



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
BERGAKADEMIE FREIBERG

Die Ressourcenuniversität. Seit 1765.

Modellierung des Bruchverhaltens austenitischer TRIP-Stähle

Von der Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik
der Technischen Universität Bergakademie Freiberg

genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur
(Dr.-Ing.)

vorgelegt von **M. Sc. Andreas Burgold**

geboren am 25. November 1987 in Plauen

Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Meinhard Kuna, Freiberg
Prof. Dr.-Ing. habil. Reinhold Kienzler, Bremen

Tag der Verleihung: Freiberg, den 21. August 2019

Kurzfassung

Das Promotionsthema war die numerische Untersuchung des Einflusses der mechanisch induzierten martensitischen Phasenumwandlung auf das Bruchverhalten hochlegierter TRIP-Stähle. Die Analyse der Spannungsfelder vor einer abstumpfenden Risspitze hat ergeben, dass die Phasenumwandlung zu höheren rissöffnenden Spannungen führt. Außerdem wurden charakteristische Spannungsverläufe mit Wendepunkten beobachtet. Für duktilen Versagen wurde ein positiver Einfluss der Phasenumwandlung geschlossen, da die umwandlungsinduzierte Verfestigung das Porenwachstum in der Bruchprozesszone erschwert. Dies wurde an Hand mikromechanischer Simulationen der duktilen Rissausbreitung demonstriert. Im Rahmen der Theorie materieller Kräfte konnte eine abschirmende Wirkung des TRIP-Effekts auf die Risspitze nachgewiesen werden. Durch Phasenumwandlung wird Arbeit dissipiert, die nicht mehr für Rissfortschritt verfügbar ist. Die energetische Triebkraft für Risswachstum wird demzufolge reduziert. Die Rissausbreitung im TRIP-Stahl wurde mit einer Kohäsivzone modelliert. Die Parameter des Kohäsivzonenmodells charakterisieren den Bruchprozess und konnten unter Verwendung experimenteller Daten identifiziert werden. Um zukünftig die Rolle der Phasenumwandlung bei Ermüdungsrisswachstum untersuchen zu können, wurde ein Materialmodell für TRIP-Stähle unter zyklischer Beanspruchung entwickelt. Die erforderlichen Materialparameter wurden mit Hilfe der Daten aus Wechselverformungsversuchen bestimmt.

Abstract

This thesis is focused on the numerical investigation of the fracture behavior of high alloy austenitic TRIP-steels and especially on the effect of mechanically induced martensitic phase transformation. The analysis of stress fields in front of a blunting crack tip has shown that phase transformation leads to higher crack opening stresses. Additionally, characteristic courses of the stress components with inflection points were observed. A positive influence of phase transformation on ductile fracture was concluded, because transformation induced hardening retards void growth in the fracture process zone. This was demonstrated by micromechanical simulations of ductile crack extension. In order to investigate the shielding effect of phase transformation on the crack tip, the theory of material forces was applied. Mechanical work is dissipated due to the TRIP-effect, which is no longer available for crack growth. Hence, the energetic driving force for fracture is reduced. Furthermore, crack extension is modeled with a cohesive zone. The parameters of the cohesive zone model, which characterize the fracture process, are identified based on experimental data. In future work the role of phase transformation during fatigue crack growth should be studied. Therefore, a material model for TRIP-steels under cyclic loading was developed. The associated material parameters were estimated based on the results of cyclic deformation experiments.

Danksagung

Die Promotionsschrift ist das Ergebnis meiner Tätigkeit am Institut für Mechanik und Fluidodynamik der TU Bergakademie Freiberg im Zeitraum von Januar 2013 bis April 2019. Die zu Grunde liegende Forschung wurde dabei durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft finanziert und erfolgte innerhalb des Teilprojekts C5 (Werkstoffmechanische Modellierung des Verformungs- und Versagensverhaltens von partikelverstärkten Verbundwerkstoffen aus ZrO_2 und TRIP-Stahl) des Sonderforschungsbereichs 799 „TRIP-Matrix-Composite“.

Ich bin mir bewusst, dass die Dissertation nicht ohne die vielfältige Unterstützung entstanden wäre, die ich im Laufe der Zeit erhalten habe. Deshalb sind einige Worte des Dankes angemessen.

In erster Linie möchte ich mich bei Prof. Meinhard Kuna bedanken. Er hat mir die Chance gegeben, auf dem Gebiet der Bruchmechanik wissenschaftlich tätig zu sein. Er hat diese Arbeit als mein Doktorvater betreut und mich mit Geduld und Rat durch die Doktorandenzeit begleitet.

Tiefe Dankbarkeit empfinde ich gegenüber sämtlichen Mitarbeitern des Instituts für Mechanik und Fluidodynamik, die für ein kollegiales Arbeitsklima und sehr gute Arbeitsbedingungen gesorgt haben. In besonderem Maße möchte ich mich bei Andreas Seupel, Dr. Stefan Prüger, Dr. Stephan Roth, Dr. Michael Budnitzki und Dr. Geralf Hütter für die gelungene Zusammenarbeit und die wertvollen Diskussionen bedanken.

Den Kollegen aus dem Sonderforschungsbereich 799 möchte ich ebenfalls meinen Dank für die angenehme interdisziplinäre Zusammenarbeit ausdrücken. Dabei sind Matthias Droste, Dr. Sebastian Henkel, Carl Wolf, Ralf Eckner, Michael Hauser und Dr. Marco Wendler hervorzuheben, die viel Arbeit in die von mir benötigten Experimente investiert und mich bei der Materialbeschaffung unterstützt haben.

Bedanken möchte ich mich auch bei Prof. Reinhold Kienzler für sein Interesse an meiner Dissertation und die Übernahme des Zweitgutachtens. Den Mitgliedern der Promotionskommission, Prof. Horst Biermann, Prof. Björn Kiefer und Prof. Matthias Kröger, bin ich ebenfalls zu Dank verpflichtet.

Ganz wesentlich haben auch meine Familie und meine Freunde durch ihre Unterstützung zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Dabei möchte ich Volker Göhler hervorheben, der das Manuskript gegengelesen hat. Zu guter Letzt möchte ich mich bei meiner Lebensgefährtin Ricarda für ihre Liebe und ihre grenzenlose Unterstützung bedanken.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	7
Abbildungsverzeichnis	11
Tabellenverzeichnis	13
Nomenklatur	15
1 Einleitung	19
1.1 Einführung in die TRIP-Stähle	19
1.2 Stand der Forschung	24
1.3 Motivation und Inhalt der Dissertation	27
2 TRIP-Stahl-Modell nach Prüger	31
2.1 Kinematik und hypoelastische Formulierung	31
2.2 Homogenisierte viskoplastische Antwort	32
2.3 Martensitentwicklung	33
2.4 Verwendete Materialparameter	35
2.5 Formulierung der Freien Energie für kleine Deformationen	35
3 Rissspitzenfelder und der Einfluss der Phasenumwandlung	39
3.1 Randwertproblem für Kleinbereichsfließen	39
3.2 Die stationäre Lösung	40
3.3 Zur Ratenabhängigkeit	41
3.4 Numerisches Modell	42
3.5 Ergebnisse für ein idealisiertes TRIP-Material	43
3.5.1 Gestalt der Umwandlungszone	44
3.5.2 Spannungen vor der Rissspitze	44
3.5.3 Der Einfluss der Phasenumwandlung	45
3.5.4 Fazit	48
3.5.5 Die Rolle der Verfestigung	48
3.6 Ergebnisse für realistisch verfestigendes TRIP-Material	49
3.6.1 Spannungen vor der abstumpfenden Rissspitze	50
3.6.2 Einfluss der martensitischen Phasenumwandlung	51
3.6.3 Fazit	52
4 Modellvorstellungen zur Zähigkeitssteigerung durch den TRIP-Effekt	53
4.1 Bisherige Erkenntnisse und Diskussion	53
4.1.1 Versagen durch Spaltbruch	53
4.1.2 Versagen durch duktilen Bruch	54
4.2 Thesen zur Zähigkeitssteigerung durch martensitische Phasenumwandlung	54

4.3	Exkurs: Mikromechanische Simulation der duktilen Rissausbreitung . . .	55
4.3.1	Vereinfachtes mikromechanisches Modell	56
4.3.2	Ergebnisse	57
5	Materielle Kräfte unter Berücksichtigung der Phasenumwandlung	61
5.1	Einführung in die Theorie materieller Kräfte	61
5.2	Materielle Kräfte bei inelastischem Materialverhalten	64
5.3	Lokales und globales Gleichgewicht materieller Kräfte	65
5.3.1	Annahmen für dieses Kapitel	65
5.3.2	Divergenz des Energie-Impuls-Tensors der Elastostatik	66
5.3.3	Lokale Gleichgewichtsbedingung	66
5.3.4	Spezieller materieller Volumenkraftvektor für das TRIP-Stahl-Modell	67
5.3.5	Globales Gleichgewicht materieller Kräfte	67
5.3.6	Die materielle Kraft \mathbf{G}_{tip} und ihre Bedeutung	69
5.4	Numerische Berechnung materieller Kräfte im Rahmen der FEM	70
5.4.1	Äquivalentes Gebietsintegral	70
5.4.2	FE-Approximation	72
5.4.3	Vergleich der verwendeten Formulierung mit der Literatur	74
5.4.4	Hinweise zur Implementierung	74
5.5	Numerische Beispiele	75
5.5.1	Kerbzugversuch	75
5.5.2	Rissausbreitung unter Kleinbereichsfließen	78
5.6	Abschließende Bemerkungen	82
5.7	Fazit	84
6	Simulation der Rissausbreitung in TRIP-Stahl mit Hilfe eines Kohäsivzonenmodells	87
6.1	Ausgangssituation	87
6.2	Werkstoffe und experimentelle Methoden	88
6.3	Numerisches Modell	91
6.3.1	Kohäsivzonenmodell	91
6.3.2	Simulation der Rissausbreitung	93
6.3.3	Parameterstudie	94
6.3.4	Hinweise zur Parameteridentifikation	96
6.4	Ergebnisse für den austenitischen Stahl	97
6.5	Ergebnisse für den TRIP-Stahl	102
6.6	Übertragbarkeit der Kohäsivzonenparameter	104
6.7	Fazit	104
7	Modellierung des Deformationsverhaltens der TRIP-Stähle unter zyklischer Beanspruchung	107
7.1	Werkstoff und experimentelle Ergebnisse	107
7.2	Anforderungen an das Materialmodell	110
7.3	Materialmodell für zyklische Beanspruchung	110
7.3.1	Kinematik und hypoelastische Formulierung	110
7.3.2	Interne Variablen	111
7.3.3	Plastisches Fließen	111

7.3.4	Phasenumwandlung	112
7.3.5	Kuhn-Karush-Tucker- und Konsistenzbedingungen	113
7.3.6	Dissipation	113
7.3.7	Verfestigungsregeln	114
7.4	Numerische Lösung der Materialgleichungen	115
7.4.1	Zeitliche Diskretisierung der konstitutiven Gleichungen	115
7.4.2	Numerische Integration der Materialgleichungen	116
7.5	Beispiel einer Parameterbestimmung anhand experimenteller Daten . .	118
7.6	Bewertung der Ergebnisse und Diskussion	122
8	Zusammenfassung	127
	Literatur	129

Abbildungsverzeichnis

1.1	Verschiedene Arten martensitischer Phasenumwandlung	20
1.2	Experimentelle Daten aus dem Zugversuch	22
1.3	Experimentelle Daten aus dem Wechselverformungsversuch	23
3.1	Boundary-Layer-Modell	40
3.2	Boundary-Layer-Modell mit plastischer Zone und Umwandlungszone . .	40
3.3	Selbstähnlichkeit der Felder vor der Rissspitze	41
3.4	Zeitlicher Verlauf des Spannungsintensitätsfaktors	42
3.5	Vernetzung des Boundary-Layers und der Rissspitze	43
3.6	Spannungs-Dehnungs-Kurve des idealisierten TRIP-Stahls	43
3.7	Plastische Zone und Umwandlungszone an der Rissspitze	44
3.8	Rissspitzenfelder im idealisierten TRIP-Stahl	45
3.9	Spannungs-Dehnungs-Kurven der verschiedenen betrachteten Modellmaterialien	46
3.10	Vergleich der Rissspitzenfelder: Spannung und Martensitvolumenanteil	47
3.11	Vergleich der Rissspitzenfelder: Mehrachsigkeit und Vergleichsdehnung .	48
3.12	Spannungs-Dehnungs-Kurven mit steigender Verfestigung	49
3.13	Einfluss der Verfestigung auf die Rissspitzenfelder	49
3.14	Spannungs-Dehnungs-Kurve der TRIP-Stahls und eines hypothetischen stabilen Austenits	50
3.15	Vergleich der Rissspitzenfelder zwischen TRIP-Stahl und stabilem Austenit: Spannungen und Martensitvolumenanteil	51
3.16	Vergleich der Rissspitzenfelder zwischen TRIP-Stahl und stabilem Austenit: Mehrachsigkeit und Vergleichsdehnung	51
4.1	Verschiedene Skalen und zähigkeitssteigernde Effekte	55
4.2	Boundary-Layer-Modell mit diskret aufgelösten Poren	56
4.3	Vernetzung der diskret aufgelösten Poren	58
4.4	Darstellung des duktilen Rissfortschrittsmechanismus	59
4.5	Vergleich der Risswiderstandskurven	60
4.6	Konturplot der Martensitvolumenanteils an der Rissspitze	60
5.1	Virtuelle Verrückung von Defekten	62
5.2	Materielle Kräfte bei inelastischem Materialverhalten	64
5.3	Integrationskonturen und reguläre (Teil-) Gebiete beim homogenen Körper mit Riss	68
5.4	Materielle Kräfte am Modus-I-Riss	70
5.5	Integrationskonturen für das äquivalente Gebietsintegral	71
5.6	Kerbzugversuch	75
5.7	Materielle Kräfte beim elastischen Kerbzugversuch	76
5.8	Materielle Kräfte beim Kerbzugversuch	77

