

## DESKRIPSI KESALAHAN STRUKTUR BERPIKIR SISWA SMP DALAM MENYELESAIKAN MASALAH GEOMETRI SERTA DEFRAGMENTINGNYA: SUATU STUDI KASUS

Taufiq Hidayanto<sup>1</sup>, Subanji<sup>2</sup>, Erry Hidayanto<sup>3</sup>

<sup>1</sup> MTs Surya Buana Malang, <sup>2,3</sup> Universitas Negeri Malang

Email : <sup>1</sup>taufiqhidayanto749@gmail.com, <sup>2</sup>subanji.fmipa@um.ac.id, <sup>3</sup>erry.hidayanto.fmipa@um.ac.id

### Abstract

*It is revealed that as a compulsory mathematic subject for junior high school students, most students are struggling to solve geometric problem. As an effort to fix this condition, this article describes mistakes of junior high school students' structural thinking in solving geometric problem. Subjects' mistake were assessed by Subanji's (2015) theory of conceptual construction mistake and mathematical problem solving. Researcher then defragmented subjects' thinking structure in order to solve problems effectively. The result shows that subjects experienced miss logical construction and construction gap. Miss logical construction occurred because students' logical mistake in solving the problem, while the construction gap happened due to certain incomplete schemes in subjects' problem solving thinking structure. Defragmenting was conducted by assessing mistakenly constructed scheme. Then, unconstructed scheme was revealed. When scheme had considered as sufficient, the constructed scheme were knitted into an interconnected scheme and subjects' thinking structure became complete. Decomposition of incorrect structured schemes used cognitive conflict, while scheme and scheme knitting applied scaffolding.*

**Keywords:** defragmenting, geometry, solving problem, structural thinking mistake

Submit: 2 Oktober 2016, Publish: 25 April 2017

### PENDAHULUAN

Penyelesaian masalah (*problem solving*) merupakan bagian yang terpadu dari seluruh pembelajaran matematika dan bagian yang tidak terpisahkan dari program pembelajaran. Berdasarkan standar *problem solving*, program pembelajaran sebaiknya memungkinkan siswa untuk mampu membangun pengetahuan baru melalui pemecahan masalah, mampu menyelesaikan masalah yang muncul dalam matematika dan konteks lain, mampu menerapkan dan membiasakan beragam strategi penyelesaian masalah yang sesuai, dan mampu mengamati dan merefleksikan proses pemecahan masalah secara matematis (NCTM, 2000: 52-55).

Geometri merupakan salah satu standar yang direkomendasikan NCTM juga kemampuan yang perlu dicapai siswa menurut kurikulum yang berlaku saat ini. Geometri merupakan salah satu cabang matematika yang dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan masalah terkait dengan cabang matematika lain, memecahkan masalah kehidupan sehari-hari, dan diterapkan dalam disiplin ilmu lain di luar matematika (Yilmaz dalam Biber, *dkk*, 2013: 50). Selain itu, geometri sebaiknya diintegrasikan ketika terkait dengan cabang ilmu yang lain (NCTM, 2000:41). Dalam kaitannya dengan cabang matematika yang lain, representasi geometris dapat membantu siswa dalam memahami luasan dan pecahan, histogram dan scatterplot dalam representasi data, dan grafik koordinat dapat membantu siswa dalam mengaitkan aljabar dan geometri. Hal tersebut menunjukkan bahwa geometri berkaitan erat dengan antarkonsep dalam matematika maupun di luar matematika.

Terdapat beberapa penelitian terkini yang telah mengungkap permasalahan siswa pada penyelesaian masalah geometri (Biber, *dkk*, 2013; Ozerem, 2012). Biber, *dkk* mengemukakan temuan permasalahan siswa dalam menyelesaikan masalah geometri yaitu (1) siswa menaruh perhatian pada tampilan fisik gambar geometris tanpa memperhatikan sifat-sifat geometrisnya, (2) meskipun siswa telah mengenali sifat-sifat pada gambar geometris, mereka gagal menggabungkan sifat-sifat tersebut dengan pengetahuan lain yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah, (3) siswa menggeneralisasi sifat yang hanya sesuai dengan kondisi tertentu namun tidak pada kondisi lain yang berbeda. Menurut Ozerem (2012), permasalahan siswa pada geometri dikarenakan miskonsepsi, kurangnya *background* pengetahuan dan penalaran, serta kesalahan pada perhitungan operasi dasar. Namun, penelitian-penelitian tersebut sebatas mengungkap permasalahan siswa yang mengalami kesalahan-kesalahan penyelesaian masalah yang dilakukannya, belum mengungkap struktur berpikir siswa yang mengalami kesalahan dan upaya mengatasi permasalahan tersebut secara mendalam.

Subanji (2015) mengkaji kesalahan konstruksi kosep dan penyelesaian masalah yang ditinjau berdasarkan koneksi skema-skema dalam struktur berpikir siswa. Kesalahan konstruksi tersebut meliputi

pseudo konstruksi, lubang konstruksi, kesalahan berpikir logis, dan kesalahan berpikir analogi. Pseudo konstruksi terjadi ketika siswa menjawab suatu masalah namun seolah-olah jawabannya benar meskipun sebenarnya tidak sesuai dengan substansi konsep atau seolah-olah salah meskipun sebenarnya siswa dapat menyampaikannya secara benar setelah refleksi. Pseudo konstruksi ditemui ketika siswa diperintahkan untuk menentukan bentuk ekuivalen dari  $3x + 4x$ . Kebanyakan siswa dapat menjawabnya dengan  $7x$ . Ketika ditanyai alasannya, mereka menjawab karena  $3x + 4x$  dapat dimisalkan 3 buku ditambahkan dengan 4 buku sehingga menghasilkan 7 buku. Jawaban siswa tersebut benar, namun mereka tidak dapat menyampaikan alasannya dengan tepat.

