



*Reality and Reflection*

ISSN 1992-6510

e-ISSN 2520-9299



AÑO 19, N° 50, SAN SALVADOR, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA. REVISTA SEMESTRAL JULIO-DICIEMBRE 2019

YEAR 19, N° 50, SAN SALVADOR, EL SALVADOR, CENTRAL AMERICA. SEMESTRAL JOURNAL JULY - DECEMBER 2019

## Las voces y los ecos

### *The voices and the echoes*

**Alfinio Flores Peñafiel**

Ph. D. Mathematics Education  
The Ohio State University  
Hollowell Professor of Mathematics Education (retirado)  
University of Delaware  
alfinio@udel.edu

Fecha de recepción: 9 de septiembre de 2019

Fecha aprobación: 14 de noviembre de 2019

DOI: 10.5377/ryr.v50i50.8998



#### RESUMEN

Este ensayo discute tres formas en las que consultar fuentes originales puede beneficiar el campo de la educación matemática. El primer beneficio es evitar los peligros de depender demasiado de fuentes secundarias, tales como la repetición de errores relativos a hechos, sobresimplificar, malinterpretar, y matices o asuntos que se pierden en la traducción. El segundo beneficio es ganar una perspectiva histórica de los cambios en el área y atribución del crédito para las ideas. El tercer beneficio es la oportunidad de aprender de los grandes maestros, tanto del presente como del pasado.

**Palabras clave:** educación matemática, fuentes originales, peligros fuentes secundarias.

#### ABSTRACT

*This article discusses three ways in which going back to consult original sources could benefit the field of mathematics education. The first benefit is avoiding the dangers of relying too much on secondary sources, which include repetition of erroneous facts, oversimplification, misinterpretation, and nuances or issues that are lost in translation. The second benefit is gaining a sense of history of changes in the field and attribution of credit for ideas. The third benefit is the opportunity to learn from the masters, both from the present and from the past.*

**Keywords:** mathematics education, original sources, dangers secondary sources.

## Introducción

El propósito de este ensayo es resaltar la importancia de no depender demasiado de fuentes secundarias y los beneficios de usar fuentes originales cuando sea posible. La idea de que podría ser valioso enfatizar este aspecto de la investigación me vino al encontrar repetidamente en mi trabajo de investigador situaciones como el siguiente ejemplo. Éste no es un ejemplo aislado; desafortunadamente representa una práctica que es muy frecuente en la vida académica actual. El ejemplo proviene de mi trabajo como evaluador externo para un caso de promoción y definitividad. Noté que en uno de los artículos de la candidata, al discutir los conceptos piagetianos de asimilación y acomodación, la autora no citó ninguno de los trabajos de Piaget. En vez de esto, ella se refirió a un trabajo mucho más reciente de otro autor. Me pregunté por qué ella no había usado una referencia al trabajo de Piaget. Tal vez la razón de que este no sea un caso aislado, sino que ejemplos semejantes ocurren con frecuencia, es que hay muchas presiones para los autores de resaltar lo que es reciente en el área. Cuando publicamos, tratamos de añadir algo nuevo al área, de incorporar en nuestros artículos los resultados más recientes, y queremos que nuestras listas de referencias estén actualizadas. Sin embargo, necesitamos detenernos y preguntarnos si en nuestro afán de citar trabajos recientes estamos dependiendo demasiado de los ecos y no estamos prestando suficiente atención a las voces.

¿Qué perdemos como profesión al escuchar sólo los ecos y no las voces? ¿Cuáles son algunos de los problemas de no recurrir a las fuentes originales? En este ensayo quiero discutir tres formas en las que consultar fuentes originales

puede beneficiar a la profesión. El primer beneficio es evitar los peligros de depender demasiado en fuentes secundarias. Algunos de los peligros son la repetición de errores relativos a hechos, sobresimplificar, malinterpretar, y matices y asuntos que se pierden en la traducción. El segundo beneficio es ganar una perspectiva histórica. Por ejemplo, podemos ver cómo los términos técnicos que se usan en educación matemática hoy en día están relacionados con otros términos del pasado que se refieren a asuntos semejantes. Al comprender cómo los términos son semejantes y cómo son diferentes podemos ganar una mejor comprensión de lo que los nuevos términos aportan al campo. El tercer beneficio es la oportunidad de aprender de los grandes maestros, tanto del presente como del pasado.

