Scientific Bulletin of Namangan State University

Volume 1 | Issue 10 Article 53

10-10-2019

IMPROVING THE TEACHING OF SCIENTIFIC CONCEPTS ABOUT THE LINE IN INTERDISCIPLINARY COMMUNICATION IN THE PROCESS OF PREPARING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

T. Y. Bakirov
Ferghana State University

R. M. Turgunbaev

IMPROVING THE TEACHING OF SCIENTIFIC CONCEPTS ABOUT THE LINE IN INTERDISCIPLINARY COMMUNICATION IN THE PROCESS OF PREPARING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Cover Page Footnote

???????

Erratum

???????

БЎЛҒУСИ МАТЕМАТИКА ЎҚИТУВЧИЛАРИНИ ТАЙЁРЛАШ ЖАРАЁНИДА ЧИЗИҚ ҲАҚИДА ИЛМИЙ ТУШУНЧАЛАРНИ ФАНЛАРАРО АЛОҚАДОРЛИКДА ЎҚИТИШНИ ТАКОМИЛЛАШТИРИШ

Бакиров Т. ФарДУ, катта ўқитувчи
Тургунбаев Р. ТДПУ, доцент

Аннотация. *Мақолада бўлгуси математика ўқитувчиларида математиканинг муҳим тушунчаларидан бўлган чизиқ тушунчасини Геометрия ва Математик анализ фанларида ўзароалоқадорликда ўқитишни илмийлик ва тарихийлик тамойиллари асосида такомиллаштириш мазмуни ва тажрибаси баён қилинган.*

Калит сўзлар: *бўлғуси математика ўқитувчилари, чизиқ тушунчаси, геометрия, математик анализ, топология, илмийлик тамойили, тарихийлик тамойили, фанлараро алоқалар*

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПРЕПОДАВАНИЯ НАУЧНЫХ КОНЦЕПЦИЙ О ЛИНИИ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОГО ОБЩЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Бакиров.Т.Ю Ферганский государственный университет
Тургунбаев Р.М. Ташкентский государственный педагогический университет

Аннотация: *в статье описан опыт совершенствования преподавания линейных понятий, являющихся важными понятиями математики для будущих учителей математики, основанных на принципах научности и историографии в преподавании междисциплинарных наук в области геометрии и математического анализа.*

Ключевые слова: *будущие учителя математики, концептуальные линии, геометрия, математический анализ, топология, принцип научности, принцип историчности, междисциплинарные связи.*

IMPROVING THE TEACHING OF SCIENTIFIC CONCEPTS ABOUT THE LINE IN INTERDISCIPLINARY COMMUNICATION IN THE PROCESS OF PREPARING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Bakirov.T.YU Ferghana State University
Turgunbaev R.M. Tashkent State Pedagogical University

Abstract: *The article describes the experience of improving the teaching of linear concepts, which are important concepts of mathematics for future teachers of mathematics, based on the principles of scientificness and historiography in the teaching of interdisciplinary sciences in geometry and mathematical analysis.*

Keywords: *future teachers of mathematics, lines of concept, geometry, mathematical analysis, topology, principle of scientificness, principle of historicity, interdisciplinary connections.*

Маълумки, чизиқ тушунчаси инсоннинг чизмаларни тайёрлаш, ер ҳудуди чегараларини аниқлаш, жисм ҳаракати траекторияларини ўрганиш билан боғлиқ бўлган амалий фаолиятидан келиб чиққан. Амалиётдан вужудга келган чизиқ тушунчаси табиат ва ишлаб чиқариш, техник жараёнларини математик тавсифлаш учун кенг татбиқ қилина бошланди. Шу сабабли ҳам чизиқ тушунчаси қадим замондан бу кунга қадар математикларнинг диққатини ўзига жалб қилган.

Чизиқ тушунчаси мактаб математика курсида тўғри чизиқ, унинг кесмаси, айлана, бирор функциянинг графиги каби тасаввур қилинади, мактаб математикасини ўқитишда ўқувчиларда чизиқ ҳақида бевосита маълумот бериш режалаштирилмаган.

