : *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, mar. 2005, p. 355–369, ISBN : 978-3-540-24983-2 978-3-540-31880-4, DOI : 10.1007/978-3-540-31880-4\_25.
- [AT07] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Working principles, behavior, and performance of MOEAs on MNK-landscapes », dans : *European Journal of Operational Research* 181.3 (2007), p. 1670–1690.
- [AT09a] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Adaptive  $\epsilon$ -ranking on MNK-Landscapes », dans : *2009 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multi-Criteria Decision-Making(MCDM)*, mar. 2009, p. 104–111, DOI : 10.1109/MCDM.2009.4938835.
- [AT09b] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, *Many-Objective Optimization by Space Partitioning and Adaptive  $\epsilon$ -Ranking on MNK-Landscapes*, t. 5467, DOI : 10.1007/978-3-642-01020-0\_33, jan. 2009.
- [AT09c] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Space Partitioning with Adaptive  $\epsilon$ -ranking and Substitute Distance Assignments : A Comparative Study on Many-objective MNK-landscapes », dans : *Proceedings of the 11th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '09, New York, NY, USA : ACM, 2009, p. 547–554, ISBN : 978-1-60558-325-9, DOI : 10.1145/1569901.1569978.
- [AT10] Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « A study on the effects of rankings sensitive to density on many-objective MNK Landscapes », dans : *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, juil. 2010, p. 1–8.
- [Agu+15] Hernán E. AGUIRRE, Saúl ZAPOTECAS, Arnaud LIEFOOGHE, Sébastien VEREL et Kiyoshi TANAKA, « Approaches for Many-Objective Optimization : Analysis and Comparison on MNK-Landscapes », dans : *Artificial Evolution*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, oct. 2015, p. 14–28, ISBN : 978-3-319-31470-9 978-3-319-31471-6, DOI : 10.1007/978-3-319-31471-6\_2.
- [Alb+00] Paul ALBUQUERQUE, Bastien CHOPARD, Christian MAZZA et Marco TOMASSINI, « On the Impact of the Representation on Fitness Landscapes », dans : *Genetic Programming*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, avr. 2000, p. 1–15, ISBN : 978-3-540-67339-2 978-3-540-46239-2, DOI : 10.1007/978-3-540-46239-2\_1.
- [Alt94] Lee ALTENBERG, « Evolving better representations through selective genome growth », dans : *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence*, juin 1994, 182–187 vol.1, DOI : 10.1109/ICEC.1994.350019.
- [Alt96] Lee ALTENBERG, « B2. 7.2 NK Fitness Landscapes », dans : *Evolution* 2 (1996).

- 
- [AR14a] Khulood ALYAHYA et Jonathan E. ROWE, « Local Optima and Weight Distribution in the Number Partitioning Problem », dans : *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN XIII*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, sept. 2014, p. 862–871, ISBN : 978-3-319-10761-5 978-3-319-10762-2, DOI : 10.1007/978-3-319-10762-2\_85.
- [AR14b] Khulood ALYAHYA et Jonathan E. ROWE, « Phase Transition and Landscape Properties of the Number Partitioning Problem », dans : *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimisation*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, avr. 2014, p. 206–217, ISBN : 978-3-662-44319-4 978-3-662-44320-0, DOI : 10.1007/978-3-662-44320-0\_18.
- [APS89] Ciro AMITRANO, Luca PELITI et Mohammed SABER, « Population dynamics in a spin-glass model of chemical evolution », dans : *Journal of Molecular Evolution* 29.6 (1989), p. 513–525.
- [AZ00] Eric ANGEL et Vassilis ZISSIMOPOULOS, « On the classification of NP-complete problems in terms of their correlation coefficient », dans : *Discrete Applied Mathematics* 99.1-3 (2000), p. 261–277.
- [AZ01] Eric ANGEL et Vassilis ZISSIMOPOULOS, « On the landscape ruggedness of the quadratic assignment problem », dans : *Theoretical Computer Science, Combinatorics and Computer Science* 263.1 (juil. 2001), p. 159–172, ISSN : 0304-3975, DOI : 10.1016/S0304-3975(00)00239-5.
- [Bar98] Lionel BARNETT, « Ruggedness and neutrality-the NKp family of fitness landscapes », dans : *Artificial Life VI : Proceedings of the sixth international conference on Artificial life*, 1998, p. 18–27.
- [BG13] Matthieu BASSEUR et Adrien GOËFFON, « Hill-climbing strategies on various landscapes : an empirical comparison », dans : *Proceedings of the 15th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, ACM, 2013, p. 479–486.
- [BG14] Matthieu BASSEUR et Adrien GOËFFON, *On the efficiency of worst improvement for climbing NK-landscapes*, DOI : 10.1145/2576768.2598268, juil. 2014, ISBN : 978-1-4503-2662-9.
- [BG15] Matthieu BASSEUR et Adrien GOËFFON, « Climbing combinatorial fitness landscapes », dans : *Applied Soft Computing* 30.Supplement C (mai 2015), p. 688–704, ISSN : 1568-4946, DOI : 10.1016/j.asoc.2015.01.047.
- [Bas+14] Matthieu BASSEUR, Adrien GOËFFON, Frédéric LARDEUX, Frédéric SAUBION et Vincent VIGNERON, « On the Attainability of NK Landscapes Global Optima », dans : *Seventh Annual Symposium on Combinatorial Search*, juil. 2014.
- [Bas+13] Matthieu BASSEUR, Adrien GOËFFON, Arnaud LIEFOOGHE et Sébastien VEREL, « On Set-based Local Search for Multiobjective Combinatorial Optimization », dans : *Proceedings of the 15th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '13, New York, NY, USA : ACM, 2013, p. 471–478, ISBN : 978-1-4503-1963-8, DOI : 10.1145/2463372.2463430.

