



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО
РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ (ИТММ-2019)

**МАТЕРИАЛЫ
XVIII Международной конференции
имени А. Ф. Терпугова
26–30 июня 2019 г.**

Часть 1



ТОМСК
«Издательство НТЛ»
2019

УДК 519
ББК 22.17
И74

И74 Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2019): Материалы XVIII Международной конференции имени А.Ф. Терпугова (26–30 июня 2019 г.). – Томск: Изд-во НТЛ, 2019. – Часть 1. – 340 с.

ISBN 978-5-89503-628-0

Сборник содержит избранные материалы XVIII Международной конференции имени А.Ф. Терпугова по следующим направлениям: интеллектуальный анализ данных, информационные технологии, математическое и компьютерное моделирование.

Для специалистов в области информационных технологий и математического моделирования.

УДК 519
ББК 22.17

Редколлегия:

А.Н. Моисеев, доктор физико-математических наук, доцент,
С.П. Сущенко, доктор технических наук, профессор.

ISBN 978-5-89503-628-0

© Авторы. Текст, 2019
© Оформление. Дизайн.
ООО «Издательство НТЛ», 2019

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Hybrid heuristic algorithm for the single vehicle pickup and delivery problem

Ramiz Gindullin

Bashkir State University, Ufa, Russia

A variant of VRP, called the pickup and delivery problem with single vehicle (SPDP), is examined in the article. This is an *NP*-hard problem. SPDP is also called Pickup-Delivery Traveling Salesman Problem and Traveling Salesman Problem with Pickups and Deliveries [1].

SPDP without vehicle capacity constraint and cargo weights was solved with exact approach in [2].

[3] and [4] used different approaches with perturbations in cycles to solve SPDP without vehicle capacity constraint and cargo weights.

Problem definition

Assume, that $P = \{1, \dots, n\}$ – nodes of cargo pickups and $D = \{1+n, \dots, 2n\}$ – nodes of cargo deliveries. For the node i from P , the amount of cargo that needs to be picked up is equal q_i , and then, for the node $i+n$ from D , amount of cargo that needs to be delivered is equal to the negative amount $(-q_i)$. Set of all the nodes is $V = P \cup D \cup \{0\}$, where $\{0\}$ is the depot. Vehicle with the capacity S must visit all the nodes once and deliver cargo from the nodes i to the nodes $i+n$. Route must start and end in the depot. Distances between all pairs of nodes (c_{ij}) are known. Problem is *NP*-hard, because if we assume $S = q_1 = \dots = q_n = 1$, then the problem is the equivalent of the asymmetric traveling salesman problem with $n+1$ nodes.

Minimal allowed vehicle capacity is equal $\max\{q_i\}$. Clearly, no route could be made if $S < \max\{q_i\}$. With $S = \max\{q_i\}$ there are at least $n!$ allowed routes, for example: $0 - 1 - (1+n) - 2 - (2+n) - \dots - n - 2n - 0$.

If vehicle capacity is unlimited, then the number of the allowed routes is equal $(2n)!/2n$. Number of all permutations is equal $(2n)!$, and each allowed permutation leads to $2n$ permutations by switching places of nodes i and $i+n$ for all $i = 1, 2, \dots, n$.

With $S \geq \max \{q_i\}$ any allowed section of a route could be continued. For example, if vehicle is empty and there are unvisited clients, then vehicle can move to some node i to pick up its cargo. If there is some cargo in vehicle, that means, some node i is visited, but not the node $i+n$ and vehicle can deliver that cargo to that node.

Problem formalizations are listed in [5]

Heuristic, based on the gravitational analogy

The proposed heuristic procedure is based on greed algorithm in which the choice of the next destination depends on a distance and cargo size.

Values p_i , $i = \overline{1, 2n}$, denoting weights, are assigned to the vehicle and every node. These values will change during the procedure. Initially, all producer weights are positive, and all consumer weights are equal to zero. Weights are normalized to the 0 at the min and to the 1 at the max range. Weight of the vehicle, p_0 , is equal to the average weight of the producers multiplied on previously defined coefficient R .

$$p_0 = \frac{R}{n} \sum_{i=1}^n p_i, \quad p_i = \frac{q_i}{q_{\max}}, \quad p_{i+n} = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad q_{\max} = \max_{1 \leq i \leq n} q_i. \quad (1)$$

On every step of the procedure, the vehicle is experiencing the gravitational pull from nodes. F_i denotes the force of the gravitational pull from the node i . vehicle moves to the node with whom it has maximal F_i . After visiting the producer i , its weight will become equal to 0 ($p_i = 0$), while corresponding consumer will be assigned with the previous weight p_i ($p_{i+n} = p_i$). After visiting the consumer $i+n$, its weight will become equal to 0 ($p_{i+n} = 0$).

Gravitational pull for a producer i , if the vehicle is placed in node j , is calculated as follows:

$$F_{ji} = \frac{p_0 p_i^S}{(c_{ji}^*)^t}, \quad i = \overline{1, n}, \quad c_{ji}^* = \frac{c_{ji}}{c_{\max}}, \quad c_{\max} = \max_{i,j} c_{ij}. \quad (2)$$

Gravitational pull for a consumer $i+n$, if the vehicle is placed in node j , is calculated as follows:

$$F_{j,i+n} = \frac{p_{i+n}^{S+1}}{(c_{j,i+n}^*)^t}, \quad i = \overline{1, n}, \quad c_{j,i+n}^* = \frac{c_{j,i+n}}{c_{\max}}, \quad c_{\max} = \max_{i,j} c_{ij}. \quad (3)$$

Values of s and t are selected before the start of the procedure.

Results of the heuristic will depend on the selected values of R , s and t , before the start of the procedure. Preliminary experiments showed, that for s it is enough to select integer values between -2 and 2 .

The procedure has the same weakness as all greed algorithms: the distance between the depot and the last visited consumer could be large and this will significantly decrease the quality of the solution. To smooth that potential problem, it is proposed to construct paths both from the start and from the end (forward and reverse searches, accordingly) for the selected R , s and t .

Search procedure with the set values R , s , t and search direction will take time $O(n^2)$.

The procedure will allow to construct an initial path for such procedures as *2-opt*, *3-opt*, *4-opt*, etc. [3, 4]

The search of values R , s , t and search direction could be done by a simple enumeration procedure in the selected ranges and discretization. The usage of metaheuristics (genetic algorithm, particle swarm optimization is proposed, etc) is also possible.

Hybrid approach

To show the efficiency of metaheuristics, compared to the enumeration approach, a variant of particle swarm optimization was adapted.

Function $f(R,s,t,d)$ denotes the result of the heuristic, based on the gravitational analogy. Parameter d denotes the search direction. If $d = -1$ then the forward search is used. If $d = 1$ then the reverse search is used.

N particles with different parameters R , s , t and d are generated. Each particle i will have its own value $f_i = f(R_i, s_i, t_i, d_i)$.

Between particles i and j the distance r_{ij} is calculated:

$$r_{ij} = r_{ji} = (R_i - R_j)^2 + (s_i - s_j)^2 + (t_i - t_j)^2 + (d_i - d_j)^2. \quad (4)$$

On every step k , particle i will change its position (R_i, s_i, t_i, d_i) . The particle with the lowest f_i will move slightly in a random direction. Other particles will move to the particle j which has $\max_{j \neq i, f_i^k > f_j^k} \left((f_i^k - f_j^k) e^{-\gamma r_{ij}^k} \right)$. Parameter γ

is set before the procedure.

Coordinates of the particle i in step $k + 1$ after the move to the selected particle j will be calculated as follows:

$$R_i^{k+1} = R_i^k + (R_i^k - R_j^k) \cdot e^{-\gamma r_{ij}^k} + 1 \cdot \left(rand - \frac{1}{2} \right), \quad R_i^{k+1} \geq 0.01, \quad (5)$$

$$s_i^{k+1} = \left[s_i^k + (s_i^k - s_j^k) \cdot e^{-\gamma r_{ij}^k} + 2 \cdot \left(rand - \frac{1}{2} \right) \right], \quad (6)$$

$$t_i^{k+1} = \left[t_i^k + (t_i^k - R_j^k) \cdot e^{-\gamma r_{ij}^k} + 2 \cdot \left(rand - \frac{1}{2} \right) \right], \quad t_i^{k+1} \geq 1, \quad (7)$$

$$d_i^{k+1} = \begin{cases} -1, & \text{if } d_i^k + (d_i^k - d_j^k) \cdot e^{-\gamma r_{ij}^k} + 1 \cdot \left(rand - \frac{1}{2} \right) < 0, \\ +1, & \text{if } d_i^k + (d_i^k - d_j^k) \cdot e^{-\gamma r_{ij}^k} + 1 \cdot \left(rand - \frac{1}{2} \right) \geq 0, \end{cases} \quad (8)$$

where $rand$ – randomly generated number from 0 to 1.

On each step k , the particle with the best solution is registered. The procedure is running until stopping rule is applied.

Computational experiments

To conduct numerical experiments, PC with Intel Core i5-4670 3.4GHz, 16Gb RAM and Windows 10 64bit was used. The hybrid procedure was realized in NetBeans IDE 8.1 (Java(TM) SE Runtime Environment 1.8.0_45-b14).

For comparative analysis of the models, standard library of symmetrical examples, TSPLIB [6], was used.

Nodes coordinates are taken accordingly to data from example library. Hereafter, for examples with even number of nodes, last node is removed, first node is depot, first half of remaining nodes are producers (i), other half – consumers ($i+n$), all cargo weight is equal to 1, i.e. $q_i = 1, q_{i+n} = -1, i \in [1, n]$.

For each of selected examples three types of problems were considered:

Type 1: cargo weights of the first half of the producers were equal 1, cargo weights of the second half of the producers were equal 2, i.e. $q_i = 1, q_{i+n} = -1$ ($i < n/2$), $q_i = 2, q_{i+n} = -2$ ($i \geq n/2$). Vehicle capacity S was equal to 2, 6 and 10.

Type 2: cargo weights were equal 1, 2, 3, 4 and 5 cyclically. Vehicle capacity S was equal to 5, 10, 15 and 20.

Type 3: cargo weights were equal i , i.e. $q_i = i, q_{i+n} = -i$. Vehicle capacity S was equal $3n$.

For each of the problem two methods were used: enumeration of the values R , s , t and search direction for the heuristic based on the gravitational analogy (HBGA) and hybrid approach.

HBGA was performed two times with the different discretization. First run of the enumeration (HBGA-1) was performed looking at R from 0.01 to 20 with step 0.01, s from -2 to 2 with step 1, t from 1 to 20 with step 1, both forward and reverse searches. Second run of the enumeration (HBGA-2) was performed looking at R from 0.1 to 20 with step 0.1, s from -2 to 2 with step 1, t from 1 to 20 with step 1, both forward and reverse searches.

In all experiments with hybrid approach (HA), 20 steps were performed ($k_{\max} = 20$). Number of particles N was equal 10, 20, 50, 100 and 200. Parameter γ was equal 1, 2 and 3. Hybrid procedure was performed once for each value of N and γ .

Particles were generated as follows. Parameter R was taken equal 0.01, 0.03, 0.09, 0.27, 0.81, 2.43, 7.29 and 21.87 cyclically. Parameter s was taken equal -2 , -1 , 0 , 1 and 2 cyclically. Parameter t was taken equal 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22 and 25 cyclically. Parameter d was taken equal -1 and 1 cyclically.

Computational experiments showed that:

1. In most examples, HBGA-2 shows same result as HBGA-1. In 30 % of examples HBGA-2 showed result worse, than HBGA-1, up to +5 % compared to the initial length.

2. Quality of the solutions in hybrid approaches heavily depends on the number of particles N and almost unaffected by γ . $\gamma = 3$, on average, gives slightly better results than $\gamma = 1$ and $\gamma = 2$, but the difference is very small to make a conclusive statement.

3. For $N = 10$ average solution will be +2 % longer than HBGA-1. For $N = 50$ average solution will be +1 % longer than HBGA-1. For $N = 200$ average solution will be +0.5 % longer than HBGA-1. It is worth noting, that, for $N = 200$, in 12–15 % examples hybrid approach resulted in the path length shorter than HBGA-1.

4. There's no significant difference in computational time between various values of γ for HA.

5. Computational time of the hybrid approach changes linearly depending on the number of particles N , and quadratically depending on the number of nodes n . With the highest number of particles, $N = 200$, computational time is 3–4 times lower than the computational time of HBGA-2 and 20–30 times lower than computational time of HBGA-1.

Conclusions

The hybrid heuristic approach combining particle swarm optimization and the heuristic, based on the gravitational analogy, for the single vehicle pickup and delivery problem is proposed.

Series of the computational experiments showed that hybrid approach with the sufficient number of particles is significantly faster than enumeration approach, and gives the results of the comparable quality.

REFERENCES

1. *Parragh S., Doerner K., Hartl R.* A survey on pickup and delivery problems. Part II: Transportations between customers and depot // *Journal fur Betriebswirtschaft.* 2008. Iss. 58. P. 21–51.
2. *Ruland K.S., Rodin E.Y.* The pickup and delivery problem: Faces and branch-and-cut algorithm // *Computers and Mathematics with Applications.* June 1997. V. 33. Iss. 12. P. 1–13.
3. *Renaud J., Boctor F.F., Ouenniche J.* A heuristic for the pickup and delivery traveling salesman problem // *Computers and Operations Research.* 2000. V. 27. Iss. 9. P. 905–916
4. *Renaud J., Boctor F.F., Laporte G.* Perturbation heuristics for the pickup and delivery traveling salesman problem // *Computers and Operations Research.* 2002. V. 29. Iss. 9. P. 1129–1141
5. *Bronshtein E.M., Gindullina E.V., Gindullin R.V.* Formalizatsii zadach pogruzki i dostavki // *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo universiteta. Seriya: Matematika. Mekhanika. Fizika.* 2017. V. 9. No. 1. P. 13–21 (Russian)
6. MP-TESTDATA – The TSPLIB Symmetric Traveling Salesman Problem Instances. URL: <http://elib.zib.de/pub/mp-testdata/tsp/tsplib/tsp/> (accessed February 13th, 2018).

Алгоритмы жанрово-тематического и лексико-грамматического поисков для Саратовского диалектологического корпуса русского языка

И.А. Батраева, А.А. Крючкова

*Саратовский национальный исследовательский университет
им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия*

Разработка текстовых электронных корпусов является одной из актуальных задач компьютерной лингвистики. Важной компонентой таких корпусов является многофункциональный поиск по коллекции текстов. Поисковые механизмы корпусов создаются с учетом особенностей содержания, способа получения и представления материалов, а также характера и объема информации, которую необходимо получать исследователю [1, 2].

Саратовский диалектологический корпус (СарДК), разрабатывается сотрудниками кафедры теории, истории языка и прикладной лингвистики и кафедры технологий программирования СГУ имени Н.Г. Чернышевского. Данный электронный корпус содержит уникальный диалектологический материал, собранный сотрудниками кафедры лингвистики в разные годы. Коллекция текстов представляет собой автобиографические рассказы людей, охватывающие разные периоды времени, сочетающие в себе одновременно разные темы и жанры, поэтому для исследователей интересны не только грамматические характеристики текста, но и жанрово-тематические, которые не рассматриваются в большинстве существующих на сегодняшний день корпусов.

Для организации поиска в текстах и структурирования информации используется специально разработанная разметка текстов на основе XML-тегов [3]. В разметке учитываются как лексико-грамматические характеристики, так и тематические, жанровые и диалектные, а также некоторые характеристики, связанные с диалектной направленностью корпуса.

Хранение размеченных текстов корпуса производится в реляционной базе данных для ускорения обработки информации, что также позволяет обеспечить надежность и быстрый доступ к ним.

Так как поиск должен вестись по различным критериям и существует ограничение на длину выдачи в качестве результата фрагмента текста, было принято решение организовать набор словарей, в которых хранится основная информация о текстах: разбивка по фрагментам, ис-

пользуемые в корпусе теги, словари грамматических характеристик слов. Основу модели базы данных СарДК составляют следующие таблицы (см. рис. 1):

- Таблица «Tag» хранит обозначение и название тега в системе разметки, информацию о его типе, а также подсчитывает количество появлений данного тега в базе.

- Таблица «TagType» необходима для классификации тегов системы разметки. Система разметки предусматривает 15 групп тегов, обозначающие части речи, имена собственные, формы, грамматические значения, устойчивые выражения и т.д.

- В таблице «Doc» содержится мета-информация о документах базы.

- Таблица «PartDoc» отвечает за хранение части документа. Поле «Number» присваивает порядковый номер фрагменту относительно полного документа.

- Кортежи таблицы «ContextWord» представляют собой слова из текста, для каждого слова учитываются его начальная форма и грамматические признаки, такие, как часть речи, число, род, лицо и т.д. Количество возможных меток для словоформы было выбрано равным восьми, так как именно данное число одновременно присутствующих грамматических признаков является максимальным для русского языка.

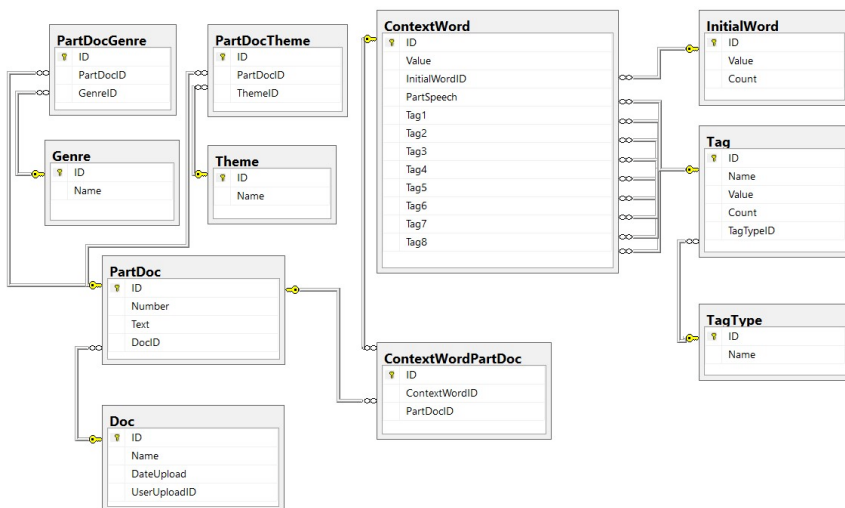


Рис. 1. Модель реляционной базы данных проекта СарДК

- Таблица «InitialWord» состоит из начальных форм слов загруженных текстов, и также содержит статистику по частоте встречи словоформы в качестве начальной.

- Таблица «ContextWordPartDoc» хранит соответствия идентификаторов фрагментов текста и контекстного слова, что позволяет не производить дополнительные поиски по коллекции тестов и экономить время выполнения поисковых запросов.

- Таблицы «PartDocTheme» и «PartDocGenre» содержат связи между таблицами «Theme», «Genre» и фрагментами текста в корпусе.

Представление текстов в СарДК реализовано следующим образом. На этапе загрузки в базу текст, размеченный согласно системе тегов, разбивается на части (PartDoc). Границы каждого фрагмента заранее определяются филологом на этапе подготовки материалов для корпуса. По завершению данной итерации таблица «PartDoc» заполняется фрагментами текста, а в таблице «Doc» сохраняется название документа, дата загрузки и идентификатор пользователя, осуществившего добавление материала в базу.

Одновременно с загрузкой документа проводится обработка лексики каждой части документа (PartDoc). В таблицу «ContextWord» заносится словоформа, начальная форма записывается в таблицу «InitialWord» только в том случае, если такой лексемы еще не содержится в базе. Для контекстной словоформы запоминается ее начальная форма, список тегов (перечень грамматических признаков) и номер части документа, в которой она содержится. Одновременно, при заполнении «PartDoc» заполняются таблицы «PartDocTheme» и «PartDocGenre», в которые для каждого фрагмента заносятся список тем и жанров, содержащихся в нем.

Описанная модель представления текстов в СарДК является основой для реализации лексико-грамматического, тематического и жанрового поисков.

В лексико-грамматическом поиске (ЛГП) можно указать конкретную лексему или словоформу самостоятельно или в совокупности с выбранными пользователем грамматическими критериями. Предложенный список дополнительных признаков составлен из имеющейся в базе классификации тегов, которая хранится в таблице «TagType». Выбранные грамматические характеристики комбинируются согласно правилу логического «И».

На рис. 2 представлена страница лексико-грамматического поиска в СарДК. В случае успешного ЛГП система выведет статистику проведенного поиска, т.е. сколько слов на данный момент содержится в корпусе,

🔍 Поиск ▾

Поиск точных форм

Лексико-грамматический поиск

📖 Словарь

📊 Статистика

+ Панель администратора ▾

Документы

Теги

Лексико-грамматический поиск ?

ГРАММАТИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ

<p>Часть речи</p> <p><input type="checkbox"/> Имя существительное</p> <p><input type="checkbox"/> Местоименно-существительное</p> <p><input type="checkbox"/> Имя прилагательное</p> <p><input type="checkbox"/> Местоименно-прилагательное</p> <p><input type="checkbox"/> Количественное и собирательное числительное</p> <p><input type="checkbox"/> Порядковое числительное</p> <p><input type="checkbox"/> Глагол</p> <p><input type="checkbox"/> Наречие</p> <p><input type="checkbox"/> Предлог</p> <p><input type="checkbox"/> Союз</p> <p><input type="checkbox"/> Частица</p> <p><input type="checkbox"/> Междометие</p> <p><input type="checkbox"/> Вводное слово</p> <p><input type="checkbox"/> Предикатив</p>	<p>Число</p> <p><input type="checkbox"/> Единственное</p> <p><input type="checkbox"/> Множественное</p> <p>Род</p> <p><input type="checkbox"/> Мужской</p> <p><input type="checkbox"/> Женский</p> <p><input type="checkbox"/> Средний</p> <p>Лицо</p> <p><input type="checkbox"/> 1-е лицо</p> <p><input type="checkbox"/> 2-е лицо</p> <p><input type="checkbox"/> 3-е лицо</p> <p>Время</p> <p><input type="checkbox"/> Настоящее</p> <p><input type="checkbox"/> Будущее</p> <p><input type="checkbox"/> Прошедшее</p>	<p>Падеж</p> <p><input type="checkbox"/> Именительный</p> <p><input type="checkbox"/> Родительный</p> <p><input type="checkbox"/> 2-ой Родительный</p> <p><input type="checkbox"/> Дательный</p> <p><input type="checkbox"/> Винительный</p> <p><input type="checkbox"/> Творительный</p> <p><input type="checkbox"/> Предложный</p> <p><input type="checkbox"/> 2-ой Предложный</p> <p>Одушевленность</p> <p><input type="checkbox"/> Одушевленное</p> <p><input type="checkbox"/> Неодушевленное</p> <p>Совершенство</p> <p><input type="checkbox"/> Совершенный вид</p> <p><input type="checkbox"/> Несовершенный вид</p>	<p>Наклонение</p> <p><input type="checkbox"/> Повелительное</p> <p><input type="checkbox"/> Изъявительное</p> <p>Залог</p> <p><input type="checkbox"/> Страдательный залог</p> <p><input type="checkbox"/> Действительный залог</p> <p>Формы</p> <p><input type="checkbox"/> Инфинитив</p> <p><input type="checkbox"/> Причастие</p> <p><input type="checkbox"/> Деепричастие</p> <p><input type="checkbox"/> Степени сравнения</p> <p><input type="checkbox"/> Звательная</p> <p><input type="checkbox"/> Стыж</p> <p><input type="checkbox"/> Сложная грамматическая форма</p>
--	--	---	---

ПОИСК ПО ТЕМЕ ИЛИ ЖАНРУ

Жанр **Тема**

Выберите жанр... Выберите тему...

ПОИСК ПО СЛОВОФОРМЕ/МАСКЕ

Введите искомое слово

НАЙТИ 🔍

Рис. 2. Страница лексико-грамматического поиска в СарДК

сколько из них соответствуют запросу, и результат поиска (см. рис. 3). Слова, удовлетворяющие критериям ЛГП, будут выделены зеленым цветом для большей наглядности результатов.

В случае противоречащих критериев поиска или отсутствия искомого слова на экран будет выведено сообщение о безуспешном результате поиска. Для оптимизации представления результатов поиска повтор в выводе одного и того же фрагмента текста, содержащего несколько слов, исключен.

Для первого варианта ЛГП будет анализироваться коллекция всех слов, записанных в таблице «ContextWord». Результатом ЛГП будут фрагменты, содержащие вхождения заданной словоформы.

Во втором случае ЛГП ведется только по выбранному пользователем перечню грамматических признаков из предложенного списка. Находятся все словоформы, которые обладают одновременно всеми запрашиваемыми грамматическими характеристиками. Результат представляется в виде коллекции всех фрагментов документов базы, в которых содержатся найденные словоформы.

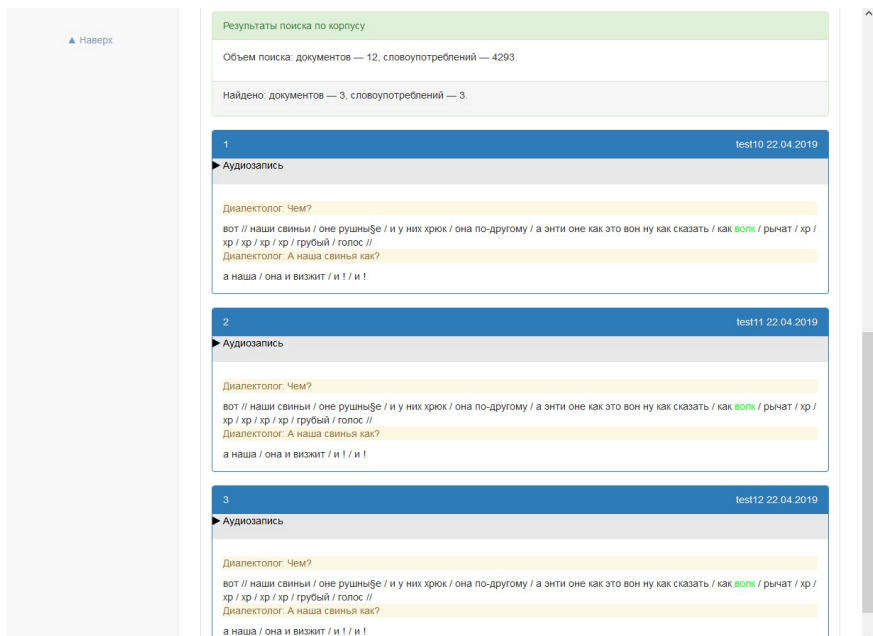


Рис. 3. Пример ЛГП с грамматическими признаками для слова «волк» в СарДК

В случае лексико-грамматического поиска по совокупности введенного слова и выбранных пользователем грамматических признаков алгоритм начинает обработку запроса с анализа введенного слова. Определяется начальная форма слова по таблице «InitialWord». Затем составляется список слов таблицы «ContextWord», имеющих ту же начальную форму, что и введенное слово, и уже среди них выбираются те, которые соответствуют выбранному перечню грамматических признаков. Результатом ЛГП будет список всех фрагментов текстов корпуса, содержащих найденные словоформы.

Аналогичным образом реализован поиск текстов по темам и жанрам, только в этом случае дополнительный фильтр накладывается на основе списков принадлежности фрагментов документа к определенным темам и жанрам согласно «PartDocTheme» и «PartDocGenre». Результат такого поиска представлен на рис. 4.

В корпусе предусмотрен поиск слов по маске, который используется в следующих случаях:

- 1) неизвестно точное написание слова;

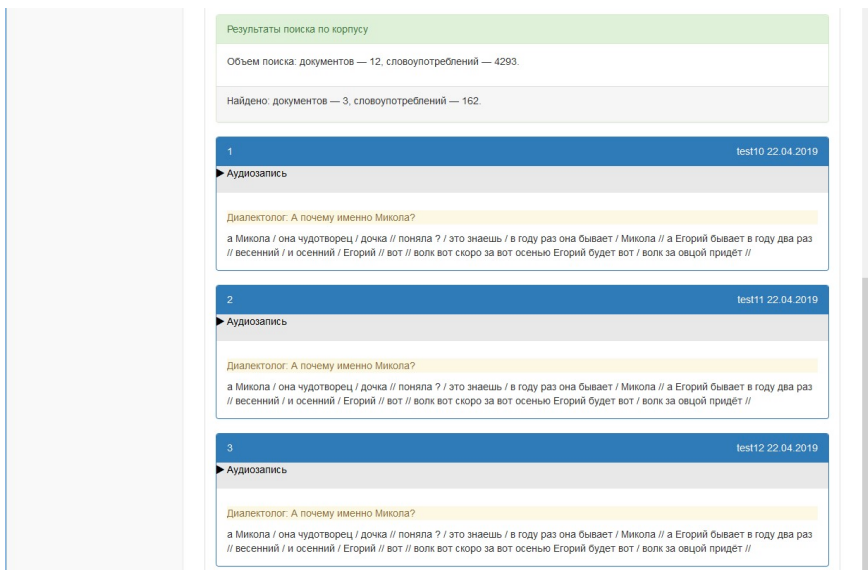


Рис. 4

2) в исследовательских целях. Например, если необходимо найти список слов с определенным корнем, окончанием или какой-либо другой частью слова.

Поиск по маске осуществляется с помощью подстановочного символа *, который означает любую последовательность знаков (возможно, пустую) в указанном месте запроса.

Предложенные методы поиска и их реализации могут быть легко модифицированы в случае изменения множества тегов или дополнения критериев поиска.

ЛИТЕРАТУРА

1. McEney T., Hardie A. Corpus linguistics: method, theory and practice. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
2. Батраева И.А., Трещева Е.Г. Автоматическая обработка диалектного материала для включения в электронный текстовый корпус // Компьютерные науки и информационные технологии: матер. Междунар. науч. конф. Саратов: Изд. центр «Наука», 2014. С. 48–50.
3. Крючкова О.Ю., Гольдин В. Е., Батраева И. А. Принципы организации электронной базы диалектных текстов // Русский язык: исторические судьбы и современность: труды III Междунар. конгр. М.: ООО «МАКС Пресс», 2007. С. 620–621.

К проблеме перехода на свободное и бесплатно распространяемое программное обеспечение структурных подразделений СГУ

М.В. Белоконь

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского – СГУ, г. Саратов, Россия*

Свободное программное обеспечение (СПО, англ. free software, software libre, libre software) – программное обеспечение, пользователи которого имеют права («свободы») на его неограниченную установку, запуск, свободное использование, изучение, распространение и изменение (совершенствование), а также распространение копий и результатов изменения [1].

Свободное программное обеспечение часто путают с бесплатным (freeware) программным обеспечением, которое распространяется бесплатно, но обычно в исполнимом виде без исходных файлов и является проприетарным (несвободным).

СПО может распространяться платно (распространитель может взимать плату за получение у него копий, за каналы доставки или дополнительные сервисные услуги).

Слово «свободный» относится к свободе, а не к стоимости [2].

По мнению автора, использование СПО в учебном и административном процессах вуза имеет ряд преимуществ, в том числе: 1) финансовая экономия; 2) возможность модификации СПО в соответствии с потребностями вуза; 3) возможность изучения СПО.

Данная статья – попытка проанализировать ситуацию и выделить причины, затрудняющие и препятствующие переходу структурных подразделений Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского (СГУ) на использование исключительно свободного программного обеспечения. С этой целью было проведено выборочное анкетирование студентов бакалавриата и магистратуры, аспирантов, профессорско-преподавательского состава и учебно-вспомогательного персонала факультетов: компьютерных наук и информационных технологий, механико-математического, нелинейных процессов, социологического, психолого-педагогического и специального образования, юридического, Института филологии и журналистики и

Поволжского регионального центра новых информационных технологий (ПРЦ НИТ). В анкете респондентам предлагалось ответить на вопросы, связанные с использованием ими свободного и бесплатно распространяемого программного обеспечения.

Анкетирование дало следующие результаты:

Таблица 1

Операционная система (ОС), используемая на личном компьютере (десктопе или ноутбуке) в качестве основной

Факультет	Windows, % респон- дентов	Linux, % респон- дентов	macOS, % респон- дентов
Факультет компьютерных наук и информационных технологий	82	15	7
Механико-математический факультет	90	27	9
Факультет нелинейных процессов	92	0	8
Социологический факультет	100	0	0
Факультет психолого-педагогического и специального образования	100	0	0
ПРЦ НИТ	100	33	33
Юридический факультет	100	0	0
Институт филологии и журналистики	100	0	0

Таблица 2

Попытка использования какого-либо дистрибутива Linux или другой свободно распространяемой ОС в качестве основной

Факультет	Да, % респондентов, название дистрибутива	Нет, % респон- дентов
Факультет компьютерных наук и информационных технологий	33 Ubuntu, 11 Linux Mint, 11 Fedora, 60 др. дистрибутивы	30
Механико-математический факультет	72 Ubuntu, 36 Fedora, 5 др. дистрибутивы	9
Факультет нелинейных процессов	17 Ubuntu, 8 Alt Linux	83
Социологический факультет	22 Ubuntu	78
Факультет психолого-педагогического и специального образования	20 Ubuntu, 5 др. дистрибутивы	80
ПРЦ НИТ	33 Ubuntu, 33 Fedora,	33
Юридический факультет	0	100
Институт филологии и журналистики	0	100

Результат использования другой ОС

Факультет	Другая ОС стала основной, % респондентов	Другая ОС стала второй ОС на компьютере, % респондентов	ОС Windows осталась основной, % респондентов
Факультет компьютерных наук и информационных технологий	4	30	66
Механико-математический факультет	0	46	54
Факультет нелинейных процессов	8	0	92
Социологический факультет	0	11	89
Факультет психолого-педагогического и специального образования	0	0	100
ПРЦ НИТ	33	33	33
Юридический факультет	0	0	100
Институт филологии и журналистики	0	0	100

Подавляющее большинство респондентов в качестве причин возврата к ОС Windows упоминают:

- Неудобство и непривычность пользовательского интерфейса.
- Отсутствие аналогов проприетарных программных продуктов и/или их недостаточный функционал.

В качестве основных причин, способствующих переходу анкетированных с ОС Windows на другую свободно распространяемую ОС, были указаны:

- Высокая производительность и малые системные требования.
- Удобство пользовательского интерфейса и и/или более гибкая настройка.
- Отсутствие платы.
- Малое количество вредоносного ПО.

Согласно результатам анкетирования, наиболее часто употребляемым в личных целях свободным и бесплатно распространяемым ПО является: Google Chrome (26 %), LibreOffice (12 %), 7-Zip (11 %), Yandex Browser (11 %), Microsoft Visual Studio (10 %), Apache OpenOffice (9 %), другие браузеры (9 %), Notepad++ (5 %), компиляторы LaTeX (5 %), Anaconda (4 %), Lazarus (4 %).

Приблизительный объем свободного и бесплатно распространяемого ПО (в %) от всего ПО, используемого респондентом в личных целях,

составляет: 43 (факультет компьютерных наук и информационных технологий), 60 (механико-математический факультет), 50 (факультет нелинейных процессов), 30 (социологический факультет), 16 (факультет психолого-педагогического и специального образования), 73 (ПРЦ НИТ), 20 (юридический факультет), 31 (Институт филологии и журналистики).

Т а б л и ц а 4

Проявление интереса респондента к развитию Linux и СПО в целом

Факультет	Да, % респондентов	Нет, % респондентов
Факультет компьютерных наук и информационных технологий	78	22
Механико-математический факультет	64	36
Факультет нелинейных процессов	33	67
Социологический факультет	22	78
Факультет психолого-педагогического и специального образования	0	100
ПРЦ НИТ	67	33
Юридический факультет	0	100
Институт филологии и журналистики	33	67

Из всей массы анкетированных только 2 человека (2 %) участвовали в развитии СПО (тестирование и разработка приложений).

Т а б л и ц а 5

Желание респондента участвовать в развитии какого-либо свободного программного продукта

Факультет	Да, % респондентов, предполагаемая форма участия	Нет, % респондентов
Факультет компьютерных наук и информационных технологий	7 перевод на рус./иностранн. яз., 7 тестирование, 30 программирование	66
Механико-математический факультет	9 перевод на рус./иностранн. яз., 27 тестирование, 36 программирование	27
Факультет нелинейных процессов	8 перевод на рус./иностранн. яз., 25 тестирование, 58 программирование	25
Социологический факультет	33 перевод на рус./иностранн. яз., 56 тестирование	34

Факультет	Да, % респондентов, предполагаемая форма участия	Нет, % респондентов
Факультет психолого-педагогического и специального образования	20 тестирование	80
ПРЦ НИТ	33 тестирование	67
Юридический факультет	33 тестирование	67
Институт филологии и журналистики	67 перевод на рус./иностран. яз., 33 тестирование, 17 программирование	33

Согласно результатам анкетирования, наиболее часто используемым в учебном процессе свободным и бесплатно распространяемым ПО является: Apache OpenOffice (22 %), Lazarus (9 %), LibreOffice (6 %), Microsoft Visual Studio (5 %), Notepad++ (5 %), компиляторы LaTeX (5 %), Anaconda (4 %).

Типичными причинами возврата к проприетарному ПО указываются:

- Отсутствие аналогов проприетарных программных продуктов и/или их недостаточный функционал.

- Удобство и привычность пользовательского интерфейса.

- Худшее качество документации и технической поддержки по сравнению с проприетарными программными продуктами.

Перспективы СПО в российском образовании в ближайшие два года по мнению респондентов:

- Слабые (60 %).

- Хорошие (18 %).

- Отличные (22 %).

При проведении данного исследования выявлен ряд причин, препятствующих, по мнению респондентов, переходу СГУ на использование СПО:

- Неудобство и непривычность пользовательского интерфейса.

- Отсутствие аналогов проприетарных программных продуктов и/или их недостаточный функционал.

- Недостаточная осведомленность респондентов о существовании свободных аналогов проприетарных программных продуктов.

- Необходимость переподготовки профессорского-преподавательского состава и учебно-вспомогательного персонала.

- Худшее качество документации и технической поддержки по сравнению с проприетарными программными продуктами.

К мерам, способствующим переходу СГУ на СПО, респонденты причислили:

- Увеличение доли СПО в учебно-методическом и информационном обеспечении учебных дисциплин.
- Необходимость государственной программы поддержки развития СПО.
- Участие преподавателей и студентов СГУ в разработке и развитии СПО в рамках учебной и исследовательской работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Свободное* программное обеспечение. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Свободное_программное_обеспечение (дата обращения 16.04.2019).
2. *Что* такое свободная программа? – Проект GNU – Фонд Свободного ПО (FSF). URL: <http://www.gnu.org/philosophy/free-sw.ru.html> (дата обращения 16.04.2019).

Анализ компонентного состава природного газа с применением искусственных нейронных сетей

И.А. Брокарев¹, С.В. Васьковский²

¹ РГУ нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина, г. Москва, Россия

² Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Россия

В решении большого числа научных и промышленных задач используются технологии искусственного интеллекта. К наиболее быстро развивающимся технологиям данного направления относятся искусственные нейронные сети (ИНС), то есть математические модели, которые построены по принципам организации и функционирования биологических нейронных сетей. Возможность обучения нейронных сетей, приводящего к более точному нахождению зависимости между входными и выходными данными, – одно из главных достоинств исследуемых технологий.

Одним из возможных направлений применения ИНС является задача анализа компонентного состава природного газа. Задача заключается в определении компонентного состава газовых смесей для правильной и оптимальной эксплуатации, для учета и транспортировки природного газа трубопроводным транспортом. Это необходимо в силу того, что компонентный состав газа определяет ряд его показателей качества, в частности его теплотворную способность, от которой зависят стоимостные показатели газа. В настоящее время крайне актуальным является разработка корреляционных методов анализа газа [1, 2], в которых часто используются ИНС в качестве статистических моделей, которые ставят в соответствие известным измеряемым физическим параметрам газа неизвестные концентрации его компонентов. В данной работе анализируется разработанная нейросетевая модель для определения компонентного состава газа.

Исследуемая нейросетевая модель

Разработка модели для решения задачи анализа компонентного состава газовых смесей включает в себя выбор данных для обучения модели, выбор архитектуры модели, выбор метода ее обучения и оценку точности ее работы.

Исходя из результатов корреляционного анализа, проведённого в предыдущих работах [1], в качестве входных параметров были выбраны скорость звука, коэффициент теплопроводности и концентрация диоксида углерода. В качестве выходных параметров были выбраны концентрации компонентов, входящих в исследуемую газовую смесь.

Необходимо отметить, что перед обучением модели сформированные данные подвергаются ряду процедур, в частности кросс-валидации для равномерного использования данных и нормализации для более быстрого приближения к глобальным минимумам ошибки при обучении. В качестве статистических для решения исследуемой задачи могут использоваться следующие модели: многопараметрическая регрессия, модель на основе метода опорных векторов, нейросетевая модель. Нейросетевая модель наиболее эффективна в качестве основной статистической модели в рассматриваемой задаче из-за обучаемости и универсальности данной модели по сравнению с традиционными алгоритмами.

Для решения поставленной задачи в качестве архитектуры модели использовалась трехслойная сеть (многослойный персептрон). В качестве обучающего алгоритма был выбран алгоритм Левенберга-Марквардта [3]. В нем критерием оптимизации является среднеквадратичная ошибка модели на обучающей выборке. Цель алгоритма состоит в достижении искомого локального оптимума путем приближения к нему заданных начальных значений параметров. Основная идея алгоритма заключается в поиске такого вектора параметров W , при котором функция ошибки F достигала своего локального минимума:

$$F = \sum_{j=1}^N (Y_j - f(X_j, W))^2 . \quad (1)$$

Здесь X – множество пар независимой переменной, Y – множество пар зависимой переменной.

Необходимо отметить, что недостатком рассматриваемого алгоритма является низкая сходимость при постоянной длине шага. Эта проблема решается путем ввода расчетного коэффициента, который определяет длину шага и увеличивает сходимость метода. Значение вектора W на последней итерации алгоритма считается искомым. В большинстве случаев оно достигается в случае, если значение функции ошибки F меньше заданной величины при данном рассчитанном значении вектора W .

Архитектура используемой нейросетевой модели показана на рис. 1. Количество нейронов во входном слое $n = 3$ для случая, когда в векторе входных параметров присутствуют только скорость звука и теплопроводность. Количество нейронов в скрытом слое $k = 25$ для данной конкретной модели и выбрано в соответствии с анализом различных моделей. Количество нейронов в выходном слое $m = 4$ для случая пятикомпонентной газовой смеси.

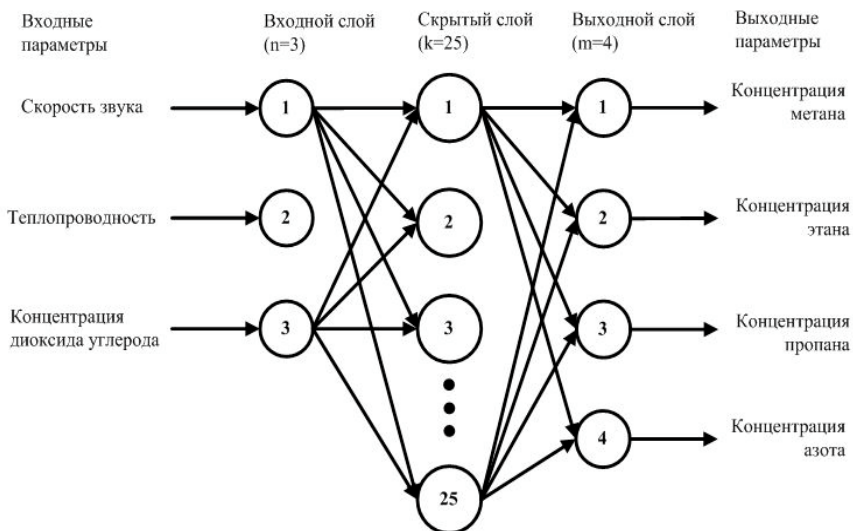


Рис. 1. Архитектура предлагаемой нейросетевой модели

Следующий шаг заключается в обучении созданной сети на сформированных заранее теоретических данных с использованием рассмотренного выше алгоритма Левенберга – Марквардта. Перед этим необходимо задать критерий окончания обучения, например максимальное значение отклонения, при котором обучение будет считаться законченным. В данной задаче для получения оценки вычисляется сумма квадратичных отклонений выходов сети от эталонов.

После успешного окончания обучения полученная нейросетевая модель тестируется на данных, которые не участвовали в тренировке модели. Затем для оценки точности работы модели рассчитываются следующие точностные параметры: максимальная абсолютная погрешность, средняя абсолютная погрешность, максимальная относительная

погрешность, средняя относительная погрешность, среднее квадратическое отклонение и коэффициент детерминации. По перечисленным параметрам делается вывод о возможности использования модели для решения исследуемой задачи.

Определение компонентного состава природного газа

По результатам проведенного исследования была получена нейросетевая модель для расчета компонентного состава газа по измеряемым физическим параметрам. Для определения методологической ошибки разработанной нейросетевой модели было проведено исследование на тестовой выборке данных. Расчет физико-химических параметров для смоделированной выборки производился с помощью программного комплекса NIST REFPROP [4].

Точность результата предсказания моделью компонентного состава природного газа на тестовой выборке показана в табл. 1. Диапазоны газовых смесей для тестовой выборки были следующими: 80–100 % для метана, 0–5 % для этана, пропана, азота и диоксида углерода. Для сравнительного анализа и подтверждения правильности выбора нейросетевой модели в качестве основной в табл. 2 и 3 приведены результаты для модели на основе многопараметрической регрессии и модели на основе метода опорных векторов.

Таблица 1

Точность предсказания компонентного состава газа разработанной нейросетевой моделью

Компонент	Максимальное абсолютное отклонение, %	Среднее абсолютное отклонение, %	Среднее квадратическое отклонение	Коэффициент детерминации
Метан	0.84	0.41	0.42	0.9999
Этан	0.43	0.19	0.21	0.9999
Пропан	0.26	0.15	0.16	0.9999
Азот	0.22	0.09	0.11	0.9999
Диоксид углерода	0	0	0	1

Отклонение для диоксида углерода принималось равным нулю, так как содержание в газе данного компонента в рассматриваемой задаче считается известным из-за наличия доступной технологии для его измерения, а именно технологии недисперсионного поглощения инфракрас-

ного излучения (NDIR). Расчет параметров, а также построение, обучение и тестирование нейросетевой модели проводились в пакете Matlab 2018a с использованием функционала Deep Learning Toolbox [5].

Таблица 2

Точность предсказания компонентного состава газа моделью на основе многопараметрической регрессии

Компонент	Максимальное абсолютное отклонение, %	Среднее абсолютное отклонение, %	Среднеквадратическое отклонение	Коэффициент детерминации
Метан	2.75	1.62	1.65	0.84
Этан	1.82	1.15	1.16	0.88
Пропан	1.38	0.97	1.03	0.91
Азот	0.67	0.31	0.33	0.97
Диоксид углерода	0	0	0	1

Таблица 3

Точность предсказания компонентного состава газа моделью на основе метода опорных векторов

Компонент	Максимальное абсолютное отклонение, %	Среднее абсолютное отклонение, %	Среднеквадратическое отклонение	Коэффициент детерминации
Метан	3.89	2.11	2.15	0.67
Этан	2.11	1.57	1.65	0.85
Пропан	1.86	1.02	1.03	0.81
Азот	1.38	0.76	0.77	0.90
Диоксид углерода	0	0	0	1

Заключение

Предложенная нейросетевая модель использовалась для прогноза состава газа по значениям его физико-химических параметров. Анализ адекватности применения разработанной модели показал, что методологическая ошибка при определении содержания метана, этана, пропана и азота приемлема для поставленной задачи и значительно меньше по сравнению с другими статистическими моделями. В ходе дальнейших исследований в данной области предполагается реализация модели с использованием более сложной архитектуры для улучшения точности ее работы и реализация в модели коррекции по условиям проведения измерения.

Авторы выражают благодарность за предоставленную возможность участвовать в международных проектах сотрудничества между университетами BRISK II TA и Erasmus+ 2017-1-SE01-KA107-034292 Staff Mobility для проведения данного исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Котурбаши Т.Т., Брокарев И.А.* Метод определения свойств и состава природного газа по измерениям его физических параметров // Датчики и системы. 2018. № 6. С. 43–50.
2. *Dörr H., Koturbash T., Kutcherov V.* Review of impacts of gas qualities with regard to quality determination and energy metering of natural gas // Measurement Science and Technology. 2019. V. 30. No. 2. P. 1–20.
3. *Демиденко Е.З.* Оптимизация и регрессия. М.: Наука, 1989. С. 223 – 228.
4. *REFPROP Software.* URL: <https://www.nist.gov/srd/refprop>.
5. *Matlab Software.* URL: <https://www.mathworks.com>.

Импорт модели SEMAT Essence Practice Workbench в среду управления проектами и задачами Redmine

А.Н. Даниленко, Д.О. Змеев,
О.А. Змеев, Д.В. Тамазлыкарь

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

В настоящее время, программная инженерия, с точки зрения технических наук – это молодая дисциплина, для которой отсутствует общепризнанный набор научных основ [1]. Одной из самых известных попыток построения четкой методологии программной инженерии является инициатива SEMAT, в результате работы которой появился стандарт, фиксирующий базовые сущности программной инженерии и связи между ними – язык Essence [2–5]. Наибольшей полнотой функциональности для работы в рамках стандарта SEMAT обладают два CASE-средства: Practice Workbench [7] – приложение, которое позволяет строить визуальные модели практик и методов на языке Essence, и Essence Enterprise 365 – опубликованная библиотека практик и методов [6]. Существующие инструменты не решают задачу переноса практик и методов в реальную среду управления проектами. В представленной работе решается задача автоматического переноса модели данных, созданной с помощью Practice Workbench, в веб-приложение для управления проектами Redmine [8, 9].

Постановка задачи

Essence – это набор понятий, в терминах которых можно описать любой метод программной инженерии. Practice Workbench [7] – это единственное на данный момент приложение, которое поддерживает язык Essence и позволяет использовать его для создания методов и практик. Специальных структур или методов для импорта в другие инструменты не предусмотрено. Практики и методы в Practice Workbench экспортируются в файлы формата XML определенной структуры.

Для переноса методов и практик из Practice Workbench в системы управления проектами авторами разработана новая структура данных, которая может быть использована для импорта методов и практик в системы управления проектами. Разработанная схема промежуточной модели изображена на диаграмме UML [10] ниже (рис. 1):

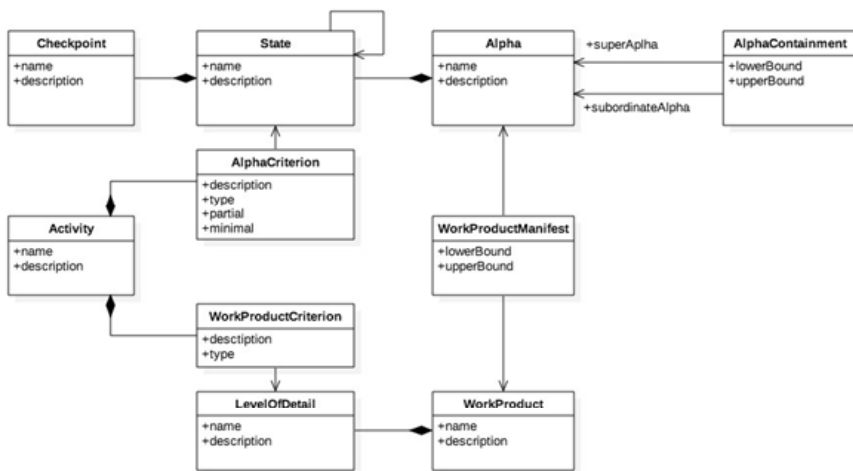


Рис. 1. Схема промежуточной модели

Данная модель содержит только основные сущности и связи, необходимые для работы в рамках Essence, а также учитывает несоответствия между моделью хранения данных в Practice Workbench и стандартом, формально описывающим язык Essence.

Для преобразования файлов методов и практик в файлы модели импорта было разработано приложение, преобразующее файлы из Practice Workbench в файл в формате json, содержащий только элементы промежуточной модели.

Следующим этапом является преобразование среды управления проектами Redmine для поддержки импорта практик и методов. Основные элементы Redmine можно увидеть на диаграмме ниже (рис 2):

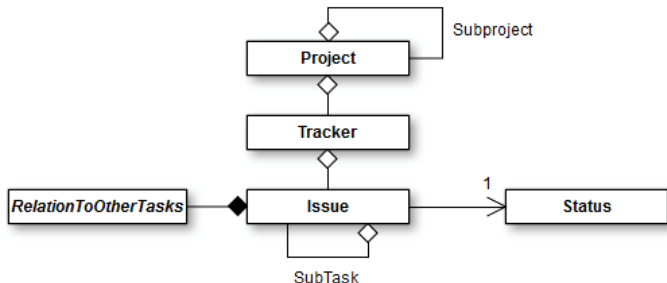


Рис. 2. Базовые классы Redmine

В результате сравнительного анализа было установлено соответствие между сущностями Essence и Redmine, которые имеют схожее поведение, что позволило повторно использовать встроенные механизмы Redmine для поддержания возможностей Essence без необходимости разрабатывать стороннее расширение Redmine. Также есть элементы языка, которые стандартными средствами Redmine реализовать невозможно, или можно, но такое решение окажется сильно громоздким. Поэтому было решено представить элементы Essence через элементы Redmine следующим образом:

Основные Альфы должны быть уникальными для каждого проекта и, кроме того, иметь набор состояний с набором условий. Данную функциональность невозможно в полной мере соблюдая правила Essence, реализовывать через стандартные элементы Redmine, поэтому Альфы необходимо интегрировать, разработав новое расширение;

Задачи Redmine представляют собой явный аналог Действий из Essence. Для хранения AlphaCriterion и WorkProductCriterion можно воспользоваться механизмом дополнительных полей;

Для реализации рабочих продуктов можно использовать интеграцию Redmine с git. Для реализации уровней детализации каждому файлу необходимо добавить метаданные, описывающие уровень детализации файла как рабочего продукта.

Заключение

В данной работе была описана и зафиксирована структура хранения практик, описанных на языке Essence в инструменте Practice Workbench, разработана модель импорта. Также был рассмотрен вопрос интеграции практик, описанной уже в модели импорта, в среду управления проектами Redmine.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Johnson P., Ekstedt M., Jacobson I.* Where's the theory for software engineering? // IEEE Software. 2012. V. 29. Iss. 5. P. 96.
2. *Пак Дж. С., Якобсон И., Майбург Б., Джонсон П.* SEMAT вчера, сегодня и завтра: перспективы промышленного использования // Программная инженерия. 2014. № 11. С. 6–16.
3. *Jacobson I., Meyer B., Soley R.* Software engineering method and theory – a vision statement. URL: <http://semat.org/documents/20181/27952/SEMAT-vision.pdf/16059a36-a0ba-4405-b883-4a11a2131cea>
4. *Jacobson I., Ng P.-W., McMahon P. E., Spence I., Lidman S.* The Essence of Software Engineering: Applying the SEMAT Kernel. Addison Wesley, 2013. 224 p.

5. *About the Essence specification version 1.2*. URL: <https://www.omg.org/spec/Essence/> (дата обращения: 19.08.2018).
6. *Essence Enterprise 365*. URL: <https://www.ivarjacobson.com/essence-enterprise>
7. *Agile Practices Workbench | Agile Development Tools*. URL: <https://www.ivarjacobson.com/esswork-practice-workbench>
8. *Redmine*. URL: <https://www.redmine.org/>
9. *Рейтинги сервисов для автоматизации таск-трекинга 2016*. URL: <https://tagline.ru/task-bug-tracking-services-rating/>
10. Буч Г., Рамбо Д., Якобсон А. Язык UML. Руководство пользователя. М.: ДМК Пресс, 2006. 496 с.

Модель представления заданий с многовариантными ответами для автоматизированного тестирования

И.А. Жуков, Ю.Л. Костюк

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

В связи с широким распространением элементов электронного обучения в Российской системе образования, актуален вопрос автоматизированного контроля знаний. В этой области существует множество систем контроля знаний, базирующихся на простейших алгоритмах, в основе которых лежит сравнение с одним или несколькими эталонами. Однако для более глубокой проверки знаний (например, эссе), контроль приходится осуществлять вручную.

В частности, при обучении программированию на ЭВМ рассматриваются проблемы внедрения электронного обучения. Отметим, что для проверки знаний, как и во многих других дисциплинах, используется тестирование на основе альтернативно-выборочного метода. Например, в статье [1] рассмотрены особенности проведения контроля знаний по основам программирования в рамках дисциплины «Информатика» при изучении массивов. Автором [1] разработан комплект тестовых заданий закрытой формы, предусматривающих выбор одного ответа из четырёх предложенных. В приведённых автором примерах проверяется знание и понимание правил обращения к элементам массива и умение анализировать результат выполнения приведённого программного кода.

Практические навыки разработки программ, как правило, проверяются одним из двух способов: вручную или при помощи автоматического тестирования. В работе [2] для контроля знаний по программированию помимо тестирования теоретических знаний студентов применяется автоматическое тестирование программ, написанных в рамках лабораторных работ. Также приведён полный алгоритм тестирования программ, служащий для оценки правильности их написания, начиная от генерации тестовых файлов и заканчивая оценкой результатов тестирования. Работа [3] посвящена информационным системам для автоматизированной проверки работ по программированию. Рассматриваются положительные и отрицательные характеристики этих систем как инструмента по контролю знаний и формы представления заданий по программированию. Отмечена двойственность систем автоматизированно-

го тестирования по программированию: для преподавателей выполняется формализованная проверка программы с отчётом о функциональности решений, а студентам необходимо применять творческие умения. Сделан вывод о тестировании методом чёрного ящика, которое не позволяет определить реальных причин некорректной работы программы, так как полностью исключается семантический анализ программного кода. В связи с этим выявление причин ошибок переходит либо в самостоятельную работу учащегося, либо требует непосредственного участия преподавателя.

Для обучения программированию к описанным выше способам целесообразно добавить средство автоматизированного контроля программного кода простейших учебных задач. Как правило, проверка правильности ответов в системах автоматизированного контроля знаний осуществляется сравнением с эталоном. Предложить единственный эталон для проверки программы не представляется возможным, так как любой алгоритм может быть реализован различными способами. Исходя из этого, актуальна разработка моделей представления и способов проверки результатов выполнения заданий, допускающих большое количество правильных ответов, без явного задания эталонов.

Описание модели

Предложенная ниже модель продолжает работы [4, 5]. Основная цель создания модели – универсальное представление заданий с большим количеством правильных ответов, которые сложно или невозможно задать эталонами. В основе модели лежит идея представления множества правильных ответов, каждый правильный ответ состоит из последовательности компонентов. Для описания правильных ответов предлагается формальный язык, основанный на синтаксисе регулярных выражений. В языке определены следующие правила:

«Задание» состоит из одной или более «последовательностей», разделённых знаком «|». «Последовательность» состоит из «номеров», «перестановок» или, «один из вариантов», разделённых знаком «;». «Перестановка» состоит из двух или более «номеров» в скобках, «номера» разделены знаком «,». «Один из вариантов» состоит из двух или более номеров, разделённых знаком «|».

Для синтаксического разбора выражений на языке описания ответов используется алгоритм LALR (Look-Ahead Left-to-Right), описанный в [6]. После синтаксического разбора составляется массив последова-

тельностью компонентов рассматриваемых JSON-объектов. На основе этих последовательностей строится таблица переходов, представляющая связи между компонентами. Кроме таблицы переходов, предлагается сохранять последовательности в виде строк.

Для проверки возможны два алгоритма: поиск пути в таблице переходов и вычисление подобия строк. Вычисление подобия строк использует метод «Gestalt pattern matching». Более подробно этот метод описан в [7].

Приведём пример из дисциплины «Основы программирования». На языке программирования Pascal следует решить задачу:

«Из заданных компонентов составьте программу, результатом которой будет вычисление суммы всех элементов массива m . Длина массива n . Результат суммирования записать в переменную S ».

Студентам предложены следующие компоненты (строки программы):

- | | |
|---------------------------|-----------------------|
| 1. $S := 0;$ | 7. $i := i + 1;$ |
| 2. for $i := 1$ to n do | 8. $inc(i);$ |
| 3. $S := S + m[i];$ | 9. end; |
| 4. $i := 1;$ | 10. repeat |
| 5. while $i \leq n$ do | 11. until $i > n$ do; |
| 6. begin | |

Отметим, что среди предложенных компонентов нет ни одной строки, которая не имеет отношения к решению данной задачи или содержит синтаксические ошибки. Правильными ответами будут следующие последовательности:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $p_1:$
1→2→3 | $p_2:$
1→4→5→6→3→7→9 | $p_3:$
4→1→5→6→3→7→9 |
| $p_4:$
1→4→5→6→3→8→9 | $p_5:$
4→1→5→6→3→8→9 | $p_6:$
1→4→10→3→7→11 |
| $p_7:$
4→1→10→3→7→11 | $p_8:$
1→4→10→3→8→11 | $p_9:$
4→1→10→3→8→11 |

На языке модели эталоны ответа будут записаны следующим образом:

$\{1;2;3\} | \{(1;4);5;6;3;7|8;9\} | \{(1;4);10;3;7|8;11\}.$

На рис. 1 приведён ориентированный граф, представляющий пути p_1 (путь выделен чёрным), p_2 (путь выделен чёрным пунктиром), p_9 (путь выделен серым). Таблица переходов для рассматриваемого примера приведена в табл. 1.

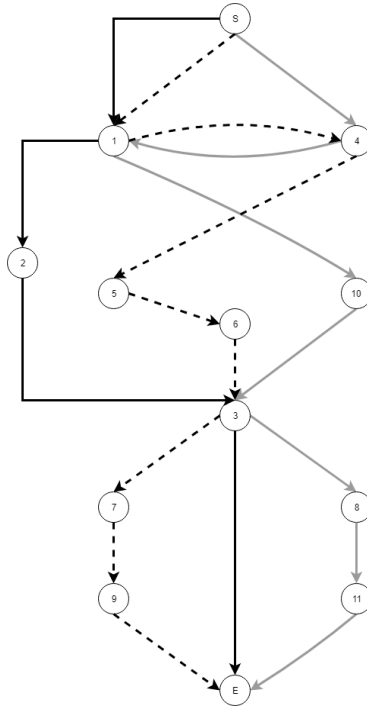


Рис. 1. Представление ответа в виде орграфа

Таблица 1

Таблица переходов для рассматриваемого примера

	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	E
S	∞	1	∞	∞	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	∞	∞	1	∞	1	1	∞	∞	∞	∞	1	∞	∞
2	∞	∞	∞	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	1	∞	∞	∞	1
4	∞	1	∞	∞	∞	1	∞	∞	∞	∞	1	∞	∞
5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞
6	∞	∞	∞	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞	1	∞
8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞	1	∞
9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1
10	∞	∞	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
11	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1
E	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Рассмотрим примеры анализа ответа обучающегося. Допустим, дан ответ «1;4;10;3;7;11;».

При проверке ответа методом поиска пути в графе на первом шаге будет проверено существование перехода из «S» в 1. На следующем шаге – перехода из 1 в 4 и так далее. На последнем шаге будет проверена возможность перехода из 11 в «E». Такой путь существует, следовательно, ответ будет оценён как верный.

При проверке ответа методом подобия строк вычисляется коэффициент подобия ответа каждому из эталонов. Затем будет выбрано наибольшее значение коэффициента подобия. Если это значение равно 1, то ответ будет признан верным. Коэффициенты подобия для данного примера с точностью до 4 знака приведены в столбце k_1 табл. 2. Наибольшее значение коэффициента подобия у варианта p_6 , его значение равно 1.0, ответ будет признан верным.

Таблица 2

Коэффициенты подобия

Путь	k_1	k_2
p_1	0.5	0.5263
p_2	0.7143	0.5926
p_3	0.6429	0.7407
p_4	0.6429	0.5926
p_5	0.5714	0.7407
p_6	1.0	0.5926
p_7	0.8571	0.7407
p_8	0.9286	0.5926
p_9	0.8571	0.7407

Рассмотрим другой вариант ответа: «4;1;10;8;3;9;».

При проверке ответа методом поиска пути в графе на первом этапе проверено существование перехода из «S» в 4. На следующем шаге – перехода из 4 в 1. Далее – перехода из 1 в 10. Так как в таблице отсутствует переход из 10 в 8, алгоритм проверки на этом шаге остановится. Ответ будет оценён как неверный.

Коэффициенты подобия для проверки методом подобия строк для данного примера с точностью до 4-го знака приведены в столбце k_2 табл. 2. Наибольшее значение коэффициента подобия у вариантов p_3, p_5, p_7, p_9 . Так как оно меньше 1.0, ответ будет признан неверным.

Заключение

Предложена модель представления заданий с большим количеством правильных ответов, которые сложно или невозможно задать эталонами. Рассмотрен пример, демонстрирующий возможности модели. Для дальнейшего развития модели будет вводиться оценка ответа в интервале $[0, 1]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Полевщиков И.С.* Автоматизация контроля знаний по основам программирования при изучении массивов // *Успехи современной науки*. 2016. Т. 1. № 9. С. 120–121.
2. *Антипин А.Ф.* О разработке сетевой автоматизированной системы для контроля знаний по программированию // *Современные наукоемкие технологии*. 2016. № 10-1. С. 19–23.
3. *Гладких И.Ю., Якушин А.В.* Системы автоматизированного тестирования по программированию в образовательном пространстве // *Современные проблемы науки и образования*. 2016. № 3. С. 326.
4. *Костюк Ю.Л., Разин В.В.* Задания с различными типами ответов в системах на основе смешанных диагностических тестов // *Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2014): материалы XIII Междунар. науч.-практич. конф. им. А.Ф. Терпугова (20–28 ноября 2014 г.)*. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2014. Ч. 1. С. 222–228.
5. *Костюк Ю.Л., Фукс А.Л.* Смешанное диагностическое тестирование: задание на построение иерархии и на классификацию // *Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2015): Материалы XIV Международной конференции им. А.Ф. Терпугова (18–22 ноября 2015)*. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2015. Ч. 2. С. 146–151.
6. *Ахо А., Лам М., Сети Р.* Компиляторы. Принципы, технологии и инструментарий, 2-е изд. / Альфред В. Ахо, Моника С. Лам, Рави Сети, Джеффри Д. Ульман: пер. с англ. М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2008. 1184 с.
7. *John W. Ratcliff, David E. Metzener.* Pattern matching: the gestalt approach // *Dr. Dobb's Journal*. July 1988. V. 13(7). P. 46–51.

Разработка рекомендательной системы выбора автомобиля для сайта автосалона

В.А. Котов

Балашовский институт (филиал) ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского», г. Балашов, Россия

Проникновение информационных технологий во все сферы деятельности человека осуществляется с нарастающими темпами. Одной из областей, наиболее активно использующей компьютерные системы, является сфера продаж. Можно выделить множество направлений информатизации, используемых в экономике в целом и различных отраслях торговли в частности: разработка математических и компьютерных моделей управления экономическими объектами [1–3], в том числе и с использованием имитационного моделирования [4, 5], создание информационных хранилищ данных с применением различных технологий проектирования и программирования.

Современное состояние сферы продаж требует технологичного подхода к каждой ее составляющей: оперативный учет товаров с использованием сложных программных методик [6, 7], прогнозирование покупательского спроса с применением технологий экспертных систем, системы интеллектуального подбора товаров. В настоящее время все чаще встречаются Интернет-площадки, использующие интеллектуальный анализ данных и обладающие системами рекомендаций. В большинстве рекомендательных систем применяется один из двух базовых подходов: коллаборативная фильтрация и контентная. Существуют также и другие подходы, в том числе гибридные [8].

Постановка задачи

Была поставлена задача разработки для сайта автосалона рекомендательной системы по выбору автомобиля. Система рекомендации при рассмотрении определенной модели автомобиля должна предоставлять пользователю список автомобилей со схожими характеристиками. Информация об автомобилях и характеристиках изначально располагается в базе данных, которая связана с сайтом автосалона. В процессе тестирования рекомендательного модуля, реализованного на языке Python,

эти сведения частично описываются в базе знаний по шаблону, представленному на рис. 1.

```
information = {
'Audi': {'Количество дверей':4, 'Ширина':1727, 'Длина':4399,
'Высота':1417, 'Объем двигателя': 1595, 'Мощность':85, 'Максимальная
скорость':110, 'Количество передач':4, 'Объем топливного бака':80},
'Bentley': {'Количество дверей':4, 'Ширина':1890, 'Длина':5310,
'Высота':1490, 'Объем двигателя': 6750, 'Мощность':389, 'Максимальная
скорость':240, 'Количество передач':4, 'Объем топливного бака':95},
'AsiaRetona': {'Количество дверей':3, 'Ширина':1745, 'Длина':4000,
'Высота':1840, 'Объем двигателя':1998, 'Мощность':136, 'Максимальная
скорость':150, 'Количество передач':5, 'Объем топливного бака':60},
... } }
```

Рис. 1. Код базы знаний

Разработка рекомендательной системы

Первоначально необходимо определить, насколько схожи модели автомобилей. Для этого каждую модель необходимо сравнить со всеми другими и вычислить коэффициент подобия. Данный метод можно реализовать с использованием коэффициента корреляции Пирсона. Коэффициент корреляции – это мера того, насколько хорошо два набора данных ложатся на прямую линию. Данный метод дает хорошие результаты даже в том случае, когда данные плохо нормализованы[9].

На рис. 2. реализован код, вычисляющий коэффициент Пирсона для двух объектов. Данная функция, находит две модели автомобилей, вычисляет сумму характеристик и сумму их квадратов, а также сумму произведений данных характеристик. На последнем этапе найденные значения используются для вычисления коэффициента корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 * (y_i - \bar{y})^2}},$$

где x_i – значения, принимаемые в выборке X, y_i – значения, принимаемые в выборке Y, (\bar{x}) – средняя по X, (\bar{y}) – средняя по Y.

```
# возвращает коэффициент корреляции Пирсона между объектами p1 и p2
import math
# задаем функцию для определения коэффициента корреляции Пирсона
# между объектами p1 # и p2 из базы знаний "information"
def korrel(baza,p1,p2):
```

```

#получить список характеристик для обоих объектов
spisok = {}
    for item in baza[p1]:
        if item in baza[p2]:
            spisok[item] = 1
#Найтичислоэлементов
n = len(spisok)
# вычислитьсуммувсеххарактеристик
sum1 = sum([baza[p1][it] for it in spisok])
    sum2 = sum([baza[p2][it] for it in spisok])
# вычислитьсуммуквадратов
sum1Sq = sum([pow(baza[p1][it],2) for it in spisok])
    sum2Sq = sum([pow(baza[p2][it],2) for it in spisok])
# вычислитьсуммупроизведений
    pSum = sum([baza[p1][it]*baza[p2][it] for it in spisok])
# вычислитькоэффициентпирсона
num = pSum-(sum1*sum2/n)
    den = math.sqrt((sum1Sq-pow(sum1,2)/n)*(sum2Sq-
pow(sum2,2)/n))
    if den == 0:
        return 0
    r = num/den
return r

```

Рис. 2. Код реализации алгоритма вычисления корреляции

Теперь этапом необходимо произвести вычисление коэффициента Пирсона для каждой модели автомобилей и сгенерировать упорядоченный по убыванию список автомобилей, чьи характеристики более или менее подходят под описание выбранной модели автомобиля. Данный код реализован функцией *topSpisok*, который можно увидеть на рис. 3.

Параметр «*k*» в функции *topSpisok* определяет количество представленных пользователю подобных марок автомобилей. Параметр «*similarity*» обращается к функции *korrel*, тем самым проводит расчеты сравнения выбранного автомобиля с другими автомобилями, имеющимися в базе данных.

```

# функция для нахождения списка подобных автомобилей
def topSpisok(baza,avtomob1,k = 5,similarity = korrel) :
# циклпоискаподобныхавтомобилей
podobue = [(similarity(baza,avtomob1,avtomob2),avtomob2)
foravtomob2 inbazaifavtomob2!= avtomob1]
# отсортировать список по убыванию характеристик
podobue.sort()
    podobue.reverse()
# возвращает первые k элементов отсортированного списка
return podobue[0:k]

```

Рис. 3. Код генерации списка объектов

В процессе тестирования системы использовался консольный интерфейс [10] с выводом запроса на выбор марки автомобиля (см. рис. 4). После того как пользователь выбирает определенную марку, система генерирует список наиболее подходящих моделей путем вызова функции *otvet*.

```
# часть код отвечающая за интерфейс
print("Выберем автомобиль?")
print('введите цифру 1, если ваш ответ @ да @, введите цифру 0,
если ваш
ответ @ нет @')
# Вводим наш ответ в виде цифры
Vashotvet = int(input())
# вызов функции "otvet(x)"
print(otvet(Vashotvet))
```

Рис. 4. Код интерфейса пользователя

На рис. 5. приведен код функции *otvet*.

```
# функция для определения действий при работе с пользователем
def otvet(x):
# переменная x это вводимое значение от пользователя
    if x == 0:
        print('не хочешь, не выбирай')
    if x == 1:
        print("Выберите автомобиль")
# цикл , который выводит список всех имеющихся автомобилей
for mashuna in information:
    print(mashuna)
print('Вы выбрали автомобиль')
# определяется марка автомобиля, ее вводит пользователь
avto = input()
print("Мы подобрали вам похожие марки автомобилей")
# вызов функции "topSpisok" для нахождения списка подобия
для выбранной машины
print(topSpisok(information,avto,k = 2))
```

Рис. 5. Код функции, реализующий действия программы в зависимости от действия пользователя

Отладка системы

На рис. 6. показан результат работы системы, при положительном ответе. После ввода пользователем цифры «1» система выводит запрос на выбор модели автомобиля, а также полный список всех имеющихся моделей. После ввода модели автомобиля система выдает сообщение о

найденных моделях со схожими характеристиками и выводит их список по убыванию коэффициента подобия.

```
Выберем автомобиль?  
введите цифру 1, если ваш ответ "да", введите цифру 0,если ваш ответ "нет"  
1  
Выберем автомобиль  
Bentley  
Pontiac Parisienne  
Audi  
Vector  
Honda Accord  
Asia Retona  
Ariel Atom  
Iran Khodro  
Cizete  
Alpina B10  
Вы выбрали автомобиль  
Audi  
Мы подобрали вам похожие марки автомобиля  
[(0.9997598356822336, 'Iran Khodro'), (0.9921513672822398, 'Honda Accord')]
```

Рис. 6. Результат работы системы

Заключение

Предложенный метод вычисления схожести объектов и реализованная при его использовании система дает пользователям возможность рассмотрения большего количества потенциально интересных им марок автомобилей со схожими характеристиками, а владельцу сайта – возможность предоставления продаваемой продукции, тем самым увеличивая получения прибыли. Рекомендательная технология, представленная в данном решении, может быть успешно использована и для других сайтов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тараканов А.Ф., Баратова Е.Д.* Метод штрафов и необходимые условия оптимальности в дифференциальной кооперативной игре при неопределенности // Изв. вузов. Математика. 2004. № 12. С. 66–74.
2. *Насонова Е.Д.* Иерархическое взаимодействие двух коалиций с учетом неопределенного фактора на верхнем уровне // Автоматизация процессов управления. 2016. № 1(43). С. 83–90.
3. *Сергеева М.Ю.* Гарантирующие равновесия в бескоалиционном варианте двухуровневой иерархической децентрализованной дифференциальной игры трех лиц в условиях неопределенности: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.17. М., 2005. 136 с.

4. *Насонова Е.Д.* Применение программных средств имитационного моделирования для исследования динамических процессов // Актуальные проблемы модернизации математического и естественнонаучного образования: материалы Всероссийской научно-методической конференции. Саратов: Саратовский источник, 2016. С. 60–63.
5. *Насонова Е.Д.* Средства визуализации имитационных моделей // Информационные технологии в образовании: материалы VII Всероссийской научно-практической конференции. Саратов: Наука, 2015. С. 406–407.
6. *Грибанова-Подкина М.Ю.* UML-модель партионного учета товара для автоматизированной информационной системы // Программные системы и вычислительные методы. 2016. № 2. С. 111–123.
7. *Грибанова-Подкина М.Ю.* Программная реализация учета товара по технологии FIFO // Программные системы и вычислительные методы. 2014. № 4. С. 411–417.
8. *Bobadilla J., Ortega F., Hernando A., Guti'erez A.* Recommender systems survey // Knowledge Based Systems. 2013. V. 46. P. 109–132.
9. *Дьяконов А.Г.* Алгоритмы для рекомендательной системы: технология lenkor // Бизнес-информатика. 2012. № 1 (19). С. 32–39.
10. *Правиков А.А.* Некоторые принципы и средства организации диалога с пользователем рекомендательной системы // Научные труды МАТИ. 2009. Вып. 15(87). С. 192–193.

Модель описания динамики блокировки узлов вычислительных сетей на основе использования стохастических и перколяционных методов

С.А. Лесько, Д.О. Жуков, Л.А. Истратов

Российский государственный университет, г. Москва, Россия

Представлена комплексная модель динамики блокирования узлов вычислительных сетей, созданная на основе учета их перколяционных свойств и стохастического механизма блокировки. С одной стороны, данная модель основана на использовании методов теории перколяции, которые позволяют определить структурно-информационные характеристики сетей, такие, как зависимость их порога перколяции от среднего числа связей, приходящихся на один узел (плотность сети). С другой стороны, рассматриваются стохастические динамические процессы блокирования узлов и достижение порога перколяции. Порог перколяции – это минимальная доля заблокированных узлов, при которой вся сеть в целом теряет свойства передачи информации (между любыми произвольно выбранными узлами нет ни одного свободного пути). На основе рассмотрения схем вероятностей переходов между состояниями сети было получено дифференциальное уравнение второго порядка и сформулирована краевая задача, решение которой описывает зависимость вероятности и времени достижения порога перколяции от вероятности блокирования отдельного узла сети.

Перколяционные свойства сетевых структур

В теории перколяции изучают решение задачи узлов и задачи связей для сетей с различной, как регулярной (2D-структурах – треугольной, шестиугольной, деревьях Кейли, и т.д. и 3D – гексагональной, кубической и т.д.), так и случайной структурой [1–3]. При решении задачи связей, определяют их долю, которую нужно разорвать, чтобы сеть распалась минимум на несвязанные части. В задаче узлов определяют долю заблокированных узлов, при которой сеть распадется на несвязанные между собой кластеры, внутри которых сохраняются связи (или наоборот долю проводящих узлов, когда проводимость возникает). Доля заблокированных узлов или разорванных связей, при которой исчезает проводимость, называется порогом перколяции (протекания).

Использование понятия долей заблокированных узлов или связей является эквивалентным понятию вероятности нахождения случайно выбранного узла (или связи) быть в заблокированном (разорванном) состоянии. Поэтому величина порога перколяции определяет вероятность передачи информации через всю сеть в целом, если заблокирована (исключена) некоторая часть её узлов (или связей).

Авторами [4, 5] было проведено численное моделирование зависимости порогов перколяции случайных сетей от среднего числа связей в расчете на один узел (плотности) сети. Полученные в этих работах результаты для задачи блокирования узлов представлены в таблице.

Величина порога перколяции (для задачи блокирования узлов) случайной сети с множеством путей между узлами

№	Число связей для одного узла сети (плотность). В скобках приведены значения величин обратной плотности	Величина порога перколяции (доля проводящих узлов, при которой возникает проводимость сети в целом). В скобках приведены значения величин натурального логарифма величины порога перколяции
	2.36 (0.42)	0.52 (-0.65)
	2.82 (0.35)	0.43 (-0.84)
	3.29 (0.30)	0.37 (-0.99)
	4.70 (0.21)	0.27 (-1.31)
	4.75 (0.21)	0.25 (-1.39)
	6.17 (0.16)	0.19 (-1.66)
	6.75 (0.15)	0.18 (-1.71)
	9.41 (0.11)	0.17 (-1.77)
	10.02 (0.10)	0.15 (-1.90)

Для данных, представленных в таблице, зависимость их натурального логарифма $\ln P(x)$ от обратной величины плотности сети ($1/x$) может быть описана линейным уравнением [4]:

$$\ln P(x) = \frac{4.02}{x} - 2.26, \quad (1)$$

с величиной коэффициента корреляции числовых данных и уравнения линейной зависимости равным 0.97.

Полученные зависимости могут быть использованы для вычисления величин порогов перколяции по величинам плотности сетей. Далее, используя динамическую модель можно определить время его достижения, и выхода сети в целом из работоспособного состояния.

Стохастическая модель блокировки узлов сети и время достижения порога перколяции

Разработанная стохастическая модель блокировки узлов может быть обобщена на уровень сети в целом и связана с результатами, получаемыми в рамках теории перколяции.

Предположим, что в некоторый момент времени t доля заблокированных (вследствие перегрузок или заражения вирусами) узлов сети передачи данных составляет некоторую величину x_i (состояние сети).

Состояние, наблюдаемое в момент времени t можно обозначить, как x_i ($x_i \in X$). Введем интервал времени τ_0 , за который возможно изменение состояния x_i . В данном случае любое значение текущего времени $t = h\tau_0$, где h – номер шага перехода между состояниями (процесс перехода между состояниями становится квазинепрерывным с бесконечно малым временным интервалом τ_0), $h = 0, 1, 2, 3, N$. Текущее состояние x_i на шаге h , после перехода на шаге $h+1$ может увеличиваться на некоторую величину ε или уменьшаться на величину ξ и соответственно оказаться равным $x_i + \varepsilon$, или $x_i - \xi$. Величины ε и ξ принадлежат области определения x_i и являются параметрами моделируемых процессов. Кроме того, на $x_i + \varepsilon$, и $x_i - \xi$ необходимо наложить ограничения: $x_i + \varepsilon \leq K_1$ (K_1 – верхняя граница множества X) и $x_i - \xi \geq K_2$ (K_2 – нижняя граница множества X). В самом простом случае ε и ξ являются некоторыми постоянными величинами для любого шага h .

Введем понятие вероятности нахождения системы в том или ином состоянии. Пусть, после некоторого числа шагов h , про описываемую систему можно сказать, что:

$P(x-\varepsilon, h)$ – вероятность того, что она находится в состоянии $(x-\varepsilon)$;

$P(x, h)$ – вероятность того, что она находится в состоянии x ;

$P(x+\xi, h)$ – вероятность того, что она находится в состоянии $(x+\xi)$.

После каждого шага, состояние x_i (далее индекс i для краткости можно опустить), может изменяться на величину ε или ξ .

Вероятность $P(x, h+1)$ – того, что на следующем $(h+1)$ шаге система (или процесс) окажется в состоянии x , будет равна

$$P(x, h+1) = P(x-\varepsilon, h) + P(x+\xi, h) - P(x, h). \quad (2)$$

Вероятность перехода в состояние x на шаге h $P(x, h+1)$ определяется суммой вероятностей переходов в это состояние из состояний $(x-\varepsilon)$ – $P(x-\varepsilon, h)$ и $(x+\xi)$ – $P(x+\xi, h)$, в которых находилась система на шаге h за

вычетом вероятности перехода ($P(x, h)$) системы из состояния x (в котором она находилась на шаге h) в любое другое состояние на $h+1$ шаге. Будем считать, что сами переходы осуществляются с вероятностью равной 1.

Учитывая, что $t = h\tau_0$, где t – время процесса, h – номер шага, τ_0 – длительность одного шага, перейдем от h к t . Разложим уравнение (2) в ряд Тейлора вблизи точки x . Далее перейдя от вероятности к плотности вероятности и учитывая не более чем вторые производные, получим

$$\frac{d\rho(x, t)}{dt} = a \frac{d^2\rho(x, t)}{dx^2} - b \frac{d\rho(x, t)}{dx}, \quad (3)$$

где
$$a = \frac{\varepsilon^2 + \xi^2}{2\tau} \text{ и } b = \frac{\varepsilon - \xi}{\tau}.$$

Член уравнения вида $d\rho(x, t)/dt$ – определяет общее изменение состояния системы или процесса с течением времени. Член уравнения вида $d^2\rho(x, t)/dt^2$ – описывает процесс, при котором состояния сами становятся источниками других состояний (поэтому он был исключен). Член уравнения вида $d\rho(x, t)/dx$ – описывает упорядоченный переход либо в состояние, когда оно увеличивается ($\varepsilon > \xi$), либо, когда оно уменьшается ($\varepsilon < \xi$); член уравнения вида $d^2\rho(x, t)/dx^2$ – описывает случайное изменение состояния.