5.9	Boundary-Layer-Modell mit Kohäsivzone	78
5.10	Vernetzung im Bereich der Rissausbreitung	79
5.11	Materielle Kräfte an der Rissspitze	80
5.12	Summierte materielle Kräfte bei Rissausbreitung	80
5.13	Demonstration der Wegunabhängigkeit	82
6.1	Bild der deformierten CT-Probe	88
6.2	Fließkurven der verwendeten Gussstähle	89
6.3	Geometrie der CT-Probe mit Chevron Kerb	90
6.4	Bild der Rissspitze und Definition von CTOD und CTOA	90
6.5	Verwendetes exponentielles Spannungs-Separations-Gesetz	92
6.6	FE-Modell der CT Probe	93
6.7	Bestimmung von CTOD und Rissausbreitung aus der Simulation	94
6.8	Variation der Parameter der Spannungs-Separations-Beziehung	95
6.9	Variation der Kohäsivfestigkeit	95
6.10	Variation der Separationsarbeit	96
6.11	Variation der Formparameter	97
6.12	Experimentelle Ergebnisse: Risswiderstandskurven und Kraft-Verschiebungs-Kurven	98
6.13	Experimentelle Daten CTOA	98
6.14	Vergleich mit Simulation: Risswiderstandskurven und Kraft-Verschiebungs-Kurven	99
6.15	Vergleich des CTOA und der Risslänge über der Verschiebung	100
6.16	Vergleich der Querverschiebung	101
6.17	Vergleich der Rissfront	102
6.18	Experimentelle und numerische Ergebnisse für TRIP-Stahl	103
6.19	Experimentelle und numerische Ergebnisse des CTOA für TRIP-Stahl .	103
7.1	Experimentelle Daten: Wechselverformungskurven	109
7.2	Experimentelle Daten: Mittelspannung	109
7.3	Skizze der Fließ- und Umwandlungsfläche	115
7.4	Fit der Umwandlungsbarriere	120
7.5	Fit der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen vor Einsetzen der Phasenumwandlung	121
7.6	Fit der Wechselverformungskurven	122
7.7	Voraussage von Laststeigerungsversuchen	124
7.8	Vergleich der Mittelspannung	124
7.9	Vergleich weiterer Hysteresen	125

Tabellenverzeichnis

1.1	Chemische Zusammensetzung eines hochlegierten CrMnNi-TRIP-Stahls	21
2.1	Übersicht der verwendeten Materialparameter	37
3.1	Übersicht verschiedener betrachteter Modellmaterialien	46
6.1	Chemische Zusammensetzung der betrachteten Stähle	88
6.2	Identifizierter Satz von Kohäsivzonenparametern für austenitischen Stahl	99
6.3	Vergleich mit Bruchzähigkeitswerten aus der Literatur	102
6.4	Identifizierter Satz von Kohäsivzonenparametern für TRIP-Stahl	104
7.1	Chemische Zusammensetzung des verwendeten TRIP-Stahls	108
7.2	Lastkollektiv des Laststeigerungsversuchs	108
7.3	Identifizierte Materialparameter	123

Nomenklatur

Abkürzungen

Abb.	Abbildung
Aust.	Austenit
aust. Stahl	austenitischer Stahl
CT-Probe	Kompakt-Zugprobe (CT: compact tension)
CTOA	Rissspitzenöffnungswinkel (crack tip opening angle)
CTOD	Rissspitzenöffnungsverschiebung (crack tip opening displacement)
CZM	Kohäsivzonenmodell (cohesive zone model)
EDI	Äquivalentes Gebietsintegral (equivalent domain integral)
EVZ	ebener Verzerrungszustand
Exp.	Experiment
FEM	Finite-Element-Methode
gem.	gemittelt
Gl.	Gleichung
konst.	konstant
LCF	niederzyklische Ermüdung (low cycle fatigue)
LGS	lineares Gleichungssystem
LSY	Großbereichsfließen (large scale yielding)
SFB	Sonderforschungsbereich
Sim.	Simulation
SSB	Spannungs-Separations-Beziehung
SSY	Kleinbereichsfließen (small scale yielding)
Tab.	Tabelle
TRIP	transformation induced plasticity
Vers.	Versuch

Tensoroperationen

\mathbf{A}^T	transponierter Tensor zu einem Tensor 2. Stufe
\mathbf{A}^{-1}	inverser Tensor zu einem Tensor 2. Stufe
$\det(\mathbf{A})$	Determinante eines Tensors 2. Stufe
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Spur eines Tensors 2. Stufe, $\text{tr}(\mathbf{A}) = A_{ii}$
$\text{dev}(\mathbf{A})$	Deviator eines Tensors 2. Stufe, $\text{dev}(\mathbf{A}) = \mathbf{A} - \frac{1}{3}\text{tr}(\mathbf{A})\boldsymbol{\delta}$
$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	dyadisches Produkt, $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = a_i b_j \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$	Skalarprodukt, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_{ij} B_{jk} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_k$
$\mathbf{A} : \mathbf{B}$	doppeltes Skalarprodukt, $\mathbf{A} : \mathbf{B} = A_{ij} B_{ij}$
$\text{grad } \mathbf{A}$	Gradient eines Tensors, $\text{grad } \mathbf{A} = A_{ij,k} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k$
$\text{div } \mathbf{A}$	Divergenz eines Tensors, $\text{div } \mathbf{A} = A_{ij,j} \mathbf{e}_i$

Häufig verwendete Symbole

$\mathbf{0}$	Nullvektor
Δa	Länge der Rissausbreitung
A_r	reguläres Gebiet oder Teilgebiet eines Körpers
B_a	Verfestigungsparameter des Austenits
\mathbf{b}	Backstrain
\mathbf{B}	Backstress, Rückspannungstensor
${}_4\mathbf{C}$	Elastizitätstensor (Tensor 4. Stufe)
D	Schädigungsvariable
D_{krit}	kritischer Wert der Schädigungsvariable
\mathbf{d}	Deformationsratentensor
\mathbf{d}_{el}	elastischer Anteil der Deformationsrate
\mathbf{d}_{tr}	durch Phasenumwandlung induzierter Anteil der Deformationsrate
\mathbf{d}_{vp}	viskoplastischer Anteil der Deformationsrate
E	Elastizitätsmodul, E-Modul
\mathbf{e}_i	Basisvektoren für Indexnotation
F	Kraft
\mathbf{F}	Deformationsgradient
$\Delta g_{a \rightarrow m}$	chemischer Anteil der energetischen Triebkraft für Phasenumwandlung
G	Schubmodul
G_0	Separationsarbeit (CZM)
\mathbf{g}	Vektor der materiellen Volumenkräfte
\mathbf{g}_ψ	spezieller Vektor der materiellen Volumenkräfte für den TRIP-Stahl
\mathbf{G}	aus inelastischer Deformation resultierende materielle Kraft (Vektor)
\mathbf{G}_D	auf einen Defekt wirkende materielle Kraft (Vektor)
\mathbf{G}_{tip}	materielle Kraft an der Risspitze (Vektor)
$\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)}$	Beitrag des Knotens (K) zur materiellen Kraft an der Risspitze
\mathbf{G}_{tr}	aus Phasenumwandlung resultierende materielle Kraft (Vektor)
$\mathbf{G}_{\text{tr}}^{(K)}$	Beitrag des Knotens (K) zur materiellen Kraft \mathbf{G}_{tr}
\mathbf{G}_{vp}	aus viskoplastischer Deformation resultierende materielle Kraft (Vektor)
$\mathbf{G}_{\text{vp}}^{(K)}$	Beitrag des Knotens (K) zur materiellen Kraft \mathbf{G}_{vp}
h	Spannungsmehrsichtigkeit
I_1	erste Invariante des Spannungstensors
J	J-Integral
J_1^{SSY}	im Boundary-Layer gegebenes J-Integral (SSY, nur Kapitel 5)
\mathbf{J}	vektorielles J-Integral
$\mathbf{J}^{(K)}$	Beitrag des Knotens (K) zum vektoriellen J-Integral
K	Kompressionsmodul
K_I	Spannungsintensitätsfaktor für den Modus I Riss
$\delta \mathbf{l}_D$	Vektor der virtuellen Verrückung eines Defekts
M	Betrag der deviatorischen Umwandlungsverzerrungen (bei $z = 1$)
M_d	Martensit-Start-Temperatur für verformungsinduzierte Phasenumwandlung
M_f	Martensit-Finish-Temperatur für Abkühlmartensit
M_s	Martensit-Start-Temperatur für Abkühlmartensit
M_s^σ	Martensit-Start-Temperatur für spannungsinduzierte Phasenumwandlung
N	Anzahl der Zyklen bei zyklischer Beanspruchung
$N^{(a)}$ $N^{(e)}$	Formfunktion innerhalb des Elements (e) zugehörig zum Knoten (a)

\mathbf{n}	Normalenvektor
\mathbf{N}	Normalenrichtungstensor der Umwandlungsfläche
$\tilde{\mathbf{N}}$	Normalenrichtungstensor der Fließfläche
p	Bezeichnung der Umwandlungsfläche
q	skalare Testfunktion beim Äquivalenten Gebietsintegral
$q^{(K)}$	diskreter Wert der Testfunktion q am Knoten (K)
\mathbf{Q}	Energie-Impuls-Tensor der Elastostatik nach Eshelby
r_{pl}	Radius bzw. charakteristische Größe der plastischen Zone
R	isotrope Verfestigung
R_{BL}	Radius des Boundary-Layer-Modells
s	Separation (CZM)
s^{tip}	Separation der initialen Rissspitze
s_0	Separation bei Erreichen der Kohäsivfestigkeit t_0
s_t	Separation bei totaler Schädigung
\mathbf{s}	Spannungsdeviator
\mathbf{s}^{pred}	Deviator der Prädiktorspannung
t	Kohäsivspannung (Kapitel 5 und 6), ansonsten Zeit
t_0	Kohäsivfestigkeit
\bar{T}	Umwandlungsbarriere für Phasenumwandlung
u	Verschiebung
\mathbf{u}	Verschiebungsvektor
X_0	Porenabstand in der Ausgangskonfiguration
X_1	Abstand zur Rissspitze im Ligament (Ausgangskonfiguration)
y	Bezeichnung der Fließfläche
z	Martensitvolumenanteil
Γ, Γ_0	Integrationswege für das J-Integral bzw. für die materiellen Kräfte
Γ_0^{SSB}	normierte Separationsarbeit (CZM bzw. SSB in Kapitel 6)
Γ_ω	Integrationsweg um die Rissspitze mit Radius ω
δ	Rissspitzenöffnungsverschiebung CTOD
δ_{ij}	Kronecker Symbol, $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$ und $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$
Δ_V	Betrag der volumetrischen Umwandlungsdehnung (bei $z = 1$)
$\boldsymbol{\delta}$	Einheitstensor 2. Stufe, $\boldsymbol{\delta} = \delta_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
$\Delta\varepsilon$	Schwingbreite der Dehnung bei zyklischer Beanspruchung
ϵ	wahre bzw. logarithmische Dehnung
$\hat{\epsilon}$	Form-Parameter des CZM in Kapitel 6
ε	Dehnung bei einachsiger zyklischer Belastung
$\varepsilon_{\text{tech}}$	technische Dehnung
$\epsilon_{\text{vp,a}}^{\text{eq}}$	viskoplastische Vergleichsdehnung im Austenit
$\boldsymbol{\epsilon}$	logarithmischer Verzerrungstensor
$\boldsymbol{\varepsilon}$	infinitesimaler Verzerrungstensor
$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}}$	elastischer Anteil des infinitesimalen Verzerrungstensors
$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{pl}}$	plastischer Anteil des infinitesimalen Verzerrungstensors
$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}$	durch Phasenumwandlung induzierter Anteil der Verzerrung
$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}}$	viskoplastischer Anteil des infinitesimalen Verzerrungstensors
$\dot{\lambda}, \Delta\lambda$	plastischer Multiplikator der Fließfläche
λ	normierte Separation des CZM (Kapitel 6)
$\dot{\mu}, \Delta\mu$	plastischer Multiplikator der Umwandlungsfläche

ν	Querkontraktionszahl
δII	virtuelle Änderung der Gesamtenergie
$\Delta\sigma$	Schwingbreite der Spannung bei zyklischer Beanspruchung
σ	wahre Spannung bzw. Spannung bei einachsiger zyklischer Belastung
σ_0	Anfangsfließspannung des Werkstoffs
σ_{eq}	von-Mises-Vergleichsspannung
σ_{m}	Mittelspannung bei einachsiger zyklischer Belastung
σ_{tech}	technische Spannung
σ_{11}	rissparallele Cauchy-Spannungskomponente im Ligament
σ_{22}	rissöffnende Cauchy-Spannungskomponente im Ligament
$\tilde{\sigma}_{\text{eq}}$	effektive von-Mises-Vergleichsspannung
$\boldsymbol{\sigma}$	Cauchy-Spannungstensor
$\boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}$	Tensor der Prädiktorspannung
τ	normierte Kohäsivspannung
τ^{eq}	von-Mises-Vergleichsspannung des Kirchhoff-Spannungstensors
τ_{a}^0	Anfangsfließspannung des Austenits (Modell aus Kapitel 2)
$\boldsymbol{\tau}$	Kirchhoff-Spannungstensor
ψ	Freie Energie nach Helmholtz
Ψ	Risspitzenöffnungswinkel CTOA
$\hat{\omega}$	Form-Parameter des CZM in Kapitel 6
ω	Radius des Integrationswegs Γ_{ω} um die Risspitze

1 Einleitung

Diese Dissertation entstand im Zuge der Forschungsaktivitäten des Sonderforschungsbereichs 799 „TRIP-Matrix-Composite“ (SFB 799), der von 2008 bis 2020 an der Technischen Universität Bergakademie Freiberg durchgeführt wird. Das Großforschungsprojekt hat es sich zum Ziel gesetzt, neuartige und innovative Verbundwerkstoffe auf Stahl-Keramik-Basis wissenschaftlich zu untersuchen. Das Alleinstellungsmerkmal besteht darin, dass je nach gewähltem Werkstoffkonzept der Stahl (TRIP-Stahl) oder auch die eingesetzte Keramik (z. B. teilstabilisierte ZrO_2 -Keramik) mechanisch induzierte Phasenumwandlung im festen Aggregatzustand aufweisen. Dies führt zu besonderen mechanischen Eigenschaften der Komponenten Stahl und Keramik und trägt zum mechanischen Verhalten der resultierenden Verbundwerkstoffe bei.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich die Komponente TRIP-Stahl betrachtet. Auf die Keramik-Komponente und auf die Verbundwerkstoffe wird nicht eingegangen. Der Fokus liegt auf Fragen zum Bruchverhalten der TRIP-Stähle, zur Rolle der Phasenumwandlung beim Bruchprozess und wie Risse und Rissfortschritt in den hochgradig duktilen Stählen simuliert werden können. Im Hinblick auf das Verhalten von Bauteilen und Rissen unter zyklischer Beanspruchung werden auch erste Ansätze zur Simulation des zyklischen Materialverhaltens von TRIP-Stählen erarbeitet.

