

МАТЕРИАЛЫ
VI Международной молодежной
научной конференции
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ,
ТЕХНИЧЕСКИХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 24–26 мая 2018 г.

*Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2018

$$+ j\kappa_2 \left. \left. \sum_{i=1}^2 p_i^2 (u_i + z_i a_{1i})^2 b_i + \sum_{i=1}^2 \sum_{\substack{g=1 \\ g \neq i}}^2 p_i p_g (u_i + z_i a_{1i})(u_g + z_g a_{1g}) b_i b_g \right\} \right\}$$

где $\kappa_2 = \mathbf{f}_2 (\mathbf{A} - \kappa_1 \mathbf{I}) \mathbf{e}$, $a_{2i} = \int_0^{\infty} y^2 dG_i(y)$, а вектор-строка \mathbf{f}_2 удовлетворяет линейной матричной системе уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{f}_2 \mathbf{Q} = \mathbf{r} (\kappa_1 \mathbf{I} - \mathbf{A}), \\ \mathbf{f}_2 \mathbf{e} = 0. \end{cases}$$

Полученное выражение будем называть асимптотикой второго порядка числа занятых приборов и объемов ресурсов каждого типа в системе $\text{MMPP}^{(V_1, V_2)} | \text{GI} | \infty$ в момент времени t .

Заключение

В работе рассмотрена математическая модель СМО $\text{MMPP}^{(V_1, V_2)} | \text{GI} | \infty$, с помощью метода асимптотического анализа получены асимптотические приближения моментов первого и второго порядка числа занятых приборов и объемов ресурса, требуемого заявками, двух типов в рассматриваемой системе в условии эквивалентного роста времени обслуживания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lisovskaya E., Moiseeva S., Pagano M., Potatueva V.* Study of the MMPP/GI/ Queueing System with Random Customers' Capacities // Informatics and Applications. – 2017. – Vol. 11, No. 4. – P. 111–119.
2. *Боровков А.А.* Асимптотические методы в теории массового обслуживания. – М.: Наука, 1980. – 382 с.
3. *Моисеев А.Н., Назаров А.А.* Бесконечнолинейные системы и сети массового обслуживания // Томск: Изд-во НТЛ, 2015. – 240 с.
4. *Моисеева С.П.* Разработка методов исследования математических моделей немарковских систем обслуживания с неограниченным числом приборов и непугассоновскими входящими потоками: дис. д-р. физ.-мат. наук: 05.13.18. – Томск, 2014. – 280 с.
5. *Назаров А.А., Терпугов А.Ф.* Теория массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2005. – 228 с.
6. *Назаров А.А.* Асимптотический анализ марковизируемых систем. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1991. – 153 с.
7. *Назаров А.А., Моисеева С.П.* Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.
8. *Панкратова Е.В.* Исследование системы массового обслуживания GI/GI/∞ с двумя типами заявок // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2015): материалы XIV Междунар. конф. им. А.Ф. Терпугова (Анжеро-Судженск, 18–22 ноября 2015). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2015. – Ч. 1. – С. 152.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ $\text{MMPP}(n) | M(n) | \infty$ МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

Е.П. Полин, С.П. Моисеева

*Томский государственный университет
polin_evgeny@mail.ru, smoiseeva@mail.ru*

Введение

Развитие техники, телефонии, спутниковых, компьютерных, беспроводных и мобильных сетей связи привело к необходимости применения более адекватных математических моделей процессов передачи и обработки данных и дало существенный толчок к развитию исследований систем с изменяемыми параметрами [1]. Особенно актуальным представляется исследование таких систем при оценке ситуации и организации управления в современных и перспективных информационно-вычислительных сетях и сетях связи.

Большинство современных технических систем, в том числе систем передачи информации и телекоммуникационных систем, функционируют в условиях изменяющейся внешней среды, которые носят как регулярный, так и случайный характер [2]. Такие системы в теории массового обслуживания называются системами массового обслуживания (СМО) в случайной среде [3]. Эти СМО более адекватно по сравнению с классическими марковскими системами отображают реальные процессы, связанные с изменяющейся во времени внешней случайной средой и реакцией самой системы на эти изменения.

В данной статье приводится исследование методом моментов [4] системы массового обслуживания, функционирующей в условиях изменяющейся внешней среды.

1. Постановка задачи

Рассматривается неоднородная система массового обслуживания с неограниченным числом приборов, функционирующая в случайной среде (рис. 1).