Сформулируем и решим для описания работы сети краевую задачу учитывая её перколяционные свойства. При числе заблокированных узлов в сети $x = l$ она прекращает работу (l – величина порога перколяции сети). Поскольку мы стремимся избежать этого состояния, то необходимо, чтобы выполнялось условие: $\rho(x, t)_{x=l} = 0$. Состояние $x = 0$ означает, что в сети нет заблокированных узлов. Однако учитывая, что число заблокированных узлов не может выходить в область отрицательных значений, мы должны использовать при $x = 0$ условие отражения, типа $\rho(x, t)_{x=0} = 0$. Поскольку в момент времени $t = 0$ в сети уже может быть некоторое число x_0 заблокированных узлов, то начальное условие зададим в виде

$$\rho(x, t)|_{t=0} = \delta(x - 0) = \begin{cases} \int \delta(x - 0) dx = 1, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0. \end{cases}$$

Используя методы операционного исчисления для плотности вероятности $\rho(x,t)$ обнаружения состояния системы в одном из значений на отрезке от 0 до l можно решить данную краевую задачу и затем определить вероятность $Q_i(l,t)$, того, что порог перколяции l окажется к моменту времени t достигнутым или превзойденным:

$$Q(l,t) = 2e^{-\frac{2bx_0 + b^2t}{4a}} \sum_{n=1}^M (-1)^{n+1} \frac{e^{\frac{bl}{2a}} \sin\left(\pi n \frac{x_0}{l}\right) + \sin\left(\pi n \frac{l-x_0}{l}\right)}{\pi n + \frac{b^2 l^2}{4\pi n a^2}} e^{-\frac{\pi^2 n^2 a t}{l^2}}.$$

Проанализируем полученный результат. Возьмем произвольное значение x_0 , ε и ξ ($\varepsilon > \xi$), например $x_0 = 0.05$, $\varepsilon = 0.015$ и $\xi = 0.007$. На рис. 1 представлена зависимость от времени вероятности $Q_i(l,t)$, того, что к моменту времени t окажется достигнутым порог перколяции. Кривая 1 построена для значения порога перколяции сети $l_1 = 0.30$, кривая 2 для $l_2 = 0.40$, кривая 3 для $l_3 = 0.50$ и кривая 4 для $l_4 = 0.60$.

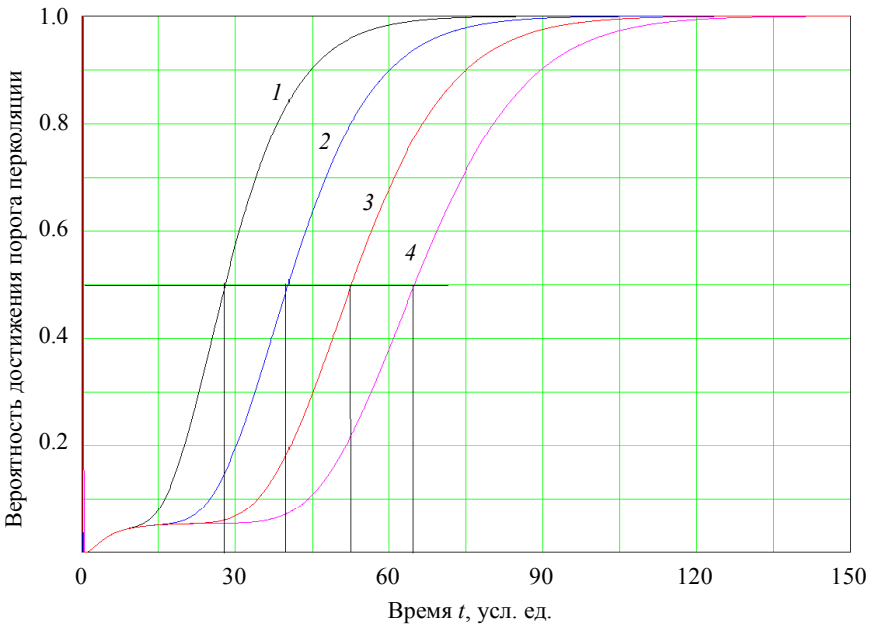


Рис. 1. Зависимость от времени значения вероятности достижения порога перколяции сети

Полученные результаты можно связать с результатами рассмотрения перколяционной модели. Пересечение горизонтальной линии на рисунке с кривыми линиями, описывающими поведение вероятностей, позволяет определить время достижения порога перколяции при заданных параметрах моделирования и потерю работоспособности сети. Для кривой 1 оно составит порядка 28.0 условных единиц; для кривой 2 – 40.5; кривой 3 – 52.5 и для кривой 4 – 65.0 условных единиц.

Заключение и выводы

1) В сетях передачи данных может происходить блокирование узлов, образование их кластеров и достижение количественной доли, при которой вся сеть целиком теряет работоспособность (достижение порога перколяции), несмотря на то, что значительная часть узлов все ещё находится в рабочем состоянии. При среднем числе связей на один узел сети передачи данных в диапазоне значений от 2.5 до 3.5 доля неблокированных узлов, при которой сеть еще сохраняет общую работоспособность, должна иметь значения от 0.52 до 0.37.

2) При описании процесса блокирования узлов в вычислительных сетях можно рассматривать, совокупность случайных переходов между состояниями всей сети в целом (изменением числа заблокированных и разблокированных узлов). Такая формализация позволяет вывести дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее стохастическую динамику изменения состояний как отдельных узлов, так сети в целом, а также сформулировать и решить краевую задачу её блокировки.

3) Взаимосвязь стохастической и перколяционной моделей позволяет оценить время достижения порога перколяции и потери работоспособности сети в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sahimi M.* Applications of Percolation Theory. London: Tailor & Francis, 1992.
2. *Stauffer D., Aharony A.* Introduction to Percolation Theory. London: Tailor & Francis, 1992.
3. *Tarasevich Yu.Yu.* Perkolyaciya: teoriya, prilozheniya, algoritmy [Percolation – theory, applications, algorithms]. М.: URSS, 2012 (In Russ.).
4. *Zhukov D., Khvatova T., Lesko S., Zaltsman A.* Managing social networks: applying the Percolation theory methodology to understand individuals' attitudes and moods // Technological Forecasting and Social Change. V. 123. P. 234–245.
1. *Zhukov D.O., Khvatova T.Yu., Lesko S.A., Zaltsman A.D.* The influence of the connections density on clusterisation and percolation threshold during information distribution in social networks // Informatika i ee Primeneniya (Informatics and its Applications). 2018. V. 12. Iss. 2. P. 90–97.

Блокировка вычислительных сетей при распространении эпидемий эволюционирующих компьютерных вирусов

С.А. Лесько, Л.А. Истратов, Д.О. Жуков

Российский технологический университет, г. Москва, Россия

В работе представлена комплексная модель динамики развития эпидемий вирусов в компьютерных сетях, созданная на основе учета их топологических свойств и механизмов распространения вирусов. С одной стороны, данная модель основана на использовании методов теории перколяции и определении порога блокировании сети от её плотности (среднее число связей в расчете на один узел). С другой стороны, рассматриваются кинетические процессы стохастического распространения в компьютерных сетях эволюционирующих вирусов при устаревании и запаздывании действия антивирусов. Эволюционные свойства вирусов учитываются в модели набором правил.

На основе описания в графическом виде диаграмм возможных переходов между состояниями узлов были получены системы кинетических дифференциальных уравнений распространения вирусов. Далее, используя данные системы и рассчитанную по плотности сети величину порога её перколяции, можно оценить время потери её работоспособности в целом. Порог перколяции – это минимальная доля заблокированных узлов, при которой вся сеть в целом теряет свойства передачи информации (между любыми произвольно выбранными узлами нет ни одного свободного пути).

Анализ полученных решений показывает возможность существования различных режимов распространения вирусов. При некоторых наборах величин коэффициентов дифференциальных уравнений наблюдается осциллирующий и почти-периодический характер распространения вирусных эпидемий, что в значительной степени совпадает с реальными наблюдениями.

Кинетика распространения в компьютерных сетях эволюционирующих вирусов при условии устаревания и запаздывания действия защиты

Рассмотрим сеть, в которой происходит процесс распространения вирусов. Долю узлов сети, находящихся в момент времени t в зараженном состоянии, обозначим как $y_1(t)$; в защищенном (иммунизирован-

ном) состоянии – $y_2(t)$; в нейтральном состоянии (не инфицирован, не защищен и может быть заражен), как $y_3(t)$. Общее число узлов сети примем равным L . В начальный момент времени ($t = 0$) имеется некоторое количество (или доля $y_1(t = 0)$) зараженных узлов, которые могут рассылать копии вирусов по узлам сети, случайно выбирая их в адресном пространстве. Кроме того, имеется некоторое число узлов сети (или доля $y_2(t = 0)$), которые занимаются борьбой с вирусами (излечивают зараженные и иммунизируют свободные узлы), рассылая копии анти-вирусов (полезные вирусы) по узлам сети случайным образом, выбирая их в адресном пространстве и $y_3(t = 0)$ – в нейтральном состоянии (не инфицирован, не защищен и может быть заражен). Антивирусы могут устаревать, вследствие чего ранее иммунизированные узлы могут быть вновь инфицированы. Введем следующие времена: τ_1 – запаздывание действия антивируса, τ_2 – устаревания антивируса, то есть узел становится уязвим для новых видов вирусов спустя некоторое время после иммунизации, что во многом отражает реально существующее положение дел.

Описанный нами процесс стохастической кинетики распространения эволюционирующих вирусов в компьютерной сети можно описать диаграммой, представленной на рис. 1, и системой кинетических уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dy_1(t)}{dt} &= ay_1(t)y_3(t) - by_1(t)y_2(t - \tau_1) \cdot \frac{dy_1(t)}{dt} = \\ &= ay_1(t)y_3(t) - by_1(t)y_2(t - \tau_1); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dy_2(t)}{dt} = cy_2(t - \tau_1)y_3(t) + by_1(t)y_2(t - \tau_1) - ky_2(t - \tau_2); \quad (2)$$

$$\frac{dy_3(t)}{dt} = -ay_1(t)y_3(t) - cy_2(t - \tau_1)y_3(t) + ky_2(t - \tau_2). \quad (3)$$

Производные по времени определяют скорости изменения долей соответствующих узлов, a , b , c и k – некоторые коэффициенты, характеризующие соответствующие переходы по рис. 1 (эти коэффициенты являются интегральными параметрами, зависящими, например, от числа копий рассылаемых вирусов и антивирусов, вероятности встречи и т.д.). Перемножение различных функций, например $y_1(t) \cdot y_3(t)$, характеризует вероятность соответствующих встреч. Члены уравнений (1) – (3) со знаком плюс определяют прирост, а со знаком минус – убыль.

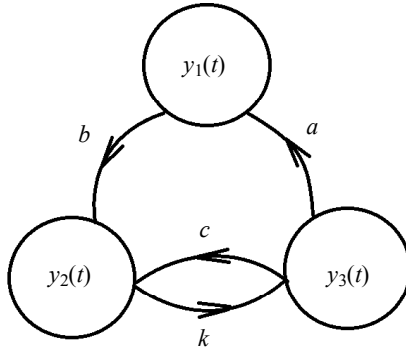


Рис. 1. Диаграмма, описывающая рассматриваемую модель процесса распространения вирусов в компьютерной сети

Необходимо ответить, что если рассматривать модели, в которых рассылка вирусов происходит целенаправленным образом [1–5], с учетом ранее выбранных узлов в адресном пространстве и интеллектуальных стратегий поведения, то захват сети должен происходить быстрее, так как при случайной рассылке, на завершающем этапе развития эпидемий начинаются взаимные DDoS атаки инфицированных узлов. Однако в предлагаемой нами модели происходит и процесс иммунизации за счет рассылки антивирусов.

Достижение порога перколяции сети при распространении в компьютерных сетях эволюционирующих вирусов

Рассмотрим взаимосвязь между долями зараженных, иммунизированных и уязвимых узлов ($y_1(t)$, $y_2(t)$ и $y_3(t)$), при распространении эволюционирующих вирусов в сетях передачи данных, и достижением порога перколяции (критической доли зараженных или заблокированных узлов). Для обсуждения выберем в качестве примера компьютерную сеть, имеющую случайную структуру, в которой на один узел в среднем может приходиться от 2.5 до 4.0 связей.

В работах [6, 7] было проведено численное моделирование зависимости порогов перколяции случайных сетей от среднего числа связей в расчете на один узел (плотности) сети. Зависимость их натурального логарифма $\ln P(x)$ от обратной величины плотности сети ($1/x$) может быть описана линейным уравнением [6]

$$\ln P(x) = \frac{4,02}{x} - 2,26 \quad (4)$$

с величиной коэффициента корреляции числовых данных и уравнения линейной зависимости равным 0.97.

Полученные зависимости могут быть использованы для вычисления величин порогов перколяции по величинам плотности сетей. Далее, используя динамическую модель можно определить время его достижения, и выхода сети в целом из работоспособного состояния.

В соответствии с проведенными по уравнению (4) расчетами, общая доля зараженных узлов, при которой сеть потеряет работоспособность в целом должна составлять от 0.52 (при 2.5 связей на узел порог перколяции равен 0.52) до 0.64 (при 4.0 связей на узел порог перколяции 0.64).

На рис. 2 представлены результаты решения системы уравнений (1) – (3) с взятыми в качестве примера следующими значениями коэффициентов: $a = 0.003$; $b = 0.0015$; $c = 0.0001$ и $k = 0.1$, общим числом узлов сети равным 1000, временами запаздывания и устаревания защиты: $\tau_1 = 38$ и $\tau_2 = 12$ условных единиц, начальными значениями $y_3(t=0) = 1000$, $y_2(t=0) = 1$, $y_1(t=0) = 10$. В данном случае доля зараженных узлов в стационарном состоянии будет достигать 0.64 (см. рис. 2, кривая 1). Для того чтобы сеть в целом оставалась работоспособной, необходимо, чтобы среднее число связей на один её узел составляло более 4 (что технологически является не реализуемым в реальной сети с точки зрения стоимостных затрат). Если реализовывать топологии, в которых среднее число связей на один узел будет составлять около 2.5–3.0, то порог перколяции (или возможная доля заблокированных узлов) будет иметь величину 0.5. Используя данное значение порога перколяции, можно решить обратную кинетическую задачу и определить необходимые для обеспечения заданного порога перколяции величины коэффициентов: a , b , c , k и времен запаздывания и устаревания защиты: τ_1 и τ_2 . В свою очередь, на основании вычисленных параметров модели может быть задана необходимая надежность, определяемая вероятностями переходов.

Доля узлов, находящихся при стационарном состоянии в защищенном (иммунизированном) состоянии (см. рис. 2, кривая 2) будет равна 0.32, доля узлов, находящихся при стационарном состоянии, в нейтральном состоянии (не инфицирован, не защищен и может быть заражен) будет равна 0.04 (см. рис. 2, кривая 3).

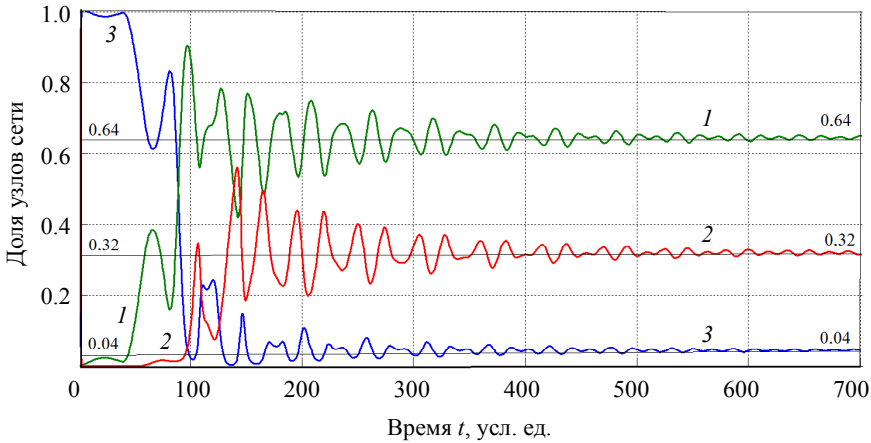


Рис. 2. Кинетика взаимных переходов между узлами компьютерной сети при распространении эпидемий эволюционирующих вирусов

Заключение и выводы

1) Для установления взаимосвязи между процессами, происходящими в адресном и физическом пространствах сети можно воспользоваться методами теории перколяции. При среднем числе связей на один узел сети передачи данных в диапазоне значений от 2.5 до 3.5 доля не заблокированных узлов, при которой сеть еще сохраняет общую работоспособность, должна иметь значения от 0.52 до 0.37. Используя данные значения порогов перколяции, можно решить обратную кинетическую задачу и определить необходимые для его достижения величины коэффициентов в модели распространения эволюционирующих вирусов.

2) Описана модель распространения эволюционирующих вирусов, согласно которой ранее иммунизированные или вылеченные узлы через некоторый интервал времени могут быть снова инфицированы, а воздействие антивирусной защиты имеет время запаздывания. В рамках модели любой узел сети может находиться в одном из трех состояний: в защищенном и сам может рассылать антивирусы (излечивает зараженные и иммунизирует свободные узлы); в зараженном состоянии (может рассылать копии вирусов по узлам сети); в нейтральном состоянии.

3) Графические диаграммы возможных переходов между состояниями узлов позволяют получить систему кинетических дифференциаль-

ных уравнений, описывающих указанные процессы. Анализ решений показывает возможность существования различных режимов распространения вирусов. При некоторых наборах величин коэффициентов дифференциальных уравнений наблюдается осциллирующий и почти – периодический характер распространения вирусных эпидемий.

4) Система кинетических уравнений может быть дополнена членом, учитывающим общий рост числа пользователей и устройств в компьютерных сетях с течением времени, описываемым функцией любого вида.

5) Практические рекомендации для защиты любых сетей от угроз вирусных атак заключаются в том, что в случае использования однотипного оборудования и ПО для создания сетей передачи данных, имеющих среднее число связей в расчете на один узел сети от 2.5 до 3.5, его доля должна находиться в пределе от 0.48 (если блокируется 48 % используемого оборудования, то все ещё выполняется условие перколяции, так как доля не заблокированных узлов равна 0.52) до 0.63 (превышает 48–63 %).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kumar M., Kumar M.B., Panda T.C.* A new model on the spread of malicious objects in computer network // *Int. J. Hybrid Information Technology*. 2013. V. 6. No. 6. P. 161–176.
2. *Balthrop J., Forrest S., Newman M.E.J., Williamson M.M.* Technological networks and the spread of computer viruses // *Science*. 2004. V. 304. P. 527–529.
3. *Chen Li-Chiou, Carley K.M.* The impact of countermeasure propagation on the prevalence of computer viruses // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*. 2004. V. 34. No. 2. P. 823–833.
4. *Ojugo A.A., Aghware F.O., Yoro R.E., Yerokun M.O., Eboka A.O., Anujeonye C.N., Efozia F.N.* Evolutionary model for virus propagation on networks // *Automation, Control and Intelligent Systems*. 2015. V. 3(4). P. 56–62.
5. *Жуков Д.О., Гусаров А.Н., Косырева А.В.* Исследование эффективных стратегий распространения компьютерных угроз // *Вестник компьютерных и информационных технологий*. 2010. № 7(73). С. 40–46.
6. *Zhukov D., Khvatova T., Lesko S., Zaltsman A.* Managing social networks: applying the Percolation theory methodology to understand individuals' attitudes and moods // *Technological Forecasting and Social Change*. V. 123. P. 234–245.
1. *Zhukov D.O., Khvatova T.Yu., Lesko S.A., Zaltsman A.D.* The influence of the connections density on clusterisation and percolation threshold during information distribution in social networks // *Informatika i ee Primeneniya (Informatics and its Applications)*. 2018. V. 12. Iss. 2. P. 90–97.

О системе взаимодействия банков, организаций и клиентов на основе протокола анонимных кредитных карт

Р.И. Пантелеев, А.В. Жаркова

*Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия*

В настоящее время большое количество денежных операций совершается при помощи кредитных карт. Каждый человек ежедневно оплачивает свои покупки кредитной картой и данные транзакции можно легко отследить и связать личность клиента, его покупки и банк, в котором клиент ведет свой счет, то есть банк будет знать, в каком магазине клиент оплачивал счет, а магазин будет обладать информацией о том, какому банку принадлежит карта покупателя. Но что, если клиент не захочет, чтобы кто-либо знал о его покупках и о банке, клиентом которого он является. Реализация данной системы позволяет обеспечить полную анонимность клиента и разделить его личность и покупки, а также информацию о банках, в которых клиент ведет свои счета.

Анонимные кредитные карты

Рассмотрим согласно [1–3] систему, основанную на полной анонимности при работе с кредитными картами. Анонимная кредитная карта отделяет личность и покупки человека, чтобы сохранить конфиденциальность этого лица. Банк, который выдает кредит, должен знать личность человека, и магазин знает о покупках, но ни банк, ни магазин не владеют полной информацией. В настоящей системе доверяют различным участникам протокола и подразумевают, что они не сговариваются для объединения информации, которую пытаются разделить. Однако доверие не всегда оправдано и по какой-либо причине или ошибке информация может быть скомпрометирована.

При рассмотрении протокола анонимных кредитных карт, согласно [3], будем использовать следующие обозначения: (B_x, X) – счет клиента или магазина X в банке B ; $K_{X,Y}$ – общий ключ шифрования сторон X и Y в симметричной криптосистеме; $K_{X,Y}(m)$ – зашифрованное с ключом $K_{X,Y}$ сообщение m ; $K_{X,x}$ – ключ, известный только X ; cx – посредник,

через которого идет передача сообщений, а также он выполняет функции центрального банка для перевода средств между банками (он уменьшает счет источника банка B_x и увеличивает счет банка-получателя B_y на d денежных единиц); $X \rightarrow Y : m$ – X отправляет Y сообщение m , при этом в заголовке сообщения указываются среди прочего X и Y .

а) *Коробка с двойной блокировкой.* У каждого банковского счета есть связанная с ним коробка с двойной блокировкой. Она позволяет передавать сообщения или класть средства на этот счет, при этом банк и отправитель не будут знать друг друга.

Предположим, клиент X имеет счет в банке B_x . Связанная с каждым счетом коробка с двойной блокировкой строится следующим образом. Клиент X просит свой банк B_x зашифровать его номер счета и передать ему криптограмму $K_{B_x, B_x}(X)$. Затем клиент X просит посредника cx зашифровать $[B_x, K_{B_x, B_x}(X)]$ ключом $K_{cx, cx}$. Результат шифрования называется коробкой с двойной блокировкой счета и обозначается как

$$DLB(B_x, X) := K_{cx, cx}[B_x, K_{B_x, B_x}(X)].$$

б) *Протокол взаимодействия банка с банком* $[(B_x, X), (B_y, Y), d, m]$. В данной системе банк не взаимодействует с другим банком напрямую, только через посредника cx . Данный блок протокола позволяет банку B_x переводить средства и сообщения со счета своего клиента X на счёт клиента Y в банке B_y . После того, как протокол выполнен, банк-получатель B_y уверен, что перевод пришел от действующего банка, но ни один из банков не знает друг друга.

Подразумевается, что у каждого банка B есть общий ключ $K_{B, cx}$ с cx . Счет источника (B_x, X) имеет доступ к коробке с двойной блокировкой $DLB(B_y, Y)$ счета в банке-получателе. Сообщение m может быть пустым, в этом случае передаются только денежные средства. Таким образом, протокол взаимодействия банков выглядит следующим образом:

1) банк B_x зашифровывает $DLB(B_y, Y)$ и m ключом $K_{B_x, cx}$ и отправляет это посреднику:

$$B_x \rightarrow cx : K_{B_x, cx}(DLB(B_y, Y), d, m);$$

2) посредник cx определяет из заголовка сообщения банк B_x , от которого пришло сообщение, расшифровывает сообщение с помощью

общего ключа и убеждается, что перевод пришел от B_x . Далее cx расшифровывает внутреннюю криптограмму $DLB(B_y, Y)$ для определения банка получателя B_y . Далее cx зашифровывает m и внутреннюю коробку с помощью ключа $K_{B_y, cx}$ и отправляет это банку B_y :

$$cx \rightarrow B_y : K_{B_y, cx}(K_{B_y, B_y}(Y), d, m);$$

3) банк B_y расшифровывает внутреннюю коробку $K_{B_y, B_y}(Y)$ и может ассоциировать m с его предполагаемым счетом (B_y, Y) . Заверенный cx , что средства были переведены на его счет, B_y увеличивает счет (B_y, Y) на d денежных единиц.

в) *Протокол взаимодействия клиента с банком* $[S, B_x, X, m]$. Протокол взаимодействия клиента организации с банком состоит из следующих шагов:

1) клиент X шифрует сообщение m с помощью ключа $K_{B_x, X}$ и передает его магазину S вместе с $DLB(B_x, X)$. Магазин S шифрует их общим с посредником cx ключом и отправляет криптограмму посреднику cx :

$$S \rightarrow cx : K_{S, cx}(DLB(B_x, X), K_{B_x, X}(m));$$

2) посредник cx расшифровывает внешнюю криптограмму в $DLB(B_x, X)$ и отправляет внутреннюю коробку с зашифрованным сообщением в банк B_x :

$$cx \rightarrow B_x : K_{B_x, cx}(K_{B_x, B_x}(X), K_{B_x, X}(m)).$$

г) *Протокол анонимных кредитных карт.*

Клиент C имеет счета в двух разных банках B_c и B_p . Банк B_c выдает анонимную кредитную карту и знает личность клиента C . Банк B_p только управляет деньгами, внесенными на счет P . Когда счета созданы, клиент C помещает $DLB(B_p, P)$ своего анонимного счета (B_p, P) на свой счет кредитной карты (B_c, C) ; он также помещает $DLB(B_c, C)$ на свой анонимный счет (B_p, P) . В начале расчетного периода B_c переводит денежные средства на анонимный счет (B_p, P) , используя $DLB(B_p, P)$ и протокол взаимодействия банка с банком $[(B_c, C), (B_p, P), d_1]$.

Процедура покупки клиентом P в магазине S на сумму d_3 заключается в следующем:

1) клиент P использует протокол взаимодействия клиента с банком $[S, B_p, P, m]$ для отправки запроса на перевод средств со счета (B_p, P) . Здесь $m = \{d_3, DLB(B_s, S), K_{B_s, s}(n, d_3)\}$ содержит сумму покупки d_3 и адрес получателя (B_s, S) . $K_{B_s, s}(n, d_3)$ связывает сумму с номером транзакции, который будет возвращен в магазин S банком B_s как подтверждение;

2) B_p вычитает сумму d_3 со счета (B_p, P) и переводит эту сумму на счет (B_s, S) , используя протокол взаимодействия банка с банком $[(B_p, P), (B_s, S), d_3, K_{B_s, s}(n, d_3)]$;

3) банк магазина B_s переводит средства на счет (B_s, S) и отправляет подтверждение на адрес S : $B_s \rightarrow S : K_{B_s, s}(n)$. Затем магазин отдает товар клиенту P .

По окончании расчетного периода банк B_p составляет чек для анонимного счета (B_p, P) путем добавления суммы всех покупок за этот период. B_p отправляет его на счет кредитной карты (B_c, C) , используя протокол взаимодействия банка с банком $[(B_p, P), (B_c, C), d_2]$, где d_2 обозначает сумму чека. Когда клиент C оплачивает чек, B_c помещает дополнительные кредиты в (B_p, P) .

Банковская система на основе анонимных кредитных карт

Рассмотрим, как на базе описанных протоколов можно разработать и реализовать систему, которая будет использована для совершения операций с анонимными кредитными картами. Протокол состоит из трех групп взаимодействующих объектов: первая группа – клиенты, вторая группа – банки и третья группа – организации. Для каждой из групп разработаны свои приложения. А именно:

1) программа для регистрации банков (регистрация банков проводится администратором);

2) программа регистрации организаций и открытие счета в одном из зарегистрированных депозитных банков (регистрация организаций проводится администратором);

3) клиентское приложение.

Данные программы могут быть реализованы по принципу клиент-серверного приложения. В качестве сервера можно использовать различные платформы для реализации на них серверов баз данных, где бу-

дут хранить свою информацию различные стороны протокола. Таким образом, процесс взаимодействия состоит из следующих шагов:

1) администратор системы с помощью приложения для регистрации банков регистрирует в системе различные кредитные и депозитные банки. После чего информация об этих банках записывается на сервере базы данных системы и для зарегистрированного банка выделяется свой сервер базы данных;

2) администратор системы регистрирует в системе различные организации, открывая для них счет в одном из депозитных банков, ранее зарегистрированных в системе;

3) пользователь, с помощью клиентского приложения, регистрируется в системе, после чего получает доступ в свой личный кабинет и через него открывает счета в депозитном и кредитном банках;

4) после регистрации и открытия счетов в банках пользователь получает возможность оплачивать покупки в различных организациях, зарегистрированных в данной системе.

Данный комплекс программ может быть реализован на любом высокоуровневом языке программирования. В качестве сервера базы данных может быть выбрана любая открытая платформа, позволяющая развернуть внутри себя необходимую базу, а в качестве СУБД может быть выбрана любая СУБД, реализующая реляционную базу данных. Алгоритмы симметричного и асимметричного шифрования могут быть выбраны в зависимости от требований безопасности.

Заключение

Данная статья показывает, что криптографические протоколы могут быть использованы для создания системы, которая будет сохранять анонимность клиентов при работе с кредитными картами и будет разделять личность клиента и его покупки, скрывать имя клиента от магазина, а его покупки от банков, в которых клиент ведет счета. При правильной реализации может быть обеспечена полная анонимность сторон и безопасность взаимодействия. Единственным способом нарушения конфиденциальности клиента может быть сговор всех сторон протокола с целью объединения информации о покупках и личности клиента, их оплатившего. Также стоит учитывать то, что данная реализация может быть ограничена на законодательном уровне, так как анонимные покупки могут совершаться любым клиентом в любом месте. Чтобы не допустить запрещения данной системы, можно ограничивать лимит по

операциям с помощью таких карт, как это делают некоторые банки, предоставляющие услуги по анонимным кредитным картам.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шнайер Б.* Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы и исходные тексты на языке С. М.: Триумф, 2003. 806 с.
2. *Androulaki E., Bellovin S.* An anonymous credit card system // Proc. of 6th International Conference on Trust, Privacy & Security in Digital Business. 2009. 12 p.
3. *Low S.H., Maxemchuk N.F., Paul S.* Anonymous credit cards and its collusion analysis // IEEE/ACM Transactions of Networking. 1996. V. 4. Iss. 6. P. 809–816.

Логический криптоанализ алгоритмов развертывания ключа низкоресурсных блочных шифрсистем

И.С. Слонкина, М.А. Пудовкина

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
г. Москва, Россия*

SAT (ВЫП) – задача выполнимости булевых функций – определение того, можно ли выбрать такие значения переменных булевой формулы, чтобы она приняла значение «истина», а также поиска выполняющего набора (эти задачи полиномиально сводятся друг к другу [1, 2]). Задача SAT для формул, записанных в КНФ, в общем случае является NP-полной задачей, и каждая задача из класса NP, в том числе задачи криптоанализа алгоритмов шифрования, в явном виде сводится к SAT [1]. SAT-решатели используют алгоритмы с полным пространством поиска, фактически осуществляющие полный перебор возможных значений путем поиска с возвратом (в т. ч. CDCL), и вероятностные алгоритмы, которые осуществляют поиск за полиномиальное время, но могут не найти все или несколько решений. Впервые SAT-решатели были применены в криптоанализе в 1999 году – с их помощью удалось найти ключ 3-раундового DES по 4 парам открытых и зашифрованных текстов. Применение SAT-подхода в криптоанализе (логический криптоанализ [3]) заключается в представлении анализируемого алгоритма или его части в виде КНФ, подстановке в КНФ известных значений переменных и поиске выполняющего набора с помощью SAT-решателя.

При оценке стойкости итерационных алгоритмов блочного шифрования к разностным и линейным атакам предполагается, что раундовые ключи выбираются случайно, равновероятно и независимо [4]. Однако, для некоторых алгоритмов шифрования такое предположение неверно. Например, авторы [5] привели примеры слабых алгоритмов развертывания ключа, у которых вероятность разностной характеристики для разностного криптоанализа и вероятность линейного приближения для линейного криптоанализа значительно больше аналогичных вероятностей в модели со случайными раундовыми ключами. Логический криптоанализ позволяет учитывать взаимосвязи между битами раундовых ключей.

Исследуемые алгоритмы развертывания ключа состоят из S-боксов, циклических сдвигов и XOR битов ключа с другими битами ключа или

константами. Алгоритмы Present [6], MIBS [7] и LBlock [8] имеют схожие 32-раундовые алгоритмы развертывания ключа. В них раундовые ключи получаются из регистра, изначально заполняемого ключом шифрования, путем осуществления 31 раунда. В один раунд входит сдвиг, применение одной или двух (одинаковых или разных) 4-битных S-боксов к старшим битам регистра и исключающее или со счетчиком раундов, сдвинутым на определенное число бит. В AES [9] сдвиг, XOR и S-боксы применяются к элементам байтовой матрицы (по столбцам), в Rectangle [10] – элементам битовой матрицы (по строкам).

В ходе выполнения работы использовались средство кодирования алгоритмов в КНФ Transalg и решатель CryptominiSAT5. Transalg – программное средство для транслирования дискретных функций, записанных на специальном C-подобном языке TA, в систему булевых уравнений [11]. Комплекс Transalg применялся для кодирования в SAT задач криптоанализа ряда криптографических функций [12]. CryptominiSAT [13–15] реализует алгоритм CDCL – разновидность алгоритмов решения SAT с полным пространством поиска.

Все описываемые эксперименты проводились на ноутбуке Lenovo Ideapad 530 S, процессор Intel Core i5-8250U (4 ядра @ 1.6~3.2GHz), 8 ГБ RAM DDR4 (одноканальный режим) и 8 ГБ SWAP, операционная система Ubuntu GNU/Linux (4.15.0-34-generic, amd64).

Восстановление ключа шифрования по раундовым ключам

При кодировании в КНФ алгоритмов развертывания ключа входным параметром считался ключ шифрования, выходными – раундовые ключи. При экспериментах ставилась задача восстановления ключа шифрования по ряду известных бит раундовых ключей.

Было написано ПО на языке python, автоматизирующее проведение экспериментов по поиску выполняющего набора КНФ для заданного алгоритма. ПО реализует автоматическое изменение программного кода на языке Transalg в соответствии с заданными параметрами (количеством раундов и блоков), получение КНФ с помощью Transalg, подстановку известных значений входных и/или выходных переменных, запуск решателя, формирование из решений, возвращаемых решателем, значений искомым переменных алгоритма.

Число, расположение и значения известных бит раундовых ключей определяют число подходящих ключей и время их поиска.

Сравнение параметров КНФ для описанных алгоритмов

Алгоритм шифрования, длина ключа шифрования	Переменных	Дизъюнктов	Литералов	Дизъюнкты / переменные
Present-80	2889	7664	19420	2.653
Present-128	3618	11072	30328	3.060
LBlock-80	1430	4496	13452	3.144
MIBS-64	1286	3481	9656	2.707
MIBS-80	1427	4792	15020	3.358
Rectangle-80	3012	11064	35028	3.673
Rectangle-128	4260	18664	63128	4.381
AES-128	2144	228528	2159560	106.590

Для исследования влияния числа известных бит при их случайном расположении для различного числа известных бит (до 400) проводилось от 50 до 1000 экспериментов.

Результаты экспериментов – как число подходящих ключей шифрования, так и время поиска выполняющего набора КНФ – отличаются большим среднеквадратическим отклонением. Например, для алгоритма Present с 80-битным ключом при 101 известном бите среднеквадратическое отклонение равно 123850.788219 (максимальное число ключей – 393216, минимальное – 1). По этой причине медиана дает лучшее представление о времени поиска выполняющего набора КНФ, чем среднее значение [16] – результат одного эксперимента из 200 может увеличить среднее значение в несколько десятков раз.

Для алгоритмов развертывания ключа, основанных на регистрах сдвига (Present, MIBS, LBlock и Rectangle) существует прямая взаимосвязь между числом подходящих ключей и временем поиска выполняющего набора КНФ (табл. 1). Для алгоритма AES практически во всех проведенных экспериментах ключ был найден однозначно, независимо от времени поиска выполняющего набора.

Результаты экспериментов представлены в табл. 2. Из алгоритмов шифрования с алгоритмами развертывания ключа, основанными на регистрах сдвига, наименьшая доля известных бит раундовых ключей требуется для восстановления ключа алгоритма Rectangle с 80-битным ключом шифрования (при 0.08 ключ восстанавливается практически однозначно), наибольший – для алгоритма MIBS с 80-битным ключом.

Результаты для алгоритмов MIBS-80, Present-128 и LBlock выше, чем для Present-80 и MIBS-64, что скорее всего связано с использованием в каждом раунде развертывания ключа этих алгоритмов двух S-боксов. Результаты для Rectangle хуже, чем для других алгоритмов из-за короткого представления S-боксов этого алгоритма по сравнению с другими.

Таблица 2

Результаты проведенных экспериментов

	Present		MIBS		LBlock	Rectangle		AES
	80	128	64	80	80	80	128	128
Число раундов	32	32	32	32	32	25	25	10
Длина раундового ключа	64	64	32	32	32	64	64	128
Совокупная длина раундовых ключей	2048	2048	1024	1024	1024	1664	1664	1408
Доля (и число) бит, необходимых для однозначного восстановления ключа с вероятностью 0.9	0.1597 (327)	0.1953 (400)	0.2422 (248)	0.3096 (317)	0.2959 (303)	0.0775 (129)	0.1376 (229)	0.1065 < (150)
Время поиска одного ключа (с)	0.0091	0.0113	0.0041	0.0046	0.0046	0.0188	0.0168	-
Доля (и число) известных бит, необходимое для восстановления ключа за 100 с (с вероятностью 0.9)	0.0591 (121)	0.1099 (225)	0.0791 (81)	0.1074 (110)	0.1016 (104)	0.0469 (78)	0.0865 (144)	0.1094 (154)

В ходе экспериментов были выявлены следующие закономерности:

- наибольший вклад в усложнение поиска выполняющего набора КНФ вносят нелинейные операции;
- увеличение числа S-боксов значительно усложняет восстановление ключа шифрования с помощью SAT;
- трудоемкость поиска выполняющего набора КНФ зависит от степени мономов в координатных функциях S-боксов и числа членов в них;
- реализация операции сложения в кольце для SAT-решателя сложнее, чем XOR;
- реализация операций в поле Галуа значительно усложняет логический криптоанализ.

В ходе работы проводились эксперименты по восстановлению ключа по известным открытым и закрытым текстам с использованием дополнительных известных бит раундовых ключей для алгоритмов Present-80 и Present-128.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gu J.* Global optimization for satisfiability (SAT) problem // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering. 1994. No. 3. Part 6.
2. *Поцдугевская Е.А.* Теоретическая и практическая сложность задачи о выполнимости булевых формул // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2009. Т. 13. № 1–4. С. 455–476.
3. *Massacci F., Marraro L.* Logical cryptanalysis as a SAT problem. Encoding and analysis of the U.S. data encryption standard // J. Automated Reasoning. 2000. V. 24. P. 165–203.
4. *Lai X., Massey J.L., Murphy S.* Markov ciphers and differential cryptanalysis // D.W. Davies, editor, Advances in Cryptology – EUROCRYPT'91, Lecture Notes in Computer Science 547, pages 17–38. Springer Verlag, 1992.
5. *Knudsen L. R., Mathiassen J. E.* On the Role of Key Schedules in Attacks on Iterated Ciphers // P. Samarati et al. (Eds.): ESORICS 2004, LNCS 3193, pp. 322–334, 2004. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2004
6. *Bogdanov A., Knudsen L.R., Leander G., Paar C., Poschmann A., Robshaw M.J.B., Seurin Y., Vikkelsoe C.* PRESENT: An Ultra-Lightweight Block Cipher. URL: http://www.lightweightcrypto.org/present/present_ches2007.pdf
7. *Wu W., Zhang L.* LBlock: A lightweight block cipher // Cryptology ePrint Archive: Report 2011/345.
8. *Izadi M., Sadeghiyan B., Sadeghian S.S., Khanooki H.A.* (2009) MIBS: A New Lightweight Block Cipher // Garay J.A., Miyaji A., Otsuka A. (eds) Cryptology and Network Security. CANS 2009. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5888. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag,
9. *Zhang, Bao Z., Lin D., Rijmen V., Yang B., Verbauwhede I.* RECTANGLE: A Bit-slice Lightweight Block Cipher Suitable for Multiple Platforms // SCIENCE CHINA Information Sciences. December 2015. V. 58.
10. *Federal Information Processing Standards Publication 197.* Announcing the ADVANCED ENCRYPTION STANDARD (AES). November 26, 2001.
11. *Отпущенников И.В., Семёнов А.А.* Технология трансляции комбинаторных проблем в булевы уравнения // Прикладная дискретная математика. 2011. № 1(11). С. 96–115.
12. *Otpuschennikov I., Semenov A., Gribanova I., Zaikin O., Kochemazov S.* Encoding cryptographic functions to SAT using TRANSALG system // ECAI2016 Conference. 2016.
13. *Soos M., Nohl K., Castellussia C.* Extending SAT solvers to cryptographic problems // International Conference on Theory and Applications of Satisfiability Testing SAT 2009. P. 244–257.
14. *Transalg* на gitlab. URL: <https://gitlab.com/transalg/transalg>, свободный. Яз. Англ.

15. *The international SAT Competitions web page*. URL: <http://www.satcompetition.org/>, свободный. Яз. англ.
16. *Massacci F.* Using Walk-SAT and Rel-SAT for cryptographic key search // International Joint Conference on Artificial Intelligence. 1999. P. 290–295
17. *Kim J., Hong S., Sung J., Lee C., Lee S.* Impossible differential cryptanalysis for block cipher structure // Johansson, T., Maitra, S. (eds.) INDOCRYPT 2003. LNCS. Heidelberg: Springer, 2003. V. 2904. P. 82–96.
18. *Kaliski Jr., Robshaw M.J.B.* Linear cryptanalysis using multiple approximations // Desmedt, Y.G. (ed.) CRYPTO 1994. LNCS, vol. 839, p. 26–39. Heidelberg: Springer, 1994.

Оценка высокопроизводительных вычислительных систем с использованием технологии EEE

М.С. Сорочкин

*Казанский национальный исследовательский
технический университет им. А.Н.Туполева – КАИ, г. Казань, Россия*

Сети с внутрисистемной коммутацией потребляют большое количество энергии в современных высокопроизводительных вычислительных системах. Основными источниками энергопотребления данного вида сетей являются устройства физического уровня (УФУ), поскольку они работают при подключении сетевого кабеля. Для высокопроизводительных вычислительных систем требуется высокая пропускная способность сетей с внутрисистемной коммутацией и большое количество сетевых ресурсов. Например, сеть связи TOFU, используемая на компьютере «К», имеет 6.25 ГБ/с в каждой ссылке и 10 ссылок в каждом узле [1, 2]. Поскольку для высокопроизводительных вычислительных систем (ВВС) требуется много УФУ, их энергопотребление является весьма значительным. По данным некоторых исследований, энергопотребление сетей с внутрисистемной коммутацией достигает 33 % от общей мощности системы [3].

Energy Efficient Ethernet (EEE) – это стандарт Ethernet для снижения энергопотребления в сетевых устройствах. EEE позволяет УФУ переходить в режим низкого энергопотребления, который называется Low Power Idle (LPI), когда сетевая нагрузка связанного канала низкая. Во время режима LPI УФУ может экономить энергопотребление до 70 % [4]. EEE стандартизован как IEEE 802.3az в 2010 году [5], а количество сетевых устройств, совместимых с IEEE 802.3az, постепенно увеличивается [6, 7].

Постановка задачи

Необходимо осуществить оценку производительности ВВС с поддержкой технологии EEE, где используется предложенная нами модель оценки.

Модель производительности систем с поддержкой EEE

Пусть i – параллельное приложение, а j – текущие потоки на узле приложения. Мы предполагаем, что время выполнения T^{ij} приложения

в системе с поддержкой технологии ЕЕЕ определяется следующим образом:

$$T^{ij} = T_{\text{base}}^{ij} + T_{\text{overhead}}^{ij} . \quad (1)$$

Здесь T_{base}^{ij} – это время выполнения приложения в системе, неподдерживаемой технологию ЕЕЕ, а T_{overhead}^{ij} – это временные дополнительные расходы, вызванные технологией ЕЕЕ.

Мы предполагаем, что временные дополнительные расходы T_{overhead}^{ij} могут быть описаны следующим уравнением:

$$T_{\text{overhead}}^{ij} = n^{ij} f(I^{ij}) . \quad (2)$$

Здесь n^{ij} – количество сообщений на узел; f – функция, которая выражает временные издержки на сообщение; I^{ij} – средний интервал простоя сети при запуске приложения.

Если сетевое устройство использует контроль тайм-аута и пробуждение по требованию, в идеале функция f будет ступенчатой, демонстрирующей внезапное возрастание в интервале тайм-аута. Однако поскольку каждый промежуток бездействия не полностью равен I^{ij} , на самом деле функция f представляет собой постепенное возрастание вокруг интервала времени ожидания. Поэтому обозначим функцию f как следующее уравнение:

$$f(I^{ij}) = \begin{cases} 0, \\ c(1 - \exp(-\alpha(I^{ij} - t_0))) . \end{cases} \quad (3)$$

Здесь c и α – постоянные значения, зависящие от параметров сетевого устройства; t – пороговое значение. Временные дополнительные расходы можно разделить на два случая в зависимости от средних интервалов простоя.

Когда средний интервал ожидания очень короткий ($I^{ij} \leq t$), поддерживаемое технологию ЕЕЕ устройство не может войти в режим LPI, потому что следующий пакет поступает в устройство до того, как внутренний таймер достигнет интервала тайм-аута. В этой ситуации время дополнительных расходов можно считать нулевым.

А когда средний интервал бездействия превышает пороговое значение ($I^{ij} > t$), некоторые интервалы простоя превышают интервал времени ожидания, и устройство, поддерживающее технологию ЕЕЕ, вхо-

дит в режим LPI. Как упоминалось ранее, пакеты, поступающие в устройство в режиме LPI, подвержены влиянию дополнительных расходов на переход режима, а производительность системы ухудшается. Размер пакета, имеющего вышеуказанные временными дополнительные расходы, увеличивается с уменьшением нагрузки на сеть. Наконец, каждая передача пакетов задерживается временем перехода режима. Мы смоделируем эту ситуацию, используя экспоненциальную функцию, асимптотическую константе c . Обращаем внимание, что t , c и a зависят от поддерживающих технологию EEE устройств, особенно от их интервалов времени ожидания и времени перехода в режим. При оценке производительности для них требуется некоторая отправная точка. Таким образом, предположим, что I^{ij} можно описать следующим образом:

$$I^{ij} = (T_{\text{base}} / n^{ij}) - (S^{ij} / B). \quad (4)$$

Здесь S^{ij} – средний размер данных для каждого узла; B – пропускная способность сети на узел. Это предполагает, что вся связь происходит периодически и передает один и тот же размер данных. Например, если предположить, что программа, время выполнения которой составляет 1 секунду в системе с использованием линии 1 Гбит/с и в которой 1024-битные данные передаются 1000 раз, средний интервал ожидания составляет 999 мкс.

Здесь, в отношении не поддерживающей технологию EEE системы, как существующей VBC, мы можем легко получить входные параметры вышеуказанных моделей. Если мы хотим знать базу T^{ij} , мы должны выполнить приложение i в системе при вызове j потоков на узел. n^{ij} и S^{ij} можно измерить с помощью профилирующего инструмента, такого, как TAU [8]. Значение B уже известно. Таким образом, мы можем оценить производительность системы, если система приняла технологию EEE [9–12].

Оценка эффективности предложенной модели

Для оценки эффективности предлагаемой модели мы использовали устройство DellPowerConnect 5548 поддержкой технологии EEE, использующее тайм-аут и пробуждение по требованию. Для узла, поддерживающего технологию EEE, был выбран HP ProLiant DL360p Gen8 с адаптером HP Flexible LOM 1 Gb 331FLR. LenovoThinkPad T400s с адаптером Intel 82567LM Ethernet использовался как не поддерживающий технологию EEE узел. Узлы и коммутатор подключены кабелем CAT5e.

Рисунок 1 показывает, что наша модель может хорошо выразить тенденцию времени дополнительных расходов. Как показано на рисунке, большинство точек сходятся на линии тренда. Поскольку прошивка, используемая в HP ProLiant, может контролировать частоту ядра независимо от операционной системы, она иногда снижает частоту.

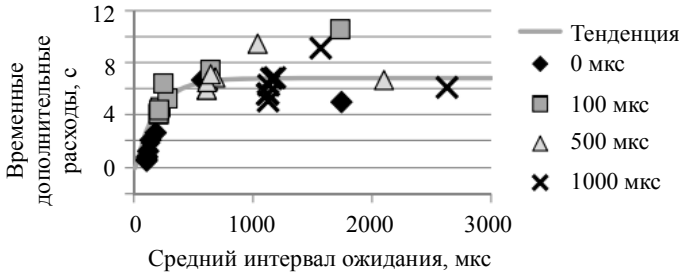


Рис. 1. Временные дополнительные расходы, вызванные технологией ЕЕЕ и точность его модели (для выполнения 4-х процессов)

На рис. 2 представлено прошедшее время с отключенной технологией ЕЕЕ и прошедшее время с включенной технологией ЕЕЕ, оцененное предложенным методом. Даже в худшем случае ошибка по-прежнему составляет 20.0 и 15.3 % в каждой. На рисунке горизонтальная ось представляет размер массива и интервал ожидания, используемый для выполнения, тогда как вертикальная ось представляет прошедшее время.

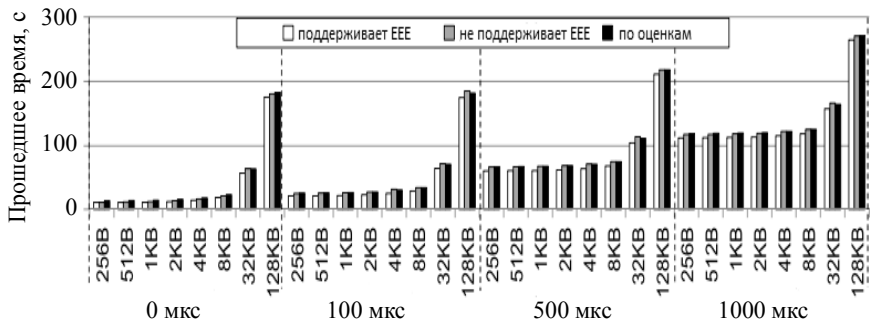


Рис. 2. Реальное прошедшее время и расчетное время выполнения синтетического приложения (для выполнения 4 процессов)

Таким образом, графики иллюстрируют, что предлагаемая модель может хорошо оценить эффективность технологии EEE. Ошибка между расчетным временем и прошедшим временем с включенной технологией EEE в среднем достигает 2.63 %.

Заключение

Мы провели анализ оценки производительности метода для ВВС с поддержкой технологии EEE, в котором используется новая модель производительности. Результаты оценки показывают, что предлагаемая модель имеет значительную точность и что EEE по-прежнему перспективна для приложений ВВС. В будущем будут производиться дальнейшее совершенствование данной модели и подтверждение ее на различных платформах приложений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ajima Y.* TOFU: interconnect for the K computer // *Fujitsu. Sci. Tech. J.* 2012. No. 48(3). P. 280–285.
2. *Ajima Y.* TOFU: a 6D Mesh/Torus interconnect for exascale computers // *IEEE Comput.* 2019. No. 42(11). P. 36–40.
3. *Koggy P.M.* Architectural challenges at the exascale frontier, simulating the future: using one million cores and beyond // *Invited Talk.* 2008.
4. *Broadcom's product.* URL: <https://www.broadcom.com/products/> (дата обращения: 15.12.2018).
5. IEEE (2010) IEEE Std 802.3az-2010 // IEEE Standards.
6. *Hewlett-Packard* (2011) HP E8200 z1 v2 switch series // *Technical Specifications.*
7. *Level One* (2011) GEU-0820 8-port gigabit switch // *Datasheet.*
8. *Shende S., Malony A.D.* The TAU parallel performance system // *Int. J. High. Perform. Comput. Appl.* 2006. No. 20(2). P. 287–311.
1. *Гибадуллин Р.Ф.* Организация защищенной передачи данных в сенсорной сети на базе микроконтроллеров AVR // *Кибернетика и программирование.* 2018. № 6. С. 80–86.
10. *Гибадуллин Р.Ф.* Развитие единообразного формализма защиты точечных, линейных и площадных объектов картографии // *Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева.* 2010. № 2. С. 102–107.
11. *Гибадуллин Р.Ф., Леонов А.Д., Перухин М.Ю.* Разделение пространственных данных для масштабируемой обработки запросов // *Вестник Казан. технол. ун-та.* 2017. Т. 20. № 8. С. 83–86.
12. *Гибадуллин Р.Ф., Никитин А.П., Перухин М.Ю.* Построение сети на основе технологии GPON // *Вестник Казан. технол. ун-та.* 2017. Т. 20. № 5. С. 104–108.

Оценка конкурентоспособности коммерческих облаков IaaS (Infrastructure-as-a-Service) и вычислительных ресурсов CSC (Center for Science)

М.С. Сорочкин

*Казанский национальный исследовательский
технический университет им. А.Н.Туполева – КАИ, г. Казань, Россия*

В последние годы облачные вычисления стали популярной моделью для предоставления вычислительных ресурсов в коммерческом секторе. Облака инфраструктуры IaaS позволяют пользователям легко масштабировать вычислительную емкость и запускать собственные стеки программного обеспечения [1]. Эти характеристики также применимы к области научных вычислений [1]. В IaaS облака мощности предлагаются с использованием технологии виртуализации. На каждом узле гипервизор запускает несколько виртуальных машин на виртуальных операционных платформах (инстансах) [1, 2]. Виртуальная машина может эффективно использовать центральный процессор (CPU) и основную память, но доступ к внешним устройствам, таким, как диски, графические процессоры (GPU) и сетевые интерфейсы, может повлечь значительные накладные расходы.

Постановка задачи

Основной задачей данной работы является количественная и качественная оценка конкурентоспособности коммерческих облаков IaaS и вычислительных ресурсов, которые включают в себя суперкомпьютеры, кластеры и облачные ресурсы на основе чистого металла. Сравнение осуществляется с точки зрения ценовой эффективности и фактических ориентиров для различных рабочих нагрузок.

Провайдеры коммерческих облаков

В коммерческих облаках IaaS основное внимание уделяется аппаратным средствам, которые полезны для запуска стандартных бизнес-приложений и веб-приложений. Как правило, облачные платформы предлагают различные варианты узлов, оптимизируя производительность вычислений, производительность ввода – вывода или объем па-

мяти. Наиболее распространенным межсоединением является 10 Гб Ethernet. Основными коммерческими облачными провайдерами являются: веб-службы Amazon (AWS) EC2, Microsoft Azure, IBM Spectrum Computing, облачная платформа Google и облачная служба Fujitsu K5.

Существуют также облачные платформы и «компьютерные сервисы», которые ориентированы на высокопроизводительные вычислительные ресурсы (HPC) и производительность, например Sabalcore.

Кроме того, некоторые компании предоставляют программный продукт, с помощью которого внешние облака, такие, как EC2, могут использоваться более легко или более эффективно. Примерами этой категории являются Alces Flight.

CSC – IT-центр науки

CSC поддерживает исследователей и академические учреждения, предоставляя полный набор вычислительных услуг.

Кластер Taito предназначен для технических и научных вычислений общего назначения, от одноядерных (последовательных) заданий до небольших параллельных заданий в несколько сотен ядер.

Суперкомпьютер Sisu – это система Cray XC40 с более чем 40 000 ядер, поддерживающая крупномасштабное параллельное вычисление, которое требует исключительно мощных ресурсов суперкомпьютера от нескольких сотен до нескольких тысяч ядер.

eRouta и eRouta – это облачные вычислительные платформы CSC, которые предлагают реализовывать высокопроизводительные вычисления платформы через модель IaaS. eRouta – безопасное частное облако для чувствительных данных, таких, как геномные данные.

Сравнение ценовой конкурентоспособности

Для сравнения ценовой конкурентоспособности облачных ресурсов с точки зрения вычислительной производительности мы использовали инстансы, которые обеспечивают максимально возможное соответствие регулярным вычислительным узлам CSC в суперкомпьютере Sisu и кластере Taito. Мы нормализуем сравнение, чтобы соответствовать узлу с теоретической производительностью 1 TFlops.

Ценообразование ресурсов CSC и Sabalcore, используемых здесь для сравнения, представляет собой опубликованные цены для академических клиентов [3].

Отметим также, что для AWS EC2 и Google Cloud Platform существуют три модели ценообразования для вычислительных ресурсов:

1. По запросу: никаких фиксированных затрат, оплата только за использование узла.
2. Зарезервированные инстансы: узлы зарезервированы для клиента, и клиент платит за пропускную способность, даже если они не используются.
3. Спотовые инстансы: рыночная цена, где инстансы прекращают работу, когда цена превышает ставку, установленную клиентом [4].

Ценообразование для узлов с интенсивным вычислением

Система	Модель ценообразования	Цена на узел в час (€)	Цена на ГБ в час (€)
CSC – Sisu	Фиксированная	0.529	0.0083
AWS EC2 – c4.8xlarge	Спотовая	0.493	0.0055
	По запросу	2.29	0.027
	Зарезервированная	1.04	0.013
Google Cloud Platform – n1-highcpu-32	Спотовая	0.543	0.010
	По запросу	1.861	0.038
	Зарезервированная	1.297	0.0265
Sabalcore	Фиксированная	1.516	0.0118

В AWS EC2 даже самые экономичные вычислительные интенсивные инстансы, где экземпляр зарезервирован на 3 года и оплачивается авансом, в два раза дороже, чем серверы CSC (таблица). Точные цены на AWS и превентивные инстансы в облаке Google немного дешевле (10 %), чем стоимость узлов в CSC, но экземпляры точек имеют гораздо более низкую надежность, чем ресурсы CSC. Поставщики облачных вычислений HPC (Sabalcore) более чем в три раза дороже.

Производительность передачи сообщений

Интерфейс передачи сообщений (MPI) является фактической стандартной стратегией распараллеливания в научных вычислениях, и почти все параллельные научные приложения реализовали их внутриузловую связь, используя его. Мы оценили производительность MPI-связи на разных платформах с помощью пакета Intel MPI Benchmarks версии 4.1 [5–7].

На рис. 1 показана задержка пинг-понга MPI (меньшая задержка равна лучшей производительности связи) в зависимости от размера со-

общения, измеренного между двумя задачами MPI, размещенными на разных узлах.

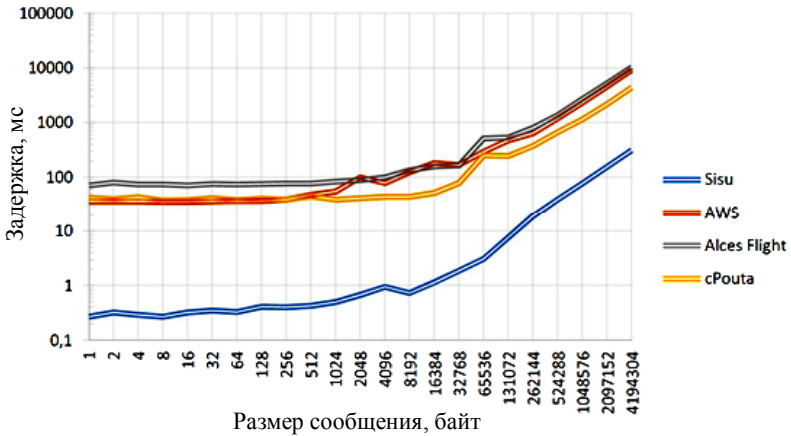


Рис. 1. Задержка лазера MPI в зависимости от размера сообщения

Затем мы провели измерения среднего времени прохождения MPI_Alltoall в зависимости от размера сообщения (размер данных, отправленных по всем другим задачам), представленные на рис. 2.

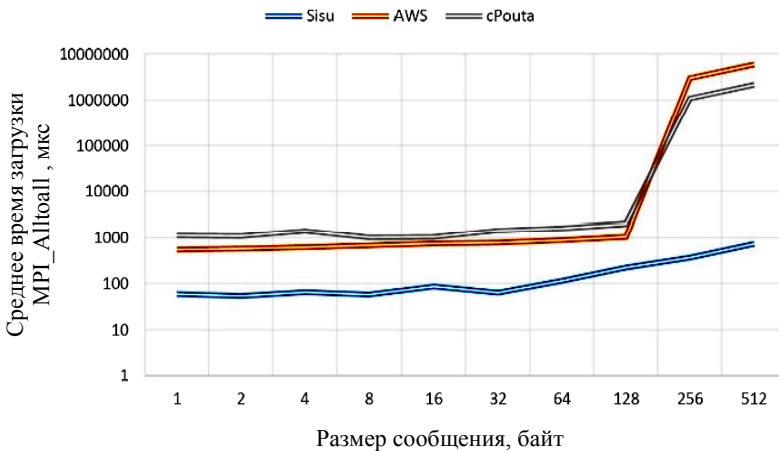


Рис. 2. Производительность MPI_Alltoall в зависимости от размера сообщения

При сообщениях размером 1024 байт и более операция на EC2 становится настолько медленной, что запуск прерывается из-за сетевого тайм-аута. На основе этих измерений представляется невозможным эффективное выполнение приложений MPI в зависимости от работы MPI_Alltoall на облачных платформах [8–11].

Заключение

В сравнении цены и производительности было показано, что единственными инстансами, которые сравнивают соотношение цены и качества с CSC, являются точечные инстансы AWS EC2 и превентивные экземпляры в облаке Google. Зарезервированные инстансы по требованию значительно дороже. Большой недостаток в спотовых ценах заключается в том, что цена для этих случаев колеблется и они могут быть недоступны по разумной цене и прекращены в любое время. Это ограничивает долю рабочих процессов, которые могут быть адаптированы к ней. Кроме того, как обсуждалось выше, параллельные приложения в любом случае не могут эффективно работать на этих ресурсах. Таким образом, можем сделать вывод: коммерческие облака не являются конкурентоспособными по цене и не подходят для параллельных рабочих нагрузок HPC.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lockwood G.K., Tatineni M., Wagner R.* SR-IOV: Performance benefits for virtualized interconnects // XSEDE '14. 2014. P. 1–7.
2. *Zhang J., Lu X., Panda D.K.* Performance characterization of hypervisor-and container-based virtualization for HPC on SR-IOV enabled InfiniBand clusters // IEEE International Parallel and Distributed Processing Symposium Workshops (IPDPSW). 2016. P. 1777–1784.
1. *Billing Rates and Pricing of Computing Services.* URL: <https://research.csc.fi/pricing-of-computing-services/> (дата обращения: 27.11.2018).
4. *Цены на Amazon EC2.* URL: <https://aws.amazon.com/ec2/pricing/> (дата обращения: 27.11.2018).
5. *Introducing Intel® MPI Benchmarks.* URL: <https://software.intel.com/en-us/articles/intel-mpi-benchmarks/> (дата обращения: 27.11.2018).
6. *Shifter: Bringing Linux containers to HPC.* URL: <http://www.nersc.gov/research-and-development/user-defined-images/> (дата обращения: 27.11.2018).
7. *ElastiCluster.* URL: <http://gc3-uzh-ch.github.io/elastycluster/> (дата обращения: 27.11.2018).
8. *Гибадуллин Р.Ф.* Организация защищенной передачи данных в сенсорной сети на базе микроконтроллеров AVR // Кибернетика и программирование. 2018. № 6. С.80–86.

9. *Гибадуллин Р.Ф.* Развитие единообразного формализма защиты точечных, линейных и площадных объектов картографии // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2010. № 2. С.102–107.
10. *Гибадуллин Р.Ф., Леонов А.Д., Перухин М.Ю.* Разделение пространственных данных для масштабируемой обработки запросов // Вестник Казан. технол. ун-та. 2017. Т. 20. № 8. С. 83–86.
11. *Гибадуллин Р.Ф., Никитин А.П., Перухин М.Ю.* Построение сети на основе технологии GPON // Вестник Казан. технол. ун-та. 2017. Т. 20. № 5. С.104–108.

Алгоритм сохранения ссылочной целостности данных в распределенной базе данных

Н.Е. Тимофеева, К.А. Дмитриева

*Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского – СГУ, г. Саратов, Россия*

Базы данных (БД) – это эффективное средство хранения и обработки информации. Современный информационно-коммуникационный мир находится в тенденции постоянно растущих объемов данных, которые с каждым годом заполняют все больше серверов. При таких объемах информации используют распределенные технологии хранения данных – распределенные базы данных (РБД). При проектировании РБД возникает ряд проблем, одна из главных – проблема сохранения целостности данных.

В работах [1, 2] авторы рассматривают сохранение целостности при разной доступности всех узлов, также затрагивают немаловажные вопросы достоверности данных при сбоях узлов, при сбоях линий связи и т.д., которые сводятся к модификациям двух подходов обеспечения целостности: строгая (tight consistency) и нестрогая (loose consistency) целостность. Первый вариант гарантирует достоверность данных в любой момент времени, второй допускает некоторую задержку. Помимо выбора подхода обеспечения целостности необходимо иметь инструмент проверки целостности данных. Понятное дело, что в коммерческих СУБД, таких, как MS SQL Server, Oracle DB и другие [3, 4], данный инструмент встроены в СУБД, но далеко не все могут позволить себе такие дорогостоящие продукты. Таким образом, возник вопрос о разработке модуля, отвечающего за проверку целостности в РБД.

Целью работы является разработка алгоритма сохранения ссылочной целостности данных в распределенной базе данных.

Целостность данных в базе данных

Для сохранения достоверности данных, их структуры используют ограничение целостности. Ограничение целостности в БД – это логическое выражение, результат вычисления которого всегда должен быть истиной [5]. Другими словами, данные в БД должны соответствовать её внутренней логике, структуре и всем явно заданным правилам. Таким

образом, целостность БД обеспечивает правдоподобность информации, отвергая заведомо невозможные значения.

Ограничение целостности обычно разделяют на четыре вида [6]:

1. Сущностная целостность – определяет каждую строку как уникальную сущность в таблице, таким образом она обеспечивает целостность столбцов идентификаторов или первичного ключа таблицы.

2. Доменная целостность – это достоверность записей в атрибуте, которая включает в себя ограничения типа данных, формата и правил, а также диапазона возможных значений.

3. Ссылочная целостность – сохраняет определенные связи между таблицами при добавлении или удалении информации из БД.

4. Пользовательская целостность – позволяет определять бизнес-правила, не входящие ни в одну из категорий целостности.

Если первые два вида сохранения целостности тривиальны и решаются в любом случае при проектировании БД, то сохранение ссылочной целостности является интересной задачей. Для поддержания ссылочной целостности в большинстве современных СУБД по умолчанию стоит запрет на добавление данных, ссылающихся на несуществующие атрибуты. А для поддержания ссылочной целостности при удалении строк обеспечиваются следующие действия [7]:

- каскадный метод (cascade) основывается на том, что при удалении записи из главной таблицы будут автоматически удаляться все связанные записи в подчиненных таблицах;

- метод запрета на удаление (no action) не позволяет удалять записи из главной таблицы, если имеются связанные записи в подчиненных таблицах;

- установка NULL-значения в связанных записях подчиненных таблиц;

- установка значения по умолчанию в связанных записях подчиненных таблиц.

По умолчанию в любой современной СУБД выбран метод запрета на удаление, однако при желании можно реализовать любой другой метод с помощью триггеров и процедур.

В РБД, помимо всего выше изложенного, необходимо поддерживать целостность на разных узлах системы. Такую согласованность называют глобальной ссылочной целостностью [1], которая сама по себе является одной из главных проблем РБД.

Алгоритм сохранения ссылочной целостности данных в распределенной базе данных

Ссылочная целостность данных является одной из главных проблем РБД [5]. В любой реляционной СУБД существуют 4 вида операторов: insert, delete, update и select и структура в общем случае у разных СУБД одинаковая. Из них первые три принимают участие в изменении данных и могут нарушить их целостность. Представленный на рис. 1 алгоритм учитывает особенности данных операций и производит контроль

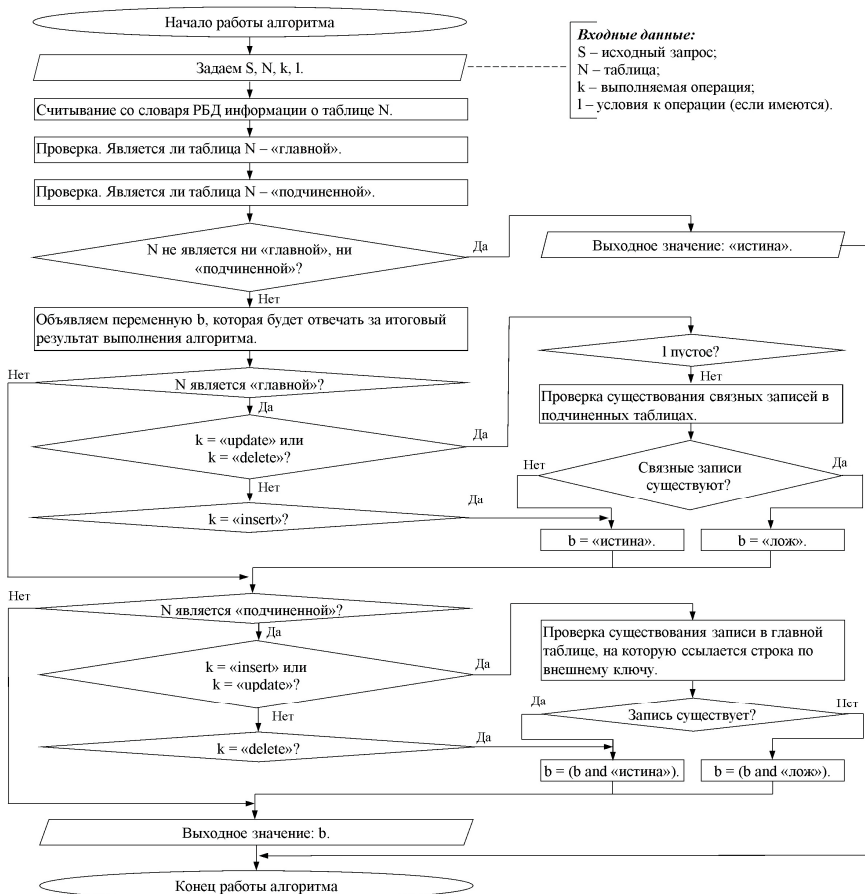


Рис. 1. Алгоритм сохранения ссылочной целостности данных

за целостностью данных, не позволяя изменить данные заведомо недопустимым образом. Получение на выходе алгоритма значение «истина» означает, что достоверность данных при выполнении запроса будет сохранена; значение «ложь» – потеряна.

Для более ясного прочтения алгоритма поясним некоторые обозначения в нем:

- таблица N – «главная», если у N имеются связующие записи в подчиненных таблицах;

- таблица N – «подчиненная», если N ссылается на записи другой таблицы (т.е. имеет внешние ключи);

- словарь РБД – это вспомогательная БД, в которой находится вся служебная информация о узлах и таблицах системы.

- x and y – операция логического умножения x на y .

Замечание. Проверка таблицы на то, что она является «главной» или «подчиненной», выполняется следующим образом: при принадлежности к категории «главная» таблица делается поиск существования подчиненных таблиц. Во втором случае – поиск существования внешних ключей данной таблицы.

Полученный алгоритм сохранения ссылочной целостности был реализован в программном комплексе «НЕКА» [8]. В дальнейшем планируется провести тестирование алгоритма на качество фильтрации заведомо недостоверных данных и его быстродействие. В результате проведенного тестирования ожидается хорошее качество фильтрации и достаточное быстродействие алгоритма. Однако для увеличения быстродействия также возможно внедрение в алгоритм параллельных технологий.

Заключение

В данной работе рассмотрены основные аспекты проблемы поддержания целостности данных в БД.

Для сохранения ссылочной целостности в РБД разработан универсальный алгоритм, который позволяет с учетом выполнения различных операций отлавливать заведомо нарушающие достоверность данные. Тем самым, реализация данного алгоритма в РБД поможет избежать неконтролируемых заведомо ложных изменений, а это, в свою очередь, повысит надежность системы в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Moldovan, Grigor & Valeanu, Madalina*. Integrity constraints in distributed databases. 2006.
2. *Hamidah Ibrahim*. Soft Computing Applications for Database Technologies: Techniques and Issues. Integrity Constraints Checking in a Distributed Database. Universiti Putra Malaysia, Malaysia, 2010. P. 17.
3. *Antony*. Распределенные базы данных Oracle [Электронный ресурс] // Oracle Patches сообщество спецов. 18 апреля 2017 URL: <https://oracle-patches.com/oracle/prof/2952-распределенные-базы-данных-oracle> (дата обращения: 05.04.2019).
4. *Craig Guyer, olprod, OpenLocalizationService* Документация по SQL ServerSQL Server Documentation [Электронный ресурс] // Microsoft. 12.08.2018 URL: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/sql/sql-server/sql-server-technical-documentation?toc=..%2Ftoc%2Ftoc.json&view=sql-server-ver15> (дата обращения: 05.04.2019).
5. *Дејџ К.Дж.* Введение в системы баз данных: пер. с англ. 8-е изд. М.: Вильямс, 2005. 1328 с.
6. *Чуканов К.В., Чичикин Г.Я.* Целостность баз данных // Наука, техника и образование. 2018. № 11 (52). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tselostnost-baz-dannyh> (дата обращения: 13.04.2019).
7. *Майкл Блах, Modelsoft Consulting Corp, ODBMS.ORG* Ссылочная целостность является важной для баз данных [Электронный ресурс] // IT-портал CITForum.ru, 2005. пер. с англ. *Сергей Кузнецов*. URL: <http://citforum.ru/database/articles/blaha1/> (дата обращения: 13.04.2019).
8. *Тимофеева Н.Е., Полулях К.А.* Программный комплекс для управления распределенной базой данных // Программные продукты и системы. 2017. Т. 30. № 4. С. 663–667.

Актуальные проблемы в сфере UX-дизайна

Я.А. Хованский, А.С. Юровская

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

На сегодняшний день разработка UX-дизайна является достаточно актуальным направлением деятельности, так как главной его целью является повышение уровня удовлетворенности пользователей продуктом, улучшение удобства использования и доступности. Следовательно, возрастает и актуальность научных исследований в данной сфере, что подтверждается растущим интересом ученых к проблемам UX-дизайна.

Постановка задачи

Анализ литературы позволил осуществить разделение методов исследования UX по следующим атрибутам: происхождение метода, тип собранных данных, тип приложения, источники информации, место проведения исследования, продолжительность исследуемого периода, фазы разработки и специальные требования.

Также исследование UX может разделяться по углубленности в конкретные области или же, наоборот, работу с общими проблемами.

Так, одним из актуальных общих вопросов UX-дизайна является соотношение ценностей пользователей с ценностями заинтересованных сторон, этические вопросы. Другим важным вопросом при решении проблем UX-дизайна является сам процесс исследования пользовательского опыта. В этой связи Хуссейн Дж., Хан В.А., Хур Т. и другие авторы рассматривают методы, с помощью которых проводится исследование эмоций, чувств, интересов пользователей. Подобные исследования также проводили Марике Кэмп с соавторами.

При этом отмечается, что часто традиционные способы (например, опрос пользователей) субъективны и не дают истинных и полностью объективных результатов. Вместе с тем также указывается, что часто различные методы физических наблюдений фиксируют ту или иную несознательную реакцию организма пользователя, которая говорит о его эмоциональной реакции на продукт. Такими методами исследования являются трекер глаза, электроэнцефалография, гальваническая реакция кожи, электрокардиограмма, электромиограмма, а также другие.

Однако авторы указывают на необходимость сочетания разных подходов в исследовании, как наблюдения, так и физических измерений и самоотчетов.

Наибольшее количество исследований в области UX-дизайна, имеющих узкую направленность, посвящено анализу методов, применяемых на конкретной аудитории или в отдельных областях.

Что касается конкретной категории пользователей, то зачастую речь идет о людях, имеющих какие-либо ограничения физических возможностей. Так, Наоми Кокубу и другие авторы в своем исследовании [1] рассматривают устройство тестирования когнитивной функции, которое чувствительно к определению нейропсихологических показателей у пациентов с деменцией и Болезнью Паркинсона. Роджер Вилардага с коллегами в своем исследовании [2] рассматривают, каким образом осуществляется UX-дизайн при создании приложения для прекращения курения с ориентацией на людей, которые имеют серьезные психические заболевания. Одно из исследований провели Анна Филомена Куррало и Сара Паива [3], рассмотрев вопрос адаптации различных функций смартфонов для людей с серьезными нарушениями зрения.

Если рассматривать конкретные области, то, например, Расыда Зайнун с коллегами в своем исследовании [4] рассматривает возможность разработки приложения в области токсикологии. Далее, коллективом авторов, к числу которых относятся Вальтер Накамура, Элейн де Оливейра и другие исследователи [5, 6], создана методика оценки пользовательского опыта в области электронного обучения.

Помимо этого, изучают и непосредственно сами научные статьи в данной тематике, так было рассмотрено 96 методов оценки UX [7–9]. Согласно исследованиям, было больше количественных (29.7 %), чем качественных (20.9 %) исследований, значительное присутствие обоих типов может представлять собой некоторый продолжающийся конфликт в сообществе о том, должны ли исследования UX быть качественными или количественными по своему характеру [10].

Более высокий рост количественных исследований в выборке за последние несколько лет указывает на то, что, когда дело доходит до эмпирических исследований, количественные методы могут получить распространение при разногласиях. Тем не менее, преобладание исследований со смешанными методами предполагает отход от тупика количественного / качественного разрыва и принятие важности множества методов для исследования UX. Исследования смешанных методов были опубликованы чаще, чем любой другой тип исследований, в течение

семи из восьми лет в период между 2009–2016 гг. Отсюда следует, что использование сочетания качественных и количественных методов наиболее полно выявляет потребности пользователей.

Возвращаясь к физическим наблюдениям, рассмотрим применение «трекера глаз» на практике. Данный метод исследования позволяет определить, на какие области пользователь обращает внимание, что, безусловно, может быть эффективно использовано при совершенствовании сайтов, программ и приложений.

Авторами было проведено исследование реакции студентов на сайты факультетов ведущих университетов мира. Респондентам необходимо выполнить ряд заданий, заключающихся в поиске информации на сайте.

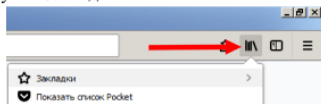
Однако, прежде чем перейти непосредственно, к работе с респондентами, потребовалось проанализировать более 50 сайтов из списка QS Top 100, с целью распределить сайты на категории по структуре и направленности на определенную целевую аудиторию.

Для самого эксперимента было выбрано 6 сайтов, отличающихся по структуре, но имеющих направленность на обучающихся на факультете студентов. Также были подобраны 3 вопроса таким образом, чтобы информация по ним была на каждом из этих сайтов.

Финальной стадией подготовки стало формирование инструкций для респондентов (рис. 1).

Перед переходом к заданию внимательно прочитайте задачу.

1. После перехода к заданию запустите браузер ярлыком с рабочего стола.
2. В браузере через пиктограмму в правом верхнем углу выберите пункт Закладки.



3. Запустите **сайт 6** и на нем найдите информацию об исследованиях в области когнитивной нейронауки или когнитивной психологии.

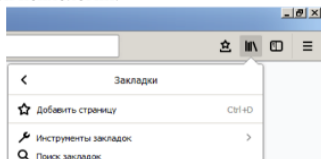


Рис. 1. Инструкция для респондентов

Полученные результаты проходили несколько этапов анализа. Первичный анализ был проведен по следующим параметрам:

- время выполнения задания;
- оптимальность пути;
- использованные элементы;
- элементы, притягивавшие внимание;
- ключевые элементы для решения задачи;
- общая характеристика распределения внимания по странице.

Таким образом, можно заключить, что основное внимание респондентов при поиске необходимой информации было обращено к меню сайта (горизонтальному и боковому, в зависимости от сайта) (рис. 2).

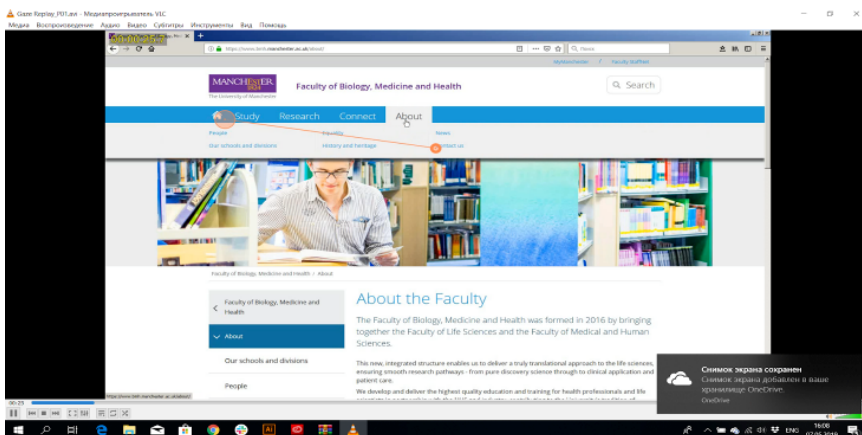


Рис. 2. Путь взгляда во время выполнения одного из заданий

Гораздо реже внимание респондентов задерживалось на области поиска и иных областях. Кроме того, крайне редко респонденты обращали свое внимание на ротаторы контента, хотя на сегодняшний день они используются практически на любом сайте.

Количественный подсчет успешно выполненных заданий выявил, что респонденты лучше взаимодействовали с сайтами, содержащими следующие блоки: шапка с поиском и горизонтальным меню, слайдер, информационные блоки.

Заключение

Суммируя изложенное, можно говорить о том, что исследование пользовательского опыта позволяет совершенствовать существующие продукты и создавать новые так, чтобы они отвечали потребностям пользователей в эффективности, достоверности, удобстве использования, а также вызывали положительные эмоции. UX-исследование является сложным и многогранным процессом как с точки зрения теоретической, так и с практической. При этом на сегодняшний день используются разнообразные методы исследования пользовательского опыта и появляются все больше новых методов в данной области.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kokubo N., Yokoi Y., Saitoh Y., Murata M., Maruo K., Takebayashi Y., Shinmei I., Yoshimoto S., Horikoshi M.* A new device-aided cognitive function test, User eXperience-Trail Making Test (UX-TMT), sensitively detects neuropsychological performance in patients with dementia and Parkinson's disease. *BMC Psychiatry*. 2018 Jul 5; 18(1):220.
2. *Roger Vilardaga, Javier Rizo, Richard K. Ries, Julie A. Kientz, Douglas M. Ziedonis, Kayla Hernandez, Francis J. McClernon.* Formative, multimethod case studies of learn to quit, an acceptance and commitment therapy smoking cessation app designed for people with serious mental illness. *Translational behavioral medicine*. November 2018.
3. *Ana Filomena Curralo, Sara Paiva.* UX Design and Inclusive App Development. *Proceedings book of UNIDCOM/IADE Conferences.*, At Universidade da Madeira. November 2017.
4. *Rasyida Zainun, Meng Chun Lam, Khairul Azmi Abu Bakar, Ahmad Khaldun Ismail.* User Experience Model for Remote Envenomation Consultation Mobile Application with Decision Support Ability. November 2018.
5. *Walter T. Nakamura, Elaine H. T. de Oliveira, Tayana Conte.* TUXEL: A Technique for User eXperience Evaluation in eLearning. *Conference Paper*. October 2018.
6. *Walter T. Nakamura, Elaine H. T. de Oliveira, Tayana Conte.* Applying Design Science Research to develop a Technique to Evaluate the Usability and User eXperience of Learning Management Systems. *Conference Paper*. October 2018.
7. *Hussain J, Khan WA, Hur T, Bilal HSM, Bang J, Hassan AU, Afzal M, Lee S.* A Multimodal Deep Log-Based User Experience (UX) Platform for UX Evaluation. *Sensors*. 2018; 18(5):1622.
8. *Camp, Marieke & De Boeck, Muriel & Verwulgen, Stijn & Bruyne, Guido.* EEG Technology for UX Evaluation: A Multisensory Perspective. *Advances in Neuroergonomics and Cognitive Engineering*, pp. 337–343
9. *Vermeeren, et al.* User experience evaluation methods: current state and development needs. *Proceedings of the 6th Nordic Conference on Human-Computer Interaction: Extending Boundaries (NordiCHI '10)*. ACM, New York, 2010. P. 521–530.
10. *All UX evaluation methods.* All About UX. URL: <https://www.allaboutux.org/all-methods>.

Использование среды разработки Spec# для верификации Python-программ

Е.А. Шишкина

*Саратовский государственный технический университет
им. Ю.А.Гагарина – СГТУ, г. Саратов, Россия*

Последние годы – время информатизации всех сфер жизни, программное обеспечение обслуживает всевозможные виды деятельности, поэтому разрабатываемое программное обеспечение должно быть надежным и корректно работающим. С растущей сложностью разрабатываемых комплексов растет и сложность их валидации. Некачественная верификация в масштабных системах может повлечь за собой различного рода ущерб: значительные финансовые потери, серьезные аварии и катастрофы и даже гибель людей. Развитию методов и средств валидации программного обеспечения посвящено множество работ (см. например, [1–3]). За последнее время было разработано несколько систем, помогающих автоматизировать доказательство корректности программ (см. например, [4]). Основной принцип таких программ заключается в возможности дополнительного описания разрабатываемого метода. Описание формализовано и представляет собой математическую модель метода, которая проверяется статически одновременно с проверкой кода.