- 
- [BGT15] Matthieu BASSEUR, Adrien GOÉFFON et Hugo TRAVERSON, « Exploring Non-neutral Landscapes with Neutrality-Based Local Search », *dans : Learning and Intelligent Optimization*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, jan. 2015, p. 165–169, ISBN : 978-3-319-19083-9 978-3-319-19084-6, DOI : 10.1007/978-3-319-19084-6\_15.
- [Bat09] William BATESON, « Mendel's Principles of Heredity : Cambridge University Press », *dans : März 1909 ; 2nd Impr 3 (1909)*, p. 1913.
- [Bea+06] William BEAUDOIN, Sébastien VEREL, Philippe COLLARD et Cathy ESCAZUT, « Deceptiveness and Neutrality the ND Family of Fitness Landscapes », *dans : Proceedings of the 8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '06, New York, NY, USA : ACM, 2006, p. 507–514, ISBN : 978-1-59593-186-3, DOI : 10.1145/1143997.1144091.
- [BAW17] Andreas BEHAM, Michael AFFENZELLER et Stefan WAGNER, « Instance-based Algorithm Selection on Quadratic Assignment Problem Landscapes », *dans : Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*, GECCO '17, New York, NY, USA : ACM, 2017, p. 1471–1478, ISBN : 978-1-4503-4939-0, DOI : 10.1145/3067695.3082513.
- [BPA13] Andreas BEHAM, Erik PITZER et Michael AFFENZELLER, « Fitness Landscape Based Parameter Estimation for Robust Taboo Search », *dans : Computer Aided Systems Theory - EUROCAST 2013*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, fév. 2013, p. 292–299, ISBN : 978-3-642-53855-1 978-3-642-53856-8, DOI : 10.1007/978-3-642-53856-8\_37.
- [BKM93] Kenneth D. BOESE, Andrew B. KAHNG et Sudhakar MUDDU, « On the big valley and adaptive multi-start for discrete global optimizations », *dans : Comput. Sci. Dept., Univ. California, Los Angeles, Tech. Rep. TR-930 15 (1993)*.
- [BKR97] Rainer E. BURKARD, Stefan E. KARISCH et Franz RENDL, « QAPLIB—a quadratic assignment problem library », *dans : Journal of Global optimization 10.4 (1997)*, p. 391–403.
- [BD14] J. BUZAS et J. DINITZ, « An Analysis of NK Landscapes : Interaction Structure, Statistical Properties, and Expected Number of Local Optima », *dans : IEEE Transactions on Evolutionary Computation 18.6 (déc. 2014)*, p. 807–818, ISSN : 1089-778X, DOI : 10.1109/TEVC.2013.2286352.
- [Che+13] Wenxiang CHEN, L. Darrell WHITLEY, Doug HAINS et Adele E. HOWE, « Second Order Partial Derivatives for NK-landscapes », *dans : Proceedings of the 15th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '13, New York, NY, USA : ACM, 2013, p. 503–510, ISBN : 978-1-4503-1963-8, DOI : 10.1145/2463372.2463437.
- [CA11] Francisco CHICANO et Enrique ALBA, « Exact computation of the expectation curves of the bit-flip mutation using landscapes theory », *dans : Proceedings of the 13th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, ACM, 2011, p. 2027–2034.

- 
- [CA13] Francisco CHICANO et Enrique ALBA, « Elementary landscape decomposition of the 0-1 unconstrained quadratic optimization », dans : *Journal of Heuristics* 19.4 (2013), p. 711–728.
- [Chi+12] Francisco CHICANO, Fabio DAOLIO, Gabriela OCHOA, Sébastien VÉREL, Marco TOMASINI et Enrique ALBA, « Local Optima Networks, Landscape Autocorrelation and Heuristic Search Performance », dans : *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN XII, Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Berlin, Heidelberg, sept. 2012, p. 337–347, ISBN : 978-3-642-32963-0 978-3-642-32964-7, DOI : 10.1007/978-3-642-32964-7\_34.
- [CFA11] Francisco CHICANO, Javier FERRER et Enrique ALBA, « Elementary landscape decomposition of the test suite minimization problem », dans : *International Symposium on Search Based Software Engineering*, Springer, 2011, p. 48–63.
- [CLA10] Francisco CHICANO, Gabriel LUQUE et Enrique ALBA, « Elementary Components of the Quadratic Assignment Problem », dans : *arXiv :1109.4875 [cs]* (2010), arXiv : 1109.4875, p. 1425, DOI : 10.1145/1830483.1830745.
- [CLA12] Francisco CHICANO, Gabriel LUQUE et Enrique ALBA, « Autocorrelation measures for the quadratic assignment problem », dans : *Applied Mathematics Letters* 25.4 (2012), p. 698–705.
- [CWA11] Francisco CHICANO, L. Darrell WHITLEY et Enrique ALBA, « A Methodology to Find the Elementary Landscape Decomposition of Combinatorial Optimization Problems », dans : *Evol. Comput.* 19.4 (déc. 2011), p. 597–637, ISSN : 1063-6560, DOI : 10.1162/EVCO\_a\_00039.
- [Chi+11] Francisco CHICANO, L. Darrell WHITLEY, Enrique ALBA et Francisco LUNA, « Elementary landscape decomposition of the frequency assignment problem », dans : *Theoretical Computer Science* 412.43 (oct. 2011), p. 6002–6019, ISSN : 0304-3975, DOI : 10.1016/j.tcs.2011.02.011.
- [Cze08] Zbigniew J. CZECH, « Statistical measures of a fitness landscape for the vehicle routing problem », dans : *2008 IEEE International Symposium on Parallel and Distributed Processing*, avr. 2008, p. 1–8, DOI : 10.1109/IPDPS.2008.4536369.
- [Dao+15] Fabio DAOLIO, Arnaud LIEFOOGHE, Sébastien VEREL, Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Global vs Local Search on Multi-objective NK-Landscapes : Contrasting the Impact of Problem Features », dans : *Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, GECCO '15*, New York, NY, USA : ACM, 2015, p. 369–376, ISBN : 978-1-4503-3472-3, DOI : 10.1145/2739480.2754745.
- [Dao+17] Fabio DAOLIO, Arnaud LIEFOOGHE, Sébastien VEREL, Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Problem Features vs. Algorithm Performance on Rugged Multi-objective Combinatorial Fitness Landscapes », dans : *Evolutionary Computation* 25.4 (2017), p. 555–585, DOI : 10.1162/EVCO\_a\_00193.

- 
- [Dao+11a] Fabio DAOLIO, Marco TOMASSINI, Sébastien VÉREL et Gabriela OCHOA, « Communities of minima in local optima networks of combinatorial spaces », dans : *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications* 390.9 (mai 2011), p. 1684–1694, ISSN : 0378-4371, DOI : 10.1016/j.physa.2011.01.005.
- [Dao+11b] Fabio DAOLIO, Sébastien VEREL, Gabriela OCHOA et Marco TOMASSINI, « Local Optima Networks of the Quadratic Assignment Problem », dans : *arXiv :1107.4161 [cs]* (juil. 2011), arXiv : 1107.4161.
- [Dao+13] Fabio DAOLIO, Sébastien VEREL, Gabriela OCHOA et Marco TOMASSINI, « Local Optima Networks of the Permutation Flow-Shop Problem », dans : *Artificial Evolution, Lecture Notes in Computer Science*, Springer, oct. 2013, p. 41–52, ISBN : 978-3-319-11682-2 978-3-319-11683-9, DOI : 10.1007/978-3-319-11683-9\_4.
- [ES96] Ágoston E. EIBEN et C. A. SCHIPPERS, « Multi-parent's niche : n-ary crossovers on NK-landscapes », dans : *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Springer, 1996, p. 319–328.
- [EVR09] Burak EKSIÖGLU, Arif Volkan VURAL et Arnold REISMAN, « The vehicle routing problem : A taxonomic review », dans : *Computers & Industrial Engineering* 57.4 (2009), p. 1472–1483.
- [ES02] Steven N. EVANS et David STEINSALTZ, « Estimating some features of \$NK\$ fitness landscapes », dans : *The Annals of Applied Probability* 12.4 (nov. 2002), p. 1299–1321, ISSN : 1050-5164, 2168-8737, DOI : 10.1214/aoap/1037125864.
- [GDP08] Edgar GALVÁN-LÓPEZ, Stephen DIGNUM et Riccardo POLI, « The Effects of Constant Neutrality on Performance and Problem Hardness in GP », dans : *Genetic Programming, Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Berlin, Heidelberg, mar. 2008, p. 312–324, ISBN : 978-3-540-78670-2 978-3-540-78671-9, DOI : 10.1007/978-3-540-78671-9\_27.
- [Gar79] Michael R. GAREY, « A Guide to the Theory of NP-Completeness », dans : *Computers and intractability* (1979).
- [GJS76] Michael R. GAREY, David S. JOHNSON et Ravi SETHI, « The complexity of flowshop and jobshop scheduling », dans : *Mathematics of operations research* 1.2 (1976), p. 117–129.
- [GMA13a] Marius GHEORGHITA, Irene MOSER et Aldeida ALETI, « Characterising Fitness Landscapes Using Predictive Local Search », dans : *Proceedings of the 15th Annual Conference Companion on Genetic and Evolutionary Computation, GECCO '13 Companion*, New York, NY, USA : ACM, 2013, p. 67–68, ISBN : 978-1-4503-1964-5, DOI : 10.1145/2464576.2464618.
- [GMA13b] Marius GHEORGHITA, Irene MOSER et Aldeida ALETI, « Designing and characterising fitness landscapes with various operators », dans : *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, juin 2013, p. 2766–2772, DOI : 10.1109/CEC.2013.6557904.
- [Glo89] Fred GLOVER, « Tabu search—part I », dans : *ORSA Journal on computing* 1.3 (1989), p. 190–206.
- [HWH11] Doug R. HAINS, L. Darrell WHITLEY et Adele E. HOWE, « Revisiting the big valley search space structure in the TSP », dans : *The Journal of the Operational Research Society* 62.2 (2011), p. 305–312, ISSN : 0160-5682.