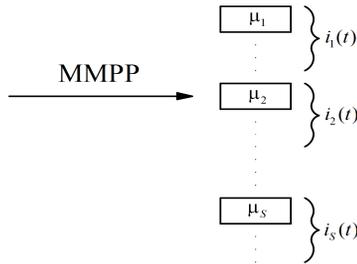


Рис. 1. Система массового обслуживания MMPP(n)|M(n)|∞

Входящий MММР-поток задается матрицами $(\mathbf{Q}, \mathbf{\Lambda})$, где \mathbf{Q} – матрица инфинитесимальных характеристик управляющей цепи Маркова $s(t)$, $\mathbf{\Lambda}$ – матрица интенсивностей. Дисциплина обслуживания определяется следующим образом: если заявка поступает с интенсивностью λ_n , то она обслуживается случайное время, распределённое по экспоненциальному закону $F(x) = 1 - e^{-\mu_n x}$, не меняющееся при изменении состояния среды.

Таким образом, ставится задача исследования многомерного случайного процесса $\mathbf{i}(t) = [i_1(t), i_2(t), \dots, i_s(t)]$ – числа занятых приборов разного типа в системе.

Так как $\{i_1(t), i_2(t), \dots, i_s(t)\}$ – немарковский случайный процесс, будем рассматривать многомерную цепь Маркова $\{i_1(t), i_2(t), \dots, i_s(t), s(t)\}$.

2. Система дифференциальных уравнений Колмогорова

Обозначим $P(i_1, i_2, \dots, i_s, n, t) = P\{i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2, \dots, i_s(t) = i_s, s(t) = n\}$, $\mathbf{e}_1 = [1, 0, \dots, 0]$, $\mathbf{e}_2 = [0, 1, \dots, 0]$, ..., $\mathbf{e}_l = [0, 0, \dots, 1, \dots, 0]$, тогда для распределения вероятностей получаем систему дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\frac{\partial P(\mathbf{i}, n, t)}{\partial t} = -\left(\lambda_n + \sum_{l=1}^s \mu_l i_l\right) P(\mathbf{i}, n, t) + \lambda_n P(\mathbf{i} - \mathbf{e}_n, n, t) + \sum_{l=1}^s \mu_l (i_l + 1) P(\mathbf{i} + \mathbf{e}_l, n, t) + \sum_{v=1}^S q_{vn} P(\mathbf{i}, v, t), \quad n = \overline{1, S}.$$

Для стационарного распределения вероятностей $P(\mathbf{i}, n) \equiv P(\mathbf{i}, n, t)$ перепишем данную систему в виде

$$-\left(\lambda_n + \sum_{l=1}^S \mu_l i_l\right) P(\mathbf{i}, n) + \lambda_n P(\mathbf{i} - \mathbf{e}_n, n) + \sum_{l=1}^S \mu_l (i_l + 1) P(\mathbf{i} + \mathbf{e}_l, n) + \sum_v q_{vn} P(\mathbf{i}, v) = 0, \quad n = \overline{1, S}.$$

Тогда для частичных характеристических функций вида

$$H(u_1, u_2, \dots, u_S, n) = H(\mathbf{u}, n) = \sum e^{j\mu_1 i_1} \sum e^{j\mu_2 i_2} \dots \sum e^{j\mu_S i_S} P(\mathbf{i}, n), \quad n = \overline{1, S}$$

имеем следующую систему уравнений

$$j \sum_{k=1}^S \mu_k (e^{-j\mu_k} - 1) \frac{\partial H(\mathbf{u}, n)}{\partial u_k} = \lambda_n H(\mathbf{u}, n) (e^{j\mu_n} - 1) + \sum_v q_{vn} H(\mathbf{u}, v), \quad n = \overline{1, S}.$$

Систему уравнений для $H(\mathbf{u}, n)$ в матричном виде запишем следующим образом:

$$j\boldsymbol{\mu}(\mathbf{u}) \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{h}(\mathbf{u}) (\boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{u}) + \mathbf{Q}), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) = [H(\mathbf{u}, 1), H(\mathbf{u}, 2) \dots H(\mathbf{u}, S)], \quad \boldsymbol{\mu}(\mathbf{u}) = [\mu_1 (e^{-j\mu_1} - 1) \quad \mu_2 (e^{-j\mu_2} - 1) \quad \dots \quad \mu_S (e^{-j\mu_S} - 1)],$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H(\mathbf{u}, 1)}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial H(\mathbf{u}, S)}{\partial u_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial H(\mathbf{u}, 1)}{\partial u_S} & \dots & \frac{\partial H(\mathbf{u}, S)}{\partial u_S} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \lambda_1 (e^{j\mu_1} - 1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 (e^{j\mu_2} - 1) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_S (e^{j\mu_S} - 1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & \dots & q_{1S} \\ \dots & \dots & \dots \\ q_{S1} & \dots & q_{SS} \end{bmatrix}.$$

Полученная система уравнений позволяет определить основные характеристики рассматриваемой системы.