## Sobresimplificar

Dado que usualmente enmarcamos nuestros estudios en relación con trabajos previos en el campo, necesitamos sintetizar y resumir lo que otros han escrito. Es casi inevitable que se cuelen algunas sobresimplificaciones. Por ejemplo, dos autoras, “*de cuyo[s] nombre[s] no quiero acordarme*” (Cervantes, 1605/1979, p. 19), en su trabajo sobre resolución de problemas dicen que Polya, “*described the problem-solving process as a linear progression from one phase to the next*” [describió el proceso de resolver problemas como una progresión lineal de una fase a la siguiente]. Si leemos a Polya, sin embargo, vemos que no afirma que el proceso de resolver problema ocurre en una progresión lineal. Al contrario, él afirma “*Trying to find the solution, we may repeatedly change our point of view, or way of looking at the problem. We have to shift our position*

*again and again*". (Polya 1957, p. 5). [Al tratar de encontrar la solución, podemos cambiar repetidamente nuestro punto de vista o forma de ver el problema. Tenemos que cambiar nuestra posición una y otra vez]. Según Polya, "*Solving a problem is an extremely complex process. No description or theory of this process can exhaust its manifold aspects, any description or theory of it is bound to be incomplete, schematic, highly simplified*" (Polya, 1968, p. 145). [Resolver un problema es un proceso extremadamente complejo. Ninguna descripción o teoría puede abarcar todos sus múltiples aspectos, cualquier descripción o teoría de él está obligada a ser incompleta, esquemática, altamente simplificada].

### Una perspectiva histórica

Al seguir la pista de cómo los términos técnicos nuevos, usados por los investigadores, se relacionan con términos usados en el pasado que tratan con asuntos similares en el aprendizaje o enseñanza de las matemáticas podemos obtener un mejor sentido de cómo el campo se ha desarrollado. Joe Crosswhite, un gran practicante, valoraba la investigación en tanto que informa a la práctica. Para facilitar que la investigación informe a la práctica, Crosswhite hizo la siguiente petición, "*I ask researchers to meet us where we are. Show an awareness of what has gone before. When you bring new terms into the lexicon, tell us how they are similar to or different from the terms with which we are familiar* (Crosswhite, 1987 p. 269)" [Pido a los investigadores que se reúnan con nosotros donde estamos. Muestran una conciencia de lo que ha pasado antes. Cuando introduzcan nuevos términos al vocabulario, díganos cómo son semejantes a, o diferentes de los términos con los que estamos familiarizados].

Seguir este consejo no sólo beneficia la práctica sino también la investigación. Por ejemplo, puede ser muy iluminante para los investigadores entender las semejanzas y diferencias entre términos tales como comprensión profunda de matemáticas fundamentales *-profound understanding of fundamental mathematics-* (Ma, 1999), conocimiento pedagógico del contenido en matemáticas *-pedagogical content knowledge in mathematics-* (Shulman, 1986), y conocimiento matemático para la enseñanza *-mathematical knowledge for teaching-* (Ball, Thames, y Phelps, 2008). Al comparar y contrastar los términos nuevos con los viejos podemos desarrollar un mejor sentido de si el campo está realmente avanzando o si estamos dando vueltas en círculos, redescubriendo una y otra vez esencialmente los mismos asuntos con distintos nombres.

Seguir la pista del origen de las ideas nos puede dar también un mejor sentido de qué complejo puede ser el asunto de quién recibe el crédito por el descubrimiento de nuevas ideas. Hay muchos ejemplos en la historia de las matemáticas en los que un teorema se asocia con el nombre de un matemático que no fue el primero en enunciar o probar el teorema. En algunos casos, el teorema fue publicado por un autor pero fue ignorado por la comunidad matemática durante años e incluso décadas hasta que el teorema fue redescubierto por un matemático más conocido o más influyente. En otros casos el teorema fue diseminado dentro de la comunidad matemática cuando otro autor lo usó, y el nombre del segundo matemático quedó ligado al teorema, y no el nombre del originador. La mala atribución en matemáticas está bien documentada por Boyer (1968) donde

se reportan alrededor de 30 casos en el periodo de aproximadamente dos siglos (de la mitad del siglo diecisiete a la mitad del siglo diecinueve).

De manera similar, en educación matemática hay casos en los que la diseminación universal de conceptos no se debe al originador de los términos. Por ejemplo, gracias a Skemp, los conceptos de comprensión relacional (*relational understanding*) y comprensión instrumental (*instrumental understanding*) son ampliamente reconocidos y usados por educadores de las matemáticas en muchos países. Los términos estarán ligados al nombre de Skemp, y con razón, aunque él no inventó los términos. Skemp (1987, p. 153) atribuye el origen de los términos a Mellin-Olsen.

### **Aprender de los maestros**

El brillante matemático Abel enfatizó la importancia de estudiar a los maestros. Escribió que si uno quiere progresar en matemáticas, uno debe estudiar a los maestros y no a los alumnos (observación marginal en el cuaderno de matemáticas de Abel, citado por Ore 1974, p. 138). Una recomendación que hago a mis alumnos de doctorado, cuando están interesados en un tema, es que identifiquen a los grandes maestros en el campo que han contribuido al tema. Desde luego, enfatizo la necesidad de incluir a maestros del pasado, no sólo del presente.