Lubang konstruksi terjadi karena adanya skema-skema tertentu yang belum terkonstruksi dalam struktur berpikir siswa. Lubang konstruksi terjadi ketika siswa dihadapkan pernyataan “bahwa terdapat segitiga yang ukuran sisi-sisinya 6 cm, 5 cm, dan 12 cm”. Apabila terdapat siswa yang menyatakan setuju dengan pernyataan tersebut, siswa mengalami lubang konstruksi dalam struktur berpikirnya. Lubang tersebut berupa syarat untuk membuat suatu segitiga, yakni jumlah panjang dua sisi sebarang pada segitiga selalu lebih besar dari panjang satu sisi yang lain. Dengan adanya lubang konstruksi, siswa memberikan kesimpulan yang salah.

Kesalahan berpikir logis terjadi ketika siswa membuat asumsi yang menurutnya benar meskipun sebenarnya salah secara substansi konsep dan tidak logis. Akibatnya, proses konstruksi penyelesaian masalah yang melibatkan asumsi tersebut menjadi salah. Kesalahan berpikir logis terdeteksi ketika siswa dihadapkan pada pernyataan “misalkan  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  bilangan bulat. Jika  $x < z$  dan  $y < z$ , maka  $x = y$ ”. Siswa bernalar bahwa karena  $x$  dan  $y$  sama-sama kurang dari  $z$ , maka  $x = y$ . Siswa tidak bisa mengonstruksi bahwa banyak alternatif yang terjadi ketika  $x < z$  dan  $y < z$ . Siswa menangkap pernyataan  $x < z$  dan  $y < z$ ,  $x$  dan  $y$  merupakan nilai yang tunggal. Karena nilai  $x$  &  $y$  tunggal dan tidak ada alternatif lain, maka siswa membuat kesimpulan  $x = y$ .

Kesalahan berpikir analogi didasarkan pada kesalahan siswa dalam mengonstruksi penyelesaian masalah dalam memberikan asumsi berdasarkan analogi. Kesalahan berpikir analogi menyebabkan pada kesalahan siswa dalam mengonstruksi penyelesaian masalah sehingga jawabannya tidak tepat. Kesalahan berpikir analogi terjadi pada saat siswa menilai pernyataan  $\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{6}$ . Siswa menganggap bahwa dalam akar tidak ada bedanya dengan tidak ada akar. Sehingga berlaku sifat penjumlahan biasa. Sehingga,  $\sqrt{6}$  bisa ditulis sebagai bentuk  $\sqrt{3} + \sqrt{3}$  atau  $\sqrt{4} + \sqrt{2}$  atau  $\sqrt{1} + \sqrt{5}$ . Setelah ditelusuri lebih lanjut, siswa menganggap bahwa operasi dalam bilangan akar sama dengan operasi bilangan biasa. Siswa tidak memahami sifat akar, bahwa sifat akar tidak seperti sifat operasi bilangan biasa. Dalam hal ini ada proses analogi dengan operasi bilangan biasa, 6 bisa direpresentasikan sebagai penjumlahan  $3 + 3$ ,  $4 + 2$  atau  $5 + 1$ .

Apabila permasalahan-permasalahan tersebut dibiarkan, siswa akan mengalami hambatan dalam berfikirnya sehingga tidak dapat menyelesaikan masalah yang diberikan dengan tepat. Dampak lebih jauhnya adalah melemahkan kepercayaan diri dan motivasi siswa dalam menyelesaikan masalah geometri. Akibat lainnya yaitu memunculkan kecemasan terhadap matematika, yaitu pola pikir negatif terhadap penyelesaian masalah matematika yang berdampak negatif pada hasil belajar siswa (Das & Das, 2013). Dalam hal mengatasi masalah pada struktur berpikir siswa, Nusantara & Subanji (2015:2) mengungkapkan bahwa struktur berpikir tersebut dapat direorganisasi kembali. Proses reorganisasi berpikir siswa disebut *defragmenting*.

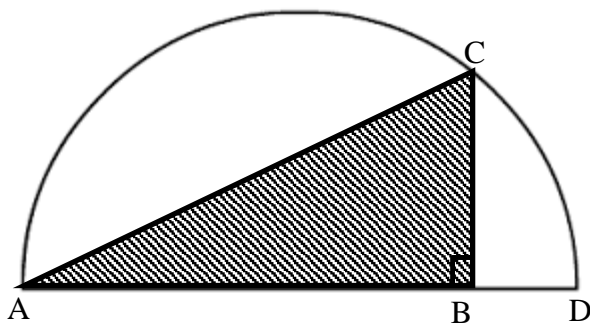
Dalam menangani kesalahan struktur berfikir siswa, Wibawa (2013:6) mendefinisikan *defragmenting* sebagai proses merestrukturisasi berpikir siswa menjadi struktur berpikir yang lengkap sehingga mencapai pemahaman yang mendalam dan dapat memecahkan masalah yang diberikan. Selanjutnya, Sakif (2014:7) mendefinisikan *defragmenting* struktur berpikir merupakan penataan ulang struktur berpikir siswa ketika melakukan kesalahan dalam menyelesaikan permasalahan matematika melalui proses disequilibrasi, *conflic cognitif*, dan *scaffolding* sehingga siswa dapat memperbaiki kesalahan struktur berpikirnya. Disequilibrasi merupakan proses yang memicu siswa untuk melakukan asimilasi dan akomodasi terhadap skema-skema baru yang ditemuinya (Subanji, 2011:14). *Conflic Cognitif* diberikan kepada siswa ketika mereka dihadapkan pada kontradiksi atau ketidakkonsistenan ide-ide yang mereka kemukakan (Zazkiz & Chernoff, 2008). *Scaffolding* diartikan sebagai bantuan secukupnya kepada siswa dan bantuan tersebut dihilangkan ketika siswa telah mampu mengonstruksi maupun menyelesaikan masalah secara mandiri (Reiser, 2004; Lajoie, 2005; Subanji, 2013:68).