Одной из таких систем является среда разработки Spec#. Среда интегрирована с существующей промышленной платформой .NET Framework. Система программирования Spec# базируется на языке программирования Spec#, расширении существующего объектно-ориентированного языка программирования C#. Оно состоит в конструкциях спецификаций, наподобие пред- и постусловий, не-null типах и некоторых средствах для реализации высокоуровневых абстракций данных. Описанные спецификации становятся частью исполнения программы, при этом они статически проверяются. Система программирования Spec# состоит не только из языка и компилятора, она включает также автоматический верификатор программ Boogie, статически проверяющий спецификации. Система Spec# [4] полностью интегрирована со средой Microsoft Visual Studio, что существенно упрощает работу с ней.

О трансляции Python-программ

Ввиду роста популярности языка Python, растет и необходимость в качественной проверке программ и их моделей, написанных на этом языке, методами формальной верификации [2], что позволяет повысить надежность разрабатываемых систем и подтвердить соответствие их моделей формальным спецификациям, которые обычно формулируют на языке темпоральной логики [1]. В работе [3] были выявлены преимущества верификатора *Voogie* и поставлена задача разработки транслятора в этот верификатор автоматных программ [1], написанных на языке Python. Для этого необходимо транслировать программу на языке Python в *Spec#*, специальное расширение *C#*, нацеленное в том числе и на описание формальной спецификации программы. При проектировании транслятора было решено [5] воспользоваться готовым решением, а именно универсальной системой анализа, трансформации и оптимизации программ LLVM [6].

LLVM (Low Level Virtual Machine – низкоуровневая виртуальная машина) является набором модулей и инструментов для разработки трансляторов. LLVM работает с промежуточным представлением кода (Intermediate Representation, IR) – типизированным трехадресным кодом в SSA-форме [6]. Особенность данного представления состоит в том, что при описании операций всегда существуют два аргумента и одно возвращаемое значение, типы аргументов задаются явно, любой переменной в представлении может быть присвоено значение один раз.

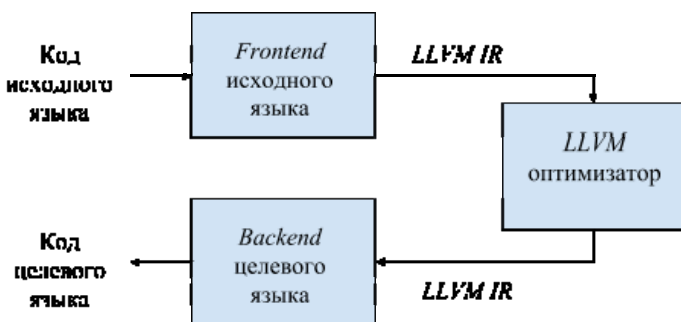


Рис. 1. Схема транслятора на базе LLVM

Стоит заметить, что на базе LLVM существует множество готовых решений backend-ов для различных целевых языков. LLVM также имеет встроенный оптимизатор с большим количеством алгоритмов оптимизации кода. Поэтому, исходя из схемы [6], представленной на рис. 1, разработка транслятора заключается в написании frontend-части для языка Python.

Так как Python не поддерживает описание спецификаций, спецификация будет находиться в тексте программы в виде комментариев. При трансляции текста спецификация примет привычный для Spec# и Boogie вид.

Для дальнейшей верификации программы особенно важно понимание построения её спецификации при помощи пост- и предусловий. Ниже представлен пример текста метода поиска минимального из двух предложенных чисел с описанной спецификацией.

Листинг 1

Метод поиска минимального из двух чисел

```
1. static int min(int x, int y)
2.   requires 0 <= x && 0 <= y ;
3.   ensures x < y ? result == x : result == y;
4.   {
5.     int m;
6.     if (x < y)
7.       m = x;
8.     else
9.       m = y;
10.    return m;
11. }
```

Помимо классического текста метода в листинге после его объявления также описана и её математическая модель (строчки 2, 3). Ключевое слово `requires` (пер. «требует») описывает требования к входным данным процедуры. Для данной функции из её математической модели следует, что переменные `x`, `y` должны быть неотрицательными ($0 \leq x \ \&\& \ 0 \leq y$). Далее с помощью ключевого слова `ensures` (пер. «гарантирует») описано условие, которое должно выполняться в тексте программы для её успешной верификации. В данном случае описано условие «если $x < y$ », при котором возвращаемое значение (записывается с

помощью ключевого слова result) должно равняться x, в противном случае – y.

Далее представлен список зарезервированных выражений, необходимый для составления математической модели программы и их значение (таблица).

Конструкции Spec# для описания математической модели метода

Конструкция	Описание
==>	короткое замыкание
<==>	если и только если
Result	обозначает возвращаемое значение метода
old (E)	обозначает E, оценённый в предварительном состоянии метода
requires E;	объявляет предварительное условие
ensures E;	объявляет постусловие
modifies w;	объявляет, что метод может изменить
assert E;	линейное утверждение

Заключение

Согласно описанному подходу, было разработано настольное приложение для трансляции Python-программ в язык Spec#. Данное приложение было написано на универсальном языке программирования C#. Поскольку Python не поддерживает работу со спецификацией в теле метода, математическая модель описывается согласно нотации Spec# в комментариях к нему. При запуске транслятора на вход подается файл программы с расширением .ru, комментарии в тексте программы снимаются, метод принимает привычный вид для Spec# и готов к верификации Boogie.

После осуществления трансляции кода имеется возможность сохранить полученный метод в файл, который в дальнейшем верифицируется в среде Spec#. Успешное тестирование было проведено для автоматной программы, моделирующей работу кофейного автомата [7].

Заметим, что в настоящий момент транслятор поддерживает ограниченное подмножество языка Python, достаточное для написания автоматных программ. В случае наличия незнакомых конструкций в коде выводится сообщение об ошибке, трансляция прекращается. Расширение подмножества транслируемых конструкций языка является перспективой для дальнейшей разработки.

Таким образом, описанный подход и данное приложение могут применяться для трансляции Python-программ в Spec# с целью последующей верификации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вельдер С.Э., Лукин М.А., Шальто А.А., Яминов Б.Р. Верификация автоматных программ. СПб: Наука, 2011. 244 с.
2. Карпов Ю.Г. Model Checking. Верификация параллельных и распределенных программных систем. СПб.: БХВ-Петербург, 2010. 560 с.
3. Шишкина Е.А. О верификации автоматных программ // Проблемы управления в социально-экономических и технических системах. Сборник материалов XIV Международной научной конференции. 2018. С. 276–277.
4. Barnett M., Leino K.R.M., Schulte W. The Spec# Programming System: An Overview // Barthe G., Burdy L., Huisman M., Lanet J.L., Muntean T. (eds.) Construction and Analysis of Safe, Secure, and Interoperable Smart Devices. CASSIS 2004. Lecture Notes in Computer Science, vol. 3362. Berlin; Heidelberg: Springer, 2005.
5. Шишкина Е.А. Разработка транслятора на базе LLVM // Фундаментальные исследования с применением компьютерных технологий в науке, производстве, социальных и экономических процессах: материалы 18-й Национал. молод. науч.-практич. конф., г. Новочеркасск, 17–18 января 2019 г. / Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова. – Новочеркасск: Лик, 2019. – С. 91–94.
6. The LLVM Compiler Infrastructure Project. URL: <http://llvm.org>, свободный.
7. Болдырева Ю.Ю. Моделирование работы кофейного автомата // Проблемы управления в социально-экономических и технических системах: сб. научных статей. 2018. С. 215–216.

Реинжиниринг бизнес-процессов Зоомузея ТГУ от информационно-справочной системы каталога музейных коллекций до парадигмы IoT¹

Е.Н. Якунина, С.И. Гашков

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

История использования различных информационных технологий (ИТ) в музеях насчитывает более четырех десятилетий. Исследования и практические разработки ведутся по всему миру отдельными организациями, музейными объединениями, группами исследователей [1–4].

Внедрение ИТ в музейном деле традиционно достаточно проблематично. Как правило, компьютеры используются в делопроизводстве, для научной работы музея, но не для целей каталогизации музейных фондов и последующей работы с электронным каталогом, чему есть свои объективные причины. Суть их не только в отсутствии финансирования этой сферы деятельности, но и в «конфликте» между сложившимся способом ведения музейного учета – инвентарные книги, карточный каталог – и уже ставшими повсеместно внедряемыми на сегодня возможностями ведения учета – электронные списки, реляционные и объектно-ориентированные базы данных [5].

Основные этапы и тенденции применения методов и средств информатики в музеях можно сформулировать следующим образом:

- создание автоматизированных систем учета музейных коллекций;
- создание систем, ориентированных на научные исследования с использованием средств обработки изображений, создания мультимедийной базы данных голосов птиц;
- применение в музеях современных средств телекоммуникации и передачи данных [6];
- практическая реализация парадигмы Интернет вещей (IoT) в музеях [2–4].

¹ Исследование поддержано грантом Минобразования (№ 624, РНТЛ2.2.3.1.2617) по Программе «Развитие научного потенциала высшей школы», выполнено в рамках государственного задания № 2.1724.2017/4.6.

Информатизация в Зоологическом музее ТГУ началась с 1990 года [7] и продолжается по настоящее время, эволюционируя вместе с развитием концептуальных моделей в ИТ.

Автоматизированное рабочее место АРМ «Зоомузей»

Хранение – один из основных видов деятельности музея, предполагающий создание материальных и юридических условий, при которых обеспечивается сохранность музейного предмета и музейной коллекции [7]. Поэтому вся основная информация о каждом экспонате сосредоточена на этикетке и в инвентарной карточке. Фонды разделены по типу коллекций: шкурки и тушек теплокровных, влажные препараты холоднокровных и беспозвоночных, сухие коллекции членистоногих, остеологическая и др., внутри которых экспонаты сгруппированы по видам и расположены в таксономическом порядке. В карточках содержатся сведения о коллекторе и препараторе; географическом месте сбора; служебные данные: режим хранения, периодичность профилактических работ, физическое состояние, месторасположения в фондах и т.п. (рис. 1.)



Рис. 1. ER-диаграмма предметной области

Таким образом, первая информационно-справочная система каталога зоологических музейных коллекций АРМ «Зоомузей» представляла собой реляционную СУБД, реализованную в среде FoxBase+ [7].

В силу объективных причин, полного развития система не получила, полностью внедрена была компонента по БД «Млекопитающие» (рис. 2, 3).

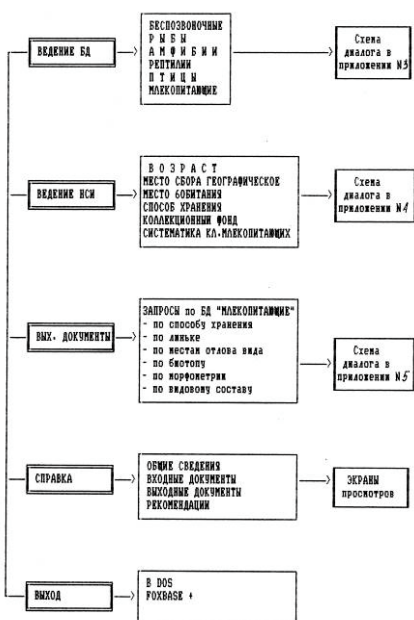


Рис. 2. Схема диалога головного меню АРМ «Зоомусей» ТГУ

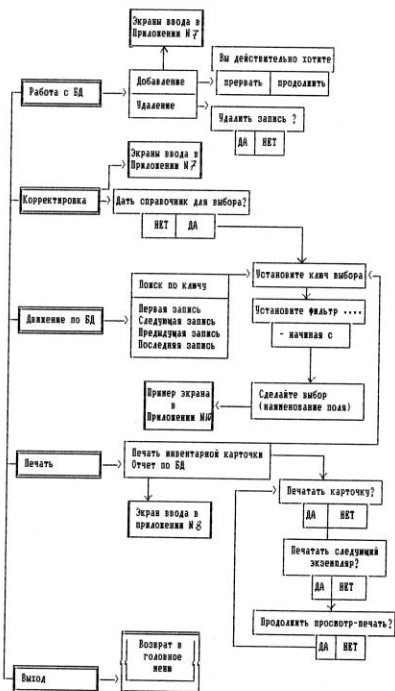


Рис. 3. Схема диалога при ведении БД «Млекопитающие»

Автоматизированная информационная система АИС «Зоомусей»

Второй итерацией системы стал АИС «Зоомусей» (Рис. 4), получивший реализацию в объектно-ориентированной среде Lotus/Domino в парадигме Model-View-Controller (MVC-модели) [6, 8].

Основной задачей, которую приходится решать при разработке любой информационной системы, – это проблема организации взаимодействия между логическим уровнем приложения, уровнем интерфейсов, уровнем бизнес-логики и уровнем хранения данных. В среде Lotus/Domino архитектура MVC реализуется посредством разделения соответствующих механизмов на уровне логической организации документоориентированной БД. Note – это общая структура определенного формата, используемая D для хранения разнородной информации, в некотором смысле – это XML-ориентированный аналог записи в реля-

ционной БД. Form Note представляет собой шаблон для ввода, чтения, редактирования и печати атрибутов документов определенного типа, и предоставляет механизмы для реализации самых разнообразных типов данных реальных атрибутов: ссылки на другие классы, поля, статический текст, графику, OLE- объекты и т.д.

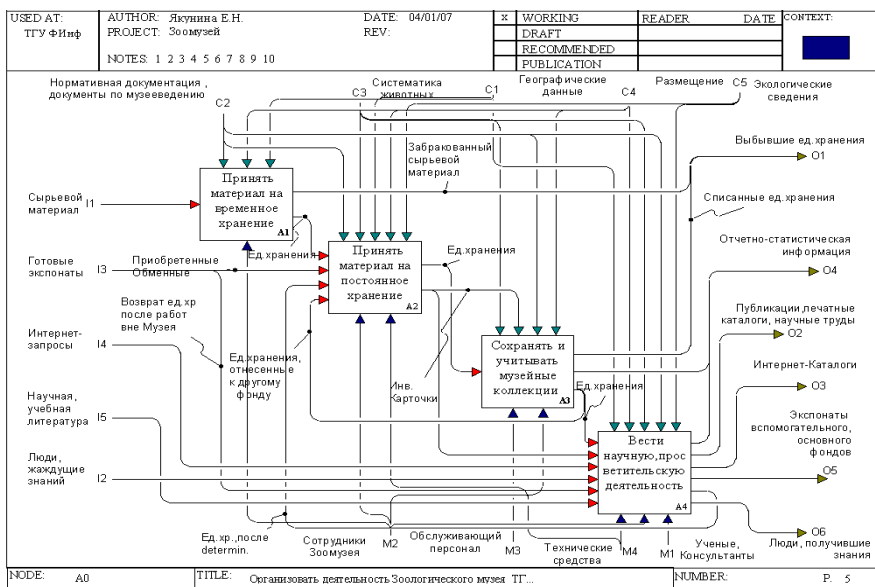


Рис. 4. Уровень A0 Sadt-модели АИС «Зоомузей»

View Note позволяет организовать отбор документов по установленным критериям, их представление, способ сортировки, указатель на объект в этом же файле, содержащий индекс по всем документам, представленным в виде. Реализация концепции контроллера выполнена при помощи механизма Filter Note, выполняющих автоматизацию различных действий. Агенты могут запускаться из меню, из других агентов, кнопок, акций и т.п., по расписанию или условию, заданному разработчиком, либо инициализации непосредственно пользователем. За счет этого достигается независимость внесения изменений в любом из компонентов шаблона [8].

Внутренний документооборот АИС Зоологического музея ТГУ вынесен в Web-приложения в части, допустимой для публичного доступа.

Специфика ресурса обусловила и состав документооборотных бизнес-компонент приложения. Сайт зоологического музея ТГУ представляет собой Web-зоомузей, или электронную картотеку выставочных коллекционных фондов музея – <http://zoomuseum.tsu.ru/> [5, 6].

Парадигма IoT – Зоомузей

Мультимедиа Арт Музей (МАММ) первый в России освоил так называемый интернет вещей (IoT) – запустил медиагид, который представляет собой мобильное приложение «Твой МАММ» для iPhone и Android. Двигаясь по музею, посетитель получает справки об экспонатах, с помощью установленных на них маячков, которые реагируют на приближение мобильного устройства [3]. Дарвиновский музей реализовал парадигму IoT [4]: управление интерактивным мультимедийным и 3D-контентом через интернет; экспонат для тактильного изучения (в том числе для людей с ограниченными возможностями); интерактивный аудиогид с привязкой к зонам модели; интерактивный пространственный джойстик для управления 3D-моделью на сервисе Sketchfab.com (рис. 6).



Рис. 5. IoT-экспонаты



Рис. 6. IoT в Дарвиновском музее

Быстрое развитие ИТ постепенно приводит к возникновению информационного пространства нового формата, которое будет способно захватывать данные и физических объектах в реальном времени [1].

Сегодня в Зоомузее ТГУ запланировано объединение возможностей экспозиции музея, Web-пространства и экскурсий в природе в оригинальный, просветительский IoT-инструмент, посредством присвоения QR-кодов виртуальным и физическим экспонатам, для получения адресного доступа к мультимедийным материалам. Фонотека по голосам птиц реализована на дополнительном ресурсе (<http://zoomuseum-tsu.ru/>), созданом в рамках сетевого исследовательского проекта Зоологического музея ТГУ [5].

Заключение

Коммерциализация продуктов и сервисов на базе «сквозных» технологий (VR/AR, big data и других) является одним из приоритетов национального проекта «Цифровая экономика», утвержденного президентом РФ в 2018 году [9]. В связи с открытием лаборатории VR/AR на базе ИПМКН ТГУ появляется перспектива плодотворного сотрудничества между подразделениями НИ ТГУ для создания совместного IoT-Зоомузея Томского государственного университета.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зараменских Е.П., Артемьев И.Е.* Интернет вещей. Исследования и область применения: монография. М.: ИНФРА-М, 2018. 188 с.
2. *Cisco* поможет оцифровать британские музеи // Умный город. URL: <https://iot.ru/gorodskaya-sreda/cisco-pomozhet-otsifrovat-britanskie-muzei> (дата обращения: 25.04.2019).
3. *Сохарева Т.* Музей в телефоне // Газета.ru. URL: https://www.gazeta.ru/culture/2015/04/29/a_6660565.shtml (дата обращения: 25.04.2019).
4. *Алпир Ахтамзян.* Парадигма интернет-вещей и ее практическая реализация в музее // Конференция «Цифровой Музей. Инновационные технологии для музейных и выставочных пространств» (25.10.2018). URL: <https://ict.moscow/presentation/paradigma-internet-veshchey-i-ee-prakticheskaya-realizaciya-v-muzee/> (дата обращения: 25.04.2019).
5. *Гашков С.И., Курбатский Д.В., Якунина Е.Н.* Опыт создания и использования электронной базы данных по фондам зоологического музея // Академические и вузовские музеи: роль и место в научно-образовательном процессе: материалы Всерос. науч. конф. с междунар. участием. Томск, 7–10 дек. 2008. Томск: Изд-во ТГУ, 2009. С. 305–312.
6. *Якунина Е.Н.* Опыт компьютеризации картотеки фондов зоологического музея Томского государственного университета на основе системы Lotus Notes/Domino // Вестник Томского гос. ун-та. 2002. № 275. С. 177–180.
7. *Якунина Е.Н.* Проектирование и реализация компонента информационно-справочной системы каталога зоологических музейных коллекций / ВКР. Томск: ТГУ, 1992. 143 с.
8. *Якунина Е.Н.* Механизмы поддержки типового решения Model-View-Controller в среде Lotus/Domino // Теоретическая и прикладная информатика / под ред. проф. А.Ф. Терпугова. Томск: Изд-во ТГУ, 2004. Вып. 1. С. 139–147.
9. *Национальная программа «Цифровая экономика Российской Федерации»* // government.ru. URL: <http://government.ru/rugovclassifier/614/events/> (дата обращения: 25.04.2019).

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДАННЫХ

Arabic Word Embedding Method for NLP

Ghassan Khazal, Alexander Zamyatin

Computer Science Department, Tomsk State University, Tomsk, Russia

One of the most important developments in natural language processing (NLP) is word embedding representation. In this method, words are represented in a vector space by capturing the semantic and syntactic relationships between them. Despite the Arabic language being the national language in 22 countries and being spoken by more than 400 million people, few resources are available for it such as few corpora and datasets that are appropriate for computational tasks. Nowadays, research is focusing mostly on English. In this paper, we seek to build word embedding models for the Arabic language with different dimensions in an attempt to improve the performance of Arabic language processing in several machine learning algorithms and to build high-level complex representations of the Arabic language that can be used in NLP applications. We evaluate our model by experimenting with different parameters and measuring their performance using text similarity tasks.

Introduction

Researchers proposed various techniques to represent huge unstructured data, one of these methods that adopted by many researchers is representing the text data in multidimensional space vector by capturing the semantic and syntactic properties of the language to serve as necessary step in many natural language processing (NLP) applications[1]. Word embedding (representation) is the collective name for a set of language modeling and feature learning techniques in NLP where words or phrases from the vocabulary are mapped to vectors of real numbers. Conceptually it involves a mathematical embedding from a space with one dimension per word to a continuous vector space with a much lower dimension [2]. This model represents a mathematical model each component is a feature to that term that may have a semantic or syntactic meaning. The benefits of using vector representations have been explained in many different NLP tasks including but not

limited to, information retrieval, clustering, text classification, sentiment analysis, entity recognition, and part of speech tagging. These benefits were accompanied by the provision of several word representation models in English, but we cannot say the same for the Arabic [3].

This work aims to provide the Arabic NLP powerful word embedding models. The presented models were built carefully using multiple different Arabic text resources to provide wide domain coverage. Specifically, the models were built using web pages collected from World Wide Web, text harvested from social platforms and text obtained from encyclopedia entries. This paper describes the various steps followed for the creation of these models.

Background

1. Word2vec

This model was proposed by Mikolov [4]. The intuitive idea behind Word2Vec models is to train deep neural networks in order to predict the context given a word, and vice versa. The model to predict the context [..., $w(t - 2)$, $w(t - 1)$, $w(t + 1)$, $w(t + 2)$, ...] given a word $w(t)$ is known as the Skip-gram model, while the model to predict the word that goes in the middle given the context is known as the Continuous Bag of Words (CBOW) model. Figures 1 and 2 show the architecture of the both models[5].

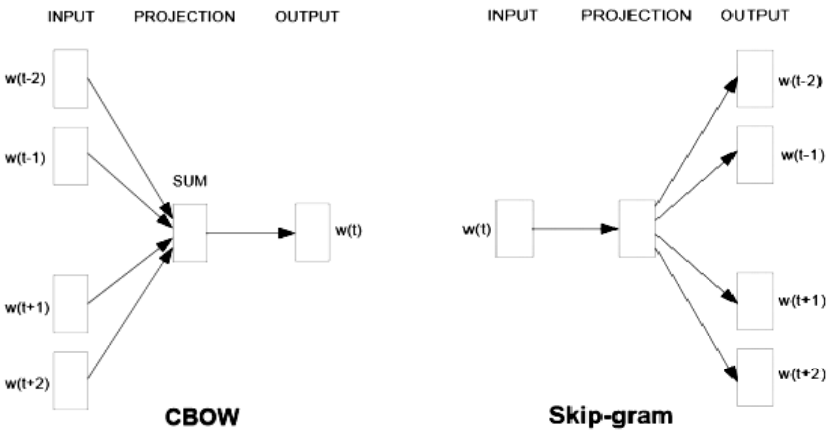


Fig. 1. Representation architecture of CBOW and skip-gram model

In CBOW process there are three layers used. First layer corresponding to the context, the second used to projection of each word from the input layer, and the last layer is output layer. As shown in the following equation [6]:

$$\frac{1}{V} \sum_{t=1}^V \log p(m_t | m_{t-\frac{c}{2}} \dots m_{t+\frac{c}{2}}), \quad (1)$$

where V represents the size of the vocabulary, c is the window size.

Is opposite of CBOW, in skip-Gram the first layer representing the target word and the output layer is corresponding to the context [6]:

$$\frac{1}{V} \sum_{t=1}^V \sum_{j=t-c, j \neq t}^{t+c} \log p(m_j | m_t), \quad (2)$$

where V represents the size of the vocabulary, c is the window size

2. GloVe: Global Vectors

This model was proposed by Pennington [7]. This model is an unsupervised learning algorithm for obtaining vector representations for words. Training is performed on aggregated global word-word co-occurrence statistics from a corpus, and the resulting representations show-case interesting linear substructures of the word vector space. It is developed as an open-source project at Stanford. The intuitive idea behind GloVe model is to build a very big matrix, X , of co-occurrence words from a corpus. Each cell of the matrix, X_{ij} represents how many times has the row word, w_i , appeared in some context, c_j . By doing a simple normalization of the values for each row of the matrix, we can obtain the probability distribution of every context given a word [8].

Experiment setup

1. Proposed datasets

We use different Arabic datasets to construct this model; first we have downloaded the latest Arabic dump of the Wikipedia to process it. This is an XML file that contains all the information of the articles of the Arabic language in Wikipedia also we use other datasets shown in Table 1. Then we extract the all articles into a plain text file, then tokenization and remove unnecessary text like non_Arabic characters and numbers and punctuation because we focus on word_embedding representation. After this processing, the resulting text file around (3GB) is composed of a single line of approximately 91 000 000 words.

Table 1

Represent statistics of all used corpora

Corpus	# tokens
Wikipedia ¹	75000000
Alwatan2004 ²	7000000
KALIMAT a Multipurpose Arabic Corpus ³	18000000
Arabic in Business and Management Corpora ⁴	45000
Essex Arabic Summaries Corpus (EASC) ⁵	56000

2. Experiments results and evaluation

We train the word2vec model using Gensim toolkit⁶, and Glove model using Tensorflow toolkit⁷. For run experiments we use different window sizes (3, 5, and 7) and different embedding dimensions (100, 200, 300) also we choose 50 minimum frequency for each word, finally we train the model for 20 epoch over the entire text.

Here we use cosine as a baseline and we test an adaptation of a rank-based measure to the dense features of the word embeddings. Vector cosine computes the correlation between the entire vector dimensions, independently of their relevance for a given word pair or for a semantic cluster, and this could be a limitation for discerning different degrees of dissimilarity. The alternative rank-based measure is based on the hypothesis that similarity consists of sharing many relevant features, whereas dissimilarity can be described as either the non-sharing of relevant features or the sharing of non-relevant features [12, 14].

The similarity between any two words can be evaluated using cosine similarity, Euclidean distance, Manhattan distance or any other similarity measure functions. For example:

$$Sim(w_i, w_j) = \cos(V(w_i), V(w_j)), \quad (2)$$

where w represent words and V – their vector weighting representation.

¹ <https://www.kaggle.com/abedkhoodi/arabic-wiki-data-dump-2018>

² <https://sourceforge.net/projects/arabiccorpus/files/>

³ <http://www.lancs.ac.uk/staff/elhaj/corpora.htm>

⁴ <http://www.lancaster.ac.uk/staff/elhaj/corpora.htm>

⁵ <http://www.lancaster.ac.uk/staff/elhaj/corpora.htm>

⁶ <https://radimrehurek.com/gensim/about.html>

⁷ <https://www.tensorflow.org/>

We find the top 6 closest vector to the given word in vector space using cosine similarity to see that the model have captured semantic or syntactic relationships between Arabic words. For example:

Glove (query about Cities: بعقوبة): (ديالى, 0.57272, تكريت, 0.52928, سامراء, 0.52312, واسط, 0.51728, صلاح الدين, 0.50752, بغداد, 0.50736)
 Word2vec (query about places: مطعم): (المطعم, 0.61416, مقهي, 0.58816, حانة, 0.575904, مطاعم, 0.554, فندق, 0.55048, كازينو, 0.52672)

For evaluation of the learned word embeddings, we use WordSim-353 [9], WordSim-353 contains 353 word pairs with relatedness scores assigned by 13 to 16 human subjects, and their average used as the final score.

We trained our model with the given parameters and its results in vocabulary over then 600 000 words. The evaluation of our model using Arabic dataset developed by [9] based on the classic WordSim353 [10], as is evaluated on by [11], different experiments results are shown the Table 2.

Table 2

Similarity scores on word similarity datasets for the two models

	Glove			Word2Vec		
	100	200	300	100	200	300
3	0.50856	0.53664	0.58016	0.4432	0.472	0.49392
5	0.47232	0.54496	0.49248	0.49224	0.50568	0.53216
7	0.47136	0.4884	0.5304	0.51568	0.55016	0.56304

Our best performance was achieved with Glove model of (58 %) and with word2vec of (56 %) We also take a look at kinds of many words relationships captured in the two models.

We compared created datasets on two popular word representation models, based on Word2Vec tool and Glove tool. Results show that models are able to good meaningful word representation. This research has shown that free words order and the higher morphological complexity of Arabic language influences the quality of resulting word embeddings.

This caused by many reasons:

1. Lack of context. (Difference in mapping between source and target words (1 original word from the English dataset can be translated into two or more Arabic words) in the evaluation dataset.

2. The problem of non-standard words: some words in Arabic may have different meanings than those in the standard language.

Conclusions

In this paper, we present two large-scale word embeddings for the Arabic language from different corpuses. Moreover, neural networks have approved that it is an efficient unsupervised method for word embedding from huge amounts of text data. From these experiments, we can conclude that Arabic word embeddings are indeed a powerful tool. During this experiment, we have observed that if the representation space of the vectors is big enough, word embedding model scan be built and a correlation of 60 % can be achieved when calculating the similarity between two words. We think that these two pre-trained models can improve the performance of Arabic NLP tasks in different applications. In the future our plan is to refining this method for Arabic as well as in deep learning method for text classification.

REFERENCES

1. *Marwa Naili, Anja H. Chaibi, Henda H. Ben Ghezala.* Comparative study of word embedding methods in topic segmentation // *Procedia Computer Science*. September 2017. V. 112. Issue C. P. 340–349.
2. *Pan, Weike & Zhong, Erheng & Yang, Qiang.* (2012). Transfer Learning for Text Mining // *Mining Text Data*. Springer, 2012. P. 223–257. doi: 10.1007/978-1-4614-3223.
3. *Abu Bakr Soliman, Kareem Eissa, Samhaa R. El-Beltagy,* AraVec: A set of Arabic Word Embedding Models for use in Arabic NLP // *Procedia Computer Science*. 2017. V. 117. P. 256–265. ISSN 1877-0509,.
4. *Mikolov T., Chen K., Corrado G., and Dean J.* Efficient estimation of word representations in vector space // *arXiv:1301.3781*. 2013.
5. *Zahrán M.A., Magooda A., Mahgoub A.Y., Raafat H., Rashwan M., & Atyia A.* Word Representations in Vector Space and their Applications for Arabic // *Gelbukh A. (eds) Computational Linguistics and Intelligent Text Processing. CICLing 2015. Lecture Notes in Computer Science*. 2015. V. 9041.
6. *Heuer H.* (2016). Text comparison using word vector representations and dimensionality reduction. *CoRR*, abs/1607.00534.
7. *Pennington J., Socher R., Manning C.* GloVe: Global Vectors for Word Representation // *Proceedings of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP)*. 2014. P. 1532–1543.
8. *Rezaeinia S.M., Ghodsi A., & Rahmani R.* (2017). Improving the Accuracy of Pre-trained Word Embeddings for Sentiment Analysis. *CoRR*, abs/1711.08609.
9. *Santus E., Wang H., Chersoni E., Zhang Y., & Science C.* A Rank-Based Similarity Metric for Word Embeddings. 2010.
10. *Lev Finkelstein, Evgeniy Gabrilovich, Yossi Matias, Ehud Rivlin, Zach Solan, Gadi Wolfman, and Eytan Ruppín.* Placing search in context: The concept revisited. // *Proceedings of the 10th international conference on World Wide Web*. ACM, 2001. P. 406–414.

11. *Samer Hassan and Rada Mihalcea*. 2009. Crosslingual semantic relatedness using encyclopedic knowledge // Proceedings of the 2009 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing. Association for Computational Linguistics. 2009. P. 1192–1201.
12. *Piotr Bojanowski, Edouard Grave, Armand Joulin, and Tomas Mikolov*. Enriching word vectors with subword information // Transactions of the Association of Computational Linguistics. 2017. No. 5. P. 135–146.
13. *Application of Semantic Computing in Cancer on Secondary Data Analysis* // International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling. Jan. 2018. P. 407–412.
14. *Dahou A., Xiong S., Zhou J., & Haddoud M.H.* Word Embeddings and Convolutional Neural Network for Arabic Sentiment Classification // Proceedings of COLING 2016, the 26th International Conference on Computational Linguistics: Technical Papers. 2016. P. 2418–2427.
1. *Haider S.* (1957) Urdu Word Embeddings // 11th edition of the Language Resources and Evaluation Conference, 7–12, 2018, Japan. P. 964–968.

К построению времязависимого потребительского профиля пользователя рекомендательной системы линейного телевидения

М.А. Бакланов, В.В. Поддубный

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

Предлагается подход к построению потребительского профиля пользователя рекомендательной системы линейного телевидения по данным временных рядов мониторинга просмотров тегов представления контента телепередач в стандарте xml-tv. Предполагается, что система мониторинга фиксирует с постоянным малым шагом во времени наличие или отсутствие просмотра каждого тега в течение всего времени мониторинга. Эти данные преобразуются во временные ряды длительностей просмотров каждого тега на последовательных интервалах времени наблюдений (таймслотах) с большим количеством нулей, соответствующих отсутствию просмотра тега в таймслоте. Данные агрегируются по таймслотам каждого интервала времени суток каждого дня недели. По этим данным на фиксированном или скользящем интервале времени наблюдения рядов находятся эмпирические оценки статистических характеристик просмотров тегов в каждом таймслоте недели. Потребительский профиль индивидуального пользователя строится по статистически значимым превышениям средних значений длительностей просмотров тегов в недельном наборе таймслотов над соответствующими значениями, полученными в результате усреднения данных мониторинга многих пользователей.

Введение и постановка задачи

Несмотря на стремительное развитие web-телевидения (потребления ТВ-контента через интернет), линейное телевидение остаётся востребованным как и рекомендательные услуги провайдеров для пользователей ТВ. Целью этих услуг является предоставление пользователю такого контента телепередач, который обеспечивает максимальный комфорт при просмотре передач, исключая, по возможности, ручной поиск интересной для пользователя передачи и тем самым максимально сокращающий количество ручных переключений каналов. В этой связи одной

из ключевых проблем рекомендательных систем линейного телевидения является оценка предпочтений пользователя в потреблении ТВ-контента, то есть построение потребительского профиля пользователя.

Особенностью просмотра телепередач линейного ТВ является явно выраженная зависимость от времени суток и дней недели, определяемая программами передач. Поэтому выражение потребительских предпочтений пользователя линейного ТВ и, следовательно, его потребительский профиль неминуемо зависят от времени суток и дней недели. Это обстоятельство привело разработчиков рекомендательных систем линейного ТВ к необходимости построения времязависимого потребительского профиля пользователя и времязависимой структуры рекомендательной системы. Появилось понятие таймслота, определённого интервала времени суток каждого дня недели, с которым стали связывать потребительские предпочтения пользователя и его потребительский профиль в этом интервале времени [1–7].

Одной из существенных проблем построения рекомендательных систем является учёт контекста потребления контента. В данной работе это осуществляется через профиль «усреднённого» пользователя, позволяющий частично учитывать контекст просмотра контента.

Мы предлагаем алгоритм построения времязависимого потребительского профиля пользователя на основе анализа наблюдаемых тегов представления контента телепередач в стандарте xml-tv [8] путём сравнения теговых времязависимых предпочтений пользователя с времязависимыми предпочтениями «усреднённого» пользователя, полученных по данным синхронных временных рядов мониторинга теговой телевизионной активности индивидуального пользователя и группы многих пользователей.

Структура данных мониторинга теговой ТВ-активности пользователя

Предполагается, что телевизор пользователя оснащён аппаратными средствами слежения за просмотром телепередач, способными постоянно через достаточно малые (например, порядка 1 с) промежутки времени Δt информировать провайдера о том, какая передача просматривается в текущий момент дискретного времени и, следовательно, каким тегам формата xml-tv она соответствует. Сопоставляя фактам просмотра каждого тега в этот момент времени единицу, а отсутствию просмотра – ноль, получим двоичные временные ряды исходного мониторинга

наблюдения каждым пользователем каждого тега. Это ряды вида: 00000111111110000000011100000... Сумма n идущих подряд единиц, умноженная на Δt , даст длительность $\tau = n \cdot \Delta t$ времени просмотра данного тега данным пользователем на рассматриваемом интервале времени. Границы раздела последовательностей единиц и нулей соответствуют моментам переключения пользователя на просмотр другой телепередачи (другого тега), а границы раздела последовательностей нулей и единиц – моментам возвращения к просмотру данного тега.

Для последующего хранения и обработки данных мониторинга целесообразно агрегировать данные по таймслотам [1–7] (интервалам времени разбиения суток на равные части, значительно превышающие шаг Δt квантования времени при мониторинге). Пусть K – число таймслотов в сутках. Например, при делении суток на 4 части (ночь, утро, день, вечер) $K = 4$, а длительность таймслота равна 6 часам. Вместо 6-часовых таймслотов можно использовать часовые таймслоты ($K = 24$).

Агрегирование данных по таймслотам приводит к структуре данных в виде временных рядов с шагом в таймслот. Эти ряды выражают длительности τ просмотров каждого тега в каждом таймслоте и также содержат большое число нулей, соответствующих отсутствию просмотров тега в таймслотах. Эти ряды значительно короче исходных бинарных рядов мониторинга. Пусть τ_{il} , $i = \overline{1, I}$, $l = \overline{1, L}$, – длительность просмотра i -го тега в l -м таймслоте ряда, I – число тегов, L – число таймслотов. Если просмотр i -го тега в l -м таймслоте имеет место, $\tau_{il} > 0$, иначе $\tau_{il} = 0$. Ряды длительностей просмотров тегов образуют числовую матрицу $\tau = (\tau_{il})$ с I строками и L столбцами. С ростом времени T мониторинга растёт и число таймслотов L . Будем считать, что на интервале времени T укладывается целое число L таймслотов.

Характер просмотров телепередач пользователем можно считать различным не только в разное время суток, но и в разные дни недели. Поэтому целесообразно ввести в структуру данных недельный блок $7K$ таймслотов. Этот блок для каждого тега передач можно представить матрицей с K строками и семью столбцами, в каждой ячейке которой (в каждом таймслоте, соответствующем определённому времени суток определённого дня недели) хранится информация о длительности τ_{ikj} просмотра i -го тега в k -м интервале времени суток j -го дня недели ($k = \overline{1, K}$, $j = \overline{1, 7}$). Если просмотр i -го тега в kj -м таймслоте недельного блока таймслотов имеет место, $\tau_{ikj} > 0$, иначе $\tau_{ikj} = 0$.

Удобно считать, что в число таймслотов L укладывается целое число $N = L/(7K)$ недельных блоков таймслотов. Тогда все данные агрегированных по таймслотам наблюдений каждого тега можно представить $7K$ рядами длиной N таймслотов наблюдений длительностей просмотров тегов в таймслотах каждого времени суток каждого дня недели, выбранных из ряда наблюдений этого тега с шагом $7K$ таймслотов. Это, например, ряд длительностей всех утренних воскресных просмотров тега за N недель, всех вечерних субботних просмотров этого же тега и т.д.

Обозначим длительность просмотра i -го тега в k -м интервале времени суток j -го дня m -й недели ($m = \overline{1, N}$) через τ_{ikjm} . Если есть просмотр i -го тега в kj -м таймслоте блока m -й недели, $\tau_{ikjm} > 0$, иначе $\tau_{ikjm} = 0$.

Статистический анализ ненулевых длительностей просмотров тегов

Выделим теперь из каждого ряда $\tau_{ikj1}, \dots, \tau_{ikjm}, \dots, \tau_{ikjN}$ последовательность всех ненулевых (положительных) значений его членов $\tau_{ikjm} > 0$, обозначив их x_{ikjv} , где $v = \overline{1, n_{ikj}}$, $n_{ikj} \leq N$ – число ненулевых длительностей просмотров i -го тега на k -м интервале времени суток j -го дня недели среди всех N недель, то есть n_{ikj} – число недель, в которых имеется просмотр i -го тега в kj -м таймслоте недельного блока таймслотов.

Эмпирическая оценка вероятности просмотра i -го тега в kj -м таймслоте (доля недель просмотра i -го тега в kj -м таймслоте) выражается отношением

$$P_{ikj} = n_{ikj} / N, \quad i = \overline{1, I}, \quad k = \overline{1, K}, \quad j = \overline{1, 7}. \quad (1)$$

Проверка случайности последовательностей $x_{ikj1}, \dots, x_{ikjv}, \dots, x_{ikjn_{ikj}}$ реальных данных мониторинга просмотров ТВ-передач по критерию Уоллиса – Мура серий («фаз») знаков разностей [9, с. 354] показала, что на уровне значимости 5 % нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу $H=0$ об их случайности. Следовательно, последовательность $\{x_{ikjv}, v = \overline{1, n_{ikj}}\}$ можно рассматривать как случайную выборку ненулевых длительностей просмотров i -го тега в kj -м таймслоте из всего ряда наблюдений. По этой выборке можно построить эмпирическую инте-

гральную функцию распределения ненулевых длительностей просмотров i -го тега в kj -м таймслоте:

$$F_{ikj} = \begin{cases} 0, & x < x_{ijk1}, \\ v/n_{ikj}, & x_{ijkv} \leq x < x_{ijk,v+1}, \quad 1 \leq v < n_{ikj}, \\ 1, & x \geq x_{ijk,v+1}. \end{cases} \quad (2)$$

Эмпирические математическое ожидание M_{ikj} и дисперсия D_{ikj} длительности просмотра i -го тега в kj -м таймслоте выражаются формулами

$$M_{ikj} = \frac{1}{n_{ikj}} \sum_{v=1}^{n_{ikj}} x_{ijkv}, \quad D_{ikj} = \frac{1}{n_{ikj} - 1} \sum_{v=1}^{n_{ikj}} (x_{ijkv} - M_{ikj})^2. \quad (3)$$

Проверка гипотезы о нормальности закона распределения последовательности $\{x_{ijkv}, v = \overline{1, n_{ikj}}\}$ по критерию Лиллиефорса [9, с. 302] показала, что в общем случае закон распределения ненулевых длительностей просмотров тегов нельзя считать нормальным. Однако с помощью копула-преобразования $y = \Phi^{-1}(F(x))$ с эмпирическим распределением $F(x)$ вида (2) и нормальным распределением $\Phi(y)$ с параметрами (3) их можно нормализовать [10, 11].

Построение потребительского профиля пользователя линейного телевидения

Потребительский профиль индивидуального пользователя линейного ТВ можно построить, сравнивая его активность потребления ТВ контента с активностью «усреднённого» пользователя, описываемого усреднением данных мониторинга многих пользователей.

Аналогично (3), выразим эмпирические математическое ожидание \bar{M}_{ikj} и дисперсию \bar{D}_{ikj} ненулевых значений длительностей $\{\bar{x}_{ijkv}, v = \overline{1, \bar{n}_{ikj}}\}$ просмотров «усреднённым» пользователем i -го тега в kj -м таймслоте недельного блока таймслотов формулами

$$\bar{M}_{ikj} = \frac{1}{\bar{n}_{ikj}} \sum_{v=1}^{\bar{n}_{ikj}} \bar{x}_{ijkv}, \quad \bar{D}_{ikj} = \frac{1}{\bar{n}_{ikj} - 1} \sum_{v=1}^{\bar{n}_{ikj}} (\bar{x}_{ijkv} - \bar{M}_{ikj})^2, \quad (4)$$

пометив все переменные чертой сверху.

Относительное увеличение (уменьшение) предпочтения индивидуального пользователя в отношении просмотра i -го тега в kj -м таймслоте недельного блока по сравнению с «усреднённым» пользователем мы предлагаем оценивать величиной относительного увеличения (уменьшения) средней продолжительности просмотра тега индивидуальным пользователем по отношению к средней продолжительности, усреднённой по многим пользователям:

$$\delta_{ikj} = (M_{ikj} - \bar{M}_{ikj}) / \bar{M}_{ikj}, \quad i = \overline{1, I}, \quad k = \overline{1, K}, \quad j = \overline{1, 7}. \quad (5)$$

Пространственную матрицу (5) можно представить графически матрицей столбиковых 3D-диаграмм прямоугольных матриц значений δ в таймслотах недельных блоков просмотров каждого тега. На рис. 1 приведены диаграммы относительного превышения средних длительностей просмотров тегов телепередач индивидуальным пользователем в таймслотах недельного блока по сравнению с «усреднённым» пользователем (положительный потребительский профиль пользователя).

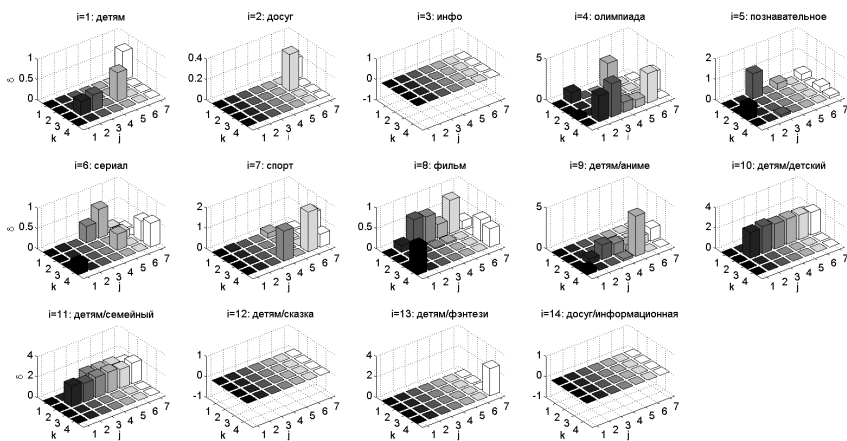


Рис. 1. Положительный потребительский профиль пользователя

Аналогично, но с отрицательным знаком ведут себя диаграммы относительного понижения средних длительностей просмотров тегов телепередач индивидуальным пользователем в таймслотах недельного блока по сравнению с «усреднённым» пользователем (отрицательный потребительский профиль пользователя).

Для проверки статистической значимости профиля пользователя можно использовать двухвыборочный асимптотически непараметрический критерий Уэлча [9, с. 248] (двухвыборочный t -критерий).

Построение рекомендуемого контента телепередач по потребительскому профилю пользователя

Контент телепередач, рекомендуемых пользователю рекомендательной системой линейного ТВ, должен, по-видимому, соответствовать списочному представлению потребительского профиля пользователя. Такой контент можно автоматически сформировать следующим образом.

Каждая телепередача каждого телеканала, включая имеющиеся у провайдера записи телепередач, характеризуется в стандарте xml-tv набором тегов. Каждой передаче, доступной для просмотра в kj -ом тайм-слоте недельного блока таймслотов, присваиваем рейтинг, соответствующий сумме весов тегов, входящих в неё для данного пользователя. Веса определяются потребительским профилем (5) пользователя. Полученный рейтинг можно использовать для рекомендации телевизионного контента.

Данный рейтинг, в отличие от предложенных в работах [2, 12, 13], позволяет учитывать текущий контекст просмотра путём использования «усредненного профиля», что позволяет эффективно оценивать относительную интересность передач для данного пользователя в момент трансляции.

Заключение

Предложенный алгоритм построения потребительского профиля пользователя линейного ТВ основан на сравнительном анализе средних времён просмотров тегов стандарта xml-tv ТВ-передач индивидуальным и «усреднённым» пользователями.

Алгоритм может быть эффективно использован при расчёте рейтингов ТВ-передач для индивидуального пользователя и предоставления пользователю оптимального для него контента ТВ-передач в рекомендательной системе линейного телевидения в контексте просмотров контента передач другими пользователями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kim N.R., Oh S., Lee J.H.* A television recommender system learning a user's time-aware watching patterns using quadratic programming // *Applied Sciences*. 2018. V. 8(8). P. 1323.
2. *Park Y., Oh J., Yu H.* RecTime: Real-time recommender system for online broadcasting // *Information Sciences*. 2017. V. 409–410. P. 1–16.
3. *Oh S., Lee J.H.* Personalized TV channel recommendation considering viewer's time dependent propensity using constrained optimization technique // *Proc. 16th International Symposium Advanced Intelligent Systems, Mokpo, Korea, 4–7 November 2015*. P. 817–824.
4. *Oh S., Kim N.R., Lee J., Lee J.H.* Comparison of techniques for time aware TV channel recommendation // *Proc. 2014 Joint 7th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems (SCIS 2014) and 15th International Symposium on Advanced Intelligent Systems (ISIS 2014), Kitakyushu, Japan, 3–6 December 2014*. P. 989–992.
1. *Campos P.G., Diez F., Cantador I.* Time-aware recommender systems: A comprehensive survey and analysis of existing evaluation protocols // *User Modeling and User-Adapted Interaction*. 2014. V. 24(1–2). P. 67–119.
6. *Campos P.G., Bellogin A., Cantador I., Diez F.* Time-aware evaluation of methods for identifying active household members in recommender systems // *Advances in Artificial Intelligence, CAEPIA 2013, Madrid, Spain, September 17–20, 2013. Proceedings. Lecture Notes in Computer Science*. V. 8109. Springer, 2013. P. 22–31.
7. *Oh J., Sung Y., Kim J., Humayoun M., Park Y.H., Yu H.* Time-dependent user profiling for TV recommendation // *Proceedings of the 2nd International Conference on Cloud and Green Computing and 2nd International Conference on Social Computing and Its Applications, CGC/SCA 2012, Xiangtan, China, 1–3 November 2012*. P. 783–787.
8. XMLTV File format. [Электронный ресурс]. URL: <http://wiki.xmltv.org/index.php/XMLTVFormat>.
9. *Закс Л.* Статистическое оценивание. М.: Статистика, 1976. 600 с.
10. *Айвазян С.А., Фантазини Д.* Эконометрика-2: Продвинутый курс с приложениями в финансах: Учебник. М.: Магистр; Инфра-М, 2014. 944 с.
11. *Поддубный В.В., Пехтерев А.С.* Копулы сглаженных эмпирических распределений при наличии связей (совпадений) и их применение в имитационном моделировании // *Труды XII Международной ФАМЭБ'2013 конференции / под ред. Олега Воробьева. Красноярск: НИИППБ, СФУ, 2013. С. 312–321.*
12. *Baklanov M.A., Baklanova O.E.* Linear TV Recommender through Big Data // *Data Mining and Big Data: First Int. Conf., DMBD 2016, Bali, Indonesia, June 25–30, 2016. Lecture Notes in Computer Science*. V. 9714. P. 466–474.
13. *Baklanov M.A., Baklanova O.E.* Methods of machine learning for linear TV recommendations // *Intelligent Computing Methodologies: 12th Int. Conf., ICIC 2016, Lanzhou, China, August 2–5, 2016. Lecture Notes in Computer Science*. V. 9773. P. 607–615.

Классификация текстов с использованием сверточной нейронной сети на основе векторного представления слов

И.А. Батраева, А.Д. Нарцев, А.С. Лезгян

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия*

Автоматизация процесса извлечения различной информации из текстов стала одной из основных проблем, связанных с информационным поиском. В частности, одной из задач анализа текстов является тематическая и жанровая классификация, которая позволяет определить принадлежность текста к определенной группе (производство, автомобили, животный мир и т.д.). Особенно актуальна такая классификация для решения задач корпусной лингвистики, так как большинство существующих на сегодняшний день корпусов такое деление по темам или жанрам текстов делают или вручную, или исходя из тематики источников текста [1]. В отдельную группу можно выделить классификацию текстов языковых корпусов, так как для них важна скорее литературная классификация текстов по темам и жанрам (песня, стихи, повествование и т.п.). Эта работа в настоящее время проводится только самими лингвистами вручную, что значительно замедляет создание электронных версий корпусов с возможностью поиска по темам и жанрам.

Дан текст на естественном языке и множество возможных жанров, к которым может принадлежать текст. Требуется определить основной жанр текста. Если текст относится к нескольким жанрам одновременно, то определить какой жанр является основным. Предполагается, что для текстов обучающего множества основная тема известна.

В качестве инструмента для решения задачи были выбраны сверточные нейронные сети (СНС), которые по результатам некоторых исследований [2] подходят для обработки текстов лучше рекуррентных нейронных сетей (РНС).

Для решения поставленной задачи требуется получить способ представления данных в виде, пригодном для обработки сверточной нейронной сетью, а именно – в виде многомерной матрицы вещественных чисел. В рамках данной работы входные данные строились на основе векторных представлений слов, полученных на основе модели word2vec.

Выбранная модель достаточно точно отражает реальные взаимосвязи между словами, т.е. их семантическую близость. С другой стороны, модель не слишком требовательна к вычислительным ресурсам, так необходимо совершать обучение сети на достаточно больших объемах данных за разумное время.

На вход модели word2vec подавался заранее обработанный корпус текстов, из которого были удалены знаки препинания, числа, стоп-слова, а также ко всему корпусу была применена лемматизация. После этого были выполнены следующие действия: для корпуса было рассчитано сколько раз встретилось каждое слово, из слов сформирован словарь, отсортированный по частоте слов.

К данным, находящимся в текущем окне модели, применяется нейронная сеть прямого распространения с линейной функцией активации скрытого слоя и функцией активации softmax для выходного слоя.

Для реализации модели word2vec была выбрана архитектура Skip-gram, которая, несмотря на меньшую скорость обучения, лучше работает с редкими словами. Так как матрицы, задающие скрытый и выходной слои, получаются чрезвычайно большими, была использована такая модификация модели как субсемплирование, когда каждое слово w_i отбрасывается с вероятностью $P(w_i)$, пропорциональное отношению встречаемости слова к размеру словаря.

В качестве обучающих данных был выбран корпус русскоязычных текстов Максима Мошкова [3]. Он содержит более 25000 книг, общим объемом примерно 450 млн слов. Предподготовка текстовых данных состояла из двух основных этапов: разделение текста на предложения и приведение слов к начальной форме. Для первой задачи был выбран пакет библиотек Natural Language Toolkit (NLTK) в модификации для использования русского языка [4, 5]. Лемматизация осуществлялась морфологическим анализатором MyStem [6], который при относительно невысокой скорости дает высокую точность обработки [7].

В качестве модели word2vec была выбрана реализация из open-source библиотеки Gensim [8]. Гиперпараметры модели:

- размерность векторного пространства – 300;
- размер сканирующего окна – 10;
- константа в формуле субсемплирования – $1e-5$;
- количество эпох – 5.

Сформированный словарь содержал около 1 300 000 слов.

Результат обучения модели с четким выделением кластеров показан на рис. 1.

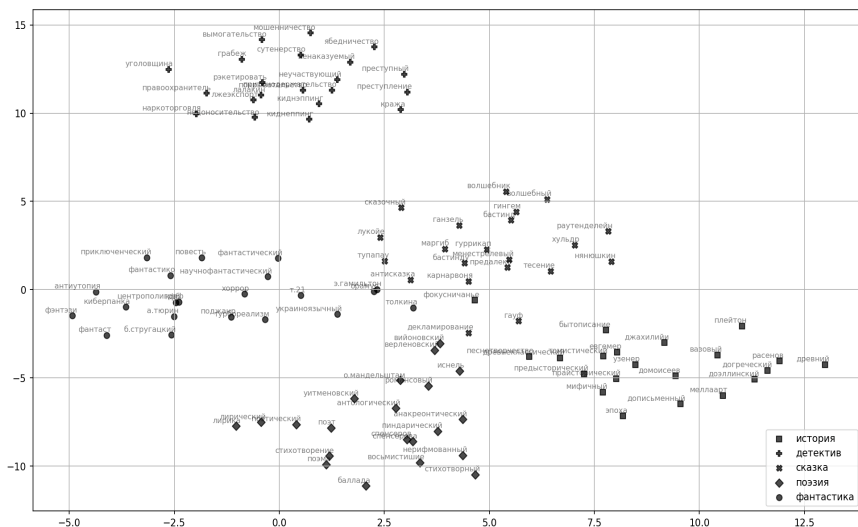


Рис. 1. Диаграмма кластеров слов различных жанров

В качестве библиотеки глубокого обучения была выбрана Keras.

Входные данные представляли собой матрицу $n \times (L \cdot d)$, где n – количество предложений в обучающей выборке, L – максимальная длина предложения (если длина предложения меньше, то оно дополняется нейтральными элементами), d – размерность векторного пространства, в которое отображаются слова. При таком представлении данных имеет смысл осуществлять свертку только по одному измерению – по ширине, поэтому сверточные фильтры были одномерными.

За основу архитектуры сети была взята конфигурация, предложенная в работе [9]. Для улучшения результата работы в архитектуре сети были внесены следующие модификации:

- для борьбы с переобучением был добавлен дополнительный слой Dropout;

- решение проблемы внутреннего сдвига переменных путем применения нормализации по мини-батчам позволило ускорить сходимость алгоритма обучения;

- сформирован сверточный блок с применением фильтров разных размеров, что привело к увеличению точности классификации;

- увеличено число полносвязных слоев;

- архитектура сети была доработана для осуществления классификации на произвольное количество классов.

На основе результатов многочисленных экспериментов были выбраны следующие гиперпараметры модели:

- Количество классов – 5: история, детективы, детская литература, поэзия и песни, фантастика и фэнтези (основное содержание текстов библиотеки Максима Мошкова)

- Слои Dropout: вероятности 0.5 (для входа блоки свертки) и 0.8 (для выхода блока свертки).

- Слои свертки: размеры фильтров 1×3 , 1×5 , 1×8 ; количество фильтров – 10; функция активации – Relu.

- Слои субдискретизации: функция – взятие максимума.

- Полносвязный слой: число нейронов 50, функция активации – Relu.

- Выходной (полносвязный) слой: число нейронов равно количеству классов (в нашем случае – 5), функция активации – Softmax.

- Размер одного мини-батча: 64.

Схематично разработанная архитектура представлена на рис. 2.

В качестве алгоритма обучения был выбран адаптивный алгоритм градиентного спуска – Adam. Качество обобщающей способности модели контролировалось с использованием валидационной выборки.

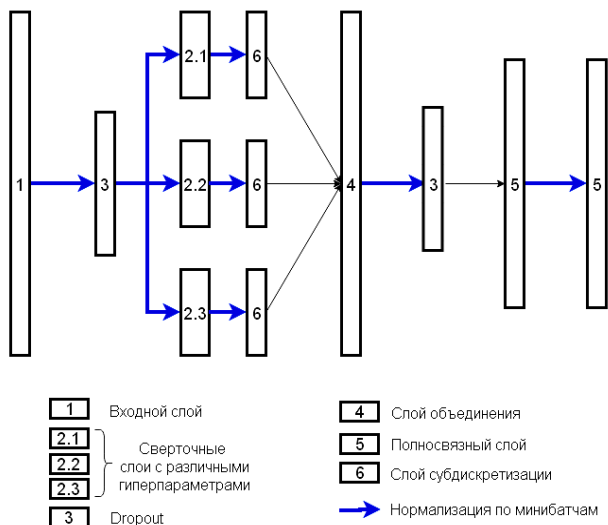


Рис. 2. Архитектура разработанной сети

При обучении на 100 эпохах ошибка на тестовой выборке составила 0.2136, ошибка на валидационной выборке – 0.2688 (см. рис. 3).

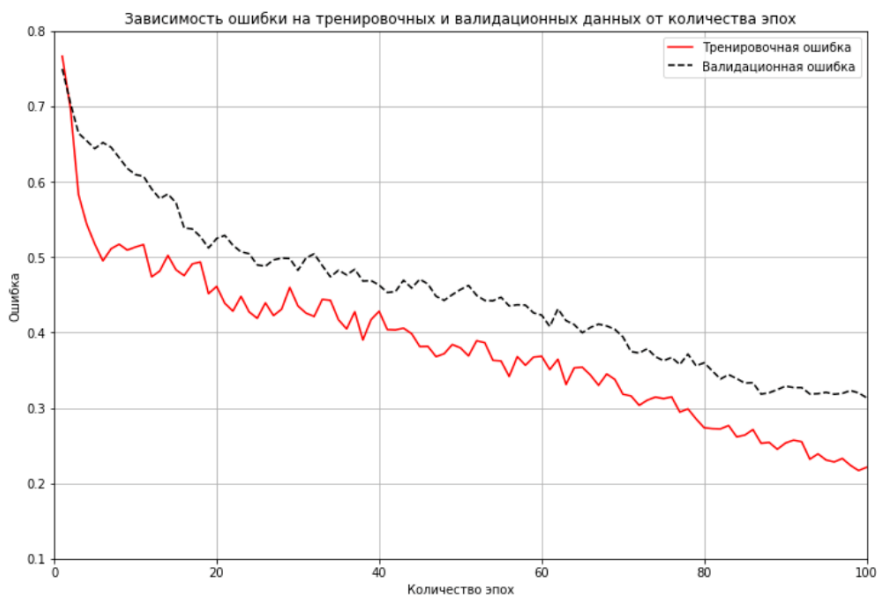


Рис. 3. Зависимость ошибки на тренировочных и валидационных данных от количества эпох

Как видно из графика, в течение последних 15 эпох ошибка на валидационной выборке существенно не менялась, в то время как ошибка на тестовой выборке продолжала снижаться. Каждые 5 эпох производилось сохранение весов, что позволило в качестве итоговой модели выбрать сеть с минимальной ошибкой на валидационной выборке.

Рассмотрим работу сети на некоторых примерах.

Видно, что вероятность принадлежности произведения определенному жанру вполне коррелирует с литературным пониманием этого текста. Например, поэма «Руслан и Людмила», действительно в первую очередь рассматривается как стихотворное произведение, относящееся сейчас к детской литературе, однако содержит элементы исторического рассказа и фэнтези.

Название жанра	Произведение	Вероятность принадлежности произведения классу				
		История	Детективы	Детская литература	Поэзия и песни	Фантастика и фэнтези
История	«Петр I» А.Н. Толстой	0.4229	0.2023	0.1031	0.0972	0.1745
Детективы	«Собака Баскервильей» А. К. Дойл	0.1770	0.4046	0.1397	0.0781	0.2006
Детская литература	«Мальш и Карлсон» А. Линдгрэн	0.1166	0.1331	0.3827	0.1072	0.2605
Поэзия и песни	«Руслан и Людмила» А.С. Пушкин	0.1681	0.1263	0.1654	0.3769	0.1633
Поэзия и песни	«Привет, Андрей» И.Ю. Николаев	0.0588	0.0941	0.0502	0.7388	0.0581
Фантастика и фэнтези	«Звёздные короли» Э. Гамильтон	0.1103	0.1368	0.0913	0.0311	0.6305
Фантастика и фэнтези	«Гарри Поттер» Дж. К. Роулинг	0.1080	0.1092	0.3621	0.0290	0.3917

Предложенная модель построения СНС может быть применена для автоматизации распознавания текстов в корпусной лингвистике, что позволит ускорить подготовку текстов для электронных баз данных языковых корпусов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Батраева И.А., Крючкова А.А. Разработка программного обеспечения диалектологических корпусов // Компьютерные науки и информационные технологии. Материалы Международной научной конференции. 2018. С. 45–49.
2. Bai S., Kolter J.Z., Koltun V. An empirical evaluation of generic convolutional and recurrent networks for sequence modeling // arXiv:1803.01271v2 [cs.LG] 19 Apr 2018.
3. Библиотека Максима Мошкова. URL: <http://lib.ru> (дата обращения 20.01.2019). Загл. с экр. Яз. рус.
4. NLTK 3.4.1 documentation. URL: <http://www.nltk.org/> (дата обращения 08.02.2019). Загл. с экр. Яз. англ.
5. Яндекс технология MyStem. URL: <https://tech.yandex.ru/mystem/> (дата обращения 08.02.2019). Загл. с экр. Яз. рус.
6. Segalovich Ilya. A fast morphological algorithm with unknown word guessing induced by a dictionary for a web search engine. 2003.
7. Gensim documentation. URL: <https://radimrehurek.com/gensim/tutorial.html> (дата обращения 10.02.2019). Загл. с экр. Яз. англ.
8. Kim Y. Convolutional neural networks for sentence classification // Proc. 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP 2014). 2014. P. 1746–1751.

Извлечение формальных понятий из нечеткого контекста

В.К. Голышев

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия

Анализ формальных понятий (АФП) имеет дело с данными в объектно-признаковой форме и исследует формальные контексты (частично упорядоченные множества объектов и признаков этих объектов) [1, 2]. Формальному контексту соответствует решетка понятий – математическая структура, которая является инструментом представления и извлечения знаний из данных. Понятие формализовано в виде пары (объём, содержание) и может быть найдено как отношение замыкания на множествах объектов и признаков. А решетка понятий позволяет выявить связи между понятиями и может быть представлена как в графическом виде с указанием связей (в виде диаграмм Хассе), так и аналитически в виде множества импликаций, допускаемых решеткой [1, 2]. В данной работе рассматривается обобщение АФП на основе нечеткой логики [3, 4]. Целью работы является разработка программы извлечения формальных понятий из нечеткого контекста.

Введём некоторые понятия, необходимые для дальнейшего изложения. Полная резидуальная решетка с замыканием – это алгебра $L = \langle L, \wedge, \vee, \otimes, \rightarrow, *, 0, 1 \rangle$, такая, что [5]:

L1) $\langle L, \wedge, \vee, 0, 1 \rangle$ – полная решетка L с наименьшим элементом 0 и наибольшим элементом 1;

L2) $\langle L, \otimes, 1 \rangle$ – коммутативный моноид;

L3) операции \otimes и \rightarrow удовлетворяют свойству сопряженности: $a \otimes b \leq c \Leftrightarrow a \leq b \rightarrow c \quad \forall a, b, c \in L$;

L4) Для всех $a, b \in L$ замыкание $*$ удовлетворяет следующим свойствам: $1^* = 1$; $a^* \leq a$; $(a \rightarrow b)^* \leq a^* \rightarrow b^*$; $a^{**} = a^*$.

Элементы $a \in L$ называют степенями принадлежности, а операции \otimes и \rightarrow есть «нечеткая конъюнкция» и «нечеткая импликация». Далее используются три наиболее важные пары сопряженных операций на $[0, 1]$:

- операции Лукасевича:

$$a \otimes b := \max(0, a + b - 1), \quad a \rightarrow b := \min(1, 1 - a + b); \quad (1)$$

- операции Гёделя:

$$a \otimes b := \min(a, b), \quad a \rightarrow b := \begin{cases} 1, & a \leq b, \\ 0, & a > b; \end{cases} \quad (2)$$

- операции произведения:

$$a \otimes b := ab, \quad a \rightarrow b := \begin{cases} 1, & a \leq b, \\ b/a, & a > b. \end{cases} \quad (3)$$

В работе рассматриваются два типа операций замыкания [4, 5]: идентичность и глобализация. Отличие этих операций заключается в детализации свойств L4: для идентичности неравенство $a^* \leq a$ обращается в равенство $a^* = a, a \in L$, а для глобализации имеет следующий вид: $a^* = 1$, если $a = 1$, и $a^* = 0$ во всех других случаях.

Пусть \mathbf{L} – структура степеней принадлежности [5]. Нечеткое множество A в универсальном множестве U – это отображение $A: U \rightarrow L$, где функция $A(u)$ интерпретируется как степень принадлежности элемента u нечеткому множеству A . Для $U = \{u_1, \dots, u_n\}$ нечёткое множество A есть совокупность пар вида $\{(u_i, a_i) \mid u_i \in U, a_i \in L\}$, где $a_i = A(u_i)$ для каждого $i \in \{1, \dots, n\}$. Далее будем использовать следующее обозначение $A = \{a_1 / u_1, \dots, a_n / u_n\}$.

Пусть L^U совокупность всех нечетких множеств в U . Операции над нечеткими множествами определяются покомпонентно в соответствии с выбранными операторами [6]. Для A, B степень включения подмножества A в B определяется как [5]

$$Sb(A, B) := \bigwedge_{u \in U} (A(u) \rightarrow B(u)). \quad (4)$$

Формула (4) обобщает классическое соотношение включения \subseteq : $Sb(A, B)$ представляет степень, по которой A является подмножеством B . В частности, мы пишем $A \subseteq B$ тогда и только тогда, когда $Sb(A, B) = 1$.

Пусть G – конечное множество объектов, а M – конечное множество признаков (свойств) этих объектов. Пусть на $G \times M$ задано нечёткое отношение I , которое определяет степень принадлежности $I(g, m) \in L$ признака $m \in M$ объекту $g \in G$. Тройка (G, M, I) называется формаль-

ным нечетким контекстом. Рассмотрим построение решётки по нечёткому отношению и формализацию описания понятия в виде пары (объём, содержание).

С учётом (1) для произвольных нечетких множеств $A \in \mathbf{L}^G$ и $B \in \mathbf{L}^M$ операторы нечёткого логического вывода определяются следующим образом [4, 6]:

$$\begin{aligned} A^\uparrow(m) &:= \bigwedge_{g \in G} (A(g)^* \rightarrow I(g, m)), \\ B^\downarrow(g) &:= \bigwedge_{m \in M} (B(m)^* \rightarrow I(g, m)), \quad g \in G, m \in M. \end{aligned} \quad (5)$$

Операторы $\uparrow\downarrow$ формируют нечёткие соответствия Галуа с замыканиями $*$ [3–5]. Формальное нечеткое понятие – это кортеж $(A, B) \in \mathbf{L}^G \times \mathbf{L}^M$, такой, что $A^\uparrow = B$ и $B^\downarrow = A$. Здесь A называется (нечетким) объемом, B – (нечетким) содержанием формального понятия (A, B) .

Обозначим множество всех нечетких понятий данного контекста (G, M, I) через $B(G^*, M^*, I)$. Определим частичное упорядочение \leq понятий контекста следующим образом:

$$(A_1, B_1) \leq (A_2, B_2) \Leftrightarrow A_1 \subseteq A_2 (B_1 \supseteq B_2). \quad (6)$$

Понятие (A_2, B_2) считается более общим, чем (A_1, B_1) , поскольку имеет больший объём. Множество всех нечетких понятий, подчиняющихся такому порядку, формирует решетку нечетких понятий [5], которая обозначается так:

$$B(G^*, M^*, I) := (B(G^*, M^*, I), \leq).$$

В [4] предложен алгоритм извлечения понятий из нечёткого контекста (рис. 1). Данный алгоритм является обобщением классического алгоритма Гантера извлечения формальных понятий из бинарного контекста. Суть алгоритма заключается в процессе порождения формальных понятий «снизу вверх» в смысле порядка (6) в решетке $B(G^*, M^*, I)$. Основным результатом данной работы является программа, реализующая алгоритм, предложенный в [4]. Результатом работы программы являются решетки нечётких формальных понятий с различными операциями замыкания. Программа реализована на языке Python.

Алгоритм 1. Алгоритм извлечения понятий из нечеткого контекста

Вход: $K = (G, M, I)$ - нечеткий контекст

Выход: $\mathfrak{B}(G^*, M^*, I)$ - все нечеткие понятия из контекста K

1: $B := \emptyset^{\uparrow\downarrow}$

2: $\mathfrak{B}(G^*, M^*, I) := \emptyset$

3: **До тех пор пока $B \neq M$ выполнять**

4: $B := B^+$ $\triangleright B^+$ - нахождение наименьшего содержания, большего данного B

5: $A := B^\downarrow$ \triangleright находим объем A , который в паре с содержанием B

6: (A, B) \triangleright является формальным нечетким понятием

7: добавить понятие (A, B) в $\mathfrak{B}(G^*, M^*, I)$

8: **Конец цикла**

Рис. 1. Алгоритм извлечения понятий из нечёткого контекста

Ниже приводится пример применения разработанной программы на медицинских данных. Рассмотрим нечеткий контекст (таблица), характеризующий больных панкреатитом: $G = \{g_1, \dots, g_{12}\}$ – множество пациентов, $M = \{m_1, \dots, m_5\}$ – множество признаков. Здесь m_1 – гемоглобин, m_2 – лейкоциты, m_3 – глюкоза, m_4 – мочевины, m_5 – тяжесть панкреатита: 0 – легкая степень, 0.5 – средняя, 1 – тяжелая.

**Нечеткий контекст,
характеризующий больных панкреатитом**

	m1	m2	m3	m4	m5
g1	0	0	1	1	0.5
g2	0	1	1	1	1
g3	0.5	0	1	1	1
g4	1	1	1	1	0
g5	0.3	0.1	1	1	0
g6	1	0	0	1	0.5
g7	0	0.75	0.4	0	1
g8	1	1	0	1	1
g9	1	0.3	1	1	1
g10	1	0.4	1	1	0
g11	0.75	1	0	0.5	0
g12	1	0.5	0.5	1	0.5

В качестве сопряженных операций были взяты операции Лукасевича (1). Если использовать идентичность в качестве замыкания, то полученная решётка понятий содержит 1701 формальное понятие. Такое большое количество нечетких понятий связано с особенностью выбранных операций. Если использовать глобализацию вместо идентичности в качестве операции замыкания, то решётка будет содержать 11 формальных нечетких понятий (рис. 2).

1. $(\{0.3/g_9, 0.5/g_{12}\}, \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\})$
2. $(\{g_8, 0.3/g_9, 0.5/g_{12}\}, \{m_1, m_2, m_4, m_5\})$
3. $(\{g_4, 0.1/g_5, 0.3/g_9, 0.4/g_{10}, 0.5/g_{12}\}, \{m_1, m_2, m_3, m_4\})$
4. $(\{g_2, 0.3/g_9, 0.5/g_{12}\}, \{m_2, m_3, m_4, m_5\})$
5. $(\{g_4, 0.1/g_5, g_8, 0.3/g_9, 0.4/g_{10}, 0.5/g_{11}, 0.5/g_{12}\}, \{m_1, m_2, m_4\})$
6. $(\{g_2, g_8, 0.3/g_9, 0.5/g_{12}\}, \{m_2, m_4, m_5\})$
7. $(\{g_2, g_4, 0.1/g_5, g_8, 0.3/g_9, 0.4/g_{10}, 0.5/g_{12}\}, \{m_2, m_3, m_4\})$
8. $(\{g_2, g_4, 0.1/g_5, g_8, 0.3/g_9, 0.4/g_{10}, 0.5/g_{11}, 0.5/g_{12}\}, \{m_2, m_4\})$
9. $(\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_8, g_9, g_{10}, 0.5/g_{12}\}, \{m_3, m_4\})$
10. $(\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_8, g_9, g_{10}, 0.5/g_{11}, g_{12}\}, \{m_4\})$
11. $(\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, g_9, g_{10}, g_{11}, g_{12}\}, \{\emptyset\})$

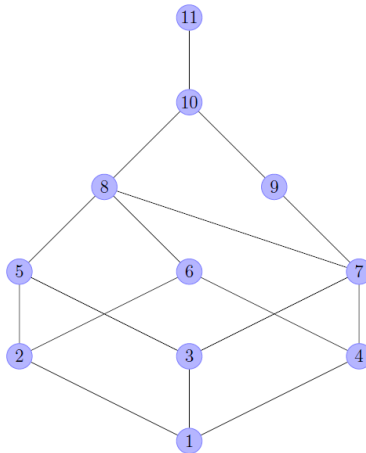


Рис. 2. Решетка из 11 нечетких понятий, полученных с замыканием в виде глобализации

Из примера видно, что выбор оператора замыкания нечеткого множества и операций нечёткого логического вывода при построении решётки нечётких формальных понятий существенно влияют на вычислительную сложность метода. Таким образом, проблема разработки эффективных алгоритмов построения решётки нечётких формальных понятий является актуальной и требует дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов С.О. Автоматическое обучение на основе анализа формальных понятий // Автоматика и телемеханика. 2001. № 10. С. 3–27.
2. Ganter B. and Wille R. Formal concept analyses: Mathematical foundations // Springer Science and Business Media. 2012. P. 314.
3. Bělohlávek R., Funioková T.T., Vychodil V. Galois connections with hedges // Eleventh International Fuzzy Systems Association World Congress. 2005. P. 1250–1255.
4. Bělohlávek R. Algorithms for fuzzy concepts lattices // Proc. Fourth Int. Conf. on Recent Advances in Soft Computing. 2002. P. 200–205.
5. Glodeanu C.V. Attribute Exploration in a Fuzzy Setting // CEUR Workshop Proceedings. 2012. P. 114–128.
6. Пегам А. Нечеткое моделирование и управление: пер. с англ. 3-е изд. (эл.). Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 801 с.). М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. (Адаптивные и интеллектуальные системы).

Исследование методов распознавания лиц на фотографиях

Д.А. Докучаев, И.В. Баранова

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия

Распознавание образов является одним из актуальных и востребованных направлений в области анализа данных и искусственного интеллекта. Распознавание образов – раздел статистического анализа данных, объединяющий методы разбиения объектов по нескольким категориям или классам. В данной работе рассматривается один из частных случаев распознавания образов – задача поиска и распознавания лиц на изображениях.

Для решения такого рода задач можно использовать различные подходы и методы, а также их комбинации: классификаторы, построенные на НОГ-гистограммах, нейронные сети, метод потенциальной функции и ряд других. В данной работе особое внимание уделяется таким методам распознавания образов, как каскадные классификаторы и нейронные сети.

Постановка задачи распознавания образов

Пусть задано множество $X = \{x_1, \dots, x_N\}$, где $x_i, i = 1, \dots, N$, является объектом распознавания. Существует индикаторная функция, которая является отображением множества объектов на пространство классов вида $g(x) : X \rightarrow M, M = \{1, \dots, m\}$.

Пусть F – это пространство признаков, а $f(x) : F \rightarrow X$ – функция, ставящая в соответствие каждому объекту $x_i \in X$ точку $f(x)$. Вектор $f(x)$ называется образом объекта $x \in X$. В пространстве образов признаков определены непересекающиеся множества точек $K_i \in F, i = (1, \dots, m)$, соответствующих образам одного класса.

Функция $\hat{g}(f) : F \rightarrow M$ называется решающим правилом и представляет собой оценку для $g(x)$ на основании $f(x)$, то есть $\hat{g}(f) = \hat{g}(f(x))$.

Пусть $f_j = f(x_j), j = (1, \dots, N)$ – доступная информация о функциях $f(x)$ и $g(x)$, но сами эти функции неизвестны. Тогда (g_j, f_j) – множество прецедентов. Требуется построить такое решающее правило $\hat{g}(f)$,

чтобы распознавание и классификация проводилось с минимальным числом ошибок.

Признаки Хаара

Под признаком Хаара будем понимать тройку значений $\{\text{маска, точка левого верхнего угла, ширина и высота признака}\}$. Маска представляет собой белое изображение $n \times t$, на котором расположена некоторая комбинация черных прямоугольников. Оставшиеся две компоненты говорят о положении и размере выбранной маски. Из вышесказанного следует, что из изображения 24×24 пикселя можно извлечь $\sim 200\,000$ признаков, используя около 20 различных масок.

Для вычисления признака используется интегральное представление изображения. Требуется перейти от RGB-изображения к черно-белому, где вместо пикселя хранится элемент яркости пикселя. Интегральное изображение представляет собой матрицу той же размерности, что и черно-белое представление, где в качестве значений матрицы берется сумма левых верхних элементов яркости Ч/Б изображения. Для вычисления признака Хаара требуется найти сумму яркостей белой области признака и вычесть из нее суммы всех черных областей.

AdaBoost классификатор. Метод Виолы – Джонса

Метод Виолы – Джонса – это алгоритм получения вектора признаков, представляющий собой набор абстрактной полезной информации для классификатора. В качестве классификатора будем использовать AdaBoost. Данный классификатор на каждой итерации выбирает лучший признак (с наименьшей ошибкой) Хаара из всех возможных и строит на его базе слабый классификатор.

Слабый классификатор – это функция, которая принимает на вход изображение, вычисляет значение соответствующего ей признака Хаара и сравнивает это значение с порогом, возвращая либо 0, либо 1.

$$h_i(x) = \begin{cases} 1, & p_i f_i(x) < p_i \theta_i, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (1)$$

где θ_i – порог, x – входное изображение, $f_i(x)$ – значение соответствующего признака Хаара для изображения, p_i – направление знака неравенства, а $h_i(x)$ – слабый классификатор.

Пусть дано множество прецедентов $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, где $y_i = 1$, если на изображении есть лицо и $y_i = 0$, если лицо не обнаружено. На первом шаге инициализируем веса изображений: $\omega_{1,i} = \frac{1}{2m}$ для примеров, где $y = 1$, $\omega_{1,i} = \frac{1}{2l}$ для примеров, где $y = 0$. Коэффициенты m, l равны количеству положительных и отрицательных примеров в выборке прецедентов соответственно. Для $t = 1, \dots, T$:

- Нормализуем веса $\omega_{t,i} = \frac{\omega_{t,i}}{\sum_{j=1}^n \omega_{t,j}}$;

- Для каждого признака j вычисляем слабый классификатор, доставляющий наименьшую ошибку на всей обучающей выборке $e_j = \sum_i \omega_i |h_j(x_i) - y_i|$;

- Выбираем наилучший слабый классификатор h_t с наименьшей ошибкой e_t ;

- Обновляем веса изображений $\omega_{t+1,i} = \omega_{t,i} \beta_t^{1-|h_t(x_i) - y_i|}$, где $\beta_t = \frac{e_t}{1 - e_t}$.

Из T слабых классификаторов можно построить сильный классификатор, способный выполнять задачу распознавания и классификации:

$$h(x) = \begin{cases} 1, & \sum_{t=1}^T \frac{1}{\beta_t} h_t(x) \geq \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{1}{\beta_t}, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Метод обратного распространения ошибки

Пусть h – классификатор, который на вход получает признаки объекта, а на выходе предьявляет нам класс, к которому этот объект принадлежит. X – пространство признаков объекта и C – множество классов, тогда классификатор работает по принципу $h: X \rightarrow C$. Идея обучения сети состоит в том, чтобы минимизировать целевую функцию вида

$$E = \frac{1}{2} (y_i - d_i)^2, \quad (2)$$

Обучение сети будем производить градиентными методами, вычисляя градиент функции (2) и изменяя веса в обратном направлении полученного градиента. Корректировка весов будет проводиться по формуле $W = W - \Delta W$, где $\Delta W = \eta \nabla E$ (η – коэффициент скорости обучения). Градиент будем искать в виде

$$\nabla E = \frac{\partial E}{\partial W} = y \delta^T, \quad \delta_{\text{out}} = \frac{\partial E}{\partial y_j} = y_j - d_j, \quad \delta_{\text{hid}} = \frac{\partial y_i}{\partial s_i} = \sum_j \delta_j \omega_{ij},$$

где d_j – желаемый выход сети, s_i – результат функции сумматора нейрона i .

Метод градиентного спуска

Данный и последующие методы базируются на методе обратного распространения ошибки. Теперь $\Delta W_t = \eta(\nabla E + \rho W_{t-1}) + \mu \Delta W_{t-1}$, где ρW_{t-1} – член регуляризации, ρ – коэффициент регуляризации, $\mu \Delta W_{t-1}$ – фактор момента, μ – коэффициент момента. Также будем изменять коэффициент скорости обучения на каждой итерации. Пусть $\alpha = 0.99, \beta = 1.01, \Delta E = E_t - \gamma E_{t-1}, \gamma = 1.01, \eta_0 = 0.01$, тогда η будет иметь вид

$$\eta_t = \begin{cases} \alpha \eta_{t-1}, & \Delta E > 0, \\ \beta \eta_{t-1}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Метод rProp

Идея метода заключается в том, что коэффициент скорости обучения задается для каждого веса отдельно:

$$\eta(t) = \begin{cases} \min(\eta_{\max}, \alpha \eta(t-1)), & S > 0, \\ \max(\eta_{\min}, \beta \eta(t-1)), & S < 0, \\ \eta(t-1), & S = 0, \end{cases}$$

где $S = \nabla E(t-1) \nabla E(t)$, $\eta_{\max} = 50$, $\eta_{\min} = 10^{-6}$, $\alpha = 1.2$, $\beta = 0.5$. Формула для вычисления весов изменится следующим образом:

$$\Delta W_t = \eta(\text{sign}(\nabla E) + \rho W_{t-1}) + \mu \Delta W_{t-1}.$$

Практическая задача

Вышеописанные методы были реализованы на языке C#, включая алгоритмы преобразования изображения. Для работы алгоритмов необходимо было сформировать обучающую выборку. В процессе обучения были вычислены соответствующие коэффициенты и веса.

Далее, после обучения алгоритма, модулю на вход были поданы 10 заранее подобранных изображений, для которых он должен был решить задачу распознавания лиц: т.е. определить – есть ли на изображении лицо или нет. На входные изображения накладываются те же условия, что и на файлы обучающей выборки. Все результаты фиксировались экспертом.

Заключение

Разработан программный модуль, реализующий работу данных алгоритмов. Также в работе была проведена серия вычислительных экспериментов с использованием созданного программного обеспечения. Вычислительные эксперименты позволили оценить работу алгоритмов на ряде тестовых обучающих выборок. В каждой выборке находились изображения как с лицами людей, так и без них. Размер данных изображений мог быть любым. Изображения могли быть как цветными, так и черно-белыми.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Белых Е.А.* Обучение каскадов Хаара // Вестник Сыктывкарского университета. 2017. С. 42–53.
2. *Воронцов К.В.* Лекции по алгоритмам кластеризации и многомерного шкалирования. М.: МГУ, 2007.
3. *Горбань А.Н.* Нейронные сети на персональном компьютере. Новосибирск: Наука, 1996.
4. *Лепский А.У. Броневиц А.Г.* Математические методы распознавания образов. Таганрог: Изд-во ТГИ ЮФУ, 2009.
5. *Местецкий Л.М.* Математические методы распознавания образов. М.: МГУ, 2004.
6. *Хайкин С.* Нейронные сети. Полный курс. М.: Издательский дом Вильямс, 2006.