- 
- [Hal80] William K. HALE, « Frequency assignment : Theory and applications », *dans : Proceedings of the IEEE* 68.12 (1980), p. 1497–1514.
- [HW97] Robert B. HECKENDORN et L. Darrell WHITLEY, « A Walsh Analysis of NK-Landscapes. », *dans : ICGA*, 1997, p. 41–48.
- [Her+17] Leticia HERNANDO, Fabio DAOLIO, Nadarajen VEERAPEN et Gabriela OCHOA, « Local Optima Networks for the Permutation Flowshop Scheduling Problem : Makespan vs. Total Flow Time », *dans : IEEE*, juil. 2017, p. 1964–1971, ISBN : 978-1-5090-4601-0, DOI : <http://dx.doi.org/10.1109/CEC.2017.7969541>.
- [Her16] Sebastian HERRMANN, « Determining the difficulty of landscapes by PageRank centrality in local optima networks », *dans : European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, Springer, 2016, p. 74–87.
- [HOR16a] Sebastian HERRMANN, Gabriela OCHOA et Franz ROTHLAUF, « Coarse-Grained Barrier Trees of Fitness Landscapes », *dans : Parallel Problem Solving from Nature – PPSN XIV*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, sept. 2016, p. 901–910, ISBN : 978-3-319-45822-9 978-3-319-45823-6, DOI : 10.1007/978-3-319-45823-6\_84.
- [HOR16b] Sebastian HERRMANN, Gabriela OCHOA et Franz ROTHLAUF, « Communities of Local Optima As Funnels in Fitness Landscapes », *dans : Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2016*, GECCO '16, New York, NY, USA : ACM, 2016, p. 325–331, ISBN : 978-1-4503-4206-3, DOI : 10.1145/2908812.2908818.
- [HOR17] Sebastian HERRMANN, Gabriela OCHOA et Franz ROTHLAUF, « PageRank centrality for performance prediction : the impact of the local optima network model », *dans : Journal of Heuristics* (mai 2017), p. 1–22, ISSN : 1381-1231, 1572-9397, DOI : 10.1007/s10732-017-9333-1.
- [HR15] Sebastian HERRMANN et Franz ROTHLAUF, « Predicting heuristic search performance with pageRank centrality in local optima networks », *dans : Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, ACM, 2015, p. 401–408.
- [Hol75] John HOLLAND, « Adaptation in natural and artificial systems : an introductory analysis with application to biology », *dans : Control and artificial intelligence* (1975).
- [HS04] Holger H. HOOS et Thomas STÜTZLE, *Stochastic local search : Foundations and applications*, Elsevier, 2004.
- [IDT14] David ICLANZAN, Fabio DAOLIO et Marco TOMASSINI, « Data-driven Local Optima Network Characterization of QAPLIB Instances », *dans : Proceedings of the 2014 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '14, New York, NY, USA : ACM, 2014, p. 453–460, ISBN : 978-1-4503-2662-9, DOI : 10.1145/2576768.2598275.
- [JF95] Terry JONES et Stephanie FORREST, « Fitness Distance Correlation As a Measure of Problem Difficulty for Genetic Algorithms », *dans : Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms*, San Francisco, CA, USA : Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1995, p. 184–192, ISBN : 978-1-55860-370-7.

- 
- [JST08] Nicolas JOZEFOWIEZ, Frédéric SEMET et El-Ghazali TALBI, « Multi-objective vehicle routing problems », *dans : European journal of operational research* 189.2 (2008), p. 293–309.
- [Kau92] Stuart A. KAUFFMAN, « The Origins of Order : Self-Organization and Selection in Evolution », *dans : Spin Glasses and Biology*, t. Volume 6, Series on Directions in Condensed Matter Physics Volume 6, DOI : 10.1142/9789814415743\_0003, WORLD SCIENTIFIC, août 1992, p. 61–100, ISBN : 978-9971-5-0537-0.
- [KL87] Stuart A. KAUFFMAN et Simon LEVIN, « Towards a general theory of adaptive walks on rugged landscapes », *dans : Journal of Theoretical Biology* 128.1 (sept. 1987), p. 11–45, ISSN : 0022-5193, DOI : 10.1016/S0022-5193(87)80029-2.
- [KW89] Stuart A. KAUFFMAN et Edward D. WEINBERGER, « The NK model of rugged fitness landscapes and its application to maturation of the immune response », *dans : Journal of Theoretical Biology* 141.2 (nov. 1989), p. 211–245, ISSN : 0022-5193, DOI : 10.1016/S0022-5193(89)80019-0.
- [KJ06a] Hemanshu KAUL et Sheldon H. JACOBSON, « Global optima results for the Kauffman NK model », *dans : Mathematical Programming* 106.2 (avr. 2006), p. 319–338, ISSN : 0025-5610, 1436-4646, DOI : 10.1007/s10107-005-0609-0.
- [KJ06b] Hemanshu KAUL et Sheldon H. JACOBSON, « New global optima results for the Kauffman NK model : handling dependency », *dans : Mathematical programming* 108.2-3 (2006), p. 475–494.
- [KGV83] Scott KIRKPATRICK, C. Daniel GELATT et Mario P. VECCHI, « Optimization by simulated annealing », *dans : science* 220.4598 (1983), p. 671–680.
- [KB57] Tjalling C KOOPMANS et Martin BECKMANN, « Assignment problems and the location of economic activities », *dans : Econometrica : journal of the Econometric Society* (1957), p. 53–76.
- [Kub07] Marek KUBIAK, « Distance measures and fitness-distance analysis for the capacitated vehicle routing problem », *dans : Metaheuristics*, Springer, 2007, p. 345–364.
- [Lie+17] Arnaud LIEFOOGHE, Bilel DERBEL, Sébastien VEREL, Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Towards Landscape-Aware Automatic Algorithm Configuration : Preliminary Experiments on Neutral and Rugged Landscapes », *dans : Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, avr. 2017, p. 215–232, ISBN : 978-3-319-55452-5 978-3-319-55453-2, DOI : 10.1007/978-3-319-55453-2\_15.
- [Lie+13] Arnaud LIEFOOGHE, Sébastien VEREL, Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « What Makes an Instance Difficult for Black-Box 0–1 Evolutionary Multiobjective Optimizers ? », *dans : Artificial Evolution*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, oct. 2013, p. 3–15, ISBN : 978-3-319-11682-2 978-3-319-11683-9, DOI : 10.1007/978-3-319-11683-9\_1.