Berdasarkan uraian di atas, *defragmenting* dapat didefinisikan sebagai pemberian intervensi terbatas dari fasilitator (dalam hal ini adalah peneliti) kepada siswa sehingga mampu menata struktur berpikirnya menjadi struktur berpikir yang lengkap dan dapat menyelesaikan masalah dengan tepat. *Defragmenting* tidak terlepas dari konsep-konsep matematis yang telah didapatkan oleh siswa. Dengan struktur berfikir yang lengkap, siswa dapat menyelesaikan masalah yang mereka temui. Oleh karena itu, artikel ini mendeskrip-

sikan kesalahan struktur berpikir siswa yang diperoleh dari proses konstruksinya dalam menyelesaikan masalah geometri datar dan deskripsi defragmenting yang dilakukan.

**METODE**

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis studi kasus. Subjek dalam penelitian ini yaitu satu orang siswa SMP kelas VIII dengan kemampuan tinggi di kelasnya berdasarkan prestasi belajarnya. Subjek dipilih karena berkarakteristik memiliki minat tinggi terhadap matematika dan dapat mengomunikasikan idenya dengan baik namun mengalami kesalahan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan. Padahal, subjek telah memiliki skema yang cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Subjek diberikan masalah geometri dan diwawancarai berbasis tugas terhadap penyelesaian masalah yang dituliskannya. Kemudian, struktur berpikir subjek dideskripsikan berdasarkan teori kesalahan konstruksi konsep dan pemecahan masalah matematika menurut Subanji (2015). Setelah diketahui letak kesalahan konstruksinya, peneliti memberikan *defragmenting* sehingga subjek dapat menata struktur berpikirnya dan mampu menyelesaikan masalah dengan tepat. Berikut instrumen penelitian beserta struktur masalah yang diberikan.



Gambar di samping adalah setengah lingkaran dengan diameter 10 cm dan  $BD = 2$  cm. Luas daerah yang diarsir adalah .....

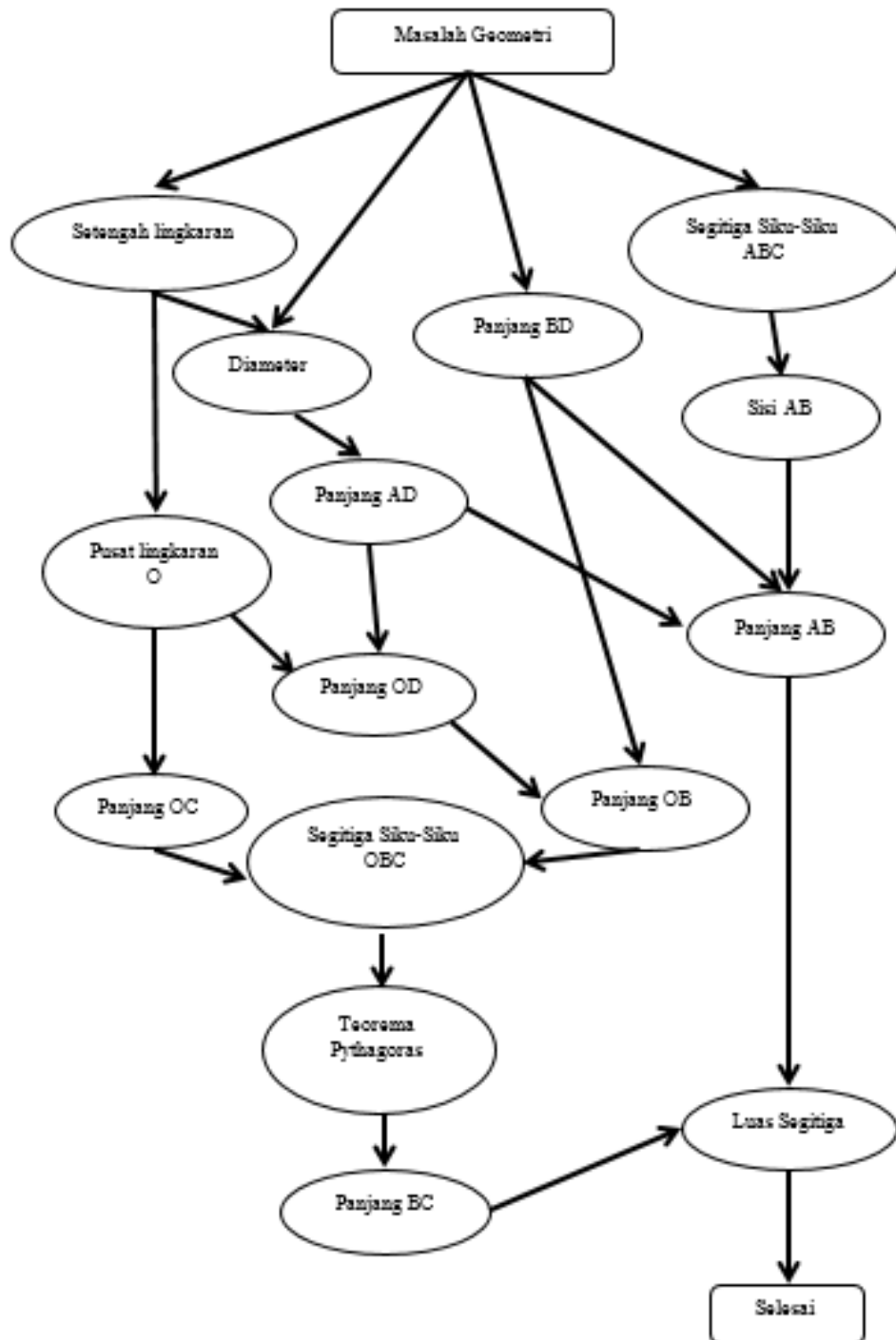
Struktur masalah dari soal tersebut adalah tersaji dalam Gambar1.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Subjek merupakan siswa kelompok atas dalam penelitian ini. Subjek telah memiliki skema yang cukup untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Skema-skema yang telah dimilikinya yaitu setengah lingkaran, diameter lingkaran, jari-jari lingkaran, segitiga siku-siku, dan luas segitiga. Namun, siswa mengalami kesalahan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.