Амма математика ўқитувчиси бу тушунча ҳақида тўлиқ маълумотга эга бўлиши мақсадга мувофиқ. Математика ўқитувчиларини тайёрлаш 5110100-Математика ўқитиш методикаси таълим йўналишида амалга оширилиб, бунда чизиқ тушунчаси асосан “Геометрия” ва “Математик анализ” фанларини ўқитиш жараёнида ўрганилади.

Ушбу тадқиқотнинг мақсади чизиқ тушунчасини ўрганишда фанлараро алоқаларни таҳлил қилиш, бу алоқаларни талабаларда чизиқ тушунчасини замонавий талқинини шакллантириш мақсадида такомиллаштириш йўлларини ишлаб чиқишдан иборат.

Бу тадқиқотни бажаришда 5110100-Математика ўқитиш методикаси таълим йўналишида ўқитиладиган “Геометрия” ва “Математик анализ” фанларининг фан дастурлари, амалда фойдаланилаётган ўқув адабиётлар, чизиқ тушунчаси баён қилинган илмий манбалар, тажрибалар таҳлили, қиёсий таҳлилдан фойдаланамиз.

Чизиқ ҳақидаги илк илмий маълумотлар “Геометрия” фанининг биринчи семестрда ўқитиладиган “Текисликда аналитик геометрия” бўлимида “алгебраик чизиқ” тушунчаси орқали баён қилинади. Бунда тўғри чизиқнинг турли тенгламалари, иккинчи тартибли чизиқлар ва уларнинг классификацияси баён қилинади. Қутб координаталар системаси, декарт координаталар системасида берилган чизиқлар тенгламаларини қутб координаталар системасида ва аксинча ёзиш каби масалалар, чизиқнинг параметрик тенгламаси тушунчалари ўрганилади [1]. Шу фаннинг “Дифференциал геометрия” бўлимида элементар чизиқ тушунчаси (a,b) интервалнинг гомеоморф образи сифатида таърифланади. Кейин эса содда эгри чизиқ тушунчаси ҳар бир нуқтаси атрофидаги қисми элементар чизиқ бўлган фазонинг боғламли тўплами сифатида киритилади. “Скаляр аргументли вектор функция” ёрдамида регуляр, хусусан силлиқ чизиқ тушунчалари киритилади [2;132 б.].

Математик анализнинг бир ва кўп ўзгарувчили функциянинг дифференциал ва интеграл ҳисобига бағишланган бўлимларида эгри чизиқ тушунчаси бирор оралиқда берилган функциянинг графиги сифатида ишлатилади, чизиқ тушунчасига қатъий таъриф берилмайди. Аммо аниқ интегралнинг татбиқларини, каррали, эгри чизиқли интеграл тушунчаларини ўрганганда “эгри чизиқлар билан чегараланган фигура” ёки “параметрик қўринишда берилган чизиқ”, силлиқ, бўлакли-силлиқ чизиқ тушунчаларидан фойдаланилади. Математик анализнинг “Аналитик функциялар назарияси” бўлимида (шуни эслатиб ўтамизки, ўқув режадаги фанларни йириклаштириш мақсадида бир вақтлар алоҳида ўқитилган “математик анализ”, “дифференциал тенгламалар”, “функциялар назарияси” фанлари бир ном билан “математик анализ” деб қабул қилинган) Жордан чизиғи тушунчаси киритилади.

Геометрия ва Математик анализ фанларида бу тушунчаларни ўқитиш шу фанларнинг мақсадларини кўзлайди. Талабалар билан ўтказилган суҳбат, савол-жавоблардан маълум бўлдики, бу ҳолат талабаларда чизиқ ҳақида умумий тушунчанинг ҳосил бўлишига хизмат қилмайди.

Шунингдек, математик анализ фанидан амалий машғулотлар жараёнида параметрик тенгламалар билан берилган чизиқлар ёки қутб координаталар системасида берилган чизиқлар билан чегараланган фигура юзини ҳисоблаш, ёки ёй узунлигини ҳисоблаш каби масалалар учрайди [3]. Амалиёт шуни кўрсатадики, талабалар кардиоида, Архимед спирали, Бернулли лемнискатаси, циклоида, астероида каби чизиқлар ҳақида тасаввурлари, билимлари талаб даражасида эмас.