Die TRIP-Stähle, der TRIP-Effekt und die martensitische Phasenumwandlung werden im folgenden Abschnitt 1.1 eingeführt, um dem Leser ein grundlegendes Verständnis dieser Werkstoffe zu ermöglichen. Abschnitt 1.2 beinhaltet einen Literaturüberblick, aus dem sich im Wesentlichen die Motivation und Zielstellung dieser Arbeit ergibt, die im Abschnitt 1.3 zusammen mit der inhaltlichen Struktur dieses Dokuments dargelegt wird.

1.1 Einführung in die TRIP-Stähle

Martensitische Phasenumwandlung und TRIP-Effekt

TRIP-Stähle zeichnen sich durch eine mechanisch induzierte martensitische Phasenumwandlung aus. Bei einer Phasenumwandlung kommt es zum Übergang von einer energetisch ungünstigeren zu einer energetisch günstigeren Phase. Im Festkörper unterscheiden sich die Phasen z. B. in ihrer Kristallstruktur oder chemischen Zusammensetzung. Die entsprechende Energiedifferenz zwischen beiden Zuständen stellt die chemische Triebkraft dar. Phasenumwandlung findet statt, wenn die Triebkraft ausreichend groß ist, um eine Energiebarriere zu überwinden. Die Energiebarriere resultiert aus der Arbeit, die verrichtet werden muss, um die neue Phase zu bilden (Bewegung der Atome in neue Gleichgewichtsgitterpositionen, elastische oder plastische Anpassungsdeformation der umgebenden Matrix, Bildung von Grenzflächen [60]).

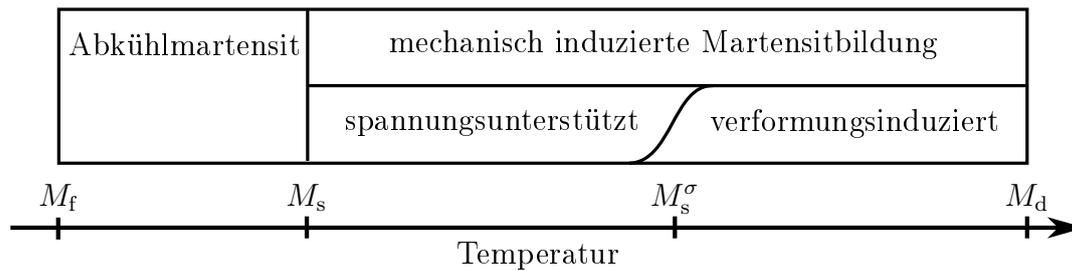


Abb. 1.1: Schematische Darstellung der Arten der martensitischen Phasenumwandlung, Hinweis: Kein Anspruch auf Vollständigkeit, es gibt weitere Einteilungsmöglichkeiten

Eine martensitische Umwandlung ist eine diffusionslose spontane Phasenumwandlung [z. B. 33, S. 416 ff.] in der zusammenhängende Gitterbereiche eine neue Kristallstruktur annehmen. Man spricht oft vom Umklappen oder Umgittern dieser Bereiche. Im TRIP-Stahl findet diese Umwandlung vom kubisch-flächenzentrierten Austenit (γ) zum tetragonal- oder kubisch-raumzentrierten Martensit (α') statt. Die Änderung der Kristallstruktur ist gestalt- und volumenändernd und so mit zusätzlichen inelastischen Deformationen verbunden. Aus diesen umwandlungsbedingten inelastischen Deformationen entspringt die Abkürzung TRIP: TRansformation Induced Plasticity und der zugehörige TRIP-Effekt. Üblicherweise übt diese Phasenumwandlung einen festigkeitssteigernden Einfluss aus, der unter anderem von der Bildung des Martensits als festere und härtere Phase (im Vergleich zu Austenit) herrührt.

Abkühlmartensit

Die geläufigste Art, Martensit zu bilden, ist die rasche Abkühlung des Austenits. Diese Abkühlung muss schnell genug erfolgen, um Diffusionsprozesse zu verhindern, die sonst zur Bildung anderer Phasen oder Ausscheidungen führen würden. Bei Abkühlung unter die Martensit-Start-Temperatur (M_s) reicht die chemische Triebkraft aus, um die Energiebarriere zu überwinden und Martensit zu bilden. Definitionsgemäß wird bei Abkühlung auf die Temperatur M_s 1% Martensitvolumenanteil gebildet. Um 99% Volumenanteil zu erhalten, ist auf die Martensit-Finish-Temperatur M_f abzukühlen.

Mechanisch induzierte Martensitbildung

In TRIP-Stählen liegt der Austenit bei der Verformungstemperatur stabilisiert vor (meist Raumtemperatur). Martensit stellt zwar einen energetisch günstigeren Zustand dar, die chemische Triebkraft allein reicht jedoch nicht aus, um die Energiebarriere zu überwinden (Temperatur: $T > M_s$). Führt man ausreichend Energie in Form von mechanischer Arbeit (Verformungsarbeit) zu, wird die Barriere überwunden und Phasenumwandlung findet statt. Man spricht von mechanisch induzierter martensitischer Phasenumwandlung [90].

Weiterhin kann man unterscheiden, ob beim Aufwenden der mechanischen Arbeit der Körper elastisch oder elastoplastisch deformiert wird. Im ersten Fall wird die Umwandlung als spannungsinduziert oder spannungsassistiert, im zweiten Fall als verformungsinduziert bezeichnet. Die in der vorliegenden Arbeit betrachteten Stähle weisen verformungsinduzierte Phasenumwandlung auf. Spannungsassistierte Umwandlung findet im Temperaturintervall $M_s < T \lesssim M_s^\sigma$ und verformungsinduzierte Umwand-

lung im Temperaturintervall $M_s^\sigma \lesssim T < M_d$ statt (siehe dazu auch Abb. 1.1). M_s^σ ist die Start-Temperatur für spannungsinduzierte Phasenumwandlung und M_d ist die Start-Temperatur für deformationsinduzierte Umwandlung. Oberhalb von M_d kann kein Martensit mehr gebildet werden [87].

Keimbildung

Martensitische Phasenumwandlungen benötigen Keimstellen, von denen ausgehend Gitterbereiche umgewandelt werden. Als Keimstellen dienen beispielsweise Gitterbereiche, die bereits durch Gitterdefekte gestört sind, sodass die Umwandlung in eine andere Kristallstruktur erleichtert wird [58]. Im Fall der athermischen und spannungsunterstützten Umwandlung liegen diese Keimstellen im Ausgangszustand vor. Im deformationsinduzierten Fall werden weitere Keimstellen im Zuge plastischer Deformation (insbesondere Partialversetzungsgleiten, Bewegung von Stapelfehlern) erzeugt [87].

Arten von TRIP-Stählen

Die Stabilisierung der austenitischen Phase bei Raumtemperatur erfolgt durch das Legierungs- und Herstellungskonzept des TRIP-Stahls. Dabei kann man zwischen hoch- und niedriglegierten TRIP-Stählen unterscheiden.

Zu den hochlegierten Varianten gehören etablierte CrNi-Stähle (z. B. X5CrNi18-10 oder X10CrNi18-8), hochmanganhaltige Stähle (15-20 Ma.-% Mn) [siehe z. B. 25, 34] und die im SFB 799 entwickelten CrMnNi-Stähle (z. B. 16 Ma.-% Cr, 6-7 Ma.-% Mn, 3-9 Ma.-% Ni [50, 51]). Der Austenit wird durch die Legierungselemente Mn und Ni stabilisiert. Derartige TRIP-Stähle weisen im unverformten Zustand einen hohen Volumenanteil an Austenit bis hin zu einer vollaustenitischen Mikrostruktur auf.

Die niedriglegierten Varianten (auch Mehrphasen- oder Restaustenitstähle genannt [siehe z. B. 48, 103]) werden speziell wärmebehandelt, um einen kohlenstoffreichen Restaustenit zu erzeugen. Der ausreichend hohe Kohlenstoffgehalt stabilisiert den Austenit ebenfalls bei Raumtemperatur. Das Ausgangsgefüge dieser Stähle weist einen Volumenanteil von 5 bis 20% Restaustenit sowie große Mengen Ferrit und Bainit auf.

Zum betrachteten CrMnNi-TRIP-Stahlguss

Nach der bisherigen allgemein gehaltenen Einführung der TRIP-Stähle wird nun die in dieser Arbeit betrachtete Werkstoffgruppe vorgestellt. Es handelt sich um hochlegierte CrMnNi-TRIP-Stähle mit geringem Gehalt an Kohlenstoff und Stickstoff, die im unverformten Zustand eine vollaustenitische Mikrostruktur aufweisen. Eine Guss-Variante dieser Werkstoffe wurde ausgiebig in der Dissertation von Wolf [121] mechanisch charakterisiert. Die chemische Zusammensetzung ist Tab. 1.1 zu entnehmen.

Tab. 1.1: Chemische Zusammensetzung des hochlegierten CrMnNi-TRIP-Stahls in Ma.-% nach Wolf [121, S. 58]

Fe	C	Cr	Mn	Ni	Si	P	S	Al	N
Rest	0,03	15,5	6,1	6,1	0,9	0,008	0,005	0,14	0,03

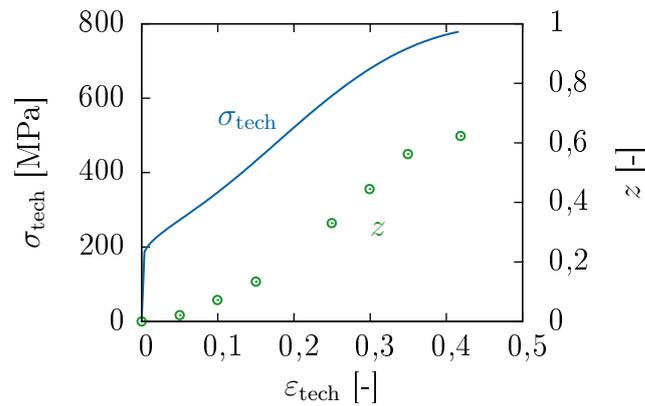


Abb. 1.2: Gemittelte Ergebnisse aus Zugversuchen: technische Spannung σ_{tech} und Martensitvolumenanteil z über der technischen Dehnung ϵ_{tech} nach [94, S. 9]

Abb. 1.2 zeigt gemittelte technische Spannungs-Dehnungs-Kurven und die Entwicklung des Martensitvolumenanteils z aus Zugversuchen [94]. Der Stahl hat eine vergleichsweise geringe Anfangsfließspannung (≈ 180 MPa), ein hohes Verfestigungsvermögen und eine für Gusswerkstoffe sehr große Bruchdehnung¹. Die Spannungs-Dehnungs-Kurve weist einen sichtbaren S-Schlag auf, der durch die mechanisch induzierte Phasenumwandlung hervorgerufen wird.

In der Promotionsschrift von Martin [66] wurden die inelastischen Deformationsmechanismen des Stahls untersucht. Während der Verformung bei Raumtemperatur werden im Wesentlichen zwei Mechanismen festgestellt: Versetzungsgleiten und verformungsinduzierte Martensitbildung. Mit fortschreitender Deformation wird folgender Ablauf beobachtet [66, S. 127 ff.] [67, 68]:

1. Versetzungen gleiten und spalten sich in Partialversetzungen² auf; diese gleiten ebenfalls.
2. Partialversetzungen ordnen sich in Deformationsbändern an; diese stellen Bereiche konzentrierter plastischer Deformation dar.
3. Es werden weitere Deformationsbänder gebildet, die sich auch mit bestehenden Bändern kreuzen.
4. In den Bändern und insbesondere in den Kreuzungsbereichen ist das Austenitgitter stark gestört; es handelt sich um verformungsinduzierte Keimstellen für die Phasenumwandlung.
5. An diesen Keimstellen wird Martensit gebildet.
6. Die martensitischen Bereiche behindern weitere Partialversetzungsbewegung im Deformationsband, es muss in die Breite wachsen, um weiterhin Versetzungsbewegung zu ermöglichen, oder neue Deformationsbänder müssen sich bilden.
7. Das Volumen an Deformationsbändern nimmt zu und somit entstehen mehr Keimstellen für Phasenumwandlung, an denen schließlich Martensit gebildet wird.

¹Die Bruchdehnung ist in Abb. 1.2 nicht direkt zu sehen, weil die Mittelung nur im Bereich der Gleichmaßdehnung vollzogen wurde.

²Für eine Erklärung der Partialversetzungen siehe z. B. [33, S. 254 ff.]

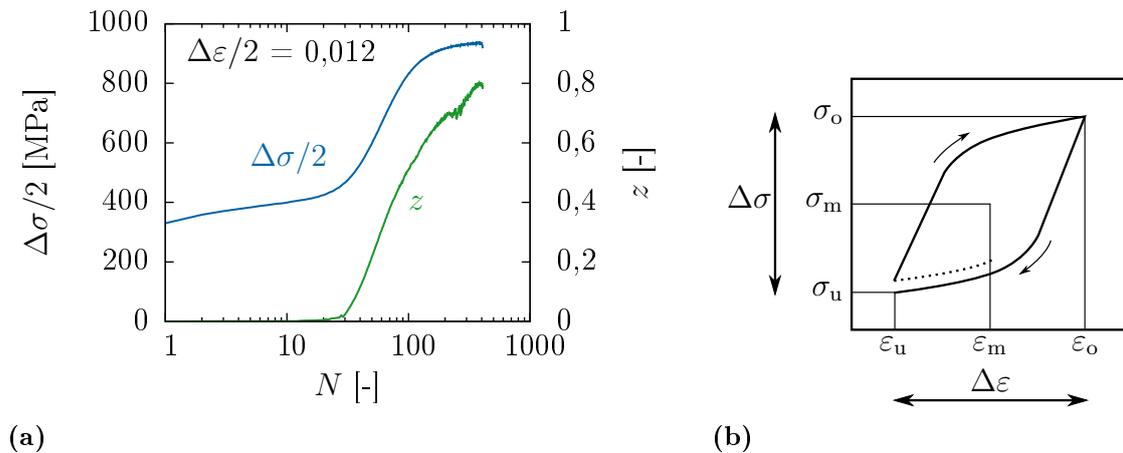


Abb. 1.3: (a) Ergebnisse eines zyklischen Wechselverformungsexperiments mit vorgegebener Dehnungsamplitude $\Delta\varepsilon/2 = 0,012$: Darstellung von Spannungsamplitude $\Delta\sigma/2$ und Martensitvolumenanteil z über der Zyklenzahl N , (b) Skizze einer Spannungs-Dehnungs-Hysterese mit eingetragenen Ober- (o), Unter- (u) und Mittelwerten (m) sowie Schwingbreiten ($\Delta \dots$) von Spannung und Dehnung

8. Resultierend entstehen flächige martensitische Bereiche.

Der gebildete Martensit weist auf Grund des geringen Kohlenstoffgehalts ein kubisch-raumzentriertes Atomgitter auf. Der festigkeitssteigernde Effekt der Phasenumwandlung kann sowohl mit einer hohen Festigkeit der gebildeten Phase als auch mit der Behinderung weiterer plastischer Verformung im Deformationsband erklärt werden [66, S. 125 f.] [67].