О влиянии обучающей выборки на устойчивость прогнозов алгоритмов машинного обучения в задаче прогнозирования степени тяжести острого панкреатита

Н.В. Кононова¹, Е.С. Мангалова², Д.А. Мелех¹,
А.В. Строев³, О.В. Чубарова¹

¹ Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия

² RD Science, г. Красноярск, Россия

³ Красноярский государственный медицинский университет им. профессора В.Ф. Войно-Ясенецкого, г. Красноярск, Россия

Проблема малых выборок часто возникает при анализе данных, особенно в медицинских приложениях. Малый объем исходных данных приводит к нестабильным прогнозам: включение или исключение даже нескольких наблюдений может существенно изменять прогноз.

В работе предложена процедура оценки устойчивости прогнозов алгоритмов машинного обучения и метод визуализации разброса прогнозов на примере задачи классификации степени тяжести острого панкреатита.

В ходе исследования были проведены имитационные эксперименты по анализу устойчивости линейной регрессии, метода опорных векторов, случайного леса.

Постановка задачи

Исследование основано на данных из историй болезни 130 случаев острого панкреатита: 47 случаев из Красноярской краевой клинической больницы, 83 случаев из Красноярской межрайонной клинической больницы № 20 им. И.С Берзона в период с 2015 по 2017 годы.

Задача состоит в классификации степени тяжести острого панкреатита по выборочным данным, содержащим информацию о клинических показателях 130 пациентов, таких, как: общий и развернутый анализ крови, общий анализ мочи, результаты ультразвуковых исследований поджелудочной железы и т. д. Всего для исследования было выбрано 27 признаков, исходя из экспертной оценки, а также на основании предварительного анализа всех имеющихся факторов, позволившего исключить сильно коррелированные признаки, а также признаки с подавляющим количеством пропущенных значений.

По современной классификации острый панкреатит имеет три степени тяжести: легкую, умеренную и тяжелую [1]. Поскольку три класса строго ранжированы, задача многоклассовой классификации может быть решена как задача регрессии. В результате каждому новому объекту (пациенту) вместо номера класса (1 – легкая, 2 – средняя, 3 – тяжелая) будет присваиваться значение от 1 до 3, характеризующее не только класс тяжести заболевания, но и то, насколько вероятен этот класс тяжести. Например, если для двух пациентов мы получаем прогнозы 1.1 и 1.4 соответственно, то несмотря на то, что они оба будут отнесены к пациентам с легкой степенью тяжести, вероятность того, что первый пациент имеет легкую степень тяжести выше, чем для второго.

Предобработка данных

Медицинскими учреждениями данные были предоставлены в виде выгрузки текстовых документов (анонимизированных историй болезни). Истории болезней содержали разный набор медицинских исследований: в некоторых отсутствовали результаты УЗИ, данные об осмотрах пациентов и т. п. по причине не внесения в МИС (Медицинская Информационная Система). Поэтому изначально выборка большего объема была сокращена до 130 историй болезни (если в данных о пациенте отсутствовало более половины признаков, то такие истории болезни исключались из анализа). Также в ряде историй болезней отсутствовали некоторые признаки из-за невозможности их получения: например, плохая визуализация поджелудочной железы не позволяет определить ее размеры. Эти факторы повышали значимость предобработки данных и, в частности, заполнения пропущенных значений.

Заполнение пропущенных значений производилось двумя способами:

1. Восстановление при помощи линейной регрессии. Данный метод применялся, когда между признаками наблюдалась значимая линейная корреляция. Например, размеры тела и хвоста поджелудочной железы.

2. Восстановление медианой внутри класса. Данный метод применялся, когда между признаками не наблюдалось никакой значимой зависимости. Для заполнения использовалась медиана внутри класса для того, чтобы заполнение пропусков не приводило к размытию влияния того или иного признака.

Другим важным аспектом предобработки является нормализация признаков.

Поскольку диапазон значений исходных данных сильно различается, некоторые алгоритмы машинного обучения не будут работать должным образом без нормализации. Например, метод опорных векторов, основанный на расстояниях между точками. Если один из признаков имеет широкий диапазон значений, то расстояние будет определяться только этим признаком. По этой причине диапазон всех признаков должен быть нормализован так, чтобы каждый признак вносил примерно пропорциональный вклад в итоговое расстояние.

Все переменные предварительно обрабатываются с использованием шкалы $\min - \max$, это масштабирование является самым простым методом и состоит в изменении масштаба диапазона признака в шкалу с диапазоном $[0, 1]$.

Робастность прогнозов

Задача классификации тяжести острого панкреатита характеризуется малым размером выборки по объективным причинам. Аналитики в области медицины обычно сталкиваются с проблемой небольших наборов данных из-за запрета на раскрытие и распространение персональных данных и сопутствующих проблем при получении информации.

В таких задачах возникают следующие проблемы:

- Переобучение. В условиях малых обучающих выборок и большом (в соотношении с объемом выборки) признаковом пространстве, риск переобучения модели высок.

- Выбросы. В случае больших объемов данных пара выбросов не является такой проблемой, как при малых объемах, когда даже пара выбросов способны серьезно исказить результаты прогнозирования.

Для оценки устойчивости прогнозов и влияния некоторых наблюдений из исходной выборки на прогнозы предлагается использование процедуры бутстрепа [2].

Идея бутстрепа состоит в том, чтобы создать большое количество наборов данных, которые мы теоретически могли получить из медицинских учреждений и сделать прогноз по каждому из них. И таким образом получить распределение прогнозов.

В задаче прогнозирования степени острого панкреатита нас интересует степень тяжести острого панкреатита всех больных во всех медицинских учреждениях. Однако мы физически не можем собрать данные анализов и осмотров всех пациентов. Вместо этого мы выбираем только небольшую часть и собираем данные по ним. Предположим, что обу-

чающий набор данных состоит из N (в нашем случае – 130) наблюдений, т.е. мы измерили признаки (клинический анализ крови, биохимический анализ крови, УЗИ поджелудочной железы, результаты обследования пациента) у N пациентов. На основании этой выборки с помощью алгоритма машинного обучения может быть сделан единственный прогноз степени острого панкреатита для каждого нового пациента. Чтобы рассуждать о населении, нам нужно размножить выборку и оценить возможный разброс прогнозов.

Самый популярный метод бутстрепа состоит в том, чтобы из исходного набора данных объема N случайным образом выбирать M наблюдений и повторять этот процесс многократно, для каждой из сгенерированных подвыборок, обучая модель (линейная регрессия, метод опорных векторов или случайный лес) и делая прогнозы для новых пациентов, получая в результате набор прогнозов для каждого нового пациента, который можно проанализировать и визуализировать для принятия окончательного решения о степени тяжести заболевания.

Визуализация прогнозов

Множество различных графиков и статистических методов по-разному интерпретируют характеристики массива данных.

В то время как ящик с усами [3] показывает только сводную статистику (значение медианы, интерквартильный разброс, диапазон значений) и дает информацию о положении, масштабе, симметрии, оценка плотности распределения показывает полную картину распределение данных. Недостатки ящика с усами становятся наиболее очевидными, когда распределение данных является мультимодальным. В этом случае плотность распределения показывает наличие различных пиков, их положение и амплитуду. График «виолончель» [4] сочетает в себе ящик с усами и график непараметрической оценки плотности распределения и может использоваться для демонстрации устойчивости прогнозов алгоритмов машинного обучения.

Рис. 1 иллюстрирует влияние обучающих выборок на устойчивость прогноза для одного из пациентов (экспертом был поставлен острый панкреатит умеренной тяжести).

График демонстрирует неоднозначность прогнозов, полученных различными алгоритмами машинного обучения. Даже при больших значениях отношения p количества наблюдений в бутстреп-подмножествах к количеству наблюдений в исходной выборке наблюдается

существенный разброс в прогнозах случайного леса. При достижении же $p = 0.7$ разброс прогнозов линейной регрессии и случайного леса становится настолько велик, что покрывает практически половину интервала [1, 3].

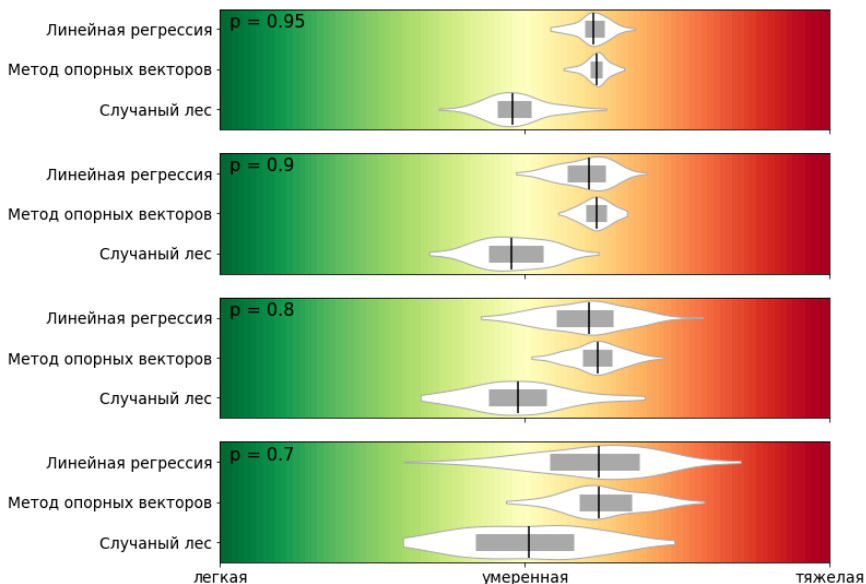


Рис. 1. Визуализация разбросов прогнозов линейной регрессии, метода опорных векторов, случайного леса при различных объемах бутстреп-подмножеств. Плотность распределения симметрична относительно горизонтальной линии. Вертикальная линия показывает медиану, серый прямоугольник – интерквартильный интервал

Заключение

Предложенный метод анализа и визуализации разброса прогнозов применен в задаче классификации степени тяжести острого панкреатита. Визуализация позволяет оценить разброс прогнозов для каждого наблюдения на одном графике и сравнить различные алгоритмы машинного обучения.

Это исследование показывает насколько важен отбор наблюдений при формировании обучающей выборки для построения прогностической модели, насколько сильно небольшие изменения обучающей вы-

борки влияют на прогнозы линейной регрессии, метода опорных векторов и случайного леса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Banks P.A., Bollen T.L., Dervenis C., et al.* Classification of acute pancreatitis – 2012: revision of the Atlanta classification and definitions by international consensus. *Gut*. Vol. 62. 2013. P. 102–111.
2. *Efron B., Tibshirani R.J.* An introduction to the Bootstrap. CRC press, 1994.
3. *Williamson D. F., Parker R. A., Kendrick J. S.* The box plot: a simple visual method to interpret data // *Annals of Internal Medicine*. 1989. V. 110. No. 11. P. 916–921.
4. *Hintze J.L., Nelson R.D.* Violin plots: a box plot-density trace synergism // *The American Statistician*. 1998. V. 52. No. 2. P. 181–184.

Распознавание вертикальных граней трехмерных объектов по данным лазерного сканирования¹

Ю.Л. Костюк, М.И. Литовченко

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

Технология лазерного сканирования широко используется в различных отраслях и решает множество производственных задач. Результатом применения данной технологии является трехмерное облако точек. Эти данные обрабатываются с помощью специального программного обеспечения. Обзор ряда программных продуктов приведен в работе [1].

Как правило, алгоритмы обработки лазерных данных нацелены на выделение из облака точек типовых объектов. Каждый алгоритм имеет свой подход и использует не только координаты точек, но и другие параметры, в зависимости от этого меняется трудоемкость выполнения алгоритмов и качество распознавания объектов. Многие из этих алгоритмов основаны на преобразовании Хафа [2, 3].

В работе [4] предложена структура клеточного разбиения, позволяющая снизить трудоемкость большинства алгоритмов распознавания до линейного порядка $O(n)$. В работе [5] подробно описаны алгоритмы нахождения подстилающей поверхности и горизонтальных граней, использующие подобную клеточную структуру. В данной статье рассматривается способ выделения вертикальных граней трехмерных объектов с помощью клеточной структуры.

Распознавание вертикальных граней объектов

Этот этап рекомендуется проводить после обнаружения и удаления из рассмотрения точек, принадлежащих подстилающей поверхности, горизонтальным граням, а также одиночным высоким объектам.

Вертикальная грань представляет собой проекцию на плоскость xOy в виде отрезка прямой. Алгоритм, основанный на идее преобразования Хафа, заключается в следующем: необходимо обнаружить кусочки грани с наибольшим количеством входящих точек.

¹ Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект №2.4218.2017/4.6

В силу непредсказуемости входных данных следует задать минимальную длину грани в виде количества клеток как параметр, который подбирается экспериментальным путем. Предположим, что грань, которую можно распознать, имеет длину не менее четырех размеров клетки разбиения. Тогда для каждой ячейки $(i1, j1)$ клеточного пространства существует двенадцать уникальных положений для другого конца отрезка $(i2, j2)$. Конец отрезка как бы поворачивается по часовой стрелке от начального положения, изображенного на рис. 1, до конечного положения на рис. 2. Среди всех возможных положений находится то, которое содержит наибольшее количество точек суммарно по четырем клеткам.

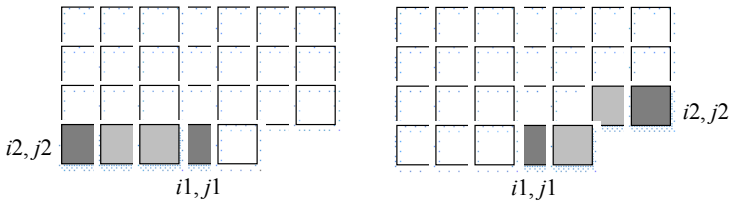


Рис. 1. Начальное (слева) и конечное (справа) положение отрезка

Для найденной четверки клеток, содержащей отрезок, проводится аппроксимация по методу наименьших квадратов. Далее отрезок продлевается следующим образом: если у его текущих концов существуют соседние клетки, продолжающие отрезок и содержащие достаточное количество точек, то эти клетки добавляются к отрезку. После этого производится повторная аппроксимация для увеличения точности распознавания проекции грани.

Уравнение аппроксимирующей вертикальной грани:

$$Ax + By + 1 = 0,$$

где коэффициенты A и B вычисляются по формулам, приведенным в работе [6]:

$$A = \frac{ce - bd}{c^2 - ab}, \quad B = \frac{cd - ae}{c^2 - ab},$$

где $a = \sum_{i=1}^n x_i^2$, $b = \sum_{i=1}^n y_i^2$, $c = \sum_{i=1}^n x_i y_i$, $d = -\sum_{i=1}^n x_i$, $e = -\sum_{i=1}^n y_i$.

Для построения модели распознанной грани проводится обнаружение ее границ. Точки (x_i, y_i) , принадлежащие грани, преобразуются в систему координат плоскости грани xOy . При этом координаты z_i исходных точек остаются неизменными и становятся координатами по Z в плоскости грани. Возможны три случая:

1. $A = 0$, тогда координаты x_i равны исходным, среди них находится минимум и максимум.

2. $B = 0$, тогда координаты y_i становятся координатами по X , среди них находится минимум и максимум.

3. $A \neq 0$ и $B \neq 0$, тогда координаты пересечения перпендикуляра от исходной точки (x_i, y_i) к проекции грани (x_{0i}, y_{0i}) рассчитываются в соответствии с формулами, приведенными в [6]:

$$x_{0i} = -(A + B(Ay_i - Bx_i)) / (A^2 + B^2),$$

$$y_{0i} = (A(Ay_i - Bx_i) - B) / (A^2 + B^2).$$

По полученным координатам (x_{0i}, y_{0i}) находят минимумы (x_{\min}, y_{\min}) и максимумы (x_{\max}, y_{\max}) . Точка (x_{\min}, y_{\min}) становится началом координат по X в плоскости грани, а исходные координаты точки (x_i, y_i) пересчитываются в координату $x_{new i}$ по X в плоскости грани по формуле

$$x_{new i} = \sqrt{(x_{0i} - x_{\min})^2 + (y_{0i} - y_{\min})^2}.$$

В качестве модели грани строится двумерная триангуляция в плоскости распознанной грани или строится почти выпуклая оболочка, как показано на рис. 3.

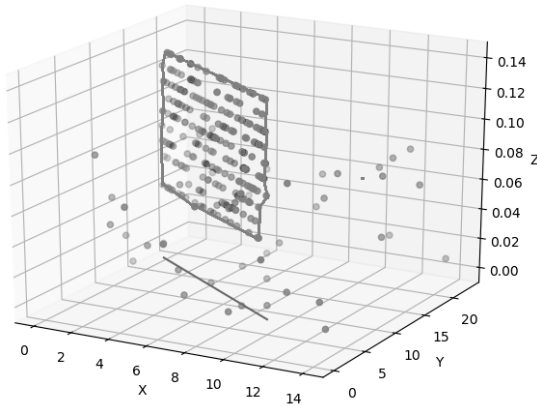


Рис. 3. Отображение вертикальной грани

Заключение

Используемая структура клеточного разбиения позволяет эффективно распознавать и оценивать параметры объектов разных типов. В частности, грани, выявленные с помощью предложенного способа, можно объединять для получения сложных объектов, таких, как здания и сооружения на местности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Медведев В.И., Райкова Л.С.* Программы для обработки данных лазерного сканирования местности // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2017. № 2(9). С. 10–31.
2. *Ballard D. H.* Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes // Pattern Recognition. 1981. V. 13. No. 2. P. 111–122.
3. *Dalitz C., Schramke T., Jeltsch M.* Iterative Hough transform for line detection in 3D point clouds // Image Processing On Line. 2017. No. 7. P. 184–196.
4. *Rodríguez-Cuenca B. et al.* Automatic detection and classification of pole-like objects in urban point cloud data using an anomaly detection algorithm // Remote Sensing. 2015. V. 7. No. 10. P. 12680–12703.
1. *Костюк Ю.Л., Литовченко М.И., Смирнова А.А.* Распознавание трехмерных объектов на местности по данным лазерного сканирования // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2018): материалы XVII Международ. конф. им. А.Ф. Терпугова, 10–15 сент. 2018 г. Томск: Изд-во НТЛ, 2018. С. 193–198.
6. *Костюк Ю.Л., Литовченко М.И.* Распознавание граней трехмерных объектов по данным лазерного сканирования // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2017): материалы XVI Международной конференции имени А.Ф. Терпугова. Томск: Изд-во НТЛ, 2017. С. 55–61.

Распознавание одиночных высоких объектов на местности по данным лазерного сканирования¹

Ю.Л. Костюк, А.А. Смирнова

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

Существует ряд программных продуктов для работы с данными лазерного сканирования объектов на местности, представляемыми облаком точек. Обзор таких продуктов приведен в [1]. В них реализованы различные алгоритмы, в частности, основанные на преобразовании Хафа [2, 3]. Вместе с тем, эти алгоритмы не универсальны и неоднозначно работают для объектов разных типов, поэтому актуальной остается задача разработки и исследования новых алгоритмов обработки данных лазерного сканирования.

В работе [4] предложено клеточное разбиение облака точек на воксели, позволяющее упростить и ускорить дальнейшую обработку. В работе [5] описаны эффективные структуры данных для такого разбиения. Кроме того, описаны алгоритмы выделения групп точек, относящихся к подстилающей поверхности, а также к ряду других типов объектов на местности.

Данная статья посвящена задаче распознавания высоких одиночных объектов по выделенной группе точек. Для этого предварительно следует распознать и удалить точки, принадлежащие подстилающей поверхности. После этого в клеточной структуре ищется глобальный максимум – клетку, в которой находится точка с максимальной высотой. Для воксела, содержащего максимум, производится обход его соседей на том же уровне и образующих один слой. Аналогично выделяется группа вокселов слоя ниже и т.д. Для каждого слоя в (горизонтальной плоскости) можно построить выпуклую оболочку с целью определения границ объекта в слое.

¹ Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект №2.4218.2017/4.6

Распознавание цилиндрических объектов по выпуклой оболочке

Для выявленного одиночного высокого объекта, в предположении, что объект представляет собой вертикальный цилиндр, можно определить центр и диаметр каждой части объекта, расположенной в некотором слое. Для идеального гладкого цилиндрического объекта, после построения выпуклой оболочки для координат по X и по Y , подсчитываются разности между максимальными и минимальными значениями:

$$\Delta x = X_{\max} - X_{\min}, \quad \Delta y = Y_{\max} - Y_{\min},$$

после чего вычисляется средний диаметр D :

$$D = (\Delta x + \Delta y)/2.$$

Чаще всего на практике редко встречаются объекты, представляющие идеальный цилиндр целиком, чаще в них лишь некая часть образует цилиндр. Поэтому данный подход не всегда будет давать точные результаты.

Преобразование Хафа для разреза цилиндра в плоскости xOy

Альтернативный вариант, который дает лучшие оценки параметров. Разрез цилиндра в плоскости xOy представляет собой окружность, которую можно задать в виде

$$(x - x_{\text{ц}})^2 + (y - y_{\text{ц}})^2 = R^2,$$

где $(x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}})$ – координаты центра окружности, а R – ее радиус.

Определим радиус R как максимально возможный радиус для объектов заданного типа.

Из всех клеток, входящих в выделенный объект, предлагается найти клетку с наибольшим числом точек в ней, то есть по всем вокселям. Очертим данную клетку областью 5×5 , причем сама клетка располагается в центре области. Пусть радиус цилиндрического объекта ограничивается размером одной клетки, поэтому окружность может расположиться в области размером 3×3 , как показано на рис. 1.

Среди всех 9 возможных положений 3×3 внутри области 5×5 ищется глобальный максимум, который содержит наибольшее количество точек. Далее в данной области нужно найти центр окружности, каждая клетка разбивается на более мелкие ячейки, чтобы результаты были

точнее. Каждая точка области 3×3 голосует за тот или иной центр окружности с максимальным радиусом. Далее радиус уменьшается с заданным шагом и вновь проводится голосование, при этом центр окружности может остаться прежним либо сместиться, как показано на рис. 2.

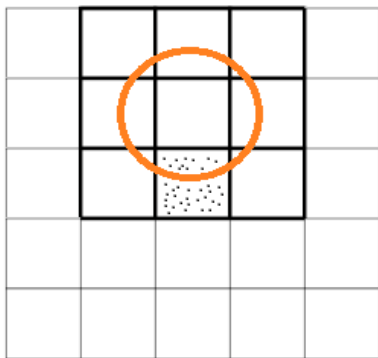


Рис. 1. Просмотр области 3×3

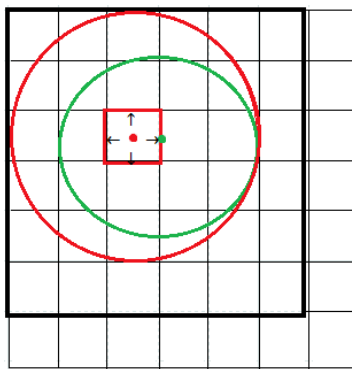


Рис. 2. Смещение центра

Построение окружности по трем точкам

Еще один альтернативный вариант поиска центра и диаметра искомого цилиндрического объекта основан на принципе построения окружности по трем точкам, которые определяют проходящую через них окружность. Центр окружности является точкой пересечения серединных перпендикуляров к двум отрезкам, построенным по точкам P_1, P_2, P_3 .

Как и в предыдущем варианте, используем область 5×5 и 3×3 с наибольшим количеством точек. Область 3×3 разбиваем мелкой сеткой и проводим голосование, перебирая все тройки точек.

Центр искомой окружности (x_0, y_0) вычисляется по формулам [6]

$$\begin{cases} (x_2 - x_1)x_0 + (y_2 - y_1)y_0 = A, \\ (x_3 - x_2)x_0 + (y_3 - y_2)y_0 = B, \end{cases}$$

где
$$A = (x_2 - x_1) \frac{(x_1 + x_2)}{2} + (y_2 - y_1) \frac{(y_1 + y_2)}{2},$$

$$B = (y_3 - y_2) \frac{(y_2 + y_3)}{2} + (x_3 - x_2) \frac{(x_2 + x_3)}{2}.$$

Далее находится глобальный максимум – наибольшее количество точек, проголосовавших за определенный центр окружности (x_0, y_0) . Средний квадрат радиуса для найденной окружности:

$$R_{\text{cp}}^2 = \frac{1}{k} \sum_i [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2],$$

где k – количество точек, проголосовавших за данный центр (x_0, y_0) , (x_i, y_i) – координаты текущей просматриваемой точки.

На рис. 3 маркером 'o' обозначены точки поверхности цилиндрического объекта. Маркером 'x' обозначены шумы. На рис. 4 показан пример послойного нахождения одиночного высокого объекта цилиндрической формы. Центры слоев найдены с помощью алгоритма выпуклой оболочки.

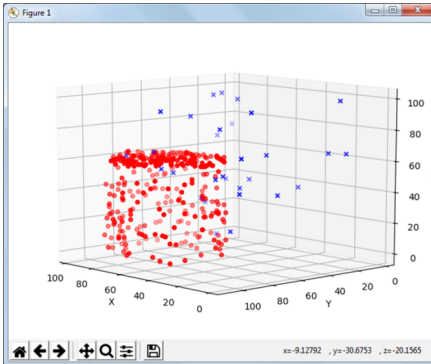


Рис. 3. Точки поверхности цилиндрического объекта и шумы

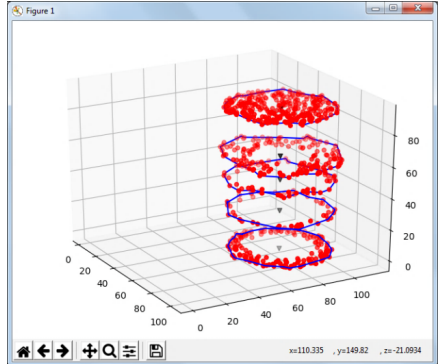


Рис. 4. Распознанный вертикальный объект цилиндрической формы

Заключение

Предлагаемый подход нацелен на минимизацию времени нахождения типовых объектов, из которых полностью или частично можно выделить вертикальный цилиндр.

В работе были рассмотрены три метода для обнаружения центров и диаметров высоких одиночных объектов после того, как была построена выпуклая оболочка для каждого слоя.

Первый метод простой, но подходит для идеальных цилиндрических объектов, а для остальных будет выдавать результаты с большой погрешностью, не соответствующие действительным параметрам объекта.

Второй и третий методы достаточно точны, но проигрывают по времени выполнения первому методу.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Медведев В.И., Райкова Л.С.* Программы для обработки данных лазерного сканирования местности // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2017. № 2(9). С. 10–31.
2. *Borrman D. et al.* The 3d Hough transform for plane detection in point clouds: A review and anew accumulator design // 3D Research. 2011. V. 2. No. 2. P. 1–13.
3. *Dalitz C., Schramke T., Jeltsch M.* Iterative Hough Transform for Line Detection in 3D Point Clouds // Image Processing On Line. 2017. V. 7. P. 184–196.
4. *Rodríguez-Cuenca B. et al.* Automatic detection and classification of pole-like objects in urban point cloud data using an anomaly detection algorithm // Remote Sensing. 2015. V. 7. No 10. P. 12680–12703.
5. *Костюк Ю.Л., Литовченко М.И., Смирнова А.А.* Распознавание трехмерных объектов на местности по данным лазерного сканирования // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2018): материалы XVII Международ. конф. им. А.Ф. Терпугова, 10–15 сент. 2018 г. Томск: Изд-во НТЛ, 2018. С. 193–198.
6. *Меркин Д.Р.* Алгебра свободных и скользящих векторов. М: Физматгиз, 1962. 165 с.

О задаче классификации объектов по данным с пропусками

А.В. Медведев¹, Д.А. Мелех¹,
Н.А. Сергеева², О.В. Чубарова¹

¹Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия

²ООО «Ар Ди Сайнс», г. Красноярск, Россия

Работа посвящена разработке алгоритма классификации объектов, данные о которых содержат пропуски. Традиционно, подход к решению задачи классификации содержит этап заполнения пропусков в данных различными методами [1, 3]. Принадлежность объектов различным классам выражается в смещении границ значений признаков у объектов различных классов и, как следствие, смещенности их статистических оценок. Выбор тактики восстановления пропусков у обучающей выборки для построения классификатора и у нового объекта, поступающего для определения его класса, затруднен [2, 3]. Необходимо разработать алгоритм классификации объектов при наличии пропусков в данных без этапа их заполнения. Это достигается адаптивной перестройкой самих алгоритмов классификации в результате перестройки обучающей выборки в зависимости от набора заполненных признаков. Вычислительный алгоритм изменяется на каждом такте итерационной процедуры в зависимости от полноты текущей информации.

Для построения адаптивных алгоритмов классификации применяется модификация многомерной непараметрической оценки вероятности Розенблатта – Парзена [4].

Постановка задачи

Пусть имеется множество объектов $\{O_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем выборки, которые описываются известным набором признаков $\{p_i, i = \overline{1, n}\}$, количество p измерено в абсолютной шкале n_1 и ранговой n_2 : $n_1 + n_2 = n$. Для каждого объекта имеется указание учителя, к какому классу он принадлежит: $O_i \in Z_l, l = \overline{1, L}, L$ – число классов. Обо-

значим измерения признаков для каждого объекта набором значений $\{(z_i, x_i^j), i = \overline{1, s}, j = \overline{1, n}\}$, где x_i^j – значение p_j -го признака у O_i -го объекта, z_i – номер класса, s_l – число объектов класса Z_l , $\sum_{l=1}^L s_l = s$.

Измерения признаков объекта содержат пропуски.

Необходимо построить алгоритм классификации, оперирующий данными с пропусками без этапа их заполнения, разработать процедуры настройки параметров.

Алгоритм классификации объектов с неполными данными

Для каждого классифицируемого объекта O_i необходимо оценить его принадлежность к каждому классу. Эта процедура предполагает сравнение с объектами обучающей выборки каждого класса.

Основная идея алгоритма состоит в том, чтобы использовать для оценивания только набор признаков O_i , у которых имеются исходные значения p . На каждом t -ом такте работы алгоритма всю обучающую выборку необходимо пересортировать относительно имеющегося набора признаков p у O_i , предъявленного для классификации. Тогда может измениться объем обучающей выборки: $\sum_{l=1}^L s_l^t = s^t \leq s$, где s_l^t – объем выборки в классе Z_l , s^t – общий объем выборки после отбора непустых признаков. Поскольку набор признаков для оценивания схожести с объектами каждого класса изменится, то обозначим число абсолютных и ранговых признаков n_1^t и n_2^t соответственно.

Для каждого класса введем следующую величину:

$$\alpha_l^t = \sum_{i=1}^{s_l^t} \prod_{j_1=1}^{n_1^t} \Phi\left(\frac{x_i^{j_1} - x_i^{j_1}}{C^{j_1}}\right) \prod_{j_2=1}^{n_2^t} 1(x_i^{j_2}, x_i^{j_2}), l = \overline{1, L}, \quad (1)$$

конструктивно повторяющую многомерную непараметрическую оценку плотности вероятности Розенблатта – Парзена.

В качестве колоколообразной функции $\Phi(\cdot)$ в (1) могут быть использованы треугольное ядро, усеченная парабола, гауссово ядро, $\cos(\cdot)$, функция Соболева и другие для признаков в абсолютной шкале.

Для ранговых признаков используется индикатор равенства типа Кронекера:

$$1(x_i^{j_2}, x_i^{j_2}) = \begin{cases} 1, & x_i^{j_2} = x_i^{j_2} \\ \delta_{j_2}, & x_i^{j_2} \neq x_i^{j_2} \end{cases}, \quad (2)$$

где $0 < \delta_{j_2} < 1$ – некоторое пороговое значение для каждого признака. Конкретное значение порога подбирается в процессе обучения классификатора. Функции ядра удовлетворяют условиям сходимости непараметрических оценок и подробно рассмотрены в [4].

В случае, если $n_1^t = 0$ или $n_2^t = 0$, результирующее значение произведения ограничивается некоторым пороговым значением снизу (3), чтобы сохранить ненулевое значение другого индикатора. Чем больше отличаются объекты по значениям ранговых признаков, тем ближе все произведение стремится к нулю, уменьшая общий вес влияния точек на присвоение значения класса. Но при этом отличие только в одном признаке не снижает величины оценки общей принадлежности объекта классу.

$$0 < \delta < \prod_{j_2=1}^{n_2^t} 1(x_i^{j_2}, x_i^{j_2}) < 1. \quad (3)$$

Параметр размытости представляет собой вектор (по числу количественных признаков). Оптимизационная процедура настройки параметров алгоритма проводится по числу точек k под колоколообразной функцией, пороговым величинам δ, δ_{j_2} .

Величина α_i^t оценивает принадлежность объекта O_i классу Z_i по исходной выборке.

Для каждого нового объекта O_i , предъявленного для классификации, объем обучающей выборки для вычисления соотношения (1) будет меняться из-за различного набора незаполненных признаков. Таким образом, будет меняться число слагаемых для расчета внутри одного класса объектов. Этот факт отражает адаптивный характер вычислительной процедуры, которая для каждого вновь поступающего на клас-

сификацию объекта использует заново сформированную обучающую выборку из исходной.

Следующим шагом для принятия решения о принадлежности к тому или иному классу становится расчет нормированных оценок β_i^t на основе рассчитанных α_i^t :

$$\beta_i^t = \alpha_i^t / \sum_{l=1}^L \alpha_l^t . \quad (4)$$

Чем вероятнее принадлежность объекта к классу, тем ближе к 1 его значение относительной оценки принадлежности, то есть можно сформулировать решающее правило:

$$O_i \in Z_k \mid \beta_k^t = \max_{l=1,L} (\beta_l^t) . \quad (5)$$

В качестве критерия качества классификатора используется оценка площади под ROC-кривой (AUC).

Численный эксперимент

Без нарушения общности, численное исследование алгоритма проводилось для двух пересекающихся и непересекающихся классов в пространстве признаков. Варианты генерации объектов содержали 7 признаков, из которых 5 – числовых и 2 ранговых. Для оценки точности классификации использовалась кросс-валидация с применением метода Монте-Карло для формирования наборов разбиений на обучающую и тестовую выборки так, чтобы доли объектов разных классов соответствовали соотношению их объемов в исходных выборках. Были сгенерированы экзаменующая и обучающая выборки. Результаты содержат минимальное, максимальное и среднее значения AUC.

Первый тип выборки соответствовал непересекающимся классам, подавался на вход алгоритму в трёх вариантах:

- выборка с непересекающимися классами без пропусков;
- выборка с непересекающимися классами при наличии случайных пропусков (рис. 1, а);
- выборка с непересекающимися классами при наличии случайных последовательно попарно непересекающихся пропусков (рис. 1, б).

Последний вариант также исключает возможность полного отсутствия информации для выборок с числом признаков до трёх. На рис. 1 приведен пример генерации пропусков на примере четырёх признаков, в качестве столбцов отображены признаки, строки – объекты выборки. Пропуски отмечены белым цветом.



Рис. 1. Пример выборки при наличии случайных пропусков

Доля пропусков в обоих вариантах составляла 10 % для каждого признака. Таблица содержит результаты настройки числа точек под функцией ядра, δ в силу небольшого числа признаков была принята $\delta_{J_2}^{n_2}^*$, $\delta_{J_2} = 0.01$. Первоначальная отладка алгоритма проводилась на выборке из 3 численных признаков, результаты которой приведены в таблице.

Выборка объектов с 3 признаками и непересекающимися классами

k	5	10	20	30	39
AUC	Выборка с непересекающимися классами без пропусков				
	1	1	1	1	1
	Выборка с непересекающимися классами при наличии случайных пропусков				
	0.886	0.982	0.999	0.9965	0.841
	Выборка с непересекающимися классами при наличии случайных последовательно попарно непересекающихся пропусков				
	0.911	0.9915	0.99899	0.9957	0.8346

Второй тип выборки содержал пересечение классов объемом 7 % от объема исходной выборки и имел размерность 7 (5 численных и 2 ранговых признака), $s = 500$. Результаты классификации по выборке второго типа при наличии пропусков в условиях, описанных выше, представлены на рис. 2, где изображена динамика изменения AUC (диапазона и средне-

го значения) в зависимости от числа точек k под ядерной функцией. Среднее значение точности имеет стабильное положение, а с учетом разброса AUC лучшие значения k находятся в диапазоне [169; 178].

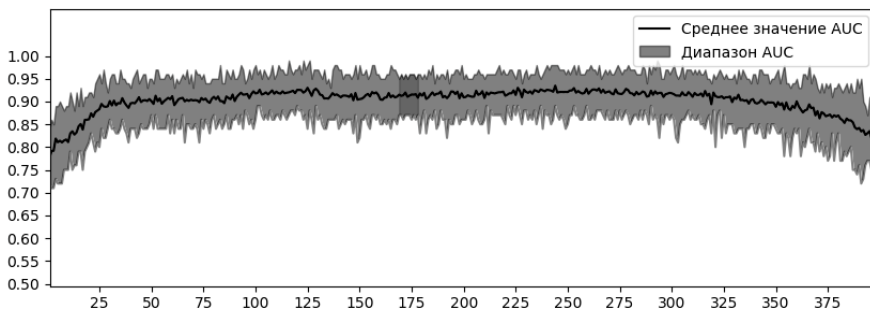


Рис. 2. Динамика изменения AUC в зависимости от числа точек под колоколообразной функцией ядра

Заключение

Предложенный алгоритм возможно применить для решения задачи классификации объектов при наличии пропусков в исходных данных. При этом алгоритм не требует этапа заполнения пропусков, следовательно, на его результат не влияют смещенности оценок восстановленных значений пропусков. Комплексное изучение особенностей поведения алгоритма требует сравнения с традиционными подходами. Дальнейшее развитие алгоритма предполагается направить на формулировку критериев выделения значимых признаков или их наборов для задачи классификации с учителем в условиях исходных измерений с пропусками.

ЛИТЕРАТУРА

1. *García-Laencina, P.J., Sancho-Gómez, J.L. & Figueiras-Vidal A.R.* Pattern classification with missing data: a review // *Neural Comput. & Applic.* 2010. V. 19. Iss. 2. P. 263–282. DOI 10.1007/s00521-009-0295-6.
2. *Li Y.Y., Parker L.E.* Classification with missing data in a wireless sensor network // *IEEE Southeast Con.* 3–6 April 2008. P. 533 – 538.
3. *Zhang S., Jin Z., Zhu X.* Missing data imputation by utilizing information within incomplete instances // *J. Systems and Software.* March 2011. V. 84. Iss. 3. P. 452–459.
4. *Härdle W., Linton O.* *Applied Nonparametric Methods* // Cowles foundation for research in economics at Yale university, New Haven, Connecticut. 1994. 44 p.

Метод обобщенных оценок на примере диагностики степени тяжести течения острого панкреатита

Д.В. Семенова^{1,2}, Е.Е. Голденок^{2,1}

¹ Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия,

² Красноярский государственный медицинский университет им. профессора В.Ф.Войно-Ясенецкого, г. Красноярск, Россия

Современные методы интеллектуального анализа данных активно используются в различных системах поддержки принятия врачебных решений. Особый интерес вызывают методы анализа данных в клинической диагностике, направленные на обнаружение скрытых закономерностей в данных медицинских обследований пациентов. Постановка диагноза на основе имеющихся данных о пациенте, как правило, сводится к задаче классификации в разнотипном признаковом пространстве. Большинство существующих методов многомерной классификации разнотипных данных используют различные меры сходства [1], которые являются относительными величинами и зависят от близости объекта к определенному классу. В [2–5] предложен метод вычисления агрегированных обобщённых показателей (оценок), которые не имеют явных единиц измерений. Суть метода – приведение к соразмерному виду признаков, измеренных в разных видах шкал. При этом, безусловно, происходит некоторое ослабление количественных и усиление номинальных шкал, что приводит к некоторому искажению исходной информации о классифицируемых объектах, но зато позволяет преодолеть проблему измерения несравнимых величин. Метод обобщенных оценок позволяет также выделить из множества признаков наиболее информативные и, следовательно, решить еще одну задачу многомерной классификации – задачу сокращения признакового пространства. В работе рассматривается метод обобщенных оценок [2] при обработке медицинских данных на примере дифференциальной диагностики степени тяжести течения острого панкреатита.

Метод обобщённых оценок Н.А. Игнатьева

В серии работ Н.А. Игнатьева [2–5] на основе агрегированной обобщённой оценки предложен метод алгоритмического ранжирования (без участия экспертов) объектов классов в разнотипном признаковом

пространстве и метод конструирования нового двумерного признакового пространства. Подробное теоретическое обоснование метода и алгоритмов представлены в работах [2–5].

В методе используются следующие предположения [2, 3]: задача сводится к двухклассовой задаче распознавания (объекты одного класса противопоставляются объектам другого); отсутствуют классы аналитических функций для восстановления зависимостей в разнотипном признаковом пространстве.

Пусть O – множество допустимых объектов, где каждый объект $o \in O$ характеризуется своим признаковым описанием – вектором $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_l, x_{l+1}, \dots, x_m)$. Признак x_i принимает значения из множества X_i . Без ограничения общности, будем считать, что первые l признаков измерены в интервальных шкалах (здесь $X_i \subseteq \mathbb{R}$), а остальные $m - l$ признаков являются качественными, т.е. измерены в номинальных шкалах (в этом случае X_i – некоторое конечное множество, чаще всего $X_i = \{0, 1\}$). Пусть $S = \{(\mathbf{x}_i, k_i) : \mathbf{x}_i \in \mathbf{X}, k_i \in K, i = \overline{1, 2}\}$ – множество

объектов, разделенных на два непересекающихся класса K_1 и K_2 . Обобщённая оценка есть отображение объектов $o \in S$ на числовую шкалу посредством функционала $F(o, \Omega)$, где Ω – множество параметров. Требуется определить значения параметров Ω , при которых $\min_{o \in K_1} F(o, \Omega) - \max_{o \in K_2} F(o, \Omega) \rightarrow \max$. Для каждого объекта $o \in S$ вычисля-

ется обобщённая оценка в виде $R(o) = R_1(o) + R_2(o)$, где $R_1(o)$ – обобщённая оценка объекта $o \in S$ по всем количественным признакам, $R_2(o)$ – обобщённая оценка объекта $o \in S$ по всем номинальным признакам. Последняя называется суммой вкладов номинальных признаков в обобщённую оценку [2, 3].

Для вычисления обобщённой оценки $R_1(o)$ произвольного объекта $o \in S$ по всем количественным признакам используется функционал

$$R_1(o) = \sum_{j=1}^l \omega_j t_j \frac{x_j - c_j}{b_j - a_j}, \text{ где значения элементов вектора } T = (t_1; \dots; t_l),$$

$t_j \in \{-1; 1\}$, определяются как решение многоэкстремальной задачи $\min_{o \in K_1} R(o) - \max_{o \in K_2} R(o) \rightarrow \max$; точка c_j образует такое разбиение интер-

вала $[a_j, b_j]$ значений признака x_j , что в $[a_j, c_j]$ доминируют значения класса K_1 , а в интервале $(c_j, b_j]$ – значения класса K_2 , при этом ω_j – максимальное значение критерия, по которому производилось разбиение. В качестве критерия используется произведение мер внутриклассового сходства и межклассового различия [2–5].

Для вычисления обобщенной оценки номинальных признаков $R_2(o)$ произвольного объекта $o \in S$ вычисляют вес каждого признака, как произведение мер внутриклассового сходства и межклассового различия, учитывая значения градаций, находят его вклад в оценку $R_2(o)$, которая представляет собой сумму вкладов всех номинальных признаков. Вычисленные вклады «переводят» признак из номинальной шкалы в интервальную.

Для визуализации разнотипного пространства применяется метод сокращения признакового пространства [3]. Выбранные пороговые значения интегрального показателя делят множество объектов обучающей выборки на 3 непересекающихся подмножества: $S = L_1 \cup L_2 \cup L_3$. Снова вычисляются интегральные оценки для каждого объекта из множества $o \in L_1 \cup L_3$, которые обозначаются $Q_1(Y_i)$, $Y_i \in L_1 \cup L_2$, и для каждого объекта из множества L_2 , которые обозначаются $Q_2(Y_j)$, $Y_j \in L_2$. Затем для всех объектов $o \in S$ вычисляются два интегральных показателя: $Q_1(Y_i)$, $Y_i \in S$, и $Q_2(Y_i)$, $Y_i \in S$. Таким образом, каждому объекту из обучающей выборки ставится в соответствие точка в новом двумерном признаковом пространстве $Q_1 \times Q_2$, которое представляет собой проекцию m -мерного признакового пространства на плоскость $Q_1 \times Q_2$.

Вычислительные эксперименты

Разработана программа реализации метода обобщенных оценок и визуализации нового признакового пространства. Информационную базу исследования составили обезличенные данные, предоставленные ООО "Ар ди сайнс" (Research. Development. Science) для создания и тестирования учебных моделей оценки степени тяжести ОП. Обучающая выборка сформирована по результатам клинических, лабораторных и инструментальных исследований 60 пациентов. Каждый объект вы-

борки (пациент) описан 24 количественными и 14 номинальными признаками. Среди количественных признаков возраст, данные аускультации (САД и диастолическое АД, ЧДД, ЧСС, температура тела), клинического анализа крови (тромбоциты, эритроциты, лейкоциты, лимфоциты моноциты, Ht, гемоглобин, тромбоцит, СОЭ, уровень калия), биохимического анализа крови (амилаза, глюкоза, билирубин, УЗИ (размеры головки, тела и хвоста ПЖ, её контуры, структура и экзогенность АСТ) и другие. Среди номинальных признаков – данные клиники: наличие энцефалопатии, сниженный диурез, жидкость в брюшной полости, притупление тона. Кроме того, для каждого пациента установлена одна из трех степеней тяжести заболевания (1 – легкая, 2 – средняя, 3 – тяжелая). К классу K_1 отнесены пациенты с первой степенью тяжести острого панкреатита, к классу K_2 – пациенты со второй и третьей степенью тяжести. Это связано с тем, что как тяжёлый (3-я степень), так и среднетяжёлый острый панкреатит (2-я степень) подлежат обязательному направлению в отделение реанимации и интенсивной терапии, поскольку результаты лечения зависят от срока их начала. Остальным пациентам (лёгкий острый панкреатит) показана госпитализация в хирургическое отделение.

Отображение выборки на числовую шкалу производилось функционалом $R(o)$. Из значений обобщённых оценок 60 пациентов по $R(o)$ была построена упорядоченная по убыванию последовательность. В локальную область L_1 вошли объекты этой последовательности с 1 по 16, в L_3 – соответственно с 50 по 60. Все оставшиеся пациенты вошли в область L_2 . Для каждого объекта $o \in S$ вычисляются обобщенные оценки $Q_1(Y_i)$, $Y_i \in L_1 \cup L_2$, $Q_2(Y_j)$, $Y_j \in L_2$, и осуществляется отображение S на плоскость $Q_1 \times Q_2$.

На рис 1. представлены результаты конструирования нового признакового пространства для обучающей (а) и контрольной выборки (б). Визуализация признакового пространства позволяет проводить фильтрацию объектов в выборках [3].

Новое признаковое пространство может быть использовано для построения решающих правил. В качестве решающего правила классификации выбран знак обобщённой оценки $R(o)$: все объекты, имеющие положительную обобщённую оценку, относятся к первому классу,

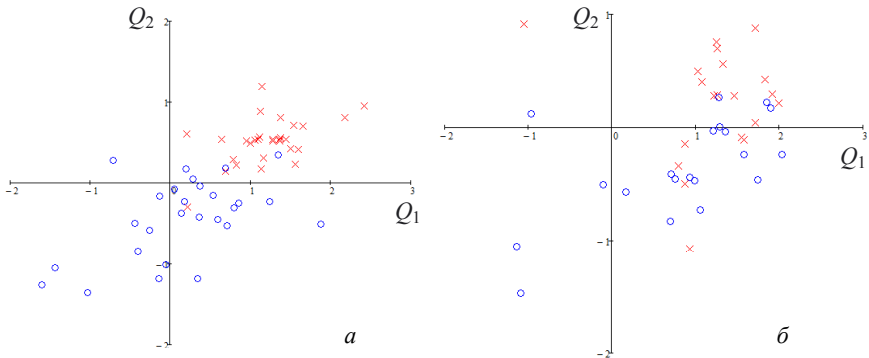


Рис. 1. Визуализация признакового пространства: *a* – для обучающей, *б* – контрольной выборки. Здесь \times – пациенты с 1-й степенью тяжести острого панкреатита, \bullet – пациенты с тяжёлой (3 степень) и среднетяжёлой (2 степень) степенью тяжести острого панкреатита.

остальные – ко второму. Найденные по обучающей выборке параметры модели (веса количественных признаков, вектор – оптимальное решение, веса номинальных признаков) применены для вычисления обобщённых оценок объектов контрольной выборки, состоящей из 40 объектов. По решающему правилу построена классификация контрольной выборки. Из 20 объектов класса K_1 неправильно распознаны 5 объектов. Число ошибок для класса K_2 составило 1 из 20.

Заключение

Метод обобщённых оценок заключается в нахождении оптимального по суммарному весу набора признаков, обеспечивающего различимость объектов. Обобщённая оценка представляет собой сжатое описание объекта, на основании которого формируется решающее правило классификации. Вычислительные эксперименты показали, что рассмотренный метод даёт приемлемые результаты при хорошей разделимости классов в обучающей выборке. Таким образом, можно говорить о целесообразности использования метода обобщённых оценок для выявления закономерностей в медицинских данных и в системах поддержки принятия врачебных решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Бухитабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с.
2. Игнатъев Н.А. Вычисление обобщенных показателей и интеллектуальный анализ данных // Автоматика и телемеханика. 2011. № 5. С. 183–190.
3. Игнатъев Н.А. О конструировании признакового пространства для поиска логических закономерностей в задачах распознавании образов // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17. № 4. С. 56–62.
4. Игнатъев Н.А. Обобщенные оценки и локальные метрики объектов в интеллектуальном анализе данных. Монография. Ташкент: Издательство «Университет», 2014. 72 с.
5. Игнатъев Н.А., Мадрахимов Ш.Ф. Устойчивость и обобщенные оценки классифицированных объектов в разнотипном признаковом пространстве // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16. № 2. С. 70–77.
6. Мадрахимов Ш.Ф., Розыходжаева Г.А. Построение нечетких правил вывода для диагностики нестабильности атеросклеротической бляшки // Врач и информационные технологии. 2018. № 3. С. 81–88.
7. Берестнева О.Г., Муратова Е.А., Янковская А.Е. Анализ структуры многомерных данных методом локальной геометрии // Известия Томского политехнического университета. 2003. Т. 306. № 3. С. 19–23.
8. Беганская Л.А., Кишкун А.А. Диагностика острого панкреатита с позиций доказательной медицины // Медицинский алфавит – 2017. Т. 4. № 28. С. 31–38.
9. Богданов С.Н., Бабаев С.Ю., Стражнов А.В. и др. Клинико-морфологическая классификация острого панкреатита и его осложнений // Изв. вузов. Поволжский регион. 2016. Т. 4. № 40. С. 109–121.

Визуализация и анализ массивов данных при моделировании поведения графена во внешнем электрическом поле¹

А.А. Трунов, Р.Д. Аль-Карави, Т.Т. Веревин,
Н.А. Новиков, А.Д. Панферов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, г.Саратов, Россия

Современные вычислительные ресурсы позволяют «из первопринципов» проводить моделирование сложных физических явлений и процессов. При этом могут генерироваться очень большие объёмы информации. Такие массивы данных требуют представления в форме, обеспечивающей их анализ и адекватное восприятие.

В представленной работе предметом исследования являются результаты моделирования поведения графена во внешних электрических полях. Основой модели служит квантовое кинетическое уравнение (КУ) [1]. Оно определяет эволюцию во времени функции распределения носителей заряда в этом материале. При численном воспроизведении характеристик модели приходится работать с трехмерными массивами больших размеров. Были разработаны и реализованы процедуры работы с моделью на параллельных вычислительных системах, накопления и визуализации получаемых данных.

Постановка задачи

Для моделирования процессов, происходящих в графене в результате действия на него внешнего электрического поля, оказался продуктивным подход, основанный на квантовой кинетической теории [1]. Он позволяет получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), определяющих эволюцию во времени функции распределения носителей заряда $f(p_1, p_2, t)$ и других квантовых корреляторов в любой точке импульсного пространства. Поведение решений определяется законом дисперсии носителей заряда, параметрами действующего электрического поля и выбором конкретных значений для пары координат $\{p_1, p_2\}$ [1–3]. Аналитическое решение уравнений такого типа

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 18-07-00778.

возможно только для отдельных специальных форм зависимости $E(t)$ [4]. В общем случае необходимо использовать численные методы. Например, для электрического поля

$$\begin{aligned} E_1(t) &= E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1) \exp(-t^2 / 2\tau^2), \\ E_2(t) &= E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2) \exp(-t^2 / 2\tau^2), \end{aligned} \quad (1)$$

описывающего достаточно общий вид электромагнитного импульса с циклической частотой ω , произвольной поляризацией, характерным временем действия τ и амплитудами компонент E_{01}, E_{02} . С использованием такого определения электрического поля можно моделировать действие на графен лазерных импульсов оптического и инфракрасного диапазона или радиоимпульсов терагерцового диапазона, активно исследуемое экспериментально [5–7].

Получив в результате численных расчетов достаточно полную и точную информацию о $f(p_1, p_2, t)$, можно воспроизводить наблюдаемые характеристики

$$\begin{aligned} n(t) &= 4 \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} f(p_1, p_2, t), \\ j_i(t) &= 8e \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} \frac{p_i - \frac{e}{c} A_i(t)}{\varepsilon(p_1, p_2, t)} f(p_1, p_2, t), \end{aligned} \quad (2)$$

представляющие из себя поверхностную плотность носителей заряда и компоненты поверхностной плотности тока. В этих выражениях e – элементарный заряд, c – скорость света, $A_i(t)$ – компонента векторного потенциала электрического поля и $\varepsilon(p_1, p_2, t)$ – энергия носителей заряда.

Исследование поведения эволюции функции распределения $f(p_1, p_2, t)$

Проблемой является высокая вычислительная сложность получения точных значений интегральных характеристик (2). Ресурсоёмким процессом является воспроизведение $f(p_1, p_2, t)$ для любой выбранной точки $\{p_1, p_2\}$, поскольку подразумевает численное решение достаточно сложной системы ОДУ. Подробно этот вопрос исследовался в [2], и

возможности оптимизации этой процедуры реализованы полностью. В свою очередь, численное интегрирование выражений (2) требует точного воспроизведения зависимости функции распределения от p_1 и p_2 для любого рассматриваемого момента времени. Благодаря возможности вычислять $f(p_1, p_2, t)$ для любой пары $\{p_1, p_2\}$ независимо, задача может эффективно распараллеливаться. Но вычислительные ресурсы массово – параллельных систем не бесконечны и не бесплатны. Это ставит вопрос об оптимальном выборе плотности расчетной сетки в импульсном пространстве.

Фактическое поведение функции распределения в импульсном пространстве определяется зависимостью $E(t)$ и может быть очень разным. Конкретные примеры приведены в [1], а влияние выбора расчетной сетки на результат проиллюстрировано в [3]. Оптимизируя сетку, необходимо обеспечить выполнение противоречивых условий:

а – необходимо минимизировать число расчетных точек;

б – необходимо обеспечить покрытие всей области существования функции $f(p_1, p_2, t)$;

в – необходимо обеспечить плотность точек, достаточную для численного интегрирования выражений (2).

В работах [1–3] предметом исследования было только конечное состояние системы после завершения действия поля (1), т.е. $f(p_1, p_2, t \rightarrow \infty)$. Необходимость рассматривать все время эволюции системы существенно усложняет задачу.

Необходимо было разработать инструменты для сохранения информации об этой эволюции и её последующего анализа. Прототип программы был реализован с использованием пакета Mathematica. Он обеспечивает работу в параллельном режиме. Отладка и тестирование проводилась на рабочей станции с 4-ядерным процессором 3.30 ГГц объёмом ОЗУ 8 Гбайт. На рис. 1 и 2 представлены результаты расчета и визуализации функции распределения $f(p_1, p_2, t)$ для параметров электрического поля, воспроизводящих условия эксперимента [5].

Вычисления проводились на сетке размером 222 точки вдоль оси p_1 и 46 точек вдоль оси p_2 . Обеспечивалась запись значений для 1201 точки по временной оси. Всего в массиве фиксировался ряд параметров для каждого из 12264612 его элементов. Вычисления и визуализация для двух моментов времени потребовали 34 минуты. Приведенные размеры массива близки к пределу возможностей рабочей станции. Тем не менее представленные результаты позволяют сделать ряд полезных выводов.

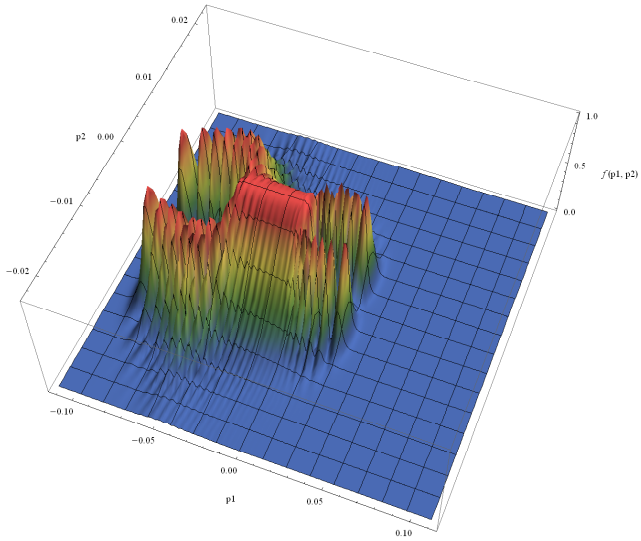


Рис. 1. Функция распределения
в момент максимума поля (1)

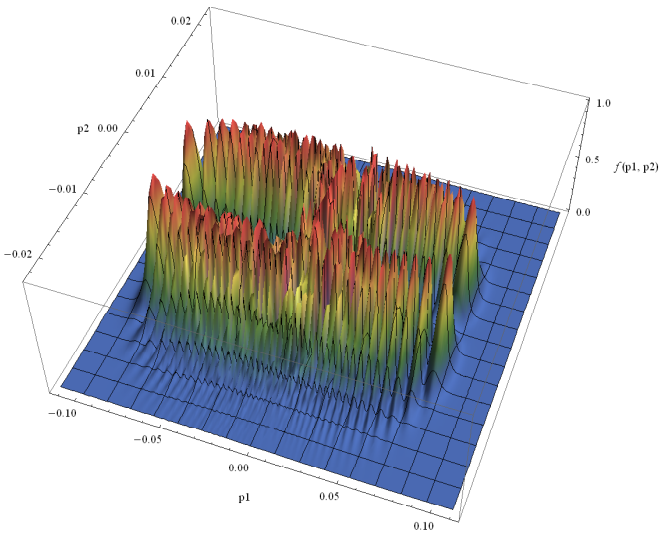


Рис. 2. Функция распределения
при прекращении действия внешнего поля

Вид и область локализации существенно меняются с течением времени, но и в первом, и во втором случае обеспечивается достаточно полное покрытие. Поведение функции распределение сложное, особенно вдоль оси p_1 . Используемая сетка позволяет воспроизвести форму функции распределения, но для вычисления точных значений характеристик (2) необходим переход к более плотной сетке.

Рабочая версия программы была реализована на Си. Процедуры интегрирования КУ используют библиотеку GSL. Распараллеливание работы с отдельными узлами сетки обеспечивается MPI и позволяет масштабировать процесс вычислений в зависимости от имеющихся аппаратных ресурсов.

Заключение

Реализованные программные решения позволяют выполнять визуализацию и первичный анализ больших трехмерных массивов данных, формируемых в процессе моделирование динамических характеристик процесса действия внешнего электрического поля на графен.

Полученные результаты будут использованы для разработки критериев и процедур автоматической оценки точности моделирования и процедур оптимизации расчетной сетки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Smolyansky S.A., Panferov A.D., Blaschke B.D., and Gevorgyan N.T.* Nonperturbative kinetic description of electron-hole excitations in graphene in a time dependent electric field of arbitrary polarization // *Particles*. 2019. No. 2. P. 208–230.
2. *Левенец С.А., Веревин Т.Т., Маханьков А.В., Панферов А.Д., и Пирогов С.О.* Моделирование динамики безмассовых носителей заряда в двумерной системе // *Компьютерные науки и информационные технологии: материалы Международной научной конференции*. Саратов: Изд. центр «Наука», 2018. С. 242–245.
3. *Panferov A., Makhankov A.* Simulation of the affect of short optical pulses on graphene // *Program Systems: Theory and Applications*. 2019. No. 1(40). P. 47–58.
4. *Adorno T.C., Gavrilov S.P., and Gitman D.M.* Exactly solvable cases in QED with t-electric potential steps // *Int. Journ. Mod. Phys. A* 32 (18) (2017) 1750105.
5. *Bowlan P., Martinez-Moreno E., Reimann K., Elsaesser T., and Woerner M.* Ultrafast terahertz response of multilayer graphene in the nonperturbative regime // *Phys.Rev. B* 89, 041408(R) (2014).
6. *Taucer M., Hammond T.J., Corkum P.B., and Vampa G.* Nonperturbative harmonic generation in graphene from intense midinfrared pulsed light // *Phys.Rev. B* 96, 195420 (2017).
7. *Baudisch M., Marini A., Cox J.D., Zhu T., Silva F., Teichmann S., Massicotte M., Koppens F., Levitov L.S., García de Abajo F.J., and Biegert J.* Ultrafast nonlinear optical response of Dirac fermions in graphene // *NATURE Communications* (2018) 9:1018.

Визуализация пространственных структур (био)макромолекул: построение «гипсометрических» карт¹

С.В. Филиппов¹, Р.В. Полозов², В.С. Сивожелезов³

¹ИМПБ РАН – филиал ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Пущино, Россия

²ИТЭБ РАН, г. Пущино, Россия, ³ИБК РАН, г. Пущино, Россия

Современные средства молекулярного моделирования используют, как правило, трёхмерное представление объектов. Однако, несмотря на множество достоинств, оно обладает и очевидными недостатками, в числе которых принципиальная невозможность одномоментного показа ключевой характеристической информации для всех структурных единиц макромолекулы. Между тем, именно такого рода визуализация необходима сравнительному анализу конформационных особенностей (био)макромолекул и небиологических наноструктур.

К числу недостатков трёхмерной визуализации можно причислить и необходимость навигации в виртуальном 3D-пространстве, нацеленной на поиск удачного ракурса, наилучшим образом передающего структурные особенности молекулярной системы, и необходимость в непрерывном изменении точки наблюдения, усиливающем объёмное восприятие 3D-структур на двухмерном экране компьютера. Из последнего обстоятельства следует ещё один недостаток трёхмерного отображения – привязка исследователя к вычислительной машине и высокие требования к её производительности.

В то же время доступные и удобные для восприятия методы представления трёхмерных поверхностей были разработаны в картографии очень давно. Прежде всего это всевозможные методы развёртки и проецирования 3D-поверхности на плоскость [1, 2]. Последние, по нашему мнению, могут быть применены и для представления в виде плоских изображений (карт) таких пространственных структур, как (био)макромолекулы и наноструктуры. Использование же карт для анализа особенностей пространственной организации 3D-структур, помимо удобства восприятия большого массива информации, способно дать исследователю и иное качество её представления, так как аналитическая со-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-07-00354 А).

ставляющая нередко заключается и в самом способе условного представления ряда значимых для понимания структуры характеристик.

Постановка задачи

Нами была сформулирована задача по разработке методов графического 2D-представления (био)молекулярных структур в виде «гипсометрических» карт – то есть, изображений с горизонталями (изогипсами), соответствующими интервалам на шкале сечения с раскраской по высотным ступеням [3].

Данный способ представления рельефа трёхмерной поверхности способен как отображать взаимное расположение атомов посредством проецирования обозначающих их геометрических форм (сфер) на поверхность карты, так и передавать их взаиморасположение по глубине через цветовое кодирование кратчайшего расстояния от центра атома до заданной в пространстве точки или оси проекционного цилиндра. Кодирование расстояния цвет выбирается в соответствии с нормализованным расстоянием, откладываемым на градиентной цветовой шкале. Он используется при закрашивании областей на карте, образуемых проекциями соответствующих атомам модели сфер.

Методы построения «гипсометрических» карт

В качестве программной платформы для построения «гипсометрических» карт был выбран свободный 3D-редактор Blender [4]. Этот выбор был обусловлен как свойствами самого программного пакета, так и нашими собственными наработками по построению динамических молекулярных моделей в его среде [5–7].

В качестве способов проецирования нами была выбрана равнопромежуточная (*Equiangular*, в редакторе Blender) проекция [8] и простое цилиндрическое проецирование.

Первый тип проецирования необходим тогда, когда наблюдателю нужно оценить пространственную конфигурацию группы атомов с позиции одного из атомов, например, активного центра. В этом случае сходящиеся в одной точке пространства (заданной положением виртуальной камеры) проецирующие лучи создают «гипсометрическую» карту с корректными относительными расстояниями всех атомов активного центра.

Равнопромежуточное проецирование является одним из стандартных методов, встроенных в штатную систему рендеринга Blender – Cycles.

«Гипсометрическая» карта с цветовым обозначением расстояний от каждого атома до точки проецирования формируется на этапе «пост-обработки» посредством построенной нами узловой сети (рис. 1).

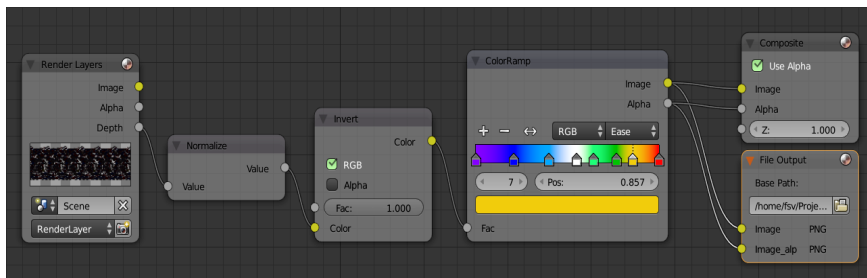


Рис. 1. Конвейер, преобразующий в цвет расстояние от каждого объекта (атома) до точки проецирования (камеры), получаемое у системы рендеринга Blender. Узел *Normalize* приводит значения расстояний от камеры до каждого объекта сцены к диапазону 0–1. Узел *Invert* позволяет трактовать расстояние в привычном для картографии смысле «высоты» (чем ближе атом к камере, тем он «выше» на карте). Узел *ColorRamp* выполняет роль передаточной функции, назначаящей каждому расстоянию значение цвета, определённое на градиентной шкале. Полученная в ходе «пост-обработки» «гипсометрическая» карта выводится в окно штатного Blender-редактора UV/Image Editor (узел *Composite*) или сохраняется вместе с соответствующей вспомогательной картой прозрачных зон (*Alpha*) в графическом PNG-файле (узел *File Output*)

Простое цилиндрическое проецирование необходимо для построения «гипсометрических» карт молекулярных моделей, обладающих ярко выраженной осевой симметрией. Например, фрагментов ДНК, мембранных белков – ионных каналов или наноструктур, относящихся к нанотрубкам. Для представления конформационных особенностей таких структур важен расчёт кратчайшего расстояния от каждого атома до оси симметрии макромолекулы или до оси проекционного цилиндра, поскольку в этом случае «высоты» атомов корректны относительно друг друга.

Таким образом, нами был разработан и реализован метод, состоящий из этапов, выполняемых написанной нами Python-программой, строящей молекулярную модель [5, 6]:

1. Расчёт кратчайшего расстояния от центра каждого атома до прямой, заданной двумя произвольными точками на ней. Точки, могут быть заданы и посредством указания PDB-номеров двух атомов. В этом

случае расстояния от каждого атома до прямой рассчитываются для каждого из конформационных состояний макромолекулы. Соответственно в подвижной системе «гипсометрическая» карта всегда отражает относительные изменения в конформации макромолекулы.

2. Конструирование узловой материала для каждого атома, в котором нормализованное кратчайшее расстояние от него до заданной прямой сохраняется в поле «*Fac:*» узла *ColorRamp* (рис. 2) и тут же преобразуется в соответствующий значению расстояния цвет. В каждом из конформационных состояний расстояние «фиксируется» в виде ключевого кадра анимации (жёлтый цвет поля «*Fac:*» на рис. 2).

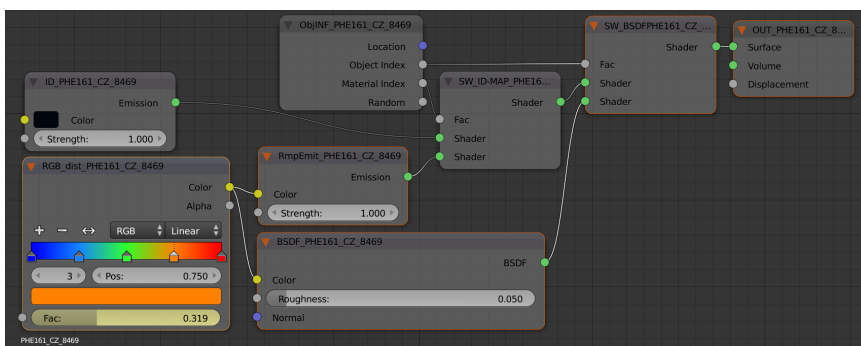


Рис. 2. Пример узловой сети материала атома Cζ 8469 в составе фенилаланина 161, определяющей цвет атома. Узел *RGB_dist* выполняет роль передаточной функции, назначающей расстоянию цвет, определённый на градиентной шкале. Узел *RmpEmit* – шейдер, равномерно (без учёта освещения) окрашивающий объект, представляющий атом, цветом, кодирующим расстояние. Узел *BxDF* – шейдер диффузной поверхности, который окрашивает атом цветом, кодирующим расстояние, но с учётом освещения сцены. Он позволяет получать «гипсометрическую» карту с объёмным отображением сфер, представляющих атомы

Цилиндрическое проецирование основано на фиксации отражений, отбрасываемых объектами сцены на поверхность проекционного цилиндра, и выполняется следующим образом:

1. Создаётся низкополигональный геометрический объект (цилиндр), поверхность которого будет использована для проецирования на неё «гипсометрической» карты.

2. Созданный объект располагается в полости, карту которой нужно создать, или, наоборот, – вокруг макромолекулы, внешнюю поверх-

ность которой необходимо представить в виде «гипсометрической» карты.

3. Нормали поверхности проецирования обращаются в сторону проецируемых объектов.

4. В редакторе Blender UV/Image Editor создаётся объект-изображение «гипсометрической» карты и выполняется её UV-развёртка на поверхности объекта проецирования.

5. Для объекта проецирования создаётся материал, обеспечивающий полное отражение в нём окружающих объектов (рис. 3). В качестве текстуры указывается созданная UV-карта (узел *UV Map*) и созданное объект-изображение (узел *Image Texture*).

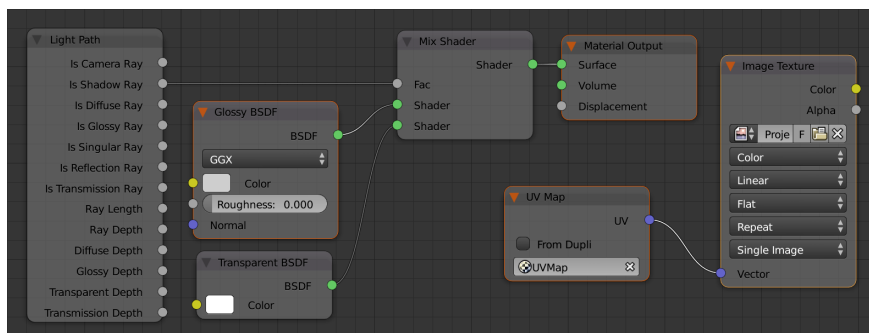


Рис. 3. Пример узловой сети материала, предназначенного для отражения на поверхности объекта проецирования окружающих объектов и формирования «гипсометрической» карты. Узлы *Light Path* и *Transparent BSDF* делают объект проецирования прозрачным для теневых лучей – для того, чтобы он не мешал прохождению лучей от источников света

6. Производится настройка параметров рендеринга и выполняется «запекание» (*Bake*) отражений окружающих объектов в текстуре объекта проецирования, которая и является «гипсометрической» картой.

Заключение

Мы предлагаем использовать «гипсометрические» карты для представления и анализа пространственной организации (био)макромолекулярных и небиологических наноструктур. Особенно полезны такие карты для структур, имеющих цилиндрическую симметрию (многие мембранные белки и нанотрубки). Наш метод удобен для исследований

молекулярных структур, содержащих труднодоступные для визуального анализа сайты связывания. Он позволяет разместить проекционную поверхность в полости молекулярной модели и получить конформационную карту для визуальной оценки сайта связывания по его доступности молекулам-лигандам или канала по прохождению через него специфических молекул/ионов.

Одна из важнейших функций предлагаемых нами «гипсометрических» карт – дать возможность более чётко, чем это делается в настоящее время, формулировать задачи вычислительного и математического моделирования связи между структурой и функцией биологических макромолекул, что должно значительно сократить число и длительность вычислительных экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бугаевский Л.М.* Математическая картография. М.: Златоуст, 1998. 400 с.
2. *Серпинас Б.Б.* Математическая картография. М.: Академия, 2005. 336 с.
3. *Салищев К.А.* Картоведение. 3-е изд. М.: Изд-во Московского университета, 1990, 400 с.
4. Сайт программы 3D-моделирования, анимации и рендеринга – Blender. URL: <https://www.blender.org> (дата обращения: 15.04.2019).
5. *Филиппов С.В.* Программная платформа Blender как среда моделирования объектов и процессов естественно-научных дисциплин // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018, № 230, 42 с., doi:10.20948/prepr-2018-230. URL: http://keldysh.ru/papers/2018/prep2018_230.pdf (дата обращения: 28.11.2018).
6. *Филиппов С.В., Сивожелезов В.С.* Метод построения динамических молекулярных моделей в среде открытой 3D-платформы Blender на примере β 2-адренорецептора // Доклады Международной конференции «Математическая биология и биоинформатика» / под ред. В.Д. Лахно. Т. 7. Пущино: ИМПБ РАН, 2018. Статья № e45. doi:10.17537/icmbb18.23.
7. *Филиппов С.В.* Методы работы с динамическими молекулярными моделями, построенными в среде открытого 3D-редактора Blender // Доклады Международной конференции «Математическая биология и биоинформатика» / под ред. В.Д. Лахно. Т. 7. Пущино: ИМПБ РАН, 2018. Статья № e43. doi:10.17537/icmbb18.62.
8. *Руководство* пользователя 3D-редактора Blender 2.79b. URL: <https://docs.blender.org/manual/en/latest/render/cycles/camera.html> (дата обращения: 15.04.2019).

Визуализация макромолекул в 3D-редакторах: метод идентификации атомов на изображениях¹

С.В. Филиппов

ИМПБ РАН – филиал ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Пущино, Россия

Программы 3D-моделирования, анимации и рендеринга, такие, как Blender [1], Autodesk Maya [2], Maxon Cinema 4D [3] и им подобные, используются для моделирования и визуализации макромолекулярных структур достаточно часто [4–6]. Однако будучи изначально ориентированными на создание художественной графики, во всех вышеназванных программах есть определённые трудности с отображением служебной или внутренней информации на результирующих изображениях во время их визуализирующего расчёта (рендеринга).

Между тем, показ такой служебной информации, как, например, имя объекта (атома), исключительно важен. А в случае «картографического» представления структуры макромолекулы, где традиционное обозначение типа атома (химического элемента) с помощью цвета [9] не может быть применено, и вовсе становится критически важным.

Наиболее очевидным способом решения этих проблем является генерация специальных 3D-объектов, идентифицирующих атомы. Например, трёхмерных текстовых меток, располагающихся рядом с идентифицируемыми ими объектами.

Однако данному способу присущ ряд существенных недостатков.

Во-первых, это фактическое удвоение и без того большого числа элементов трёхмерной сцены, которое радикально снижает скорость её визуализации.

Во-вторых, существенные сложности с правильной ориентацией текстовой метки относительно камеры и других объектов сцены.

В-третьих, недоступность оперативной коррекции объектов-меток, визуализированных вместе с молекулярной структурой. Любая корректировка потребует как минимум нового рендеринга сцены, как максимум – значительного объёма работ по выравниванию и подстройке самих меток.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-07-00354 А).

Постановка задачи

Сформулируем следующий набор требований для разработки метода идентификации атомов молекулярных моделей на визуализированных 3D-редактором изображениях:

1. Идентифицирующая атомы информация должна храниться в графических файлах вместе с генерируемым системой 3D-рендеринга изображением. Формат графических файлов должен быть стандартным.

2. Метод идентификации атомов не должен требовать замены штатной системы рендеринга 3D-редактора, поскольку разработка собственного модуля визуализации 3D-сцен, не уступающего штатным модулям любого из 3D-редакторов, является отдельной сложной задачей.

3. Расстановка текстовых меток, идентифицирующих атомы, должна выполняться уже на готовых изображениях под непосредственным контролем пользователя.

4. Метод не должен быть специфичным в отношении одного из 3D-редакторов и соответственно не может быть основан на модификации исходного кода самого 3D-редактора.

Ранее в качестве основной программы 3D-моделирования, анимации и рендеринга нами был выбран Blender [1]. Этот выбор был обусловлен как свойствами самого программного пакета, так и нашими собственными наработками по построению динамических молекулярных моделей в его среде [6–8]. Соответственно разработку методов идентификации атомов на визуализированных изображениях макромолекулярных структур было решено вести на этой платформе.

Метод идентификации атомов на визуализированных в Blender изображениях макромолекулярных структур

В основу предлагаемого нами метода идентификации атомов было решено положить принцип «параллельных слоёв» изображения. Иными словами, метод предполагает генерацию 3D-редактором как основного изображения, так и вспомогательного, содержащего идентификационную информацию в закодированном виде. Это потребует как минимум двух «проходов рендеринга» – одного для визуализации макромолекулярной структуры, а второго – для вывода в графический файл идентифицирующих атомы кодов, но зато позволит использовать для записи изображений любой стандартный формат графических файлов.

Из соображений компактности было решено использовать 8-битный RGB-формат, и потому для хранения идентификационного кода одного атома нам доступны три 8-битных числа (или одно 24-битное).

Фактически идентификатор атома представляет собой RGB-цвет, называемый в дальнейшем «кодовым цветом». Мы решили воспользоваться этим и обеспечить максимально возможное соответствие идентифицирующего изображения схеме цветовых обозначений химических элементов – СРК [9]. Для этого часть идентификатора (по три старших бита от каждой цветовой компоненты) была отведена для хранения цвета, обозначающего тип атома (рис. 1). Этот цвет одинаков у всех атомов, принадлежащих одному и тому же химическому элементу.

Оставшиеся $3 \cdot 5 = 15$ бит отведены для идентификатора атома, уникального в пределах группы атомов одного типа.

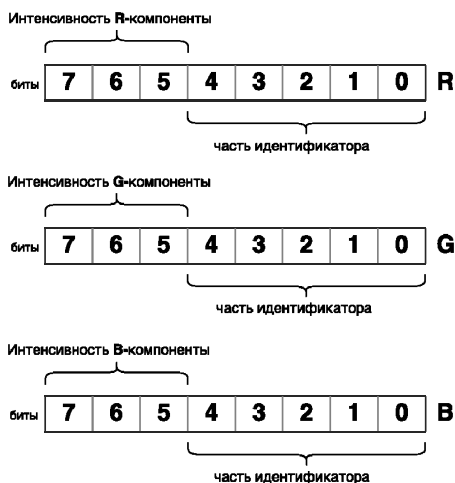


Рис. 1. Схема «упаковки» идентификационных данных атомов в RGB-поля графического файла. Размещение «цветовой» информации в старших частях байтов призвано сделать цветовой тон, назначенный атомам данного типа, доминирующим при любых значениях идентификаторов

Таким образом, наш метод идентификации позволяет работать с макромолекулярными структурами, в которых задействовано не более

512 типов атомов, обозначенных 512 цветовыми оттенками, а число атомов одного типа не превышает 32 768.

Поддержка вышеописанного метода была реализована нами в Python-программе, строящей динамические молекулярные модели в среде 3D-редактора Blender [6–8]. В основном она состоит в генерации «кодового цвета» и сохранении его в назначенном атому материале и текстовом файле – таблице соответствия идентификационных кодов PDB-обозначениям атомов.

Получившийся «кодовый цвет», помимо записи в текстовый файл (таблицу соответствия идентификаторов PDB-обозначениям атомов), записывается в поле *Color* шейдера *Emission*, входящего в узловую сеть (рис. 2) назначенного каждому атому материала. Он определяет цвет поверхности сферы атома во время рендеринга идентифицирующего изображения.

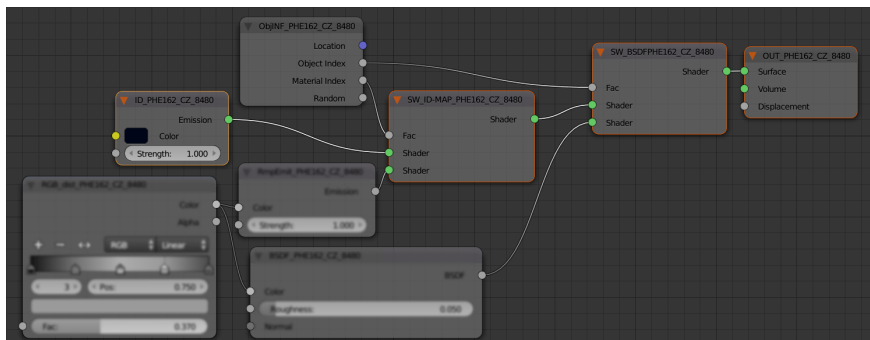


Рис. 2. Пример узловой сети материала одного из атомов. Узел *ID_* – шейдер, равномерно окрашивающий объект – сферу атома «кодовым цветом», однозначно идентифицирующим его согласно кодовой таблице, сохранённой в текстовом файле. Узлы *ObjINF_* и *SW_* выполняют роль переключателей, позволяющих выбирать способ окрашивания атома: «идентификационным цветом» или цветом, кодирующим расстояние от центра атома до поверхности его проецирования

Для наглядной идентификации атомов на изображениях макромолекулярных структур, визуализированных в Blender, нами была написана служебная Python-программа (рис. 3).

В качестве входных данных программа принимает:

1. Текстовый файл (таблицу соответствия «кодового цвета» PDB-обозначению атома).

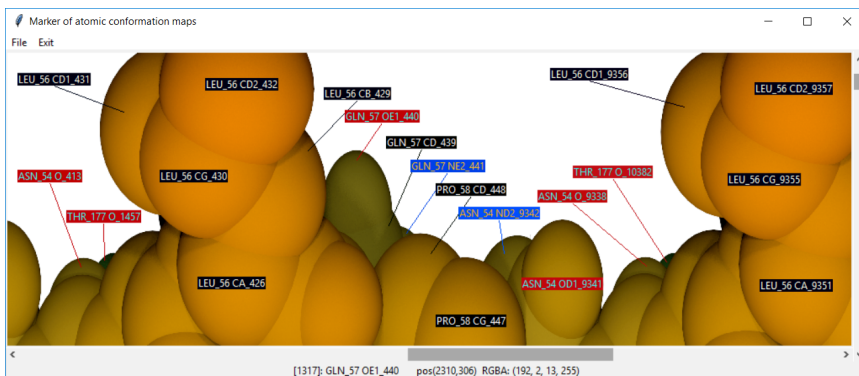


Рис. 3. Интерфейс служебной программы, предназначенной для маркировки атомов

2. Графический файл, содержащий основное изображение визуализированной в Blender макромолекулярной структуры.

3. Графический файл, содержащий «параллельное» основному изображению, где изображения атомов окрашены в «кодовые цвета»

В окне программы пользователь указывает на атом, который нужно идентифицировать, с помощью щелчка левой кнопки мыши. Вторым щелчком пользователь указывает место, где следует отобразить текстовую метку, идентифицирующую атом.

Изображение с нанесёнными на него метками может быть сохранено в виде PostScript-файла.

Заключение

Предложенный и реализованный нами метод идентификации атомов на изображениях макромолекулярных структур позволяет преодолеть ограничения 3D-редакторов по отображению внутренней служебной информации на изображениях этих структур.

После маркировки интересующих исследователя групп атомов становится возможным анализ макромолекулярных структур и осмысленная навигация по их изображениям.