Шуни таъкидлаш жоизки, бу чизиқларни Геометрия фан дастурида [4] ҳам, Математик анализ фан дастурида [5] ҳам махсус ўрганиш учун мавзулар ажратилмаган. Бу чизиқлар техника фанларида фойдаланиши, Республика таълим тизимида “STEAM фанларни ва танқидий фикрлаш, ахборотни мустақил излаш ва таҳлил қилиш компетенциялари ва малакаларининг ривожланишига алоҳида урғу беришни ҳисобга олган ҳолда, замонавий инновацион иқтисодиёт талабларига жавоб берадиган умумтаълим дастурлари ва янги давлат таълим стандартлари жорий этиладиган”[6] бир вақтда математика ўқитувчисининг бу чизиқлар ҳақида атрофлича билимларга эга бўлмаслиги мумкин эмас.

Шундай қилиб, бўлғуси математика ўқитувчисининг чизиқ, айниқса техника, табиий фанларини ўрганишда учрайдиган чизиқлар ҳақидаги билимларини кенгайтириш зарурати туғилади. Юқорида айтилган чизиқлар ҳақидаги маълумотларни қайси фан ўқитиши керак, деган табиий савол туғилади. Хорижий адабиётлар таҳлили [7,8] шуни кўрсатадики, бу чизиқларни математик анализ курсида, бир ўзгарувчили функциянинг дифференциал ҳисобининг татбиқлари бўлимида ўрганиш, ёки иккинчи ёки учинчи семестрда танлов фани сифатида ўтиш мақсадга мувофиқ бўлади. Бунда параметрик кўринишда берилган чизиқ ва уни ҳосила ёрдамида текшириш, графигини чизиш, қутб координаталар системасида берилган чизиқларни тўла текширишва графигини чизиш масалаларини қараш мақсадга мувофиқ. Ҳозирги кунда талабаларга бу мавзулар бўйича курс ишларини ёзиш таклифи билан чекланмоқда.

Талабаларга чизиқ ҳақида замонавий тушунчани ҳосил қилиш мақсадида 5110100-Математика ўқитиш методикаси бакалавриат таълим йўналиши “Математик анализ” ўқув фани дастурига [5]“Узлуксиз чизиқлар, тўғриланувчи чизиқлар” мавзуси киритилиб, бунда чизиқ тушунчаси ҳақида қисқача тарихи маълумот, Жордан чизиғи, Пеано чизиғи, Кантор таърифи, Урисон таърифи, ўзгариши чегеараланган функциялар ёрдамида тўғриланувчи ёй ҳақида маълумотлар бериш режалаштирилган. Қуйида шу маълумотни баён қилиш методикаси ҳақида тўхталамиз.

Дастлаб, талабаларнинг диққатини Евклид ўзининг “Негизларида” чизиқни энсиз узунлик (“Негизлар” 2- таъриф) ёки сиртнинг чегараси (6-таъриф) деб таърифлаганини, бундай таърифлар маълум маънода чизиқ хоссаларини акс эттирса ҳам, чизиқ тушунчасини математик ўрганиш учун хизмат қила олмаслигига, бу таърифларда чизиқ таърифлаш зарур бўлган бошқа тушунчалар билан таърифланганлигига эътиборини қаратамиз. Талабаларга бу таърифларни илмийлик нуқтаи назардан баҳолашда тарихийлик нуқтаи назардан ёндашув зарурати эслатган ҳолда, Евклид чизиқ тушунчасига умумий ҳолда ёндаша олмаса ҳам ўз “Негизларида” энг содда ва кўп фойдаланиладиган иккита содда чизиқларни – айлана ва тўғри чизиқни – ўрганганлигини таъкидлаб ўтамиз. Аммо бундан қадимги математиклар бошқа чизиқларни билмаган деган хулоса келиб чиқмайди. Евклиддан олдин ҳам Диностратнинг квадратрисаси деб номланган чизиқ маълум бўлган. Евклиддан юз йил кейин Аполоний коник кесимлар назариясини (эллипс, парабола, гипербола – асосидоира бўлган конус ён сиртини текислик билан кесимида ҳосил бўладиган чизиқлар) тўлиқ ишлаб чиққан (чизиқларнинг номланиши ҳам Аполонийга тегишли). Механика ҳам чизиқларни ўрганишни тақоза қилар эди (Архимед спирали). Аммо буларнинг ҳаммаси бир-бири билан боғланмаган, алоҳида фактлар бўлиб, чизиқнинг умумий таърифи ҳам, уларни ўрганиш методлари ҳам мавжуд эмас эди.