Zum Werkstoffverhalten unter zyklischer Beanspruchung

Das zyklische Deformationsverhalten der hochlegierten CrMnNi-TRIP-Stähle war Thema der Dissertation von Glage [32]. Es wurde das Materialverhalten im Bereich der niederzyklischen Ermüdung (LCF) mittels dehnungsgeregelter zyklischer Zug-Druck-Versuche erforscht. Der oben beschriebene Mechanismus der Martensitbildung in Deformationsbändern wird auch unter zyklischer Beanspruchung beobachtet. Auch hier wirkt sich die Phasenumwandlung wesentlich auf das mechanische Werkstoffverhalten aus. In Abb. 1.3(a) sind aktuelle Ergebnisse eines einachsigen dehnungsgeregelten Wechselverformungsexperiments an einem hochlegierten austenitischen TRIP-Stahl (siehe Kapitel 7) dargestellt. Im Wechselverformungsversuch wird eine Probe mit konstanter Dehnungsamplitude $\Delta\varepsilon/2$ zyklisch bis zum Bruch belastet. Gezeigt wird die Spannungsamplitude über der Zyklenzahl. Die Hysterese, die in jedem Zug-Druck-Zyklus durchlaufen wird, ist schematisch in Abb. 1.3(b) dargestellt. Ein Anstieg der Spannungsamplitude mit der Zyklenzahl in der Wechselverformungskurve wird als zyklische Verfestigung bezeichnet. Abb. 1.3(a) weist eine deutliche sekundäre zyklische Verfestigung auf (S-förmiger Verlauf), die mit der Entwicklung des Martensitvolumenanteils z einher geht [30, 31]. In Folge der Volumenexpansion bei Phasenumwandlung entwickelt sich während des zyklischen Versuchs zusammen mit dem Martensitvolumenanteil eine Druckmittelspannung [32, S. 65 ff.]. Außerdem findet die Martensitbildung bevorzugt im Zug-Halbzyklus statt [32, S. 88 f.].

Eine weitere Wirkung der Phasenumwandlung ist der Rissschließeffekt. Rissschließ-

effekte spielen auf dem Gebiet des Ermüdungsrisswachstums eine bedeutende Rolle [z. B. 96, S. 401 ff.]. Durch verschiedene Mechanismen kommt es dabei in jedem Zyklus zum vorzeitigen Schließen des Ermüdungsrisses. Beispielsweise können sich die Rissflanken bei Entlastung bereits berühren und Druckspannungen übertragen bevor von äußerer Zug- zu Druckbeanspruchung übergegangen wird. Nur der Teil der Beanspruchung, in dem der Riss geöffnet ist, trägt zur Ermüdungsrissausbildung bei. Deshalb ist es essentiell, Riss-schließeffekte bei der Vorhersage der Ermüdungsrissausbildung und Lebensdauer einzubeziehen. Grundsätzlich bewirken die verschiedenen Mechanismen, dass die Rissflanken nicht mehr kompatibel sind. Dies erfolgt unter anderem durch plastische Deformation, Oberflächenrauigkeit oder Oxidation der Rissflanken. Mechanisch induzierte Phasenumwandlung ist mit inelastischer Verformung und Volumenänderung verbunden und kann ebenfalls einen Riss-schließeffekt hervorrufen [siehe z. B. 74, 77].

1.2 Stand der Forschung

Bruchverhalten von TRIP-Stählen

Austenitische Stähle gelten typischerweise als sehr duktil³. Es ist bekannt, dass sie nicht durch Spröbruch, sondern durch Verformungsbruch bzw. Zähbruch versagen. Dabei finden makroskopisch nennenswerte plastische Deformationen vor dem Bruch statt. Auch auf mikroskopischer Ebene werden duktile Schädigungsmechanismen beobachtet, d. h. Wachstum und Vereinigung von Mikroporen innerhalb der gut verformbaren Matrix. Auf den Bruchflächen finden sich die resultierenden Verformungswaben.

Ergebnisse experimenteller Untersuchungen

Die wesentliche Frage ist nun, wie die mechanisch induzierte Phasenumwandlung und der sich bildende Martensit den Bruchprozess beeinflussen. Allgemein wird der Martensit als deutlich fester, härter und auch spröder als der Austenit angesehen. Das ist jedoch werkstoffspezifisch, d. h. beispielsweise von der chemischen Zusammensetzung abhängig. Bereits in den 1970er Jahren berichteten Gerberich et al. [29], dass hochlegierte TRIP-Stähle und auch der gebildete Martensit bei tiefen Temperaturen (-196°C) gänzlich duktil versagen, solange der Kohlenstoffgehalt 0,27 Ma.-% nicht übersteigt. Weiterhin wurde die höchste Bruchzähigkeit für einen TRIP-Stahl gefunden, in dem Austenit und Martensit duktil versagten. Auf Grundlage der durchgeführten Experimente wurde ein zähigkeitssteigernder Effekt der Phasenumwandlung geschlossen. In einer aktuelleren Publikation von Jikai et al. [52] wird ein anderer austenitischer Stahl mit verschiedenen Martensitgehalten bruchmechanisch geprüft, ohne eine entscheidende verspröde Wirkung des Martensits festzustellen. Die untersuchten Stähle weisen einen sehr geringen Kohlenstoffgehalt von 0,02 Ma.-% auf und auch der Martensit versagt duktil.

Zhang und Kelly [126] untersuchen den Einfluss der spannungsassistierten Phasenumwandlung auf die Kerbschlagzähigkeit hochlegierter TRIP-Stähle mit Kohlenstoff-

³Die Duktilität und die Zähigkeit hängen von der jeweiligen chemischen Zusammensetzung und Wärmebehandlung ab, die zu sehr verschiedenen Werkstoffzuständen (Mikrostruktur, mechanischen Eigenschaften usw.) führen können. Auf Stähle mit sehr geringen Gehalten an Kohlenstoff und Stickstoff in lösungsgeglühtem Zustand wie den bekannten X5CrNi18-10 (1.4301) oder die hier betrachteten Stähle treffen die Aussagen zu.

gehalt $<0,13$ Ma.-%. Bei den verschiedenen Werkstoffen werden der Martensitbildung sowohl zähigkeitssteigernde als auch zähigkeitsreduzierende Effekte zugeschrieben. Die Autoren argumentieren, dass ein Wechselspiel zwischen der Dissipation und der Änderung des Risswiderstands, beides hervorgerufen durch die Phasenumwandlung, vorliegt. Die Bruchflächen weisen sowohl Verformungswaben als auch Spaltbruchanteile (Martensit) auf.

In der aktuellen Arbeit von Eckner et al. [18], die ebenfalls im Rahmen des SFB 799 entstand, wird ein TRIP-Stahl mit 0,153 Ma.-% Kohlenstoff in verschiedenen Wärmebehandlungszuständen bruchmechanisch untersucht. Auf den Bruchflächen zeigen sich Verformungswaben und Spaltbruchflächen. Aus den experimentellen Daten wird ein negativer Einfluss der martensitischen Phasenumwandlung auf die Bruchzähigkeit geschlussfolgert.

Antolovich und Singh [3] stellen auch bei Versagen durch Spaltbruch in hochlegierten TRIP-Stählen mit hohem Kohlenstoffgehalt (0,6 Ma.-%) einen positiven Einfluss der martensitischen Phasenumwandlung auf die Bruchzähigkeit fest. Dies wird auf die durch Phasenumwandlung dissipierte Arbeit zurückgeführt. Auf Basis weiterer experimenteller Ergebnisse kommen Antolovich und Fahr [1] in einer anderen Studie zu dem Schluss, dass die verformungsinduzierte martensitische Phasenumwandlung besser zur Zähigkeitssteigerung beiträgt, als die spannungsassistierte Phasenumwandlung.

Mei und Morris [76] schreiben der verformungsinduzierten martensitischen Umwandlung eine Reduktion der Rissfortschrittsrate in zyklischen Rissausbreitungsversuchen zu. In deren Experimenten werden hochlegierte TRIP-Stähle mit ca. 0,02 Ma.-% Kohlenstoff untersucht.

In den Arbeiten von Bag et al. [5] und Lai et al. [59] wird das Versagensverhalten von martensitisch-ferritischen Dualphasenstählen (0,16 Ma.-% und 0,1 Ma.-% Kohlenstoff) mit unterschiedlichem Martensitgehalt verglichen. Ein steigender Martensitvolumenanteil bis 60% kann demnach zu einer größeren statischen und dynamischen Bruchzähigkeit beitragen und den Schwellenwert der Ermüdungsrissausbreitung erhöhen [5]. Allerdings treten mit zunehmendem Martensitgehalt auch Spaltbruchanteile auf den Bruchflächen auf, da martensitische Gefügebestandteile spröde versagen [59].

Weitere Publikationen gibt es zum Bruchverhalten der niedriglegierten TRIP-Stähle. Jacques et al. [49] berichten, dass der Bruchprozess in derartigen Stählen in den bereits umgewandelten spröden martensitischen Bereichen initiiert wird. Dies deutet auf eine negative Wirkung des TRIP-Effekts hin. Nach Lacroix et al. [57] ist die Bruchzähigkeit (Kennwert der Rissinitiierung) unbeeinflusst von der Phasenumwandlung, welche allerdings zu einem besseren Reißmodul (tearing modulus) beiträgt. Es ist anzumerken, dass sich der Martensit in niedriglegierten TRIP-Stählen (z. B. höherer Kohlenstoffgehalt bis 1 Ma.-%) deutlich von dem in hochlegierten TRIP-Stählen unterscheidet. Weiterhin wird von Chatterjee und Badeshia [15] ein Größeneffekt angesprochen, wonach kleine fein verteilte Martensitkörner weniger spaltbruchempfindlich sind.

Ergebnisse numerischer Simulationen

Neben Veröffentlichungen aus experimentellen Arbeiten, gibt es auch Literatur, die sich mit der Simulation des Bruchverhaltens von TRIP-Stählen befasst. An erster Stelle ist die Dissertation von Stringfellow [114] sowie der Beitrag von Stringfellow und Parks [115] zu nennen. Darin wird ein Materialmodell [116], welches verformungsinduzierte Phasenumwandlung enthält, im Rahmen der Finite Elemente Methode zur

Simulation von Rissabstumpfung (crack tip blunting) eingesetzt. Die Phasenumwandlung bewirkt demzufolge eine Erhöhung der Vergleichsspannung, eine Reduktion der plastischen Vergleichsdehnung und Konzentration des Martensitvolumenanteils an der Rissspitze. Weiterhin wird ein positiver Effekt der Phasenumwandlung diskutiert, der im Wesentlichen mit der Verzögerung von plastischer Lokalisierung (z. B. Einschnürung im Zugversuch) begründet wird. In der Modellierung wird auch duktile Schädigung berücksichtigt [114].

In der Dissertation von Socrate [111] wird der Einfluss des TRIP-Effekts auf den duktilen Schädigungsmechanismus betrachtet. In Zellmodellstudien beobachtet man die TRIP-bedingte Reduktion von Porenwachstum und die Verzögerung der Koaleszenz der Poren.

Iwamoto und Tsuta [46] untersuchen einen Riss in einer CT-Probe mit einem anderen TRIP-Stahl-Modell, siehe z. B. [47]. Dabei werden Konturintegrale vom J-Typ für verschiedene Konturen, d. h. nahe der Rissspitze und in größerem Abstand, berechnet. Damit wird der Einfluss der martensitischen Phasenumwandlung auf die Beanspruchung der Rissspitze analysiert. Abhängig von der Umgebungstemperatur wird von einem abschirmenden Effekt (Shielding-Effekt) oder einem gegenteiligen Effekt (Antishielding-Effekt, bei tiefen Temperaturen) berichtet.

Sehr aktuell ist die Publikation von Issa et al. [45]. Darin wird ein etabliertes Materialmodell für TRIP-Stähle nach Hallberg et al. [39, 40] in Kombination mit einem neu entwickelten Kohäsivzonenmodell verwendet, um Rissausbreitung unter Kleinbereichsfließen zu simulieren. Dabei beeinflusst der Martensitvolumenanteil das mechanische Verhalten der Kohäsivzone. Diese Abhängigkeit erweist sich allerdings als kaum ausschlaggebend. Dem TRIP-Effekt wird eine verzögernde Wirkung auf die Rissausbreitung sowie eine Reduktion der maximalen hydrostatischen Spannung und eine Verkleinerung des Bereichs maximaler rissöffnender Spannung zugeschrieben.

Die Erhöhung der Bruchzähigkeit auf Grund spannungsassistierter Phasenumwandlung ist auch von Zirkoniumkeramik [z. B. 86] und Formgedächtnislegierungen [z. B. 123] bekannt. Allerdings findet in einer Keramik keine begleitende plastische Deformation statt, was sie von den hier betrachteten TRIP-Stählen fundamental unterscheidet. Bei Formgedächtnislegierungen gibt es Plastizität, aber auch mechanisch induzierte Rückumwandlung des Martensits zum Austenit, womit sich diese ebenfalls deutlich von den TRIP-Stählen unterscheiden.