В особенности наш метод полезен при визуализации макромолекулярных структур, представленных в виде различных конформационных карт, у которых цвета атомов не могут отображать их тип, потому что они использованы для представления ключевых характеристических параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сайт* программы 3D-моделирования, анимации и рендеринга – Blender. URL: <https://www.blender.org> (дата обращения: 15.04.2019).
2. *Сайт* программы 3D-моделирования, анимации и рендеринга – Autodesk Maya. URL: <https://www.autodesk.ru/products/maya/overview> (дата обращения: 17.04.2019)
3. *Сайт* программы 3D-моделирования, анимации и рендеринга – Maxon Cinema 4D. URL: <https://www.maxon.net/en/products/cinema-4d/overview/> (дата обращения: 17.04.2019).
4. Филиппов С.В., Сивожезлов В.С., Ким В.Л., Сычев В.В., Устинин М.Н. Программа трехмерного моделирования и визуализации конформационной динамики биомакромолекул Maya-K-PDB // Математическая биология и биоинформатика, 2015. Т. 10. № 1. С. 260–282
5. *Сайт* встраиваемой программы (Molecular Maya (mMaya) для Autodesk Maya. URL: <https://clarafi.com/tools/mmaya/> (дата обращения: 17.04.2019).
6. Филиппов С.В., Сивожезлов В.С. Метод построения динамических молекулярных моделей в среде открытой 3D-платформы Blender на примере β_2 -адренорецептора // Доклады Международной конференции «Математическая биология и биоинформатика» / под ред. В.Д. Лахно. Т. 7. Пушино: ИМПБ РАН, 2018. Статья № e45. doi:10.17537/icmbb18.23.
7. Филиппов С.В. Программная платформа Blender как среда моделирования объектов и процессов естественно-научных дисциплин // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 230. 42 с. doi:10.20948/prepr-2018-230. URL: http://keldysh.ru/papers/2018/prep2018_230.pdf (дата обращения: 28.11.2018).
8. Филиппов С.В. Методы работы с динамическими молекулярными моделями, построенными в среде открытого 3D-редактора Blender // Доклады Международной конференции «Математическая биология и биоинформатика» / под ред. В.Д. Лахно. Т. 7. Пушино: ИМПБ РАН, 2018. Статья № e43. doi:10.17537/icmbb18.62.
9. Robert B. Corey and Linus Pauling. Molecular models of amino acids, peptides, and proteins // Review of Scientific Instruments. V. 24. Iss. 8. P. 621–627. doi: 10.1063/1.1770803.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Capabilities of a Relativistic Computer

Yu.N. Zayko

*Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration,
Stolypin Volga Region Institute, Saratov, Russia*

The term “relativistic computer” (RC) appeared in the work of I. Németi in 1987 [1, 2]. It was supposed to use relativistic effects to overcome the limitations imposed on the calculations carried out in the framework of the model of the classical Turing machine (MT) – “Turing barrier”. In particular, it was suggested to use RC for solving the so-called non-computable tasks that cannot be solved on MT due to required infinite time to find a solution. For this, it was proposed to use the objects of relativistic physics – Kerr-Newman black holes, the space-time metric near which has singularities that ensure the natural adopting of infinity in the number of allowed computation time values. However, since the implementation of such projects to this day remains problematic, they have no practical consequences. In the works of the author [3–6], the idea of the RC received a practical embodiment in the form of developing an algorithm for calculating the sums of divergent series – a task also related to the problems which are non-computable on MT.

Introduction

The role of the relativistic MT is played by a material particle moving in accordance with the relativistic equations of motion in curved space-time, the metric of which is determined by the nature of the calculation. This metric differs from the flat Euclidean one and is determined either from the solution of the Einstein equations [3] or by converting the flat metric to the metric of the reference system in which the particle rests [4, 5].

As a specific task, it was considered the calculation of the sums of a series representing the Riemann zeta function

$$\zeta(w) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-w}, \quad w = u + iv, \quad (1)$$

which diverges for $u < 1$. The sums of the series (1) were calculated for $w = -1$ with error $\sim 3.5\%$ [3] and for $w = 0$ precisely (see below). In [4, 5], this algorithm was implemented to the complex values of the argument of the zeta function [4] and the Riemann hypothesis (RH) was proved [5]. In [6], it was shown that a numerical continuum with a curvilinear metric can't be embedded in a plane with a flat Euclidean metric.

Calculation the zeta function of a real argument

To calculate the $\zeta(-1)$, consider the partial sums of the series (1) [3]

$$S_1^t = \sum_{n=1}^t n = \frac{t(t+1)}{2} = S_1^0 + \frac{t^2}{2} + \frac{t}{2}, \quad (2)$$

$$S_1^0 = 0.$$

The right side of (2) looks like a formula for the distance traveled by a material particle (point) with a constant acceleration $a = 1$ and initial velocity $v_0 = 1/2$. Time t is assumed to be discrete and dimensionless. As an acceleration source, we choose an infinite plane perpendicular to the direction of motion OX with a constant mass density σ . The gravitational potential of such a plane is $\varphi(x) = 2\pi\sigma Kx$. Einstein's equations are reduced to the condition imposed on the Ricci tensor $R_{ik} = 0$ [7], what leads to the expression for the metric

$$ds^2 = \left(1 + \frac{x}{x_c}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{x}{x_c}\right)^{-1} dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (3)$$

$$x_c = \frac{4\pi\sigma K}{c^2},$$

s – is an interval, c – speed of light, K – gravitational constant. Solving the equations of motion (Γ_{kl}^i – Christoffel symbols; $i, k, l = 0, 1$) [7]

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0 \quad (4)$$

for given initial conditions, and taking into account the singularity of the metric (3), we obtain for $\zeta(-1)$ a value -0.08035 , which coincides with the exact value $-1/12 = -0.08333\dots$ with a relative error of 3.576% . The source of error was the use of the non-relativistic expression for the acceleration a [8].

To calculate $\zeta(0)$, notice that corresponding partial sums $S_1^t = \sum_{n=1}^t 1 = t$ look as expressions for a distance traveled by the material particle moving with constant velocity $v = 1$ i.e. without acting any force. Then the calculation algorithm should be changed by placing two planes perpendicular to the X -axis and identical to that considered above. Doing similar calculations, we get an expression for the interval (terms $\sim dy^2$ and $\sim dz^2$ we omit)

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= \left(1 + \frac{2x}{x_c}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2x}{x_c}\right)^{-1} dx^2, \quad x < -\frac{x_c}{2}, \\
 ds^2 &= \left(1 - \frac{2x}{x_c}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2x}{x_c}\right)^{-1} dx^2, \quad x > \frac{x_c}{2}, \\
 ds^2 &= c^2 dt^2 - dx^2, \quad -\frac{x_c}{2} < x < \frac{x_c}{2}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

So the value $\zeta(0) = S_1^\infty$ when we use the last expression for metric taking into account that the space of uniform motion is bounded by singularities. Solving the equations of motion (4) for $\Gamma_{kl}^i = 0$ we find: $x - x_0 = s$, $t - t_0 = s$ (in dimensionless form; x_0, t_0 are constants of integrating) and choosing $x_0 = 1$ and $t_0 = 0$ we have $x - 1 = t = S_1^t$. Assuming that $S_1^0 = -1$ we find that the particle moving to the right crosses the horizon (fall down in the singularity $x = x_c/2$) having the magnitude of $S_1^h = -0.5$. Because x can't exceed further as well as S_1^t then we conclude that

$$\zeta(0) = S_1^\infty = S_1^h = -0.5, \tag{6}$$

what coincides with the right value.

Calculation the zeta function of complex argument

The calculation the zeta function of the complex argument is also based on the study the behavior of the partial sums of the series (1). It is known that the values of successive partial sums of series (1) asymptotically describe the vortex trajectory in the x, y plane [4]. Consider a flat metric in the resting coordinate system r', φ', z', t'

$$ds'^2 = c^2 dt'^2 - dr'^2 - r'^2 d\varphi'^2 - dz'^2, \tag{7}$$

$$r' = \sqrt{x^2 + y^2}, \varphi' = \arctg \frac{y}{x}.$$

Perform a transition to the coordinate system in which the vortex rests

$$\begin{aligned} dr' &= \alpha(r, t) \left(dr + \frac{\delta}{r} dt \right), \\ d\varphi' &= d\varphi + \frac{\omega}{r^2} dt, \\ t' &= t, \quad z' = z, \end{aligned} \tag{8}$$

where δ and ω are constants dependent on the argument of the zeta function, and $\alpha(r, t)$ is chosen from the condition that the first expression in (8) represents the complete differential [8]. If we choose $\alpha(r) = cr/\omega$ and perform the conversion

$$\begin{aligned} d\varphi dt &= \frac{1}{r'_\varphi} dr dt, \quad r'_\varphi = \frac{dr}{d\varphi}, \\ dr^2 + r^2 d\varphi^2 &= dl^2, \end{aligned} \tag{9}$$

where dl – is a length element along the line representing the projection of the three-dimensional vortex trajectory on the plane $z = const$ and by a suitable coordinate transformation remove the term $\sim drdt$ [8], we get the final expression for the metric in own system of a vortex

$$\begin{aligned} ds^2 &= A(r)(c dt)^2 - dl^2 + B(r)dr^2, \\ A(r) &= b^2 - \left(\frac{\tilde{r}}{r} \right)^2, \quad b^2 = 1 - \left(\frac{\delta}{\omega} \right)^2, \quad \tilde{r} = \frac{\omega}{c}, \\ B(r) &= 1 - \left(\frac{r}{\tilde{r}} \right)^2 - \left(\frac{\delta}{\omega} \frac{r}{\tilde{r}} + \frac{\tilde{r}}{r'_\varphi} \right) A^{-1}. \end{aligned} \tag{10}$$

Further, like above, equations of motion are derived from (10).

Metric (10) has a singularity that determines the so-called event horizon that is reached in infinite time according to the watch of the rest observer. It looks like an analogous metric for the known Schwarzschild problem [7, 8]. It is known that such metrics can't be used below the horizons. Usually to describe the behavior of the solution below the horizon, one should perform the transformation to the Finkelstein coordinates [7] (the \pm signs correspond to the movement to the center $r = 0$ and from it)

$$dr = \frac{f \cdot (d\rho \pm c d\tau)}{\sqrt{-A(r)B(r)}}, \quad c dt = \frac{f^2 d\rho \pm c d\tau}{1 - f^2}, \tag{11}$$

where the function $f(r) = [1 - A(r)]^{1/2}$ is chosen from the condition for eliminating the fictitious singularity of the metric (10) on the horizon.

However, neither the Finkelstein coordinates ρ, τ nor the transformation to other more complete coordinates do not solve the problem of describing the behavior of a particle under the horizon. This is due to the fact that all previous attempts using mathematics only did not take into account the instability of the electromagnetic vacuum and the impossibility of propagation of signals under the horizon [9]. In short, in order to take this into account, it is sufficient to put in (11) $d\tau = 0$ [5].

Solving the resulting equations of motion (4) below the horizon and stitching them with solutions above the horizon, we can conclude that in the critical line $u = 1/2$ in the complex plane $w = u + iv$ there are two types of solutions – I and II, which correspond to the zeros of the zeta function (I) and its nonzero values (II). At the same time, outside the critical line, only type II solutions exist, which indicates the absence of zeros of the zeta function [5]. This proves the Riemann hypothesis stating that all non-trivial zeroes of the zeta function in the complex plane lie in the critical line $u = 1/2$ [10].

Conclusions

The report demonstrates the computational capabilities of a relativistic computer using the example of calculating the values of the Riemann zeta function for a real and complex argument, and, in particular, the possibility to prove the Riemann hypothesis. The considerations are based on physical methods that have been for many years one of the tools for solving this problem. As for purely mathematical methods of proving RH, then despite the numerous publications (for example on the <https://arxiv.org>), their success is questionable for the following reason. The most of such “proofs” look like the algorithms designed to perform on the classical MT, i.e. belong to computable algorithms. At the same time, as shown in [3–6], the task of calculating the values of the zeta function is non-computable one and requires using, as an example, relativistic MT.

Another possibility of using the relativistic computer, demonstrated in the report on the example of a series for the Riemann zeta function, is the calculation the sums of divergent series. It is based on a physical analogy, which allows us to represent a calculation as some dynamic process on a Riemannian manifold, which kind depends on the nature of the calculation.

REFERENCES

1. *Németi I., David G.* Relativistic Computers and the Turing Barrier // Applied Mathematics and Computation. 2006. V. 178. P. 118–142.
2. *Andréka H., Németi I., Németi P.* General relativistic hypercomputing and foundation of mathematics // Natural Computing. 2009. V. 8. No. 3. P 499–516.
3. *Zayko Y.N.* The Geometric Interpretation of Some Mathematical Expressions Containing the Riemann ζ -Function // Mathematics Letters. 2016. V. 2. No. 6. P. 42–46.
4. *Zayko Y.N.* Calculation of the Riemann Zeta-function on a Relativistic Computer // Mathematics and Computer Science. 2017. V. 2. No. 2. P. 20–26.
5. *Zayko Yu.N.* The Proof of the Riemann Hypothesis on a Relativistic Turing Machine // Int. J. Theoretical and Applied Mathematics. 2017. V. 3. No. 6. P. 219–224.
6. *Zayko Yu.N.* The Second Postulate of Euclid and the Hyperbolic Geometry // Int. J. Scientific and Innovative Mathematical Research. 2018. V. 6. No. 4. P. 16–20; arXiv: 1706.08378, 1706.08378v1 [math.GM]).
7. *Landau L.D., Lifshitz E.M.* The Classical Theory of Fields (4th ed.). Butterworth-Heinemann, 1975. 458 p.
8. *Tolman R.C.* Relativity, Thermodynamics and Cosmology. Oxford: Clarendon Press, 1969. 520 p.
9. *Zayko Yu.N.* Maxwell's Electrodynamics in Curved Space-Time // World J. Innovative Research. 2016. V. 1. No. 1. P. 16–19.
10. *Riemann Bernhard.* Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse // Monatsberichte der Berliner Akademie, 1859; In Gesammelte Werke, Teubner, Leipzig, 1892, Reprinted by Dover, New York, 1953.

Операторы вольтерровского типа

Р.Э. Абдурахманова

*Каршинский государственный университет,
г. Карши, Республика Узбекистан*

Ряд прикладных задач приводит к необходимости изучения к.с.о. (квадратичный стохастический оператор) и асимптотического поведения их траекторий. Простейший случай – квадратичные сжатия – был изучен Г. Кестеном [1]. Исходя из потребностей генетики, усилиями ряда авторов [2] выделены и изучены несколько различных частных случаев к.с.о. Как правило, они имеют континуум неподвижных точек, следовательно, находятся в исключительном положении. Поэтому с математической точки зрения они нетипичны и не могут дать представления об общей картине поведения траекторий.

В работе предпринята попытка систематического изучения квадратичных автоморфизмов симплекса S^{m-1} -вида [1].

Изучение начинается с класса так называемых вольтерровых операторов, причем мы используем результаты работ [3, 4], попутно уточняя их и усовершенствуя некоторые доказательства с целью приспособления их для перехода к общему случаю автоморфизмов.

Пусть $S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, \dots, x_m) : \sum_{i=1}^m x_i = 1, x_i \geq 0 \right\}$ – $(m - 1)$ -мерный сим-

плекс и $\{P_{ij,k}\}$, $i, j, k = \overline{1, m}$, – набор чисел, удовлетворяющих условиям $P_{ij,k} = P_{ij,k} \geq 0$. Отображение $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$, определяемое равенствами

$$x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = \overline{1, m}, \quad x = (x_1, \dots, x_m) \in S^{m-1},$$
$$V_x = (x'_1, \dots, x'_m), \quad (1)$$

называется квадратичным стохастическим оператором.

Если $P_{ij,k} = 0$ при $k \neq i, j$, то $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$, определяемый равенствами (1), называется оператором вольтерровского типа. Согласно [3], оператор вольтерровского типа представим в виде

$$x'_k = x'_k \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i \right), \quad k = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где $a_{kk} = 0$ и $a_{ki} = 2P_{ki,k} - 1$ при $i \neq k$.

Очевидно, $\mathbf{A} = (a_{ki})$, $k, i = \overline{1, m}$ – кососимметрическая матрица, причем $|a_{ki}| \leq 1$. Пусть Γ – произвольная грань симплекса S^{m-1} , $ri\Gamma$ – относительная внутренность, $rb\Gamma$ – относительная граница грани Γ . Заметим [3], что любая грань Γ инвариантна относительно оператора вольтерровского типа, причем служение V на Γ также вольтерровского типа и верны следующие равенства:

$$V(\Gamma) = \Gamma, V(ri\Gamma); \quad V(rb\Gamma) = rb\Gamma. \quad (3)$$

В частности, из (3) следует, что все вершины симплекса S^{m-1} являются неподвижными точками операторов вольтерровского типа.

Теорема 1. Оператор вольтерровского типа является топологическим автоморфизмом симплекса S^{m-1} .

Доказательство проведем индукцией по m . При $m = 1$ утверждение тривиально. Допустив, что оно верно при $1, \dots, m - 1$, докажем переход к m . Поскольку сужение оператора вольтерровского типа на любую грань S^{m-1} также вольтеррово, то в силу предложения индукции и (3) имеем $V: rbS^{m-1} \rightarrow rbS^{m-1}$ автоморфизм. Проверим, что $riS^{m-1} \rightarrow riS^{m-1}$ – инъективное отображение. Пусть $x, y \in riS^{m-1}$ и $V_x = V_y$. Тогда

$$x_k \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i \right) = y_k \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} y_i \right)$$

или

$$(x_k - y_k) \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} y_i \right) = -x_k \sum_{i=1}^m a_{ki} (x_i - y_i). \quad (4)$$

Так как $x, y \in riS^{m-1}$ и $a_{ki} \geq -1$, причем $a_{kk} = 0$, то $x_k > 0$ и

$$\left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i \right) \geq 1 - y_i - \dots - y_{k-1} + y_{k+1} - \dots - y_m = y_k > 0.$$

Поэтому из (4) имеем

$$\operatorname{sgn}(x_k - y_k) = -\operatorname{sgn} \sum_{i=1}^m a_{ki} (x_i - y_i). \quad (5)$$

Следовательно,

$$(x_k - y_k) - \operatorname{sgn} \sum_{i=1}^m a_{ki} (x_i - y_i) \leq 0, \quad k = \overline{1, m}.$$

Суммируя эти равенства по k , находим

$$\sum_{i=1}^m a_{ki}(x_i - y_i)(x_k - y_k) \leq 0.$$

Поскольку $a_{ki} = -a_{ik}$, то

$$\sum_{i=1}^m a_{ki}(x_i - y_i)(x_k - y_k) = 0.$$

Таким образом,

$$(x_k - y_k) \sum_{i=1}^m a_{ki}(x_i - y_i) = 0, \quad k = \overline{1, m}.$$

Учитывая (5), из последнего равенства находим $x = y$, т.е. V – инъективное отображение на riS^{m-1} . Согласно (3), имеем $V(riS^{m-1}) = riS^{m-1}$. Итак, V – непрерывная биекция на rbS^{m-1} (предположение индукции) и на rbS^{m-1} . Следовательно, V – непрерывная биекция и на $S^{m-1} = riS^{m-1} \cup rbS^{m-1}$. Непрерывная биекция компакта есть гомеоморфизм, что и завершает доказательство.

Следствие. Пусть T – матрица перестановок (пермутатор) и V – оператор вольтерровского типа. Тогда T_0V и V_0T являются квадратичными автоморфизмами S^{m-1} .

Действительно, T – линейный автоморфизм S^{m-1} . Поэтому T_0V и V_0T – квадратичные автоморфизмы симплекса S^{m-1} .

Теорема 2. К.с.о. вида (1) является квадратичным автоморфизмом тогда и только тогда, когда он представим в виде T_0V , T – пермутатор, а V – оператор вольтерровского типа.

Доказательство. Достаточно проверить, что произвольный квадратичный автоморфизм W представим в виде T_0V . Считая $m > 2$, воспользуемся следующими легко проверяемыми утверждениями:

1⁰. Пусть U – открытое множество в R^m , а Γ – некоторая грань S^{m-1} , причем $U \cap \Gamma \neq \emptyset$. Если к.с.о. V_1 и V_2 совпадают на $U \cap \Gamma$, то они совпадают и на Γ .

2⁰. Если $m > 2$, то к.с.о., совпадающие на границе S^{m-1} , совпадают и на всем симплексе S^{m-1} .

Пусть $\Gamma_k = \{S^{m-1}: x_k = 0\}$. Поскольку W – автоморфизм, то для любого k существуют i и x такие, что $x \in ri\Gamma_i$. Выбрав относительную окрестность U точки x в грани Γ_i так, чтобы $W(U) \subset ri\Gamma_k$, получаем $(W_y)_k = 0$

для любого $y \in U$. Тогда, согласно утверждению 1^0 , имеем $W(\Gamma_i) \subset \Gamma_k$. Поэтому для $x \in \Gamma_i$ получаем

$$(W_x)_k = \sum_{\alpha, \beta} P_{\alpha, \beta, k} x_\alpha x_\beta = 0 = x_i f_i(x),$$

где f_i – линейный функционал. Пусть $f_i(x) = \sum_{j=1}^m b_{ij} x_j$, положив

$a_{ij} = b_{ij} - 1$ и учитывая $\sum_{j=1}^m x_j = 1$, находим

$$(W_x)_k = x_i \left(1 + \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j \right), \quad x \in \Gamma_j. \quad (6)$$

Так как W – автоморфизм, то различным k соответствуют различные i . Поэтому в (6) ограничение $x \in \Gamma_j$ можно заменить на $x \in rbS^{m-1}$. Тогда, согласно утверждению 2^0 , получаем

$$(W_x)_k = x_i \left(1 + \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j \right), \quad x \in S^{m-1}. \quad (7)$$

Суммируя (7) по k и учитывая, что $x, Wx \in S^{m-1}$, получаем

$$\sum_{i, j=1}^m a_{ij} x_i x_j = 0$$

(напомним, когда k пробегает от 1 до m , i также принимает все значения $\overline{1, m}$), поэтому существуют $\lambda \geq 0$, $\mu \geq 0$, $\lambda + \mu = 1$, такие, что $\lambda(1 + t\mu) \in [0, 1]$. Поэтому, если $|a_{ij}| > 1$, то, подобрав $x \in S^{m-1}$ так, что $x_i = \lambda$, $x_j = \mu$, остальные координаты нули, получаем, согласно (7), что $Wx \notin S^{m-1}$. Следовательно, $|a_{ij}| \leq 1$. Наконец, пусть T – матрица перестановки на множестве $\{1, \dots, m\}$, ставящее каждому k соответствующее i . Тогда (7) можно записать в виде $W = T_0 V$.

Замечание. При $m = 2$ граница S^1 несвязна и утверждение 2^0 неверно. В этом случае утверждение теоремы легко проверяется прямым вычислением.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kesten H.* Quadratic transformations: a model for population growth // *Adv. Appl. Probab.* 1970. V. 2. No. 1. P. 1–82.
2. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. М.: Наука, 1977. 742 с.
3. *Ганиходжаев Р.Н.* Квадратичные стохастические операторы, функции Ляпунова и турниры // *Математический сборник.* 1992. Т. 183. № 8. С. 121–140.
4. *Ганиходжаев Р.Н.* Карта неподвижных точек и функция Ляпунова для одного класса дискретных динамических системы // *Матем. заметки.* 1994. Т. 56. Вып. 5. С. 40–49.

Нелокальная задачи для одного уравнения третьего порядка

М.О. Абулов

*Каршинский государственный университет,
г. Карши, Республика Узбекистан*

Исследования краевых задач для неклассических уравнений математической физики представляют значительный математический интерес в связи с важностью их приложений в различных разделах механики, физики и техники. Краевые задачи с нелокальными условиями для различных классов уравнений математической физики рассматривались в работах А.А. Дезина, В.И. Жегалова, В.А. Ильина, Ш.А. Алимова, Н.И. Ионкина, Е.И. Моисеева и многих других [1–3]. В большинство этих работ рассмотрены нелокальные задачи для уравнений второго порядка, аналогичные задачи для уравнений третьего и более высокого порядка изучены сравнительно мало.

Постановка задачи

В области $D = \{(x, t) : 0 < x < 1, 0 < t < T\}$ рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv u_t - \mu(x)u_{xxx} - a(x, t)u_{xx} + b(x, t)u_x + c(x, t)u = f(x, t), \quad (1)$$

где $\mu(x) > 0, \mu(0) = 0$.

Предположим, что коэффициенты уравнения (1) – бесконечно дифференцируемые функции.

Нелокальная задача. Найти в области D решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$u|_{t=0} = \gamma u|_{t=T}, \quad u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad (2)$$

где $0 < \gamma < 1$.

Обозначим через $H(D)$ пространство функций, полученное замыканием функций из $C^\infty(D)$, удовлетворяющих условиям (2) по норме

$$\|u\|_{H(D)}^2 = \int_D (\mu^2 u_{xxx}^2 + u_{xx}^2 + u_t^2 + u_x^2 + u^2) dD. \quad (3)$$

Пусть $\lambda = \frac{2}{T} \ln \gamma$.

Теорема. Пусть выполнены условия

$$a(x, t) - \frac{3}{2}(\mu'(x)) \geq \delta > 0, \quad c - \frac{\lambda}{2} - \frac{b_x}{2} + \frac{\mu_{xxx}}{2} - \frac{a_{xx}}{2} \geq \delta_1 > 0, \quad (4)$$

$a(x, 0) = a(x, T)$, $b(x, 0) = b(x, T)$, $c(x, 0) = c(x, T)$ и функция $f(x, t)$ такова, что $f(x, t)$, $f_t(x, t) \in L_2(D)$, $f(x, 0) = \gamma f(x, T)$. Тогда существует единственное решение задачи (1), (2) в $H(D)$.

Доказательство. Пусть $\{\varphi_j(x)\}$ – базис пространства $W_2^2(0, 1) \cap W_2^1(0, 1)$, составленный из собственных функций задачи

$$-\varphi_j'' = \lambda_j \varphi_j, \quad \varphi_j|_{x=-1} = \varphi_j|_{x=1} = 0. \quad (5)$$

Приближенное m -решение задачи (1), (2) будем искать в виде

$$u_m(x, t) = \sum_{j=1}^m g_{jm}(t) \varphi_j(x). \quad (6)$$

Коэффициенты $g_{jm}(t)$ находятся как решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$(u_{mt}, \varphi_j) - (\mu_{mxxx}, \varphi_j) - (a_{mxx}, \varphi_j) + (b_{mx}, \varphi_j) + (c u_m, \varphi_j) = (f, \varphi_j); \quad (7)$$

$$g_{jm}(0) = \gamma g_{jm}(T) \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Разрешимость задачи (7),(8) при фиксированном m вытекает из общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений [4].

Далее, через c и M обозначим различные положительные постоянные, не зависящие от m .

Получим равномерные по m оценки для галёркинских приближений (6). Для этого умножим (7) на $e^{\lambda t} g_{jm}(t)$ и, суммируя по j , получим

$$\begin{aligned} & (u_{mt}, e^{\lambda t} u_m) - (\mu_{mxxx}, e^{\lambda t} u_m) - (a_{mxx}, e^{\lambda t} u_m) + \\ & + (b_{mx}, e^{\lambda t} u_m) + (c u_m, e^{\lambda t} u_m) = (f, e^{\lambda t} u_m). \end{aligned}$$

Интегрируя обе части этого равенства по t от 0 до T и интегрируя по частям, в силу условия (2),(4) имеем

$$\int_D [(u_m)^2 + (u_{mx})^2] dD \leq c \int_D f^2 dD. \quad (9)$$

Далее, из (7) вытекает следующее равенство:

$$\int_D (u_{mt} - \mu u_{mxxx} - a u_{mxx} + c u_m)(-u_{mxx}) dD = \int_D (f - b u_{mx})(-u_{mxx}) dD. \quad (10)$$

Из этого равенства, интегрируя по частям и используя оценку (9) и в силу условия теоремы, получим

$$\int_D [(u_{mxx})^2 + (u_{mx})^2 + (u_{mxt})^2 + (u_m)^2] dD \leq c \int_D f^2 dD. \quad (11)$$

Нетрудно видеть, что в силу условий теоремы из уравнения (1) следует

$$u_t|_{t=0} = \gamma u_t|_{t=T}. \quad (12)$$

Далее, рассмотрим следующий интеграл:

$$\begin{aligned} & \int_D (u_{mt} - \mu u_{mxxx} - a u_{mxx} + b u_{mxt} + c u_m) u_{mt} dD = \\ & = \int_D (f_t - a_t u_{mxx} - b_t u_{mxt} - c_t u_m) u_{mt} dD. \end{aligned} \quad (13)$$

Из (13), интегрируя по частям в силу условия теоремы и условия (12), а также оценки (9), (11), получим

$$\int_D [(u_{mxt})^2 + (u_{mt})^2 + (u_m)^2] dD \leq C \int_D (f^2 + f_t^2) dD. \quad (14)$$

Из уравнения (7), в силу оценок (9), (11), (14), следует, что

$$\mu(x) u_{mxxx} \in L_2(D). \quad (15)$$

Из оценок (9), (11), (14), (15) вытекает ограниченность последовательности приближенных решений $\{u_m(x, t)\}$ в пространстве $H(D)$. Поскольку все производные, входящие в уравнение (7), квадратично суммируемы по области D , то можно выбрать подпоследовательность $\{u_{m_k}(x, t)\}$ и перейти к пределу по $m_k \rightarrow \infty$ в системе (7), Нетрудно проверить, что предельная функция принадлежит пространству $H(D)$ и удовлетворяет уравнению (1) п.в. в D .

Тем самым существование решения задачи (1), (2) доказана. Докажем, что решение задачи (1), (2) единственно.

Если u, v – два решения этой задачи, то $w = u - v$ удовлетворяет уравнению

$$w_t - \mu w_{xxx} - aw_{xx} + bw_x + cw = 0. \quad (16)$$

Рассмотрим интеграл

$$\int_D (w_t - \mu w_{xxx} - aw_{xx} + bw_x + cw) e^{\lambda t} w dD = 0.$$

Интегрируя по частям, в силу условия теоремы и условия (2) получим

$$\int_D (w^2 + w_x^2) dD \leq 0.$$

Отсюда следует, что $w = 0$ в D .

Теорема доказана.

Пример. Рассмотрим вопрос о том, насколько существенны предположения теоремы, наложенные на коэффициенты уравнения (1). Покажем, что условия теоремы являются существенными для единственности решения задачи (1), (2).

В области D рассмотрим уравнение

$$u_t - \chi u_{xxx} - \frac{\lambda - 2}{2\pi^2} u_{xx} - \pi^2 \chi u_x + u = 0. \quad (17)$$

Для этого уравнения условия (4) не выполняются. Нетрудно проверить, что функция

$$u(x, t) = e^{\frac{\lambda(T-t)}{2}} \sin \pi x$$

является решением задачи (17), (2). Таким образом, при нарушении условий (4), вообще говоря, отсутствует единственность решения задач для уравнения (1).

Заключение

Данная работа расширяет класс нелокальных задач, решенных для уравнений третьего порядка, и может быть полезна для научных работников, специализирующихся в области дифференциальных уравнений математической физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алимов Ш.А. Пулатов А.К.* Об одной нелокальной задаче Бицадзе – Самарского // Изв. АН УзССР, сер. физ. мат. наук. 1986. № 1. С. 8–11.
2. *Гатабон В.Д.* Краевая задача для одного класса уравнений нечетного порядка // Корректные краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск, 1984. С. 179–182.
3. *Абулов М.А.* Нелокальная задача для одного нелинейного уравнения третьего порядка // Труды Междунар. науч. конф. «Дифференциальные уравнения с частными производными и родственные проблемы анализа и информатики». Ташкент: ННУз, 2004. С. 23–26.
4. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972. 408 с.

Моделирование эффекта центрирования сферического гидродинамического подвеса

Д.К. Андрейченко¹, К.П. Андрейченко², Д.В. Мельничук¹

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского – СГУ, г. Саратов, Россия

²Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А. – СГТУ, г. Саратов, Россия

Сферический гидродинамический подвес является чувствительным элементом ряда поплавковых гироскопов [1]. Ранее изучена устойчивость на кривой подвижного равновесия слабоагруженного сферического подвеса при малых колебательных числах Рейнольдса [1]. Цилиндрический гидродинамический подвес достаточно быстро центрируется при возрастании колебательного числа Рейнольдса [2]. Экспериментальные данные [1] подтверждают эффект центрирования для сферического гидродинамического подвеса. В сферическом слое возможен отрыв колебательного пограничного слоя от граничной поверхности, что аналогично [3, 4]. Целью работы является моделирование эффекта центрирования сферического гидродинамического подвеса на основе асимптотического интегрирования укороченных уравнений Навье – Стокса для изотермического течения вязкой несжимаемой жидкости во вращающемся поддерживающем слое.

Математическая модель

Полагаем, что ось чувствительности совпадает с осью Oz системы координат $Oxyz$, начало которой находится в центре масс внутренней сферы, а все децентрирующие силы лежат в плоскости Oxy . В пренебрежении некоторыми слагаемыми порядка квадрата малой относительной толщины сферического слоя (что обосновано в [2]) и малой сжимаемостью жидкости уравнения равновесия подвеса в безразмерных переменных следуют из [5] и принимают следующий вид:

$$\gamma \left(\frac{\rho_2}{\rho} - 1 \right) (\mathbf{g} - \mathbf{a}_0) + \frac{3}{4\pi} \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \left(-p|_{x=0} \mathbf{e}_r + \frac{\beta}{\sigma h} \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} \Big|_{x=0} \mathbf{e}_\varphi \right) = 0,$$

$$\frac{8\pi}{3} \beta \Omega + \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{h} \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \mathbf{v} = \beta v_r \mathbf{e}_r + v_\vartheta \mathbf{e}_\vartheta + v_\varphi \mathbf{e}_\varphi,$$

$$\begin{aligned}
h &= \beta^{-1} [(1 + \beta)^2 + \beta^2 ((\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_r)^2 - \mathbf{u}^2)]^{1/2} - 1 - \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_r, \\
v_r &= x(1 + \beta hx)^{-1} \mathbf{v} \cdot \nabla^{(s)} h - (1 + \beta hx)^{-2} \int_0^x \nabla^{(s)} \cdot (h(1 + \beta hx) \mathbf{v}) dx, \\
-\frac{1}{1 + \beta hx} \frac{\partial p|_{x=0}}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 v_\vartheta}{\partial x^2} + \frac{2\beta}{h} \frac{\partial v_\vartheta}{\partial x} \right) - \frac{\partial v_\vartheta}{\partial \varphi} + 2v_\varphi \cos \vartheta + \mathbf{F}_\vartheta[\mathbf{v}] &= 0, \\
-\frac{1}{1 + \beta hx \sin \vartheta} \frac{\partial p|_{x=0}}{\partial \varphi} + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial x^2} + \frac{2\beta}{h} \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} \right) - \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} - 2v_\vartheta \cos \vartheta - \\
-2\beta v_r \sin \vartheta + \mathbf{F}_\varphi[\mathbf{v}] &= 0, \\
v_r|_{x=0} = 0, v_\vartheta|_{x=0} = 0, v_\varphi|_{x=0} = -\Omega \sin \vartheta, v_r|_{x=1} = \sin \vartheta (u_x \sin \varphi - u_y \cos \varphi), \\
v_\vartheta|_{x=1} = \beta \cos \vartheta (u_x \sin \varphi - u_y \cos \varphi), v_\varphi|_{x=1} = \beta (u_y \sin \varphi + u_x \cos \varphi), \\
\nabla^{(s)} \cdot \Phi^{(0)}[\mathbf{v}] &= 0, \\
\Phi^{(0)}[\mathbf{v}] = h \int_0^1 (1 + \beta hx) (v_\vartheta \mathbf{e}_\vartheta + v_\varphi \mathbf{e}_\varphi) dx - \frac{1}{2} (1 + \beta hx)^2 \Omega \mathbf{e}_1^{(0)} \times \mathbf{u}, \\
\mathbf{F}[\mathbf{v}] = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial \varphi} x - v_r \right) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} - \frac{\beta}{1 + \beta hx} \left[\nabla^{(s)} \left(h \int_0^x W_0 dx \right) - x W_0 \nabla^{(s)} h \right] - \\
-\beta v_r \mathbf{v} + (1 - \beta hx) [(\mathbf{e}_r \times \mathbf{v}) \nabla^{(s\xi)} \cdot (\mathbf{e}_r \times \mathbf{v}) - \frac{1}{2} \nabla^{(s\xi)} (v_\vartheta^2 + v_\varphi^2)] + \\
+\beta^2 [\nabla^{(s\xi)} (\nabla^{(s\xi)} \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{e}_r \times \nabla^{(s\xi)} (\nabla^{(s\xi)} \cdot (\mathbf{e}_r \times \mathbf{v}))] / \sigma, \\
W_0 = -2v_\vartheta \sin \vartheta + v_\vartheta^2 + v_\varphi^2. \tag{1}
\end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{u} = (u_x, u_y, 0)^T$ и Ω – безразмерные смещение центра внутренней сферы относительно внешней и разность их угловых скоростей (скольжение); h – переменная толщина поддерживающего слоя, $h(\pi - \vartheta, \varphi) = h(\vartheta, \varphi)$; $x = \xi / h \in [0, 1]$ – безразмерная «деформированная» радиальная координата; ϑ, φ – угловые координаты точки на сферической поверхности;

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_r &= (\sin \vartheta \cos \varphi, \sin \vartheta \sin \varphi, \cos \vartheta)^T, \\
\mathbf{e}_\vartheta &= (\cos \vartheta \cos \varphi, \cos \vartheta \sin \varphi, -\sin \vartheta)^T, \\
\mathbf{e}_\varphi &= (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0)^T
\end{aligned}$$

– единичные векторы сферической системы координат; ρ_2, ρ – приведенная плотность внутренней сферы и плотность поддерживающего слоя; p – безразмерное давление, $p(\pi - \vartheta) = p(\vartheta)$; $v_r, v_\vartheta, v_\varphi$ – безраз-

мерные радиальная и тангенциальные компоненты скорости жидкости, $v_{r,\varphi}(x, \pi - \vartheta, \varphi) = v_{r,\varphi}(x, \vartheta, \varphi)$, $v_{\vartheta}(x, \pi - \vartheta, \varphi) = -v_{\vartheta}(x, \vartheta, \varphi)$; $0 \leq \beta \ll 1$ – малая относительная толщина поддерживающего слоя [2]; σ – колебательное число Рейнольдса [2]; γ характеризует нагруженность подвеса [2]; $\mathbf{g} = (0, -1, 0)^T$ и $\mathbf{a}_0 = (a_{0x}, a_{0y}, 0)^T$ – безразмерные векторы ускорения свободного падения и перегрузок; $\mathbf{\Omega}_1^{(0)} = (0, 0, 1)^T$. Сферические составляющие операций векторного анализа и их аналоги действуют на скалярное f и векторное $\mathbf{F} = F_r \mathbf{e}_r + F_{\vartheta} \mathbf{e}_{\vartheta} + F_{\varphi} \mathbf{e}_{\varphi}$ поля следующим образом:

$$\begin{aligned} \nabla^{(s)} f &= \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \mathbf{e}_{\vartheta} + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \mathbf{e}_{\varphi}, \quad \nabla^{(s)} \cdot \mathbf{F} = \frac{1}{\sin \vartheta} \left[\frac{\partial}{\partial \vartheta} (F_{\vartheta} \sin \vartheta) + \frac{\partial F_{\varphi}}{\partial \varphi} \right], \\ \nabla^{(s\xi)} f &= \nabla^{(s)} f - \frac{\nabla^{(s)} h}{h} x \frac{\partial f}{\partial x}, \quad \nabla^{(s\xi)} \cdot \mathbf{F} = \nabla^{(s)} \cdot \mathbf{F} - \frac{\nabla^{(s)} h}{h} \cdot x \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x}. \end{aligned}$$

Случай бесконечно малой толщины поддерживающего слоя

При $\beta = 0$ нелинейная краевая задача (1) принимает вид

$$\begin{aligned} h &= 1 - \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_r, \quad \mathbf{v} = v_{\vartheta} \mathbf{e}_{\vartheta} + v_{\varphi} \mathbf{e}_{\varphi}, \quad p = p(\vartheta, \varphi), \\ \gamma \left(\frac{\rho_2}{\rho} - 1 \right) (\mathbf{g} - \mathbf{a}_0) - \frac{3}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta p \mathbf{e}_r &= 0, \quad \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin^2 \vartheta \frac{d\vartheta}{h} \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \\ \nabla^{(s)} \cdot \left(h \int_0^1 \mathbf{v} dx - \frac{1}{2} \mathbf{\Omega}_1^{(0)} \times \mathbf{u} \right) &= 0, \quad \partial v_r / \partial x = -h \nabla^{(s)} \cdot \mathbf{v} + x \nabla^{(s)} h \cdot \partial \mathbf{v} / \partial x, \\ -\frac{\partial p}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sigma h^2} \frac{\partial^2 v_{\vartheta}}{\partial x^2} - \frac{\partial v_{\vartheta}}{\partial \varphi} + 2v_{\varphi} \cos \vartheta + F_{\vartheta}[\mathbf{v}] &= 0, \\ -\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{1}{\sigma h^2} \frac{\partial^2 v_{\varphi}}{\partial x^2} - \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial \varphi} - 2v_{\vartheta} \cos \vartheta + F_{\varphi}[\mathbf{v}] &= 0, \\ v_r|_{x=0} = 0, \quad v_{\vartheta}|_{x=0} = 0, \quad v_{\varphi}|_{x=0} = -\Omega \sin \vartheta, \quad v_{\vartheta}|_{x=1} = 0, \quad v_{\varphi}|_{x=1} = 0, \\ \mathbf{F}[\mathbf{v}] &= \frac{1}{h} \left(x \frac{\partial h}{\partial \varphi} - v_r \right) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} - \mathbf{e}_r \times \mathbf{v} [\nabla^{(s)} \cdot (\mathbf{e}_r \times \mathbf{v}) - \\ - \frac{x}{h} \mathbf{e}_r \times \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} \cdot \nabla^{(s)} h] - \nabla^{(s)} \frac{v_{\vartheta}^2 + v_{\varphi}^2}{2} + \frac{\nabla^{(s)} h}{h} x \frac{\partial}{\partial x} \frac{v_{\vartheta}^2 + v_{\varphi}^2}{2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Так как безразмерное колебательное число Рейнольдса σ пропорционально первой степени размерной угловой скорости вращения внешней сферы, а безразмерный параметр γ , характеризующий нагруженность подвеса, обратно пропорционален ее второй степени, полагаем

$$\gamma \ll 1, \quad \sigma = \underline{\underline{O}}(1). \quad (3)$$

Решение нелинейной краевой задачи (2) ищем в виде асимптотических рядов

$$(\mathbf{u}, \Omega, v_r, v_\vartheta, v_\varphi, p) = \gamma \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k (\mathbf{u}_k, \Omega_k, v_{r_k}, v_{\vartheta_k}, v_{\varphi_k}, p_k), \quad (4)$$

что приводит в результате к линейным краевым задачам относительно коэффициентов. После разделения переменных

$$\begin{aligned} p_0 &= \Omega_0 p^{(0)}(\vartheta) + (u_{0y} + iu_{0x})e^{i\varphi} p^{(+)}(\vartheta) + (u_{0y} - iu_{0x})e^{-i\varphi} p^{(-)}(\vartheta), \\ v_{r_0, \vartheta_0, \varphi_0}(x, \vartheta, \varphi) &= \Omega_0 v_{r, \vartheta, \varphi}^{(0)}(x, \vartheta) + (u_{0y} + iu_{0x})e^{i\varphi} v_{r, \vartheta, \varphi}^{(+)}(x, \vartheta) + (u_{0y} - iu_{0x})e^{-i\varphi} \times \\ &\times v_{r, \vartheta, \varphi}^{(-)}(x, \vartheta), \quad ()^{(-)} = \overline{()^{(+)}}; p_1 = \Omega_1 p^{(0)}(\vartheta) + (u_{0x}^2 + u_{0y}^2) p^{(1,0)}(\vartheta) + \dots e^{i\varphi} + \\ &+ \dots e^{-i\varphi} + \dots e^{2i\varphi} + \dots e^{-2i\varphi}, \quad v_{r_1, \vartheta_1, \varphi_1}(x, \vartheta, \varphi) = \Omega_1 v_{r, \vartheta, \varphi}^{(0)}(x, \vartheta) + \\ &+ (u_{0x}^2 + u_{0y}^2) v_{r, \vartheta, \varphi}^{(1,0)}(x, \vartheta) + \dots e^{i\varphi} + \dots e^{-i\varphi} + \dots e^{2i\varphi} + \dots e^{-2i\varphi} \end{aligned}$$

линейная краевая задача относительно $p^{(0)}$, $v_r^{(0)}$, $v_\vartheta^{(0)}$, $v_\varphi^{(0)}$ допускает точное решение, а решение краевых задач относительно $p^{(+)}$, $v_r^{(+)}$, $v_\vartheta^{(+)}$, $v_\varphi^{(+)}$, $p^{(1,0)}$, $v_r^{(1,0)}$, $v_\vartheta^{(1,0)}$, $v_\varphi^{(1,0)}$ сводится к решению краевой задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка по независимой переменной ϑ относительно осредненной скорости $\int_0^1 v_\vartheta^{(+)}(x, \vartheta)$. Далее, аналогично [2], полагаем

$$\gamma = (\rho_2 / \rho - 1)^{-1} \chi \sigma^{-2}, \quad \chi = \text{const}, \quad \sigma \rightarrow \infty, \quad (5)$$

что позволяет упростить полученную краевую задачу. В результате находим

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{u}_0 \sigma^{-2} + \overline{\overline{\sigma}}(\sigma^{-2}), \quad \mathbf{u}_0 = (u_{0x}, u_{0y}, 0)^T, \quad \Omega = C_\Omega \sigma^{-4} + \overline{\overline{\sigma}}(\sigma^{-4}), \quad \sigma \rightarrow \infty, \\ u_{0x} &= -\frac{20}{9} \chi a_{0x}, \quad u_{0y} = -\frac{20}{9} \chi (1 + a_{0y}), \quad C_\Omega = \frac{7(1971\sqrt{3} + 4061)}{91520\sqrt{2}} = 0.404269. \end{aligned} \quad (6)$$

Учет конечной толщины поддерживающего слоя

При $\beta \neq 0$ при асимптотическом интегрировании (1) на первом этапе используем (3) и (4). Коэффициенты $\mathbf{u}_0, \Omega_0, v_0, v_{\vartheta_0}, v_{\varphi_0}, p_0$ являются решением следующей линейной краевой задачи:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\rho_2}{\rho} - 1 \right) (\mathbf{g} - \mathbf{a}_0) + \frac{3}{4\pi} \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi \left(-p|_{x=0} \mathbf{e}_r + \frac{\beta}{\sigma h} \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} \Big|_{x=0} \mathbf{e}_\varphi \right) = 0, \\ & \frac{8}{3} \pi \beta \Omega + \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} (\partial v_\varphi / \partial x)|_{x=0} d\varphi / h = 0, \\ & v_r = -(1 + \beta x)^{-2} \int_0^x (1 + \beta x) \nabla^{(s)} \cdot \mathbf{v} dx, \quad \mathbf{v} = \beta v_r \mathbf{e}_r + v_\vartheta \mathbf{e}_\vartheta + v_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \quad (7) \\ & -\frac{1}{1 + \beta x} \frac{\partial p|_{x=0}}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial^2 v_\vartheta}{\partial x^2} + 2\beta \frac{\partial v_\vartheta}{\partial x} \right) - \frac{\partial v_\vartheta}{\partial \varphi} + 2v_\varphi \cos \vartheta + \\ & + \frac{2\beta}{1 + \beta x} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \int_0^x v_\varphi dx \right) + \frac{\beta^2}{\sigma} \left(\frac{\partial}{\partial \vartheta} \nabla^{(s)} \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \nabla^{(s)} \cdot (\mathbf{e}_r \times \mathbf{v}) \right) = 0, \\ & -\frac{1}{1 + \beta x} \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial p|_{x=0}}{\partial \varphi} + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial x^2} + 2\beta \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} \right) - \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} - 2v_\vartheta \cos \vartheta - 2\beta v_r \sin \vartheta + \\ & + \frac{2\beta}{1 + \beta x} \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_0^x v_\varphi dx + \frac{\beta^2}{\sigma} \left(\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \nabla^{(s)} \cdot \mathbf{v} - \frac{\partial}{\partial \vartheta} \nabla^{(s)} \cdot (\mathbf{e}_r \times \mathbf{v}) \right) = 0, \\ & v_r|_{x=0} = 0, v_\vartheta|_{x=0} = 0, v_\varphi|_{x=0} = -\Omega \sin \vartheta, v_r|_{x=1} = \sin \vartheta (u_{0x} \sin \varphi - u_{0y} \cos \varphi), \\ & v_\vartheta|_{x=1} = \beta \cos \vartheta (u_{0x} \sin \varphi - u_{0y} \cos \varphi), v_\varphi|_{x=1} = \beta (u_{0y} \sin \varphi + u_{0x} \cos \varphi), \\ & \nabla^{(s)} \cdot \int_0^1 (v_\vartheta \mathbf{e}_\vartheta + v_\varphi \mathbf{e}_\varphi) dx = -(1 + \beta)^2 \sin \vartheta (u_{0x} \sin \varphi - u_{0y} \cos \varphi). \end{aligned}$$

После разделения переменных

$$\begin{aligned} p|_{x=0} &= \Omega_0 p^{(0)}(\vartheta) + (u_{0y} + iu_{0x}) e^{i\varphi} p^{(+)}(\vartheta) + (u_{0y} - iu_{0x}) e^{-i\varphi} p^{(-)}(\vartheta), \\ v_{r,\vartheta,\varphi}(x, \vartheta, \varphi) &= \Omega_0 v_{r,\vartheta,\varphi}^{(0)}(x, \vartheta) + (u_{0y} + iu_{0x}) e^{i\varphi} v_{r,\vartheta,\varphi}^{(+)}(x, \vartheta) + \\ &+ (u_{0y} - iu_{0x}) e^{-i\varphi} v_{r,\vartheta,\varphi}^{(-)}(x, \vartheta), \quad ()^{(-)} = \overline{()}^{(+)} \end{aligned}$$

к соответствующим краевым задачам относительно $p^{(0)}, v_r^{(0)}, v_\vartheta^{(0)}, v_\varphi^{(0)}, p^{(+)}, v_r^{(+)}, v_\vartheta^{(+)}, v_\varphi^{(+)}$ при $\sigma \rightarrow \infty$ применяется метод сращиваемых асимптотических разложений в форме $v_{r,\vartheta,\varphi}^{(0)} = v_{r,\vartheta,\varphi}^{(0,e)}(x, \vartheta) + \bar{d}(1)$,

$v_{r,\vartheta,\varphi}^{(+)} = v_{r,\vartheta,\varphi}^{(+,e)}(x, \vartheta) + \bar{\sigma}(1)$ в области, удаленной от границ $x=0$ и $x=1$; $v_{\vartheta,\varphi}^{(0)} = v_{\vartheta,\varphi}^{(0,i_0)}(\eta, \vartheta) + \bar{\sigma}(1)$, $v_r^{(0)} = \bar{\sigma}(1)$, $v_{\vartheta,\varphi}^{(+)} = v_{\vartheta,\varphi}^{(+,i_0)}(\eta, \vartheta) + \bar{\sigma}(1)$, $v_r^{(+)} = \bar{\sigma}(1)$, $\eta = x\sqrt{\sigma}$ вблизи $x=0$; $v_{\vartheta,\varphi}^{(0)} = v_{\vartheta,\varphi}^{(0,i_1)}(\zeta, \vartheta) + \bar{\sigma}(1)$, $v_r^{(0)} = \bar{\sigma}(1)$, $v_{\vartheta,\varphi}^{(+)} = v_{\vartheta,\varphi}^{(+,i_1)}(\zeta, \vartheta) + \bar{\sigma}(1)$, $v_r^{(+)} = -\frac{1}{2}\sin\vartheta + \bar{\sigma}(1)$, $\zeta = (1-x)\sqrt{\sigma}$ вблизи $x=1$.

Далее с точностью до малых порядка $O(\beta^2)$ краевые задачи относительно $p^{(0)}$, $v_r^{(0)}$, $v_{\vartheta}^{(0)}$, $v_{\varphi}^{(0)}$, $p^{(+)}$, $v_r^{(+)}$, $v_{\vartheta}^{(+)}$, $v_{\varphi}^{(+)}$ сводятся к краевой задаче для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка по независимой переменной ϑ относительно осредненной скорости $\int_0^1 (1+\beta x)v_{\vartheta}^{(+,e)} dx$, допускающей точное решение. В результате находим

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \sigma^{-2} + \bar{\sigma}(\sigma^{-2}), \quad \sigma \rightarrow \infty, \quad \mathbf{u}_0 = (u_{0x}, u_{0y}, 0)^T, \\
 u_{0x} = -\frac{20}{9}\left(1 - \frac{11}{9}\beta\right)\chi a_{0x}, \quad u_{0y} = -\frac{20}{9}\left(1 - \frac{11}{9}\beta\right)\chi(1 + a_{0y}).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Андрейченко К.П. Динамика поплавокных гироскопов и акселерометров. М.: Машиностроение, 1987. 128 с.
2. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. К теории устойчивости цилиндрического гидродинамического подвеса // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 1. С. 13–26.
3. Sauret A., Le Dizès S. Libration-induced mean flow in a spherical shell // J. Fluid Mesh. 2013. V. 718. P. 181–209.
4. Le Dizès S., Le Bars M. Internal shear layer from liberating objects // J. Fluid Mesh. 2017. V. 826. P. 653–675.
5. Мельничук Д.В., Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. Уточненная математическая модель сферического гидродинамического подвеса // Компьютерные науки и информационные технологии: материалы Междунар. науч. конф. Саратов: Издат. центр «Наука», 2018. С. 264–268.

Математическое и компьютерное моделирование транспортных потоков

А.А. Бокиев, Б.Х. Одиназода

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

Транспорт является фондоемкой отраслью хозяйства и требует долгосрочных инвестиций для своего развития. А для обоснованного освоения этих вложений необходимо производить обоснованные с научной точки зрения расчеты транспортных потоков. В настоящей работе представлен обзор некоторых работ, посвященных вопросам математического и компьютерного моделирования транспортных потоков.

В работе [1] предлагается учитывать различные характеристики смешанного транспортного потока для того, чтобы выбрать наиболее эффективные стратегии управления транспортными потоками, а также найти оптимальные решения по проектированию автомобильных дорог и организовать дорожное движение. Автор выделяет следующие основные проблемы, вызывающие трудности при моделировании транспортных потоков:

1) транспортный поток нестабилен. Объективная информация о транспортном потоке является ресурсоемким и наиболее сложным элементом;

2) дорожные условия непредсказуемы и во многом зависят от погодных условий и от качества дорожного покрытия;

3) исполнение решений по управлению дорожным движением приводит к непредвиденным последствиям.

Таким образом, серьезной причиной отставания научных исследований от практических требований являются трудности формализации процесса движения в транспортном потоке.

В работе [2] было предложено классифицировать методы исследования транспортных потоков по трем группам (уровням):

1. Микроскопические методы. Рассматривают каждое транспортное средство как индивидуальное, поэтому уравнение движения составляется для каждого автомобиля отдельно.

2. Макроскопические методы. Такие методы рассматривают системы дифференциальных уравнений в частных производных, что позволяет

уравновесить законы движения для некоторого количества участников движения.

3. Мезоскопические методы. Определяют функцию $f(t, x, V)$, которая выражает вероятность нахождения автомобиля в позиции x в момент времени t , движущегося в потоке со скоростью V . Такая функция вычисляется интегрально-дифференциальными уравнениями, например уравнениями Больцмана.

В работе [3] описываются следующие компьютерные методы анализа транспортных потоков, которые основываются на эмпирическом анализе. В частности, в США используют моделирование потоков, где применяют функцию задержки транспортного потока, учитывающую время прохождения поперечных потоков. Такая техника получила распространение как в американских транспортных моделях, так и в модели САТУРН в Европе.

Авторы работы [4] замечают, что в Европейских странах, наряду с моделью САТУРН, используют гибридный метод транспортного моделирования, который включает в себя все уровни методов исследования транспортных потоков: микро-, макро- и мезоскопический. При применении таких методов производится моделирование переходных процессов пиков скопления на участке дороги. Обычно сначала оценивают величину потока в начальной и конечной точке движения, на основании полученных данных строят математическую модель, которую сравнивают с наблюдаемым числом фактического транспортного потока, который, в свою очередь, классифицируют типом транспортных средств.

В работе [5] предлагается описывать модели транспортных потоков с помощью дифференциальных уравнений, которые построены на основе моделирования динамики позиций автомобилей x_α и скоростей v_α . Предполагается, что входное воздействие водителей ограничивается:

- 1) собственной скоростью v_α ;
- 2) расстоянием от бампера до бампера $s_\alpha = x_{\alpha-1} - x_\alpha - l_{\alpha-1}$ от ведущего транспортного средства $\alpha-1$, где $l_{\alpha-1}$ – длина транспортного средства;
- 3) скоростью $v_{\alpha-1}$ ведущего автомобиля.

Также предлагаются уравнения для описания движения отдельных автомобилей в транспортном потоке, которые записаны через ускоре-

ния, зависящие от приведенных выше входных воздействий следующим образом:

$$x'_\alpha(t) = v'_\alpha(t) = F(v_\alpha(t), s_\alpha(t), v_{\alpha-1}(t)).$$

Так как поведение отдельно взятого автомобиля α может зависеть не от лидера потока $\alpha - 1$, а от числа движущихся впереди автомобилей n_α , то уравнение можно записать в виде

$$v'_\alpha(t) = f(x_\alpha(t), v_\alpha(t), x_{\alpha-1}(t), v_{\alpha-1}(t), \dots, x_{\alpha-n_\alpha}(t), v_{\alpha-n_\alpha}(t)).$$

Среди микроскопических моделей транспортных потоков выделяют следующие:

1. Оптимальная скоростная модель (Optimal Velocity Model – OVM).
2. Скоростная разностная модель (Velocity-Difference Model – VDIFF).
3. Модель Видемана (Wiedemann).
4. Модель разумного водителя (Intelligent Driver Model – IDM).

Согласно работе [6], программный продукт PTV Vissim является наиболее известной реализацией модели Видемана, в котором реализовано многомодальное микроскопическое моделирование транспортного потока. Этот продукт является мировым лидером на рынке программного обеспечения по моделированию транспортных потоков.

Авторы работы [7] описывают модель разумного водителя (IDM). По их мнению, она представляет собой непрерывную модель следования за автомобилем; используется для моделирования городского движения и магистрали. Данная модель описывает динамику скоростей и позиций отдельных транспортных средств. Для отдельного транспортного средства α величиной x_α обозначают позицию в момент времени t , а через v_α – скорость данного транспортного средства. Величиной l_α обозначают его длину. Для упрощения выражения также определяют расстояние от бампера до бампера:

$$s_\alpha = x_{\alpha-1} - x_\alpha - l_{\alpha-1},$$

где $\alpha - 1$ относится к транспортному средству, которое расположено перед данным транспортным средством α . Тогда разница скоростей определяется как

$$\Delta v_\alpha = v_\alpha - v_{\alpha-1}.$$

В этом случае движущееся транспортное средство α описывается двумя обыкновенными дифференциальными уравнениями:

$$x'_\alpha = \frac{dx_\alpha}{dt} = v_\alpha,$$

$$v'_\alpha = \frac{dv_\alpha}{dt} = a \left(1 - \left(\frac{v_\alpha}{v_0} \right)^\delta - \left(\frac{s^*(v_\alpha, \Delta v_\alpha)}{s_\alpha} \right)^2 \right),$$

где v_0 – желаемая скорость, то есть та скорость, с которой автомобиль двигался бы в свободном движении; s_0 – минимальный интервал – минимальное расстояние между бамперами, которое было бы даже при отсутствии движения в пробке; a – ускорение; δ – показатель степени, обычно принимают $\delta = 4$; s^* – величина, определяемая как

$$s^*(v_\alpha, \Delta v_\alpha) = s_0 + v_\alpha T + \frac{v_\alpha \Delta v_\alpha}{2\sqrt{ab}},$$

где T – желаемое время (время, в течение которого движется транспортное средство); b – так называемое удобное тормозное замедление. Ускорение транспортного средства α вычисляется двумя способами:

1) в условиях свободной дороги – $(v_\alpha^{\text{своб}})' = a \left(1 - \left(\frac{v_\alpha}{v_0} \right)^\delta \right);$

2) в условиях взаимодействия –

$$(v_\alpha^{\text{взаим}})' = -a \left(\frac{s^*(v_\alpha, \Delta v_\alpha)}{s_\alpha} \right)^2 = -a \left(\frac{s_0 + v_\alpha T}{s_\alpha} + \frac{v_\alpha \Delta v_\alpha}{2\sqrt{ab} s_\alpha} \right)^2.$$

Здесь s_α – расстояние до лидера на свободной дороге. Ускорение при этом зависит от свободных дорожных условий, которые приблизительно равны низким скоростям и стремятся к нулю, так как v_α приближается к v_0 . Таким образом, на свободной дороге отдельное транспортное средство приближается к своей желаемой скорости v_0 .

В работе [8] представлена клеточная модель автоматов, которая использует целочисленные переменные для описания динамических

свойств транспортного потока. Дорогу разбивают на участки определенной длины Δx , а время дискретизируют по шагам Δt . Так как любая секция дороги может быть либо пустой, либо занята транспортным средством, то движущие силы описываются правилами обновления формы:

$$v_{\alpha}^{t+1} = f(s_{\alpha}^t, v_{\alpha}^t, v_{\alpha-1}^t, \dots),$$

$$x_{\alpha}^{t+1} = x_{\alpha}^t + v_{\alpha}^{t+1} \Delta t.$$

Здесь время t моделирования измерено в единицах Δt , а положение автомобиля x_{α} – в единицах Δx . Масштаб времени обычно выражают временем реакции водителя (например, $\Delta t = 1$ с).

Степень детализации модели определяется длиной дорожных секций при постоянном времени Δt . Средняя длина дороги, занятая автомобилем в полном бездействии, приблизительно составляет 7.5 м. При принятии данной величины за Δx происходит моделирование, когда один автомобиль занимает точно одну секцию дороги, а скорость соответствует $s\Delta x / \Delta t = 135$ км/ч (максимальная желаемая скорость движения). Но в такой системе наименьшее ускорение было бы $\Delta x / \Delta t = 7.5$ м/с², что не является реальным. Поэтому сегодня принята пространственная модель, где $\Delta x = 1.5$ м, что соответствует ускорению $a = 1.5$ м/с².

Несмотря на некоторые недостатки клеточных моделей транспортных потоков по сравнению с непрерывными, они могут воспроизводить достаточно широкий диапазон движения, при этом такие модели очень эффективны в численной реализации, что позволяет моделировать большие дорожные сети в режиме реального времени.

Заключение

Существует достаточно много разных методов моделирования транспортных потоков. Тем не менее нельзя с уверенностью сказать, что один конкретный метод превзойдет все остальные во всех случаях. Поэтому для любого успешного применения моделей крайне важно иметь четкое определение проблемы, которую необходимо решить, определить модель, которая лучше подходит для данного типа проблемы, и проверить наличие данных, необходимых для правильной сборки и применения модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мадияров М.Н.* Математическое и компьютерное моделирование транспортных потоков с учетом экологических требований. Усть-Каменогорск, 2012. 228 с.
2. *Fundamentals of Traffic Simulation* / ed. Barceló J. // International Series in Operations Research & Management Science. New York: Springer Verlag, 2010. V. 145. 442 p.
3. *Daganzo C.F.* Remarks on Traffic Flow Modeling and its Applications // Brilon W., Huber F., Schreckenberg M., Wallentowitz H. (eds) Traffic and Mobility. Berlin, Heidelberg: Springer, 1999. P. 105–115.
4. *Валуев А.М.* Моделирование транспортных процессов в формализме гибридных систем // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014). Москва, 16–19 июня 2014 г. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 5033–5043.
5. *Введение в математическое моделирование транспортных потоков* / под ред. А.В. Гасникова. 2-е изд. М.: МЦНМО, 2013. 427 с.
6. *Якимов М.Р., Попов Ю.А.* Транспортное планирование: практические рекомендации по созданию транспортных моделей городов в программном комплексе PTV Vision® VISUM: монография. М.: Логос, 2014. 200 с.
7. *Клинковштейн Г.И., Афанасьев М.Б.* Организация дорожного движения: учебник для вузов. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Транспорт, 2001. 247 с.
8. *Лобанов А.И.* Модели клеточных автоматов // Компьютерные исследования и моделирование. 2010. Т. 2. № 3. С. 273–293.

Численное моделирование диффузионно-дрейфовой системы в режиме динамического воздействия¹

М.В. Большаков, А.В. Павельчук, А.Г. Масловская

Амурский государственный университет – АмГУ, г. Благовещенск, Россия

В настоящее время в числе объектов математического моделирования важное место занимают системы, в которых протекают процессы диффузионной природы. Диффузионно-дрейфовые системы формализуются с помощью уравнений вида «конвекция – диффузия» («адвекция – диффузия») и используются для описания широкого класса явлений в самых различных предметных областях: экономике (для моделирования опционов), в физике и химии (для описания химических реакций и диффузионных явлений), в теории тепломассопереноса, в геологии, в задачах экологического прогнозирования и мониторинга окружающей среды [1–3]. Математическое моделирование конвективно-диффузионных процессов приводит к начально-граничным задачам для уравнений с частными производными параболического типа (нестационарные режимы) и к граничным задачам для уравнений эллиптического типа (стационарные режимы) [3]. При математическом моделировании, приближенном к реальным условиям эксперимента, часто требуется описание отклика при воздействии на объект движущегося источника. Особенность таких процессов связана с аналитическим заданием функции источника и с реализацией алгоритма, определяющего перемещение источника и суперпозицию вкладов отклика среды на его воздействие. Примером может служить прикладная задача о моделировании процесса зарядки полярных диэлектриков [4–5] в режиме динамического воздействия.

Одними из широко распространенных методов решения многомерных эволюционных задач математической физики являются конечно-разностные методы расщепления [3]. Следует заметить, что методы этой группы при решении задач с несложной геометрией расчетных областей не уступают по точности методу конечных элементов (при использовании в последнем случае линейных базисных функций). При

¹ Исследование выполнено в рамках госзадания № 1.13421.2019/13.2.

этом конечно-разностные методы легче программируются и дают выигрыш в плане времени машинных вычислений при решении ресурсоемких задач, в частности при решении задач с запаздыванием [5]. Настоящая работа направлена на разработку и программную реализацию математической модели диффузионно-дрейфовой системы, функционирующей в режиме динамического воздействия внешнего источника.

Математическая постановка задачи

Сформулируем концептуальную постановку задачи. Будем считать, что в некотором объекте, заданном двумерной областью G_1 с характерным линейным размером L , действует внутренний источник, зависящий от пространственных координат и занимающий в объекте геометрическую область G_2 . Источник движется с постоянной скоростью \mathbf{v} в одном из координатных направлений. Требуется провести математическое моделирование отклика диффузионно-дрейфовой системы на воздействие движущегося источника.

Математическую постановку задачи введем в рассмотрение в виде начально-граничной задачи для многомерного уравнения типа «конвекция – диффузия» в следующей обобщенной постановке:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u - v_c \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + f(x, y), \quad x \in [0, L], \quad y \in [0, L], \quad t \in [0, \bar{t}], \quad (1)$$

где $u(x, y, t)$ – искомая функция; D – коэффициент диффузии; $v_c > 0$ – скорость конвективного переноса; $f(x, y)$ – функция внутреннего источника.

Схематическое представление объекта и действующего источника приведено на рис. 1.

Будем полагать, что геометрически внутренний источник задается половиной окружности с радиусом R . Источник начинает действовать в позиции $x = 0, y = L/2$ в момент времени t_0 и перемещается вдоль оси OY с постоянной скоростью. Замкнем математическую постановку задачи (1) заданием начального условия и граничных условий соответственно:

$$u(x, y, t_0) = u_0, \quad x \in [0, L], \quad y \in [0, L], \quad t_0 = 0; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0}^{0 \leq y \leq Y} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}^{0 \leq x \leq X} = 0, \quad u|_{x=L}^{0 \leq y \leq Y} = u_0, \quad u|_{y=L}^{0 \leq x \leq X} = u_0, \quad t \in [0, \bar{t}]. \quad (3)$$

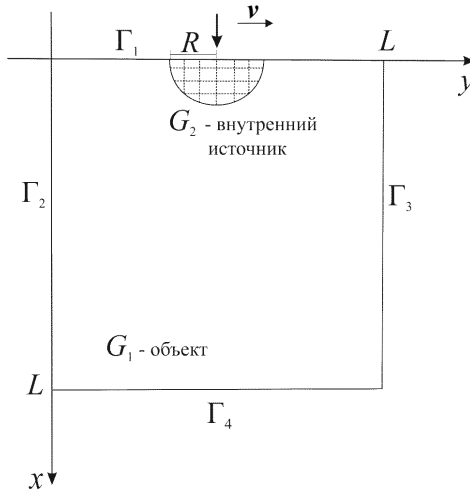


Рис. 1. Геометрия расчетной области

Конструирование вычислительного алгоритма

Одной из важнейших вычислительных проблем, связанных с конечно-разностным решением уравнений вида (1), является аппроксимация конвективного слагаемого. Известно, что использование центрально-симметричной аппроксимации для этого слагаемого приводит к потере монотонности решения (особенно для задач с «большими» значениями числа Пекле $Pe = v_c l / D$, где l – характерный линейный размер). Применение противопотоковой («upwind») схемы (аппроксимация разностью назад) хотя и дает монотонное решение, но вместе с тем понижает порядок аппроксимации по координатам всей схемы до первого [2].

Для построения вычислительной схемы была использована гибридная вычислительная схема. Концепция состоит в использовании неявной конечно-разностной схемы типа «предиктор – корректор» (схема расщепления) для аппроксимации диффузионной части уравнения, а также схемы Робертса – Вейсса [6, 7] и далее формулы центрально-симметричной производной для аппроксимации конвективного слагаемого.

Введем конечно-разностную сетку с шагами h_1 и h_2 по координатам и τ по времени:

$$w_{h_1, h_2}^\tau = \{x_i = ih_1, i = \overline{1, N}; y_j = jh_2, j = \overline{1, M}; t = k\tau, k = \overline{1, K}\}.$$

Первые две подсхемы (предиктор) являются неявными и получаются расщеплением по координатам x и y на дробном шаге $\tau/2$, который делится на полушаг $\tau/4$, в совокупности со схемой Робертса – Вейсса для аппроксимации конвективного слагаемого, которая обеспечивает монотонность итоговой схемы:

$$\frac{u_{ij}^{k+1/4} - u_{ij}^k}{\tau/2} = \frac{D}{h_1^2} (u_{i+1,j}^{k+1/4} - 2u_{ij}^{k+1/4} + u_{i-1,j}^{k+1/4}) - v_c \left(\frac{u_{ij}^{k+1/4} - u_{i-1,j}^{k+1/4} + u_{i+1,j}^k - u_{ij}^k}{2h_1} \right); \quad (4)$$

$$\frac{u_{ij}^{k+1/2} - u_{ij}^{k+1/4}}{\tau/2} = \frac{D}{h_2^2} (u_{ij+1}^{k+1/2} - 2u_{ij}^{k+1/2} + u_{ij-1}^{k+1/2}) - v_c \left(\frac{u_{ij}^{k+1/2} - u_{ij-1}^{k+1/2} + u_{ij+1}^{k+1/4} - u_{ij}^{k+1/4}}{2h_2} \right). \quad (5)$$

Далее примем во внимание краевые условия для граничных узлов и введем для них конечно-разностные аппроксимации второго порядка с использованием дополнительных слоев по координатам с фиктивными узлами:

$$\frac{u_{0,j}^{k+1/2} - u_{2,j}^{k+1/2}}{2h_1} = 0, \quad \frac{u_{i,0}^{k+1} - u_{i,2}^{k+1}}{2h_2} = 0.$$

Последние учтем соответственно в (4) и (5). Итоговые системы линейных алгебраических уравнений решаются методом прогонки на каждом временном подслое.

Третья подсхема является явной (корректор) и на полном дробном шаге τ позволяет вычислить значение искомой функции (в сочетании с аппроксимацией конвективного слагаемого по схеме центральной разности):

$$\frac{u_{ij}^{k+1} - u_{ij}^k}{\tau} = \frac{D}{h_1^2} (u_{i+1,j}^{k+1/2} - 2u_{ij}^{k+1/2} + u_{i-1,j}^{k+1/2}) + \frac{D}{h_2^2} (u_{ij+1}^{k+1/2} - 2u_{ij}^{k+1/2} + u_{ij-1}^{k+1/2}) - v_c \left(\frac{u_{i+1,j}^{k+1/2} - u_{i-1,j}^{k+1/2}}{2h_1} + \frac{u_{ij+1}^{k+1/2} - u_{ij-1}^{k+1/2}}{2h_2} \right) + f_{ij}^{k+1}. \quad (6)$$

Можно показать, что вычислительная схема (4) – (6) является абсолютно устойчивой, имеет второй порядок аппроксимации по координатам и времени $O(h_1^2 + h_2^2 + \tau^2)$, а также монотонна.

Вычислительный эксперимент

Для решения рассмотренного класса задач разработана прикладная программа в ППП Matlab. Результат работы программы продемонстрируем на примере моделирования системы, описываемой в математической постановке (1) – (3), в нормированных единицах. Для проведения вычислительного эксперимента необходимо инициализировать следующие параметры: скорость конвективного переноса (v_c), коэффициент диффузии (D), линейный размер объекта (L), период времени наблюдения (\bar{t}). Пусть также источник перемещается из позиции $(0, L/2)$ с постоянной скоростью равной 1. Функция источника задается с помощью распределения Гаусса с параметрами f_0 , a_1 и a_2 :

$$f(x, y) = f_0 \exp\left(-\left[\sqrt{x^2 + (y - L/2)^2} - a_1\right]^2 / a_2\right). \quad (7)$$

Программа позволяет наблюдать динамику изменения искомой функции в фиксированные моменты времени (рис. 2).

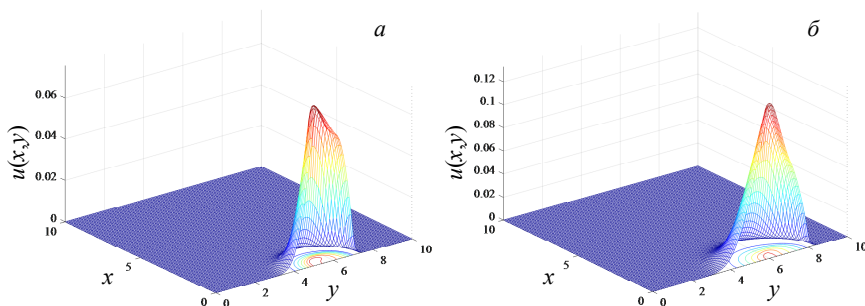


Рис. 2. Фрагмент анимации – модельное представление искомой функции $u(x, y)$ в фиксированные моменты времени (параметры в отн. ед.: $D = 1$, $v_c = 1$, $L = 10$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $f_0 = 1$): $t_1 = 0.1$ (а), $t_2 = 0.2$ (б)

Основной особенностью визуализированного численного решения задачи (1) – (3) является асимметричное смещение изолиний графика многомерной функции. В данном случае рассмотрен пример с отсутст-

вием доминирования в соотношении процессов диффузии и дрейфа (число Пекле $Pe \sim 1$). В условиях конкретной прикладной задачи этот аспект требует детального рассмотрения, поскольку доминирование дрейфа (конвекции) может привести к сингулярному возмущению самой задачи.

Заключение

Таким образом, построена вычислительная схема расщепления для реализации модели диффузионно-дрейфовой системы в режиме динамического воздействия. Вычислительная схема является абсолютно устойчивой, имеет второй порядок аппроксимации по координатам и времени, монотонна. Проведены алгоритмизация и программная реализация математической модели. Представлен вычислительный эксперимент для решения модельной задачи в нормированном виде. Указанный математический аппарат и программное решение задачи служат основой для реализации математической модели динамической зарядки полярных диэлектриках в условиях электронного облучения [5]. Дополнительного исследования требует анализ поведения управляющих характеристик модели в условиях доминирования дрейфа или диффузии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Morton K.W.* Numerical Solution of Convection-Diffusion Problems. London: Chapman & Hall, 1996. P. 75–111.
2. *Hundsdoerfer W., Verwer J.G.* Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion Reaction Equations Series. Berlin: Springer, 2003. 495 p.
3. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения задач конвекции – диффузии. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2015. 248 с.
4. *Pavelchuk A.V., Maslovskaya A.G.* Numerical simulation of electron beam-induced dielectric charging using advanced computational scheme for solving semilinear reaction-diffusion equation // World J. Modelling and Simulation, 2018. V. 14. No. 2. P. 83–89.
5. *Pavelchuk A.V., Maslovskaya A.G.* Simulation of delay reaction-drift-diffusion system applied to charging effects in electron-irradiated dielectrics // Proc. of IOP Conf. Series: J. Physics: Conf. Series. 2019. P. 012009 (6).
6. *Roberts K.V., Weiss N.O.* Convective difference schemes // License or Copyright Restrictions May Apply to Redistribution, U.K.A.E.A., Culham Laboratory, Abingdon, Berks England, 1966. P. 272–299.
7. *Buckova Z., Ehrhardt M., Gunther M.* Alternating direction explicit methods for convection diffusion equations // Bergische Universitat Wuppertal Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften, IMACM, 2015. P. 309–325.

Экспериментальное исследование модели системы связи на основе хаотической маскировки

А.А. Гавришев

Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь, Россия

В настоящее время идет активное развитие защищенных систем связи на основе хаотических сигналов [1, 2]. При этом актуальным вопросом является изучение свойств и характеристик данных систем связи. Одним из перспективных методов их изучения является использование методов нелинейной динамики, которые позволяют получить визуальные (качественные) и количественные показатели, с помощью которых можно определить, например, меру их хаотичности как возможного показателя защищенности [2], классифицировать передаваемые в канале связи сигналы и т.д. [3–5]. К таким показателям могут относиться визуальные (качественные) показатели, такие, как временные диаграммы, фазовые портреты, а также количественные показатели – показатель Херста H , максимальный показатель Ляпунова λ_{\max} , BDS-статистику $\bar{w}(\epsilon)$ и некоторые другие [3–5].

Одной из самых известных систем связи на основе хаотических сигналов является система связи на основе хаотической маскировки. Ее структурная схема изображена на рис. 1 [6].

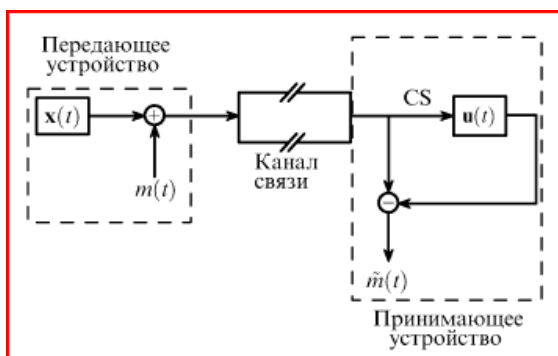


Рис. 1. Структурная схема системы связи на основе хаотической маскировки

В общем случае схема, изображенная на рис. 1, функционирует следующим образом [6]. На передающей стороне информационный сигнал подмешивается в сумматоре к несущему сигналу, генерируемому передающей хаотической системой, и далее передается по каналу связи. В приёмнике осуществляется полная хаотическая синхронизация находящегося в нём хаотического генератора с помощью принимаемого сигнала, в результате чего динамика принимающего генератора становится идентичной динамике передающего. Детектированный сигнал получается после прохождения через вычитающее устройство как разность между принимаемым сигналом и синхронным откликом генератора хаоса в приёмнике.

В некоторых работах отмечены недостатки данной системы связи, например добавление шума в канал связи приводит к резкому ухудшению качества передаваемой информации [6]. В качестве недостатка также отмечается тот факт, что в ряде случаев условному противнику возможно восстановить исходное информационное сообщение [6, 7]. Вместе с тем известно достаточно много исследований данной системы связи, в которых доказывается, что система связи на основе хаотической маскировки потенциально пригодна для скрытой передачи информации в беспроводных каналах связи [8–10]. Причем в упоминаемых научных работах в качестве генератора хаотических сигналов используется известный аттрактор Ресслера [8–10]. Исходя из этого, исследование системы связи на основе хаотической маскировки, в которой в качестве генератора хаотических сигналов используется аттрактор Ресслера, представляет интерес.

Целью данной статьи является моделирование системы связи на основе хаотической маскировки, использующей в качестве генератора хаотических сигналов аттрактор Ресслера, и ее экспериментальный анализ с помощью методов нелинейной динамики.

Исследовательская часть

Проведем моделирование системы связи на основе хаотической маскировки в пакете программ ScicosLab [11, 12]. В качестве исходного информационного сигнала возьмем последовательность прямоугольных импульсов из диапазона $[-1; 1]$. В качестве генератора хаотических сигналов возьмем аттрактор Ресслера [12]. Его уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{dx}{dt} = -y - z, \quad \frac{dy}{dt} = x + ay, \quad \frac{dz}{dt} = b + z(x - c). \quad (1)$$

В уравнении (1) будем изменять переменную c в широком диапазоне. Среди других особенностей процесса моделирования отметим тот факт, что на передаваемые сигналы в канале связи действует аддитивная гауссовская помеха. При процессе моделирования условимся считать, что передающая и приемная стороны синхронизированы во времени между собой. В результате процесса моделирования в ScicosLab были получены различные временные реализации сигналов, передаваемых в канале связи [11]. Проведем их визуальный (качественный) и количественный анализ на основе известных методов нелинейной динамики [3–5, 11]. С основными теоретическими выкладками известных методов нелинейной динамики (временные диаграммы, фазовые портреты, BDS-статистика $\bar{w}(\epsilon)$, показатель Херста H , максимальный показатель Ляпунова λ_{\max}), а также программами, вычисляющими их, можно ознакомиться в работах [3–5] и списках литературы к ним.

Для того чтобы корректно применить методы нелинейной динамики к полученным данным, вначале необходимо определить минимальную размерность аттрактора (псевдоаттрактора). Расчеты, проведенные в соответствии с работами [13, 14], показывают, что минимальная размерность аттрактора (псевдоаттрактора) передаваемых сигналов системы связи на основе хаотической маскировки, использующей в качестве генератора хаотических сигналов аттрактор Ресслера, равняется 3.

В начале рассмотрим полученные визуальные (качественные) показатели передаваемых в канале связи сигналов (временные диаграммы и фазовые портреты.). На рис. 2 и 3 приведены примеры временной диаграммы и фазового портрета передаваемых в канале связи сигналов системы связи на основе хаотической маскировки, использующей в качестве генератора хаотических сигналов аттрактор Ресслера [11]. Заметим, что другие полученные временные диаграммы и фазовые портреты имеют схожий вид с рис. 2 и 3 [11].

Как хорошо видно из приведенных визуальных (качественных) показателей для сигналов, полученных с помощью аттрактора Ресслера (рис. 2 и 3), исследуемые сигналы имеют достаточно структурированный вид [3–5, 11]. Полученные фазовые портреты в форме вытянутой окружности также показывают явную структурированность [3–5, 11].

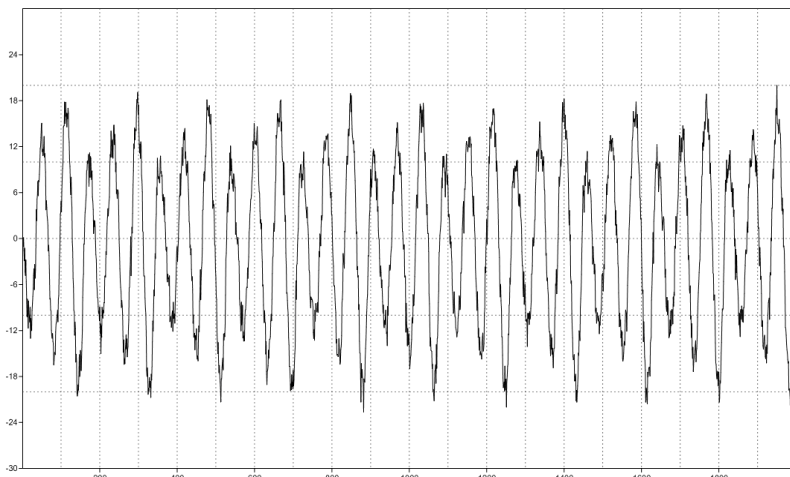


Рис. 2. Временная диаграмма передаваемого в канале связи сигнала

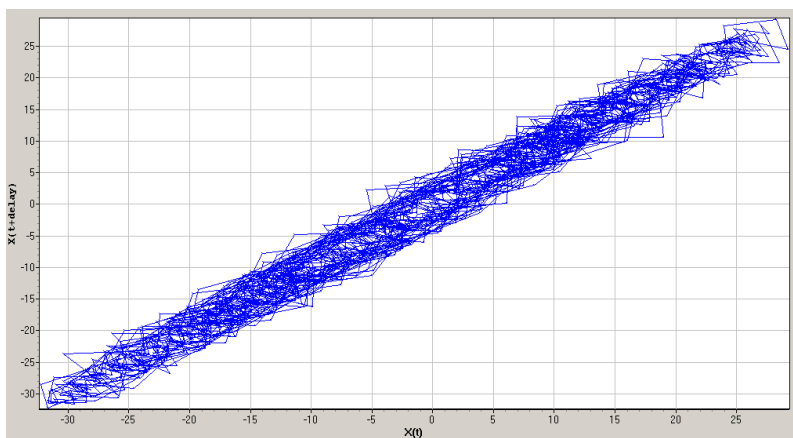


Рис. 3. Фазовый портрет передаваемого в канале связи сигнала

Теперь рассмотрим полученные количественные показатели передаваемых в канале связи сигналов системы связи на основе хаотической маскировки, использующей в качестве генераторов хаотических сигналов аттрактор Ресслера (BDS-статистика $\overline{m}(\varepsilon)$, показатель Херста H , максимальный показатель Ляпунова λ_{\max}) (таблица).