- 
- [Lie+15] Arnaud LIEFOOGHE, Sébastien VEREL, Fabio DAOLIO, Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « A Feature-Based Performance Analysis in Evolutionary Multiobjective Optimization », dans : *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, mar. 2015, p. 95–109, ISBN : 978-3-319-15891-4 978-3-319-15892-1, DOI : 10.1007/978-3-319-15892-1\_7.
- [LK73] Shen LIN et Brian W. KERNIGHAN, « An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem », dans : *Operations research* 21.2 (1973), p. 498–516.
- [Lis99] Michael R. LISSACK, « Complexity : The science, its vocabulary, and its relation to organizations », dans : *Emergence* 1.1 (1999), p. 110–126.
- [Lóp+11] Manuel LÓPEZ-IBÁÑEZ, Jérémie DUBOIS-LACOSTE, Thomas STÜTZLE et Mauro BIRATTARI, *The irace package, iterated race for automatic algorithm configuration*, rapp. tech., 2011.
- [LLV14] Manuel LÓPEZ-IBÁÑEZ, Arnaud LIEFOOGHE et Sébastien VEREL, « Local Optimal Sets and Bounded Archiving on Multi-objective NK-Landscapes with Correlated Objectives », dans : *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN XIII*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, sept. 2014, p. 621–630, ISBN : 978-3-319-10761-5 978-3-319-10762-2, DOI : 10.1007/978-3-319-10762-2\_61.
- [LMS03] Helena R. LOURENÇO, Olivier C. MARTIN et Thomas STÜTZLE, « Iterated local search », dans : *Handbook of metaheuristics*, Springer, 2003, p. 320–353.
- [ME13] Katherine M. MALAN et Andries P. ENGELBRECHT, « A survey of techniques for characterising fitness landscapes and some possible ways forward », dans : *Information Sciences* 241 (août 2013), ISSN : 0020-0255, DOI : 10.1016/j.ins.2013.04.015.
- [MWS91] B. MANDERICK, M. WEGER et P. SPIESSENS, « The genetic algorithm and the structure of the fitness landscape », dans : *Proceedings of the fourth international conference on genetic algorithms* (1991), p. 143–150.
- [MEB14] Narine MANUKYAN, Margaret J. EPPSTEIN et Jeffrey S. BUZAS, « NM Landscapes : Beyond NK », dans : *Proceedings of the Companion Publication of the 2014 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO Comp '14, New York, NY, USA : ACM, 2014, p. 203–204, ISBN : 978-1-4503-2881-4, DOI : 10.1145/2598394.2598403.
- [Mar+11a] Marie-Eleonore MARMION, Clarisse DHAENENS, Laetitia JOURDAN, Arnaud LIEFOOGHE et Sébastien VEREL, « The Road to VEGAS : Guiding the Search over Neutral Networks », dans : *Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '11, New York, NY, USA : ACM, 2011, p. 1979–1986, ISBN : 978-1-4503-0557-0, DOI : 10.1145/2001576.2001842.
- [Mar+11b] Marie-Eleonore MARMION, Clarisse DHAENENS, Laetitia JOURDAN, Arnaud LIEFOOGHE et Sébastien VEREL, « On the Neutrality of Flowshop Scheduling Fitness Landscapes », dans : *Learning and Intelligent Optimization Conference (LION 5)*, t. 6683/2011, Rome, Italy : Springer, jan. 2011, p. 238–252, DOI : 10.1007/978-3-642-25566-3\_18.

- 
- [Mar+12] Marie-Eleonore MARMION, Clarisse DHAENENS, Laetitia JOURDAN, Arnaud LIEFOOGHE et Sébastien VEREL, « NILS : a Neutrality-based Iterated Local Search and its application to Flowshop Scheduling », dans : *arXiv :1207.4450 [cs]* (juil. 2012), arXiv : 1207.4450.
- [MJD13] Marie-Éléonore MARMION, Laetitia JOURDAN et Clarisse DHAENENS, « Fitness Landscape Analysis and Metaheuristics Efficiency », dans : *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms in Operations Research* 12.1 (mar. 2013), p. 3–26, ISSN : 1570-1166, 1572-9214, DOI : 10.1007/s10852-012-9177-5.
- [MW92] Keith MATHIAS et L. Darrell WHITLEY, « Genetic operators, the fitness landscape and the traveling salesman problem », dans : *PPSN*, 1992, p. 221–230.
- [MF99] Peter MERZ et Bernd FREISLEBEN, *Fitness Landscapes and Memetic Algorithm Design*, mai 1999.
- [MF00] Peter MERZ et Bernd FREISLEBEN, « Fitness landscape analysis and memetic algorithms for the quadratic assignment problem », dans : *IEEE transactions on evolutionary computation* 4.4 (2000), p. 337–352.
- [MF] Peter MERZ et Bernd FREISLEBEN, « On the effectiveness of evolutionary search in high-dimensional NK-landscapes », dans : ().
- [Met+53] Nicholas METROPOLIS, Arianna W ROSENBLUTH, Marshall N ROSENBLUTH, Augusta H TELLER et Edward TELLER, « Equation of state calculations by fast computing machines », dans : *The journal of chemical physics* 21.6 (1953), p. 1087–1092.
- [MFH92] Melanie MITCHELL, Stephanie FORREST et John H. HOLLAND, « The royal road for genetic algorithms : Fitness landscapes and GA performance », dans : *Proceedings of the first european conference on artificial life*, 1992, p. 245–254.
- [MHF94] Melanie MITCHELL, John H. HOLLAND et Stephanie FORREST, « When will a genetic algorithm outperform hill climbing », dans : *Advances in neural information processing systems*, 1994, p. 51–58.
- [Mon+17] Hugo MONZÓN, Hernán E. AGUIRRE, Sébastien VEREL, Arnaud LIEFOOGHE, Bilel DERBEL et Kiyoshi TANAKA, « Closed state model for understanding the dynamics of MOEAs », dans : *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO 2017)*, Berlin, Germany : ACM, juil. 2017.
- [MG12] Irene MOSER et Marius GHEORGHITA, « Combining search space diagnostics and optimisation », dans : *2012 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, juin 2012, p. 1–8, DOI : 10.1109/CEC.2012.6256454.
- [MGA16] Irene MOSER, Marius GHEORGHITA et Aldeida ALETI, « Investigating the correlation between indicators of predictive diagnostic optimisation and search result quality », dans : *Information Sciences* 372.Supplement C (déc. 2016), p. 162–180, ISSN : 0020-0255, DOI : 10.1016/j.ins.2016.08.021.
- [NP00] D. NAM et C. PARK, « Multiobjective simulated annealing : A comparative study to evolutionary algorithms », dans : *International Journal of Fuzzy Systems* (2000), p. 87–97.