Zyklische Materialmodellierung von TRIP-Stählen

Für die monotone Beanspruchung von TRIP-Stählen wurde eine Vielzahl von Materialmodellen erarbeitet. Eine gelungene Übersicht ist in der Dissertation von Prüger [94, S. 24 ff.] zu finden. Im Gegensatz dazu existiert eine geringere Anzahl von Literaturstellen, welche sich mit dem Materialverhalten der TRIP-Stähle unter mechanischer Wechselbeanspruchung befassen. Dabei ist die Modellierung kinematischer Verfestigung durch die Verwendung des Rückspannungstensors (Backstress) eine wesentliche Voraussetzung der Materialmodellierung unter zyklischen Lasten. Die folgenden Publikationen berücksichtigen nichtlineare kinematische Verfestigung bei der werkstoffmechanischen Modellierung von TRIP-Stählen.

In den Arbeiten von Mohr und Jacqemin [78] und Beese und Mohr [6] werden phänomenologische Materialmodelle austenitischer TRIP-Stähle für Anwendungen in der

Blechumformungen entwickelt. Im Vordergrund steht das Verhalten von Blechproben unter verschiedenen Spannungszuständen, die auch experimentell untersucht werden. Mechanische zyklische Wechselbeanspruchung wird nicht untersucht.

Wolff et al. [122] beschreiben ausführlich die Gleichungen eines Modells für TRIP-Stahl auf Grundlage der Mises-Plastizität unter kleinen Deformationen. Dabei gibt es einen Backstresstensor sowohl für Plastizität als auch für Phasenumwandlung. Das Modell wird für allgemeine thermomechanische Belastungen formuliert. Die Leistungsfähigkeit des Modells wird anhand der Gleichungen diskutiert, jedoch werden keine Ergebnisse gezeigt.

Weitere Publikationen beschäftigen sich mit dem Werkstoffverhalten unter einzelnen thermischen Lastwechseln in Kombination mit mechanischer Beanspruchung. Hier sind die Modelle von Fischlschweiger et al. [23] und Garion et al. [26, 27] zu nennen, die beide eine Homogenisierung des mechanischen Verhaltens der Phasen Austenit und Martensit anwenden. In [26, 27] wird auch Schädigung modelliert, um austenitischen Stahl bei der Abkühlung bis zu kryogenen Temperaturen zu simulieren. Auch Ryś [101, 102] befasst sich mit dieser Thematik, verwendet allerdings ein, im Vergleich zu [26, 27], einfacheres Modell mit linearer kinematischer Verfestigung und ohne Homogenisierung.

Rein mechanische Wechselbeanspruchung von TRIP-Stählen wird in den Arbeiten von Geijselaers et al. [28], Yu und Chen [124], Tomita und Iwamoto [118] sowie Ziętek und Mróz [127] behandelt.

Geijselaers et al. [28] untersuchen austenitische TRIP-Stähle, welche einem einzelnen Be- und Entlastungszyklus unter Torsion bei großen Deformationen ausgesetzt werden. Im Materialmodell werden die Phasen Austenit und Martensit, die jeweils nichtlineare kinematische Verfestigung aufweisen, homogenisiert.

Yu und Chen [124] entwickeln ein phänomenologisches Modell für niedrig legierten TRIP-Stahl mit nichtlinearer kinematischer Verfestigung. In den Simulationen wird eine einzelne Be- und Entlastung betrachtet, um die Rückfederung bei Blechumformprozessen zu berechnen.

Tomita und Iwamoto [118] verwenden ein Materialmodell ohne kinematische Verfestigung für die Simulation einiger Zyklen. Damit wird die TRIP-bedingte sekundäre zyklische Verfestigung in Wechselverformungskurven qualitativ gut abgebildet. Quantitativ gute Vorhersagen erscheinen allerdings bei Vernachlässigung des Bauschinger-Effekts als nahezu unmöglich.

Ziętek und Mróz [127] haben ein phänomenologisches Modell publiziert, das sowohl eine Fließ- als auch eine Umwandlungsfläche aufweist. Damit werden mehrere Zyklen simuliert, allerdings fehlt den Autoren ein konsistenter Satz von Materialdaten. Deshalb müssen Parameter aus verschiedenen Literaturdaten bestimmt bzw. angenommen werden. Es werden Wechselverformungskurven präsentiert, die jedoch nicht den markanten S-Schlag, siehe Abb. 1.3(a), aufweisen.

1.3 Motivation und Inhalt der Dissertation

Aus den hier vorgestellten Literaturstellen lässt sich zum Bruchverhalten zusammenfassen, dass die martensitische Phase nicht notwendigerweise spröde ist. Die vorliegende Promotionsschrift befasst sich mit dem Bruchverhalten anfänglich austenitischer

TRIP-Stähle mit geringem Kohlenstoffgehalt ($<0,05$ Ma.-%)⁴ und verformungsinduzierter Phasenumwandlung. Bei diesen Werkstoffen kann demzufolge von einer zähen martensitischen Phase und insgesamt duktilem Versagen ausgegangen werden. Aus dem Großteil der experimentellen und numerischen Veröffentlichungen ist ein zähigkeitssteigernder Einfluss der Phasenumwandlung zu erwarten. Trotzdem gibt es widersprüchliche Aussagen in Bezug auf die Abschirmung der Rissspitze oder die Verstärkung der Rissspitzenbeanspruchung (Antishielding-Effekt), von beidem wird unter verschiedenen Umständen berichtet [46, 126]. Auch zum Einfluss auf die mechanischen Felder vor der Rissspitze herrscht keine Einigkeit, es wird sowohl von höheren als auch von reduzierten Spannungen geschrieben [45, 114]. Die Diskussion in der Literatur ist also bei Weitem nicht abgeschlossen. Das Werkstoffverhalten selbst ist zu komplex, um dessen Einfluss auf das Bruchverhalten leicht zu überschauen.

Daraus ergibt sich ein Forschungsbedarf, insbesondere in Bezug auf das Bruchverhalten der neu entwickelten Stähle des SFB 799, der Motivation für die vorliegende Arbeit ist. Die Dissertation befasst sich mit der numerischen Beanspruchungsanalyse von Rissen in derartigen Stählen und ist wie folgt strukturiert. Im Kapitel 2 wird ein Materialmodell für TRIP-Stahl unter monotoner Beanspruchung aus der ersten Förderperiode des SFB 799 vorgestellt. Damit wird in Kapitel 3 der Einfluss des TRIP-Effekts auf die mechanischen Felder vor einer abstumpfenden Rissspitze analysiert. Darauf aufbauend werden in Kapitel 4 Thesen zum zähigkeitssteigernden Einfluss der Phasenumwandlung abgeleitet. Diese werden weiterführend untersucht. Ein Exkurs befasst sich mit der Wirkung der Phasenumwandlung auf den duktilen Rissfortschrittsmechanismus selbst. In Kapitel 5 wird im Rahmen der Theorie materieller Kräfte der Frage nach dem Shielding- oder Antishielding-Effekt nachgegangen. Es wird der Beitrag der Phasenumwandlung bei der Bereitstellung von mechanischer Arbeit für Rissfortschritt geklärt. Außerdem wird erstmalig ein Kontur-Gebietsintegral vorgestellt, das Terme enthält, die aus der Phasenumwandlung resultieren. Kapitel 6 beinhaltet die experimentelle Untersuchung der Rissausbreitung in austenitischen Stählen und TRIP-Stählen und dessen numerische Simulation mit einem Kohäsivzonenmodell. Die Parameter der Kohäsivzone werden anhand experimenteller Daten identifiziert, um den Risswiderstand dieser Werkstoffe zu charakterisieren. Die Experimente erfolgen in Zusammenarbeit mit Kollegen des SFB 799 (Dr. S. Henkel und Herr C. Wolf, Teilprojekt B4).

Bezüglich zyklischer Beanspruchung ist festzustellen, dass noch kein Materialmodell für TRIP-Stahl veröffentlicht worden ist, welches sich bei der Simulation der Wechselverformung unter zahlreichen Zyklen bewährt hat und nachweislich die in der Einführung beschriebenen Effekte abbildet. Auch zur numerischen Untersuchung des umwandlungsinduzierten Risschließeffekts und seiner Auswirkung auf die Ermüdungsrissausbreitung ist ein solches fundiertes Modell notwendig⁵. Aus den Erfahrungen der ersten Förderperiode weiß man, dass Materialmodelle, welche eine Homogenisierung beinhalten, mit deutlich höherem Rechenaufwand verbunden sind, als phänomenologische Modelle. In der Simulation zahlreicher Lastzyklen an Bauteilen ist demzufolge der Einsatz eines phänomenologischen Modells sinnvoll. Auch Ziętek und Mróz [127] verwenden ein solches Modell, um Wechselverformungskurven für höhere Zyklenzahlen zu berechnen. Deshalb wird in Kapitel 7 ein vielversprechendes phänomenologisches

⁴Das ist in der Entwicklung und Verwendung derartiger Stähle innerhalb des SFB 799 begründet.

⁵Der umwandlungsinduzierte Risschließeffekt dient als Motivation und perspektivisches Anwendungsgebiet der zyklischen Materialmodellierung.

Modell für TRIP-Stahl um Terme der nichtlinearen kinematischen Verfestigung erweitert und für die Simulation mehrachsiger Spannungszustände implementiert. Die Materialparameter werden an Hand experimenteller Daten bestimmt. Die Experimente werden in Kooperation mit Kollegen des SFB 799 (Herr M. Droste, Teilprojekt B3) durchgeführt.

Hinweis: Zugunsten einer kompakten Darstellung wurde auf umfangreiche Grundlagenkapitel verzichtet. Beim Leser werden vertiefte Kenntnisse auf den Gebieten der Kontinuumsmechanik, Materialtheorie und Bruchmechanik sowie grundlegende Kenntnisse in der Werkstofftechnik vorausgesetzt.

Hinweis: Bei der Angabe von Gleichungen in Indexnotation gilt die Einstein'sche Summenkonvention.

2 TRIP-Stahl-Modell nach Prüger

Das eingesetzte Materialmodell ist von Prüger et al. [92–95] auf Grundlage der Arbeiten von Stringfellow et al. [116] und Papatriantafillou et al. [89] entwickelt worden. Die Materialgleichungen werden in den folgenden Abschnitten detailliert vorgestellt, da das Modell ausgiebig genutzt und auf einige Gleichungen auch später nochmals verwiesen wird. Nähere Informationen zur Implementierung des Modells sind insbesondere in [92] zu finden.

Es handelt sich um eine hypoelastisch-viskoplastische Formulierung, wobei das viskoplastische Verhalten und die nichtlineare isotrope Verfestigung durch eine Homogenisierung der Phasen Austenit und Martensit bestimmt werden.

2.1 Kinematik und hypoelastische Formulierung

Der Deformationsratentensor \mathbf{d} (symmetrischer Anteil des Geschwindigkeitsgradienten) wird additiv in einen elastischen (el), einen viskoplastischen (vp) und einen aus Phasenumwandlung resultierenden Anteil (tr, von Transformation) aufgespalten.

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_{\text{el}} + \mathbf{d}_{\text{vp}} + \mathbf{d}_{\text{tr}} \quad (2.1)$$

Als konjugiertes Spannungsmaß wird die Kirchhoff-Spannung $\boldsymbol{\tau}$ verwendet, welche sich aus der Cauchy-Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ und der Determinante des Deformationsgradienten \mathbf{F} ergibt

$$\boldsymbol{\tau} = \det(\mathbf{F}) \boldsymbol{\sigma}. \quad (2.2)$$

Die Jaumann-Rate des Kirchhoff-Spannungstensors $\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}$ ist mit der elastischen Deformationsrate verknüpft.

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} = {}_4\mathbf{C} : \mathbf{d}_{\text{el}} \quad (2.3)$$

Unter der Annahme isotroper Elastizität nimmt der Elastizitätstensor ${}_4\mathbf{C}$ (4. Stufe) folgende Gestalt an

$${}_4\mathbf{C} = 2G {}_4\mathbf{I} + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \boldsymbol{\delta} \otimes \boldsymbol{\delta} \quad (2.4)$$

Dabei ist G der Schubmodul und K der Kompressionsmodul, welche über

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (2.5)$$

mit dem Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl ν zusammenhängen. Die Komponenten des symmetrischen Einheitstensors 4. Stufe ${}_4\mathbf{I}$ lassen sich wie folgt berechnen:

$$I_{ijkl} = \frac{1}{2} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}). \quad (2.6)$$

Die viskoplastische Deformationsrate ergibt sich aus

$$\mathbf{d}_{\text{vp}} = \frac{1}{2} \Theta_{\text{hom}} \mathbf{s}, \quad (2.7)$$

wobei Θ_{hom} die homogenisierte viskoplastische Nachgiebigkeit darstellt, auf die später eingegangen wird, und $\mathbf{s} = \text{dev}(\boldsymbol{\tau})$ der Deviator der Kirchhoff-Spannung ist. Das Fließverhalten entspricht einer ratenabhängigen assoziierten von-Mises-Plastizität. Allerdings gibt es keine explizite Fließbedingung.

Der Martensitvolumenanteil z wird als interne Variable eingeführt. Die Gleichungen der Martensitevolution werden später erläutert. Die Summe der Volumenanteile von Austenit und Martensit ist im zweiphasigen Gefüge stets Eins, so dass der Austenitvolumenanteil mit $(1 - z)$ angegeben werden kann. Der umwandlungsbedingte Deformationsgeschwindigkeitstensor

$$\mathbf{d}_{\text{tr}} = \dot{z} \left(M \frac{\mathbf{s}}{\sqrt{\mathbf{s} : \mathbf{s}}} + \frac{1}{3} \Delta_V \boldsymbol{\delta} \right) \quad (2.8)$$

hängt linear von der Rate des Martensitvolumenanteils \dot{z} ab und beinhaltet sowohl einen deviatorischen als auch einen volumetrischen Anteil. Der volumetrische Teil enthält den Einheitstensor 2. Stufe $\boldsymbol{\delta}$ und den Materialparameter Δ_V , der den maximalen Betrag der Volumenexpansion angibt. Der volumenerhaltende Anteil besteht aus einem spannungsabhängigen Betrag M und einer Richtung, welche durch den Spannungsdeviator bestimmt wird. Der Betrag

$$M = M_0 + M_1 \frac{\tau^{\text{eq}}}{\tau^*} \quad (2.9)$$

wird von der von-Mises-Vergleichsspannung¹ τ^{eq} beeinflusst und beinhaltet drei Materialparameter M_0 , M_1 und τ^* .