Значение количественных показателей

Показатель	Значение диапазона
BDS-статистика $\bar{w}(\epsilon)$	[200; 500]
Показатель Херста H	[0.16; 0.21]
Максимальный показатель Ляпунова λ_{\max}	[0.2; 0.9]

Как видно из приведенных количественных показателей, сигналы, полученные с помощью аттрактора Ресслера (рис. 2 и 3), идентифицируются как хаотические [4, 11], так как находятся около значений BDS-статистики $\bar{w}(\epsilon)$, равных диапазону [200; 500], что также указывает на их структурированность. Полученные значения максимального показателя Ляпунова λ_{\max} указывают на то, что сигналы [3, 5, 11], полученные с помощью аттрактора Ресслера, находящиеся в диапазоне [0.2; 0.9], обладают свойствами хаотичности. Полученные значения показателя Херста H показывают [3, 11], что сигналы, полученные с помощью аттрактора Ресслера, находящиеся в диапазоне [0.16; 0.21], также обладают свойствами хаотичности.

Заключение

Таким образом, в данной статье было проведено моделирование системы связи на основе хаотической маскировки, использующей в качестве генератора хаотических сигналов аттрактор Ресслера, и ее экспериментальный анализ с помощью методов нелинейной динамики. В результате было установлено, что передаваемые в канале связи сигналы обладают структурированностью. Вместе с тем также установлено, что передаваемые в канале связи сигналы обладают свойствами хаотичности. Отсюда можно заключить, что система связи на основе хаотической маскировки, использующая в качестве генератора хаотических сигналов аттрактор Ресслера, является потенциально уязвимой для внешнего наблюдателя, который может обнаружить сам факт передачи сигналов и раскрыть структуру передаваемых сигналов. В связи с этим необходимо предусмотреть меры повышения защищенности передаваемых сигналов от внешнего наблюдателя, например усложнить форму передаваемых сигналов, делая их более похожими на «белый шум» [1–5], либо использовать модифицированные системы связи на основе хаотической маскировки [15].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Леонов К.Н., Потапов А.А., Ушаков П.А.* Математическое моделирование системы передачи информации на основе хаотических сигналов с фрактальной размерностью // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2010. Т. 13. № 3. С. 47–53.
2. *Сивашенко С.И.* Скрытность радиосистем со сложными и хаотическими сигналами // *Системы управління, навігації та зв'язку*. 2009. № 3(11). С. 56–58.
3. *Гавришев А.А., Жук А.П.* Применение методов нелинейной динамики для исследования хаотичности сигналов-переносчиков защищенных систем связи на основе динамического хаоса // *Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии*. 2018. Т. 16. № 1. С. 50–60.
4. *Гавришев А.А., Жук А.П.* Применение программы Eviews для анализа защищенных систем связи на основе хаотических сигналов на основе BDS-статистики // *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*. 2018. Т. 12. № 11. С. 43–50.
5. *Шахтарин Б.И. и др.* Генераторы хаотических колебаний: учебное пособие. М.: Гелиос АРВ, 2014. 248 с.
6. *Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.* О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // *УФН*. 2009. Т. 179. № 12. С. 1281–1310.
7. *Пономаренко В.И., Прохоров М.Д.* Выделение информационной компоненты хаотического сигнала системы с запаздыванием // *Письма в ЖТФ*. 2002. Т. 28. Вып. 16. С. 37–44.
8. *Русын В.Б.* Моделирование и исследование хаотической системы Ресслера с помощью программных сред LabView и MultiSim // *Вісник Національного технічного університету України «КПІ» Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування*. 2014. № 59. С. 21–28.
9. *Сычѳв В.А.* Способ централизованного управления группой роботов по общему каналу // *Международная научно-техническая конференция, приуроченная к 50-летию МРТИ-БГУИР (Минск, 18–19 марта 2014 года): Материалы конф. В 2 ч. Ч. 1. Минск, 2014. С. 304–305.*
10. *Aceng Sambas, Mada Sanjaya W. S., Mustafa Mamat, Halimatussadiyah* Design and Analysis Bidirectional Chaotic Synchronization of Rossler Circuit and Its Application for Secure Communication // *Applied Mathematical Sciences*. 2013. V. 7. No. 1. P. 11–21.
11. *Гавришев А.А.* Моделирование и количественно-качественный анализ распространенных защищенных систем связи // *Прикладная информатика*. 2018. Т. 13. № 5 (77). С. 84–122.
12. *Layec A.* «Modnum». Scilab toolbox for the communication systems. User's guide. IRCOM Group. 2006. 100 p.
13. *Гиляров В.Л.* Выявление детерминированной составляющей в сигналах акустической эмиссии от механически нагруженных образцов из горных пород // *Физика твердого тела*. 2015. Т. 57. В. 11. С. 2204–2211.
14. *Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Чернышов Н.Ю.* Стабилизация хаоса в системе Ресслера импульсным и гармоническим сигналом // *Изв. вузов «ПНД»*. 2010. Т. 18. № 4. С. 3–16.
15. *Kehui Sun* Chaotic Secure Communication: Principles and Technologies. De Gruyter. 2016. 346 p.

Имитационное моделирование пространственных и временных характеристик систем видения через атмосферу

И.Ю. Гендрина

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г.Томск, Россия*

Системный подход является эффективным методом решения задач переноса излучения в различных средах, в частности, через атмосферу. Его применение основывается на том, что структура, состоящая из источника излучения, среды распространения и приемного устройства, удовлетворяет всем признакам линейной системы [1, 2]. В теории переноса излучения такая структура называется системой видения [4].

Постановка задачи

Будем рассматривать систему видения L через слоисто-однородную аэрозольно-молекулярную атмосферу. Для анализа влияния системы на произвольный объект, расположенный на подстилающей поверхности, необходимо построить отклик системы L на точечный δ -импульс – функцию размытия точки (ФРТ):

$$L[\delta(x - x_0, y - y_0)] = h(x_0, y_0). \quad (1)$$

Будем рассматривать два варианта – стационарный и нестационарный. Для нестационарного случая в соотношении (1) добавляется зависимость от времени:

$$L[\delta(x - x_0, y - y_0) \delta(t - t_0)] = h(x_0, y_0; t_0). \quad (2)$$

Оптическая модель атмосферы задается с помощью следующих характеристик:

- а) коэффициенты аэрозольного рассеяния $\sigma_{sc}(\mathbf{r})$ и ослабления $\sigma_{ext}(\mathbf{r})$;
- б) аэрозольная индикатриса рассеяния $g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}')$;
- в) вертикальные профили температуры и давления для расчета коэффициентов молекулярного рассеяния.

Геометрическая схема расчетов является следующей: на нижней границе атмосферы (на подстилающей поверхности) в точке с координатами $(x_0, y_0, 0)$ находится точечный источник единичной мощности,

а на верхней границе атмосферы в точке с координатами (x_0, y_0, H) – идеальный оптический приемник. В нестационарном случае предполагается, что излучение источника происходит в момент времени t_0 .

Источник определяется плотностью распределения первоначальных направлений $\chi(\omega_0) = \chi(\mu, \varphi)$ (диаграммой направленности), где ω_0 – направление вылета фотона из источника (задается с помощью косинуса зенитного угла μ и азимутального угла φ). Обычно рассматривают три варианта диаграммы направленности источника: изотропный $\left(\chi(\omega_0) = \frac{1}{2\pi}\right)$, ламбертовский $\left(\chi(\omega_0) = \frac{\mu}{\pi}\right)$ и мононаправленный $(\chi(\omega_0) = \delta(\omega - \omega_0))$.

С физической точки зрения ФРТ является решением интегро-дифференциального уравнения переноса [3, 4]:

$$\begin{aligned} (\omega, \text{grad } \Phi(\mathbf{r}, \omega)) &= -\sigma_{ext}(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{r}, \omega) + \\ &+ \sigma_{sc}(\mathbf{r}) \cdot \int_{\Omega} \Phi(\mathbf{r}, \omega') g(\mathbf{r}, \omega, \omega') d\omega' + \Phi_0(\mathbf{r}, \omega). \end{aligned} \quad (3)$$

Для нестационарного случая в уравнении (3) появляется дополнительное слагаемое:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(\mathbf{r}, \omega, t)}{\partial t} + (\omega, \text{grad } \Phi(\mathbf{r}, \omega, t)) &= -\sigma_{ext}(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{r}, \omega, t) + \\ &+ \sigma_{sc}(\mathbf{r}) \cdot \int_{\Omega} \Phi(\mathbf{r}, \omega', t) g(\mathbf{r}, \omega, \omega') d\omega' + \Phi_0(\mathbf{r}, \omega, t). \end{aligned} \quad (4)$$

В уравнении (4) предполагается, что атмосфера находится в стационарном состоянии, т.е. оптические характеристики среды от времени не зависят.

Наряду с уравнением (3) используют «сопряженное» уравнение переноса:

$$\begin{aligned} -(\omega, \text{grad } \Phi^*(\mathbf{r}, \omega)) &= -\sigma_{ext}(\mathbf{r})\Phi^*(\mathbf{r}, \omega) + \\ &+ \sigma_{sc}(\mathbf{r}) \cdot \int_{\Omega} \Phi^*(\mathbf{r}, \omega') g(\mathbf{r}, \omega, \omega') d\omega' + p(\mathbf{r}, \omega). \end{aligned} \quad (5)$$

Подробное описание величин, входящих в уравнения (3) – (5), приведено в [3, 4].

Метод решения

Универсальным методом решения уравнений (3) – (5) является метод Монте-Карло, который заключается в моделировании траекторий движения фотонов как случайной марковской цепи столкновений фотонов с частицами атмосферы и вычисления статистических оценок для искомым величин. Общая схема построения случайных траекторий описана в [3].

В [5] описан алгоритм расчета функции яркости рассеянного излучения в зависимости от зенитного угла наблюдения. В рамках этого моделирования можно также определять другие характеристики излучения: среднюю, максимальную и минимальную кратности столкновений с частицами атмосферы, выборочную дисперсию и т.д.

Решение уравнения для нестационарного случая также может быть получено с использованием описанного алгоритма.

При моделировании «сопряженных» траекторий следует суммировать длины свободного пробега фотона, в каждой точке столкновения к текущей сумме необходимо добавить расстояние от точки столкновения (считая ее точкой первично рассеянных частиц) до источника на подстилающей поверхности, получившуюся сумму поделить на скорость света. В результате для каждого положения приемного устройства или для каждого направления наблюдения будет получено временное распределение яркости.

Поскольку скорость света одна и та же, то можно не делить на нее, а рассматривать и анализировать распределение яркости по длинам пробега. Кроме полученной функции яркости можно рассчитать среднее время пребывания фотона в атмосфере и другие статистические характеристики.

Заключение

Предложенный алгоритм дает возможность одновременно получать пространственное и временное распределение яркости рассеянного излучения для незначительно меняющихся оптических характеристик атмосферы. Кроме того, могут быть найдены различные статистические характеристики полученных распределений. Таким образом, система видения может быть описана с помощью различных характеристик, что позволяет комплексно подходить к анализу происходящих в ней процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тарасенко Ф. П.* Прикладной системный анализ. М.: КНОРУС, 2010. 224 с.
2. *Папулис А.* Теория систем и преобразований в оптике. М.: Мир, 1971. 495 с.
3. *Метод Монте-Карло в атмосферной оптике* / под ред. Г.И. Марчука. Новосибирск: Наука, 1976. 100 с.
4. *Зуев В.Е., Белов В.В., Веретенников В.В.* Теория систем в оптике дисперсных сред. Томск: Изд-во «Спектр» ИОА СО РАН, 1997. 402 с.
5. *Гендрина И.Ю.* Моделирование процесса переноса излучения через облачную атмосферу на основе данных спутниковых наблюдений // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2016): материалы XV Международ. конф. имени А.Ф. Терпугова (12–16 сентября 2016 г.). Томск: ТГУ, 2016.

Анализ влияния государственного регулирования в задаче оптимального распределения ресурсов для двухсекторной модели экономики

Т.И. Грекова, К.О. Полуэктова

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

Рассматривается задача оптимального управления для двухсекторной модели экономики с учётом государственного регулирования.

В таких задачах требуется распределить имеющиеся ограниченные ресурсы таким образом, чтобы обеспечить устойчивый экономический рост. Использование государственного регулирования при распределении ограниченных ресурсов в экономике направлено на стабилизацию экономических процессов.

Постановка задачи

Рассматривается двухсекторная модель экономики на конечном интервале времени $[0, T]$, в которой первый сектор производит средства производства (основные средства), а второй – потребительские блага. В качестве ресурсов в каждом из секторов используются капитал $K_i(t)$, $i=1,2$ и труд $L_i(t)$, $i=1,2$, таким образом, что $K(t) = K_1(t) + K_2(t)$, $L(t) = L_1(t) + L_2(t)$. Трудовые ресурсы изменяются в соответствии с экспоненциальным законом $L(t) = L_0 \cdot e^{\lambda t}$, где λ – темп изменения трудовых ресурсов. Они распределяются между секторами в соответствии с нормой распределения трудовых ресурсов q .

Выпуск в каждом из секторов происходит в соответствии с производственными функциями неоклассического типа $F_i(K_i(t), L_i(t))$, $i=1,2$.

Государственный бюджет формируется за счет сбора налогов с производственных секторов в соответствии с пропорциональной налоговой ставкой τ :

$$G_i(t) = \tau F_i(K_i(t), L_i(t)), i=1,2, \quad G(t) = G_1(t) + G_2(t).$$

В рассматриваемой задаче предполагается, что государственный бюджет полностью используется для стимулирования производствен-

ных секторов. В каждый из секторов направляется доля государственного бюджета $G(t)$, которая определяется в соответствии с нормой распределения государственного бюджета m_i . Таким образом, валовой продукт каждого из секторов $Y_i(t) = F_i(K_i(t), L_i(t)) + m_i G(t)$, $i = 1, 2$, $m_2 = 1 - m_1$, тогда $Y(t) = Y_1(t) + Y_2(t)$ – общий валовой продукт.

После уплаты налога валовой продукт первого сектора

$$\tilde{Y}_1(t) = (1 - \tau)F_1(K_1(t), L_1(t)) + m_1 G(t) \quad (1)$$

распределяется между первым и вторым секторами в соответствии с нормой распределения основных средств s : в первый сектор направляется величина $(1 - \tau)s\tilde{Y}_1(t)$, во второй – $(1 - \tau)(1 - s)\tilde{Y}_1(t)$. Аналогично для второго сектора, после уплаты налога величина

$$\tilde{Y}_2(t) = (1 - \tau)F_2(K_2(t), L_2(t)) + m_2 G(t) \quad (2)$$

полностью направляется на потребление $C(t)$.

Таким образом, изменение во времени основных фондов каждого из секторов описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\dot{K}_1(t) = s[(1 - \tau)F_1(K_1(t), L_1(t)) + m_1 G(t)] - \mu K_1(t); \quad (3)$$

$$\dot{K}_2(t) = (1 - s)[(1 - \tau)F_1(K_1(t), L_1(t)) + m_1 G(t)] - \mu K_2(t), \quad (4)$$

где μ – одинаковая для обоих секторов норма амортизации основных средств.

Основная задача: найти такие норму распределения основных средств s и норму распределения трудовых ресурсов q , чтобы величина потребления

$$J = \int_0^T C(t)e^{-\delta t} dt \xrightarrow{s, q} \max, \quad (5)$$

где δ – коэффициент дисконтирования, на временном интервале $[0, T]$ достигала максимального значения.

Задача решается в удельных переменных:

$$y_i(t) = \frac{Y_i(K_i(t), L_i(t))}{L_i(t)}, \quad f_i(t) = \frac{F_i(K_i(t), L_i(t))}{L_i(t)},$$

$$k_i(t) = \frac{K_i(t)}{L_i(t)}, \quad g_i(t) = \frac{m_i G(t)}{L_i(t)}, \quad c(t) = \frac{C(t)}{L(t)}, \quad i = 1, 2.$$

С учетом введенных переменных изменение во времени фондово-оруженности каждого сектора:

$$\dot{k}_1(t) = s(1-\tau)f_1(k_1) + sm_1\tau \left[f_1(k_1) + \frac{(1-q)}{q} f_2(k_2) \right] - vk_1; \quad (6)$$

$$\dot{k}_2(t) = \frac{q(1-s)(1-\tau)}{(1-q)} f_1(k_1) + (1-s)m_1\tau \left[\frac{qf_1(k_1)}{(1-q)} + f_2(k_2) \right] - vk_2; \quad (7)$$

$$k_1(0) = k_1^0, k_2(0) = k_2^0, k_1(T) = k_1^T, k_2(T) = k_1^T, k_1^T \geq 0, k_2^T \geq 0, \quad (8)$$

где введено обозначение $v = \mu + \lambda, v > 0$.

Таким образом, объем потребления, приходящийся на единицу трудовых ресурсов, определяется выражением

$$c(t) = (1-\tau)(1-q)f_2(k_2) + (1-m_1)\tau [qf_1(k_1) + (1-q)f_2(k_2)]$$

и функционал (5) принимает следующий вид:

$$J = \int_0^T ((1-\tau)(1-q)f_2(k_2) + (1-m_1)\tau [qf_1(k_1) + (1-q)f_2(k_2)]) e^{-\delta t} dt. \quad (9)$$

Итак, требуется найти такие значения норм s и q , которые при ограничениях (6) – (8) доставляли бы максимум функционалу (9). Значения τ и m_1 определяются государственной политикой.

Решение задачи

Задача оптимального распределения ресурсов с учетом государственного регулирования решается как задача оптимального управления с применением принципа максимума Понтрягина. Оптимальная траектория экономического роста для фиксированных значений налоговой ставки и нормы распределения государственного бюджета определяется из условия максимума функции Гамильтона

$$H(s, q, f_1, f_2, k_1, k_2, p_1, p_2) = (1-\tau)(1-q)f_2(k_2) + (1-m_1)\tau + (1-m_1)\tau \times \\ \times [qf_1(k_1) + (1-q)f_2(k_2)] + p_1(s(1-\tau)f_1(k_1) + sm_1\tau \left[f_1(k_1) + \frac{(1-q)}{q} f_2(k_2) \right] - \\ - vk_1) + p_2 \left(\frac{(1-s)q(1-\tau)}{(1-q)} f_1(k_1) + (1-s)m_1\tau \left[\frac{qf_1(k_1)}{(1-q)} + f_2(k_2) \right] - vk_2 \right),$$

где $p_1(t) \geq 0, p_2(t) \geq 0$ – сопряженные переменные, для которых выполняются условия трансверсальности.

Поставленная задача оптимального управления решается на стационарных траекториях, что означает $\dot{k}_1(t) = 0, \dot{k}_2(t) = 0, \dot{p}_1(t) = 0, \dot{p}_2(t) = 0$.

Будем называть магистралью траекторию экономического роста, для которой выполняются условия $\dot{k}_1(t) = k_1^* = \text{const}, \dot{k}_2(t) = k_2^* = \text{const}$.

Необходимые условия максимума функции Гамильтона $\frac{\partial H}{\partial s} = 0; \frac{\partial H}{\partial q} = 0$ и необходимые условия для существования стационарного решения образуют систему уравнений

$$\begin{aligned}
 & s(1-\tau)f_1(k_1) + sm_1\tau \left[f_1(k_1) + \frac{(1-q)}{q} f_2(k_2) \right] - vk_1 = 0, \\
 & \frac{q(1-s)(1-\tau)}{(1-q)} f_1(k_1) + (1-s)m_1\tau \left[\frac{qf_1(k_1)}{(1-q)} + f_2(k_2) \right] - vk_2 = 0, \\
 & -f_1' \left[(1-m_1)\tau q + [1-\tau + m_1\tau] \left(sp_1 + \frac{p_2(1-s)q}{(1-q)} \right) \right] + (v+\delta)p_1 = 0, \\
 & -f_2' \left[(1-q)(1-m_1\tau) + p_1 \frac{m_1(1-q)\tau s}{q} + p_2 m_1\tau(1-s) \right] + (v+\delta)p_2 = 0, \quad (10) \\
 & p_1 \left((1-\tau)f_1(k_1) + m_1\tau \left[f_1(k_1) + \frac{(1-q)}{q} f_2(k_2) \right] \right) - \\
 & - p_2 \left[\frac{(1-\tau)q}{(1-q)} f_1(k_1) + m_1\tau \left(\frac{qf_1(k_1)}{(1-q)} + f_2(k_2) \right) \right] = 0, \\
 & -(1-\tau)f_2(k_2) + (1-m_1)\tau [f_1(k_1) - f_2(k_2)] - \frac{p_1 sm_1\tau}{q^2} f_2(k_2) + \\
 & + \frac{(1-s)p_2 f_1(k_1)(1-\tau + m_1\tau)}{(1-q)^2} = 0,
 \end{aligned}$$

из решения которой определяются оптимальные значения s^*, q^*, k_1^*, k_2^* .

Влияние государственного регулирования на решение задачи

Для производственной функции Кобба – Дугласа проведем анализ влияния государственного регулирования на s^* , q^* , k_1^* , k_2^* , которые являются решением системы (10).

Пусть в течение некоторого достаточно продолжительного отрезка времени $t \in [0, 50]$ налоговая ставка $\tau = 0.13$, норма $m_1 = 0.3$, т.е. в первый сектор направляется меньшая доля государственных дотаций. В некоторый момент времени происходит шоковое увеличение нормы распределения государственного бюджета до величины $m_1 = 0.8$. Результаты моделирования данной ситуации представлены в таблице.

**Зависимость оптимальных значений и непроизводственного потребления
от нормы распределения государственного бюджета**

m_1	τ	k_1^*	k_2^*	s^*	q^*	J
0.3	0.13	3.92	3.252	0.273	0.237	45.746
0.8	0.13	3.919	2.759	0.175	0.13	40.361

Как видно из таблицы, при $m_1 = 0.3$ (большая часть дотаций направляется во второй сектор) суммарное потребление J больше, чем при $m_1 = 0.8$ и большая часть основных средств и трудовых ресурсов направляются во второй сектор. После перераспределения государственного бюджета в первый сектор оптимальные значение фондовооруженностей секторов уменьшаются (причем второго сектора – на 15 %), во второй сектор направляется еще больше основных средств и трудовых ресурсов. Уменьшение дотаций во второй сектор, а также увеличение доли трудовых ресурсов во втором секторе является причиной снижения оптимального уровня фондовооруженности.

Таким образом, можно сделать вывод, что поставленная правительством цель стимулирования производства не приводит к желаемому результату. Увеличение дотаций в первый сектор в итоге ведёт к снижению благосостояния населения, определяемого объёмом производства второго сектора.

Заключение

Представлено решение задачи оптимального распределения ресурсов для двухсекторной модели рыночной экономики на конечном интервале времени с учетом государственного регулирования. Проведен анализ влияния нормы распределения государственного бюджета на решение задачи. Установлено, что государственное регулирование рыночной экономики оказывает отрицательное влияние на экономическую систему: норма распределения основных средств снижается, что ведет к вытеснению частных инвестиций, что, в свою очередь, тормозит развитие рыночных отношений в экономике и не является положительным фактором в теории экономического роста.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Turnovsky S.J.* Fiscal policy and growth in a small open economy with elastic labour supply // *The Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'Economie*. 1999. V. 32. No. 5. P. 1191–1214.
2. *Been-Lon Chen.* Factor taxation and labor supply in a dynamic one-sector growth model // *J. Economic Dynamics and Control*. 2007. No. 31(12). P. 3941–3964.
3. *Параев Ю.И., Грекова Т.И., Данилюк Е.Ю.* Аналитическое решение задачи оптимального управления односекторной экономикой на конечном интервале времени // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2011. № 4 (17). С. 5–15.
4. *Ромер Д.* Высшая макроэкономика. М.: Издат. дом НИУ ВШЭ. 2015. 855 с.
5. *Шараев Ю.В.* Теория экономического роста. М.: Издат. дом ГУ ВШЭ. 2006. 254 с.

Компьютерное моделирование межмолекулярного взаимодействия элементов, участвующих в процессе одномолекулярного секвенирования ДНК

А.А. Захаров, И.Л. Пластун, А.А. Наумов

*Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия*

Секвенирование ДНК представляет собой группу методов, позволяющих установить последовательность нуклеотидов в молекуле ДНК химическим или ферментативным путем. Одним из достаточно быстрых и эффективных методов является одномолекулярное секвенирование в реальном времени [1], заключающееся в определении нуклеотидной последовательности ДНК за счет наблюдения за работой единичной молекулы ДНК-полимеразы в реальном времени, что обуславливает высокую популярность этого метода в настоящее время. Для данного метода актуальной является корректная настройка приборов, производящих секвенирование, а также подбор необходимой концентрации буферного раствора. Поскольку в процессе секвенирования участвует только одна молекула ДНК, то существенное влияние на процесс секвенирования могут оказывать различные аспекты межмолекулярного взаимодействия, в частности параметры комплексообразования на основе супрамолекулярных механизмов [2], а точнее – параметры образования водородных связей в мультикомпонентной смеси молекул – участников процесса полимеризации ДНК. Таким образом, исследование параметров межмолекулярного взаимодействия элементов, участвующих в процессе полимеризации ДНК на основе полимеразы phi29, представляется весьма актуальной задачей для моделирования процедуры секвенирования ДНК с целью подбора оптимальных параметров секвенирования.

Постановка задачи

В представленной работе исследуется межмолекулярное взаимодействие элементов, участвующих в одномолекулярном ДНК-секвенировании в реальном времени на основе процесса полимеризации ДНК-полимеразы phi29. К веществам, участвующим в процедуре секвенирования, относятся: нуклеотиды, длинноцепочечный углеводород – алкан

в соединении с малеимидом, являющийся веществом-мишенью, и буферный раствор, состоящий из мультикомпонентной смеси следующих соединений: трис (гидроксиметил) аминотетран, хлороводород, хлорид магния, сульфат аммония. Изучение межмолекулярного взаимодействия реализуется на основе расчета структуры и КР-спектров образующихся молекулярных комплексов методами квантовой физики и химии на основе теории функционала плотности и последующем анализе параметров водородных связей.

В процессе секвенирования нуклеотиды ДНК осаждаются на специальное вещество, основой которого является углеродная структура, называемая алканом [3], обогащенная малеимидом, который из-за своей высокой реакционной способности и будет взаимодействовать с нуклеотидами.

Молекулярное моделирование производилось методами теории функционала плотности (DFTB) [4] при помощи программного пакета Gaussian 09, с использованием функционала B3LYP [5] и базисного набора 6-31G(d), а также при помощи программного комплекса BIOVIA Materials Studio.

В ходе вычислений были рассчитаны структура молекулы ДНК и структуры четырех нуклеотидов (рис. 1), входящих в её состав. Также были рассчитаны структура и КР-спектр основного реакционного вещества, на который «салятся» нуклеотиды – малеимида (рис. 2).

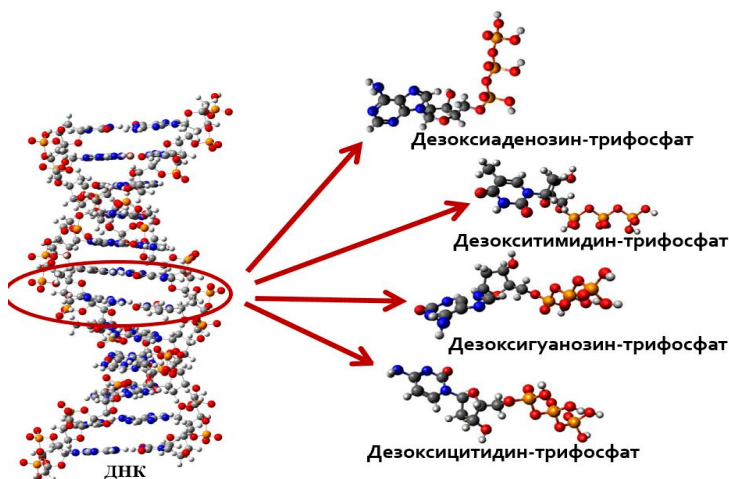


Рис. 1. Структура молекулы ДНК и её нуклеотидов

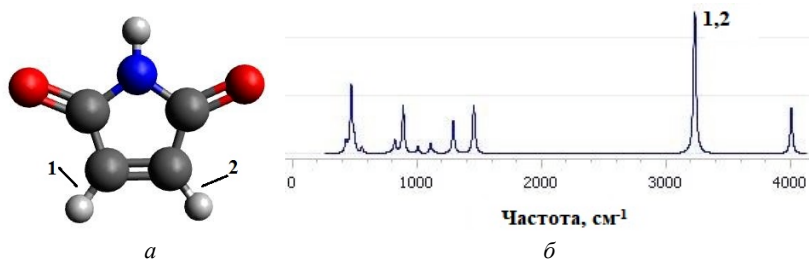


Рис. 2. Структура (а) и КР-спектр (б) малеимида, цифрами 1 и 2 отмечены водородные связи и соответствующие им частоты в КР-спектре

Исследование межмолекулярного взаимодействия нуклеотида и молекулы малеимида выполнялось на примере нуклеотида дезоксиаденозин-трифосфат (рис. 3).

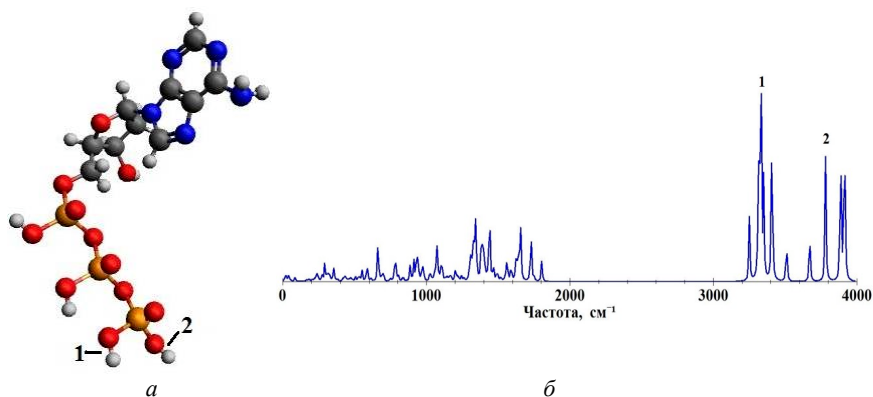


Рис. 3. Структура (а) и КР-спектр (б) дезоксиаденозин-трифосфата, цифрами 1 и 2 отмечены водородные связи и соответствующие им частоты в КР спектре

В результате анализа КР-спектра образующегося молекулярного комплекса было обнаружено, что частоты колебаний водородных связей составляют: 1 – 3327см^{-1} , 2 – 3932см^{-1} (рис. 4).

При образовании водородных связей наблюдался частотный сдвиг $\Delta\nu_1 = 454\text{ см}^{-1}$ (связь 1), $\Delta\nu_2 = 700\text{ см}^{-1}$ (связь 2). По данному параметру обе связи относятся к связям средней силы, а связь 2 – ближе к сильному взаимодействию (классификация водородных связей по силе – см., например, [6]).

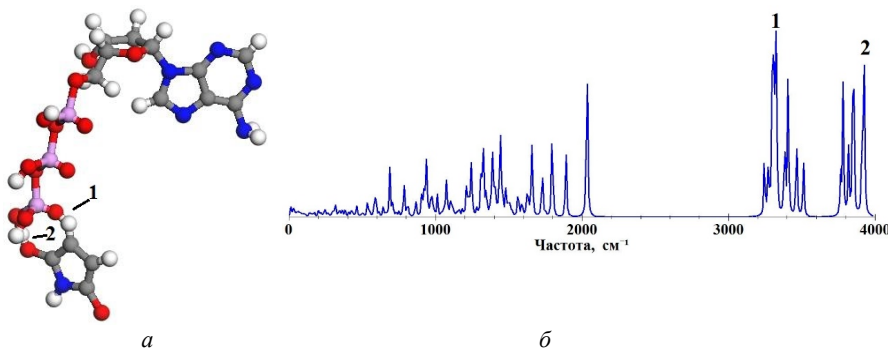


Рис. 4. Структура (а) и КР-спектр (б) молекулярного комплекса дезоксиаденозин-трифосфат – малеимид, цифрами 1 и 2 отмечены образующиеся водородные связи и соответствующие им частоты в КР-спектре

На рис. 5 представлена структура и КР-спектр в мультикомпонентной смеси между элементами буферного раствора.

Цифрами на рис. 5, б отмечены частоты, характерные для составляющих мультикомпонентной смеси: 1(134 см^{-1}) – хлорид магния, 2(2319 см^{-1}), 3(2630 см^{-1}), 4(2946 см^{-1}), 5(3657 см^{-1}), – трис (гидроксиметил) аминометан, 6(3836 см^{-1}) – сульфат аммония.

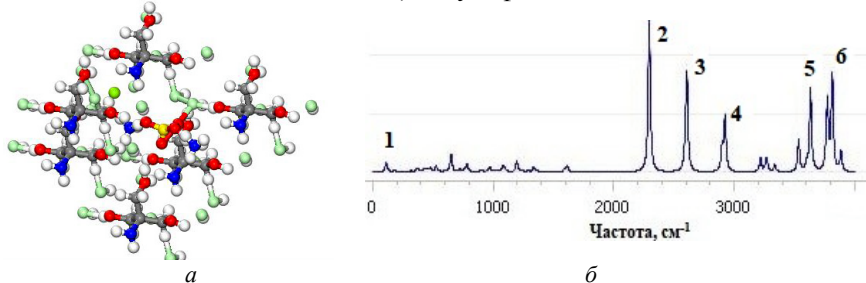


Рис. 5. Структура (а) и КР-спектр (б) молекулярного комплекса трис(гидроксиметил)аминометана – хлороводород – хлорид магния – сульфат аммония

Заключение

В результате молекулярного моделирования было обнаружено, что водородные связи, образующиеся между малеимидом и нуклеотидом, относятся к связям средней силы и сильным. Поскольку количество элементов в мультикомпонентной смеси, представляющей собой бу-

ферный раствор, алкан с малеимидом и нуклеотид, достаточно велико и образующиеся между ними водородные связи – многочисленны, то данный вид взаимодействия можно отнести к супрамолекулярному [2]. Кроме того, при анализе спектра мультикомпонентной смеси буферного раствора было выяснено, что базовым веществом для создания активной смеси, где нуклеотиды могут эффективно взаимодействовать с малеимидом, является трис (гидроксиметил) аминотетан, поэтому, в ходе экспериментальных работ необходимо отслеживать концентрацию именно этого вещества.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахунов Э.Д., Вахитов В.А., Чемерис А.В. Секвенирование ДНК. М.: Наука, 1999. 427 с.
2. Стив Дж. В., Этвуд Дж. Л. Супрамолекулярная химия: в 2 т. М.: Академкнига, 2007. Т. 1. 480 с.; Т. 2. 416 с.
3. Гонсалвес К., Хальберштадт К., Лоренсин К., Наур Л. Наноструктуры в биомедицине. М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2012. 502 с.
4. Кон В. Электронная структура вещества – волновые функции и функционалы плотности // Успехи физических наук. 2002. Т.172. № 3. С. 336–348
5. Попл Дж.А. Квантово-химические модели // Успехи физических наук. 2002. Т. 172. № 3. С. 349–356.
6. Бабков Л.М., Пучковская Г.А., Макаренко С.П., Гаврилко Т.А. ИК-спектроскопия молекулярных кристаллов с водородными связями. Киев: Наукова думка, 1989. 160 с.

Анализ временных рядов социальных процессов и модели группового поведения на основе стохастических клеточных автоматов с памятью и систем дифференциальных кинетических уравнений¹

Л.А. Истратов, А.Г. Смычкова, Д.О. Жуков

Российский технологический университет. г. Москва, Россия

В работе описан комплекс моделей для анализа динамики социальных групповых процессов, основанный на совместном использовании микрокинетического и макрокинетического подходов. В микрокинетическом подходе при описании, анализе и управлении групповым поведением рассматривается взаимодействие отдельных пользователей с помощью модели стохастических клеточных автоматов с переменной памятью. При макрокинетическом описании процессов рассматривается в целом динамика изменения параметров социальной системы на основе дифференциальных кинетических уравнений. Показано, что оба подхода дают взаимнонепротеречивые результаты, близкие к наблюдаемой на практике динамике социальных процессов группового поведения.

Введение

Для описания группового поведения в социальных системах и сетях в настоящее время используется большое число разнообразных моделей, которые можно разделить на два класса [1–5]: микрокинетические (на основе клеточных автоматов) и макрокинетические.

На наш взгляд, для получения надежных результатов необходимо использовать комплексный подход, в рамках которого необходимо объединение микрокинетических и макрокинетических моделей, параметры которых могут быть определены на основе анализа наблюдаемых данных нестационарные временные ряды. Макрокинетическая модель может быть построена на основе рассмотрения группового поведения с помощью метода графических диаграмм переходов между состояниями всей рассматриваемой системы в целом. Далее, на основе рассмотрения полученной диаграммы, может быть записана система дифференциаль-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ), грант № 16-29-09458.

ных кинетических уравнений, решение которой при определенном наборе коэффициентов будет моделировать групповое поведение. Для создания микрокинетической модели может быть использован подход, разработанный на основе стохастических клеточных автоматов с переменной памятью. Параметры обеих моделей могут быть определены за счет анализа нестационарных временных рядов исходных данных с помощью метода почти-периодических функций.

Анализ временных рядов сложных процессов группового поведения в социальных системах с помощью метода почти-периодических функций

При микрокинетическом и макрокинетическом подходах для создания моделей нужен набор параметров, конкретные величины которых и соотношения между которыми могут быть определены исходя из анализа временных рядов социальных процессов группового поведения. Очень часто величины параметров, которые описывают процессы группового поведения в социальных, экономических и социотехнических системах, имеют колебательную и трендовую составляющие. Для эффективного анализа колебаний необходимо разделить тренд и колебания, без потери существенной информации о процессе. При анализе социальных процессов использование метода почти-периодических функций является более предпочтительным, чем традиционные методы гармонического анализа, основанные на фурье-преобразованиях. Наличие в социальных процессах человеческого фактора приводит к нечеткости, неопределенности и недетерминированности характеристик процессов, в то время как методы фурье-анализа основаны на том, что сигналы обладают гармонической природой. Анализ наблюдаемых электоральных данных, проводившийся в США на протяжении 500 дней, с 1 июля 2015 года по 7 ноября 2016 года, президентской кампании 2016 года (http://www.realclearpolitics.com/epolls/2016/president/us/general_election_trump_vs_clinton-5491.html#polls) с помощью метода почти-периодических функций [6] показал, что у Дональда Трампа был один почти-период в колебаниях предпочтений избирателей равный 80 дней, а у Хиллари Клинтон наблюдалось два: 50 и 130 дней. Полученные данные были использованы для создания моделей анализа и описания групповых процессов, на основе стохастических клеточных автоматов с переменной памятью и систем кинетических дифференциальных уравнений, при определении величин параметров этих моделей.

Модель группового поведения пользователей в сложных социальных системах на основе систем дифференциальных кинетических уравнений

Для описания группового поведения и выбора предпочтений может быть использован метод графических диаграмм. Обозначим число избирателей, которые отдают предпочтение данному кандидату (назовем его **A**) в момент времени t как $y_1(t)$. Число избирателей за кандидата **B** в данный момент времени t обозначим как $y_2(t)$. Число избирателей, находящихся в нейтральном состоянии (не определились ни за одного из кандидатов), обозначим как $y_3(t)$. Под действием средств массовой информации, сторонников другого кандидата и PR-компаний кандидата **A** взгляды избирателей кандидата **B** могут изменяться с течением времени, вследствие чего они могут сначала переходить в нейтральное (кандидат **C**) состояние $y_3(t)$, а затем начинать поддерживать кандидата **A**. Аналогично, то же самое может происходить со сторонниками кандидата **A**. Введем следующие параметры модели: τ_1 – время изменения (или смены) предпочтений избирателей $y_1(t)$ кандидата **A**, то есть данные избиратели становятся уязвимыми для новых попыток сторонников $y_2(t)$ переубедить их поддерживать данного кандидата спустя некоторое время τ_1 (изменение настроений); τ_2 – время изменения взглядов избирателей $y_2(t)$. Величины времен τ_1 и τ_2 зависят от действия средств массовой информации и PR-компаний кандидатов. Например, чем эффективнее ведут предвыборную кампанию кандидат **B**, тем меньше будет величина времени τ_1 смены взглядов избирателей кандидата **A** и больше величина времени τ_2 – смены взглядов для избирателей кандидата **B**. При большем числе кандидатов граф, представленный на рис. 1, будет содержать большее число узлов и связей (при m – кандидатах число взаимных связей составит $m(m-1)/2$). Заметим, что узел, отвечающий за масмедиа, будет иметь с другими узлами однонаправленные связи.

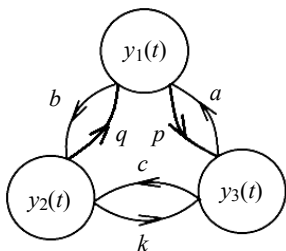


Рис. 1. Диаграмма процесса изменения предпочтений избирателей во время выборов

взаимных связей составит $m(m-1)/2$). Заметим, что узел, отвечающий за масмедиа, будет иметь с другими узлами однонаправленные связи.

Диаграмма переходов между предпочтениями избирателей во время кампании выбора президента США в 2016 году показана на рис. 1.

На основании графической диаграммы переходов между предпочтениями избирателей могут быть записаны кинетические

дифференциальные уравнения, описывающие изменение настроений с течением времени:

$$\frac{dy_1(t)}{dt} = ay_1(t - \tau_1)y_3(t) - py_1(t - \tau_1) - by_1(t - \tau_1)y_2(t - \tau_2) + qy_1(t - \tau_1)y_2(t - \tau_2) = ay_1(t - \tau_1)y_3(t) - py_1(t - \tau_1) - (b - q)y_1(t - \tau_1)y_2(t - \tau_2); \quad (1)$$

$$\frac{dy_2(t)}{dt} = cy_2(t - \tau_2)y_3(t) - ky_2(t - \tau_2) + by_1(t - \tau_1)y_2(t - \tau_2) - qy_1(t - \tau_1)y_2(t - \tau_2) = cy_2(t - \tau_2)y_3(t) - ky_2(t - \tau_2) + (b - q)y_1(t - \tau_1)y_2(t - \tau_2); \quad (2)$$

$$\frac{dy_3(t)}{dt} = -ay_1(t - \tau_1)y_3(t) - cy_2(t - \tau_2)y_3(t) + ky_2(t - \tau_2) + py_1, \quad (3)$$

где a, b, c, p, q и k – коэффициенты дифференциальных уравнений, величина и соотношение между которыми определяется на основе нелинейного анализа временных рядов рассматриваемых процессов, например на основе метода почти-периодических функций. Результаты оценочного моделирования со значениями параметров модели: $a = 0.0054$; $b = 0.00056$; $c = 0.0008$; $p = 0.024$; $k = 0.032$; $q = 0.000045$ и значения времен изменения взглядов $\tau_1 = 43$ и $\tau_2 = 43$ дней (это равно половине почти-периода избирателей Трампа и близко к почти-периоду избирателей Клинтон) показаны на рис. 2 (кривая 1 – предпочтения избирателей

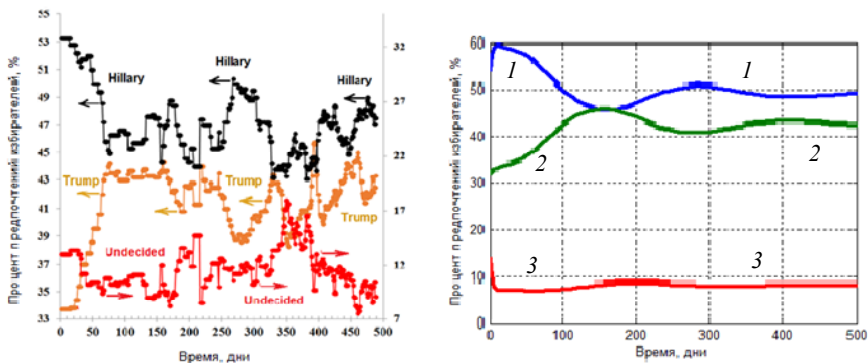


Рис. 2. Сравнение наблюдаемых предпочтений избирателей США во время президентской кампании 2016 г. и результатов моделирования

за Клинтон, кривая 2 – за Трампа, кривая 3 – неопределившиеся избиратели). Подбор коэффициентов позволяет получить достаточно хорошее соответствие теоретических и наблюдаемых данных (рис. 2).

Модель группового поведения на основе стохастических клеточных автоматов с переменной памятью

В предложенной модели стохастических клеточных автоматов с переменной памятью на каждом шаге процесса между его ячейками устанавливается новая сеть случайных связей, минимальное и максимальное число которых выбирается из заданного диапазона. В момент времени $t = 0$ задается число узлов каждого типа и число шагов, в течение которого он будет сохранять свой тип (память ячейки). Переход узлов между состояниями определяется суммарным числом узлов разного типа, с которыми было взаимодействие на заданном числе шагов. Через число шагов, равное глубине памяти, происходит его переход в тот тип, который имел максимальное значение своей суммы. Действие внешних факторов (например, СМИ) на изменения типов узлов можно задать с помощью матрицы переходов.

Рассмотрим динамику изменения состояний клеточного автомата, моделирующего избирательную кампанию Трамп – Клинтон. Среднее число связей любой ячейки на каждом шагу процесса, в качестве примера возьмем равным от 3 до 7, это примерно соответствует числу обсуждений политических тем в течение одного месяца одного человека с другими. Обработка социологических данных с помощью метода почти-периодических функций показывает, что величина колебаний настроений избирателей Трампа и неопределившихся составляла 86 дней, а избирателей Хиллари Клинтон 50, поэтому глубину памяти избирателей Хиллари Клинтон можно принять равным одному условному шагу в 50 дней, а избирателей Трампа и неопределившихся двум шагам (т.к. почти-период Клинтон меньше). Длительность всей 500-дневной избирательной кампании составит 10 шагов моделирования. Выбранные значения вероятностей переходов между состояниями ячеек под действием внешних факторов представлены в таблице.

Результаты моделирования (рис. 3) показывают, что к концу избирательной кампании значения предпочтений избирателей практически сходятся к одной точке в районе 38 %, что согласуется с наблюдаемыми значениями предпочтений избирателей.

Величины вероятностей переходов за один шаг при действии случайных внешних факторов

	Клинтон	Трамп	Неопределившиеся
Клинтон	0.790	0.030	0.180
Трамп	0.025	0.775	0.200
Неопределившиеся	0.272	0.235	0.493

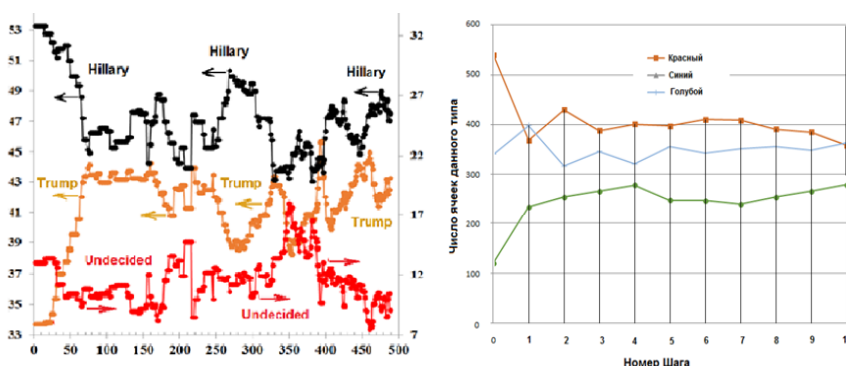


Рис. 3. Моделирование переходов клеточного автомата, описывающего избирательную кампанию Трамп – Клинтон

Заключение и выводы

1. Разработаны методики анализа временных рядов, описывающих сложные социальные процессы, на основе применения метода почти-периодических функций. Полученные характеристики могут быть использованы как параметры в макро- и микрокинетических моделях.

2. Разработаны макрокинетическая (на основе системы дифференциальных уравнений, описывающих переходы между состояниями) и микрокинетическая (на основе стохастических клеточных уравнений с переменной памятью) модели описания группового поведения в социальных системах. Сравнение результатов поведения моделей с наблюдаемыми социологическими данными показывает, что они могут быть использованы для описания группового поведения, например, во время избирательных кампаний. Данные модели являются непротиворечивыми и могут взаимно дополнять друг друга при прогнозировании результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Barrat A., Barth'elemy M. & Vespignani A.* Dynamical Processes on Complex Networks. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
2. *Jackson M.O.* Social and Economic Networks. Princeton: Princeton University Press, 2008.
3. *Dewan T.A., Shepsle K.A.B.* Political economy models of elections // Annual Review of Political Science. 2011. V. 14. P. 311–330.
4. *Парсегов С.Э.* Теории сетевых динамических систем // Сб. трудов Второй всероссийской междисциплинарной конференции «Социофизика и социоинженерия 2018». 2018. С. 85–86.
5. *Du B., Lian X., Cheng X.* Partial differential equation modeling with Dirichlet boundary conditions on social networks // Boundary Value Problems. 2018. Iss. 1. Article number 50.
6. *Левитан Б.М.* Почти-периодические функции. М., 1953.

Математическая модель управления рисками при функционировании сложных систем ответственного назначения в условиях неопределенности

П.В. Калашников

Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток, Россия

Функционирование сложных динамических систем в различных областях техники и экономики связано с наличием нештатных ситуаций, аварий, отказов, а также нарушением нормальной работы отдельных организационных структур, отраслей производства, что, в свою очередь, причиняет ущерб народному хозяйству и населению. Основные подходы к теории риска в технических системах описаны в работах [1–5].

Рассматриваемые величины размера ущерба и вероятности наступления рискового события являются функциями времени t . Под риском, как правило, понимается случайная величина вида (T_R, B) , где T_R – момент времени, в который происходит рисковое событие (отказ в работе оборудования, авария, катастрофа). Подход, основанный на применении стандартного аппарата теории вероятности и математической статистики при управлении рисками, возникающими в ходе функционирования сложных уникальных систем ответственного назначения, является неэффективным, так как не учитывает индивидуальные особенности каждой конкретной системы, а также не дает надежных результатов и статистических оценок в условиях недостатка, неполноты и нечеткости информации о параметрах и фазовом состоянии рассматриваемых объектов.

Для решения вышеозначенных проблем применяется концепция функционально-параметрического подхода к управлению надежностью сложных систем, описанная в работах [6–10]. Концепция функционально-параметрического подхода исходит из предположения о постепенном характере возникновения отказов при функционировании технических систем, находящихся в непрерывном взаимодействии с окружающей средой. Причиной отказов в работе сложных объектов является выход значений параметров за пределы области работоспособности. Прогнозирование состояния и управление параметрами сложных технических систем позволяет решить задачу обеспечения стабильного функционирования рассматриваемых структур на протяжении всего периода эксплуатации.

Функционально-параметрический подход в контексте теории техногенных рисков ориентирован на решение задачи прогнозирования изменения значений параметров рассматриваемой системы, а также определение оптимальной стратегии профилактических мероприятий, которая позволяет с минимальными затратами реализовать комплекс мер по оценке состояния и корректировке работы узлов и агрегатов, обеспечивающих безотказное функционирование объекта в течение всего периода его эксплуатации.

Задача управления рисками при эксплуатации технических систем в общем случае заключается в определении комплекса профилактических мероприятий и поиске оптимальных управляющих воздействий на параметры системы, позволяющих минимизировать ущерб, связанный с реализацией рисковогго события. Под рисковогго событием подразумевается выход значений параметров состояния системы за пределы области работоспособности. Важная роль при решении рассматриваемой задачи уделяется выработке индивидуальной стратегии управления рисками для данной конкретной системы ответственного назначения, а не для всего класса аналогичных технических объектов.

Математическая модель управления рисками при функционировании сложных технических систем в условиях интервальной неопределенности

Предположим, что состояние рассматриваемой технической системы S задается набором параметров $s = (s_1, \dots, s_m)$ в течение периода эксплуатации $[0, T]$. Рассмотрим задачу управления рисками для случая дискретного контроля, проводимого в моменты времени $t_k, k = 0, \dots, n, T = t_n - t_0$. Область работоспособности для параметра номер j рассматриваемого объекта в момент времени t_k задается соотношением

$$\underline{s}_{jk} \leq s_{jk} \leq \overline{s}_{jk} \cdot \quad (1)$$

Данные значения параметров определяют возможное отклонение от расчетных номинальных значений, при котором система продолжает функционировать в штатном режиме.

Вектор состояния системы в момент времени $t_k, k = 0, \dots, n$ имеет вид

$$s(t_k) = (s_1(t_k) \dots s_m(t_k)) \cdot \quad (2)$$

Если значение параметра системы номер j в момент времени t_k выходит за пределы области заданной соотношением (2), то имеет место реализация рискового события, связанного с наличием отказа.

Для предотвращения аварий и отказов проводится регулярное измерение и контроль параметров технической системы, а также выполняется комплекс ремонтных и профилактических мероприятий, обеспечивающий стабильное функционирование рассматриваемой системы. Проведение обозначенного вида работ сопряжено, как правило, с существенными материальными затратами и вынужденными простоями оборудования. Затраты c_k на проведение технического обслуживания системы в момент времени $t_k \in T$ задаются соотношением

$$\underline{c}_k \leq c_k \leq \overline{c}_k . \quad (3)$$

Общая величина затрат C , связанная с проведением контрольно-измерительных и профилактических мероприятий, рассчитывается на основе соотношения

$$C = \sum_{k=0}^n c_k = [\underline{c}, \tilde{c}], \quad \underline{c} \leq C \leq \tilde{c} . \quad (4)$$

Стратегия управления рисками предполагает разработку комплекса управляющих воздействий на параметры системы, применяемого на основе результатов контрольно-измерительных мероприятий и прогноза изменения состояния системы, который минимизирует величину затрат на техническое обслуживание системы, а также обеспечивает минимальный ущерб, связанный с отклонением значений параметров системы от номинальных значений.

Вектор управляющих воздействий на параметры системы в течение периода эксплуатации $[0, T]$ имеет вид

$$u = (u_1, \dots, u_r) . \quad (5)$$

Множество значений управляющего корректирующего воздействия номер j на параметры системы в момент времени $t_k, k = 0 \dots n$ задается соотношением

$$\underline{u}_{jk} \leq u_{jk} \leq \overline{u}_{jk} . \quad (6)$$

Данные значения управляющих воздействий определяют возможные варианты выбора стратегии управления рисками при соответствующем отклонении параметров технической системы от расчетных номиналь-

ных значений для обеспечения минимизации величины ущерба и затрат на эксплуатацию при прохождении всех окон контроля. Вектор управляющих воздействий в момент времени $t_k, k = 0, \dots, n$ имеет вид

$$u(t_k) = (u_1(t_k) \dots u_r(t_k)). \quad (7)$$

Обозначим через $B_k = B_k(s(t_k), s(t_{k+1}), u(t_k), t_k)$ величину потерь, связанную с выбранной стратегией управления рисками в момент времени t_k . Тогда оптимальное управление $u^*(t_k)$, приводящее к минимальным потерям в ходе эксплуатации технической системы, определяется для момента времени t_k на основе соотношения

$$B_k(s(t_k), s(t_{k+1}), u^*(t_k), t_k) \leq B_k(s(t_k), s(t_{k+1}), u(t_k), t_k). \quad (8)$$

За период эксплуатации $T = t_n - t_0$ имеем набор оптимальных управляющих воздействий вида

$$U^*(t_0, t_n) = \{u^*(t_0), \dots, u^*(t_n)\}. \quad (9)$$

Оптимальная стратегия управления рисками, состоящая в выборе последовательности управляющих воздействий на параметры системы, которые минимизируют размер ущерба при реализации рискового события, а также величину затрат на профилактические и контрольно-измерительные работы, может быть найдена как решение задачи

$$J = \sum_{k=0}^{n-1} B_k(s(t_k), s(t_{k+1}), u(t_k), t_k) \rightarrow \min, \quad (10)$$

$$\sum_{k=0}^n c_k = C \leq C_0.$$

Здесь C_0 – максимально допустимый размер расходов, связанных с проведением профилактических мероприятий при работе оборудования. Предположим, что изменение (дрейф) параметров системы S описывается случайным процессом $S(t)$. Рассмотрим реализацию данного случайного процесса $s(t)$ на промежутке времени $[0, T_p]$, $T_p = t_p - t_0$. В момент времени t_p доступна информация о ходе изменения процесса функционирования системы в форме последовательности наблюдений $\{d_k\}, k = 0, \dots, p$. Измерение параметров системы на различных этапах контроля, как правило, связано с наличием погрешностей (неточности в работе измерительной аппаратуры, ошибки округления и т.д.).

Для сложных уникальных систем ответственного назначения характерно наличие небольшого объема информации, доступного для по-

строения прогноза дальнейшего изменения состояния системы. В этой связи с целью учета возможных погрешностей и наиболее точного построения прогноза целесообразно применять аппарат статистики интервальных данных, описанный в работах [11–14]. При применении подобного сорта математического аппарата появляется возможность определения рационального объема выборки, обеспечивающего необходимую точность результатов. Этот объем, как правило, оказывается меньше применяемого при реализации основных процедур классической математической статистики, что достаточно важно при прогнозировании состояния систем ответственного назначения в условиях дефицита и неполноты информации.

Рассмотрим постановку задачи построения индивидуального прогноза изменения состояния технической системы ответственного назначения. Пусть $S(t)$ – случайный процесс, описывающий изменение значений (дрейф) параметров технической системы ответственного назначения S . Задача прогноза состоит в оценке наблюдаемой информации о системе в присутствии ошибок за промежуток времени $[0, t_p]$ и определении дальнейшей траектории изменения параметров системы за промежуток времени $T - t_p$.

Предположим, что модель случайного процесса $S(t)$ имеет вид

$$S(t) = F(t) + h(t), \quad (11)$$

где $F(t)$ – форма рассматриваемого процесса (скалярный, линейный, монотонный); $h(t)$ – ошибка модели, которая может отсутствовать, быть случайно или интервально заданной. Подходы к решению рассматриваемой задачи прогноза описаны в работе [15].

Заключение

В ходе проведенной работы рассмотрены основные подходы к управлению рисками при эксплуатации сложных технических систем ответственного назначения, а также разработана математическая модель, позволяющая осуществлять выбор оптимальной стратегии контроля и корректировки значений параметров такого вида систем в условиях интервальной неопределенности. Наряду с этим построен алгоритм прогноза изменения состояния технической системы в течение всего периода эксплуатации на основе аппарата статистики интервальных данных, позволяющей учитывать погрешности при измерении основных параметров рассматриваемой системы на всех этапах контроля.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Острейковский В.А.* Теория техногенного риска: математические методы и модели: моногр. / Сургут. гос. ун-т ХМАО-Югр. Сургут: КЦ СурГУ, 2013. 320 с.
2. *Острейковский В.А.* Количественная оценка риска в теории техногенной безопасности сложных динамических систем // Итоги науки. Т. 1. Избранные труды международного симпозиума по фундаментальным и прикладным проблемам науки. М.: РАН, 2013. Гл. 2. С. 12–31.
3. *Муравьев И.И., Острейковский В.А., Е Шевченко.Н.* Модели оценки фактора времени в теории техногенного риска динамических систем // Труды Междунар. симп. «Надежность и качество». 2015. Т. 1. С. 24–27.
4. *Королев В.Ю.* Математические основы теории риска: учеб. пособ. М.: Физматлит, 2007. 544 с.
5. *Острейковский В.А.* О некоторых классах моделей риска в теории техногенной безопасности // Надежность и качество: труды Междунар. симп.: в 2 т. / под ред. Н.К. Юркова. Пенза: Изд-во ПГУ, 2013. Т. 1. С. 46–49.
6. *Абрамов О.В.* Анализ и прогнозирование техногенных рисков // Информатика и системы управления. 2012. № 3. С. 97–105.
7. *Абрамов О.В.* К проблеме предотвращения аварий технических объектов ответственного назначения // Надежность и качество сложных систем. 2013. № 1. С. 11–16.
8. *Абрамов О.В.* Об оценке вероятности наступления рискового события: функционально-параметрический подход // Надежность и качество сложных систем. 2016. № 1. С. 24–31.
9. *Абрамов О.В.* Функционально-параметрическое направление теории рисков: возможности и перспективы // Вестник ДВО РАН. 2016. № 4. С. 96–101.
10. *Абрамов О.В.* Мониторинг и прогнозирование технического состояния систем ответственного назначения // Информатика и системы управления. 2011. № 2. С. 4–15.
11. *Пузикова Д.А.* Об интервальных методах статистической классификации // Наука и технология в России. 1995. № 2(8). С. 12–13.
12. *Орлов А.И.* Пути развития статистических методов: непараметрика, робастность, бутстреп и реалистическая статистика // Надежность и контроль качества. 1991. № 8. С. 3–8.
13. *Воцинин А.П.* Метод оптимизации объектов по интервальным моделям целевой функции. М.: МЭИ, 1987. 109 с.
14. *Воцинин А.П., Скибицкий Н.В.* Интервальный подход к выражению неопределенности измерений и калибровке цифровых измерительных систем // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. Т. 73. № 11. С. 66–71.
15. *Абрамов О.В., Розенбаум А.Н.* Управление эксплуатацией систем ответственного назначения. Владивосток: Дальнаука, 2000.

Математическое моделирование хламидий при воздействии диффузионных волн с небольшим количеством рассеивателей

И.А. Калдузова¹, С.А. Корчагин¹, Д.В. Терин², Р.П. Ким²

¹ Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия

² Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия

На сегодняшний день, по данным [1], число инфицированных хламидиями людей во всем мире достигает 1 млрд. Так как хламидии не относятся ни к вирусам, ни к бактериям, их обнаружение и идентификация являются довольно сложными [2]. Разработка новых методов диагностики хламидиоза является трудоемкой и дорогостоящей. Создание математических моделей, структура которых соответствует исследуемым объектам, а коэффициенты несут физический смысл, открывает широкий спектр возможностей [3]. Анализ таких моделей позволяет осуществлять прогноз эффективности метода диагностики и получать уникальную информацию, в частности, оценить параметры, прямое измерение которых затруднительно или невозможно. В частности, одним из методов, который может быть эффективно применен для диагностики высокорассеивающих динамических сред, является спектроскопия диффузионных волн [4]. Однако малоизученным остается вопрос для случая суспендирования мелких частиц, участвующих в броуновском движении хламидий, а также зависимость ширины полосы спектра от числа рассеивателей. Поэтому математическое и компьютерное моделирование таких систем являются эффективными инструментами исследования, позволяющими получить результаты, которые могут быть использованы в прикладных приложениях, связанных с диагностикой и обнаружением хламидий.

Постановка задачи

Один фотон после прохождения от лазерного источника к детектору приобретает полный фазовый сдвиг $\psi(t)$:

$$\Psi(t) = k_0 s(t) = \sum_{i=0}^N \bar{k}_i [\bar{r}_{i+1}(t) - \bar{r}_i(t)]. \quad (1)$$

Здесь i – текущее число клеток хламидий, которые участвуют в процессах рассеяния; N – общее число рассеивающих клеток; взаимодействующих с фотоном; \vec{k}_i – волновой вектор рассеянного света после событий i рассеяния; $\vec{r}_i(t)$ – радиус-вектор i -й рассеивающей ячейки; $s(t)$ – полная длина пути фотона.

Все поле в точке наблюдения является суперпозицией полей от всего светового пути до детектора:

$$E(t) = \sum_p E_p \cdot \exp(i\Psi_p(t)), \quad (2)$$

где \sum_p представляет сумму по пути; E_p и Ψ_p – амплитуда и фаза от пути p на детекторе соответственно. В случае многократного рассеяния имеется много рассеивателей для каждого светового пути. Итак, последнее соотношение включает в себя две суммы: одну на пути света, другую на события рассеяния на каждом пути.

Функция автокорреляции поля имеет вид

$$g_1(t) = \frac{1}{\langle I \rangle} \cdot \left\langle \left(\sum_p E_p \cdot \exp(i\Psi_p(0)) \right) \sum_p E_p^* \exp(-i\Psi_p(t)) \right\rangle \quad (3)$$

Здесь $\langle I \rangle$ – общая средняя интенсивность рассеяния на детекторе; * – символ комплексного сопряжения. Для независимых рассеивателей (т.е. клеток хламидий) поля с разных путей не коррелируют, поэтому

$$g_1(t) = \sum_p \frac{\langle I_p \rangle}{\langle I \rangle} \langle \exp(i[\Psi_p(0) - \Psi_p(t)]) \rangle, \quad (4)$$

где $\langle I_p \rangle$ – средняя интенсивность от пути p . Предполагается, что фаза Ψ_p и амплитуда поля E_p на детекторе не зависят.

Если каждый фотон рассеивается только один раз, распределение длин пути между элементарными событиями рассеяния выражается формулой

$$p(s | 1) = \mu_s \cdot \exp(-\mu_s \cdot s), \quad (5)$$

где μ_s – коэффициент рассеяния.

Очевидно, что если фотон участвовал в двух независимых событиях рассеяния, функция плотности вероятности суммы двух случайных путей определяется как

$$p(s | 2) = p(s | 1) \otimes p(s | 1) = \mu_s^2 \cdot s \cdot \exp(-\mu_s \cdot s). \quad (6)$$

Для n событий рассеяния рекуррентная формула будет иметь вид

$$p(s | n) = \mu_s^n \frac{s^{(n-1)}}{(n-1)!} \exp(-\mu_s \cdot s). \quad (7)$$

Здесь $p(s | n)$ – функция условной плотности вероятности, которая соответствует случаю, когда фотон проходит длину s и участвует в n актах рассеяния. В уравнениях (1) – (7) $s > 0$.

Регрессионный анализ, основанный на результатах моделирования Монте-Карло, позволяет выяснить зависимость усредненной фазы от среднего количества бактерий в зондирующем объеме (рис 1). Точками изображены результаты моделирования методом Монте-Карло, сплошная линия – кривая линейной регрессии.

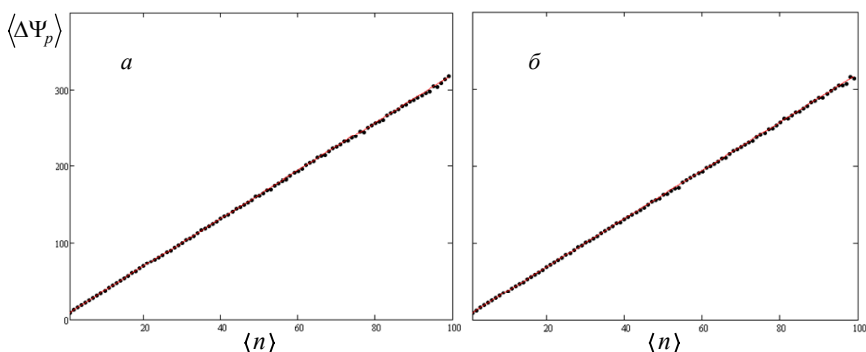


Рис. 1. Зависимость усредненной фазы от среднего количества бактерий в зондирующем объеме: *a* – случай броуновского движения бактерий, *б* – случай сканирования неподвижных («замороженных») бактерий

Заключение

В работе предложена математическая модель клеток хламидий при воздействии диффузионных волн с небольшим количеством рассеивателей. Показана возможность обнаружения хламидий в исследуемой среде. С использованием математического моделирования установлено, что количество бактерий хламидий в исследуемой среде существенно влияет на величину ширины полосы интенсивности флуктуаций рассеянного света.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nolskog P. et al.* STI with *Mycoplasma genitalium*—more common than *Chlamydia trachomatis* in patients attending youth clinics in Sweden // *European J. Clinical Microbiology & Infectious Diseases*. 2019. V. 38. No. 1. P. 81–86.
2. *Chambers L.C. et al.* Racial/ethnic disparities in the lifetime risk of *Chlamydia trachomatis* diagnosis and adverse reproductive health outcomes among women in King County, Washington // *Clinical Infectious Diseases*. 2018. V. 67. No. 4. P. 593–599.
3. *Корчагин С.А., Терин Д.В., Клинаев Ю.В.* Моделирование фрактального композита и исследование его электрических характеристик // *Математическое моделирование и численные методы*. 2017. № 1.
4. *Asilsoy S., Bayram E., Can D.* Seroprevalence of *Chlamydia pneumoniae* and *Mycoplasma pneumoniae* in children with chronic cough // *Asthma Allergy Immunology*. 2015. V. 13. No. 3. P. 124–129.

О задаче нивелирования «ложного» срабатывания регулятора тепловой нагрузки

Н.В. Кононова¹, Д.А. Жалнин², О.В. Чубарова²

¹*Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия*

²*Сибирский государственный университет науки и технологий,
г. Красноярск, Россия*

Эффект «ложного» срабатывания регулятора тепловой нагрузки присущ системам с поперечными связями (котлы – главная паровая магистраль – турбины, БРОУ). Регулятор тепловой нагрузки котла срабатывает «ложно» при значительном внешнем возмущении со стороны паровой магистрали. Работа посвящена решению задачи коррекции управляющего воздействия регулятора тепловой нагрузки (РТН) котла для нивелирования «ложного» срабатывания для теплоэлектростанции (ТЭС) с поперечными связями. В основе решения лежит использование оперативных данных с датчиков измерений и их обработка в режиме реального времени.

Постановка задачи

Тепловая электростанция с поперечными связями представляет собой систему котлоагрегатов и турбин, связанных единой тепловой магистралью. Котлоагрегаты производят перегретый пар, который собирается в главной паровой магистрали, из нее пар поступает для подогрева сетевой воды и на турбины для производства электроэнергии. В такой единой системе управление каждым котлоагрегатом в отдельности чувствительно к внешним возмущениям, и в первую очередь к изменению нагрузки станции. Для поддержания заданного уровня расхода пара реализован контур автоматического управления, называемый регулятором тепловой нагрузки (РТН), на вход которого подается разница между текущим значением расхода пара и заданием на расход, в некоторых решениях через сумматор дополнительно добавляется изменение давления в паросборной камере. Схема и опыт реализации подобного решения подробно изложены в [1]. Регулятор тепловой нагрузки котлоагрегата срабатывает «ложно» при значительном внешнем возмущении со стороны паровой магистрали. Такое возмущение может быть вызвано изменением нагрузки турбин, то есть выполнением дис-

петчерского графика и является штатной работой станции. Ситуация сопровождается изменением нагрузки и на котлоагрегатах, и на турбинах. В случае, когда часть котлоагрегатов должна оставаться со своей прежней нагрузкой, то их РТН «ложно» отработают, что приведет к увеличению общего времени выхода на установившийся режим. Принимая во внимание, что система котлоагрегатов, магистрали и турбин – система взаимосвязанных сосудов, где один влияет на всех, в естественные колебания давления в магистрали «ложные» срабатывания вносят дополнительные возмущения и затрудняют стабилизацию всей системы. Физическую сущность процессов, происходящих в это время, и причины появления таких значений расхода на датчиках подробно описаны в работе [2].

Результатом эффекта «ложного» срабатывания является:

- повышение риска колебаний давления выше желаемого;
- с регулярными «ложными» срабатываниями границы соблюдаются в более широком диапазоне, чем рекомендуется;
- увеличение общего времени выхода на режим;
- повышенный износ.

На сегодняшний день решение проблемы «ложного» срабатывания заключается в изменении задания на РТН машинистом в ручном режиме. Для решения задачи предлагается алгоритм нивелирования «ложных» срабатываний РТН в автоматическом режиме.

Для этого вводим в контур основного управления алгоритм, который анализирует общую ситуацию по нагрузке всей станции и нивелирует «ложные» срабатывания РТН. Закрепляем за теми котлоагрегатами, которые остаются с постоянной нагрузкой, обороты, обеспечивающие их нагрузку в установившемся режиме. Стабилизация состояния остается задачей котлоагрегатов, которые вносят возмущения, то есть изменяют нагрузку.

Схема решения представлена на рис. 1. Схема интеграции алгоритма обработки данных станции предусматривает полное сохранение существующей схемы управления, так что базовый контур управления всегда включен в работу.

На схеме использованы следующие обозначения: $K(1, \dots, N)$, $T(1, \dots, k)$ – котлы и турбины, включенные в работу; устройство управления (УУ) – алгоритм расчета значений оборотов пылесистемы (ПСУ) каждого котла с учетом ситуации изменения нагрузки по всей станции; РТН (1, ..., N) – классический пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор тепловой нагрузки (к каждому котлу станции); $ZdK(1, \dots, N)$ –

задание на расход пара каждого котла; $\sum \Delta t_i$ – задание на расход пара каждой турбиной; $\sum \Delta t_i$ – суммарное задание на турбины; $F_t(1, \dots, k)$ – измерения расхода пара турбинами; Об ПСУ (1, ..., N) – значения оборотов ПСУ от РТН котла; F ПСУ (1, ..., N) – скорректированное значение оборотов ПСУ; $\xi(1, \dots, N)$ – неконтролируемые возмущения (изменение качества топлива, воздушного режима, тепловых свойств питательной воды, работа регулятора температуры перегретого пара и др.); $h_{N.1}$, (N – номер котла) – пульсации пара, точность измерений; $h_{N.2}$, (N – номер котла) – преобразование выходного сигнала в частоту вращения ПСУ.

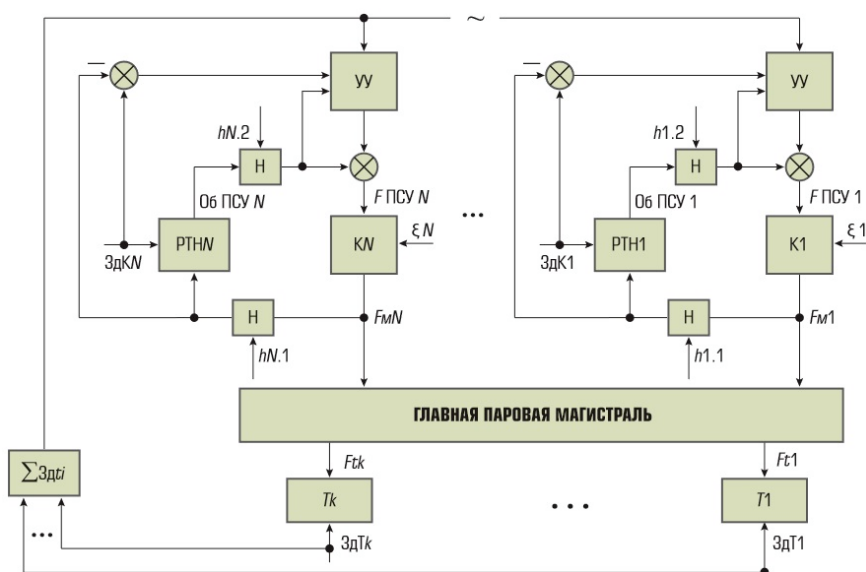


Рис. 1. Схема коррекции значений оборотов плесисистемы с включенным РТН

Главная особенность решения состоит в использовании текущей информации, то есть последних измерений с датчиков по всей станции для коррекции каждого отдельного котла, у которого ожидается ложное срабатывание. В этой связи важно обеспечить поступление в алгоритм обработки «сырых» данных от датчиков с достоверными значениями, что предъявляет требования к стабильности работы информационно-измерительной системы, КИПиА.

При разработке алгоритма коррекции РТН использовались архивы «сырых» данных, записанных в архив с дискретностью в 30 с.

Начальный архив представлял собой выгрузку параметров процесса АСУТП, формат *.mbd, MS Access. Время, отраженное в данных: с 4 июня 2017 г. по 14 декабря 2017 г. Период обработки данных взят с 5 июня по 27 июня 2017 г.

Перечень переменных по каждому котлоагрегату, взятых для реализации алгоритма коррекции «ложного» срабатывания и построения модели расхода перегретого пара:

- задание на РТН;
- расход пара;
- для мониторинга процесса изменения задания суммарное число оборотов топлива.

Устройство управления (УУ) – отслеживает текущую ситуацию по данным технологического процесса и в случае необходимости включает алгоритм невелирования «ложных» срабатываний. Алгоритм невелирования активизируется только в случае выявления внешнего возмущения со стороны других котлов при изменении нагрузки станции и активен только для котлов, задание на РТН которых остается неизменным.

Алгоритм невелирования «ложных» срабатываний:

- 1) фиксируется изменение задания на турбину;
- 2) отслеживается изменение задания на котлоагрегаты;
- 3) если котлоагрегат не получил изменения по расходу пара, то РТН отключается;
- 4) на вход котлоагрегата устройство управления подает значение оборотов ПСУ с предыдущего этапа (до изменения нагрузки на турбине);
- 5) после окончания переходных процессов на котлоагрегатах с изменением нагрузки, устройство управления включает РТН с обнуленным значением интегрирующей составляющей на котлоагрегате без изменения нагрузки.

Для проверки работоспособности предложенного алгоритма коррекции ложного срабатывания РТН был проведен эксперимент. На платформе АВВ был создан прототип станции с 4 котлами, объединенными в единую паровую магистраль (рис. 2).

Далее покажем результат эксперимента с включенным устройством управления и без на имитационной модели (рис. 3 и 4).

На рис. 3 хорошо видна разница числа оборотов ПСУ при включенном устройстве управления (алгоритме невелирования «ложных» срабатываний) и без него.

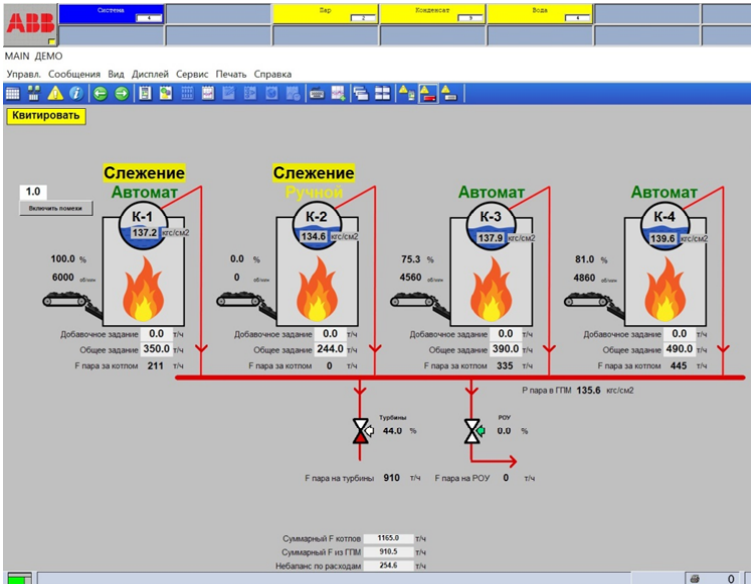


Рис. 2. Имитационная модель станции с 4 котлоагрегатами

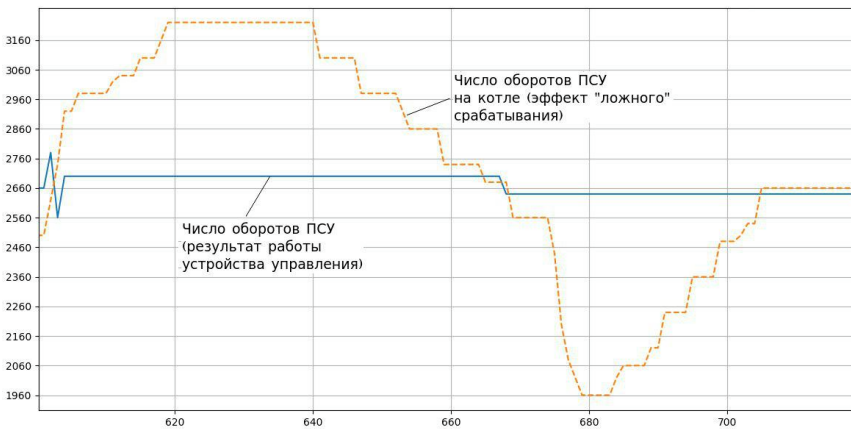


Рис. 3. Пример изменения числа оборотов ПСУ с работой устройства управления и без

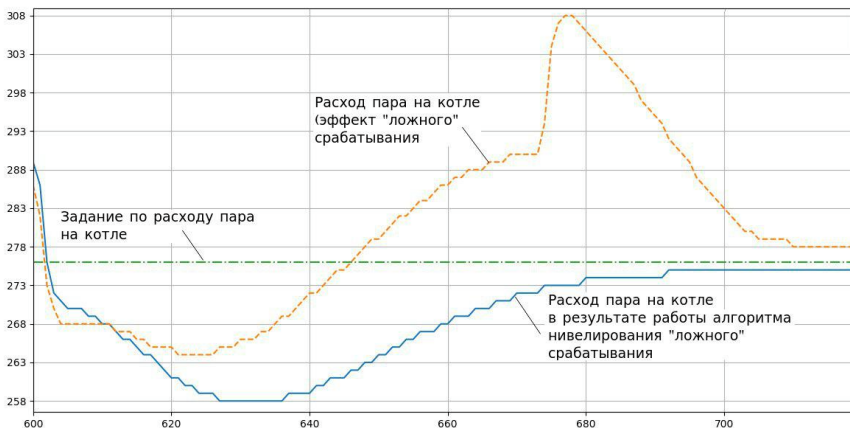


Рис. 4. Расход пара с котла с работой устройства управления и без

Заключение

Предложенный алгоритм позволяет избежать эффекта «ложного» срабатывания, рассчитывает необходимое значение управляющего воздействия, блокирует подачу управляющего сигнала с РТН, передавая рассчитанные значения, по окончании возвращает управление регулятору тепловой нагрузки, обнуляя интегрирующую составляющую РТН. В результате всех вышеперечисленных действий устройство управления помогает предотвратить нежелательные колебания давления в главной паровой магистрали.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жалнин Д.А., Шорохов В.А., Евдокимов А.Н., Бубновский О.А., Чуринов А.В. Опыт внедрения системы регулирования давления в главной паровой магистрали на Красноярской ТЭЦ-2 // Электрические станции. 2009. № 11. С. 18–25.
2. Клюев А.С., Лебедев А.Т., Новиков С.И. Наладка систем автоматического регулирования барабанных паровых котлов. М.: Энергоиздат, 1985. 280 с.
3. Kopyarova N., Chubarov A., Sergeeva N. About the Control of a Group of Objects on the Example of Steam Pressure in the CHP Main Line // Arova AMSA'2017, Krasnoyarsk, Russia, 18–22 September, 2017: Proceedings of the International Workshop. Novosibirsk: NSTU Publisher, 2017. P. 96–103.
4. Сергеева Н.А., Чубарова О.В. Применение текущих данных для оперативного управления // Современные методы и алгоритмы автоматизации в энергетике. 2018. №1 (102). С. 2–6.

Цикл Деминга – Шухарта в задачах моделирования процесса телемедицинского реабилитационно-профилактического наблюдения кардиологических пациентов

Е.В. Котельникова

ФГБОУ ВО «Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского» Министерства здравоохранения Российской Федерации, НИИ кардиологии, г. Саратов, Россия

Реформирование российской системы здравоохранения на базе современных цифровых технологий является сегодня принципиальным процессуальным моментом [1]. Однако отсутствие необходимых централизованных преобразований породило множество локальных решений в области дистанционной помощи; поэтому на текущем этапе перспектива видится в развитии локальных телемедицинских центров, решающих самостоятельные задачи.

По данным ВОЗ, интегрирование службы кардиологической реабилитации (КР) в учреждения здравоохранения благоприятно сказывается на доступности его услуг в целом. Существующая в России система КР традиционно ориентирована на количественные результаты. Между тем выводы «Пилотного Проекта» (2013–2017 гг.) [2] свидетельствуют о критическом состоянии КР в связи с отсутствием необходимой инфраструктуры, методологических подходов, а также недостаточной информированностью специалистов и низким уровнем мотивации пациентов.

Современные коммуникации, связывающие между собой различные типы реабилитационного наблюдения и уровни предоставления услуг (стационарное, амбулаторное, в домашних условиях), значительно повышают его физическую доступность. В этой связи очевидны преимущества телемедицинских технологий для раннего начала, непрерывности и приближенности КР к месту проживания/деятельности пациента [3]. Среди альтернативных вариантов с подобным дизайном хорошую эффективность показали «домашние» модели КР, построенные по принципу саморегуляции и дистанционного врачебного наблюдения в формате «обратной связи» [4].

Постановка задачи

Реабилитационно-профилактическое наблюдение кардиологических пациентов есть динамический процесс, имеющий циклическую структуру и требующий постоянной коррекции лекарственных/немедикаментозных вмешательств под текущие параметры и нужды пациента. В связи с этим первоначальной задачей разработки модели дистанционной кардиологической реабилитации (ДКР) являлось создание методологической основы, позволяющей в перспективе развивать формат «цифровой медицины».