XVI-XVII асрларда савдо ва ишлаб чиқаришнинг кескин ривожланиши техниканинг жадал ривожланишига, у ўз навбатида табиатшуносликнинг, айниқса механиканинг мисли кўрилмаган ривожланишига олиб келди. Бу ривожланиш механика қонунларини аниқ тавсифлаш учун зарур бўлган математик аппаратга мухтож эди. Бундай математик аппаратнинг ривожланишида Р.Декартнинг ҳиссаси катта бўланлигини таъкидлаган ҳолда, унинг координаталар методи, хусусан илк бор шу давр учун чизиқ тушунчасини умумий ҳолда таърифлашга имкон берганлигини айтиб ўтиш ва унга кенгроқ тўхталиш мақсадга мувофиқ бўлади. Буни қуйидаги мазмунда баён қилишни таклиф қиламиз.

Текисликда координаталар системасини танлаб, биз текислик нуқталари тўплами ва ҳақиқий сонларнинг жуфтликлари тўплами орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатамиз. Бу мослик ҳар бир чизиқ учун унинг тенгламасини тузишга имкон беради, яъни унинг координаталари орасида шундай боғланишни топишга имкон берадики, бу боғланиш фақат чизиқ нуқталари учун ўринли ва ҳеч бир бошқа нуқта учун ўринли бўлмайди. Масалан, маркази координаталар бошида радиуси r бўлган айлананинг тенгламаси $x^2 + y^2 = r^2$, координата ўқлари орасидаги бурчак биссектриссаси тенгламаси $y - x = 0$ ва бошқалар.

Ҳар бир чизиқ учун унинг тенгламасини тузиш имконияти шу кунга қадар маълум чизиқларни ўрганишнинг умумий ва муҳим методини беради. Аммо бу метод чизиқ тушунчасини умумий таърифлашда янги маълумот бермайди. Чизиқ тушунчасини таърифлашмақсадида масалани қуйидагича қўямиз.

Айтайлик, икки ўзгарувчили тенглама берилган бўлсин, унинг барча ҳадларини чап томонга ўтказиб, уни $F(x, y) = 0$ кўринишда ёзамиз. Фараз қилайлик, бу тенглама чексиз кўп ҳақиқий ечимга эга бўлсин, яъни тенгламани қаноатлантирувчи (x, y)ҳақиқий сонлар жуфтликлари тўплами чексиз кўп бўлсин. x ва y ларни текисликдаги бирор координаталар системасига нисбатан қараймиз. $F(x, y) = 0$ тенгламани қаноатлантирувчи текисликнинг барча нуқталари тўпламини шу тенглама билан берилган чизиқ деб атаймиз. Масаланинг бундай қўйилишининг моҳияти шундан иборатки, энди биз чизиқнинг умумий таърифини беришимиз мумкин. Бу таъриф барча маълум бўлган чизиқларни қамраб олади ва умуман айтганда, қанча турли тенгламалар мавжуд бўлса, шунча чизиқни қуришга имкон беради. Чизиқ таърифини яна бир бор шакллантирамиз: $F(x, y) = 0$ *тенглама билан берилган чизиқ деб координаталари шу тенгламани қаноатлантирувчи нуқталар тўпламига айтилади.*

Декарт кашфиёти бутун математика учун ҳал қилувчи аҳамиятга эга бўлди. Чунки у бир томондан геометрик объектларни алгебра ва анализ методлари билан ўрганишга, иккинчи томондан алгебра ва анализга геометрик атамаларни ва методларни қўллашга имконият берди, алгебра ва анализни ўрганишга соддалик ва кўргазмалилик бахш этди. Чизиқ тушунчасига Декарт томонидан берилган таъриф шу давр учун жуда умумий эди. Бу таъриф Геометрия ўқув фанининг “Текисликда аналитик геоометрия”бўлимида қаралган барча алгебраик чизиқларни қамраб олади.