2.2 Homogenisierte viskoplastische Antwort

Die viskoplastische Nachgiebigkeit Θ_{hom} der Phasenmischung wird mittels Homogenisierung berechnet. Nach Ponte Castañeda und Suquet [91, S. 192 ff.] resultiert das folgende nichtlineare Gleichungssystem, das aus skalaren Gleichungen besteht. Das mechanische Verhalten der Einzelphasen wird dabei als isotrop und inkompressibel angenommen. Außerdem wird eine statistisch isotrope und gleichmäßige Verteilung dieser Phasen vorausgesetzt.

In den folgenden Formeln steht der Index a für Austenit und der Index m für Martensit. Die viskoplastische Vergleichsdehnung in den einzelnen Phasen entwickelt sich folgendermaßen

$$\dot{\epsilon}_{\text{vp,a}}^{\text{eq}} = \dot{\epsilon}_a^0 \left(\frac{\tau_a^{\text{eq}}}{\tau_a^Y} \right)^{m_a}, \quad \dot{\epsilon}_{\text{vp,m}}^{\text{eq}} = \dot{\epsilon}_m^0 \left(\frac{\tau_m^{\text{eq}}}{\tau_m^Y} \right)^{m_m}. \quad (2.10)$$

Hierbei sind $\dot{\epsilon}_a^0$ und $\dot{\epsilon}_m^0$ Referenzdehnraten (Materialparameter). τ_a^{eq} und τ_m^{eq} sind die in den Phasen wirkenden von-Mises-Vergleichsspannungen und τ_a^Y und τ_m^Y die entsprechenden Werte der Fließspannung. Die Exponenten m_a und m_m sind ebenfalls

¹ $\tau^{\text{eq}} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}}$ mit $\mathbf{s} = \text{dev}(\boldsymbol{\tau})$

Materialparameter. Die viskoplastische Nachgiebigkeit der einzelnen Phasen ist mit

$$\Theta_a = \frac{3}{\tau_a^{\text{eq}}} \epsilon_{\text{vp},a}^{\text{eq}}, \quad \Theta_m = \frac{3}{\tau_m^{\text{eq}}} \epsilon_{\text{vp},m}^{\text{eq}} \quad (2.11)$$

gegeben. Die Vergleichsspannungen in den Phasen ergeben sich zu

$$\tau_a^{\text{eq}} = \tau^{\text{eq}} \sqrt{\frac{1}{(1-z)} \frac{\partial \Theta_{\text{hom}}}{\partial \Theta_a}}, \quad \tau_m^{\text{eq}} = \tau^{\text{eq}} \sqrt{\frac{1}{z} \frac{\partial \Theta_{\text{hom}}}{\partial \Theta_m}} \quad (2.12)$$

und hängen von der makroskopischen von-Mises-Vergleichsspannung τ^{eq} , den jeweiligen Phasenanteilen z und $(1-z)$ sowie der Ableitung der homogenisierten Nachgiebigkeit Θ_{hom} nach Θ_a bzw. Θ_m ab. Die Fließspannungen der Einzelphasen werden in Form von Potenzgesetzen mit den Anfangsfließspannungen von Austenit τ_a^0 und Martensit τ_m^0 sowie den Verfestigungsparametern B_a , B_m , q_a und q_m definiert

$$\tau_a^Y = \tau_a^0 + B_a (\epsilon_{\text{vp},a}^{\text{eq}})^{q_a}, \quad \tau_m^Y = \tau_m^0 + B_m (\epsilon_{\text{vp},m}^{\text{eq}})^{q_m}. \quad (2.13)$$

Die Verfestigung der Phasen hängt damit von den jeweiligen viskoplastischen Vergleichsdehnungen ab. Die homogenisierte Nachgiebigkeit wird mit der unteren Hashin-Shtrikman-Schranke

$$\Theta_{\text{hom}} = \frac{z \left(\frac{2}{\Theta_a} + \frac{3}{\Theta} \right) + (1-z) \left(\frac{2}{\Theta_m} + \frac{3}{\Theta} \right)}{\frac{z}{\Theta_m} \left(\frac{2}{\Theta_a} + \frac{3}{\Theta} \right) + \frac{(1-z)}{\Theta_a} \left(\frac{2}{\Theta_m} + \frac{3}{\Theta} \right)} \quad (2.14)$$

unter Beachtung von $\Theta = \max(\Theta_a, \Theta_m)$ bestimmt. Dieser Gleichungssatz (2.10)-(2.14) stellt ein nichtlineares Gleichungssystem zur Bestimmung der homogenisierten Nachgiebigkeit und der mechanischen Größen in den Einzelphasen dar.

Aus Gl. (2.10) ist zu erkennen, dass es für jede nicht-negative Vergleichsspannung eine viskoplastische Vergleichsdehnung in der Phase und damit auch globale viskoplastische Deformation gibt. Wie gleich noch zu sehen sein wird, ist die Phasenumwandlung an die viskoplastische Vergleichsdehnung im Austenit gebunden, sodass es in dem Fall auch stets Phasenumwandlung gibt. Es existiert kein Bereich reiner elastischer Verformung. Für die praktische Anwendbarkeit des Materialmodells stellt dies kein Problem dar, denn es existiert ein „quasi-elastischer Bereich“, in dem die inelastische Verzerrung gegenüber der elastischen Verzerrung vernachlässigbar klein ist.

2.3 Martensitentwicklung

Die verwendete Martensitbildungskinetik für deformationsinduzierte Phasenumwandlung basiert auf der Arbeit von Olson und Cohen [87]. Olson und Cohen formulierten ihre Kinetik auf Grundlage der Beobachtung, dass die mechanisch induzierte Martensitbildung in austenitischen Stählen in Deformationsbändern und speziell an Kreuzungspunkten selbiger initiiert wird. Wie bereits in der Einführung erwähnt, sind die Deformationsbänder verformungsinduzierte Keimstellen der Phasenumwandlung. Die Gleichungen der Martensitkinetik sind auf den Temperaturbereich zwischen M_s^σ und

M_d beschränkt, in dem deformationsinduzierte Phasenumwandlung stattfindet, siehe Abb. 1.1 S. 20.

Die Evolutionsgleichung des Martensitvolumenanteils lautet

$$\dot{z} = (1 - z) (A\dot{\epsilon}_{vp,a}^{eq} + B(\dot{g} - \dot{\bar{g}})). \quad (2.15)$$

Die Martensitbildung hängt vom Austenitvolumenanteil $(1 - z)$ ab und wird zum Einen von der viskoplastischen Vergleichsdehnrate im Austenit $\dot{\epsilon}_{vp,a}^{eq}$ als auch von der Differenz der Raten der energetischen Triebkraft der Phasenumwandlung g und der energetischen Umwandlungsbarriere \bar{g} gesteuert. Die Ausdrücke für Triebkraft und Barriere werden weiter unten angegeben. Außerdem wird die Martensitkinetik von den Funktionen

$$A = a\beta n (f_{DB})^{n-1} (1 - f_{DB}) P \quad (2.16)$$

und

$$B = \beta (f_{DB})^n \frac{dP}{dg} H(\dot{P}). \quad (2.17)$$

beeinflusst. Auf die Funktion a wird später eingegangen, β und n sind Materialparameter und f_{DB} ist der Volumenanteil der Deformationsbänder. Die Funktion H ist die Heaviside-Sprungfunktion. Bei P handelt es sich um eine Verteilungsfunktion, welche die Wahrscheinlichkeit beschreibt, dass an einem Kreuzungspunkt zweier Deformationsbänder ein Martensitkeim entsteht. Diese Verteilungsfunktion

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_g} \int_{-\infty}^g \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{g' - \bar{g}}{s_g}\right)^2\right) dg' \quad (2.18)$$

wird als Gauß'sche Normalverteilung mit Mittelwert \bar{g} (Energiebarriere) und Standardabweichung s_g (Materialparameter) angesetzt. Die energetische bzw. thermodynamische Triebkraft für Martensitbildung wird folgendermaßen formuliert

$$g = \Delta g_{a \rightarrow m} + g_3 \left(\Delta_V I_1 + \sqrt{\frac{2}{3}} M \tau^{eq} \right) \quad (2.19)$$

$$\Delta g_{a \rightarrow m} = g_a - g_m = g_0 - g_1 \vartheta + g_2 \vartheta^2.$$

Wie in der Einleitung beschrieben, besteht sie aus einem chemischen $\Delta g_{a \rightarrow m}$ und einem mechanischen Anteil (Term in Klammern). Der mechanische Teil enthält die erste Invariante $I_1 = \text{tr}(\boldsymbol{\tau})$ der makroskopischen Kirchhoff-Spannung, die von-Mises-Vergleichsspannung τ^{eq} , die bereits bekannten Materialparameter Δ_V und M und den Materialparameter g_3 . Der chemische Anteil stellt die Differenz der chemischen Energien der Phasen Austenit g_a und Martensit g_m dar und beinhaltet die Parameter g_0 , g_1 und g_2 und die normierte Temperatur

$$\vartheta = \frac{T - M_s^\sigma}{M_d - M_s^\sigma}. \quad (2.20)$$

Darin findet sich die absolute Temperatur T sowie die bereits bekannten charakteristischen Temperaturen M_s^σ und M_d wieder, die den Bereich verformungsinduzierter Phasenumwandlung kennzeichnen. Die Umwandlungsbarriere

$$\bar{g} = \bar{g}_0 + \bar{g}_1 \epsilon_{vp,a}^{eq} \quad (2.21)$$

wird als lineare Funktion der viskoplastischen Vergleichsdehnung im Austenit mit den Materialparametern \bar{g}_0 und \bar{g}_1 angenommen. Damit wird berücksichtigt, dass martensitische Umwandlung in einer austenitischen Matrix, die plastisch verformt und verfestigt ist, erschwert wird. Der Volumenanteil an Deformationsbändern entwickelt sich gemäß

$$\dot{f}_{\text{DB}} = (1 - f_{\text{DB}}) a \dot{\epsilon}_{\text{vp,a}}^{\text{eq}}. \quad (2.22)$$

Die Bildung von Deformationsbändern erfordert plastische Verformung der austenitischen Matrix. Deshalb wird \dot{f}_{DB} von der Rate der viskoplastischen Vergleichsdehnung im Austenit beeinflusst. Die Funktion

$$a = a_1 + a_2 T + a_3 T^2 - a_4 \arctan(h) \quad (2.23)$$

berücksichtigt schließlich noch den Einfluss der Temperatur und der Spannungsmehrachsigkeit $h = I_1/\tau^{\text{eq}}$ auf die Evolution des Deformationsbandvolumenanteils. Dabei werden die Materialparameter a_1 bis a_4 eingeführt. Damit ist der Gleichungssatz für die Martensitbildung vollständig dargelegt.

2.4 Verwendete Materialparameter

Das vorgestellte Materialmodell enthält 31 Parameter. Prüger et al. [92] haben die Parameteridentifikation an Hand von Daten aus quasi-statischen Zug- und Druckversuchen bei Raumtemperatur des in der Einleitung vorgestellten hochlegierten CrMnNi-TRIP-Stahls² durchgeführt. Die gefundenen und in den Kapiteln 3, 4 und 5 eingesetzten Parameter sind in Tab. 2.1 aufgelistet.

2.5 Formulierung der Freien Energie für kleine Deformationen

Im Kapitel 5 wird ein Ausdruck für die Freie Energie (nach Helmholtz) für das hier beschriebene Materialmodell benötigt. Ein solcher wird im Rahmen der Theorie infinitesimaler Deformationen von Prüger et al. [93] angegeben. In diesem Fall kann die additive Zerlegung direkt auf den infinitesimalen Verzerrungstensor übertragen werden

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}, \quad (2.24)$$

der somit aus einem elastischen, einem viskoplastischen und einem umwandlungsbedingtem Anteil besteht.

Unter der Annahme kleiner Deformationen kann man die Helmholtz-Energie (Freie Energie pro Einheitsvolumen) folgendermaßen aufschreiben [93]:

$$\begin{aligned} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}, z) &= \psi_{\text{el}}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}) + \psi_{\text{chem}}(z) \\ \psi_{\text{el}}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}) &= \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}) : {}_4\mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}) \\ \psi_{\text{chem}}(z) &= (1 - z)g_{\text{a}} + zg_{\text{m}} = -\Delta g_{\text{a} \rightarrow \text{m}} z + g_{\text{a}}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

²Siehe die Zugversuchsdaten Abb. 1.2 S. 22 und die chemische Zusammensetzung Tab. 1.1 S. 21

Der Ausdruck setzt sich aus einer elastisch und einer chemisch gespeicherten Energie zusammen. Die elastisch gespeicherte Energie ist eine Funktion der elastischen Verzerrungen, die mit Hilfe der additiven Zerlegung des Verzerrungstensors dargestellt sind. Die chemische Energie wird in Form von mikrostrukturellen Änderungen im Werkstoff gespeichert. Die auftauchenden Terme sind aus Gl. (2.19) der energetischen Triebkraft der Phasenumwandlung bekannt. Da eine energetisch günstigere Phase gebildet wird, nimmt die gespeicherte chemische Energie mit zunehmendem z ab.

Tab. 2.1: Übersicht der verwendeten Materialparameter nach Prüger et al. [92]

Kategorie	Parameter	Maßeinheit	Wert
elastische Konstanten	E	GPa	192
	ν	-	0,24
Umwandlungsdehnungen	Δ_V	-	0,04
	M_0	-	0,0284
	M_1	-	0,0574
	τ^*	MPa	387
Viskoplastizität Austenit	$\dot{\epsilon}_a^0$	1/s	0,001
	m_a	-	30
Verfestigung Austenit	τ_a^0	MPa	180
	B_a	MPa	1564
	q_a	-	0,83
Viskoplastizität Martensit	$\dot{\epsilon}_m^0$	1/s	0,001
	m_m	-	40
	τ_m^0	MPa	1429
Verfestigung Martensit	B_m	MPa	276
	q_m	-	0,86
	β	-	1,4
Martensitevolution	n	-	2,61
	s_g	MPa	178
Triebkraft für Umwandlung	g_0	MPa	330
	g_1	MPa	71,6
	g_2	MPa	0,56
	g_3	-	1
	M_s^σ	K	293,15
	M_d	K	373,15
Umwandlungsbarriere	\bar{g}_0	MPa	207
	\bar{g}_1	MPa	20
Deformationsbandbildung	a_1	-	4,61
	a_2	1/K	0
	a_3	1/K ²	0
	a_4	-	0,13

3 Rissspitzenfelder und der Einfluss der Phasenumwandlung

In diesem Kapitel wird der Einfluss der Phasenumwandlung auf die mechanischen Felder vor der Risspitze untersucht. Wie es für duktile Metalle typisch ist, stumpft die Risspitze dabei ab (crack tip blunting). Bei der Simulation sind somit große Deformationen zu berücksichtigen. Die Inhalte dieses Kapitels sind teilweise publiziert worden [10, 12, 56].