**Deskripsi Struktur Berpikir Subjek dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Datar sebelum Defragmenting**

Subjek berhasil mengasimilasi informasi dari masalah yang diberikan. Subjek mampu menyebutkan bahwa masalah yang diberikan melibatkan bentuk setengah lingkaran dan memiliki diameter 10 cm, akibatnya jari-jarinya adalah 5 cm. Selain itu, subjek mampu menyebutkan bahwa masalah yang dicari adalah luas daerah yang diarsir, yaitu berbentuk segitiga siku-siku. Namun, subjek gagal mengakomodasi salah satu bagian segitiga. Berikut kutipan wawancara peneliti menggali informasi proses berpikir subjek dalam menyelesaikan masalah sebelum defragmenting (wawancara [1])



Gambar 1. Struktur Masalah Geometri Instrumen Penelitian

Wawancara [1]

P : Apa yang diketahui dalam masalah ini?

S : Diameter lingkaran, sama panjang dari B ke D.

P : Lalu, apa yang ditanyakan dalam masalah ini?

S : Luas daerah yang diarsir. Segitiganya. Segitiga siku-siku

P : Bagaimana ini kamu mengerjakannya?

S : Saya mencari panjangnya ini ....(menunjuk ruas garis dari titik B ke C), karena ini (ruas garis dari titik A ke D) panjangnya 10, berarti ini (menunjuk ruas garis dari A ke B) panjangnya 8. Trus, saya cari tingginya tu 10, ini diameter trus saya bagi 2, seperti jari-jarinya, (proses pengerjaan siswa tersaji dalam gambar 2)

Segitiga  
 alas = 8  
 tinggi = 5  
 Karna mungkin Jan " jari lingkaran

Gambar 2. Asumsi Subjek dalam Menentukan Ukuran Sisi-sisi Segitiga yang Diarsir

- P : Bagaimana menentukan luas daerah yang diarsir?  
 S : Memakai rumus luas, setengah alas kali tinggi, yaitu setengah kali 8 kali tingginya 5, jadinya 20 (proses pengerjaan siswa tersaji dalam Gambar 3)

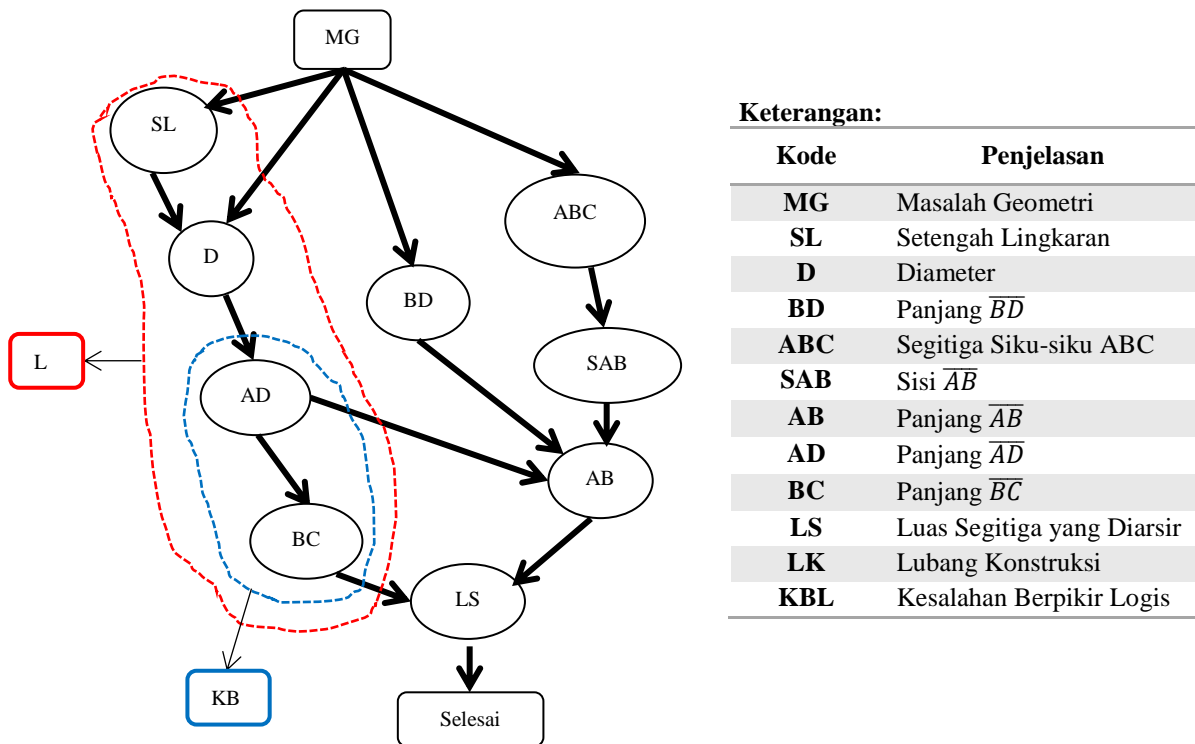
$\frac{1}{2} \times 8 \times 5$   
 : 20 cm<sup>2</sup> Jadi luas daerah yang diarsir adalah 20 cm<sup>2</sup>