Для решения поставленной задачи наиболее целесообразным представлялось использование методологии Деминга – Шухарта, или PDCA. Цикл PDCA «Plan – Do – Check – Act» – это непрерывный процесс принятия повторных решений, традиционно используемый в управлении качеством [5], вместе с тем релевантный задачам и содержанию реабилитационно-профилактического наблюдения.

Концептуальной основой модели выступают принципы «управляемой саморегуляции» [6], где в процессе удаленного мониторинга, включающего регулярные самоизмерения и отчеты пациента для совместного принятия решений и управления мероприятиями, происходит постепенная модификация отношения пациента к своему заболеванию и здоровью в целом.

Порядок оказания дистанционной (телемедицинской) помощи, а также основные задачи функционирования и информационной безопасности участников выполнены в соответствии с положениями Федерального закона № 242-ФЗ от 29 июля 2017 г. «О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации по вопросам применения информационных технологий в сфере охраны здоровья» [1].

Дистанционный мониторинг предусматривал использование цифровых приборов домашней регистрации с собственными мобильными приложениями (домашний регистратор ЭКГ, шагомер, глюкометр и т.д.); для передачи качественных показателей – структурированный электронный «Дневник пациента».

Виртуальная «Школа пациента» была сформирована по разделам: «Основы самопомощи», «Работа с приборами домашней регистрации», «Современные технологии реабилитации», «Здоровый образ жизни» и др. Информация доставлялась пациенту двумя путями: 1) целенаправленного создания врачом информационных блоков из отдельных элементов разделов; 2) самостоятельного обращения пациента к материалам «Школы» в соответствии с необходимостью и интересами.

Поддержка принятия решений врача/пациента в процессе их функционирования в системе ДКР осуществлялась с помощью систем поддержки принятия решений (СППР), построенных на доказательных знаниях и принципах клинических рекомендаций [7].

С целью реализации пошагового алгоритма PDCA в процессе проектирования контента модели и взаимодействия участников был выбран блочный (модульный) тип группировки элементов КР (таблица).

Реализация цикла PDCA в модели дистанционной помощи

Функциональность	Инструменты	Результат работы
<i>Модуль I (Plan). Планирование программы ДКР</i>		
Первичное (офисное) консультирование. Определение уровня мотивации пациента. Формирование индивидуальной программы ДКР. Подписание информированного согласия. Обучение пациента приемам самоконтроля /самопомощи	Компьютеризированная СППР врача. Компьютеризированный опросник. Индивидуальные цифровые регистраторы и мобильные приложения (аутоанализатор ЭКГ, шагомер и др.)	Реабилитационная карта пациента с программой ДКР. Владение навыками использования приборов домашней регистрации
<i>Модуль II (Act). Выполнение разработанной программы ДКР</i>		
Регистрация и накопление данных, связанных с измерениями: объема ФА, переносимости ФА, аутоанализацией ЭКГ, уровня гликемии, массы тела	Индивидуальные цифровые регистраторы. Электронные отчеты пациента (посредством электронных форм и мобильных приложений). Виртуальная «Школа пациента»	Информация о работе и состоянии пациента при выполнении программы ДКР. Самостоятельное обучение
<i>Модуль III (Check). Контроль выполнения и безопасности ДКР</i>		
Анализ и оценка деятельности пациента по результатам текущего телемониторинга	СППР пациента (мобильное приложение). Электронные отчеты пациента (посредством электронных форм и мобильных приложений). Дистанционное (отсроченное) консультирование. Виртуальная «Школа пациента»	Телемедицинское сопровождение пациента по принципу «обратной связи» и целенаправленное информирование

Функциональность	Инструменты	Результат работы
<i>Модуль IV (Акт). Принятие решения по управлению/коррекции ДКР</i>		
Использование различных типов коммуникаций для совместного принятия тактических решений	СППР пациента (мобильное приложение). Дистанционное консультирование. Офисное консультирование	Решение о тактике ведения пациента (коррекция элементов ДКР, приглашение на офисную консультацию, необходимость неотложной помощи)

Модуль I (Plan). Планирование программы ДКР. В соответствии с порядком оказания телемедицинской помощи, дистанционное наблюдение за состоянием здоровья пациента возможно только после очного приема врача. Основной целью офисного реабилитационного консультирования (ОРК) являлось формирование индивидуальной программы ДКР и обучение пациента приемам самоконтроля и коммуникации.

ОРК выполнялась в формате работы врача с компьютеризированной СППР «Выбор программы физической реабилитации для пациентов с инфарктом миокарда с подъемом сегмента ST». Алгоритмом СППР предусмотрена оценка противопоказаний, клинического статуса, прогноза осложнений и других клинико-инструментальных параметров с учетом доказательных критериев формирования программ КР [12]. В структуру ОРК включен анализ мотивации пациента с помощью компьютеризированного опросника «Программа расчета мотивационной готовности пациента к выполнению врачебных рекомендаций», позволяющего получить шкальные оценки отношения пациента к своему заболеванию, лечению и реабилитации, медперсоналу, ближнему и дальнему окружению, работе, одиночеству и будущему, собственному физическому функционированию.

Предусмотрены инструктаж и обучение пациента навыкам самоконтроля при работе с цифровыми приборами регистрации ЭКГ и физической активности: технические аспекты пользования, работа с мобильными приложениями и электронной формой передачи данных.

Модуль II (Act). Выполнение разработанной программы ДКР. Основной целью этапа является работа пациента по выполнению совместно разработанной программы ДКР с применением приобретенных навыков самоконтроля/самопомощи и целенаправленного информирования. Перечисленные структурно-функциональные компоненты (таблица, модуль 2) позволяют регистрировать в формате качественных или

количественных данных действия пациента по выполнению отдельных мероприятий программы ДКР. Такой образ действий направлен на поддержание или оптимизацию ранее сформированной программы.

Модуль III (Check). Контроль выполнения и безопасности проведения ДКР. Основной целью этапа является контроль эффективности и безопасности деятельности пациента в течение индивидуального периода программы ДКР, прежде всего, в части выполнения физических нагрузок (ФН) и оценки необходимости коррекции/одобрения. Так, получение информации с индивидуальных цифровых регистраторов, снабженных мобильными приложениями (таблица, модуль 2), может быть подкреплено качественной информацией о характере индивидуальной переносимости выполняемых ФН. Разработанное с этой целью мобильное приложение «Программа самоконтроля пациентов с сердечно-сосудистыми заболеваниями в процессе выполнения мероприятий физической реабилитации во внестационарных условиях», совмещает функцию контроля ФН и оперативные рекомендации по тактике действий пациента при возникновении неблагоприятных симптомов. При необходимости пациентом может быть инициирована дополнительная дистанционная консультация в рамках мобильного приложения (таблица, модуль 3).

Модуль IV (Act). Принятие решений по управлению/коррекции программы ДКР. Основная цель этапа – совместное решение о тактике дальнейшего наблюдения. Это достигается необходимыми корректирующими (при необходимости) действиями специалиста и пациента путем использования различных типов коммуникаций (таблица, модуль 4). Согласованные изменения документируются, вносятся изменения в программу ДКР и, в зависимости от их значимости, цикл начинается вновь с модуля I или модуля II до достижения планируемых значений факторов.

На основе описанной модели ДКР разработан сайт «Дистанционный реабилитационный центр», в настоящее время находящийся на стадии тестирования потенциальными пользователями (пациентами и специалистами).

Заключение

В представленной модели в рамках цикла Деминга – Шухарта описана возможность объединения: 1) методов традиционного реабилитационно-профилактического наблюдения с подтвержденной безопасностью и эффективностью (ОРК, программы КР); 2) принципов пациент-

ориентированной помощи (самоконтроль и самопомощь, совместное принятие решений); 3) современных коммуникаций (мобильный мониторинг, телемедицинское консультирование) и 4) приборов индивидуального наблюдения (цифровые датчики самоконтроля).

Модель положена в основу разработки сайта «Дистанционный реабилитационный центр», в перспективе рассматриваемого как «рабочий инструмент» процесса дистанционного реабилитационно-профилактического наблюдения пациентов с кардиологическими заболеваниями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Федеральный закон от 29 июля 2017 г. № 242-ФЗ «О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации по вопросам применения информационных технологий в сфере охраны здоровья».* URL: <https://rg.ru/2018/01/01/v-rossii-vstupayet-v-silu-zakon-o-telemedicine.htm>
2. *Аронов Д.М., Козлова Л.В., Бубнова М.Г.* Современное состояние и проблемы кардиореабилитации в России // *CardioСоматика*. 2017. Т. 8. № 3. С. 5–9.
3. *Всемирная организация здравоохранения.* Всемирный доклад об инвалидности. Резюме. Женева, 2011. 28 с.
4. *Clark A.M., King-Shier K.M., Spaling M.A., Duncan A.S., et al.* Factors influencing participation in cardiac rehabilitation programmes after referral and initial attendance: qualitative systematic review and meta-synthesis // *Clinical Rehabilitation*. No. 27(10). P. 948–959.
5. *Жемчужов А.М., Жемчужов М.К.* Цикл PDCA Деминга. Современное развитие // *Проблемы экономики и менеджмента*. 2016. № 2(54). С. 3–28.
6. *Janssen V., De Gucht V., van Exel H., Maes S.* A self-regulation lifestyle program for post-cardiac rehabilitation patients has long-term effects on exercise adherence // *J. Behav. Med.* 2014. No. 37. P. 308–321.
7. *Острый инфаркт миокарда с подъемом сегмента ST электрокардиограммы: реабилитация и вторичная профилактика. Российские клинические рекомендации* // *CardioСоматика*. 2014. Приложение № 1. С. 5–42.

Математическое моделирование сложных колебаний гибких микрополярных сетчатых цилиндрических панелей*

Е.Ю. Крылова¹, И.В. Папкина², В.А. Крысько²

¹*Саратовский национальный исследовательский университет
им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия*

²*Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия*

Микро- и наноразмерные панели и оболочки широко используются в электромеханических системах, что обуславливает необходимость создания надежных математических моделей для анализа их динамического поведения и НДС. В большинстве работ по данной тематике для численного анализа используются линейные модели. Однако существуют экспериментальные данные, подтверждающие необходимость учета нелинейности при моделировании поведения рассматриваемых объектов [1]. Более того, зависимость упругого поведения от размеров тела в микронном масштабе экспериментально наблюдалась в металлах, сплавах, полимерах и кристаллах. Классическая механика твердого тела не в состоянии учитывать масштабные эффекты. Поэтому при построении математических моделей микро- и наноразмерных механических объектов необходимо опираться на теории, позволяющие моделировать размерно-зависимое поведение.

В настоящей работе, с целью исследования нелинейных динамических эффектов, построена математическая модель сложных колебаний гибкой микрополярной сетчатой цилиндрической панели. Материал панели – псевдоконтинуум Коссера со стесненным движением частиц [2]. Сетчатая структура учтена по теории Г.И. Пшеничного [3].

Постановка задачи

Объектом исследования является прямоугольная в плане цилиндрическая панель под действием поперечного распределенного давления, занимающая в пространстве R^3 область $\Omega = \left\{ 0 \leq x \leq c; 0 \leq y \leq b; -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \right\}$.

* Исследование выполнено в рамках проекта РФФИ № 18-01-00351а.

Панель состоит из n семейств густо расположенных ребер одного материала, что позволяет использовать континуальную модель. С учетом гипотез Кирхгофа – Лява компоненты тензора деформаций запишутся в виде

$$\begin{aligned} e_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\ e_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - k_y w - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ e_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned}$$

Здесь u, v, w – осевые смещения срединной поверхности пластины в направлениях x, y, z соответственно; k_y – геометрический параметр кривизны.

В работе рассматривается неклассическая континуальная модель на основе среды Коссера, где наряду с обычным полем напряжений учитываются также и моментные напряжения. При этом предполагается, что поля перемещений и вращений не являются независимыми [2]. В таком случае компоненты симметричного тензора изгиба-кручения запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \chi_{xx} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \quad \chi_{yy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}; \quad \chi_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right); \\ \chi_{xz} &= \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right); \quad \chi_{yz} = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \end{aligned}$$

Определяющие соотношения для материала панели примем в виде

$$\begin{aligned} (m_{xx}, m_{xy}, m_{zx}) &= \frac{El^2}{1+\nu} (\chi_{xx}, \chi_{xy}, \chi_{zx}), \\ \sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2} [e_{xx} + \nu e_{yy}], \quad x \rightleftharpoons y, \quad \sigma_{xy} = \frac{E}{(1+\nu)} e_{xy}, \end{aligned}$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; m_{ij} – компоненты тензора моментов высшего порядка; E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона.

Уравнения движения элемента гладкой пластины, эквивалентной сетчатой, граничные и начальные условия получены из энергетического принципа Гамильтона – Остроградского. Напряжения, возникающие в эквивалентной гладкой панели, связанные с напряжениями в ребрах, составляющих углы φ_j с осью абсцисс, будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_x^j \delta_j \cos \varphi_j \sin \varphi_j}{a_j}, & \sigma_{xx} &= \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_x^j \delta_j \cos^2 \varphi_j}{a_j}, \\ \sigma_{yy} &= \sum_{j=1}^n \frac{\sigma_x^j \delta_j \sin^2 \varphi_j}{a_j}, & m_{xy} &= \sum_{j=1}^n \frac{m_x^j \delta_j \cos \varphi_j \sin \varphi_j}{a_j}, \\ m_{xx} &= \sum_{j=1}^n \frac{m_x^j \delta_j \cos^2 \varphi_j}{a_j}, & m_{yy} &= \sum_{j=1}^n \frac{m_x^j \delta_j \sin^2 \varphi_j}{a_j}, \\ m_{xz} &= \sum_{j=1}^n \frac{m_{zx}^j \delta_j \cos \varphi_j}{a_j}, & m_{yz} &= \sum_{j=1}^n \frac{m_{zx}^j \delta_j \sin \varphi_j}{a_j}.\end{aligned}$$

Здесь a_j – расстояние между ребрами j -го семейства; δ_j – толщина ребер, напряжения с индексом j относятся к стержням. Физические соотношения для сетчатой пластины определяются на основании метода множителей Лагранжа:

$$\begin{aligned}\sigma_x^j &= \sigma_{xx} \cos^2 \varphi_j + \sigma_{yy} \sin^2 \varphi_j + \sigma_{xy} \cos \varphi_j \sin \varphi_j; \\ \tau^j &= \sigma_{xz} \cos \varphi_j + \sigma_{yz} \sin \varphi_j; \\ m_x^j &= m_{xx} \cos^2 \varphi_j + m_{yy} \sin^2 \varphi_j + m_{xy} \cos \varphi_j \sin \varphi_j; \\ m_z^j &= m_{xz} \cos \varphi_j + m_{yz} \sin \varphi_j.\end{aligned}$$

В дальнейшем будем рассматривать панель с двумя семействами ребер $\varphi_1 = 45^\circ, \varphi_2 = 135^\circ$, $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, $a_1 = a_2 = a$ (рис. 1).

С учетом безразмерных параметров:

$$\begin{aligned}u &= \frac{h^2}{c} \bar{u}, \quad v = \frac{h^2}{b} \bar{v}, \quad k_y = \frac{h}{b^2} \bar{k}_y, \quad q = \frac{Eh^4}{c^2 b^2} \bar{q}, \quad t = \frac{cb}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \bar{t}, \quad \varepsilon = \frac{h}{cb} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \bar{\varepsilon}; \\ t &= b \sqrt{\frac{\rho}{E}} \bar{t}, \quad \varepsilon = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \bar{\varepsilon}, \quad x = c \bar{x}, \quad y = b \bar{y}, \quad w = h \bar{w}, \quad \delta = h \bar{\delta}, \quad a = h \bar{a}, \quad l = h \bar{l},\end{aligned}$$

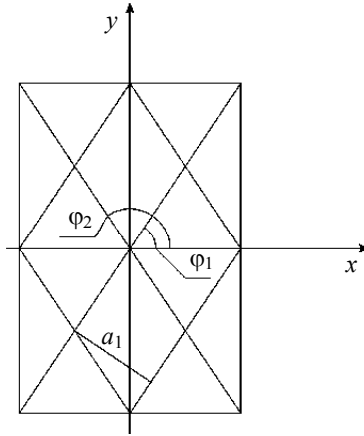


Рис. 1. Геометрия сетки

где ε – коэффициент диссипации среды; ρ – плотность материала панели; $q = q_0 \sin(\omega_p t)$ – внешняя нормальная нагрузка; q_0 и ω_p – ее интенсивность и частота; t – время. Уравнения движения элемента рассматриваемой микрополярной сетчатой цилиндрической панели примут следующий вид (черта над безразмерными переменными опущена):

$$\begin{aligned}
 & +l^2(\nu-1)\left(-\frac{h^2}{b^2}\frac{\partial^4 u}{\partial y^4}+\frac{h^2}{b^2}\frac{\partial^4 \nu}{\partial x\partial y^3}-\frac{h^2}{c^2}\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{h^2}{c^2}\frac{\partial^4 \nu}{\partial x^3\partial y}\right)+ \\
 & +2(\nu-1)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-2(3+\nu)\frac{\partial^2 \nu}{\partial x\partial y}-4(\nu+1)\frac{b^2}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-4k_y(\nu+1)\frac{b}{h}\frac{\partial w}{\partial x}+ \\
 & +4(\nu-1)\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\frac{\partial w}{\partial x}-8\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}-4(1+\nu)\frac{b^2}{c^2}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\frac{8a(\nu^2-1)}{\delta}\frac{h^2}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\
 & l^2(\nu-1)\left(\frac{h^2}{b^2}\frac{\partial^4 u}{\partial x\partial y^3}-\frac{h^2}{b^2}\frac{\partial^4 \nu}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{h^2}{c^2}\frac{\partial^4 u}{\partial x^3\partial y}-\frac{h^2}{c^2}\frac{\partial^4 \nu}{\partial x^4}\right)- \\
 & -4k_y(1+\nu)\frac{c^2}{bh}\frac{\partial w}{\partial y}-4(1+\nu)\frac{c^2}{b^2}\frac{\partial^2 \nu}{\partial y^2}-2(3+\nu)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-2(1-\nu)\frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2}- \\
 & -4(1+\nu)\frac{c^2}{b^2}\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-8\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial x}+4(\nu-1)\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\frac{8a(\nu^2-1)}{\delta}\frac{h^2}{b^2}\frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left([1 + \nu] + 6l^2 [1 - \nu] \right) \frac{c^2}{bh} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 4 \left(1 + l^2 [\nu - 1] \right) \frac{c^2}{b^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\
& + \left([1 + \nu] + 6l^2 [1 - \nu] \right) \frac{b^2}{c^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 12k_y^2 (1 + \nu) \frac{c^2}{b^2} w + 12k_y (1 + \nu) \frac{c^2}{bh} \frac{\partial v}{\partial y} + \\
& + 12k_y (1 + \nu) \frac{b^2}{h^2} \frac{\partial u}{\partial x} - 6k_y (1 + \nu) \frac{c^2}{bh} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - 12(1 + \nu) \frac{c^2}{b^2} \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \\
& - 12k_y (1 + \nu) \frac{c^2}{bh} w \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 12(1 + \nu) \frac{c^2}{b^2} \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 18(1 + \nu) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \\
& - 12(\nu + 1) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial u}{\partial x} + 12(\nu - 1) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \frac{\partial w}{\partial x} - 6k_y (\nu + 1) \frac{b}{h} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \\
& + 6(-5 + 3\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - 24 \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 24 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + 24(\nu - 1) \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \\
& + 24(\nu - 1) \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + 24(3\nu - 5) \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - 12(1 + \nu) \frac{b^2}{c^2} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \\
& + 12(\nu - 1) \frac{b}{c} \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - 12k_y (\nu + 1) \frac{b}{h} w \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 12(\nu + 1) \frac{c^2}{b^2} \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \\
& + 6(3\nu - 5) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 12(1 + \nu) \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 18(1 + \nu) \frac{b^2}{c^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \\
& = \frac{24a(\nu^2 - 1)}{\delta} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} - 2q \right).
\end{aligned}$$

Граничные условия – жесткая заделка по всем торцам панели. Начальные условия – нулевые.

Численный эксперимент

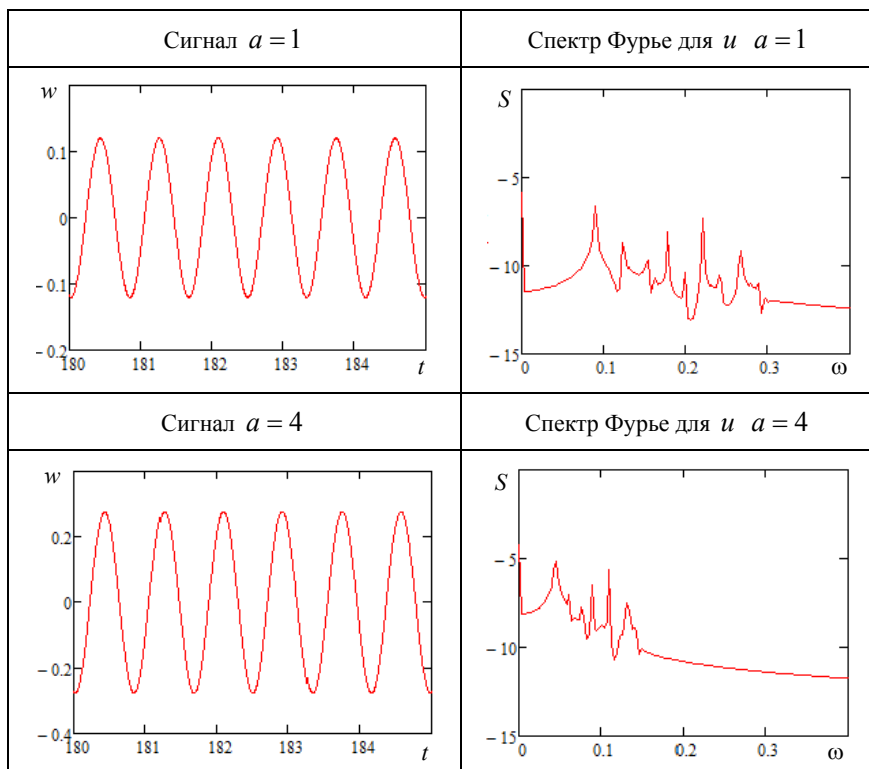
Дифференциальная задача в частных производных сводилась к обыкновенной дифференциальной задаче по пространственным координатам методом конечных разностей второго порядка точности. Задача Коши решалась методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности.

Было проведено исследование влияния расстояния между ребрами-сетки на амплитудно-частотные характеристики прогиба и перемещений.

Параметры эксперимента: $c = b = 1$, $h = 0.02$, $\varepsilon = 1$, $\nu = 0.3$, $\delta = h$, $l = 0.5$, $t \in [0; 4096]$, $\omega_p = 7.6$, $q_0 = 100$.

Показано, что увеличение расстояния между ребрами приводит к увеличению прогиба и уменьшению частоты колебаний продольной волны (таблица).

Сигнал и спектр Фурье в зависимости от a



Заключение

В работе построена математическая модель колебаний гибкой микрополярной сетчатой цилиндрической панели. Показано, что увеличение расстояния между ребрами приводит к увеличению прогиба и уменьшению частоты колебаний продольной волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Scheible D. V., Erbe A., Blick R. H.* Evidence of a nanomechanical resonator being driven into chaotic response via the Ruelle–Takens route // *Appl. Phys. Lett.* 2002. V. 81. P. 1884–1886.
2. *Ерофеев В. И.* *Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой.* М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999. 328 с.
3. *Пиеничников Г.И.* *Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок.* М.: Наука, 1982. 352 с.

Теория нанобалок с учетом физической нелинейности¹

В.А. Крысько, И.В. Папкина, М.В. Жигалов, А.В. Крысько

*Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия*

В последние годы возрос интерес к исследованию поведения нанообъектов: датчиков колебаний, микро- и наноприводов, нанопереключателей. Эксперименты подтверждают необходимость учета нелинейности на поведении микро- и наномеханических систем [1]. В известной литературе в качестве нелинейности используется модель Кармана, свойства материала постоянны во времени. Но учет геометрической нелинейности приводит к необходимости учитывать физическую нелинейность. На это было обращено внимание в работе [2]. Данная работа ставит своей целью показать, что учет физической нелинейности необходим для наноразмерных объектов. Анализ литературы показал, что влияние размерно-зависимого параметра на несущую нагрузку нелинейно-упругих микро- и нанобалок не рассматривалось.

Постановка задачи

В модифицированной моментной теории [3] запасенная энергия деформации Π в упругом теле при бесконечно малых деформациях записывается в виде

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{A\Omega} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) d\Omega dA, \quad (1)$$

где ε_{ij} – компоненты тензора деформации и χ_{ij} – компоненты симметричного тензора градиента кривизны, которые определяются следующим образом:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{mm} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}; \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \nabla u; \quad (3)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} \nabla \theta, \quad \theta_{ij} = \frac{1}{2} (\text{rot}(\mathbf{u}))_i, \quad m_{ij} = 2\mu l^2 \chi_{ij}. \quad (4)$$

¹ Исследование выполнено при поддержке РФФИ № 19-19-00215

Здесь \mathbf{u} – вектор смещений с компонентами u_i , $i = \{x, y, z\}$; $\boldsymbol{\theta}$ является бесконечно малым вектором вращения с компонентами θ_i . Обозначим σ_{ij} , ε_{ij} , m_{ij} и χ_{ij} соответственно компоненты: классического тензора напряжений $\boldsymbol{\sigma}$, тензора деформаций $\boldsymbol{\varepsilon}$, девиаторной части симметричного тензора момента высшего порядка \mathbf{m} и симметричной части тензора кривизны $\boldsymbol{\chi}$; $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – параметры Ламэ, которые также зависят от координат и интенсивности деформаций; δ_{ij} – символ Кронекера.

Параметр l , появляющийся в моменте высшего порядка m_{ij} , представляет собой дополнительный независимый материальный параметр длины, связанный с симметричным тензором градиента вращения. В этой модели в дополнение к обычным параметрам Ламэ необходимо учесть еще один масштабный параметр длины l [3]. Это прямое следствие того, что в моментной теории упругости плотность энергии деформации функция есть функция тензора деформации и симметричного тензора кривизны. Она не зависит явно от вращения (несимметричная часть градиента деформации) и несимметричной части тензора кривизны [3].

Рассмотрим балку длиной a и постоянной толщиной h (рис. 1). Балка занимает область $\Omega = \left\{ (x, z) \mid 0 \leq x \leq a, -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \right\}$. Введем обозначения: h_0 – толщина балки в центре; $w(x, t)$ – прогиб балки; $u(x, t)$ – перемещения в срединной линии. Балка изготовлена из изотропного, но неоднородного материала, $E(x, z, e_i)$ – модуль упругости, зависящий от

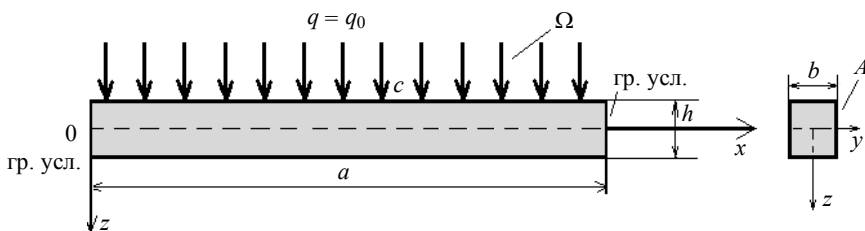


Рис. 1. Схема балки

координат и интенсивности деформаций e_i согласно деформационной теории пластичности; ε – коэффициент демпфирования; γ – удельный вес материала; g – ускорение силы тяжести; b – толщина балки.

Для построения математической модели приняты следующие гипотезы:

- гипотеза Эйлера – Бернулли, согласно которой поле перемещений произвольной точки (x, z, t) определяется как

$$U(x, z, t) = -z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x}, \quad W(x, z, t) = w(x, t);$$

- наноструктура описывается модифицированной моментной теорией.

Для учета физической нелинейности материала балок применяются деформационная теория пластичности [4] и метод переменных параметров упругости [5]. Диаграмма деформирования материала $\sigma_i(e_i)$ может быть произвольна. Уравнения движения, граничные и начальные условия балки следуют из вариационного принципа Гамильтона–Остроградского

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[- \left(\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} z^2 + \frac{E\gamma^2}{2(1+\nu)} \right) dz \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] + q = h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \varepsilon h \frac{\partial w}{\partial t}. \quad (5)$$

Система приводится к безразмерному виду с помощью следующих безразмерных параметров:

$$\bar{x} = \frac{x}{a}, \quad \bar{z} = \frac{z}{h_0}, \quad \bar{w} = \frac{w}{h_0}, \quad \bar{h} = \frac{h}{h_0},$$

$$\bar{E} = \frac{E}{G_0}, \quad \bar{t} = t \frac{h_0}{a^2} \sqrt{\frac{G_0 g}{\gamma}}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon \frac{h_0}{a^2} \sqrt{\frac{G_0 g}{\gamma}},$$

$$\bar{q} = \frac{a^4}{G_0 h_0^4} q, \quad \gamma = \frac{l}{h_0}$$

(черточка в уравнении (5) над безразмерными величинами отброшена).

К системе (5) следует присоединить начальные и краевые условия.

Численный эксперимент

В качестве примера рассмотрим жестко защемленную с обоих концов балку

$$w(x, t) = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \text{ при } x = 0; 1 \quad (6)$$

с начальными условиями

$$w(x, t) = \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \text{ при } t = 0. \quad (7)$$

Поперечная нагрузка равномерно распределенная $q = \text{const}$, материал балки – чистый алюминий – имеет $\sigma_s = 1023$, $G_0 = 0.3483 \cdot 10^{-6}$ бар, $e_{is} = 0.98 \cdot 10^{-3}$, относительная длина $a/h_0 = 10$, $e_s = 0.098$. Диаграмма $\sigma_i(e_i)$ принята в виде

$$\sigma_i = \sigma_s \left[1 - \exp\left(-\frac{e_i}{e_s}\right) \right],$$

где σ_i и e_i – интенсивность напряжений и деформаций соответственно. Для чистого алюминия $K = K_0$, где $K = 1.94G_0$, $\nu_0 = 0.28$.

Статическая задача решается через уравнение (5) с помощью метода установления, который, по сути дела, является методом продолжения по параметру [6]. Подробно метод установления описан в [7].

Для сведения нелинейного дифференциального уравнения в частных производных (5) к задаче Коши используем метод конечных разностей с аппроксимацией второго порядка точности.

Исследована сходимость метода по пространственной координате. Установлено, что для получения результатов с необходимой степенью точности достаточно разбить интервал интегрирования $x \in [0, 1]$ на 120 частей, $z \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ на 30 частей. На каждом временном слое строится итерационная процедура метода переменных параметров упругости Биргера [5]. Модуль растяжения E связан с модулями сдвига G и объемной деформации K следующими формулами для изотропного материала:

$$E = \frac{9KG}{3K + G}, \quad G = \frac{1}{3} \frac{\sigma_i(e_i)}{e_i}, \quad \nu = \frac{1}{2} \frac{3K - 2G}{3K + G},$$

где интенсивность деформаций равна $e_i = \frac{2}{3} |\epsilon_{xx}|$. Интегралы по толщине вычисляются с помощью Ньютона – Котеса. Устойчивость решения по времени, т.е. шаг по времени, осуществляется по принципу Рунге.

Достоверность численных результатов обеспечивается полным совпадением решений, полученных описанным методом, с результатами, полученными в работе [8] для $\gamma = 0$.

Было проведено исследование влияния размерно-зависимого параметра l на напряженное состояние балки. На рис. 2 представлены графики зависимости прогиба в центре балки от внешней нагрузки $q(w)$. При увеличении размерно-зависимого параметра $\gamma = 0, 0.1, 0.3, 0.5$ увеличивается несущая нагрузка балки.

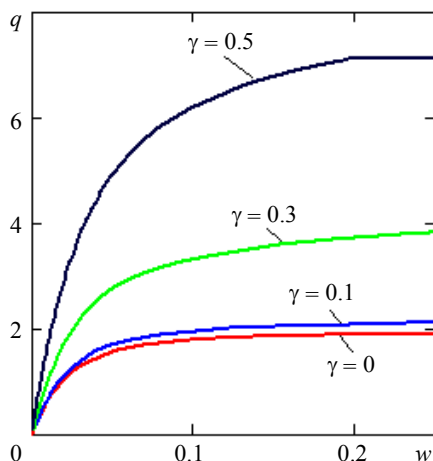


Рис. 2. Зависимость $q(w)$

Заключение

В работе построена математическая модель колебаний упругой, изотропной, но неоднородной нанобалки. Уравнения движения, граничные и начальные условия получены из энергетического принципа Остроградского – Гамильтона с учетом модифицированной моментной теории. Установлено, что при увеличении размерно-зависимого параметра несущая нагрузка нелинейно-упругих микро- и нанобалок возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Scheible D.V., Erbe A., Blick R.H.* Evidence of a nanomechanical resonator being driven into chaotic response via the Ruelle–Takens route // *Appl. Phys. Lett.* 2002. No. 81. P. 1884–1886.
2. *Krysko A.V., Awrejcewicz J., Zhigalov M.V., Pavlov S.P., Krysko V.A.* Nonlinear behaviour of different flexible size-dependent beams models based on the modified couple stress theory. Part 1. Governing equations and static analysis of flexible beams // *Int. J. Non-Linear Mechanics.* 2017. V. 93. P. 96–105.
3. *Yang F., Chong A.C.M., Lam D.C.C., Tong P.* Couple stress based strain gradient theory for elasticity // *Int. J. Solids Struct.* 2002. No. 39. P. 2731–2743.
4. *Ильюшин А.А.* Пластичность. М.; Л.: Гостехиздат, 1948. 376 с.
5. *Биргер И.А.* Некоторые общие методы решения задач теории пластичности // *ПММ.* 1951. Т. 15. Вып. 6. С. 766–770.
6. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
7. *Комаров С.А.* Симметричное деформирование гибких сферических панелей при поперечном нагружении // *Нелинейная динамика механических и биологических систем.* Саратов. гос. техн. ун-т. 2000. С. 191–212.
8. *Крысько В.А.* Нелинейная статика и динамика неоднородных оболочек. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1976. 216 с.

Моделирование динамики электрон-позитронной плазмы в импульсных электрических полях*

**А.В. Маханьков¹, А.Д. Панферов¹,
С.А. Смолянский^{1,2}, С.О. Пирогов¹**

¹*Саратовский национальный исследовательский
государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия*

²*Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

Процессы рождения электрон-позитронных пар в экстремальных электрических полях (эффект Швингера) в настоящее время являются актуальным предметом исследований по причине быстрого совершенствования импульсных лазерных установок высокой мощности [1]. С приближением к порогу экспериментального проявления таких процессов внимание смещается с доказательства их возможности, к определению наблюдаемых характеристик, в том числе к воспроизведению эволюции сложной квантово-полевой системы за время действия лазерного импульса. Использование квантового кинетического уравнения (КУ) [2] позволяет воспроизводить не только результат процессов такого типа [3], но и эволюцию системы в присутствии действующего поля.

Проблемой является высокая вычислительная сложность задачи и большой объем обрабатываемых данных. В работе демонстрируется подход, основанный на редукации размерности задачи за счет использования предположения о симметрии действующего поля. Также реализован переход к интегральным наблюдаемым характеристикам с минимизацией хранения промежуточных данных. В результате получено высокопроизводительное масштабируемое параллельное программное решение, обеспечивающее вычисление эволюции наблюдаемых параметров для реалистичных конфигураций действующего поля.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 17-02-00375.

Используемая модель

Математическая модель процессов, происходящих в экстремально сильном классическом электрическом поле, строится на основе квантовой кинетической теории и позволяет без использования теории возмущений получить точное уравнение для описания эволюции начального вакуумного состояния в некоторое конечное состояние с ненулевым количеством наблюдаемых частиц [2]. Простейший вид КУ имеем в том случае, если электрическое поле имеет постоянное направление [4]. В этом случае оно представимо в форме системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{f}(\vec{p}, t) &= \frac{1}{2} \lambda(\vec{p}, t) u(\vec{p}, t), \\ \dot{u}(\vec{p}, t) &= \lambda(\vec{p}, t) (1 - 2f(\vec{p}, t)) - 2\varepsilon(\vec{p}, t) v(\vec{p}, t), \\ \dot{v}(\vec{p}, t) &= 2\varepsilon(\vec{p}, t) u(\vec{p}, t). \end{aligned} \quad (1)$$

Коэффициенты в правой части уравнений

$$\begin{aligned} \lambda(\vec{p}, t) &= eE(t) \sqrt{m^2 + p_1^2 + p_2^2} / \left(m^2 + p_1^2 + p_2^2 + (p_3 - A(t))^2 \right), \\ \varepsilon(\vec{p}, t) &= \sqrt{m^2 + p_1^2 + p_2^2 + (p_3 - A(t))^2} \end{aligned} \quad (2)$$

определяют поведение решений $f(\vec{p}, t), u(\vec{p}, t), v(\vec{p}, t)$ в трехмерном импульсном пространстве и времени (p_1, p_2, p_3, t) для направленного вдоль третьей оси координат электрического поля с заданной зависимостью от времени. Например

$$E(t) = -e\dot{A}(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi) \exp(-t^2 / 2\tau^2), \quad (3)$$

где набор параметров $\{E_0, \omega, \varphi, \tau\}$ определяет амплитуду, циклическую частоту, фазу и характерное время действия поля. Параметры $\{e, m\}$ соответствуют заряду и массе частиц, вакуумные состояния которых реагируют на действие поля. В рассматриваемом случае это элементарный заряд и масса покоя электрона. Спиновые характеристики оказываются существенными только в полях переменного направления и здесь не учитываются.

Функция $f(\vec{p}, t)$ является функцией распределения и определяет заселенность состояний в импульсном пространстве. Через неё опре-

деляется пространственная плотность частиц и плотность тока проводимости:

$$n(t) = 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f(\vec{p}, t),$$

$$\vec{j}_c(t) = 2e \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\vec{p} - e\vec{A}}{\varepsilon(\vec{p}, t)} f(\vec{p}, t). \quad (4)$$

Функции $u(\vec{p}, t), v(\vec{p}, t)$ носят вспомогательный характер и необходимы для вычисления поляризационных эффектов.

Задача и результаты численных расчетов

До последнего времени целью моделирования процессов в полях мощных лазерных импульсов вида (3) было определение асимптотического поведения $f(\vec{p}, t)$ при $t \rightarrow \infty$ и соответствующих значений $n(t \rightarrow \infty)$ и $\vec{j}_c(t \rightarrow \infty)$. Эта задача сама по себе достаточно трудна и ресурсоёмка, в том числе по причине возможного жесткого поведения системы (1). Были разработаны программные решения, которые успешно справлялись с задачей в определенных диапазонах параметров [5–7], в том числе за счет распараллеливания вычислений по значениям входных параметров.

Задача определения полной эволюции в соответствии с определениями (4) ранее для рассматриваемой модели не решалась. Хотя такая постановка задачи непосредственно не меняет вычислительной сложности решения, она радикально увеличивает объём обрабатываемых данных из-за появления дополнительной размерности.

Ограничение условием постоянного направления действия поля (3) убирает одну из размерностей в импульсном пространстве благодаря осевой симметрии решений $f(\vec{p}, t), u(\vec{p}, t), v(\vec{p}, t)$ вдоль этого направления. Проще всего это реализовать путем перехода в цилиндрическую систему координат, ось Z в которой совпадает с осью Z исходной декартовой системы. В этом случае интегралы (4) становятся двукратными, так как интегрирование по угловой координате даёт константу 2π .

Алгоритм решения был отработан с использованием программного пакета Mathematica. Для поля (3) с частотой, соответствующей энергии квантов в 0.05 от энергии массы покоя электрона, амплитудой поля в

0.2 от критического значения $E_{cr} = m^2/e$ и характерной длительностью в 12 периодов основной частоты, были получены зависимости от времени, представленные на рис. 1 и 2.

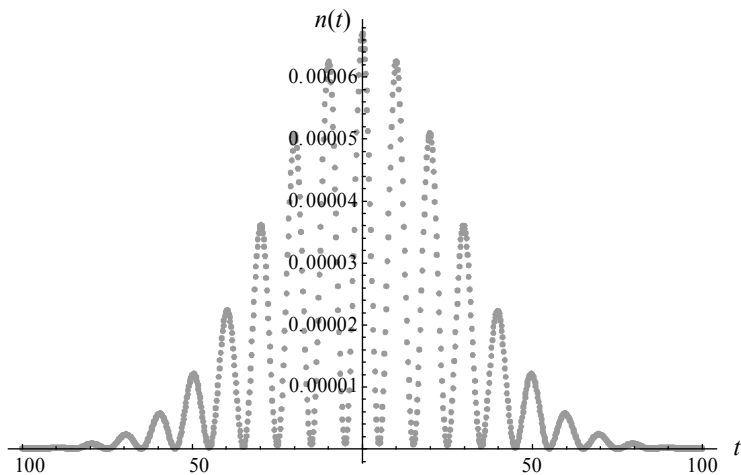


Рис. 1. Зависимость плотности частиц от времени

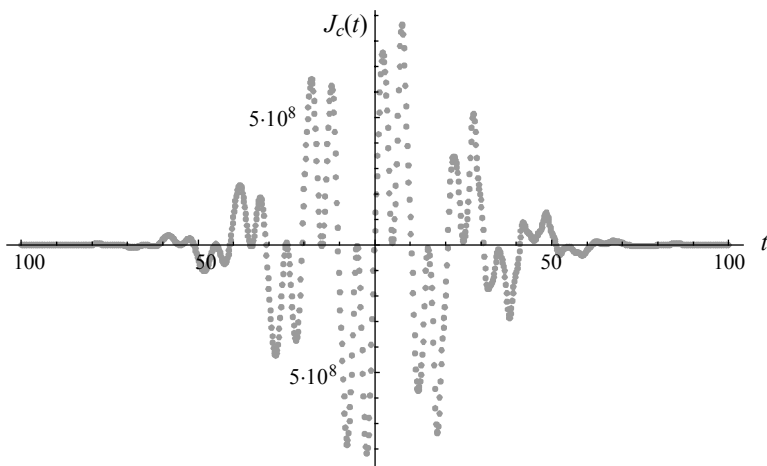


Рис. 2. Зависимость плотности тока проводимости от времени

На рис. 1 и 2 использована естественная для рассматриваемой задачи система единиц, в которой приведенная постоянная Планка, скорость света и масса покоя электрона равны единице $\hbar = c = m_e = 1$. Задача решалась в параллельном режиме на четырех ядрах 8-ядерного сервера с тактовой частотой 2.2 ГГц и объемом ОЗУ 16 Гбайт. Задача решалась на сетке в импульсном пространстве размером 76×401 . Для воспроизведения динамики процесса значения (4) вычислялись для 1001 точки в интервале $-100 \leq t \leq 100$. Решение потребовало 15157 с работы сервера и сопровождалось исчерпанием доступной памяти.

Увеличение точности расчетов потребовало масштабирования программы. Для этого был использован код на Си, реализованный с использованием процедур MPI и солверов для обыкновенных дифференциальных уравнений из библиотеки GSL [8]. В целях минимизации объема хранимых данных реализована процедура накопления интегральных параметров в массиве без записи промежуточных данных на диск. Это, с одной стороны, делает невозможным последующую дополнительную обработку данных, но с другой – минимизирует время получения целевых интегральных параметров.

Заключение

В работе представлены результаты разработки программного решения, впервые позволяющего воспроизводить на базе модельной системы кинетических уравнений эволюцию пространственной плотности электрон-позитронной плазмы и плотности токов проводимости в ней на всем протяжении действия импульсного электрического поля с напряженностью, близкой к порогу прямого проявления эффекта Швингера.

Использованные решения позволяют выполнять расчеты в параллельном режиме на массово-параллельных вычислительных системах с масштабированием на несколько вычислительных узлов.

Представляется необходимым проведение дальнейших тестовых экспериментов для оценки эффективности масштабирования в различных реальных конфигурациях вычислительных систем и оптимизации процедуры распараллеливания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Weber S., Bechet S., Borneis S., Brabec L., Burka M., Chacon-Golcher E., Ciappina M., DeMarco M., Fajstavr A., Falk K., and Garcia E.R.* An installation for high-energy density plasma physics and ultra-high intensity laser–matter interaction at ELI-Beamlines // *Matter and Radiation at Etremes*. 2018. V. 2(4). P. 149.
2. *Blaschke D.B., Smolyansky S.A., Panferov A.D., Juchnowski L.* Particle Production in Strong Time-dependent Fields // *Proceedings of the Helmholtz International Summer School 2016 (HQ 2016)* April 2017, Hamburg, Germany. P. 1–23.
3. *Маханьков А.В., Левенец С.А., Аль Карави Р.Д., Смолянский С.А.* Исследование особенностей моделирования генерации $e-e+$ пар во вращающемся электрическом поле // *Компьютерные науки и информационные технологии: материалы Междунар. науч. конф.* 2018. С. 261–264.
4. *Pervushin V.N. and Skokov V.V.* Kinetic description of fermion production in the oscillator representation // *Acta Phys. Polon.* 2006. V. B37. P. 2587–2600.
5. *Panferov A.D., Smolyansky S.A., Otto A., Kämpfer B., Blaschke D.B., and Juchnowski L.* Assisted dynamical Schwinger effect: pair production in a pulsed bifrequent field // *Eur. Phys. J. D.* 2016. V. 70. P. 56.
6. *Маханьков А. В., Кравцов К.Ю., Панферов А.Д.* Моделирование средствами системы компьютерной алгебры Mathematica процессов рождения электрон-позитронных пар в модулированном по частоте лазерном поле // *Компьютерные науки и информационные технологии: материалы Междунар. науч. конф.* 2016. С. 258–261.
7. *Panferov A.D., Smolyansky S.A., Titov A.I., Kämpfer B., Otto A., Blaschke D.B., and Juchnowski L.* Field induced phase transition in the few photon regime // *EPJ Web of Conferences*. 2017. V. 138. P. 07004.
8. *Galassi M., Theiler J. et al.* 1996–2018 NU Scientific Library–GSL 2.5 documentation. URL: <https://www.gnu.org/software/gsl/>

Интерактивный программный комплекс для анализа и визуализации данных исследования синхронизации параметров реполяризации миокарда желудочков (по данным коэффициента симметрии зубца Т электрокардиограммы) с параметрами космической погоды¹

В.А. Молчанов, И.А. Подкидышев, Е.Д. Смирнов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия

В рамках международного многоширотного синхронного биофизического эксперимента «Гелиомед» проводится одновременный мониторинг по оценке реакции сердечно-сосудистой системы здоровых добровольцев на изменение космической погоды в авроральных (п. Тикси), субавроральных (г. Якутск) и средних (г. Саратов) широтах [1]. Согласно результатам [1], во всех обследуемых группах выявлено наличие эффекта синхронизации процессов реполяризации миокарда желудочков (по данным коэффициента симметрии зубца Т электрокардиограммы) и геомагнитной возмущенности (по данным Кр-индекса). С целью математической обработки данных таких исследований разработан интерактивный программный комплекс для анализа и визуализации результатов исследования синхронизации параметров реполяризации миокарда желудочков (по данным коэффициента симметрии зубца Т электрокардиограммы) с параметрами космической погоды. Программный комплекс выполнен на языке программирования Python.

Введение

Данные для тестирования программного комплекса предоставлены участниками проекта «Гелиомед» профессором Саратовского государственного медицинского университета им. В.И. Разумовского С.С. Паршиной, старшим научным сотрудником Института космофизических исследований и аэронавтики им. Ю.Г. Шафера СО РАН С.Н. Самсоновым и доцентом Медицинского института Северо-Восточного феде-

¹ Работа выполнена в рамках проекта РФФИ 18-415-140002 p_a

рального университета им. М.К. Аммосова А.А. Стрекаловской. Длительность мониторинга трех групп по 6 добровольцев в каждой составила 60 дней в весенний период (март-апрель) 2017 г. Осуществлялся ежедневный контроль состояния у каждого добровольца процессов реполяризации миокарда желудочков по данным ЭКГ с оценкой коэффициента симметрии зубца Т (КСТ) с помощью аппарата «Фазаграф» (Украина). Данный метод хорошо зарекомендовал себя в скрининге ишемической болезни сердца и в оценке влияния параметров космической погоды, в частности солнечной активности, на морфологические параметры сердечной мышцы [1]. Протокол ежедневного исследования включал 4 измерения КСТ каждого добровольца: исходное (в покое), после физической нагрузки, после эмоциональной нагрузки, при восстановлении после 10-минутного отдыха. Таким образом, для каждого добровольца рассматриваются 4 временных ряда с 60 значениями КСТ для каждого из 4 факторов: «без нагрузки», «с физической нагрузкой», «после отдыха», «с эмоциональной нагрузкой». Для краткости такие ряды называются образцами, а каждый отдельный из 4 рядов называется фактор-образцом.

Во время мониторинга (март-апрель 2017 г.) ежедневно оценивалась геомагнитная активность по 11 показателям глобальной геомагнитной возмущенности: Kp-индекс, Скорость ветра, T, f, Po, BX, BY, BZ, SW Proton Density, SW Plasma Speed, Flow pressure. Таким образом, данные геомагнитной активности для каждого параметра космической погоды представляются временным рядом с 60 значениями соответствующего параметра космической погоды. Для краткости такие ряды называются эталонами.

Основные результаты

Участниками проекта «Гелиомед» разработана оригинальная методика исследования эффекта синхронизации максимумов процессов реполяризации миокарда желудочков (по данным коэффициента симметрии зубца Т электрокардиограммы) с максимумами параметров космической погоды. В качестве количественной меры близости между максимумами рядов значений КСТ добровольцев и максимумами рядов параметров космической погоды выбрано среднее значение расстояний (в днях) между этими максимумами.

Для статистической оценки параметров анализируемых выборок определяется вид их распределения графическими и статистическими методами:

- для качественной проверки нормальности анализируемых выборок рассматриваются такие графики данных, как гистограммы, ядерные оценки плотности (KDE или Kernel Density Estimation) и графики квантилей (Q-Q plots или Quantile-Quantile plots) [2];

- для проверки нормальности рассматриваемых выборок применяются известные статистические тесты, специально разработанные для проверки нормальности распределения данных, такие, как: тест Шапиро – Уилка, тест Д’Агостино и Пирсона, тест Колмогорова – Смирнова (см. [2]).

Результаты статистического анализа данных представляются точечными и интервальными оценками генеральной средней рассматриваемых распределений.

Для компьютерного анализа и визуализации данных исследования синхронизации значений КСТ с параметрами космической погоды в программный комплекс вводятся описанные выше данные измерений КСТ добровольцев (отображаются в окне «Пациенты») и значений параметров космической погоды (отображаются в окне «Эталоны»). Входные данные в этих окнах могут изменяться с помощью кнопок «Добавить» и «Удалить». В основном окне приводится краткая инструкция (рис.1).

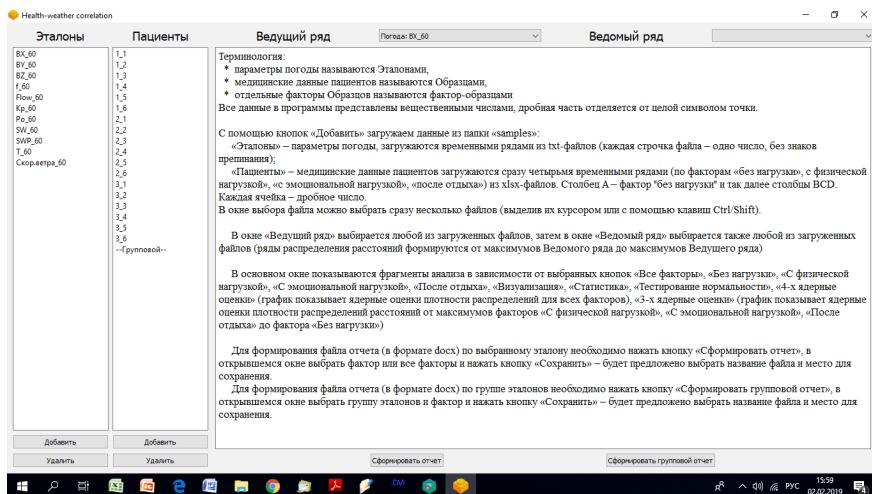


Рис. 1. Скриншот экрана с входными данными и инструкцией

Для анализа данных в окне «Ведущий ряд» выбирается любой из загруженных файлов, и затем в окне «Ведомый ряд» также выбирается любой из загруженных файлов. В результате программа вычисляет распределения расстояний от максимумов Ведущего ряда до максимумов Ведомого ряда, тестирует эти распределения на их близость к нормальному распределению, проводит статистический анализ этих распределений и формирует отчет в виде текстового файла.

В основном окне показываются фрагменты анализа вычислений и визуализации данных в зависимости от выбора управляющих кнопок:

- при выборе кнопок «Визуализация», «4-х ядерные оценки» и «Все факторы» показываются ядерные оценки плотности (KDE или Kernel Density Estimation) 4 распределений расстояний для выбранных фактор-образцов и стандартная кривая Гаусса (для визуального сравнения распределений) – рис. 2;

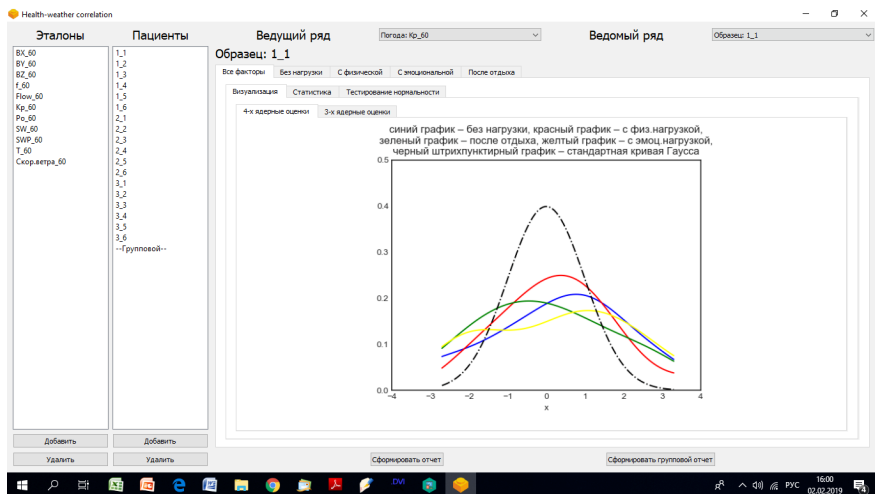


Рис. 2. Скриншот экрана с выбранным Ведущим рядом Кр и Ведомым рядом Образец 1_1

- при выборе кнопки «Визуализация» и одной из кнопок «Без нагрузки», «С физической нагрузкой», «С эмоциональной нагрузкой», «После отдыха» показывается гистограмма, ядерная оценка плотности распределения для выбранного фактор-образца и стандартная кривая Гаусса (для визуального сравнения распределений) – рис. 3;

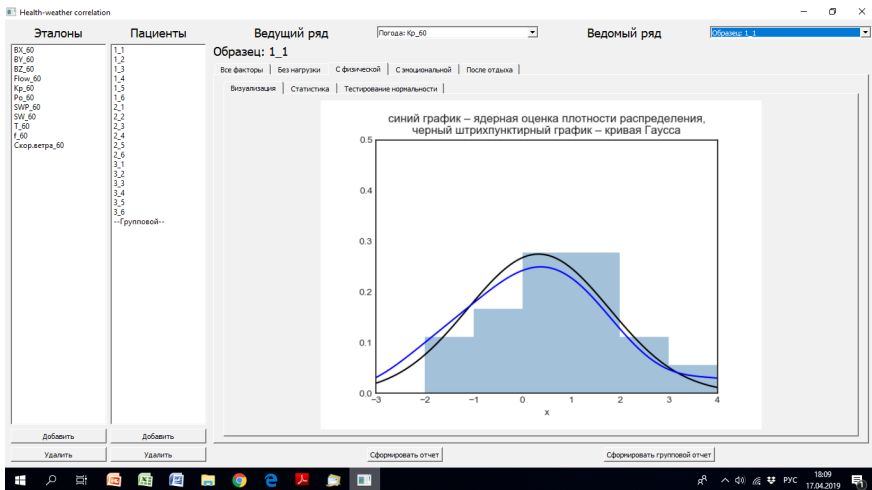


Рис. 3. Скриншот экрана с выбранным Ведущим рядом Кр и Ведомым рядом Образец 1_1

- при выборе кнопки «Статистика» показываются результаты статистического анализа распределения расстояний для фактор-образцов: выборочное среднее, стандартное отклонение и доверительный интервал для доверительной вероятности 0.95;
- при выборе кнопки «Тестирование нормальности» показываются результаты проверки нормальности распределения расстояний для фактор-образцов статистическими тестами, Шапиро – Уилка, Д'Агостино и Пирсона, Колмогорова – Смирнова;
- при выборе кнопок «Визуализация», «3-х ядерные оценки» и «Все факторы» показываются ядерные оценки плотности 3 распределений расстояний от максимумов трех факторов «С физической нагрузкой», «После отдыха», «С эмоциональной нагрузкой» Образца 1_1 до максимумов его фактора «Без нагрузки» и стандартная кривая Гаусса (для визуального сравнения распределений) – рис. 4;
- при выборе кнопки «Значения» максимумы параметров погоды выбираются без учета их величины, а выборе кнопки «Амплитуды» максимумы параметров погоды выбираются при условии, что их амплитуды больше среднего значения (в отчете сохраняются оба варианта выбора максимумов значений погоды).

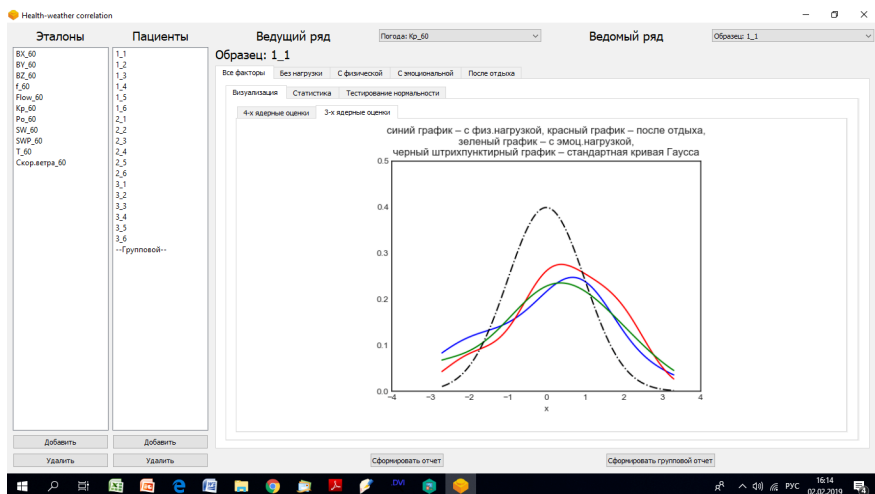


Рис. 4. Скриншот экрана с выбранной кнопкой «3-х ядерные оценки»

Для формирования файла отчета необходимо нажать кнопку «Сформировать отчет» или «Сформировать групповой отчет» и в открывшемся окне выбрать название файла и место его хранения – в отчетах приводятся все результаты анализа.

Заключение

Разработанный программный комплекс является начальным этапом создания межрегиональной базы медицинских и гелиогеофизических данных для последующего построения модели влияния космической погоды на здоровье человека в 11-летнем цикле солнечной активности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Паршина С.С., Самсонов С.Н., Маныкина В.И. и др.* Особенности групповой реакции сердечно-сосудистой системы на изменение космической погоды // Новые информационные технологии в медицине, биологии, фармакологии и экологии: материалы Междунар. конф. IT + M&Ec`2015. 2015. С. 316–322.
2. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика. М.: Физматлит, 2006.

Моделирование сигналов хаотического осциллятора с периодизацией решений

В.П. Морозов

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, Россия

Автоколебательное поведение ряда динамических систем, содержащих нелинейности, может носить характер хаотического процесса. Основными проявлениями хаотического режима в таких системах являются подобный шумовому, непрерывный и широкополосный спектр формируемых сигналов, а также высокая чувствительность к вариациям начальных условий [1, 2]. Однако, несмотря на схожесть хаотических колебаний со случайными процессами, динамический хаос предсказуем; одно из его применений – формирование информационных сигналов в системах передачи данных [3, 4].

Основным приемом исследования систем, порождающих динамический хаос, служит в настоящее время компьютерное моделирование с применением численных методов решения систем нелинейных дифференциальных уравнений.

Путём компьютерного моделирования многократно исследовалась, в частности, известная система Рёсслера. Исследования псевдослучайных сигналов, формируемых системой, проводились при вариации в широких пределах шага численного интегрирования различными методами.

При этом совершенно не изучались приемы аналогового моделирования хаотических осцилляторов с периодизацией (повторением) решений, которое может дать определенные удобства при работе с реальными системами и сигналами, упрощая подготовку и сокращая время экспериментов. Именно система Рёсслера, представляющая собой один из классических объектов нелинейной динамики и описываемая системой трех дифференциальных уравнений в обычных производных с одной нелинейностью [5], может служить удобным объектом такого моделирования.

Целью данной работы является синтез быстродействующей аналоговой схемы для получения периодически повторяющихся последовательностей реальных хаотических сигналов, порождаемых системой Рёсслера, для дальнейшей подачи в системы регулирования или преобразования, а также для экспериментальной оценки эффективности применения таких сигналов в формирователях и наблюдателях случайных и псевдослучайных сигналов.

Уравнения и схема набора

Систему Рёсслера, переменные состояния которой удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= b + z(x - c),\end{aligned}\tag{1}$$

можно рассматривать как осциллятор – генератор колебаний. Для повторяющегося с определенной частотой решения уравнений, подобных (1), в аналоговых вычислительных устройствах существуют линейные и нелинейные решающие блоки (РБ), обладающие довольно высокой и предсказуемой точностью. Это, в частности, реализующие повторение решений от такта к такту (режим периодизации) интеграторы с логическим управлением (УИ). Обычным в них является чередование режимов установка начальных условий – интегрирование – возврат [6]. Двух последних режимов достаточно для решения уравнений с нулевыми начальными условиями.

Операцию, выполняемую двухрежимным аналоговым УИ над переменными задачи, представленными в виде напряжений, можно записать в виде

$$U_{\text{вых}} = -\frac{1}{R_{\text{вх}} C} \int_0^{T_{\text{и}}} U_{\text{вх}} dt \quad \text{при } T_{\text{и}} \geq t > 0$$

и
$$U_{\text{вых}} = 0 \quad \text{при } T_{\text{в}} \geq t > T_{\text{и}},\tag{2}$$

где $U_{\text{вх}}, U_{\text{вых}}$ – входное и выходное напряжения УИ, а $T_{\text{и}}, T_{\text{в}}$ – моменты окончания такта интегрирования и возврата соответственно.

В настоящее время УИ выпускаются в виде микросхем (МСИ) с возможностью подключения внешних элементов, например, в МСИ типа IVC102 – конденсатора обратной связи (ОС) и входного резистора. Соответствующая структурная схема приведена на рис. 1. Разряд конденсатора в такте возврата осуществляет ключ сброса S_2 , входную цепь на это время отключает S_1 . Как видно, для получения требуемого значения $R_{\text{вх}} C$ конденсатор ОС может быть подключен между выводами МСИ 3 и 10, а входной резистор – к выводу 2.

Требуемая длительность такта интегрирования (≥ 200 мкс) задается логическими уровнями «0» на объединенных выводах 11 интеграторов 1, 2, 5 и «1» (+ 5 В) на их выводах 12. Для перехода к такту возврата уровни меняются на противоположные. Минимальная длительность «возврата» при указанной емкости конденсатора ОС – 0.5 мс. Погрешность операции, обусловленная сопротивлением проводящего S_1 при значении $R_{вх} = 200$ кОм, принятого для единичных входов РБ, составляет менее 1 %. Дополнительная погрешность определяется допусками пассивных элементов цепи обратной связи – резистора и конденсатора. Для упрощения управляющей логики удобно выбрать длительности тактов интегрирования и возврата одинаковыми, тогда сигналы S_1 и S_2 можно снимать с противофазных выходов триггера, запускаемого по счетному входу от импульсного генератора с регулируемой частотой повторения. Масштабирование интеграторов подробно рассмотрено в [7].

Согласно рекомендациям, имеющимся в литературе, при значениях в (1) $a = b = 0.2$ и $c = 7 \dots 10$ генерируемые колебания являются хаотическими и обладают всеми характеристиками случайного процесса. По данным ряда исследований спектральных характеристик сигналов, порождаемых системой Ресслера, наиболее эффективным является применение в экспериментах переменной $Z(t)$, так как для нее выполняется условие непрерывного и равномерного спектра, в отличие от переменных $X(t)$ и $Y(t)$.

Заключение

Полученные с помощью современных цифровых вычислителей, обеспечивающих высокую точность решения дифференциальных уравнений и широкий диапазон вариаций моделируемых переменных, расчетные характеристики устройств, использующих хаотические колебания, не всегда удастся удержать в реальной аппаратуре, выполняющей выработку, обработку или прием и передачу хаотических сигналов.

В этих случаях аналоговые модели с периодизацией решения могут оказаться полезными при проведении экспериментов с реальными хаотическими сигналами. Для построения формирователя псевдослучайных сигналов на основе эффектов хаотической динамики выбрана аналоговая модель системы Ресслера с периодизацией решений, позволяющая многократно повторять эксперимент по изучению взаимодействия одинаковых хаотических сигналов с различными воспринимающими структурами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мун Ф.* Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 311 с.
2. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999. 368 с.
3. *Деменков Д.А.* Синергетический метод обработки и защиты информации на основе реконструкции системы типа Ресслера // Известия ЮФУ. Сер. Технические науки. 2008. № 11. С. 63–66.
4. *Кожанов А.О.* Метод скрытия передачи информации при помощи странного аттрактора OLO Анищенко-Астахова // Известия ЮФУ. Сер. Технические науки. 2008. № 11. С. 60–62.
5. *Roessler O.E.* An equation for continuous chaos // Physics Letters A. 1976. V. 57. P. 397–402.
6. *Морозов В. П.* Управляемые интеграторы непрерывных сигналов // Датчики и системы. 2010. № 2. С. 45–46.
7. *Тетельбаум И.М., Шнейдер Ю.Р.* Практика аналогового моделирования динамических систем. Справочное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1987. 384 с.

Исследование межмолекулярного взаимодействия оксида графена с биомолекулами ДНК на основе компьютерного моделирования методами теории функционала плотности

А.А. Наумов, А.Н. Бокарев, И.Л. Пластун, А.А. Захаров

*Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия*

Параметры водородных связей и возможности образования супрамолекулярных соединений между оксидом графена и биомолекулами ДНК были исследованы методами молекулярного моделирования на основе теории функционала плотности. Анализ рассчитанных ИК-спектров и структуры образующихся комплексов показал, что комплементарная пара аденин – тимин образует достаточно устойчивые соединения с оксидированным графеном.

Постановка задачи

Представлено исследование параметров межмолекулярного взаимодействия оксида графена с биомолекулами ДНК. Оксид графена используется в таких областях, как оптоэлектроника, композитные материалы, биомедицина, фармакология. В биомедицине и фармакологии оксид графена может быть использован в качестве системы доставки диагностических и лекарственных препаратов [1]. Оксид графена (рис. 1, *a*) представляет собой окисленную форму графена и состоит из углерода, водорода и кислорода в различных пропорциях. Он имеет гибридную структуру, состоящую из смеси *sp*²- и *sp*³-гибридизованных атомов углерода [2].

Молекулярное моделирование на основе расчета структуры и спектров молекул и их комплексов проводилось методами теории функционала плотности (ТФП) [3] с функционалом B3LYP [4] и базисным набором 6-31G (d). Расчёты выполнялись при помощи программного комплекса Gaussian 09 [5], который находит широкое применение для решения многих задач квантовой физика и химии, связанных со строением и свойствами молекулярных ансамблей.

Исследовались параметры образующихся водородных связей и возможности возникновения на их основе супрамолекулярного взаимодействия [6].

Частоты в ИК-спектре оксида графена (рис. 1, б), соответствующие колебаниям водородных связей, лежат в высокочастотной области от 1800 см^{-1} и выше. Соответственно водородные связи с участием ОН-групп проявляются в ИК-спектре на частотах 3247 см^{-1} (рис. 1, б № 1), 3359 см^{-1} (рис. 1, б № 2), 3385 см^{-1} (рис. 1, б № 3), 3419 см^{-1} (рис. 1, б № 4).

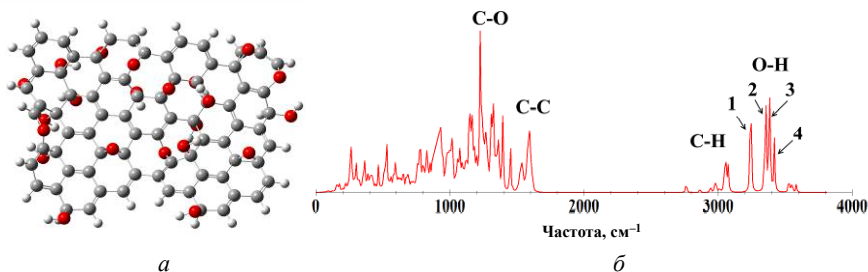


Рис. 1. Структура и рассчитанный ИК-спектр оксида графена

Активными центрами оксида графена являются узлы с кислородом, которые имеют потенциальную возможность образования ОН-связи с водородом, приходящим от азотистого основания. Колебания активных центров находятся в диапазоне от 3200 до 3500 см^{-1} .

В ИК-спектре оксида графена можно выделить четыре области: область от 940 до 1450 см^{-1} соответствует валентным колебаниям связей С-О, область от 1530 до 1650 см^{-1} – валентным колебаниям связей $\text{C}=\text{C}$, область от 2760 до 3070 см^{-1} – валентным симметричным и асимметричным колебаниям связей С-Н и область от 3200 до 3586 см^{-1} соответствует валентным колебаниям связей О-Н. Частоты наиболее интенсивных пиков в диапазонах составляют 1226 , 1594 , 3058 и 3385 см^{-1} .

В ДНК встречается четыре вида азотистых оснований (аденин, гуанин, тимин и цитозин), соединенные водородными связями по принципу комплементарности: аденин соединяется только с тимином, гуанин – с цитозином. В паре аденин – тимин возникает две водородные связи, в рассчитанном ИК-спектре комплементарной пары (рис. 2, а) видны резонансы, соответствующие колебаниям связей в аденине и тимине, участвующих в образовании водородных связей.

Частота 2904 см^{-1} (рис. 2, б № 1) соответствует валентным колебаниям связи Н-Н в тимине, эта связь участвует в образовании водородной связи с аденином. Частота 3267 см^{-1} (рис. 2, б № 2) соответствует

валентным симметричным колебаниям группы NH₂ в аденине, одна из N-H-связей, которая участвует в образовании водородной связи с тиминном.

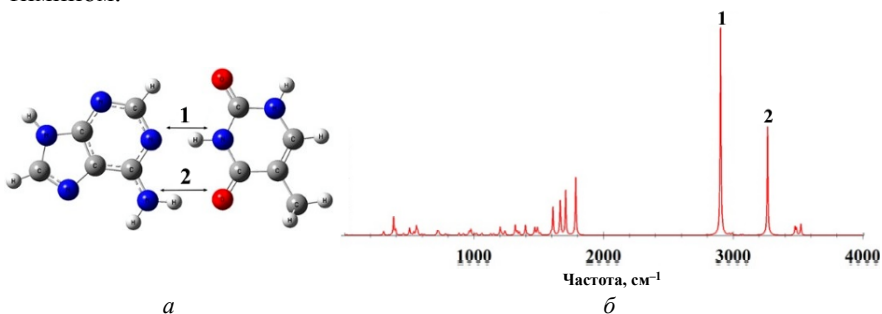


Рис. 2. Структура и рассчитанный ИК-спектр молекулярного комплекса аденин – тимин

Сила образовавшихся водородных связей оценивалась по длине водородного мостика, сдвигу частоты валентных колебаний O-H связей в ИК-спектрах молекулярного комплекса относительно ИК-спектра отдельных молекул, а также по энергии связи, которая рассчитывалась по эмпирической формуле Иогансена [7]

$$-\Delta H = 0.3\sqrt{\Delta\nu - 40}, \quad (1)$$

где $\Delta\nu$ – величина частотного сдвига для валентных колебаний O-H-связей (ΔH в ккал/моль, $\Delta\nu$ в см^{-1}).

По полученным данным можно заметить, что в комплементарной паре более сильной является водородная связь, образованная с участием атома азота в тимине (табл. 1 № 1).

Таблица 1

Рассчитанные параметры молекулярного комплекса аденин – тимин

№	Обозначение	Длина, Å	ν , см^{-1}	$\Delta\nu$, см^{-1}	$-\Delta H$, ккал/моль
А д е н и н – т и м и н					
1	H---N	1.83	2904	541	6.714
2	H---O	1.93	3267	172	3.446

Поскольку оксид графена представляет собой весьма объемную молекулярную структуру, расчёт которой требует значительных временных и вычислительных ресурсов, необходимо выбрать вещество, сход-

ное с ним по структуре, на основе которого можно выполнить качественные оценки межмолекулярного взаимодействия. Подобная работа вполне реализуема для углеродных наноструктур, представляющих собой комплексы более простых «ячеек», объединяемых в единую повторяющуюся структуру. Ранее нами были проведены подобные оценки для модифицированных наноалмазов, совпадающие с экспериментальными результатами [8, 9]. Это даёт возможность распространить данную методику и на оксид графена.

Рассмотрим возможность использования оксидированного (обогащенного ОН-группами) супербензола [10] в качестве объекта, аппроксимирующего слой оксида графена большого размера для моделирования супрамолекулярных взаимодействий с азотистыми основаниями ДНК.

На рис. 3 представлены структуры и ИК-спектры оксидированного супербензола и оксида графена. В рассчитанном ИК-спектре можно выделить четыре характерные области: область от 800 до 1250 см^{-1} соответствует валентным колебаниям связей С-О в карбоксильных группах, валентным колебаниями С-С, деформационным и ножничным колебаниям связей С-Н, область от 1500 до 1650 см^{-1} – валентным колебаниям связей С = С, область от 2760 до 3100 см^{-1} – валентным симметричным и асимметричным колебаниям связей С-Н, область от 3200 до 3586 см^{-1}

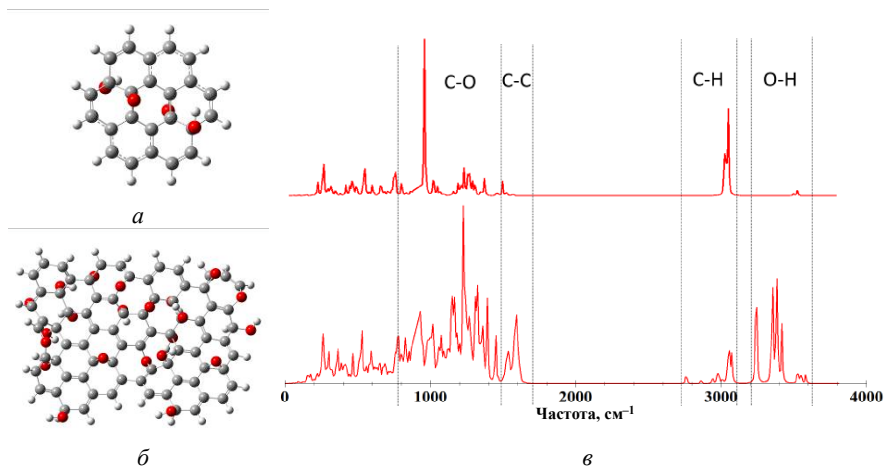


Рис. 3. Структура оксидированного супербензола (а), оксида графена (б) и ИК-спектр (в) оксидированного супербензола (вверху) и оксида графена (внизу)

– валентным колебаниям связей О-Н. Выделенные области в полученном ИК-спектре оксидированного супербензола хорошо согласуются с областями в полученном ИК-спектре оксида графена, что дает основание рассматривать оксидированный супербензол как модельное вещество для оксида графена.

Рассмотрим возможность образования молекулярного комплекса, оксидированного супербензола с комплементарной парой аденин – тимин (рис. 4).

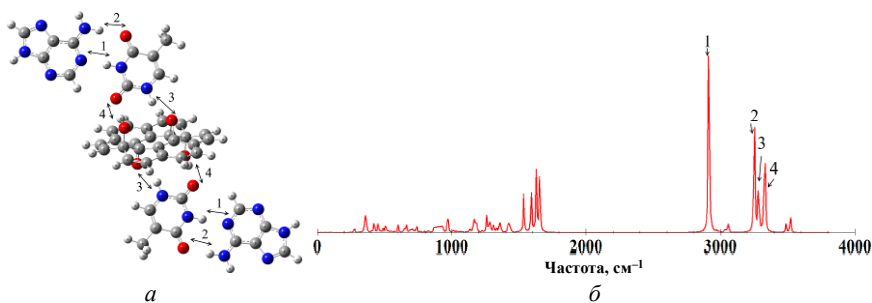


Рис. 4. Структура и ИК-спектр комплекса оксидированного супербензола и комплементарной пары аденин – тимин

Исходя из анализа ИК-спектров пары аденин – тимин и оксидированного супербензола, можно сказать, что основные частоты взаимодействия и образования молекулярного комплекса на основе водородных связей будут: 3268 см^{-1} – со стороны пары аденин – тимин, 3510 см^{-1} и 3541 см^{-1} – со стороны оксидированного супербензола. Образующиеся связи относятся к связям средней силы (табл. 2) и могут быть рассмотрены как потенциальная возможность образования супрамолекулярных ансамблей.

Таблица 2

Рассчитанные параметры водородных связей, образующихся в комплементарной паре аденин – тимин с оксидом графена

№	Обозначение	Длина, Å	ν , см^{-1}	$\Delta\nu$, см^{-1}	$-\Delta H$, ккал/моль
3	H---O	1.92	3435	203	3.830
4	H---O	1.817	3485	217	3.991

Заключение

Возможности взаимодействия оксида графена с азотистыми основаниями ДНК на основе образования водородных связей были исследованы методами компьютерного молекулярного моделирования на основе теории функционала плотности. Обнаружено, что образующиеся водородные связи достаточно устойчивы и относятся к связям средней силы, что обуславливает стабильность молекулярного комплекса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Seyyed M.M., Seyyed A.H., Younes G., Ali M.A., Aziz B., Omid A.* Applications of graphene oxide in case of nanomedicines and nanocarriers for biomolecules: review study // *Drug Metabolism Reviews*. 2019. P. 1–30.
2. *Dikin D.A., Stankovich S., Zimney E.J., Piner R.D., Dommett G.H.B., Evmenenko G., Nguyen S.T., Ruoff R.S.* Preparation and characterization of graphene oxide paper // *Nature*. 2007. P. 457–460.
3. *Кон В.* Электронная структура вещества – волновые функции и функционалы плотности // *Успехи физических наук*. 2002. Т. 172. № 3. С. 336–348
4. *Попл Дж.А.* Квантово-химические модели // *Успехи физических наук*. 2002. Т. 172, No. 3. С. 349–356.
5. *Frisch M. J., Trucks G. W., Cheeseman J. R., Scalmani G., Caricato M., et. al.* Gaussian 09, Wallingford CT, Gaussian Inc., 2009.
6. *Стюд Дж. В., Этвуд Дж. Л.* Супрамолекулярная химия: в 2 т. М.: Академкнига, 2007. Т. 1. 480 с.; Т. 2. 416 с.
7. *Бабков Л. М., Пучковская Г. А., Макаренко С. П., Гаврилко Т. А.* ИК-спектроскопия молекулярных кристаллов с водородными связями. Киев: Наукова думка, 1989. 160 с.
8. *Bokarev A.N., Plastun I.L.* Possibility of drug delivery due to hydrogen bonds formation in nanodiamonds and doxorubicin: Molecular modeling // *Nanosystems: physics, chemistry, mathematics*. 2018. V. 9. No 3. P. 370–377.
9. *Бокарев А.Н., Пластун И.Л.* Межмолекулярное взаимодействие в двухкомпонентных смесях наноалмазов и доксорубина // *Известия СГУ. Нов. сер. Сер. Физика*. 2018. Т. 18. Вып. 3. С. 177–188
10. *Bin Yeamin M., N Faginas-Lago., Alberti M., Garcia Cuesta I., Sanchez Marin J. and Sanchez de Meras A.M.J.* Multi-scale theoretical investigation of molecular hydrogen adsorption over graphene: coronene as a case study // *RSC Adv*. 2014.

О решении уравнений температурно-стратифицированных течений рекуррентно операторным методом

Н.У. Окбоева

Каршинский государственный университет, г. Карши, Республика Узбекистан

В задачах динамики течений в озерах и водохранилищах используется система координат, связанная с вращающейся земной поверхностью. В силу этого система уравнений, описывающая течение воды, отличается от обычных уравнений гидромеханики дополнительными членами, учитывающими ускорение Кориолиса, а также тем, что потенциал земного притяжения заменяется на потенциал силы тяжести – равнодействующей земного притяжения и центробежной силы, вызываемой вращением Земли.

При исследовании турбулентных течений используются уравнения Рейнольдса для осредненных величин, содержащие члены турбулентного переноса количества движения и тепла.

Уравнения движения стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска в безразмерных переменных имеют вид [1]

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{t,x,y,z} u + c_1 v + (\alpha_0 + \alpha_1 \rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} + \Delta_{x,y,z}^2 u = 0, \\ \Delta_{t,x,y,z} v + c_2 u + \gamma_1 (\alpha_0 + \alpha_1 \rho) \frac{\partial \rho}{\partial y} + \Delta_{x,y,z}^2 v = 0, \\ \Delta_{t,x,y,z} w + c_3 T + \gamma_2 (\alpha_0 + \alpha_1 \rho) \frac{\partial \rho}{\partial z} + \Delta_{x,y,z}^2 w = 0, \\ \Delta_{t,x,y,z} \rho + \rho^0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0, \\ \Delta_{t,x,y,z} T + a_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + a_2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + a_3 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + a_4 \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\Delta_{t,x,y,z}$ и $\Delta_{x,y,z}^2$ – дифференциальные операторы следующего вида:

$$\Delta_{t,x,y,z} := \frac{\partial}{\partial t} + u^0 \frac{\partial}{\partial x} + v^0 \frac{\partial}{\partial y} + w^0 \frac{\partial}{\partial z}, \quad \Delta_{x,y,z}^2 := b_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + b_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + b_4 \frac{\partial}{\partial z}.$$

Здесь x, y, z – безразмерные координаты, отнесенные соответственно к L, B, H , ось z направлена вниз; L, B, H – характерные значения длины, ширины и глубины соответственно; $\vec{V} = (u, v, w)$ – вектор скорости, u отнесена к u_0 , v – к $\frac{B}{L}u_0$, w – к $\frac{H}{L}u_0$, u_0 – характерное значение скорости; ρ – отклонение плотности от ρ_0 , отнесенное к $\Delta\rho$ ($\Delta\rho = \rho_{\max} - \rho_{\min}$, ρ_0 – характерное значение плотности); p – давление, отнесенное к $(\rho_0 f L u_0)$, $f = 2\Omega \sin \varphi$ – параметр Кориолиса; φ – широта местности; Ω – угловая скорость вращения Земли; T – температура воды; $R_o = \frac{u_0}{fL}$ – число Кибеля – Россби; $E_x = \frac{k}{fL^2}$, $E_y = \frac{k}{fB^2}$, $E_z = \frac{k_0}{fH^2}$ – соответственно горизонтальные и вертикальное числа Экмана; $Re_x = \frac{u_0 L}{\alpha}$, $Re_y = \frac{u_0 B}{\alpha}$, $Re_z = \frac{u_0 H}{\alpha}$ – горизонтальные и вертикальное числа Пекле; k, α – коэффициенты горизонтального турбулентного обмена (обычно считается постоянными); k_z, a_z – коэффициенты вертикального турбулентного обмена, которые могут быть найдены с помощью полуэмпирических моделей турбулентности; k_0, a_0 – характерные значения параметров k_z и α_z , $K = k_z / k_0$, $a = a_z / a_0$; $Fr = \frac{u_0}{\sqrt{gH\Delta\rho/\rho_0}}$ – плотностное число Фруда; g – ускорение свободного падения. Вертикальное число Экмана выражается через числа Кибеля – Россби и Рейнольдса: $E_z = \left(\frac{L}{H}\right) \frac{R_o}{Re}$, где $Re = \frac{u_0 H}{k_0}$ – число Рейнольдса;

$$u^0 = ReU; v^0 = ReV; w^0 = ReW; c_1 = -\frac{B}{L}; (\alpha_0 + \alpha_1\rho) = \alpha^0 = \text{const};$$

$$b_1 = -E_x; b_2 = -E_y; b_3 = -KE_z; b_4 = -\frac{\partial K}{\partial z} E_z; c_2 = \frac{L}{B}; \gamma_1 = \left(\frac{L}{B}\right)^2;$$

$$c_3 = \frac{BT_0}{E_x}; \gamma_2 = \left(\frac{L}{H}\right)^2; a_1 = -\frac{R_0}{Pe_x}; a_2 = -\frac{LR_0}{\beta Pe_y}; a_3 = -\frac{LR_0 a_0}{H Pe_z}; a_4 = \frac{\partial a_0}{\partial z}$$

Уравнения (1) есть уравнения Навье – Стокса с постоянными коэффициентами для сжимаемой жидкости с учетом турбулентности и при зависимости давления p от плотности ρ по закону:

$$p(\rho) = \alpha_0 \frac{\rho^2}{2} + \alpha_1 \frac{\rho^3}{3},$$

где α_0, α_1 – константы, с начальными условиями

$$\bar{u}|_{t=0} = \bar{u}_0(x, y, z); \quad \rho|_{t=0} = \rho_0(x, y, z).$$

Граничные условия: на свободной поверхности ($z = 0$) задается касательное трение ветра, условие «твердой крышки» для вертикальной составляющей скорости и теплообмен водной поверхности с атмосферой:

$$K \frac{\partial u}{\partial z} = -\hat{\tau}_x \text{ Re}, \quad K \frac{\partial v}{\partial z} = -\hat{\tau}_y \text{ Re}, \quad w = 0, \quad K \frac{\partial T}{\partial z} = -\hat{S}_n,$$

где $\hat{\tau}_x = \tau_x / (\rho_0 u_0^2)$, $\hat{\tau}_y = \tau_y / (\rho_0 u_0^2)$, τ_x, τ_y – составляющие напряжения трения; $\hat{S}_n = S_n / (C_p \rho_0 k_0 T_0 / H)$, S_n – полный поток тепла через свободную поверхность, который представляют в виде

$$S_n = (1 - \alpha) F_i - F_{\text{эфф}} - S_t - S_e,$$

где $F_{\text{эфф}}$ – эффективное длинноволновое излучение; S_t – турбулентный обмен между водной поверхностью и атмосферой; S_e – поток тепла, обусловленный испарением. Для составляющих теплового потока через свободную поверхность $F_i, F_{\text{эфф}}, S_t, S_e$ существуют различные формулы. При определении теплообмена с атмосферой учитывается влияние облачности, ветра, влажности, температуры воздуха, альбедо воды и ряд других параметров.