- 
- [NTG04] Bertrand NEVEU, Gilles TROMBETTONI et Fred GLOVER, « Id walk : A candidate list strategy with a simple diversification device », *dans : International conference on principles and practice of constraint programming*, Springer, 2004, p. 423–437.
- [NE97] Mark E. J. NEWMAN et Robin ENGELHARDT, « Effects of neutral selection on the evolution of molecular species », *dans : arXiv :adap-org/9712005* (déc. 1997), arXiv : adap-org/9712005.
- [Och00] Gabriela OCHOA, « Consensus Sequence Plots and Error Thresholds : Tools for Visualising the Structure of Fitness Landscapes », *dans : Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI, Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Berlin, Heidelberg, sept. 2000, p. 129–138, ISBN : 978-3-540-41056-0 978-3-540-45356-7, DOI : 10.1007/3-540-45356-3\_13.
- [Och+15a] Gabriela OCHOA, Francisco CHICANO, Renato TINÓS et L. Darrell WHITLEY, « Tunnelling Crossover Networks », *dans : Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, GECCO '15*, New York, NY, USA : ACM, 2015, p. 449–456, ISBN : 978-1-4503-3472-3, DOI : 10.1145/2739480.2754657.
- [OQB09] Gabriela OCHOA, Rong QU et Edmund K. BURKE, « Analyzing the Landscape of a Graph Based Hyper-heuristic for Timetabling Problems », *dans : Proceedings of the 11th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, GECCO '09*, New York, NY, USA : ACM, 2009, p. 341–348, ISBN : 978-1-60558-325-9, DOI : 10.1145/1569901.1569949.
- [Och+08] Gabriela OCHOA, Marco TOMASSINI, Sébastien VÉREL et Christian DARABOS, « A Study of NK Landscapes' Basins and Local Optima Networks », *dans : Proceedings of the 10th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, GECCO '08*, New York, NY, USA : ACM, 2008, p. 555–562, ISBN : 978-1-60558-130-9, DOI : 10.1145/1389095.1389204.
- [OV16a] Gabriela OCHOA et Nadarajen VEERAPEN, « Additional Dimensions to the Study of Funnel in Combinatorial Landscapes », *dans : Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2016, GECCO '16*, New York, NY, USA : ACM, 2016, p. 373–380, ISBN : 978-1-4503-4206-3, DOI : 10.1145/2908812.2908820.
- [OV16b] Gabriela OCHOA et Nadarajen VEERAPEN, « Deconstructing the big valley search space hypothesis », *dans : European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, Springer, 2016, p. 58–73.
- [OV17] Gabriela OCHOA et Nadarajen VEERAPEN, « Mapping the global structure of TSP fitness landscapes », *dans : Journal of Heuristics* (mai 2017), p. 1–30, ISSN : 1381-1231, 1572-9397, DOI : 10.1007/s10732-017-9334-0.
- [Och+17] Gabriela OCHOA, Nadarajen VEERAPEN, Fabio DAOLIO et Marco TOMASSINI, « Understanding Phase Transitions with Local Optima Networks : Number Partitioning as a Case Study », *dans : Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization, Lecture Notes in Computer Science*, Springer, avr. 2017, p. 233–248, ISBN : 978-3-319-55452-5 978-3-319-55453-2, DOI : 10.1007/978-3-319-55453-2\_16.

- 
- [Och+15b] Gabriela OCHOA, Nadarajen VEERAPEN, L. Darrell WHITLEY et Edmund K. BURKE, « The Multi-Funnel Structure of TSP Fitness Landscapes : A Visual Exploration », dans : *Artificial Evolution*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, oct. 2015, p. 1–13, ISBN : 978-3-319-31470-9 978-3-319-31471-6, DOI : 10.1007/978-3-319-31471-6\_1.
- [Och+11] Gabriela OCHOA, Sébastien VEREL, Fabio DAOLIO et Marco TOMASSINI, « Clustering of Local Optima in Combinatorial Fitness Landscapes », dans : *Learning and Intelligent Optimization Conference (LION 5)*, t. 6683/2011, Rome, Italy : Springer, jan. 2011, p. 454–457, DOI : 10.1007/978-3-642-25566-3\_35.
- [Och+14] Gabriela OCHOA, Sébastien VEREL, Fabio DAOLIO et Marco TOMASSINI, « Local Optima Networks : A New Model of Combinatorial Fitness Landscapes », dans : *Recent Advances in the Theory and Application of Fitness Landscapes*, Emergence, Complexity and Computation, DOI : 10.1007/978-3-642-41888-4\_9, Springer, Berlin, Heidelberg, 2014, p. 233–262, ISBN : 978-3-642-41887-7 978-3-642-41888-4.
- [OVT09] Gabriela OCHOA, Sébastien VEREL et Marco TOMASSINI, « Local Optima Networks of NK Landscapes with and without Neutrality », dans : oct. 2009.
- [OVT10] Gabriela OCHOA, Sébastien VEREL et Marco TOMASSINI, « First-Improvement vs. Best-Improvement Local Optima Networks of NK Landscapes », dans : *Parallel Problem Solving from Nature, PPSN XI*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, sept. 2010, p. 104–113, ISBN : 978-3-642-15843-8 978-3-642-15844-5, DOI : 10.1007/978-3-642-15844-5\_11.
- [Pal04] Gintaras PALUBECKIS, « Multistart tabu search strategies for the unconstrained binary quadratic optimization problem », dans : *Annals of Operations Research* 131.1-4 (2004), p. 259–282.
- [PAT10] Joseph M. PASIA, Hernán E. AGUIRRE et Kiyoshi TANAKA, « Improving multi-objective random one-bit climbers on MNK-landscapes », dans : *2010 Second World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing (NaBIC)*, déc. 2010, p. 496–501, DOI : 10.1109/NABIC.2010.5716343.
- [Pel08] Martin PELIKAN, « Analysis of Estimation of Distribution Algorithms and Genetic Algorithms on NK Landscapes », dans : *arXiv :0801.3111 [cs]* (jan. 2008), arXiv : 0801.3111.
- [PSM04a] Collard PHILIPPE, Verel SÉBASTIEN et Clergue MANUEL, « How to Use the Scuba Diving Metaphor to Solve Problem with Neutrality ? », dans : *Proceedings of the 16th European Conference on Artificial Intelligence, ECAI'04*, Amsterdam, The Netherlands : IOS Press, 2004, p. 166–170, ISBN : 978-1-58603-452-8.
- [PSM04b] Collard PHILIPPE, Verel SÉBASTIEN et Clergue MANUEL, « Local Search Heuristics : Fitness Cloud Versus Fitness Landscape », dans : *Proceedings of the 16th European Conference on Artificial Intelligence, ECAI'04*, Amsterdam, The Netherlands : IOS Press, 2004, p. 973–974, ISBN : 978-1-58603-452-8.