Аммо бу даврда шундай чизиқлар маълум эдики, бунда уни $F(x, y) = 0$ кўринишдаги тенглама билан, бу ерда $F(x, y)$ етарлича содда бўлган, яъни чекли сондаги элементар функцияларнинг комбинациясидан иборат, ифодалаб бўлмас эди ёки ифодалаб бўлганда ҳам чизиқни ўрганиш учун ҳеч қандай нафи йўқ эди. Бу аввалом бор ҳаракатдаги жисмнинг траекториясидан иборат чизиқлар эди. Масалан, Архимед спирали бу қўзғалмас нуқта атрофида доимий бурчак тезлик билан ҳаракатланаётган нур бўйича текис ҳаракатдаги нуқтанинг траекториясини ифодаловчи чизиқ. Агар r орқали ҳаракатдаги нуқтанинг координаталар бошигача бўлган масофани, φ билан айланма ҳаракатдаги нурнинг Ox ўқининг мусбат йўналиши билан ҳосил қилган бурчагини белгиласак, у ҳолда Архимед спирали тенгламаси қуйидаги содда тенглама билан ифодаланади: $r = a\varphi$, бу ерда a берилган сон. Агар$M(x, y)$ Архимед спиралининг бирор нуқтаси бўлса, у ҳолда

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad \varphi = Arctg\frac{y}{x}.$$

Бу ифодаларни $r = a\varphi$ тенгламага қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sqrt{x^2 + y^2} - aArctg\frac{y}{x} = 0.$$

Аммо бу тенглама Архимед спиралини ўрганиш учун ҳеч нима бермайди, чунки x нинг ҳар бир қийматига y нинг чексиз кўп қийматлари мос келади ва аксинча.

Шу таъкидлаш кераккИ, ҳар қандай $F(x, y) = 0$ тенглама чизиқни аниқлай бермайди. Масалан, $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} - 2 = 0$ тенгламани қаноатлантирувчи (x, y) нуқталар тўплами координаталар системасининг биринчи чорагидаги нуқталар тўплами билан устма-уст тушади.

Талабаларни Жордан чизиғи тушунчаси билан таништиришни тарихийлик принципи асосида ташкиллаштириш мақсадида қуйидаги мазмундан фойдаланиш мумкин.

Ҳаракатдаги нуқтанинг траекториясидан иборат бўлган чизиқларни ўрганиш учун нуқтанинг координаталарини вақтга боғлиқ ҳолда бериш табиийдир. Бу ўз навбатида чизиқ нуқталари координаталарини бирор учинчи t катталикнинг (одатда вақт) функцияси сифатида ифодалаш орқали аниқлаш усулига олиб келди. Чизиқнинг бундай берилиши параметрик берилиши деб номланиб, бунда t параметр дейилади: $x = \varphi(t), y = \psi(t)$.

Масалан, агар m нуқта координаталар бошидан ўтувчи ва Ox ўқи билан α бурчак ташкил этувчи тўғри чизиқ бўйлаб v тезлик билан текис ҳаракатланса, у ҳолда ҳаракатдаги нуқтанинг координаталаривақтга боғлиқ ҳолда қуйидаги формулалар билан ифодаланади:

$$x = vtcos\alpha, \quad y = vtsin\alpha.$$

Ана шу тенгликлар тўғри чизиқнинг параметрик тенгламалари бўлади.

Агар m нуқта маркази координаталар бошида, радиуси r бўлган айлана бўйлаб доимий ω бурчак тезлик билан ҳаракатланса, у ҳолда ҳаракатдаги нуқта координаталари вақтга боғлиқ функциялар билан ифодаланади:

$$x = rcos\omega t, \quad y = rsin\omega t.$$

Архимед спиралининг параметрик тенгламалари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$x = vtcos\omega t, \quad y = vtsin\omega t,$$

бу ерда v айланма ҳаракатдаги нур бўйича ҳаракат тезлиги, ω координаталар боши атрофида айланма ҳаракатдаги нурнинг бурчак тезлиги.