Gambar 3. Hasil Akhir Penyelesaian Masalah oleh Subjek

Berdasarkan wawancara [1], subjek telah mengetahui alas segitiga dan tinggi segitiga, namun penentuan ukuran tinggi segitiga masih salah. Subjek menganggap tinggi segitiga adalah 5 cm, yaitu sama dengan jari-jari setengah lingkaran. Akibatnya, Subjek menghasilkan jawaban salah. Berdasarkan teori kesalahan konstruksi menurut Subanji (2015), Subjek mengalami kesalahan berpikir logis, yaitu terletak pada kesalahan logika siswa dalam menentukan ukuran tinggi segitiga (BC) yang dianggap sama panjang dengan jari-jari.

Selain itu, terdapat skema-skema yang belum terkonstruksi pada proses konstruksi penyelesaian masalah yang dilakukan oleh subjek sehingga menyebabkan lubang konstruksi. Lubang konstruksi terjadi mulai siswa mengasimilasi skema setengah lingkaran dan diameter lingkaran hingga mengakomodasi penentuan BC sehingga jawaban yang diberikan salah.

Struktur berpikir subjek dalam menyelesaikan masalah tersaji dalam Gambar 4.



Gambar 4. Struktur Berpikir Subjek sebelum Defragmenting dan Letak Kesalahan Konstruksinya

## Defragmenting Struktur Berpikir Subjek dalam Menyelesaikan Masalah Geometri

Setelah mengetahui letak struktur berpikir yang belum lengkap, peneliti merumuskan defragmenting sehingga siswa dapat menata struktur berpikirnya menjadi lengkap. Berdasarkan struktur berpikir subjek pada Gambar 4, peneliti perlu memperbaiki kesalahan berpikir logis dan lubang konstruksi subjek.

Kesalahan berpikir logis subjek menyebabkan ketidaktepatan subjek dalam menyelesaikan masalah geometri. Untuk itu, struktur pada bagian tersebut perlu diuraikan kembali. Peneliti menggunakan *conflict cognitif* agar rajutan pada struktur yang mengalami kesalahan berpikir logis tersebut terurai kembali. Berikut kutipan wawancara peneliti dengan subjek untuk menguraikan rajutan skema dalam struktur berpikir subjek:

### Wawancara [2]

- P : Nah, sekarang untuk mencari tingginya bagaimana?  
 S : Saya pakai 5 ini tadi, yang setengahnya diameter  
 P : 5 tadi apanya lingkaran?  
 S : Jari-jari  
 P : Jari-jari itu dari mana sampai mana?  
 S : Sini sampai sini (menunjuk dari tengah-tengah  $\overline{AD}$  ke titik D)  
 P : Nah, bagian ini namanya apa? (menunjuk tengah-tengah  $\overline{AD}$  yang telah ditunjuk S1 sebelumnya)  
 S : Titik pusat  
 P : Nah sekarang, jarak sini (menunjuk  $\overline{BC}$ ) dengan sini (menunjuk tengah-tengah  $\overline{AD}$  ke titik D) kira-kira panjangnya sama atau tidak?  
 S : Tidak  
 P : Kalo tidak, berarti ini benar atau salah?  
 S : Salah  
 P : Karena apa?  
 S : Ini lebih pendek (menunjuk  $\overline{BC}$ ).

Berdasarkan kutipan wawancara [2] tersebut, penguraian rajutan konstruksi skema yang salah diawali dengan memunculkan skema titik pusat. Peneliti memunculkan kembali konsep jari-jari pada lingkaran, sifat-sifatnya, dan panjangnya sehingga muncul skema titik pusat. Selanjutnya, peneliti memancing subjek dengan menanyakan beberapa contoh jari-jari dan ukurannya. Akhirnya, subjek dikonflikkan dengan asumsinya kembali, yaitu meminta subjek untuk membandingkan ukuran jari-jari lingkaran dengan BC sehingga subjek mengakui bahwa asumsinya tidak tepat.

Setelah kesalahan berpikir logis teratasi, peneliti mengatasi lubang konstruksi subjek melalui *scaffolding* untuk mengawalinya. *Scaffolding* melalau wawancara berikut.