- 
- [PA12] Erik PITZER et Michael AFFENZELLER, « A Comprehensive Survey on Fitness Landscape Analysis. », *dans : Recent Advances in Intelligent Engineering Systems* 378 (2012), p. 161–191.
- [PA13] Erik PITZER et Michael AFFENZELLER, « Measurement of Anisotropy in Fitness Landscapes », *dans : Computer Aided Systems Theory - EUROCAST 2013*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, fév. 2013, p. 340–347, ISBN : 978-3-642-53855-1 978-3-642-53856-8, DOI : 10.1007/978-3-642-53856-8\_43.
- [PBA12] Erik PITZER, Andreas BEHAM et Michael AFFENZELLER, « Generic hardness estimation using fitness and parameter landscapes applied to robust taboo search and the quadratic assignment problem », *dans : Proceedings of the 14th annual conference companion on Genetic and evolutionary computation*, ACM, 2012, p. 393–400.
- [PBA13] Erik PITZER, Andreas BEHAM et Michael AFFENZELLER, « Automatic Algorithm Selection for the Quadratic Assignment Problem Using Fitness Landscape Analysis », *dans : Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, avr. 2013, p. 109–120, ISBN : 978-3-642-37197-4 978-3-642-37198-1, DOI : 10.1007/978-3-642-37198-1\_10.
- [PBA14] Erik PITZER, Andreas BEHAM et Michael AFFENZELLER, « Correlation of Problem Hardness and Fitness Landscapes in the Quadratic Assignment Problem », *dans : Advanced Methods and Applications in Computational Intelligence*, Topics in Intelligent Engineering and Informatics, DOI : 10.1007/978-3-319-01436-4\_9, Springer, Heidelberg, 2014, p. 165–195, ISBN : 978-3-319-01435-7 978-3-319-01436-4.
- [Pit+12] Erik PITZER, Stefan VONOLFEN, Andreas BEHAM, Michael AFFENZELLER, Vitaly BOLSHAKOV et Galina MERKURYEVA, *Structural Analysis of Vehicle Routing Problems using General Fitness Landscape Analysis and Problem Specific Measures*, fév. 2012.
- [Pla+03] Michael Defoin PLATEL, Sebastien VEREL, Manuel CLERGUE et Philippe COLLARD, « From Royal Road to Epistatic Road for Variable Length Evolution Algorithm », *dans : Artificial Evolution*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, oct. 2003, p. 3–14, ISBN : 978-3-540-21523-3 978-3-540-24621-3, DOI : 10.1007/978-3-540-24621-3\_1.
- [Poe+11] Frank J. POELWIJK, Sorin TĂNASE-NICOLA, Daniel J. KIVIET et Sander J. TANS, « Reciprocal sign epistasis is a necessary condition for multi-peaked fitness landscapes », *dans : Journal of theoretical biology* 272.1 (2011), p. 141–144.
- [Ree99] Colin R. REEVES, « Landscapes, operators and heuristic search », *dans : Annals of Operations Research* 86.0 (jan. 1999), p. 473–490, ISSN : 0254-5330, 1572-9338, DOI : 10.1023/A:1018983524911.
- [Rei91] Gerhard REINELT, « TSPLIB—A traveling salesman problem library », *dans : ORSA journal on computing* 3.4 (1991), p. 376–384.

- 
- [ROV09] Andrew RUNKA, Beatrice OMBUKI-BERMAN et Mario VENTRESCA, « A search space analysis for the waste collection vehicle routing problem with time windows », dans : *Proceedings of the 11th Annual conference on Genetic and evolutionary computation*, ACM, 2009, p. 1813–1814.
- [SA17] Nasser R. SABAR et Aldeida ALETI, « An Adaptive Memetic Algorithm for the Architecture Optimisation Problem », dans : *Artificial Life and Computational Intelligence*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, jan. 2017, p. 254–265, ISBN : 978-3-319-51690-5 978-3-319-51691-2, DOI : 10.1007/978-3-319-51691-2\_22.
- [SG76] Sartaj SAHNI et Teofilo GONZALEZ, « P-complete approximation problems », dans : *Journal of the ACM (JACM)* 23.3 (1976), p. 555–565.
- [Sim+09] David SIMONCINI, Sébastien VEREL, Philippe COLLARD et Manuel CLERGUE, « Centric selection : a way to tune the exploration/exploitation trade-off », dans : *arXiv :1107.4163 [cs]* (2009), p. 891, DOI : 10.1145/1569901.1570023.
- [SS99] R. E. SMITH et J. E. SMITH, « An examination of tunable, random search landscapes », dans : *Foundations of Genetic Algorithms* 5 (1999), p. 165–182.
- [Sör15] Kenneth SÖRENSEN, « Metaheuristics—the metaphor exposed », dans : *International Transactions in Operational Research* 22.1 (2015), p. 3–18.
- [SSG18] Kenneth SÖRENSEN, Marc SEVAUX et Fred GLOVER, « A history of metaheuristics », dans : *Handbook of heuristics* (2018), p. 1–18.
- [Sta+95] Peter F. STADLER et al., « Towards a theory of landscapes », dans : *Complex systems and binary networks*, Springer, 1995, p. 78–163.
- [SHF03] Peter F. STADLER, Wim HORDIJK et José F. FONTANARI, « Phase transition and landscape statistics of the number partitioning problem », dans : *Physical Review E* 67.5 (2003), p. 056701.
- [SS92] Peter F. STADLER et Wolfgang SCHNABL, « The landscape of the traveling salesman problem », dans : *Physics Letters A* 161.4 (jan. 1992), p. 337–344, ISSN : 0375-9601, DOI : 10.1016/0375-9601(92)90557-3.
- [SW97] Peter F. STADLER et Günter P. WAGNER, « Algebraic theory of recombination spaces », dans : *Evolutionary computation* 5.3 (1997), p. 241–275.
- [SWH09] Andrew M. SUTTON, L. Darrell WHITLEY et Adele E. HOWE, « A Polynomial Time Computation of the Exact Correlation Structure of K-satisfiability Landscapes », dans : *Proceedings of the 11th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '09, New York, NY, USA : ACM, 2009, p. 365–372, ISBN : 978-1-60558-325-9, DOI : 10.1145/1569901.1569952.
- [Tai93] Eric TAILLARD, « Benchmarks for basic scheduling problems », dans : *European journal of operational research* 64.2 (1993), p. 278–285.