Чизиқларни параметрик тенгламалар билан бериш бу тушунчага қуйилган барча талабларга тўлиқ жавоб берар эди: барча маълум бўлган алгебраик ва трансцендент чизиқларни параметрик тенгламалар билан бериш мумкин, чизиқларни бундай шаклда бериш чизиқларни ҳаракатдаги нуқтанинг траекторияси сифатида қараш усулига яхши мос келар эди.

Чизиқларни ҳаракатдаги нуқтанинг траекторияси сифатидан аниқлаш ва шунга қадар маълум бўлган чизиқларни параметрик усулда бериш чизиқ тушунчаси таърифини кенгайтиришга асос бўлиб хизмат қилди. Чизиқ деганда x ва y координаталари бирор учинчи t катталикнинг функцияси сифатида берилган текислик нуқталари тўпламига айтилди. t катталик деганда одатда вақт, баъзи ҳолларда бурчак, ёй узунлиги ва бошқ. тушинилди.

Шунинг билан бирга φ ва ψ функцияларга баъзи бир чекланишлар қўйилди. Бу чекланишлар функция тушунчаси ривожланган сари умумлашиб борди. Шундай қилиб, хусусий мисоллардан XIX асрнинг иккинчи ярмида француз математиги Жордан томонидан чизиқ тушунчасига қуйидаги умумий таъриф берилди[9; 10 б.]:

Координаталари $[0; 1]$ *кесмада аниқланган* t *параметрнинг* $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$ *узлуксиз функциялари бўлган текислик нуқталари тўпламига чизиқ дейилади.*

Аммо тез орада чизиққа берилган Жордан таърифининг жуда ҳам умумий эканлиги маълум бўлди. 1890 йилда италиялик математик Пеано қуйидагини исботлади:

$[0;1]$ *кесмада аниқланган* $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$ *функцияларни шундай танлаб олиш мумкинки, улар шу кесмада узлуксиз, ҳамда координаталари* $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$ $(0\le t\le 1)$ *тенгламаларни қаноатлантирувчи нуқталар тўплами квадратни тўлдиради (ички ва чегаравий нуқталарини ҳисоблаганда),* яъни шу квадратда ҳар қандай $m(x,y)$ нуқтани олмайлик, t параметрнинг шундай қиймати топиладики, $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$ бўлади.

Бу мисол Жордан томонидан берилган таърифни рад этади. Агар бу таърифни умумий ҳолда қабул қилсак, у ҳолда "чизиқ" деб аталувчи нуқталар тўплами текисликнинг яхлит бўлагини тўлдиради. Бу эса бизнинг текисликнинг яхлит бўлагини ҳеч қачон тўлдирмайдиган конкрет чизиқларни қарашимиз асосида шаклланган чизиқ ҳақидаги тасаввуримизга зид келади.Шу ерда Пеано "чизиқлари" ҳақидаги маълумотни [9,10] адабиётлардан фойдаланиб баён қилиш мумкин.

Чизиқ тушунчасининг кейинги ривожи "содда ёйлар", "содда ёйлардан тузилган чизиқ" тушунчалари билан боғлиқ[9; 17 б.].

Тўғри чизиқ кесмасини ўзаро бирқийматли ва узлуксиз акслантириш мумкин бўлган текисликнинг ёки фазонинг нуқталар тўпламига содда ёй дейилади. Текисликда, агар тўғри чизиқ кесмаси деб $0\le t\le 1$ ни, t нуқтага мос келадиган m нуқта координаталариx ва yниφ ва ψ функциялар деб қарасак, у ҳолда содда ёйни ҳар доим иккита параметрик тенгламалар билан берилиши мумкин:

$$x=\varphi(t),\qquad y=\psi(t),\quad 0\le t\le 1.$$

Шунингдек, бунда иккала φ ва ψ функциялар узлуксиз ҳамда параметрнинг турли t_1 ва t_2 қийматлари учун қуйидаги икки тенгсизликдан камида бири бажарилади:ёки $\varphi(t_1)\ne\varphi(t_2)$, ёки $\psi(t_1)\ne\psi(t_2)$.