3.1 Randwertproblem für Kleinbereichsfließen

Es wird ein Riss unter Kleinbereichsfließen betrachtet. Demzufolge sind Zonen inelastischer Deformation (plastische Zone, Umwandlungszone) deutlich kleiner ($\leq 1/10$) als die Bauteil- oder Probedimensionen. Der Riss wird ausschließlich dem Rissöffnungsmodus I unterworfen, d. h. er öffnet sich nur senkrecht zur Rissebene. Es wird der ebene Verzerrungszustand (EVZ) angenommen.

Man formuliert das so genannte Boundary-Layer-Modell, einen kreisförmigen Ausschnitt um die Risspitze, Abb. 3.1(a). Auf dessen Rand werden Verschiebungen gemäß der asymptotischen Nahfeldlösung für den Modus I Riss bei linear-elastischem Materialverhalten vorgeschrieben. Das Verschiebungsfeld bezüglich des kartesischen Koordinatensystems (x_1, x_2) in Abb. 3.1(a) kann folgendermaßen unter Verwendung von Polarkoordinaten (r, φ) dargestellt werden [z. B. 55, S. 30 (EVZ)]:

$$u_1 = K_I \frac{1 + \nu}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\varphi}{2} (3 - 4\nu - \cos \varphi) \quad (3.1)$$

$$u_2 = K_I \frac{1 + \nu}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\varphi}{2} (3 - 4\nu - \cos \varphi). \quad (3.2)$$

K_I ist der Spannungsintensitätsfaktor (auch K-Faktor) unter Modus I. Der K-Faktor ist die wesentliche Beanspruchungskenngröße für Risse in der linear-elastischen Bruchmechanik. Er skaliert die mechanischen Felder (Spannung, Verschiebung, Verzerrung) in der Umgebung des Risses, weshalb man auch von K-Feldern spricht.

Für einen Riss der Länge $2a$ in einer unendlichen Scheibe, welche mit einer Zugspannung σ^∞ belastet wird, siehe Abb. 3.1(b), gilt beispielsweise

$$K_I = \sigma^\infty \sqrt{\pi a}. \quad (3.3)$$

Für dieses Beispiel ist in Abb. 3.1(b) schematisch ein Gebiet in unmittelbarer Nähe zur Risspitze dargestellt, welches durch das Boundary-Layer-Modell repräsentiert wird. Das Nahfeld gilt jedoch allgemein in elastischen Körpern nahe der Risspitze bzw. unter Kleinbereichsfließen in ausreichender Entfernung zur plastischen Zone. Der Boundary-Layer Ansatz schließt somit den Einfluss spezifischer Bauteilgeometrien aus.

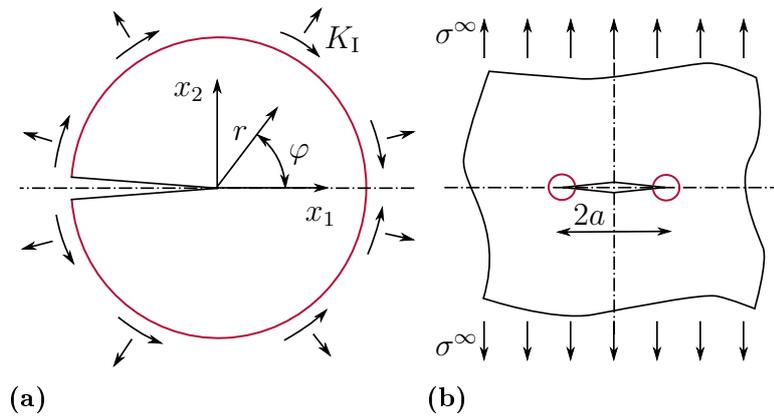


Abb. 3.1: (a) Boundary-Layer-Modell mit kartesischen Koordinaten und Polarkoordinaten, auf dem Rand werden die Verschiebungen des K-Felds Gl. (3.1)-(3.2) vorgeschrieben, (b) Beispiel: unendliche 2D Scheibe unter Zugbelastung mit Innenriss (Modus I)

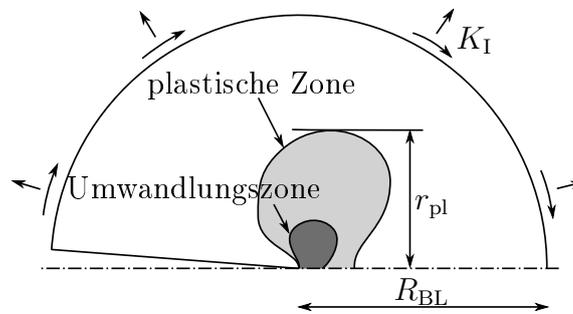


Abb. 3.2: Boundary-Layer-Modell mit plastischer Zone und Umwandlungszone unter Beachtung der Symmetrie, Kleinbereichsfließen erfordert $r_{pl} \ll R_{BL}$

Im Sinne der zu untersuchenden Vorgänge an der Rissspitze wird das K-Feld als Fernfeld aufgeprägt. Lokal an der Rissspitze tritt nichtlinear-inelastisches Materialverhalten auf. Abb. 3.2 zeigt schematisch die sich einstellenden Zonen der plastischen Deformation und der Phasenumwandlung. Die Umwandlungszone liegt für verformungsinduzierte Phasenumwandlungen stets innerhalb der plastischen Zone. Um die Annahme des linear-elastischen Fernfelds nicht zu verletzen, muss die plastische Zone (charakteristische Abmessung r_{pl}) viel kleiner sein als der Radius R_{BL} des Boundary-Layer-Modells, $r_{pl} \ll R_{BL}$.

3.2 Die stationäre Lösung

Aus der Literatur, insbesondere aus der Arbeit von McMeeking [75], ist bekannt, dass unter Kleinbereichsfließen stationäre bzw. selbstähnliche Lösungen der mechanischen Felder vor einer abstumpfenden Risspitze in elastoplastischem Material existieren. In diesem Kapitel wird die stationäre Lösung für den Riss in elastisch-plastischem Material mit Phasenumwandlung gesucht.

Betrachtet man z. B. den Verlauf der rissöffnenden σ_{22} -Spannung im Ligament vor der Risspitze, Abb. 3.3(a), ergibt sich eine Schar selbstähnlicher Verläufe (X_1 ist der Abstand zur Risspitze in der Ausgangskonfiguration, Abb. 3.5(b)). Diese skalieren im rissnahen Bereich mit der Rissöffnung, die im Allgemeinen proportional zu J/σ_0

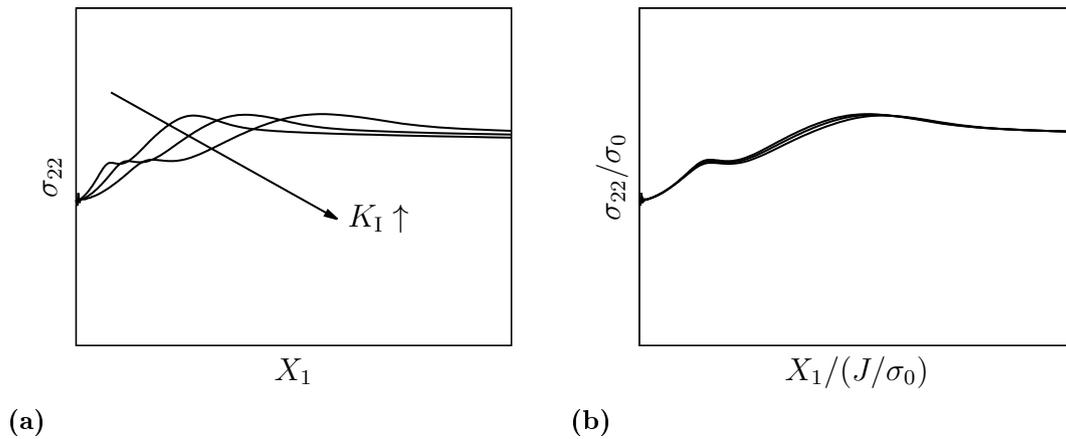


Abb. 3.3: Schematische Darstellung des selbstähnlichen/stationären σ_{22} -Spannungsfelds im Ligament vor der Rissspitze, (a) nicht normierte Darstellung, X_1 ist der Abstand zur Rissspitze in der Ausgangskonfiguration, (b) normierte Darstellung mit dem J-Integral J und der Anfangsfließspannung σ_0

ist. Dabei ist J das J-Integral und σ_0 die Anfangsfließspannung des Materials. Das J-Integral errechnet sich im Fall von Kleinbereichsfließen und EVZ zu

$$J = \frac{K_I^2(1 - \nu^2)}{E} \quad (3.4)$$

aus dem aufgeprägten K-Faktor und den elastischen Konstanten. Bei Normierung des Abstands zur Rissspitze mit J/σ_0 fallen alle Kurven in einen einzigen Verlauf zusammen, Abb. 3.3(b). An der resultierenden einzelnen Kurve, der stationären Lösung, werden dann die verschiedenen Einflussfaktoren diskutiert.

3.3 Zur Ratenabhängigkeit

Als erschwerend stellt sich die Ratenabhängigkeit des verwendeten Materialmodells, Kapitel 2 S. 31, heraus. Beim Boundary-Layer-Modell wird neben K_I auch die Rate \dot{K}_I vorgegeben, die einen Einfluss auf die Rissspitzenfelder hat. In diesem Kapitel wird ein dimensionsloser Belastungsratenparameter

$$c_{LR} = \frac{\dot{K}_I}{K_I \dot{\epsilon}_a^0} = \text{const.} \quad (3.5)$$

definiert und konstant gehalten. Als Referenzdehnrate (Dimension: 1/Zeit) wird die des Austenits $\dot{\epsilon}_a^0$ Gl. (2.10) S. 32 gewählt. Bei Verwendung verschiedener c_{LR} erhält man verschiedene stationäre Lösungen. Gl. (3.5) führt auf eine homogene lineare Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten für $K_I(t)$

$$\dot{K}_I - c_{LR} \dot{\epsilon}_a^0 K_I = 0. \quad (3.6)$$

Als Anfangsbedingung wird

$$K_I(t = \bar{t}) = \bar{K}_I \quad (3.7)$$

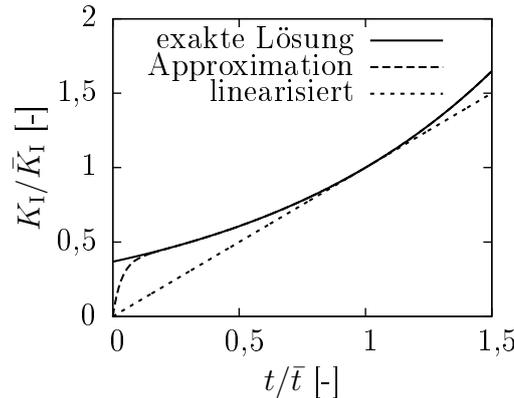


Abb. 3.4: Normierte Darstellung der Funktion $K_I(t)$, exakte Lösung Gl. (3.8), Approximation Gl. (3.9) und Linearisierung Gl. (3.10), $c_{LR} = 1$ und $\kappa = 0,031 \text{ s}^{-1}$

festgelegt, sodass ein gewünschter K-Faktor \bar{K}_I bei einer gegebenen Zeit \bar{t} vorliegt. Die Lösung der Differentialgleichung (3.6) unter Beachtung von Gl. (3.7) liefert

$$K_I(t) = \bar{K}_I \exp(\dot{\epsilon}_a^0 c_{LR}(t - \bar{t})). \quad (3.8)$$

Nicht-triviale Lösungen nehmen den Wert $K_I = 0$ nur asymptotisch für $t \rightarrow -\infty$ an. Beim Aufbringen der Last muss aber bei endlichen Zeiten von Null gestartet werden, sodass folgende Approximation verwendet wird:

$$K_I^{\text{approx}}(t) = \bar{K}_I (1 - \exp(-\kappa t)) \exp(\dot{\epsilon}_a^0 c_{LR}(t - \bar{t})). \quad (3.9)$$

Der Parameter κ ($\kappa > 0$) beeinflusst, wie schnell sich die Approximation Gl. (3.9) der wahren Lösung Gl. (3.8) annähert, siehe Abb. 3.4. In den folgenden Studien wird $c_{LR} = 1$ und $\kappa = 0,031 \text{ s}^{-1}$ verwendet. Die Vorgabe $K_I(t)$ wird im FE-Programm ABAQUS mit der User-Subroutine UAMP realisiert.

Eine weitere Möglichkeit, Gl. (3.5) näherungsweise zu erfüllen, besteht in der Linearisierung der Gl. (3.8). Die lineare Näherung um den Entwicklungspunkt (\bar{t}, \bar{K}_I) lautet

$$K_I^{\text{lin}}(t) = \bar{K}_I (1 + c_{LR} \dot{\epsilon}_a^0 (t - \bar{t})). \quad (3.10)$$

Bei Beachtung von $\bar{t} = 1/(c_{LR} \dot{\epsilon}_a^0)$ verläuft diese Gerade durch den Ursprung, Abb. 3.4. Bei Vorgabe des K-Faktors nach der Gl. (3.10) kann eine zum hier verwendeten Verfahren Gl. (3.9) vergleichbare stationäre Lösung gefunden werden.

3.4 Numerisches Modell

Abb. 3.5(a) zeigt das vernetzte Boundary-Layer-Modell mit Randbedingungen. Die detaillierte Ansicht der Rissspitze ist in Abb. 3.5(b) zu sehen. Der Abstand zur Rissspitze wird bezüglich des abgebildeten Koordinatensystems (X_1, X_2) in der Ausgangskonfiguration gemessen. Es werden Viereckselemente mit 8 Knoten, quadratischen Ansatzfunktionen und reduzierter Integration (4 Integrationspunkte) verwendet. Die abgebildete Vernetzung resultiert aus einer Netzkonvergenzstudie. Für die Simulationen wird das kommerzielle FE-Programm ABAQUS verwendet.