### Wawancara [3]

- P : Sifatnya jari-jari itu bagaimana?  
 S : Sama panjang dari pusat ke lingkaran  
 P : Kira-kira, dari jari-jari tadi untuk mencari BC gimana? Ada ide lain?  
 S : Hmm..... (berpikir lama)  
 P : Atau kamu bisa nggak buat gambar jari-jari yang dari titik pusat sehingga membantu mencari panjang BC?  
 S : Ini, misalnya ini titik E.  
 P : Untuk mencari BC gimana?  
 S : Sama dengan ini (mengilustrasikan ruas garis dari titik pusat ke suatu titik pada busur setengah lingkaran)  
 P : Coba, sekarang E ke mana lagi yang sama?  
 S : E ke A sama, trus ke .....  
 P : E ke mana lagi? Untuk membantu mencari BC?  
 S1 : Hmm.....

Pemberian *scaffolding* tersebut juga digunakan untuk mengantarkan subjek untuk memunculkan skema EC yang digunakan untuk menentukan BC. Untuk memunculkan skema tersebut, peneliti menggunakan contoh-contoh analogi yaitu mengajak subjek untuk menyusun berbagai jari-jari yang dikonstruksi dari titik pusat ke sebarang titik di lingkaran. Namun, langkah tersebut masih gagal. Peneliti

melakukan pendekatan lain. Peneliti perlu merajut skema ED dengan BD sehingga subjek mendapatkan EB. Berikut kutipan wawancaranya sehingga subjek mendapatkan EB.

Wawancara [4]

- P : *Ini tadi panjangnya ruas garis AB berapa?*
- S : *10*
- P : *Panjangnya ruas garis BD berapa?*
- S : *2 cm*
- P : *panjang ruas garis ED berapa?*
- S : *6 eh .....5*
- P : *Berarti panjangnya ruas garis EB berapa?*
- S : *3*

Setelah EB ditemukan, selanjutnya peneliti memunculkan EC.

Wawancara [5]

- P : *Untuk mencari BC bagaimana? Ada perlu bantuan yang perlu dibuat?*
- S : *Ehm....garis jari-jari ya, Pak. Ke sini, E ke C*
- P : *EC-nya berapa?*
- S : *5*

Melalui perajutan skema ED dan BD yang menghasilkan EB sehingga subjek mampu memunculkan skema EC. Setelah skema EC muncul, terbentuk skema segitiga siku-siku. Selanjutnya, peneliti merajut skema EC dan EB sehingga didapatkan BC. Berikut kutipan wawancaranya:

Wawancara [6]

- P : *Berarti bagaimana mencari BC nya?*
- S : *Hmm.... 25 dikurangi 9, jadinya 16. Jadi, BC sama dengan 4 (dikerjakan secara mencongak)*

Setelah BC ditemukan, Peneliti memancing subjek untuk menentukan luas segitiga melalui wawancara berikut.

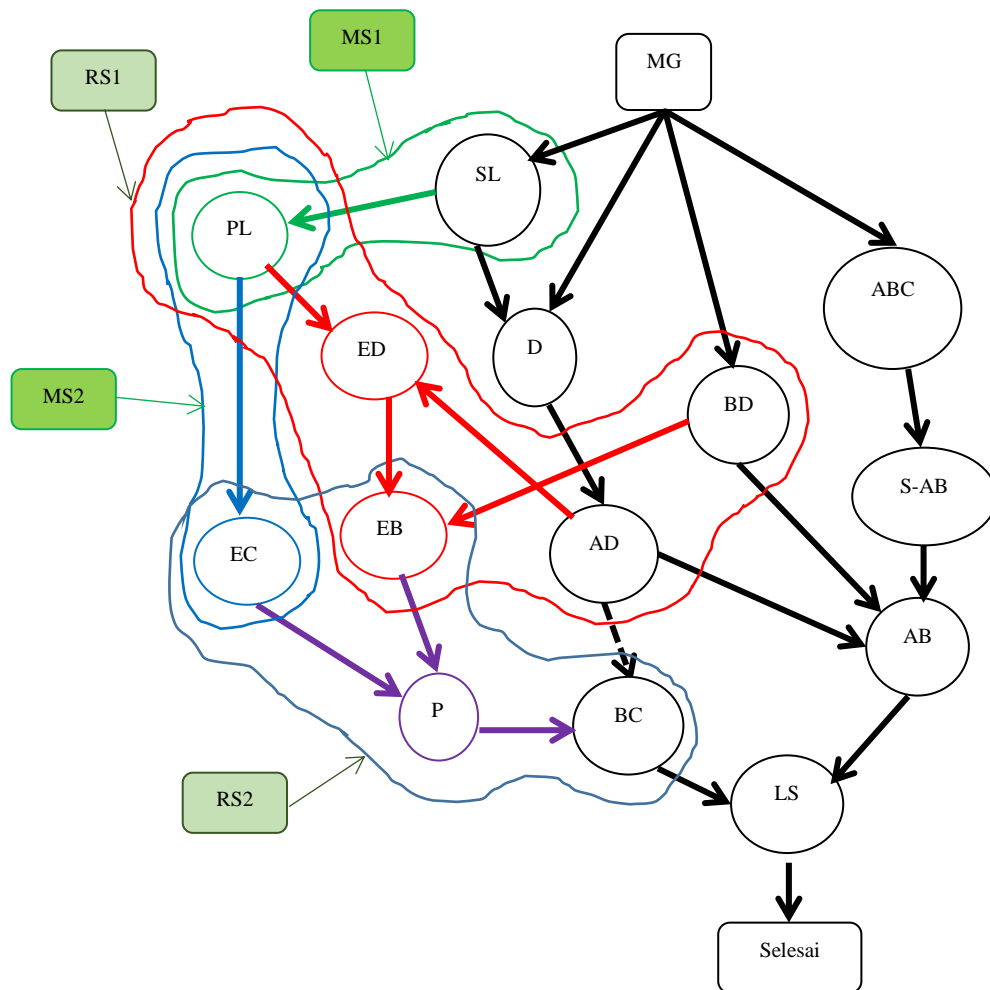
Wawancara [7]