Содда ёйга бизга маълум бўлган чизиқларнинг, масалан айлана, эллипс, парабола, Архимед спирали ва бошқа ёйлар мисол бўла олади.

Фазода содда ёй учта параметрик тенгламалар билан берилади:

$$x=\varphi(t),\qquad y=\psi(t),\qquad z=\chi(t),$$

бунда параметрнинг турли t_1 ва t_2 қийматлари учун қуйидаги уч тенгсизликдан камида бири бажарилади:

ёки $\varphi(t_1)\ne\varphi(t_2)$, ёки $\psi(t_1)\ne\psi(t_2)$, ёки $\chi(t_1)\ne\chi(t_2)$.

Фазода содда ёйга винт чизиғининг ёйи мисол бўла олади:

$$x=rcost,\ \ y=rsint,\ \ z=at,$$

буердаa ва r доимий катталиклар, t параметр ва $0\le t<\infty$.

Чизиқ деб чекли сондаги содда ёйларга (фақат учлари умумий бўлган, бошқа умумий нуқталарга эга бўлмаган) ажратиш мумкин бўлган ихтиёрий нуқталар тўпламига айтиш мумкин эди. Барча маълум чизиқлар шу таърифни қаноатлантиради. Масалан, айланани иккита содда ёйдан - иккита яримайланадан, Бернулли лемнискатасини тўртта содда ёйдан иборат деб қараш мумкин. Шу йўл билан чизиқларнинг етарлича кенг синфианиқланади, хусусан бу синфга барча алгебраик чизиқлар киради. Аммо чекли сондаги содда ёйларнинг йиғиндиси (бирлашмаси) кўринишда ифодалаб бўлмайдиган чизиқлар ҳам мавжуд. Масалан, қуйидагича ҳосил қилинадиган чизиқ бунга мисол бўла олади:

$$y = sin\frac{\pi}{2x}, \quad 0 < x \leq 1$$

функциянинг графиги олинади ва унга

$$x = 0, -1 \leq y \leq 1$$

ординаталар ўқининг *“лимит кесма”*си бирлаштирилади. Талабаларга бу чизиқни чекли сондаги содда ёйларнинг бирлашмаси шаклида ифодалаб бўлмаслигини ва кесманинг узлуксиз образи сифатида ҳам ифодалаб бўлмаслигини (яъни Жордан маъносида чизиқ эмаслигини) кўрсатиш мақсадга мувофиқ бўлади.

Чизиқ тушунчаси ривожига улуш қўшган олимлардан бири Г.Кантор бўлиб, у чизиқни қуйидагича таърифлайди: *Текисликнинг боғламли, компакт, ички нуқтага эга бўлмаган нуқталар тўпламига узлуксиз чизиқ дейилади*.

Бу таърифдаги тушунчалар билан талабалар “Геометрия” ўқув фанининг топология бўлимидан маълумотга эга, аммо уларни талабаларга эслатиб ўтиш фойдадан ҳоли эмас. Текисликдаги чизиқлар (айлана, эллипс, тўғри чизиқ ва б.) Кантор таърифини қаноатлантиради.

Кантор таърифидан боғламли компакт тўплам Кантор чизиғи бўлиши учун унинг очиқ қисм тўплами мавжуд бўлмаслиги зарур ва етарли еканлиги келиб чиқади.

Аммо, талабаларга поляк математиги Серпинский томонидан тузилган ғаройиб Кантор чизиғи, унинг номи билан аталувчи “Серпинский гилами” билан таништириш лозим.

Бу чизиқ қуйидаги ажойиб хоссага эга [9; 73 б.].

Теорема. Ихтиёрий C Кантор чизиғи учун Серпинский гиламининг унга гомеоморф бўлган C' қисм тўплами мавжуд бўлади.

Олимлар чизиқ тушунчасини математик тушунча сифатида аниқ таърифлашга, яъни биз чизиқ деб атайдиган нарсаларнинг барчасига умумий бўлган умумийликни аниқлашга ҳаракат қилишган. Бундай ҳаракатларга ўтган асрнинг 20-йилларида рус математиги П.С.Урисоннинг (1898-1924) ишларида якун ясалди. У томонидан чизиқ тушунчасига унинг моҳиятини тўлиқ тадқиқ этишга имкон берадиган умумий таърифни берилди [9; 83-б.].