На дне водоема при $z = H$ ставятся условия прилипания и задается теплообмен с дном:

$$u = v = w = 0, \quad K \frac{\partial T}{\partial z} = -\hat{S}_{\text{дн}},$$

где $\hat{S}_{\text{дн}}$ – теплообмен с ложем водоема, отнесенный к характерной теплоте $(C_p \rho_0 k_0 T_0 / H)$. Аналогичные условия ставятся на боковой поверх-

ности. В некоторых работах для дна задаются такие условия скольжения:

$$K \frac{\partial u}{\partial z} = C_1 |u| u \operatorname{Re}, \quad K \frac{\partial v}{\partial z} = C_1 |v| v \operatorname{Re},$$

где C_1 – эмпирический коэффициент.

На границе втекания считаются известными составляющие вектора скорости и температура. На выходной границе задаются составляющие вектора скорости и ставится «мягкое» граничное условие для температуры $\left(\frac{\partial T}{\partial x} = 0\right)$.

Для решения уравнения (1) применяем рекуррентно-операторной метод [2].

Для этой цели (1) представляем в матричном виде:

$$\left(E \frac{\partial}{\partial t} + A_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + A_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + A_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + A_4 \frac{\partial}{\partial x} + A_5 \frac{\partial}{\partial y} + A_6 \frac{\partial}{\partial z} + A_7 \right) \bar{u}(x, y, z, t) = 0,$$

где
$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \rho \\ T \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_i \end{bmatrix}; \quad i = \overline{1,3}; \quad A_4 = \begin{bmatrix} u^0 & 0 & 0 & \alpha^0 & 0 \\ 0 & u^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u^0 & 0 & 0 \\ \rho^0 & 0 & 0 & u^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u^0 \end{bmatrix}; \quad A_5 = \begin{bmatrix} v^0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v^0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho^0 & 0 & v^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v^0 \end{bmatrix};$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} (w^0 + b_4) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^0 + b_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w^0 + b_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho^0 & w^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w^0 + b_4 \end{bmatrix}; \quad A_7 = \begin{bmatrix} 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Оператор

$$A_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + A_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + A_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + A_4 \frac{\partial}{\partial x} + A_5 \frac{\partial}{\partial y} + A_6 \frac{\partial}{\partial z} + A_7$$

представим в виде суммы двух операторов, т.е.

$$L_1 + L_2 = A_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + A_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + A_3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + A_4 \frac{\partial}{\partial x} + A_5 \frac{\partial}{\partial y} + A_6 \frac{\partial}{\partial z} + A_7.$$

Уравнение (2) представляем в виде

$$\left(E \frac{\partial}{\partial t} + L_1^* + L_2^* \right) \bar{u} = 0, \quad (3)$$

где $L_1^* = A_4 \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}}_{L_4} + A_5 \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}}_{L_5} + A_6 \underbrace{\frac{\partial}{\partial z}}_{L_6}$; $L_2^* = A_1 \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial x^2}}_{L_1} + A_2 \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial y^2}}_{L_2} + A_3 \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial z^2}}_{L_3} + A_7$.

Ищем решение уравнения (3) в виде

$$\begin{aligned} \bar{u}(g) = & \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \sum_{i_3=0}^{\infty} \sum_{i_4=0}^{\infty} \sum_{i_5=0}^{\infty} \sum_{i_6=0}^{\infty} \sum_{i_7=0}^{\infty} Q(i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7) \times \\ & \times \frac{t^{i_1+i_2+i_3+i_4+i_5+i_6+i_7}}{(i_1+i_2+\dots+i_7)!} L_1^{i_1} L_2^{i_2} L_3^{i_3} L_4^{i_4} L_5^{i_5} L_6^{i_6} L_7^{i_7} [\bar{g}(x, y, z)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $g(x, y, z)$ – произвольная аналитическая функция.

$$\bar{u}(g) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \dots \sum_{i_7=0}^{\infty} Q(i_1, i_2, \dots, i_7) \frac{t^{i_1+i_2+\dots+i_7}}{(i_1+i_2+\dots+i_7)!} \partial_x^{2i_1+i_4} \partial_y^{2i_2+i_5} \partial_z^{2i_3+i_6} [g(x, y, z)],$$

где $Q(i_1, i_2, \dots, i_7)$ удовлетворяет рекуррентному соотношению

$$\begin{aligned} Q(i_1, i_2, \dots, i_7) = & -[A_1 Q(i_1 - 1, i_2, \dots, i_7) + A_2 Q(i_1, i_2 - 1, i_3, \dots, i_7) + \\ & + A_3 Q(i_1, i_2, i_3 - 1, i_4, \dots, i_7) + A_4 Q(i_1, \dots, i_3, i_4 - 1, i_5, i_6, i_7) + \\ & + A_5 Q(i_1, \dots, i_4, i_5 - 1, i_6, i_7) + A_6 Q(i_1, \dots, i_5, i_6 - 1, i_7) + A_7 Q(i_1, \dots, i_6, i_7 - 1)]. \end{aligned}$$

Обозначая

$$2i_1 + i_4 = k_1, \quad 2i_2 + i_5 = k_2, \quad 2i_3 + i_6 = k_3$$

и заменяя

$$i_4 \rightarrow k_1 - 2i_1; \quad i_5 \rightarrow k_2 - 2i_2; \quad i_6 \rightarrow k_3 - 2i_3,$$

получаем

$$\bar{u}(g) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \sum_{k_3=0}^{\infty} \left(\sum_{i_1=0}^{\lfloor \frac{k_1}{2} \rfloor} \sum_{i_2=0}^{\lfloor \frac{k_2}{2} \rfloor} \sum_{i_3=0}^{\lfloor \frac{k_3}{2} \rfloor} \sum_{i_7=0}^{\infty} Q(i_1, i_2, i_3, k_1 - 2i_1, k_2 - 2i_2, k_3 - 2i_3, i_7) \times \right. \\ \left. \times t^{k_1+k_2+k_3-(i_1+i_2+i_3)} \partial_x^{k_1} \partial_y^{k_2} \partial_z^{k_3} (g) \right).$$

В случае коммутирующих $A_1, A_2, A_3, \dots, A_7$ тогда

$$Q(i_1 \dots i_7) = (-1)^{i_1+\dots+i_7} \frac{(i_1 + i_2 + \dots + i_7)!}{i_1! i_2! \dots i_7!} A_1^{i_1} A_2^{i_2} \dots A_7^{i_7}.$$

Матрицы A_1, A_2, A_3 коммутируют между собой и остальными A_4, A_5, A_6, A_7 – свойство (*).

Если все $A_1 \dots A_7$ не коммутируют между собой, то

$$Q(i_1 \dots i_7) = (-1)^{i_1+\dots+i_7} \sum_{\Pi} [A_1^{i_1} A_2^{i_2} \dots A_7^{i_7}],$$

так как в данном случае выполняется свойство (*), то в силу свойства \sum_{Π}

$$Q(i_1 \dots i_7) = (-1)^{i_1+\dots+i_7} \frac{(i_1 + i_2 + i_3)!}{i_1! i_2! i_3!} A_1^{i_1} A_2^{i_2} A_3^{i_3} \sum_{\Pi} [A_4^{i_4}, A_5^{i_5}, A_6^{i_6}, A_7^{i_7}].$$

Выражение $\sum_{\Pi} [A_4^{i_4}, A_5^{i_5}, A_6^{i_6}, A_7^{i_7}]$ удовлетворяет рекуррентному соотношению

$$Q(i_4, i_5, i_6, i_7) = - \left[A_4 Q(i_4 - 1, \dots) + A_5 Q(i_4, i_5 - 1, \dots) + \right. \\ \left. + A_6 Q(\dots i_6 - 1, \dots) + A_7 Q(\dots i_7 - 1) \right].$$

Таким образом, применение данного метода позволяет получить численные данные в моделировании кислородного режима водоемов и водотоков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белолитецкий В.М., Шокин Ю.И. Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды. Новосибирск: ИНФОЛИО-пресс, 1997. 240 с.
2. Фролов В.Н. Специальные классы функций в анизотропной теории упругости. Ташкент: Фан, 1981. С. 224.

О применении матричного анализа к решению экономических задач воспроизводства

Н.У. Окбоева, Э.Э. Тухтаев

Каршинский государственный университет, г. Карши, Республика Узбекистан

Пусть $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$ – вектор размера N , с неотрицательными компонентами, описывающий состояние некоторой системы в момент времени $t \in \mathbb{N}_0$. Пусть M_N – множество матриц с неотрицательными вещественными элементами размера $N \times N$ и $\|\cdot\|$ – матричная норма на M_N [1, 2]. Предположим, как это делается часто, что последовательность $\mathbf{x}(t)$ удовлетворяет разностному уравнению $\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{x}(t)A$, где $\mathbf{x}(0)$ – начальное состояние системы известно и $A \in M_N$. Тогда, почти очевидно, что

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(0)A^t, \quad t \in \mathbb{N}_0. \quad (1)$$

Уравнения типа (1) и близкие к нему хорошо описывают, например, экономические модели воспроизводства [3]. Однако, если размерность N велика, то обычно, для упрощения вычислений и анализа, выбирают по какому-либо критерию n главных компонент модели, а остальные, рассматривая как второстепенные, исключают из рассмотрения. Не ограничивая общности, можно считать, что из рассмотрения исключены последние $N - n$ компоненты вектора $\mathbf{x}(t)$, то есть вместо вектора $\mathbf{x}(t)$ рассматривается вектор

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), 0, 0, \dots, 0)$$

и соответственно вместо оператора $A = (\alpha_{ij})$, $i, j = \overline{1, N}$ рассматривается оператор $\bar{A} = (\bar{\alpha}_{ij})$, $i, j = \overline{1, N}$, где

$$\bar{\alpha}_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij}, & i, j \leq n, \\ 0, & n < i, j \leq N. \end{cases} \quad (2)$$

Матрицу \bar{A} мы называем *возмущением* матрицы A . При таком подходе к решению задачи требуется оценить величину отклонения упрощенной модели от первоначальной. В качестве оценки погрешности

рассматривают норму разности $\|\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t)\|$. Используя уравнение (1) и очевидное равенство $\mathbf{x}(0)\bar{A}^t = \bar{\mathbf{x}}(0)\bar{A}^t$, убедимся, что оценка имеет вид

$$\|\mathbf{x}(0)A^t - \bar{\mathbf{x}}(0)\bar{A}^t\| \leq \|\mathbf{x}(0)\| \cdot \|A^t - \bar{A}^t\|. \quad (3)$$

Здесь и в дальнейшем будем предполагать, что рассматриваемые нормы матриц индуцированы рассматриваемыми векторными нормами.

Как уже заметили, основной целью настоящей заметки является получение оценок для выражения $\|A^t - \bar{A}^t\|$, где $A, \bar{A} \in M_N$, \bar{A} – возмущение матрицы A .

Теорема 1. Если $\|A - \bar{A}\| \leq \delta$, то имеет место оценка

$$\|A^t - \bar{A}^t\| \leq (\|\bar{A}\| + \delta)^t - \|\bar{A}\|^t.$$

В следующей теореме приведем результат для конкретного вида возмущения и нормы матрицы A .

Теорема 2. Пусть $A \in M_N$ и \bar{A} – возмущение этой матрицы вида (2). Если $\|A\| = \max\{\sqrt{\lambda} : \lambda \in \Delta(\lambda) - \text{спектр матрицы } A^*A\}$ спектральная норма матрицы A и для компонент матрицы справедливы соотношения

$$\alpha_{m \ n+i} \leq \delta_i, \quad \alpha_{n+i \ m} \leq \delta_i, \\ m = \overline{1, n+i}, \quad i = \overline{1, N-n}, \quad \delta_i \in \mathbb{R}_+, \quad \delta_{i+1} \leq \delta_i,$$

то имеет место оценка

$$\|\mathbf{x}(0)A^t - \bar{\mathbf{x}}(0)\bar{A}^t\| \leq \|\mathbf{x}(0)\| \cdot \left((\|\bar{A}\| + \delta)^t - \|\bar{A}\|^t \right), \quad (4)$$

где

$$\delta = \sum_{k=1}^{N-n} \delta_k \sqrt{\frac{1}{2}(n+k-1) + \frac{1}{2}\sqrt{(n+k-1)^2 - 4}}. \quad (5)$$

Здесь и далее A^* – сопряженная матрица по отношению к A , то есть для любых векторов \mathbf{y} и \mathbf{z} выполняется равенство

$$(A\mathbf{y}, \mathbf{z}) = (\mathbf{y}, A^*\mathbf{z}).$$

Замечание 1. Вместо (5) можно воспользоваться более простым выражением $\delta = \sum_{k=1}^{N-n} \delta_k \sqrt{n+k-1}$, которое является верхней оценкой для δ .

Доказательство теоремы 1 получим сразу, используя аксиомы нормы и оценку $\|A - \bar{A}\| \leq \delta$, а именно: $\|A^t - \bar{A}^t\| = \|((A - \bar{A}) + \bar{A})^t - \bar{A}^t\| \leq \delta^t + C_t^1 \delta^{t-1} \|\bar{A}\| + \dots + C_t^{t-1} \delta \|\bar{A}\|^{t-1} = (\|\bar{A}\| + \delta)^t - \|\bar{A}\|^t$.

Доказательство теоремы 2. Оценку (4) мы получим немедленно из (3) с учетом утверждения теоремы 1. Введем в рассмотрение последовательность матриц

$$\{A_{n+k} = (\alpha_{ij}^{(n+k)}), \quad i, j = \overline{1, N}, \quad k = \overline{0, N-n}\},$$

где
$$\alpha_{ij}^{(n+k)} = \begin{cases} \alpha_{ij}, & i, j \leq n+k, \\ 0, & n+k < i, j \leq N, \end{cases} \quad k = \overline{0, N-n}.$$

Очевидно, что $A_N := A$ и $A_n := \bar{A}$. Далее нам полезно будет оценка нормы матрицы разности $A_{n+k} - A_{n+k-1} \in M_N, k = \overline{1, N-n}$. С этой целью введем в рассмотрение матрицу $(A_{n+k} - A_{n+k-1})^* (A_{n+k} - A_{n+k-1})$. Ввиду условия теоремы обнаружим, что все компоненты $\alpha_{ij}^* (i, j = \overline{1, n+k}, k = \overline{1, N-n})$ этой матрицы удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\alpha_{ij}^* \leq (\delta_k)^2, \quad i \neq j, \quad i = \overline{1, n+k}, \quad j = \overline{1, n+k};$$

$$\alpha_{ii}^* \leq (\delta_k)^2, \quad i = \overline{1, n+k-1}; \quad \alpha_{n+k, n+k}^* \leq (n+k)(\delta_k)^2.$$

Учитывая эти оценки, составим новую матрицу $\Delta(\delta_{ij}) \in M_N$, в которой

$$\delta_{ij} = (\delta_k)^2, \quad i \neq j, \quad i = \overline{1, n+k}, \quad j = \overline{1, n+k};$$

$$\delta_{ii} = (\delta_k)^2, \quad i = \overline{1, n+k}; \quad \delta_{n+k, n+k} = (n+k)(\delta_k)^2.$$

Тогда имеет место неравенство

$$(A_{n+k} - A_{n+k-1})^* (A_{n+k} - A_{n+k-1}) \leq \Delta(\delta). \quad (6)$$

Известно, что если $A, B \in M_N$, такие, что $0 \leq A \leq B$, тогда (см. [1], гл. XIII, § 3)

$$\rho(A) \leq \rho(B), \quad (7)$$

где $\rho(\cdot)$ – спектральный радиус соответствующей матрицы. Если ис-

пользуем соотношение (7) в неравенстве (6), то получаем

$$\rho\left((A_{n+k} - A_{n+k-1})^* (A_{n+k} - A_{n+k-1})\right) \leq \rho(\Delta(\delta)). \quad (8)$$

Согласно теореме Перрона (см. [1], там же), $\rho(\cdot)$ есть Перронов корень. Так как мы имеем дело со спектральной нормой, то из неравенства (8) следует, что

$$\|A_{n+k} - A_{n+k-1}\| \leq \sqrt{\rho(\Delta(\delta))}. \quad (9)$$

Далее рассмотрим характеристическое уравнение $\det(\Delta(\delta) - \lambda I) = 0$ и обнаружим, что характеристические числа $\lambda_1 \neq 0$, $\lambda_2 \neq 0$, $\lambda_3 = \lambda_4 = \dots = \lambda_N = 0$. Вычисляя Перронов корень $\rho(\Delta(\delta)) = \max\{\lambda_1, \lambda_2\}$, получаем

$$\sqrt{\rho(\Delta(\delta))} = \delta_k \sqrt{\frac{1}{2}(n+k-1) + \frac{1}{2}\sqrt{(n+k-1)^2 - 4}}. \quad (10)$$

Для завершения доказательства теоремы остается последовательно применить (9) и (10) к очевидному равенству

$$A - \bar{A} = A_N - A_n = \sum_{k=1}^{N-n} [A_{n+k} - A_{n+k-1}].$$

Замечание 2. Рассмотренная задача является частным случаем следующей задачи. Если $f(A)$ – функция от матриц, заданная на M_N , то представляет интерес оценка для $\|f(A) - f(\bar{A})\|$ при $\|A - \bar{A}\| \leq \delta$. Выбор показательной функции можно обосновать тем, что если $f(A)$ – аналитическая функция, то в области определения она представима в виде $f(A) = \sum_{k \geq 0} a_k A^k$, $a_k \in \mathbb{R}$, где участвуют различные степени матрицы A .

Авторы выражают благодарность научному руководителю кандидату физико-математических наук А.А. Имомову за постановку задачи, поддержку и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Гостехиздат, 1953.
2. Ланкастер П. Теория матриц. М.: Наука, 1978.
3. Аллен Р. Математическая экономика. М.: Наука, 1983.

Применение информационных технологий для выбора тактики лечения стабильной ИБС

**О.М. Посненкова¹, Е.Н. Генкал², Ю.В. Попова¹,
А.Р. Киселев¹, В.И. Гриднев¹**

¹ *ФГБОУ ВО Саратовский ГМУ им. В.И. Разумовского
Минздрава России, г. Саратов, Россия*

² *ГУЗ Областная клиническая больница, г. Саратов, Россия*

В повседневной практике врача-кардиолога каждый третий пациент страдает ишемической болезнью сердца (ИБС) [1]. Одним из современных методов лечения ИБС является восстановление проходимости сосудов, кровоснабжающих сердечную мышцу, – реваскуляризация миокарда. Это высокотехнологичный и дорогостоящий метод лечения, к которому прибегают для улучшения прогноза и/или качества жизни больного. Для выбора оперативной или консервативной тактики лечения стабильной ИБС у конкретного пациента в соответствии с современными руководствами по лечению (рекомендациями) учитывается ряд клинических данных: локализация и степень сужения сосудов сердца, проявления ишемии миокарда, проводимое лечение и его эффективность. При этом различные руководства используют несколько разные термины для характеристики вышеуказанных параметров клинического статуса, в связи с чем существует вероятность принятия диаметрально противоположных решений у одного и того же больного. Наиболее широко применяются показания к реваскуляризации миокарда, изложенные в рекомендациях Европейского общества кардиологов 2018 г. (ЕОК 2018) [2] и критерии целесообразности реваскуляризации 2012 г., предложенные Американским колледжем кардиологии (AUC 2012) [3]. Ввиду комплексности данных показаний, более характерной для американских рекомендаций, принятие решения в реальной клинической практике на основании неформализованных данных первичной медицинской документации может быть затруднительным [4, 5]. Вместе с тем совместное применение различных рекомендаций у одного больного значительно повышает обоснованность принятого решения, а внедрение информационных технологий в процесс принятия решения позволяет повысить его надежность, особенно при анализе данных множества больных.

Цель работы – изучить по данным реальной клинической практики вероятность расхождения решений, принятых на основании рекомендаций ЕОК 2018 и AUC 2012 и разработать систему поддержки врачебных решений для определения потребности и обоснованности вмешательства на сосудах сердца у больных стабильной ИБС, основанную на совместном применении рекомендаций ЕОК 2018 и AUC 2012.

Материал и методы

Изучены данные 1531 пациента со стабильной ИБС, средний возраст (61.7 ± 9.8) года, 76 % мужчины, содержащиеся в многоцентровом российском регистре больных ИБС, которые соответствовали критериям включения:

- 1) диагноз стенокардии напряжения, перенесенного инфаркта миокарда и других стабильных форм ИБС;
- 2) возраст старше 18 лет;
- 3) наличие данных коронарографии в период с 01.01.2012 по 31.12.2015.

Исключались больные, перенесшие инфаркт миокарда в последние 3 месяца; пациенты, которым выполнялась реваскуляризация миокарда после коронарографии; пациенты, имеющие гемодинамически незначимый стеноз; пациенты, перенесшие аортокоронарное шунтирование.

Показания ЕОК 2018 и AUC 2012 были алгоритмизированы и адаптированы под семантическую структуру базы данных российского регистра больных стабильной ИБС. Проведено тестирование разработанных алгоритмов в искусственной среде для выявления и устранения ошибок.

Затем все пациенты были классифицированы по наличию/отсутствию показаний к реваскуляризации миокарда согласно ЕОК 2018 и AUC 2012 (таблица). Рассматривались также случаи, когда клинические данные пациентов не соответствовали терминам показаний к реваскуляризации или данных, содержащихся в регистре, было недостаточно для определения показаний.

Анализ данных регистра показал, что только у 34 % пациентов со стабильной ИБС американские и европейские рекомендации совпадали относительно тактики лечения. Еще у 7 % больных целесообразность реваскуляризации согласно ЕОК 2018 и AUC 2012, была различной, причем у большинства больных по ЕОК 2018 реваскуляризация считалась целесообразной, а по AUC 2012 вмешательство было не показано.

**Сочетание показаний к реваскуляризации миокарда
у больных стабильной ИБС по данным российского регистра (N = 1531)**

Рекомендации	ЕОК 2018 + n = 838	ЕОК 2018 – n = 693	ЕОК 2018 ?
AUC 2012 +, n (%)	334 (22)	-	-
AUC 2012 –, n (%)	113 (7)	184 (12)	-
AUC 2012 +/-, n (%)	80 (5)	41 (3)	-
AUC 2012 ?, n (%)	311 (20)	468 (30)	-

У значительной части больных (54 %) не удалось определить AUC 2012. Анализ причин, по которым оказались неприменимы AUC 2012, показал, что у 692 (89 %) пациентов не доставало клинических данных для определения показаний по американским критериям. Это может свидетельствовать о недообследовании больных, недостаточно агрессивной медикаментозной терапии, а также о недостатках в ведении первичной медицинской документации. У небольшой части больных 87 (11 %) было выявлено несоответствие клинических данных терминам AUC 2012.

На основании полученных результатов было сделано заключение о том, что разработка программного средства для поддержки врачебных решений, основанного на совместном применении ЕОК 2018 и AUC 2012, позволит не только проводить автоматизированный расчет целесообразности реваскуляризации миокарда, но и способствовать повышению полноты дооперационного обследования, а также оптимизации медикаментозного лечения пациентов. Это позволит избежать или отсрочить вмешательство у части больных, отдавая приоритет в оперативном лечении тем пациентам, у кого польза от вмешательства несомненна и подтверждена положениями различных рекомендаций.

Был разработан аналитический алгоритм принятия решения о выполнении реваскуляризации миокарда (рис. 1). Данный алгоритм изложен языком программирования, протестирован и интегрирован в информационно-аналитическую систему российского регистра больных ИБС. В результате появилась возможность формировать списки больных, кому реваскуляризация показана в первую очередь, у кого выполнение вмешательства может быть отложено, кому показано только медикаментозное лечение и кому необходимо дообследование для определения очередности выполнения вмешательства.

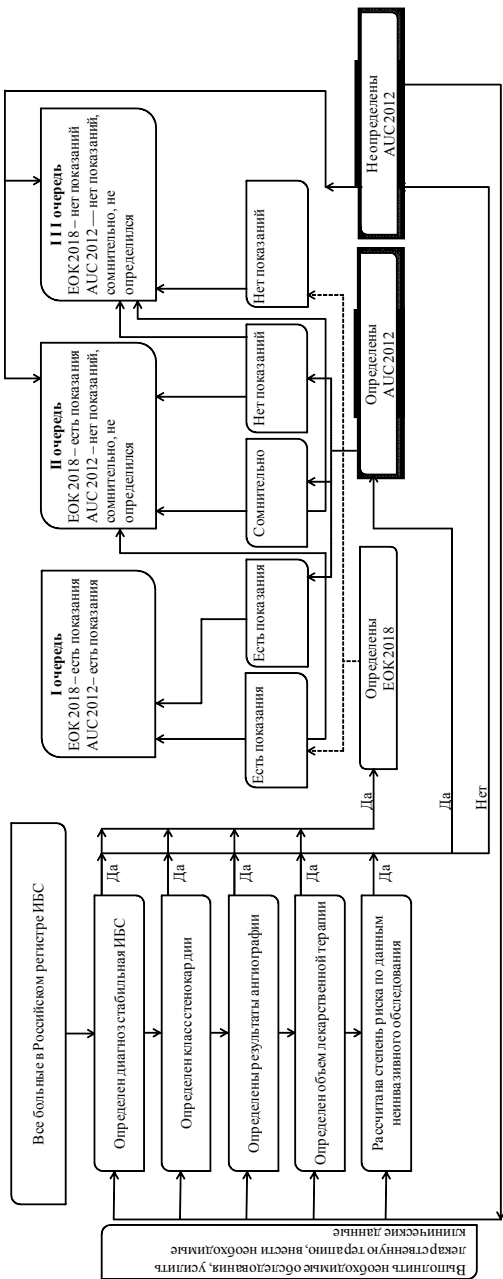


Рис. 1. Схема алгоритма принятия решения о выполнении реваскуляризации

Проанализировав при помощи разработанного алгоритма данные пациентов со стабильной ИБС, кому реваскуляризация выполнялась и не выполнялась, установлено, что при оказании данного вида высокотехнологичной (дорогостоящей!) медицинской помощи не отдается приоритет пациентам с максимальной пользой от вмешательства. По данным регистра лишь 20 % (122 из 607) пациентов, кому была выполнена реваскуляризация миокарда, относились к группе первоочередного лечения. Из 334 пациентов, кому оперативное лечение было показано в первую очередь, только 122 пациента (37 %) получили его (рис. 2).



Рис. 2. Выполнение реваскуляризации миокарда у пациентов стабильной ИБС с различными сочетаниями показаний к реваскуляризации миокарда

По результатам работы зарегистрирована программа для ЭВМ «Программа персонализированной оценки целесообразности коронарной реваскуляризации и обоснованности оказанной высокотехнологичной медицинской помощи у больных стабильной ишемической болезнью сердца», свидетельство о государственной регистрации № 2017615056 от 03.05.2017г. [6], позволяющая на основании ЕОК 2018 и АUC 2012 по данным российского регистра больных ИБС:

- 1) оценивать обоснованность выполненного вмешательства на сосудах сердца;
- 2) формировать базу данных пациентов с показаниями для выполнения реваскуляризации миокарда, ранжированных по срочности оперативного лечения;
- 3) в автоматическом режиме контролировать полноту обследования и лечения больных.

Заключение

В реальной клинической практике решения о тактике ведения одного и того же пациента, принятые на основании различных клинических рекомендаций, могут отличаться. Для повышения достоверности принимаемого решения необходимо совместное использование различных рекомендаций. Сочетанное применение различных рекомендаций позволит выделить очередность пациентов, подлежащих реваскуляризации миокарда, что обеспечит приоритетное выполнение вмешательства пациентам с максимальной пользой от него.

Применение разработанного аналитического алгоритма определения тактики ведения больных стабильной ИБС в виде информационно-аналитической системы в рамках регистра, работающего через Интернет в режиме реального времени, позволит обрабатывать с высокой степенью надежности неограниченные объемы клинических данных. Это позволит формировать базу данных пациентов, нуждающихся в реваскуляризации миокарда, на различных уровнях организации медицинской помощи: от уровня конкретного учреждения до Российской Федерации в целом. Кроме того, возможен анализ на уровне конкретного пациента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойцов С.А. Механизмы снижения смертности от ишемической болезни сердца в разных странах мира // Профилактическая медицина. 2013. №16(5). С. 9–19.
2. Patel M.R., Dehmer G.J., Hirshfeld J.W., et al. ACCF/SCAI/STS/AATS/ANA/ASNC/HFSA/SCCT 2012 Appropriate use criteria for coronary revascularization focused update // J. American College of Cardiology. 2012. V. 59 (9). P. 857–881.
3. Neumann F.J., Sousa-Uva M., Ahlsson A., et al. 2018 ESC/EACTS Guidelines on myocardial revascularization // J. EuroIntervention. 2019. V. 14(14). P. 1435–1534.
4. Windecker S.I., Falk V., Jün P., et al. 2014 ESC/EACT Guidelines on myocardial revascularization. The Task Force on Myocardial Revascularization of the European Society of Cardiology (ESC) and the European Association for CardioThoracic Surgery (EACT) // European Heart J. 2014. V. 35. P. 2541–2619.
5. Boden W.E., O'Rourke R.A., Teo K.K., et al. Optimal medical therapy with or without PCI for stable coronary disease // N. Engl. J. Med. 2007. V. 356. P. 1503–1516.
6. Коротин А.С., Гриднев А.Р., Посненкова О.М., Киселев А.Р., Чижмотря В.Г., Попова Ю.В., Генкал Е.Н. Программа персонифицированной оценки целесообразности коронарной реваскуляризации и обоснованности оказанной высокотехнологичной медицинской помощи у больных стабильной ишемической болезнью сердца // Официальный бюллетень «Программы для ЭВМ. Базы данных. Топология интегральных микросхем». 2017. № 5. 21.04.2017–20.05.2017.

Об одном способе решения задачи о развитии течения вязкопластичной среды по наклонной плоскости

М.И. Сафрончик, Д.К. Андрейченко

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия*

Исследование поведения сред со сложной реологией, в частности неньютоновых жидкостей, имеет большое прикладное значение для оптимизации различных технологических процессов во многих отраслях промышленности, медицины и других. Механизмы течения таких жидкостей весьма специфичны, что обусловлено наличием сложной внутренней структуры. Поведение среды может различаться при нагружении и разгрузке, а также при преодолении материалом некоторого критического касательного напряжения, может наблюдаться эффект «проскальзывания» вдоль твердой стенки. При решении начально-краевых задач даже в областях простой формы возникают трудности, связанные с наличием подвижных, изменяющихся во времени границ раздела зон.

Постановка задачи

Рассматривается этап развития течения вязкопластичной среды по наклонной плоскости под действием силы тяжести. Постановка задачи дается в рамках пятипараметрической модели Слибара – Паслая для вязкопластичной среды, позволяющей учесть различие в поведении материала при нагружении и разгрузке, а также возможное «проскальзывание» вдоль твердых стенок [1]:

$$\begin{array}{l} \text{Нагружение} \\ \tau - \tau_d = \eta \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right| \text{sign} \frac{\partial V}{\partial n} \quad \text{при } \tau > \tau_s, \quad \tau - \tau_d = \eta \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right| \text{sign} \frac{\partial V}{\partial n} \quad \text{при } \tau > \tau_d, \quad (1) \\ 0 = \frac{\partial V}{\partial n} \quad \text{при } \tau \leq \tau_s. \quad \quad \quad 0 = \frac{\partial V}{\partial n} \quad \text{при } \tau \leq \tau_d. \end{array}$$

Здесь τ_s – статический предел текучести; τ_d – динамический предел текучести; η – структурная вязкость; V – скорость; n – нормаль к направлению скорости.

Для учета возможного «проскальзывания» вдоль твердой стенки предлагается гипотеза, аналогичная гипотезе проф. Н.П. Петрова [2], согласно которой при достижении на твердой стенке касательным напряжением некоторого критического значения τ^* материал начинает скользить вдоль этой стенки. Скорость скольжения предлагается считать пропорциональной разнице между фактическим и критическим напряжениями

$$\begin{aligned} \tau - \tau^* &= \lambda |V_{\text{fluid}} - V_{\text{wall}}|, \quad \tau > \tau^*, \\ V_{\text{fluid}} &= V_{\text{wall}}, \quad \tau \leq \tau^*, \end{aligned} \quad (2)$$

при этом коэффициент λ можно условно назвать коэффициентом «внешнего» трения вязкопластичной среды о твердую стенку. Наиболее вероятным соотношением между параметрами является $\tau_d < \tau_s < \tau^*$.

Пусть слой вязкопластичной среды толщины H находится на горизонтальной плоскости. В момент $t = 0$ плоскость была наклонена на угол β к горизонту. Пока напряжение на плоскости не достигнет статического предела текучести, материал будет вести себя как твердое тело, испытывая лишь упругие деформации, после его преодоления начнется этап развития течения. В отличие от вязкой жидкости, течение развивается постепенно, охватывая всё большую область, граница которой заранее неизвестна. При достаточно больших размерах плоскости течение можно считать плоскопараллельным. Направим ось OX вдоль плоскости, а ось OY – перпендикулярно потоку, как показано на рис. 1 [3].

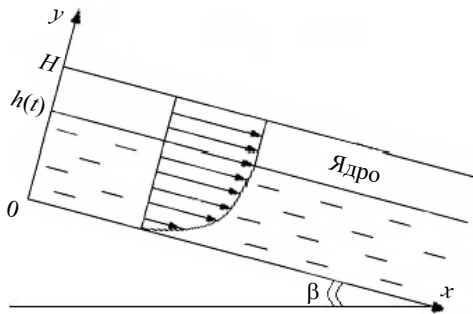


Рис. 1. Схема течения по наклонной плоскости

Угол наклона плоскости выбирается таким образом, чтобы с течением времени появился так называемый эффект «проскальзывания».

В этом случае соотношение между параметрами в рамках пятипараметрической модели будет следующим: $g\rho H \sin \beta > \tau^* > \tau_s$.

Для единственной компоненты скорости краевая задача имеет вид

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + g \sin \beta, \quad 0 < y < h(t), \quad t > 0; \quad (3)$$

$$V_x(y, 0) = 0, \quad h(0) = 0; \quad (4)$$

$$V_x(0, t) = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq t^*, \\ ((\tau(0, t) - \tau^*)/\lambda), & t^* < t; \end{cases} \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} \right)_{y \rightarrow h(t)-0} = \frac{\tau_s - \tau_d}{\eta}; \quad (6)$$

$$V_x|_{y \rightarrow h(t)-0} = U(t), \quad (7)$$

где
$$U(t) = gt \sin \beta - \frac{\tau_s}{\rho} \int_0^t \frac{d\xi}{H - h(\xi)}. \quad (8)$$

Здесь $\nu = \eta/\rho$ – аналог кинематической вязкости, $U(t)$ – скорость ядра течения.

Вводя новые переменные по формулам

$$z = Hy/h(t), \quad V_x(y, t) = V_x(z, t), \quad (9)$$

получим краевую задачу в области с постоянными границами $0 < z < H$, $t > 0$ (аналог уравнений (7) и (8) представлен в дифференциальной форме)

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = \frac{h^2(t)}{\nu H^2} \left[\frac{\partial V_x}{\partial t} - z \frac{h'(t)}{h(t)} \frac{\partial V_x}{\partial z} - g \sin \beta \right]; \quad (10)$$

$$V_x(z, 0) = 0, \quad h(0) = 0; \quad (11)$$

$$V_x(0, t) = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq t^*, \\ ((\tau(0, t) - \tau^*)/\lambda), & t^* < t; \end{cases} \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{z=H} = \frac{h(t)}{H} \frac{\tau_s - \tau_d}{\eta}; \quad (13)$$

$$\frac{vH^2}{h(t)} \frac{\partial^2 V_x(H, t)}{\partial z^2} + Hh'(t) \frac{\partial V_x(H, t)}{\partial z} = -\frac{\tau_s h(t)}{\rho(H - h(t))}. \quad (14)$$

Начально-краевая задача (3) – (8) в области с неизвестной подвижной границей принадлежит к классу не вполне корректных задач, так как в начальный момент область течения отсутствует. Как следствие, требование отсутствия особенностей решения начально-краевой задачи (10) – (14) при $t \rightarrow +0$ приводит к асимптотическому представлению

$$h(t) = At + \bar{\delta}(t), \quad V(z, t) = Bzt + \bar{\delta}(t), \quad t \rightarrow 0, \\ A = \frac{\eta}{\tau_s - \tau_d} \frac{1}{H} \left[gH \sin \alpha_0 - \frac{\tau_s}{\rho} \right], \quad B = \frac{1}{H^2} \left[gH \sin \alpha_0 - \frac{\tau_s}{\rho} \right]. \quad (15)$$

Представим функцию $V_x(z, t)$ в виде ряда по ортогональным полиномам Чебышева:

$$V(z, t) \approx \sum_{n=0}^{N+2} V_n(t) T_n \left(2 \frac{z}{H} - 1 \right), \quad T_n(z) = \cos(n \arccos z). \quad (16)$$

Представим (10) в виде

$$\mathbb{F}[V] = -\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{h^2(t)}{vH^2} \left[\frac{\partial V}{\partial t} - z \frac{h'(t)}{h(t)} \frac{\partial V}{\partial z} - g \sin \beta \right] = 0. \quad (17)$$

Из (12) и (16) следует

$$\sum_{n=0}^{N+2} (-1)^n V_n(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq t^*, \\ (\tau(0, t) - \tau^*) / \lambda, & t^* < t, \end{cases} \quad (18)$$

из (13) и (16)

$$\frac{2}{H} \sum_{n=0}^{N+2} n^2 V_n(t) = \frac{h(t)}{H} \frac{\tau_s - \tau_d}{\eta}, \quad (19)$$

из (14) и (16)

$$\frac{4v}{3h} \sum_{n=0}^{N+2} n^2 (n^2 - 1) V_n(t) + 2h'(t) \sum_{n=1}^{N+2} n^2 V_n(t) = -\frac{\tau_s}{\rho(H - h(t))} \quad (20)$$

Для того чтобы приближенно выполнить уравнение (16), требуем

$$\int_0^H \mathbb{F}[V] T_n \left(2 \frac{z}{H} - 1\right) dz = 0, \quad n = \overline{0, N}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} A_{n,m}^{(0)} &= \int_{-1}^1 T_n(x) T_m(x) dx, & A_{n,m}^{(k)} &= \int_{-1}^1 T_n(x) T_m^{(k)}(x) dx, \\ & - \left(\frac{2}{H}\right)^2 \sum_{m=0}^{N+2} A_{n,m}^{(2)} V_m(t) + \frac{h^2(t)}{\sqrt{H^2}} \sum_{m=0}^{N+2} A_{n,m}^{(0)} V_m'(t) - \\ & - \frac{h(t)h'(t)}{\sqrt{H^2}} \left(A_{n,m}^{(1)} + \frac{1}{2} (A_{n,m+1}^{(1)} + A_{n,m-1}^{(1)}) \right) V_m(t) - \frac{h^2(t)}{\sqrt{H^2}} A_{n,0}^{(0)} g \sin \beta = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Выражения (18), (19), (22) представляют собой записанную в неявной форме систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Приведение её к нормальной форме Коши

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{F}(t, \mathbf{Y}), \quad \mathbf{Y} = (V_0, V_1, \dots, V_N, h)^T \quad (23)$$

и нахождение величины \mathbf{Y}' по известным в текущий момент времени t величинам \mathbf{Y} выполняется в следующей последовательности.

Из (18) и (19) находим V_{N+1} и V_{N+2} по V_0, V_1, \dots, V_N и h . Из (20) находим $h'(t)$. Далее продифференцируем (18) и (19) по t :

$$\sum_{n=0}^{N+2} (-1)^n V_n'(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq t^*, \\ (\tau(0, t) - \tau^*) / \lambda, & t^* < t; \end{cases} \quad (24)$$

$$\frac{2}{H} \sum_{n=0}^{N+2} n^2 V_n(t) = \frac{h'(t) \tau_s - \tau_d}{H \eta}. \quad (25)$$

Уравнения (24), (25) и (22) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений относительно $V_1', V_2', \dots, V_N', V_{N+1}', V_{N+2}'$.

Начальные условия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (23) следуют из асимптотического представления (15) при $t = t_0, 0 < t_0 \ll 1$.

Ограниченность объёма статьи не позволяет подробно остановиться на построении численного решения задачи и анализе результатов. Результаты предлагаемого метода решения будут обсуждаться в дальнейших работах.

Заключение

Возникшие при построении решения математические трудности, связанные с появлением подвижной границы области течения, успешно преодолены с помощью представления функции скорости в виде ряда по ортогональным полиномам Чебышева. При условиях третьего рода и в осесимметричных задачах этот метод неприменим.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Slibar A., Paslay P.R.*. Retarded Flow of Bingham Materials // J. Appl. Mech. 1959 March. P. 107–112.
2. *Петров Н.П.* Гидродинамическая теория смазки // Сб. под ред. проф. Л.С. Лейбензона М.: ГТТИЗ, 1934. С. 245.
3. *Сафрончик М.И.* Развитие течения вязкопластичной среды по наклонной плоскости // Математика. Механика: сб. научных трудов. Вып. 11. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2009. С. 136–140.

Прикладное программное обеспечение для решения задач анализа нечисловых данных методом случайно-множественного моделирования

Д.В. Семенова^{1,2}, В.И. Петухов¹

¹ Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, Россия,

² Красноярский государственный медицинский университет
им. профессора В.Ф. Войно-Ясенецкого, г. Красноярск, Россия

В анализе данных актуальны задачи описания слабоформализованных сложных систем с помощью конечных множеств или их наборов. Подобные задачи, как правило, имеют комбинаторный характер и ориентированы на обнаружение и извлечение закономерностей из данных, характеризующих систему. Во многих практических областях (например, в медицине, социологии, экономике) в качестве модели системы удобно использовать конечные случайные множества [1–3] по двум причинам: во-первых, часто данные имеют не только числовой характер, а во-вторых, исследование вероятностных распределений конечных случайных множеств позволяет обнаружить закономерности в исходных данных. Под конечным случайным множеством понимается случайный элемент со значениями из совокупности всех подмножеств некоторого конечного множества M . При этом множество M будем называть базовым множеством, тогда значения конечного случайного множества образуют полную решетку относительно теоретико-множественного включения и теоретико-множественных операций объединения и пересечения. Конечные случайные множества – это математическая модель представления и исследования (на количественном и качественном уровнях) объекта, когда число описывающих его признаков конечно и появление любого из этих признаков представляется как случайное событие [1, 3]. Если число признаков объекта равно N , то число его всевозможных состояний равно 2^N . Каждому из этих состояний можно сопоставить некоторую вероятность появления, тогда набор всех 2^N вероятностей будет задавать при определенных условиях распределение, называемое распределением вероятностей конечного случайного множества. Вероятностные распределения конечных случайных множеств позволяют дать сжатое описание неструктурированных данных, для которых размер каждой транзакции (множества событий, произошедших

одновременно) не является фиксированным. В данной статье содержится описание разработанного прикладного программного обеспечения, которое предназначено для решения задач анализа нечисловых данных методами случайно-множественного моделирования [7–9]. В основе работы этого программного обеспечения лежат алгоритмы и методы, описанные в [1, 3–6].

Прикладное программное обеспечение решения задач анализа нечисловых данных методами случайно-множественного моделирования разработано с использованием объектно-ориентированного языка программирования C# и может быть использовано для решения следующих задач:

- построение параметрических распределений вероятностей конечных случайных множеств [1, 3, 4];
- построение распределений вероятностей конечных случайных множеств рекуррентным методом с помощью ассоциативных функций [1];
- численная аппроксимация эмпирических распределений конечных случайных множеств [5];
- имитационное моделирование значений конечных случайных множеств;
- сет-регрессионный анализ [6].

Программа позволяет в рамках случайно-множественного подхода получать параметры моделей в виде распределений вероятностей конечных случайных множеств и их характеристик.

На рис. 1 представлена концептуальная схема программного комплекса. Стрелками обозначен поток данных внутри программного комплекса. В ходе выполнения намеченной задачи последовательно задействуются необходимые модули.

Модуль «Булеан» является вспомогательным модулем. В данном модуле осуществляется построение всех различных подмножеств множества заданной мощности N . Задача сведена к генерации всех N -рядных двоичных векторов. В программе решение данной задачи реализовано с помощью алгоритма построения рекурсивного кода Грея.

Блок «Распределение КСМ», состоящий из четырёх модулей, реализует построение распределений вероятностей конечных случайных множеств событий четырьмя способами:

- 1) генерирование распределения I-го рода как точки, равномерно распределенной в 2^N -мерном симплексе (модуль «Случайная точка в симплексе»);

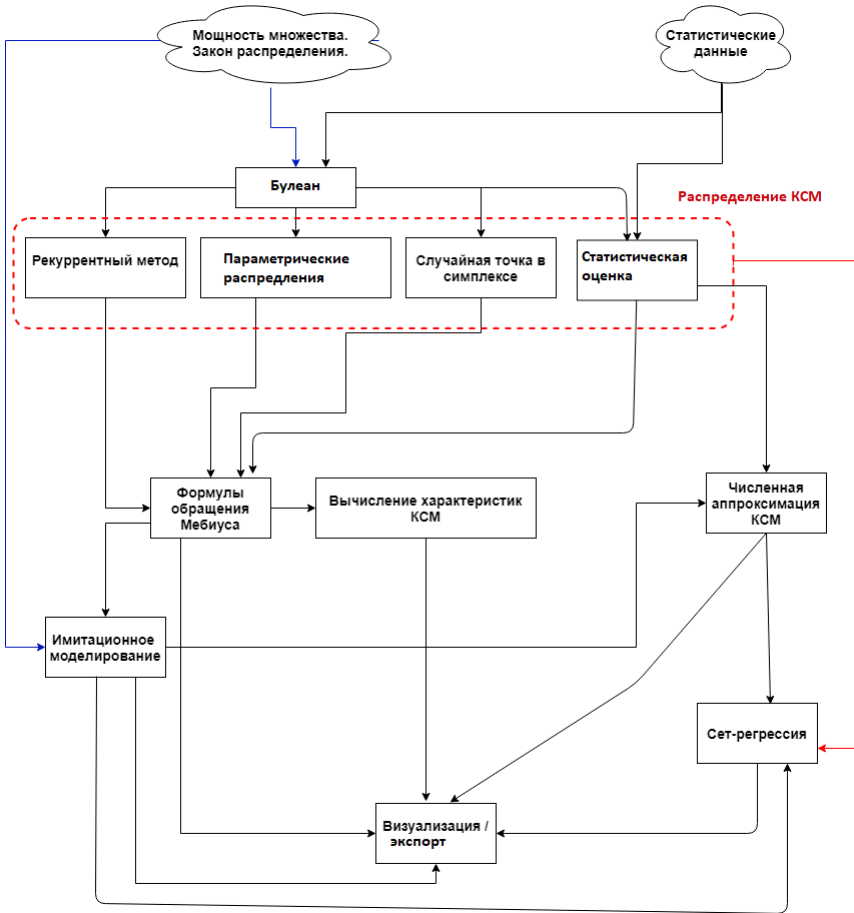


Рис. 1. Концептуальная схема

2) построение распределений вероятностей конечных случайных множеств событий как функций от N (модуль «Параметрические распределения»);

3) рекуррентное построение распределений вероятностей конечных случайных множеств событий ассоциативными функциями (модуль «Рекуррентный метод»);

4) статистическая оценка распределения вероятностей конечного случайного множества по выборке (модуль «Статистическая оценка»).

Модуль «Формулы обращения Мёбиуса» реализует взаимно обратные формулы обращения Мёбиуса для распределений вероятностей конечных случайных множеств I – VI рода.

Модуль «Вычисление характеристик КСМ» предназначен для вычисления числовых характеристик случайного множества.

Модуль «Численная аппроксимация КСМ» позволяет провести численную аппроксимацию эмпирического распределения конечного случайного множества теоретическим распределением, которое с достаточной степенью точности описывает наблюдаемые данные нечисловой природы.

Модуль «Имитационное моделирование» для заданного теоретического распределения вероятностей конечного случайного множества осуществляет построение выборки (серии выборок) значений заданного объёма.

В модуле «Сет-регрессия» реализованы алгоритмы сет-регрессионного анализа конечных случайных множеств [6].

В настоящее время описанное программное обеспечение используется для случайно-множественного моделирования в задачах обнаружения и извлечения закономерностей из медицинских данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Семенова Д.В., Лукьянова Н.А. Рекуррентное построение распределений вероятностей конечных случайных множеств: монография. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2018. 136 с.
2. Ляшенко Н.Н. Случайное множество // Вероятность и математическая статистика: энциклопедия / гл. ред. Ю.В. Прохоров. М.: БРЭ, 1999. С. 596.
3. Воробьёв О.Ю. Эвентология. Красноярск: СФУ, 2007. 435 с.
4. Воробьёв А.О., Воробьёв О.Ю. Суммирование сет-аддитивных функций и формула обращения Мёбиуса // Доклады РАН. 1994. Т. 336. № 4. С. 417–420.
5. Семенова Д.В., Лукьянова Н.А. Метод минимального расстояния в подгонке распределений конечных случайных множеств // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2017): материалы XVI Междунар. конф. имени А.Ф. Терпугова (29 сентября – 3 октября 2017 г.). Ч. 1. Томск: Изд-во НТЛ, 2017. С. 294–298.
6. Воробьёв О.Ю., Фомин А.Ю. Регрессионный сет-анализ случайных событий. Красноярск, 2004. 116 с.
7. Лукьянова Н.А., Семенова Д.В. Комплекс программ «Вероятностные распределения случайных конечных множеств событий» [Электронный ресурс]. Объединенный фонд электронных ресурсов «Наука и образование». Свид. о рег. № 21892, дата рег.: 01.06.2016г.

8. *Лукьянова Н.А., Семенова Д.В.* Программа для ЭВМ «Fitting distribution of finite random set» [Электронный ресурс]. Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности (РОСПАТЕНТ) «Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных микросхем», № 3–2017, 21.02.2017–20.03.2017. М.: ФИПС, 2017. RU 2017613345, дата рег.: 15.03.2017.
9. *Петухов В.И., Семенова Д.В.* Программа решения задач анализа нечисловых данных методами случайно-множественного моделирования [Электронный ресурс]. Федеральная служба по интеллектуальной собственности. Свид. о рег. № 2019613469, дата рег.: 18.03.2019 г.

Построение модуля вычисления акустических признаков системы анализа речевой информации

М.П. Фархадов¹, С.В. Васьковский¹, В.А. Смирнов²

¹Институт проблем управления РАН, г. Москва, Россия

²ООО «Спич Драйв», г. Санкт-Петербург, Россия

В современном информационном обществе ежедневно накапливается огромный объем речевых данных, и их автоматизация обработки может обеспечить принципиально новые возможности для анализа и систематизации принятия управленческих решений. Поэтому разработка методов и средств автоматизации систем анализа неструктурированной речевой информации (АНРИ) имеет важное государственное значение [1–4].

Как правило, технологические модули системы речевой аналитики включают в себя: модуль вычисления акустических признаков, модуль акустического моделирования, лингвистический процессор, модули декодирования и верификации.

В рамках данного сообщения исследуем построение важного модуля – модуля вычисления акустических признаков.

Ключевая задача модуля вычисления акустических признаков заключается в параметризации оцифрованных речевых данных, то есть в переводе последовательности вида (номер отсчета, амплитуда) в массив векторов акустических признаков. Для этого речевой сигнал делится на фреймы (окна) небольшой длины, например 25 мс, и в каждом окне производится вычисление вектора признаков. Общая схема вычисления массива векторов с акустическими признаками приведена на рис. 1.

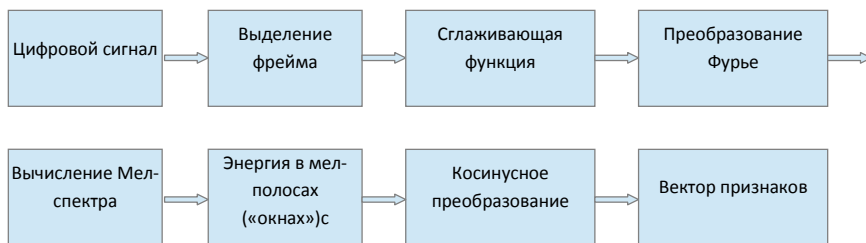


Рис. 1. Последовательность этапов работы модуля вычисления акустических признаков

Спектральное представление речевого сигнала

Исторически первый вариант акустического вектора в области ЦОС – это спектр. Речевой сигнал раскладывается на компоненты по определенной системе тригонометрических функций [5, 6]. На рис. 2 приведен пример того, как выглядит спектральное представление сигнала. Верхняя половина рисунка – осциллограмма, т.е. график зависимости амплитуды от времени, нижняя часть – спектрограмма, т.е. график распределения энергий в спектре в каждый момент времени.

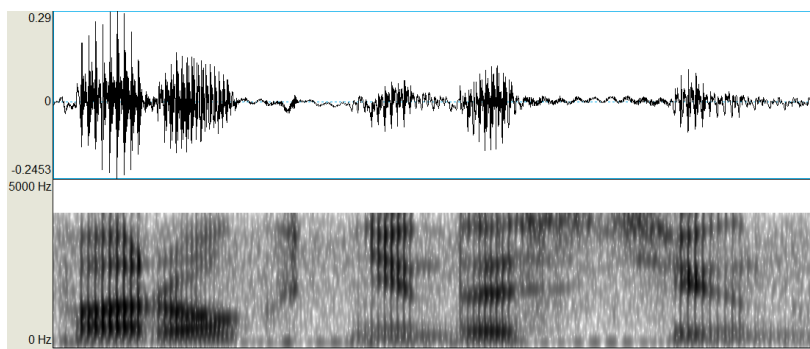


Рис. 2. Пример спектрального представления сигнала (фраза «порог не достигнут»)

Обычно разложение сигнала в спектр производится путем дискретного преобразования Фурье (ДПФ). ДПФ периодической последовательности $x_p(n)$ называется пара взаимно однозначных дискретных рядов Фурье для последовательностей во временной и частотной областях [5]:

- прямое преобразование:

$$X_p(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \quad (1)$$

- обратное преобразование

$$x_p(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_p(k) e^{j\frac{2\pi}{N}nk}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2)$$

где $X_p(k)$, $k = 0, 1, \dots, N-1$ – дискретные коэффициенты Фурье – один период спектра; $x_p(n)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ – один период последовательности во временной области.

Физический смысл ДПФ заключается в представлении дискретного сигнала в виде суммы гармоник. Параметры гармоник вычисляются прямым преобразованием, а сумма гармоник – обратным.

Поскольку ДПФ требует значительных вычислительных ресурсов (требует порядка N^2 вычислений), обычно для разложения сигнала в спектр применяют оптимизированный по скорости алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ) [7].

Кепстральные коэффициенты и роль лингвистики в модуле

Общеизвестно, что человек обладает уникальными способностями восприятия и декодирования звуковой информации [8, 9], и одна из задач исследователя при создании системы АНРИ – учесть данные особенности. Лингвисты и физиологи путем проведения многочисленных перцептивных экспериментов к настоящему моменту ввели в употребление несколько перцептивных шкал, среди них наибольшее практическое распространение в системах распознавания речи получила так называемая мел-шкала, показанная на рис. 3.

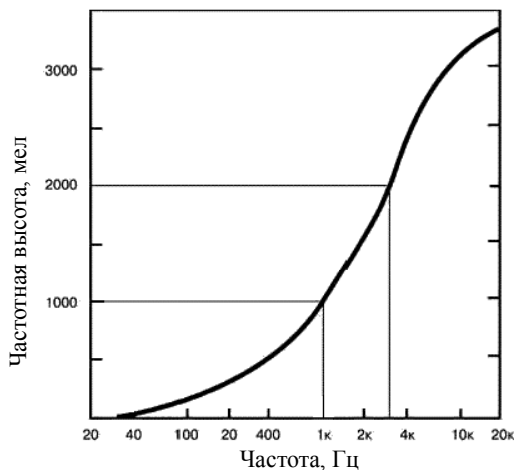


Рис. 3. Зависимость высоты тона от частоты сигнала

Как видно из рис. 3, воспринимаемая высота тона нелинейно зависит от частоты сигнала: при увеличении частоты, например, в 3 раза (от 1000 до 3000 Гц) воспринимаемая высота повышается только в 2 раза (от 1000 до 2000 мел).

В системах АНРИ обычно используют следующие приближенные формулы для расчета значения частоты в мелах при известном значении в герцах или для расчета значения частоты в герцах при известном значении в мелах:

$$B(f) = 1125 \ln \left(1 + \frac{f}{700} \right); \quad (3)$$

$$B^{-1}(b) = 700 \left(e^{\frac{b}{1125}} - 1 \right). \quad (4)$$

В системе АНРИ при вычислении вектора акустических признаков спектр сигнала переносят в мел-шкалу с использованием окон, равномерно расположенных по мел-оси. Оконная функция имеет вид

$$H_m = \begin{cases} 0 & k < f(m-1), \\ \frac{k - f(m-1)}{f(m) - f(m-1)} & f(m-1) \leq k < f(m), \\ \frac{f(m+1) - k}{f(m+1) - f(m)} & f(m) \leq k \leq f(m+1), \\ 0 & k > f(m+1), \end{cases}$$

где

$$f(m) = \frac{N}{F_s} B^{-1} \left(B(f_l) + m \frac{B(f_h) - B(f_l)}{M+1} \right), \quad (5)$$

$B(f)$ и $B^{-1}(b)$ – функции преобразования частоты в мел-шкалу и обратно (формулы (3) и (4)).

После вычисления мел-спектра, определяется энергия сигнала на фрейме:

$$S(m) = \ln \left(\sum_{k=0}^{N-1} |X_p(k)|^2 H_m(k) \right), \quad 0 \leq m < M, \quad (6)$$

где m – номер отсчета на фрейме; M – общее число отсчетов на фрейме; X_p – коэффициенты ряда Фурье; $H_m(k)$ – мел-частота.

Затем к данным значениям с целью декоррелировать их применяют дискретное косинус преобразование Фурье:

$$c(n) = \sum_{m=0}^{M-1} S(m) \cdot \cos \left(\frac{\pi \cdot n \left(m + \frac{1}{2} \right)}{M} \right), \quad 0 \leq n < M, \quad (7)$$

где n – номер кепстрального коэффициента; m – номер отсчета на

фрейме; M – общее число отсчетов на фрейме; $S(m)$ – энергия сигнала на фрейме, вычисленная по мел-спектру.

Кепстральные коэффициенты считаются более эффективными, чем коэффициенты БПФ, поскольку они на порядок компактнее (требуется 10–20 кепстральных вместо более 100–200 спектральных для достижения той же подробности описания речевого сигнала), зависимость от диктора сведена к минимуму благодаря сглаживанию спектра по шкале мел, а признаки не коррелируют друг с другом благодаря косинусному преобразованию. Обычно вектор признаков включает 13 коэффициентов и две производные, отражающие степень изменения признаков от фрейма к фрейму. На рис. 4 приведен график изменения одного из признаков вектора на протяжении 100 окон обработки.



Рис. 4. График изменения значений 1-го кепстрального коэффициента

Заключение

Рассмотрен алгоритм вычисления векторов акустических признаков, используемый в системах АНРИ. Следует заключить, что лингвистические знания в настоящий момент уже в должной мере учитываются в модуле вычисления акустических признаков, позволяя учесть особенности восприятия речи человеком и тем самым обеспечить качественное представление речевой информации. Соответственно в рамках настоящего исследования дополнительные методы применять не требуется, следует лишь имплементировать уже имеющийся научный отдел в виде программной компоненты программного комплекса. В будущих исследованиях будет интересно проводить эксперименты с альтернативными шкалами восприятия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фархадов М.П., Васьковский С.В., Смирнов В.А., Фархадова М.Э. Проектирование системы анализа неструктурированной речевой информации // *Нейрокомпьютеры: разработка, применение*. 2016. № 4. С. 25–36.
2. Смирнов В.А., Гусев М.Н., Фархадов М.П. Функция лингвистического процессора в системе автоматического анализа неструктурированной речевой информации // *Автоматизация и современные технологии*. 2013. № 8. С. 20–28.
3. Farkhadov M.P., Smirnov V.A., Eliseev A.V. Application of Speech Analytics in Information Space Monitoring Systems // *Proceedings of the 5th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA 2017, Shiraz, Iran)*. Shiraz: Shiraz University. 2017. IEEE, 2017. С. 96–101. DOI: 10.1109/ICCIAutom.2017.8258659
4. Farkhadov M., Smirnov V., Ignatov D., Gusev M., Rumyantseva N., Farkhadova M. A Russian Keyword Spotting System Based on Large Vocabulary Continuous Speech Recognition and Linguistic Knowledge // *J. Electrical and Computer Engineering*. 2016. V. 2016. P. 1–9 <http://dx.doi.org/10.1155/2016/4062786>.
5. Солонина А.И. и др. Основы цифровой обработки сигналов. 2-е изд. СПб.: БЧВ-Петербург, 2005.
6. Шарий Т.В. О проблеме параметризации речевого сигнала в современных системах распознавания речи // *Вестник Донецкого национального университета. Серия: Природнич. науки*. 2008. № 2.
7. Dempster A.P., Laird N.M., and Rubin B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm // *J. Roy. Stat. Soc.* 1977. V. 39. No. 1. P. 1–38.
8. Fomey G.D. The Viterbi algorithm // *Proc. IEEE*. March 1973. V. 61. P. 268–278.
9. Бабин Д.Н., Мазуренко И.Л., Холоденко А.Б. О перспективах создания системы автоматического распознавания слитной устной русской речи // *Интеллектуальные системы*. 2004. Т. 8. Вып. 1–4. С. 45–70.

Математическое моделирование контактного взаимодействия трехслойных пластинки и балки в рамках гипотезы С.П. Тимошенко*

Т.В. Яковлева^{1,2}, О.А. Салтыкова^{1,2},
В.С. Кружилин¹, В.А. Крысько-мл.¹

¹ *Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия*

² *Национальный исследовательский
Томский политехнический университет, г. Томск, Россия*

Многослойные пластинчато-балочные структуры находят широкое применение в различных отраслях современной промышленности. Изучению нелинейной динамики многослойных структур посвящены работы, где при построении математической модели учитывалась кинематическая гипотеза Эйлера – Бернулли [1–2]. Применение гипотезы С.П. Тимошенко позволяет учитывать низкую сдвиговую жесткость материалов [3–4].

В работе разработана и построена математическая модель сложных колебаний многослойной пластинчато-балочной структуры, описываемой кинематической гипотезой С.П. Тимошенко с учетом геометрической и конструктивной нелинейностей. В зависимости от состава и толщины слоев существенно меняется динамика многослойной механической структуры [5]. Современные композитные материалы обладают рядом особенностей. Например, для боропластика отношение модуля сдвига в плоскости xz (G_{xz}) к модулю Юнга (E) составляет $1/25$, для стеклопластика $G_{xz}/E = 1/7$, для графитопластика $G_{xz}/E = 1/40$, известны материалы, где $G_{xz}/E = 1/100$. В работе рассматривается влияние материала, толщины слоев, амплитуды и частоты внешней нагрузки на динамику многослойной пластинчато-балочной структуры. Для сведения бесконечномерной задачи к конечномерной применяется метод конечных разностей с аппроксимацией второго порядка. Полученная задача Коши по времени решается методами типа Рунге – Кутты.

* Исследование выполнено в рамках грантов РФФИ № 18-38-00878 мол_а и № 18-41-700001 р_а.

Постановка задачи

В работе построена математическая модель контактного взаимодействия трехслойной пластинки, подкрепленной трехслойной балкой с малым зазором между ними. На данную пластинчато-балочную структуру действует внешняя знакопеременная поперечная распределенная нагрузка вида $q = q_0 \sin(\omega_p t)$ (рис. 1).

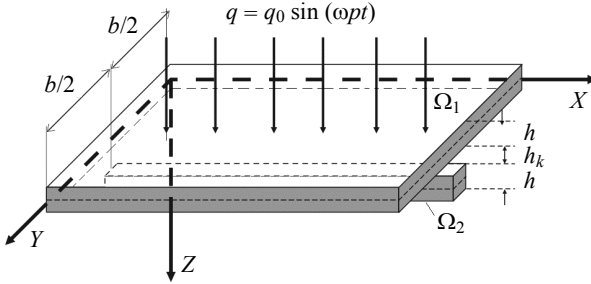


Рис. 1. Пластинчато-балочная структура

При построении математической модели применена кинематическая гипотеза второго приближения, учитывающая угол поворота нормали к срединной поверхности после деформации (гипотеза С.П. Тимошенко). Контактное взаимодействие элементов структуры учитывается согласно модели Винклера по теории Б.Я. Кантора [6]. Рассматриваемая механическая структура диссипативна. Геометрическая нелинейность реализована по модели Т. фон Кармана. Контактное взаимодействие приводит к конструктивной нелинейности структуры.

Получена система дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial x} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial w_1}{\partial y} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} + \\ & \quad + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial w_1}{\partial x} \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} - \frac{\gamma}{g} \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = 0; \\ & \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial x^2} + \frac{\partial w_1}{\partial y} \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial w_1}{\partial x} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} + \\ & \quad + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial w_1}{\partial y} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} - \frac{\gamma}{g} \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial t^2} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& k^2 \frac{1-\nu}{2} \left(\nabla^2 w_1 + \frac{\partial \gamma_{x1}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{y1}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial w_1}{\partial x} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \nu \frac{\partial \vartheta_1}{\partial y} \right) + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial w_1}{\partial y} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x} \right) \right\} + \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial w_1}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta_1}{\partial y} \right) + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial w_1}{\partial x} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta_1}{\partial x} \right) \right\} + \frac{1-\nu^2}{Eh} q_1(x, y) - \\
& - K \frac{E}{h} (w_1 - w_2 - \delta) \Psi(w_1, w_2) - \frac{\gamma}{g} \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} - \varepsilon \frac{\partial w_1}{\partial t} = 0, \quad (1)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \gamma_{x1}}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \gamma_{x1}}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \gamma_{y1}}{\partial x \partial y} - 6k^2 \frac{1-\nu}{h^2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} + \gamma_{x1} \right) - \frac{\gamma}{g} \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\partial^2 \gamma_{x1}}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 \gamma_{x1}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \gamma_{y1}}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 \gamma_{y1}}{\partial x^2} - 6k^2 \frac{1-\nu}{h^2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} + \gamma_{y1} \right) - \frac{\gamma}{g} \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\partial^2 \gamma_{y1}}{\partial t^2} = 0,$$

$x, y \in \Omega_1$;

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ C_{11} \left[\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 \right] + K_{11} \frac{\partial \gamma_{x2}}{\partial x} \right\} - \frac{\gamma_1}{g} (2h_0) \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = 0,$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \left[A_{44} \left(\gamma_{x2} + \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[C_{11} \left[\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial w_2}{\partial x} + K_{11} \frac{\partial \gamma_{x2}}{\partial x} \frac{\partial w_2}{\partial x} \right] + \\
& + q + K \frac{E}{h} (w_1 - w_2 - \delta) \Psi(w_1, w_2) - \frac{\gamma_1}{g} (2h_0) \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} - \frac{\gamma_1}{g} (2h_0) \varepsilon_1 \frac{\partial w_2}{\partial t} = 0, \quad (2)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_{11} \left[\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 \right] + D_{11} \frac{\partial \gamma_{x2}}{\partial x} \right\} - A_{44} \left(\gamma_{x2} + \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) - \frac{\gamma_1}{g} (2h_0) \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} = 0,$$

$x \in \Omega_2$.

Здесь γ_{xi} – функция поперечного сдвига; w_i, u_i, ϑ_i – функции прогибов

и перемещений пластинки и балки соответственно; $k^{-2} = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} f^2(z) dz$,

$f(z)$ – известная функция, определяющая закон распределения сдвиговых напряжений в пластинке; G_{13}^i – модуль сдвига в i -м слое

$$\sigma_{xz}^i = G_{13}^i \varepsilon_{13}, \quad \sigma_{xx}^i = \varphi_1^i \varepsilon_{13} + z \varphi_1^i H_{11},$$

$$C_{11} = \sum_{i=0}^k \int_{a_i}^{a_{i+1}} \varphi_j^i dz, \quad D_{11} = \sum_{i=0}^k \int_{a_i}^{a_{i+1}} \varphi_j^i \cdot z^2 dz, \quad K_{11} = \sum_{i=0}^k \int_{a_i}^{a_{i+1}} \varphi_j^i \cdot z dz,$$

$$A_{44} = \sum_{i=0}^k \int_{a_i}^{a_{i+1}} G_{13}^i dz, \quad j = 1, 2, \quad \Psi = \frac{1}{2} [1 + \text{sign}(w_1 - h_k - w_2)].$$

Если $w_1 > h_k + w_2$, то между элементами структуры есть контакт и $\Psi = 1$, в случае отсутствия контакта $\Psi = 0$. K – коэффициент жесткости трансверсального обжатия структуры в зоне контакта; h_k – зазор между элементами структуры.

К системе уравнений (1) – (2) следует присоединить граничные и нулевые начальные условия:

$$w(0, t) = w(a, t) = 0; \quad u(0, t) = u(a, t) = 0; \quad \vartheta(0, t) = \vartheta(a, t) = 0;$$

$$\gamma_x(0, t) = \gamma_x(a, t) = 0; \quad \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial w(a, t)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Полученная система дифференциальных уравнений в частных производных сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений методом конечных разностей второго порядка. Далее задача Коши решается методами типа Рунге – Кутты.

Численный эксперимент

Представим результаты численного эксперимента для трехслойной балки, закрепленной по краям описываемой гипотезой С.П. Тимошенко. Материал внешних слоев (рис. 2) – стеклопластик ($E_1 = 18.7$ ГПа, $\rho_1 = 1.8 \cdot 10^3$ кг/м³), а внутренний слой – из алюминия ($E_0 = 73$ ГПа, $\rho_0 = 2.687 \cdot 10^3$ кг/м³) [7]. Введены следующие модифицированные модули упругости и плотности:

$$E = (2h)^{-1} (E_0 h_0 + 2E_1 h_1), \quad \rho = (2h)^{-1} (\rho_0 h_0 + 2\rho_1 h_1). \quad (4)$$

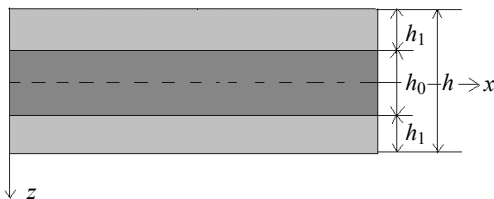
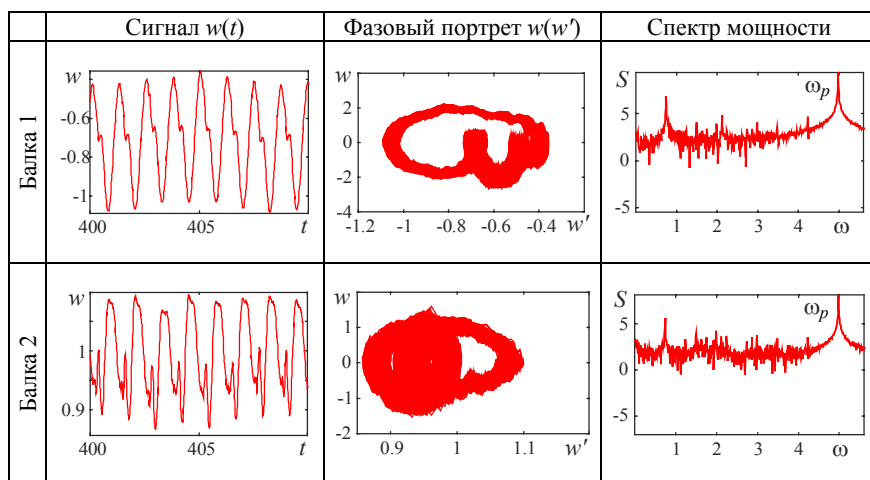


Рис. 2. Трехслойная расчетная схема

В работе исследована нелинейная динамика контактного взаимодействия двух трехслойных балок. В таблице приведем сигналы, спектры мощности, фазовые портреты и вейвлет-спектры Морле для двух балок, внешние слои балок – стеклопластик $h_1 = 0.25h$, внутренний слой – алюминий $h_0 = 1.5h$. По принципу Рунге выбрано количество точек разбиения по пространственной координате $n = 200$, $\Delta t = 4.8 \cdot 10^{-4}$, коэффициент диссипации $\varepsilon = 1$, зазор между балками $h_k = 0.01$, частота вынуждающей нагрузки $\omega_p = 5.1$.

Динамические характеристики балок



Заключение

Разработана математическая модель контактного взаимодействия гибкой трехслойной пластинки, подкрепленной гибкой трехслойной балкой с малым зазором между ними, с учетом кинематической гипотезы С.П.Тимошенко. Исследована нелинейная динамика контактного взаимодействия двух трехслойных балок, с зазором между ними, находящихся под действием внешней знакопеременной нагрузки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Awrejcewicz J., Krysko-jr V.A., Yakovleva T.V., Krysko V.A.* Alternating chaos versus synchronized vibrations of interacting plate with beams // *Int. J. Non-Linear Mechanics*. 2017. V. 88. P. 21–30.
2. *Яковлева Т.В., Крысько В.А. мл.* Контактное взаимодействие физически нелинейной трехслойной пластинчато-балочной конструкции в температурном поле // *Деформация и разрушение материалов*. 2017. № 6. С. 9–14.
3. *Saltykova O.A., Krysko V.A.* The contact interaction of two Timoshenko beams // *Nonlinear Dynamics*. 2017. V. 13. No. 1. P. 41–53.
4. *Krysko V.A., Awrejcewicz J., Papkova I.V., Saltykova O.A., Krysko A.V.* Chaotic Contact Dynamics of Two Microbeams under Various Kinematic Hypotheses // *Int. J. Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*. 2019.
5. *Krysko A.V., Awrejcewicz J., Saltykova O.A., Zhigalov M.V., Krysko V.A.* Investigations of chaotic dynamics of multi-layer beams taking into account rotational inertial effects // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2014. V. 19(8). P. 2568–2589.
6. *Кантор Б.Я.* Контактные задачи нелинейной теории оболочек вращения. Киев: Наукова думка, 1990. 136 с.
7. *Kuhling H.* Directory on the physicist. Moscow: Mir, 1982.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Gindullin R. Hybrid heuristic algorithm for the single vehicle pickup and delivery problem.....	3
Батраева И.А., Крючкова А.А. Алгоритмы жанрово-тематического и лексико-грамматического поисков для Саратовского диалектологического корпуса русского языка	9
Белоконь М.В. К проблеме перехода на свободное и бесплатно распространяемое программное обеспечение структурных подразделений СГУ.....	15
Брокарев И.А., Васьковский С.В. Анализ компонентного состава природного газа с применением искусственных нейронных сетей.....	21
Даниленко А.Н., Змеев Д.О., Змеев О.А., Тамазлыкарь Д.В. Импорт модели SEMAT Essence Practice Workbench в среду управления проектами и задачами Redmine	27
Жуков И.А., Костюк Ю.Л. Модель представления заданий с многовариантными ответами для автоматизированного тестирования.....	31
Котов В.А. Разработка рекомендательной системы выбора автомобиля для сайта автосалона.....	37
Лесько С.А., Жуков Д.О., Истратов Л.А. Модель описания динамики блокировки узлов вычислительных сетей на основе использования стохастических и перколяционных методов	43
Лесько С.А., Истратов Л.А., Жуков Д.О. Блокировка вычислительных сетей при распространении эпидемий эволюционирующих компьютерных вирусов	49
Пантелеев Р.И., Жаркова А.В. О системе взаимодействия банков, организаций и клиентов на основе протокола анонимных кредитных карт	55
Слонкина И.С., Пудовкина М.А. Логический криптоанализ алгоритмов развертывания ключа низкоресурсных блочных шифрсистем	61
Сорочкин М.С. Оценка высокопроизводительных вычислительных систем с использованием технологии ЕЕЕ	67

Сорочкин М.С. Оценка конкурентоспособности коммерческих облаков IaaS (Infrastructure-as-a-Service) и вычислительных ресурсов CSC (Center for Science).....	72
Тимофеева Н.Е., Дмитриева К.А. Алгоритм сохранения ссылочной целостности данных в распределенной базе данных	78
Хованский Я.А., Юровская А.С. Актуальные проблемы в сфере UX-дизайна.....	83
Шишкина Е.А. Использование среды разработки Spec# для верификации Python-программ	88
Якунина Е.Н., Гашков С.И. Реинжиниринг бизнес-процессов Зоомузея ТГУ от информационно-справочной системы каталога музейных коллекций до парадигмы IoT.....	93

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДАННЫХ

Khazal G., Zamyatin A. Arabic Word Embedding Method for NLP	99
Бакланов М.А., Поддубный В.В. К построению времязависимого потребительского профиля пользователя рекомендательной системы линейного телевидения.....	106
Батраева И.А., Нарцев А.Д., Лезгян А.С. Классификация текстов с использованием сверточной нейронной сети на основе векторного представления слов.....	114
Гольшев В.К. Извлечение формальных понятий из нечеткого контекста	120
Докучаев Д.А., Баранова И.В. Исследование методов распознавания лиц на фотографиях	126
Кононова Н.В., Мангалова Е.С., Мелех Д.А., Строев А.В., Чубарова О.В. О влиянии обучающей выборки на устойчивость прогнозов алгоритмов машинного обучения в задаче прогнозирования степени тяжести острого панкреатита.....	131
Костюк Ю.Л., Литовченко М.И. Распознавание вертикальных граней трехмерных объектов по данным лазерного сканирования	137
Костюк Ю.Л., Смирнова А.А. Распознавание одиночных высоких объектов на местности по данным лазерного сканирования	141
Медведев А.В., Мелех Д.А., Сергеева Н.А., Чубарова О.В. О задаче классификации объектов по данным с пропусками	146

Семенова Д.В., Голденко Е.Е. Метод обобщенных оценок на примере диагностики степени тяжести течения острого панкреатита.....	152
Трунов А.А., Аль-Карави Р.Д., Веревин Т.Т., Новиков Н.А., Панферов А.Д. Визуализация и анализ массивов данных при моделировании поведения графена во внешнем электрическом поле.....	158
Филиппов С.В., Полозов Р.В., Сивожелезов В.С. Визуализация пространственных структур (био)макромолекул: построение «гипсометрических» карт.....	163
Филиппов С.В. Визуализация макромолекул в 3D-редакторах: метод идентификации атомов на изображениях.....	169

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Zayko Yu.N. Capabilities of a Relativistic Computer.....	175
Абдурахманова Р.Э. Операторы вольтерровского типа.....	181
Абулов М.О. Нелокальная задачи для одного уравнения третьего порядка.....	186
Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П., Мельничук Д.В. Моделирование эффекта центрирования сферического гидродинамического подвеса.....	191
Бокиев А.А., Одиназода Б.Х. Математическое и компьютерное моделирование транспортных потоков.....	197
Большаков М.В., Павельчук А.В., Масловская А.Г. Численное моделирование диффузионно-дрейфовой системы в режиме динамического воздействия.....	203
Гавришев А.А. Экспериментальное исследование модели системы связи на основе хаотической маскировки.....	209
Гендрина И.Ю. Имитационное моделирование пространственных и временных характеристик систем видения через атмосферу.....	215
Грекова Т.И., Полуэктова К.О. Анализ влияния государственного регулирования в задаче оптимального распределения ресурсов для двухсекторной модели экономики.....	219
Захаров А.А., Пластун И.Л., Наумов А.А. Компьютерное моделирование межмолекулярного взаимодействия элементов, участвующих в процессе одномолекулярного секвенирования ДНК.....	225

Истратов Л.А., Смычкова А.Г., Жуков Д.О. Анализ временных рядов социальных процессов и модели группового поведения на основе стохастических клеточных автоматов с памятью и систем дифференциальных кинетических уравнений.....	230
Калашников П.В. Математическая модель управления рисками при функционировании сложных систем ответственного назначения в условиях неопределенности	237
Калдузова И.А., Корчагин С.А., Терин Д.В., Ким Р.П. Математическое моделирование хламидий при воздействии диффузионных волн с небольшим количеством рассеивателей	243
Кононова Н.В., Жалнин Д.А., Чубарова О.В. О задаче нивелирования «ложного» срабатывания регулятора тепловой нагрузки.....	247
Котельникова Е.В. Цикл Деминга – Шухарта в задачах моделирования процесса телемедицинского реабилитационно-профилактического наблюдения кардиологических пациентов	253
Крылова Е.Ю., Папкина И.В., Крысько В.А. Математическое моделирование сложных колебаний гибких микрополярных сетчатых цилиндрических панелей.....	259
Крысько В.А., Папкина И.В., Жигалов М.В., Крысько А.В. Теория нанобалок с учетом физической нелинейности.....	266
Маханьков А.В., Панферов А.Д., Смолянский С.А., Пиров С.О. Моделирование динамики электрон-позитронной плазмы в импульсных электрических полях.....	272
Молчанов В.А., Подкидышев И.А., Смирнов Е.Д. Интерактивный программный комплекс для анализа и визуализации данных исследования синхронизации параметров реполяризации миокарда желудочков (по данным коэффициента симметрии зубца Т электрокардиограммы) с параметрами космической погоды.....	278
Морозов В.П. Моделирование сигналов хаотического осциллятора с периодизацией решений	284
Науом А.А., Бокарев А.Н., Пластун И.Л., Захаров А.А. Исследование межмолекулярного взаимодействия оксида графена с биомолекулами ДНК на основе компьютерного моделирования методами теории функционала плотности	289
Окбоева Н.У. О решении уравнений температурно-стратифицированных течений рекуррентно операторным методом	295

Окбоева Н.У., Тухтаев Э.Э. О применении матричного анализа к решению экономических задач воспроизводства	301
Посненкова О.М., Генкал Е.Н., Попова Ю.В., Киселев А.Р., Гриднев В.И. Применение информационных технологий для выбора тактики лечения стабильной ИБС	305
Сафрончик М.И., Андрейченко Д.К. Об одном способе решения задачи о развитии течения вязкопластичной среды по наклонной плоскости	311
Семенова Д.В., Петухов В.И. Прикладное программное обеспечение для решения задач анализа нечисловых данных методом случайно-множественного моделирования	317
Фархадов М.П., Васьковский С.В., Смирнов В.А. Построение модуля вычисления акустических признаков системы анализа речевой информации	322
Яковлева Т.В., Салтыкова О.А., Кружилин В.С., Крысько-мл. В.А. Математическое моделирование контактного взаимодействия трехслойных пластинки и балки в рамках гипотезы С.П. Тимошенко	328

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Научное издание

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
(ИТММ-2019)**

**Материалы
XVIII Международной конференции
имени А. Ф. Терпугова
26–30 июня 2019 г.**

Часть 1

Редактор *Т.С. Портнова*
Дизайн, верстка *Д.В. Фортеса*

ООО «Издательство научно-технической литературы»
634050, Томск, пл. Новособорная, 1, тел. (3822) 533-335

Изд. лиц. ИД № 04000 от 12.02.2001. Подписано к печати 06.06.2019.
Формат 60 × 84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Таймс».
Усл. п. л. 19.76. Уч.-изд. л. 22.13. Тираж 100 экз. Заказ № 13.