- 
- [TDO17] Sarah L. THOMSON, Fabio DAOLIO et Gabriela OCHOA, « Comparing Communities of Optima with Funnels in Combinatorial Fitness Landscapes », dans : *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, GECCO '17, New York, NY, USA : ACM, 2017, p. 377–384, ISBN : 978-1-4503-4920-8, DOI : 10.1145/3071178.3071211.
- [Tho+17] Sarah L. THOMSON, Gabriela OCHOA, Fabio DAOLIO et Nadarajen VEERAPEN, « The Effect of Landscape Funnels in QAPLIB Instances », dans : *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*, GECCO '17, New York, NY, USA : ACM, 2017, p. 1495–1500, ISBN : 978-1-4503-4939-0, DOI : 10.1145/3067695.3082512.
- [TVO08] Marco TOMASSINI, Sébastien VÉREL et Gabriela OCHOA, « Complex-network analysis of combinatorial spaces : The NK landscape case », dans : *Physical Review E* 78.6 (déc. 2008), p. 066114, DOI : 10.1103/PhysRevE.78.066114.
- [Val08] Marco VALENTE, *Pseudo-NK : an enhanced model of complexity*, rapp. tech., LEM Working Paper Series, 2008.
- [VEY13] Bas VAN STEIN, Michael EMMERICH et Zhiwei YANG, « Fitness landscape analysis of nk landscapes and vehicle routing problems by expanded barrier trees », dans : *EVOLVE-A Bridge between Probability, Set Oriented Numerics, and Evolutionary Computation IV*, Springer, 2013, p. 75–89.
- [Van+04] Leonardo VANNESCHI, Manuel CLERGUE, Philippe COLLARD, Marco TOMASSINI et Sébastien VÉREL, « Fitness Clouds and Problem Hardness in Genetic Programming », dans : *Genetic and Evolutionary Computation – GECCO 2004*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, juin 2004, p. 690–701, ISBN : 978-3-540-22343-6 978-3-540-24855-2, DOI : 10.1007/978-3-540-24855-2\_76.
- [Van+07] Leonardo VANNESCHI, Philippe COLLARD, Sébastien VEREL, Marco TOMASSINI, Yuri PIROLA et Giancarlo MAURI, « A Comprehensive View of Fitness Landscapes with Neutrality and Fitness Clouds », dans : *EuroGP 2007*, t. 4445, Valencia, Spain : Springer, avr. 2007, p. 241–250, DOI : 10.1007/978-3-540-71605-1\_22.
- [VPC06] Leonardo VANNESCHI, Yuri PIROLA et Philippe COLLARD, « A Quantitative Study of Neutrality in GP Boolean Landscapes », dans : *Proceedings of the 8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '06, New York, NY, USA : ACM, 2006, p. 895–902, ISBN : 978-1-59593-186-3, DOI : 10.1145/1143997.1144152.
- [Van+12] Leonardo VANNESCHI, Yuri PIROLA, Giancarlo MAURI, Marco TOMASSINI, Philippe COLLARD et Sébastien VEREL, « A study of the neutrality of Boolean function landscapes in genetic programming », dans : *Theoretical Computer Science*, Theoretical Foundations of Evolutionary Computation 425.Supplement C (mar. 2012), p. 34–57, ISSN : 0304-3975, DOI : 10.1016/j.tcs.2011.03.011.
- [Van+03] Leonardo VANNESCHI, Marco TOMASSINI, Manuel CLERGUE et Philippe COLLARD, « Difficulty of Unimodal and Multimodal Landscapes in Genetic Programming », dans : *Genetic and Evolutionary Computation — GECCO 2003*, Lecture Notes in Computer Science,

- 
- Springer, Berlin, Heidelberg, juil. 2003, p. 1788–1799, ISBN : 978-3-540-40603-7 978-3-540-45110-5, DOI : 10.1007/3-540-45110-2\_70.
- [Van+06] Leonardo VANNESCHI, Marco TOMASSINI, Philippe COLLARD et Sébastien VEREL, « Negative slope coefficient. a measure to characterize genetic programming fitness landscapes », dans : *EUROGP'06, Genetic Programming, 9th European Conference*, t. 3905, Lecture Notes in Computer Science, France : Springer, avr. 2006, p. 178–189, DOI : 10.1007/11729976\_16.
- [Vee+16] Nadarajen VEERAPEN, Gabriela OCHOA, Renato TINÓS et L. Darrell WHITLEY, « Tunnelling Crossover Networks for the Asymmetric TSP », dans : *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN XIV*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, sept. 2016, p. 994–1003, ISBN : 978-3-319-45822-9 978-3-319-45823-6, DOI : 10.1007/978-3-319-45823-6\_93.
- [VCC03] S. VEREL, P. COLLARD et M. CLERGUE, « Where are bottlenecks in NK fitness landscapes ? », dans : *The 2003 Congress on Evolutionary Computation, 2003. CEC '03*, déc. 2003, 273–280 Vol.1, DOI : 10.1109/CEC.2003.1299585.
- [VCC04] S. VEREL, P. COLLARD et M. CLERGUE, « Scuba search : when selection meets innovation », dans : *Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.04TH8753)*, juin 2004, 924–931 Vol.1, DOI : 10.1109/CEC.2004.1330960.
- [VOT11] S. VEREL, G. OCHOA et M. TOMASSINI, « Local Optima Networks of NK Landscapes With Neutrality », dans : *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 15.6 (déc. 2011), p. 783–797, ISSN : 1089-778X, DOI : 10.1109/TEVC.2010.2046175.
- [Ver+11a] Sébastien VEREL, Fabio DAOLIO, Gabriela OCHOA et Marco TOMASSINI, « Local Optima Networks with Escape Edges », dans : *International Conference on Artificial Evolution (EA-2011)*, Angers, France, oct. 2011, p. 10–23.
- [Ver+11b] Sébastien VEREL, Arnaud LIEFOOGHE, Laetitia JOURDAN et Clarisse DHAENENS, « Analyzing the Effect of Objective Correlation on the Efficient Set of MNK-Landscapes », dans : *Learning and Intelligent OptimizatioN Conference (LION 5)*, t. 6683/2011, Lecture Notes in Computer Science (LNCS), Rome, Italy : Springer, jan. 2011, p. 116–130, DOI : 10.1007/978-3-642-25566-3\_9.
- [Ver+12] Sébastien VEREL, Arnaud LIEFOOGHE, Laetitia JOURDAN et Clarisse DHAENENS, « Pareto Local Optima of Multiobjective NK-Landscapes with Correlated Objectives », dans : *arXiv :1207.4452 [cs]* (juil. 2012), arXiv : 1207.4452.
- [Ver+13] Sébastien VEREL, Arnaud LIEFOOGHE, Laetitia JOURDAN et Clarisse DHAENENS, « On the structure of multiobjective combinatorial search space : MNK-landscapes with correlated objectives », dans : *European Journal of Operational Research* 227.2 (juin 2013), p. 331–342, ISSN : 0377-2217, DOI : 10.1016/j.ejor.2012.12.019.
- [VOT08] Sébastien VEREL, Gabriela OCHOA et Marco TOMASSINI, « The Connectivity of NK Landscapes' Basins : A Network Analysis », dans : *arXiv :0810.3492 [cs]* (oct. 2008), arXiv : 0810.3492.