3. Моменты первого порядка

Для нахождения начальных моментов первого порядка продифференцируем систему (1) по \mathbf{u} , в результате дифференцирования получим уравнение

$$j \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} + \boldsymbol{\mu}(\mathbf{u}) \frac{\partial^2 \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} \right) = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} (\boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{u}) + \mathbf{Q}) + \mathbf{h}(\mathbf{u}) \frac{\partial \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}, \quad (2)$$

где

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} -j\mu_1 e^{-j\mu_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -j\mu_2 e^{-j\mu_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -j\mu_S e^{-j\mu_S} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} j\lambda_1 e^{j\mu_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & j\lambda_2 e^{j\mu_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & j\lambda_S e^{j\mu_S} \end{bmatrix}.$$

В уравнение (2) подставим $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, получим следующую систему уравнений для нахождения моментов первого порядка

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{M} - \mathbf{M} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{R}\mathbf{A}, \quad (3)$$

$$\text{где } \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1^{(1)}(1) & \dots & m_1^{(1)}(S) \\ \dots & \dots & \dots \\ m_1^{(S)}(1) & \dots & m_1^{(S)}(S) \end{bmatrix} \text{ — матрица условных моментов первого порядка,}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_s \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & R_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & \dots & q_{1s} \\ \dots & \dots & \dots \\ q_{s1} & \dots & q_{ss} \end{bmatrix}.$$

Домножив уравнение (3) на единичный вектор-столбец и учитывая, что $\mathbf{Qe} = \mathbf{0}$,

получим $\mathbf{Am} = \mathbf{RLe}$, откуда $\mathbf{m} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{RLe}$. Здесь $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1^1 \\ \vdots \\ m_1^s \end{bmatrix}$ – вектор-столбец первых

моментов числа занятых приборов каждого типа.

4. Моменты второго порядка

Для нахождения моментов второго порядка продифференцируем систему (2) по \mathbf{u} , в результате дифференцирования получим уравнение

$$j \left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} + 2 \frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} + \boldsymbol{\mu}(\mathbf{u}) \frac{\partial^3 \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^3} \right) =$$

$$= \frac{\partial^2 \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} (\mathbf{\Lambda}(\mathbf{u}) + \mathbf{Q}) + 2 \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \cdot \frac{\partial \mathbf{\Lambda}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} + \mathbf{h}(\mathbf{u}) \frac{\partial^2 \mathbf{\Lambda}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2}, \quad (4)$$

где

$$\frac{\partial^2 \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 H(\mathbf{u}, 1)}{\partial u_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 H(\mathbf{u}, S)}{\partial u_1^2} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 H(\mathbf{u}, 1)}{\partial u_s^2} & \dots & \frac{\partial^2 H(\mathbf{u}, S)}{\partial u_s^2} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} = \begin{bmatrix} j^2 \mu_1 e^{-j\mu_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & j^2 \mu_2 e^{-j\mu_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & j^2 \mu_s e^{-j\mu_s} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{\Lambda}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2} = \begin{bmatrix} j^2 \lambda_1 e^{j\mu_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & j^2 \lambda_2 e^{j\mu_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & j^2 \lambda_s e^{j\mu_s} \end{bmatrix}.$$

В уравнение (4) подставим $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, получим следующую систему уравнений для нахождения моментов второго порядка $2\mathbf{A} \cdot \mathbf{M}_2 - \mathbf{M}_2 \mathbf{Q} = 2\mathbf{M} \cdot \mathbf{\Lambda} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{R}\mathbf{L}$, где

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} m_2^{(1)}(1) & \dots & m_2^{(1)}(S) \\ \dots & \dots & \dots \\ m_2^{(S)}(1) & \dots & m_2^{(S)}(S) \end{bmatrix} \text{ – матрица условных моментов второго порядка.}$$

5. Моменты первого и второго порядков системы MMPP(2)|M(2) $_{\infty}$

Рассмотрим частный случай исследуемой системы, при котором изменяющаяся внешняя среда принимает только два различных состояния.