- P : *Berarti untuk mencari luasnya bagaimana?*
- S : *Setengah dikali alas dikali tinggi. (sambil mengerjakan yang tersaji pada Gambar 5), Jadinya setengah kali 8 dikali 4, hasilnya 16.*

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{2} \times a \times t \\
 &= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \\
 &= 16 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Gambar 5. Subjek Menyelesaikan Masalah dengan Tepat

Dengan ditemukannya BC, subjek mengasimilasi strategi menentukan luas segitiga dan dapat menyelesaikan masalah yang diajukan. Adapun ringkasan defragmentingnya disajikan pada Gambar 6.



Gambar 4.5 Diagram Defragmenting Perajutan Skema Subjek dalam Menyelesaikan Masalah Geometri

**Keterangan:**

Kode	Penjelasan
MG	Masalah Geometri
SL	Setengah Lingkaran
D	Diameter
BD	Panjang $\overline{BD}$
ABC	Segitiga Siku-siku ABC
SAB	Sisi $\overline{AB}$
AB	Panjang $\overline{AB}$
AD	Panjang $\overline{AD}$
BC	Panjang $\overline{BC}$
LS	Luas Segitiga yang Diarsir

Kode	Penjelasan
PL	Pusat Lingkaran
EC	Panjang $\overline{EC}$
ED	Panjang $\overline{ED}$
EB	Panjang $\overline{EB}$
P	Teorema Pythagoras
MS1	Memunculkan Skema Pusat Lingkaran
MS2	Memunculkan Skema EC
RS1	Defragmenting Perajutan Skema ED dan BD menghasilkan EB
RS2	Defragmenting Perajutan Skema EC dan EB menghasilkan BC
-->	Rajutan Skema yang Perlu Diuraikan

**Pembahasan**

Berdasarkan hasil dan paparan data, subjek mengalami kesalahan berpikir logis dan lubang konstruksi. Kesalahan berpikir logis terjadi karena subjek mengalami kesalahan logika dalam mengonstruksi penyelesaian masalah. Sesuai dengan pernyataan Subanji (2015:138), subjek mengalami Kesalahan berpikir logis karena terjadinya kesalahan dalam melogika suatu permasalahan. Kesalahan berpikir logis yang terjadi pada subjek terletak pada asumsi bahwa ukuran tinggi segitiga yang diarsir (BC) sama dengan ukuran jari-



jari lingkaran. Kesalahan berpikir logis ini diakibatkan oleh adanya miskonsepsi dalam diri subjek. Hal ini seperti yang diungkapkan oleh Hidayanto & Subanji (2015) yang menyatakan bahwa miskonsepsi merupakan ketidaktepatan asumsi yang disebabkan oleh pemikiran atau pemahaman yang salah. Pernyataan tersebut juga didukung oleh Ozerem (2012) dan Biber, dkk, (2013) yang menyatakan bahwa miskonsepsi dapat menyebabkan kesalahan pada siswa dalam menyelesaikan masalah.

Lubang konstruksi terjadi karena terdapat skema yang belum ada dalam konstruksi penyelesaian masalah masalah yang dilakukan oleh subjek. Lubang konstruksi terjadi karena dampak adanya kesalahan berpikir logis terjadi pada subjek. Dengan adanya kesalahan berpikir logis tersebut, terdapat skema dalam konstruksi penyelesaian masalah yang belum lengkap. Hal ini sesuai dengan pernyataan Subanji (2015:138) bahwa lubang konstruksi terjadi karena terdapat skema dalam mengonstruksi pemecahan masalah yang belum lengkap. Pernyataan tersebut diperkuat oleh Stacey (2015) bahwa “*Students will always tend to work with what they are given rather than introduce new things into the problem*”, yaitu siswa akan selalu bekerja dengan apa yang telah diketahui daripada mengenali hal baru dalam masalah sehingga menyebabkan lubang konstruksi tersebut. Lubang konstruksi terjadi mulai siswa mengasimilasi skema setengah lingkaran dan diameter lingkaran hingga mengakomodasi penentuan BC sehingga jawaban yang diberikan salah. Adapun skema yang belum lengkap dalam struktur berpikir subjek yaitu skema pusat lingkaran, skema OC (panjang ruas garis dari titik pusat ke titik C), dan skema BC.

*Mislogical construction* diatasi dengan pemberian *conflict cognitif* kepada subjek agar skema-skema yang salah terangkai terurai kembali sehingga struktur berpikirnya dapat tertata kembali. Selanjutnya, lubang konstruksi diatasi dengan merajut skema-skema yang telah dimiliki siswa melalui *scaffolding*. Setelah skema-skema siswa telah terangkai dengan baik, siswa dapat menyelesaikan masalah yang diberikan dengan tepat. Dalam hal ini, defragmenting yang dilakukan adalah menguraikan rajutan skema yang salah karena *mislogical construction* melalui *conflict cognitif* serta pemberian *scaffolding* untuk memunculkan skema yang belum terkonstruksi dan merajut skema-skema yang telah dimiliki siswa untuk mengatasi lubang konstruksi siswa.