Таъриф (Урисон). *Агар С боғламли компактнинг ихтиёрий нуқтасининг ихтиёрий ε атрофи ва С тўплам кесишмасининг чегаравий нуқталари тўплами битта нуқтадан ортиқ нуқталардан ташкил топган боғламли компакт қисм тўпламни сақламаса, у ҳолда Счизиқ дейилади.*

Қуйидаги теорема ўринли [9; 83-б.].

Теорема.Текисликда Кантор маъносидаги чизиқ Урисон маъносидаги чизиқ бўлади ва аксинча.

Шундай қилиб, чизиқга Урисон томонидан берилган таъриф топология фанининг ривожи билан боғлиқ бўлиб, математиканинг ички зарурати билан боғланган экан.

Чизиқ ҳақидаги кейинги муҳим масала унинг тўғриланувчанлигидир, яъни қандай чизиқлар узунликга эга? Геометрия ва Математик анализ ўқув фанларида чизиқ тўғриланувчи бўлишининг етарли шарти билан кифояланади. Чизиқнинг тўғриланувчи бўлишининг зарурий ва етарли шарти ўзгариши чегараланган функциялар тушунчаси орқали берилади. Бунда талабалар эътиборини ўзгариши чегараланган функцияларнинг хоссалари билан танишиштириш, бундай функциялар ҳосил қилган синфнинг бошқа функциялар синфлари билан муносабатини ўрганиш ҳам муҳим.

Математик анализ ўқув фанининг «Ҳақиқий ўзгарувчининг функциялари назарияси» бўлимида "Узлуксиз чизиқлар, тўғриланувчи чизиқлар" мавзусини ўқитиш тажрибаси шуни кўрсатдики, талабаларда чизиқ тушунчасининг ривожланиш тарихи, бу тушунчанинг ривожланиши дастлаб амалиёт билан, кейин эса техниканинг (механиканинг) ривожланиши билан боғлиқлиги ва улар шу даврдаги математик билимлар билан шартланганлиги ҳақида тасаввур ва билимларга эга бўлади. Математиканинг ички зиддиятларни бартараф этиш орқали ривожланиши чизиқ тушунчасини аниқлаштиришда муҳим омил эканлиги ҳақида билимларга эга бўлди.

References:

1. Dodajonov N.D., Jo‘raeva M.SH. Geometriya. 1-qism, Toshkent. «O‘qituvchi», 1996 y.-
2. Dodajonov N.D., YUnusmetov R, Abdullaev T. . Geometriya. 2-qism, Toshkent.«O‘qituvchi», 1996 y.-176 b.
3. Demidovich B.P.., «Sbornik zadach i uprajneniy po matematicheskomu analizu» Ucheb. Posobie dlya vuzov. M.: OOO «Izdatelstvo Astrel» OOO «Izdatelstvo AST», 2003 g – 558 [2] st.
4. 5110100- Matematika o‘qitish metodikasi bakalavriat ta’lim yo’nalishi "Geometriya" fan dasturi. 2017 yil.-18 b.
5. 5110100- Matematika o‘qitish metodikasi bakalavriat ta’lim yo’nalishi "Matematik analiz" fan dasturi. 2017 yil.-23b.
6. O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta’limi tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish **Konsepsiyasi.** Qonun hujjatlari ma’lumotlari milliy bazasi, 29.04.2019 y., 06/19/5712/3034-son.
7. Adams, Robert A. (Robert Alexander), Calculus: a complete course. Textbooks. Christopher Essex. - 7th ed. Copyright @ 2010, 2006, 2003 Pearson Education Canada, a division of Pearson Canada Inc., Toronto, Ontario.-1077 p.
8. Larson R., Edwards Bruce H. Calculus. Ninth Edition. Cengage Learning. 2010. 1334 p.
9. Parxomenko A.S. CHto takoe liniya. M.:GITTL. 1954.- 140s.
10. Sarimsoqov T.A. Haqiqiy o‘zgaruvchining funksiyalari nazariyasi. Toshkent. O‘zbekiston. 1993 y. -340b.