Для распределения вероятностей $P(i_1, i_2, s, n) = P\{i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2, s(t) = n\}$ можно записать следующую систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(i_1, i_2, 1, t)}{\partial t} &= \lambda_1 P(i_1 - 1, i_2, 1, t) + \{\mu_1 (i_1 + 1) P(i_1 + 1, i_2, 1, t) + \mu_2 (i_2 + 1) P(i_1, i_2 + 1, 1, t)\} - \\ &\quad - (\lambda_1 + \{i_1 \mu_1 + i_2 \mu_2\}) P(i_1, i_2, 1, t) + q_{11} P(i_1, i_2, 1, t) + q_{21} P(i_1, i_2, 2, t), \\ \frac{\partial P(i_1, i_2, 2, t)}{\partial t} &= \lambda_2 P(i_1 - 1, i_2, 2, t) + \{\mu_1 (i_1 + 1) P(i_1 + 1, i_2, 2, t) + \mu_2 (i_2 + 1) P(i_1, i_2 + 1, 2, t)\} - \\ &\quad - (\lambda_2 + \{i_1 \mu_1 + i_2 \mu_2\}) P(i_1, i_2, 2, t) + q_{12} P(i_1, i_2, 1, t) + q_{22} P(i_1, i_2, 2, t). \end{aligned}$$

В стационарном режиме эта система принимает вид:

$$\begin{aligned} 0 &= \lambda_1 P(i_1 - 1, i_2, 1) + \{\mu_1 (i_1 + 1) P(i_1 + 1, i_2, 1) + \mu_2 (i_2 + 1) P(i_1, i_2 + 1, 1)\} - \\ &\quad - (\lambda_1 + \{i_1 \mu_1 + i_2 \mu_2\}) P(i_1, i_2, 1) + q_{11} P(i_1, i_2, 1) + q_{21} P(i_1, i_2, 2), \\ 0 &= \lambda_2 P(i_1 - 1, i_2, 2) + \{\mu_1 (i_1 + 1) P(i_1 + 1, i_2, 2) + \mu_2 (i_2 + 1) P(i_1, i_2 + 1, 2)\} - \\ &\quad - (\lambda_2 + \{i_1 \mu_1 + i_2 \mu_2\}) P(i_1, i_2, 2) + q_{12} P(i_1, i_2, 1) + q_{22} P(i_1, i_2, 2). \end{aligned}$$

Введём частичные характеристические функции:

$H(u_1, u_2, n) = \sum_{i_1=0}^{\infty} e^{ju_1 i_1} \sum_{i_2=0}^{\infty} e^{ju_2 i_2} P(i_1, i_2, n)$, $n = 1, 2$. Домножив на $e^{ju_1 i_1}$, $n = 1, 2$ и просуммировав по i от 0 до ∞ , получим систему уравнений для частных характеристических функций:

$$\begin{aligned} j \left\{ \mu_1 \frac{\partial H(u_1, u_2, 1)}{\partial u_1} (e^{-ju_1} - 1) + \mu_2 \frac{\partial H(u_1, u_2, 1)}{\partial u_2} (e^{-ju_2} - 1) \right\} &= \\ = \lambda_1 H(u_1, u_2, 1) (e^{ju_1} - 1) + q_{11} H(u_1, u_2, 1) + q_{21} H(u_1, u_2, 2), \\ j \left\{ \mu_1 \frac{\partial H(u_1, u_2, 2)}{\partial u_1} (e^{-ju_1} - 1) + \mu_2 \frac{\partial H(u_1, u_2, 2)}{\partial u_2} (e^{-ju_2} - 1) \right\} &= \\ = \lambda_2 H(u_1, u_2, 2) (e^{ju_2} - 1) + q_{12} H(u_1, u_2, 1) + q_{22} H(u_1, u_2, 2). \end{aligned} \quad (5)$$

Продифференцируем систему (5) по u_1 и u_2 , в полученных выражениях положим $u_1 = 0$ и $u_2 = 0$. Получим систему уравнений для нахождения моментов первого порядка:

$$\begin{aligned} \mu_1 m_1^{(1)}(1) &= \lambda_1 R_1 + q_{11} m_1^{(1)}(1) + q_{21} m_1^{(1)}(2), \\ \mu_2 m_1^{(2)}(1) &= q_{11} m_1^{(2)}(1) + q_{21} m_1^{(2)}(2), \\ \mu_1 m_1^{(1)}(2) &= q_{12} m_1^{(1)}(1) + q_{22} m_1^{(1)}(2), \\ \mu_2 m_1^{(2)}(2) &= \lambda_2 R_2 + q_{12} m_1^{(2)}(1) + q_{22} m_1^{(2)}(2). \end{aligned}$$