## PENUTUP

Subjek mengalami *mislogical construction* (kesalahan berpikir logis) dan lubang konstruksi dalam mengonstruksi penyelesaian masalah yang diberikan. *Mislogical construction* terjadi karena subjek mengalami kesalahan logika dalam berpikirnya. Subjek menganggap panjang tinggi segitiga sama dengan panjang jari-jari setengah lingkaran, padahal panjangnya berbeda. Selanjutnya, Lubang konstruksi terjadi karena terdapat skema subjek yang belum dimunculkan dan dikoneksikan dalam mengonstruksi penyelesaian masalah. *Defragmenting* yang dilakukan yaitu menguraikan skema yang salah konstruksi selanjutnya skema yang belum ada akan dimunculkan. Setelah skema dimunculkan, peneliti merajut skema-skema tersebut sehingga saling terkoneksi dan struktur berpikir subjek menjadi lengkap. Penguraian skema-skema yang salah konstruksi menggunakan *conflict cognitif*, sedangkan memunculkan skema dan merajut skema subjek menggunakan *scaffolding*.

Melalui hasil penelitian ini, disarankan kepada peneliti lain untuk mengkaji kesalahan konstruksi matematika untuk materi selain geometri. Hasil deskripsi dalam penelitian ini dapat digunakan sebagai rekomendasi dalam memperbaiki struktur berpikir siswa yang salah ketika menyelesaikan masalah. Dalam memperbaiki kesalahan tersebut, pendidik hendaknya memperhatikan kesalahan konstruksi penyelesaian masalah yang terjadi pada siswa, selanjutnya pendidik dapat melakukan *defragmenting* terhadap struktur berpikir yang mengalami kesalahan tersebut.

## DAFTAR RUJUKAN

- Biber, C., Tuna, A., & Korkmaz, S.. 2013. The mistakes and the misconceptions of the eighth grade students on the subject of angles. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 1(2): 50 – 59.
- Chinnappan, M. & Thomas, M. 2003. Teachers’ Function Schemas and their Role in Modelling. *Mathematics Education Research Journal*, 15 (2): 151-170.
- Chinnappan, M. 1998. The Accessing of Geometry Schemas by High School Students. *Mathematics Education Research Journal*, 1a (2): 27-45.
- Chinnappan, M. 2003. Schema Construction among Pre-service Teachers and the Use of IT in Mathematics Teaching: A Case Study. *Mathematics Teacher Education and Development*, 5 (2003): 32-44.

- Das, R. & Das, G.C. 2013. Math Anxiety: The Poor Problem Solving Factor in School Mathematics. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 3 (4): 1 – 5.
- Derry, S. J. 1996. Cognitive Schema Theory in the Constructivist Debate. *Educational Psychologist*, 31(3/4): 163 – 174 .
- Hershkovitz, S. & Nesher, P. 2003. The Role of Schemes in Solving Word Problems. *The Mathematics Educator*, 7(2): 1 – 24.
- Hidayanto, T. & Subanji. 2015. Pemberian Contoh Analogi untuk Mengatasi Miskonsepsi Siswa. *J-TEQIP*, VI (2): 156-162.
- Hoon, T.S., Singh, P., Han, C.T., & Kee, K.L. 2013. Heuristic approach experience in solving mathematical problems. *Educational Research*, 4(8): 607-611. (Online), (<http://www.interestjournals.org/full-articles/heuristic-approach-experience-in-solving-mathematical-problems.pdf?view=inline>), diakses 4 April 2015.
- Lajoie, S.P. 2005. Extending the scaffolding metaphor. *Instructional Science*, 33 (2005): 541–557.
- Lester, F.K. 2013. Thoughts About Research On Mathematical Problem- Solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10 (1&2): 245-278.
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. US: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunokawa, K. 2005. Mathematical problem solving and learning mathematics: What we expect students to obtain. *Journal of Mathematical Behavior*, 24 (2005):325–340.
- Nusantara, T. & Subanji. 2015. Defragmenting Proses Berpikir Matematik melalui Pemetaan Kognitif untuk Memperbaiki Kesalahan Matematika Siswa. *Laporan Hibah Penelitian Pascasarjana (Hibah Pasca) UM*. Malang: Lemlit UM.
- Öllinger, M. & Goel, V. 2010. Problem Solving. Dalam B.M. Glatzeder, et al. (Eds.), *Towards a Theory of Thinking* (hlm. 3 – 21), Berlin: Springer.
- Reiser, B.J. 2004. Scaffolding Complex Learning: The Mechanisms of Structuring and Problematizing Student Work. *The Journal of The Learning Sciences*, 13(3), 273–304.
- Stacey, K. (k.stacey@unimelb.edu.au). 31 Desember 2015. *Research & Literature on Problem Solving in Geometry*. E-mail kepada Taufiq Hidayanto (taufiqhidayanto749@gmail.com).
- Subanji. 2011. *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional*. Malang: UM Press.
- Subanji. 2013. *Pembelajaran Matematika Kreatif dan Inovatif*. Malang: UM Press.
- Subanji. 2015. *Teori Kesalahan Konstruksi Konsep dan Pemecahan Masalah Matematika*. Malang: UM Press.