- 
- [Wat+99] Jean-Paul WATSON, Laura BARBULESCU, Adele E. HOWE et L. Darrell WHITLEY, « Algorithm Performance and Problem Structure for Flow-shop Scheduling. », *dans* : *AAAI/IAAI*, 1999, p. 688–695.
- [Wat+02] Jean-Paul WATSON, Laura BARBULESCU, L. Darrell WHITLEY et Adele E. HOWE, « Contrasting structured and random permutation flow-shop scheduling problems : search-space topology and algorithm performance », *dans* : *INFORMS Journal on Computing* 14.2 (2002), p. 98–123.
- [Wei90] Edward WEINBERGER, « Correlated and uncorrelated fitness landscapes and how to tell the difference », *dans* : *Biological cybernetics* 63.5 (1990), p. 325–336.
- [Whi15] L. Darrell WHITLEY, « MK Landscapes, NK Landscapes, MAX-kSAT : A Proof That the Only Challenging Problems Are Deceptive », *dans* : *Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '15, New York, NY, USA : ACM, 2015, p. 927–934, ISBN : 978-1-4503-3472-3, DOI : 10.1145/2739480.2754809.
- [WC12a] L. Darrell WHITLEY et Wenxiang CHEN, « Constant Time Steepest Ascent Local Search with Statistical Lookahead for NK-Landscapes », *dans* : *GECCO'12 : Proc. of the annual conference on Genetic and Evolutionary Computation Conference*, 2012.
- [WC12b] L. Darrell WHITLEY et Wenxiang CHEN, « Constant Time Steepest Descent Local Search with Lookahead for NK-landscapes and MAX-kSAT », *dans* : *Proceedings of the 14th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '12, New York, NY, USA : ACM, 2012, p. 1357–1364, ISBN : 978-1-4503-1177-9, DOI : 10.1145/2330163.2330351.
- [WCH12] L. Darrell WHITLEY, Wenxiang CHEN et Adele E. HOWE, « An Empirical Evaluation of  $O(1)$  Steepest Descent for NK-Landscapes », *dans* : *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN XII*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, sept. 2012, p. 92–101, ISBN : 978-3-642-32936-4 978-3-642-32937-1, DOI : 10.1007/978-3-642-32937-1\_10.
- [WC12c] L. Darrell WHITLEY et Francisco CHICANO, « Quasi-elementary Landscapes and Superpositions of Elementary Landscapes », *dans* : *Learning and Intelligent Optimization*, Lecture Notes in Computer Science, DOI : 10.1007/978-3-642-34413-8\_20, Springer, Berlin, Heidelberg, 2012, p. 277–291, ISBN : 978-3-642-34412-1 978-3-642-34413-8.
- [WC14] L. Darrell WHITLEY et Francisco CHICANO, « Elementary Landscape Decomposition of the Hamiltonian Path Optimization Problem », *dans* : *European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, Springer, 2014, p. 121–132.
- [Whi+10] L. Darrell WHITLEY, Francisco CHICANO, Enrique ALBA et Francisco LUNA, « Elementary Landscapes of Frequency Assignment Problems », *dans* : *Proceedings of the 12th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '10, New York, NY, USA : ACM, 2010, p. 1409–1416, ISBN : 978-1-4503-0072-8, DOI : 10.1145/1830483.1830743.

- 
- [WCG16] L. Darrell WHITLEY, Francisco CHICANO et Brian W. GOLDMAN, « Gray Box Optimization for Mk Landscapes (NK Landscapes and MAX-kSAT) », *dans : Evolutionary Computation* 24.3 (avr. 2016), p. 491–519, ISSN : 1063-6560, DOI : 10.1162/EVCO\_a\_00184.
- [WS09] L. Darrell WHITLEY et Andrew M. SUTTON, « Partial Neighborhoods of Elementary Landscapes », *dans : Proceedings of the 11th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '09, New York, NY, USA : ACM, 2009, p. 381–388, ISBN : 978-1-60558-325-9, DOI : 10.1145/1569901.1569954.
- [WSH08] L. Darrell WHITLEY, Andrew M. SUTTON et Adele E. HOWE, « Understanding Elementary Landscapes », *dans : Proceedings of the 10th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, GECCO '08, New York, NY, USA : ACM, 2008, p. 585–592, ISBN : 978-1-60558-130-9, DOI : 10.1145/1389095.1389208.
- [Whi+14] L. Darrell WHITLEY, Andrew M. SUTTON, Gabriela OCHOA et Francisco CHICANO, « The component model for elementary landscapes and partial neighborhoods », *dans : Theoretical Computer Science*, Genetic and Evolutionary Computation 545 (août 2014), p. 59–75, ISSN : 0304-3975, DOI : 10.1016/j.tcs.2014.04.036.
- [W+97] David H. WOLPERT, William G. MACREADY et al., « No free lunch theorems for optimization », *dans : IEEE transactions on evolutionary computation* 1.1 (1997), p. 67–82.
- [Wri32] Sewall WRIGHT, *The roles of mutation, inbreeding, crossbreeding, and selection in evolution*, t. 1, 1932.
- [YH07] Shin YOO et Mark HARMAN, « Pareto efficient multi-objective test case selection », *dans : Proceedings of the 2007 international symposium on Software testing and analysis*, ACM, 2007, p. 140–150.



---

## Titre : Stratégies d'exploration de paysages de fitness

**Mot clés :** recherche locale, paysage de fitness, optimisation combinatoire

**Resumé :** De nombreux problèmes d'optimisation combinatoire sont difficiles à résoudre et mettent en échec les méthodes de résolution exacte. Parmi les algorithmes de résolution approchée, les métaheuristiques sont génériques et largement étudiées dans la littérature. La capacité d'une métaheuristique donnée à trouver de bonnes solutions varie selon la nature des problèmes traités et les données qui les composent, et étudier efficacement la dynamique de ces algorithmes pour des instances de grandes tailles est difficile. Cette thèse s'intéresse aux métaheuristiques de type recherche locale. Des mécanismes basiques sont étudiés afin de mieux comprendre leur comportement et d'évaluer leur capacité à trouver de bonnes solutions sur différents types de problèmes. Nous abstrayons plusieurs problèmes d'optimisation, munis d'une relation de voisinage

entre solutions, sous forme de paysages de fitness afin d'analyser la dynamique des méthodes selon des caractéristiques de ces paysages. Nous étudions la navigation dans ces paysages, en se restreignant initialement aux mouvements strictement améliorants. En particulier, nous proposons le critère d'expansion pour guider la recherche et évaluons sa pertinence pour mener les descentes vers de bonnes solutions. Plusieurs variantes approchant ce principe sont proposées et évaluées, offrant divers compromis entre efficacité et coût calculatoire permettant d'envisager de les intégrer dans des métaheuristiques plus complexes. Enfin nous étudions des recherches locales à voisinage partiel et montrons que dans ce contexte des règles pivot simples mènent à de bons compromis entre intensification et diversification, et ainsi à de bonnes solutions.

---

## Title : Fitness landscape exploration strategies

**Keywords :** local search, fitness landscape, combinatorial optimization

**Abstract :** Many combinatorial optimization problems are hard to solve and in many cases, exact approaches are impracticable. Among partial search algorithms, metaheuristics are generic algorithms, widely studied in the literature. Their ability to find good solutions varies in function of the problems' nature et data composing problem instances, and studying efficiently the dynamics of such algorithms is challenging, especially for large instances. We restrain our metaheuristic study to local search algorithms. Basic mechanisms are studied to improve their understanding and assess their ability to find good solutions. We abstract optimization problems into fitness landscapes, thanks to a neighborhood relation between solutions, in order to analyze the dynamics of methods in function

of several landscapes characteristics. We study the navigation on these landscapes, firstly by constraining moves to be strictly improving. In particular, we propose the expansion criterion to guide the search process and assess its relevance to guide climbers through good solutions. Variants approximating this principle are proposed and studied, leading to many trade-offs between the ability to find good solutions and the computational cost making them integrable into more complex metaheuristics. Last, we study partial neighborhood local searches, which accept deteriorating moves. In this context, experiments show that simple pivoting rules are sufficient to attain good trade-offs between intensification and diversification and thus reaching good solutions.