Для нахождения моментов второго порядка дважды продифференцируем систему (5) по u_1 и u_2 и в полученных выражениях положим $u_1 = 0$ и $u_2 = 0$. Система уравнений для моментов второго порядка и смешанных моментов имеет вид:

$$\begin{aligned}
2\mu_1 m_2^{(1)}(1) - \mu_1 m_1^{(1)}(1) &= q_{11} m_2^{(1)}(1) + q_{21} m_2^{(1)}(2) + 2\lambda_1 m_1^{(1)}(1) + \lambda_1 R_1, \\
2\mu_1 m_2^{(1)}(2) - \mu_1 m_1^{(1)}(2) &= q_{12} m_2^{(1)}(1) + q_{22} m_2^{(1)}(2), \\
\mu_2 m_{1,2}(1) + \mu_1 m_{1,2}(1) &= q_{11} m_{1,2}(1) + q_{21} m_{1,2}(2) + \lambda_1 m_1^{(2)}(1), \\
\mu_2 m_{1,2}(2) + \mu_1 m_{1,2}(2) &= q_{12} m_{1,2}(1) + q_{22} m_{1,2}(2) + \lambda_2 m_1^{(1)}(2), \\
2\mu_2 m_2^{(2)}(1) - \mu_2 m_1^{(2)}(1) &= q_{11} m_2^{(2)}(1) + q_{21} m_2^{(2)}(2), \\
2\mu_2 m_2^{(2)}(2) - \mu_2 m_1^{(2)}(2) &= q_{12} m_2^{(2)}(1) + q_{22} m_2^{(2)}(2) + 2\lambda_2 m_1^{(2)}(2) + \lambda_2 R_2.
\end{aligned} \tag{6}$$

Решая систему (6), получим выражения для моментов второго порядка:

$$\begin{aligned}
m_2^{(1)} &= \frac{1}{2\mu_1} \left\{ 2\lambda_1 m_1^{(1)}(1) - \lambda_1 R_1 - \mu_1 \left(m_1^{(1)}(1) + m_1^{(1)}(2) \right) \right\}, \\
m_2^{(2)} &= \frac{1}{2\mu_2} \left\{ 2\lambda_2 m_1^{(2)}(2) - \lambda_2 R_2 - \mu_2 \left(m_1^{(2)}(1) + m_1^{(2)}(2) \right) \right\}.
\end{aligned}$$

Таким образом, можно записать решение в общем виде для произвольного числа состояний внешней среды:

$$m_2^{(n)} = \frac{1}{2\mu_n} \left\{ 2\lambda_n m_1^{(n)}(n) - \lambda_n R_n - \mu_n \left(m_1^{(n)}(1) + m_1^{(n)}(2) + \dots + m_1^{(n)}(S) \right) \right\}, \quad n = \overline{1, S},$$

где S – число состояний.

Заключение

В данной работе рассмотрена математическая модель системы $MMPP(n)|M(n)|\infty$, функционирующей в условии изменяющейся внешней среды, методом моментов получены уравнения для нахождения моментов первого и второго порядков, исследован частный случай рассматриваемой системы для двух состояний изменяющейся внешней среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дудин С.А., Дудина О.С. Многоканальная система обслуживания с марковским входным потоком нетерпеливых запросов, функционирующая в случайной среде // Информатика. Математическое моделирование. – 2015. – №1. – С. 45–55.
2. Моисеева С.П., Полин Е.П. Исследование математической модели бесконечнолинейной СМО с входящим МАР-потоком переменной интенсивности // Проблемы оптимизации сложных систем: сборник докладов Двенадцатой международной азиатской школы-семинара. Новосибирск, Академгородок, 12-16 декабря 2016 г. – Новосибирск, 2016. – С. 380–384.
3. Кортаев И.А., Сиваев Л.Р. Системы массового обслуживания в полумарковской случайной среде // Автоматика и телемеханика. – 1992. – №7. – С. 86–92.
4. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2005. – 228 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ $MMPP|GI|\infty$ МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

С.А. Сеченова

Томский государственный университет
sechenovasofi@mail.ru

Введение

Системы массового обслуживания (СМО) с заявками случайного объёма позволяют решать задачи проектирования информационных систем, объектом преобразования в которых является информация, поступающая порциями в виде дискретных или непрерывных сообщений. Сообщения или заявки обладают различным информационным объёмом, который представляет собой случайную величину.

Задача исследования СМО, в которых каждая поступающая в систему заявка наряду со случайной длиной имеет случайный объём, причем суммарный объём всех находящихся в системе заявок ограничен, как было замечено еще в работах [1,8,9], играет