Una forma de dar oportunidad a los estudiantes de tratar con ideas de los maestros es incluir lecturas de los maestros en sus cursos de doctorado. Por ejemplo, en un curso para estudiantes de educación matemática en el que los que los alumnos investigan sus propias

preguntas matemáticas (Flores, Jansen, Phelps, y Cline, 2017), se incluye el capítulo “Re-invention” de Freudenthal (1973) como una de las lecturas requeridas. Los estudiantes con frecuencia se sorprenden de qué iluminadoras y relevantes son las ideas de tales clásicos hoy en día. También se dan cuenta de que sólo porque una gran idea ha sido propuesta al campo de la educación no va a tener automáticamente un impacto sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a nivel sistémico.

Desde luego, los beneficios de identificar maestros del pasado no se restringen a los alumnos de doctorado. De tiempo en tiempo, algunas personas en el campo hacen esfuerzos para traer a las nuevas generaciones el trabajo de algunos de los gigantes sobre cuyos hombros todos estamos parados. Algunas veces es por medio de republicar algunos de sus artículos seminales en colecciones (por ejemplo, Carpenter, Dossey, y Koehler, 2004), o republicando algunas contribuciones más extensas (por ejemplo, Fawcett, 1938/1995). Otras veces es discutiendo como un todo el trabajo e impacto de algunos de los maestros (Lindquist, 1995; Noddings, 1994; Cooney, 1995).

### **Comentarios finales**

Por medio de los beneficios descritos antes he tratado de presentar el caso de que los estudiosos en el campo de educación matemática se beneficiarían de seguir el ejemplo de Machado y pararse a distinguir las voces de los ecos. Ir a las fuentes originales puede ciertamente ayudar a poner las cosas en perspectiva. Escuchar las voces es casi siempre muy iluminador e inspirador, y muchas veces una experiencia muy aleccionadora.

## Referencias

- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Boyer, C. B. (1968). *A history of mathematics*. New York, NY: Wiley.
- Cantor, M. (1880). *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* [Lecciones sobre historia de las matemáticas] (Vol. 1). Leipzig, Alemania: B. G. Teubner.
- Carpenter, T. P., Dossey, J. A., y Koehler, J. L. (Eds.) (2004). *Classics in mathematics education research*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cervantes, M. de (1979). *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*. Madrid, España: Espasa-Calpe. Publicado originalmente en 1605.
- Cooney, T. J. (1995). Kenneth B. Henderson: The development of pedagogical theory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(3), 280–281.
- Crosswhite, F. J. (1987). *Cognitive science and mathematics education: A mathematics educator's perspective*.
- En A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 265–277). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Eves, H. (1969). *An introduction to the history of mathematics* (3rd ed.). New York, NY: Holt, Rinehart and Winston.
- Fey, J. T. (1989). Pythagorean triples. En A. E. Hallerberg, J. K. Baumgart, D. E. Deal y B. R. Vogeli (Eds.), *Historical topics for the mathematics classroom* (pp. 66–68). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Fawcett, H. P. (1995). *The nature of proof*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. Publicado originalmente en 1938.
- Flores, A., Jansen, A., Phelps, C., y Cline, L. (2017). A mathematics inquiry course: Teaching mathematics in a humanistic way. En B. Gold, C. Behrens, y R. Simons (Eds.), *Using the philosophy of mathematics in teaching mathematics* (pp. 331–349). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Freudenthal, H. (1973). Re-invention. En H. Freudenthal, *Mathematics as an educational task* (pp. 109–130). Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*. New York, NY: Oxford University Press.
- Lindquist, M. M. (1995). Glenadine Gibb: A researcher for all teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 182–183.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Machado, A. (1997). *Poesías completas*. Madrid, España: Editorial Espasa-Calpe.

- Noddings, N. (1994). William Brownell and the search for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 524-525.
- Ore, O. (1974). *Niels Henrik Abel, mathematician extraordinary*. New York, NY: Chelsea
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press
- Polya, G. (1968). *Mathematics and plausible reasoning. Volume 2 Patterns of plausible inference* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press
- Reid, C. (2004). *A long way from Euclid*. Mineola, NY: Dover
- Skemp, R. R. (1987). Relational understanding and instrumental understanding. En R. R. Skemp, *The psychology of learning mathematics* (pp. 152-163). Hillsdale, NJ: Erlbaum
- Turnbull, H. W. (1961). *The great mathematicians*. New York, NY: New York University Press
- Van der Waerden, B. L. (1961). *Science awakening* (A. Dresden, Trans. 2nd ed.). Oxford, Inglaterra: Oxford University Press.