Bei der Simulation der Rissabstumpfung ist es üblich, einen endlichen Kerbradius r_{init} an der Rissspitze zu verwenden. Somit wird vermieden, dass bereits frühzeitig stark

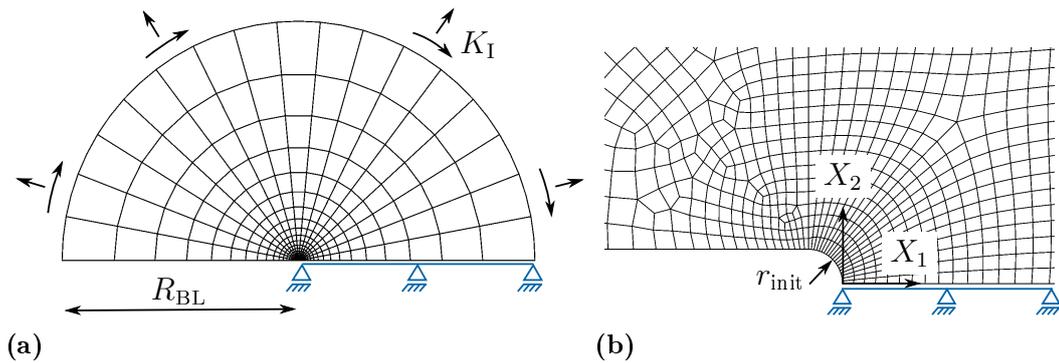


Abb. 3.5: (a) Exemplarische Vernetzung des Boundary-Layer-Modells mit Radius R_{BL} und (b) Beispiel einer Vernetzung der Risspitze, initialer Risspitzenradius r_{init}

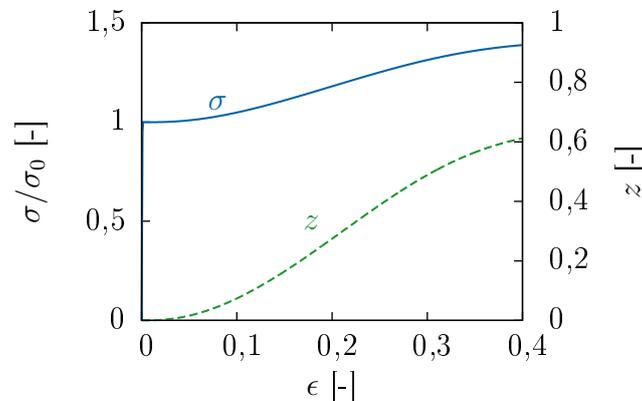


Abb. 3.6: Normierte Darstellung der wahren Spannungs-Dehnungs-Kurve mit der Entwicklung des Martensitvolumenanteils z des idealisierten TRIP-Stahls, Anfangsfließspannung $\sigma_0 = \tau_a^0$

distordierte Elemente vor der Risspitze auftreten. Um eine Lösung zu erzielen, die unabhängig vom gewählten Anfangsradius ist, muss der Kerb zu einem Vielfachen von r_{init} abstumpfen [75]. Dann konvergieren die mechanischen Felder gegen die stationäre Lösung, die auch für den ideal spitzen Anfangsriss gilt. Das verwendete Größenverhältnis $R_{BL}/r_{init} = 4,5 \cdot 10^5$ (das keinen Einfluss auf die Lösung haben darf) entspringt ebenfalls einer entsprechenden Konvergenzstudie.

3.5 Ergebnisse für ein idealisiertes TRIP-Material

Im Folgenden wird die Darstellung auf den Einfluss der Phasenumwandlung fokussiert. Dazu betrachtet man einen idealisierten TRIP-Stahl, der sich elastisch-idealviskoplastisch verhält und die verformungsinduzierte Phasenumwandlung als einzigen Verfestigungsmechanismus aufweist. In den Verfestigungsregeln der viskoplastischen Phasen Gl. (2.13) S. 33 sind die Parameter $B_a = B_m = 0$ zu setzen. Das Spannungs-Dehnungs- und Phasenumwandlungsverhalten ist Abb. 3.6 zu entnehmen. Es gilt die Konvention $\sigma_0 = \tau_a^0$, die Anfangsfließspannung des TRIP-Stahls entspricht der Anfangsfließspannung des Austenits (Gl. (2.13) S. 33). Die im Folgenden gezeigten Ergebnisse sind Teil der erzielten stationären Lösung.

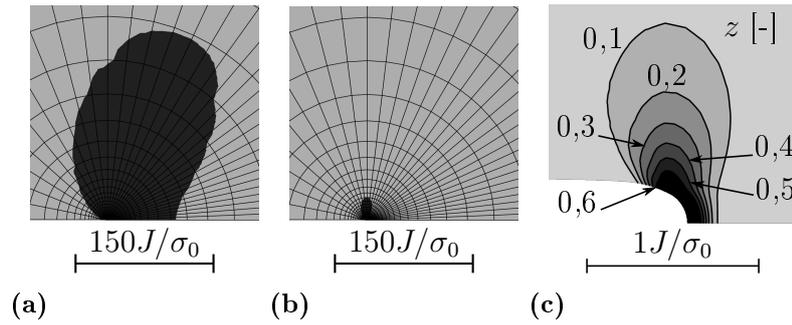


Abb. 3.7: Vergleich der (a) plastischen Zone ($\epsilon_{vp,a}^{eq} \geq 10^{-4}$) mit der (b) Umwandlungszone ($z \geq 10^{-4}$), (c) Konturplot des Martensitvolumenanteils z nahe der abgestumpften Risspitze

3.5.1 Gestalt der Umwandlungszone

Die Größe und Gestalt der plastischen Zone wird in den Abb. 3.7(a)-3.7(c) mit der Umwandlungszone verglichen. Um die Größe beider Zonen vergleichen zu können, ist in Abb. 3.7(a) und 3.7(b) der gleiche Bereich in der Umgebung der Risspitze dargestellt. Als plastische Zone wird der Bereich visualisiert, in dem für die viskoplastische Vergleichsdehnung im Austenit $\epsilon_{vp,a}^{eq} \geq 10^{-4}$ gilt. In der Umwandlungszone gilt entsprechend $z \geq 10^{-4}$. Die Zone der Phasenumwandlung ist detaillierter im Konturplot des Martensitvolumenanteils z Abb. 3.7(c) zu sehen.

Erwartungsgemäß ist die plastische Zone deutlich größer als die Umwandlungszone. Außerdem entspricht die Gestalt der Zone martensitischer Phasenumwandlung der bekannten Schmetterlingsform der plastischen Zone. Beide Erkenntnisse sind mit der verformungsinduzierten Phasenumwandlung begründbar, da plastische Deformation erforderlich ist, um Martensit zu bilden. Die Schmetterlingsgestalt der Umwandlungszone ist auch aus experimentellen Arbeiten [1, 2] und Simulationen [38, 45, 46, 114] in der Literatur bekannt.

3.5.2 Spannungen vor der Risspitze

Nun werden die Spannungskomponenten im Ligament vor der Risspitze ausgewertet, Abb. 3.8(a). Es werden hier stets Cauchy-Spannungen angegeben, die sich zu $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\tau} / \det(\mathbf{F})$ aus den Kirchhoff-Spannungen $\boldsymbol{\tau}$ und dem Deformationsgradienten \mathbf{F} ergeben¹. Die Stationarität der Lösung wird demonstriert, indem Kurven für verschiedene Lastniveaus eingetragen sind, die gut in einem Verlauf zusammenfallen.

Bei Annäherung an die Risspitze (im Diagramm von rechts kommend) steigen die Spannungen an und erreichen Maximalwerte von $\sigma_{22}^{\max,1}/\sigma_0 \approx 2,7$ und $\sigma_{11}^{\max,1}/\sigma_0 \approx 1,7$ bei $X_1/(J/\sigma_0) \approx 0,9$. Dann fällt die rissparallele Spannung σ_{11} ab und verschwindet an der Risspitze, da der abgestumpfte Riss eine freie Oberfläche darstellt. Die rissöffnende Spannung σ_{22} steigt nach einem gewissen Abfall wieder an und erreicht einen sekundären Maximalwert $\sigma_{22}^{\max,2}/\sigma_0 \approx 2,2$ bei $X_1/(J/\sigma_0) \approx 0,25$. Danach sinkt die Spannung wieder und erreicht an der Risspitze den Wert $\sigma_{22}/\sigma_0 \approx 1,7$. Die dort auftretenden Spannungssoszillationen sind mit numerischen Fehlern auf Grund zunehmend distortierter Elemente zu begründen. Die Maximalwerte der σ_{22} Spannung sind von je zwei

¹Bei Verwendung des logarithmischen Verzerrungstensors $\boldsymbol{\epsilon}$ (Hencky-Verzerrungstensor) kann man zeigen, dass $\det(\mathbf{F}) = \exp(\text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}))$ gilt.

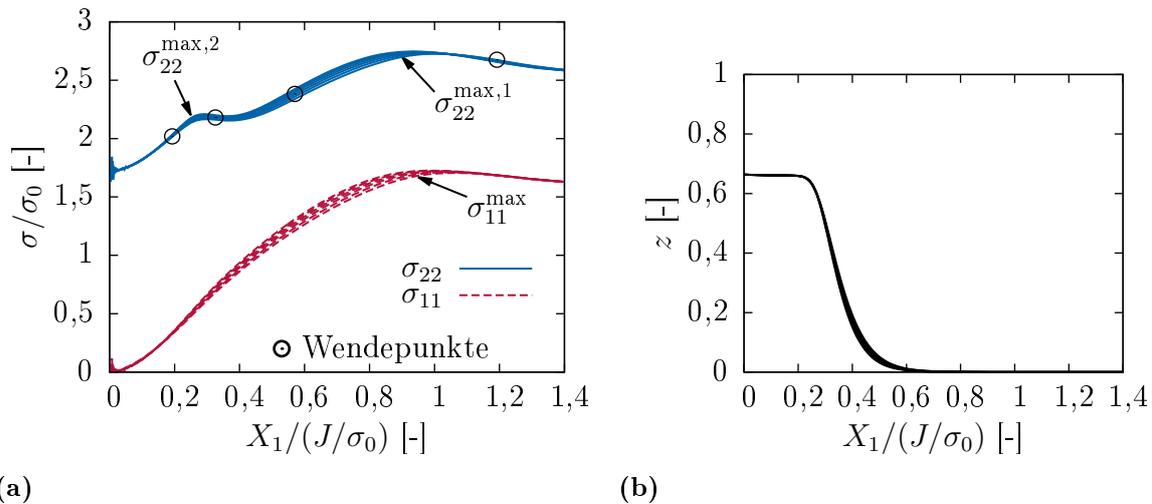


Abb. 3.8: (a) Verlauf der Spannungen σ_{11} und σ_{22} vor der Risspitze mit eingetragenen lokalen Maxima und Wendepunkten und (b) Martensitvolumenanteil vor dem abstumpfenden Riss

charakteristischen Wendepunkten umgeben, die ebenfalls in Abb. 3.8(a) eingetragen sind.

Der beobachtete Verlauf der σ_{11} Komponente ist aus Blunting-Studien in der Literatur gut bekannt [75]. Der Anstieg der Spannung bei Annäherung an den Riss ist Ausdruck der Spannungskonzentration. Der Rückgang in den Spannungen bei weiterer Annäherung wird damit begründet, dass die geometrische Entfestigung der Rissabstumpfung (vgl. Blunting mit Einschnürung im Zugversuch) die physikalische Verfestigung des Materials überwindet. Im Gebiet, in dem die Spannungsmaxima auftreten bis hin zur Risspitze, dominieren demzufolge geometrisch nichtlineare Effekte der großen Deformationen und zugehörige Spannungsumlagerungen.

3.5.3 Der Einfluss der Phasenumwandlung

Es ist offensichtlich, dass das sekundäre Spannungsmaximum $\sigma_{22}^{\max,2}$ durch die Phasenumwandlung verursacht wird bzw. der speziellen Form (S-Schlag) der Spannungs-Dehnungs-Kurve, Abb. 3.6 S. 43, geschuldet ist. Der hinzukommende Verfestigungsmechanismus (steigender Anteil von Martensit mit deutlich höherer Fließspannung) lässt die Spannung erneut ansteigen, der Maximalwert tritt auf, anschließend überwiegt erneut der geometrische Entfestigungseffekt der Rissabstumpfung.

Der Martensitvolumenanteil z vor der Risspitze, siehe Abb. 3.8(b), kann ebenfalls in die Diskussion einbezogen werden. Der Phasenanteil steigt zur Risspitze hin stark an ($0,25 < X_1/(J/\sigma_0) < 0,4$) und erreicht ein Plateau. Das sekundäre Spannungsmaximum liegt im Bereich des Anstiegs von z . Dort entfaltet die Martensitbildung ihre verfestigende Wirkung, wie man es auch in der Spannungs-Dehnungs-Kurve des idealisierten TRIP-Stahls, Abb. 3.6 S. 43, sieht.

Nun werden Ergebnisse verschiedener Modellmaterialien, Tab. 3.1 und Abb. 3.9, miteinander verglichen, um den Einfluss verschiedener Aspekte der Phasenumwandlung näher zu charakterisieren. Die Variante „TRIP“ stellt den bisher verwendeten idealisierten elastisch-ideal-viskoplastischen TRIP-Stahl Abb. 3.6 dar. Bei „ $\Delta_V = 0$ “ handelt es sich um ein vergleichbares Material mit deaktivierter Umwandlungsvolu-

Tab. 3.1: Untersuchte Modellmaterialien, für Spannungs-Dehnungs-Kurven siehe Abb. 3.9(a), für Martensitevolution siehe Abb. 3.9(b)

Variante	Beschreibung, beobachteter Einfluss
TRIP	TRIP-Stahl mit elastisch-ideal-viskoplastischen Einzelphasen (Abb. 3.6)
↑	volumetrische Umwandlungsdehnung
$\Delta_V = 0$	TRIP-Stahl ohne volumetrische Umwandlungsdehnung
↑	deviatorische Umwandlungsverzerrungen
$\epsilon_{tr} = \mathbf{0}$	TRIP-Stahl ohne jegliche Umwandlungsverzerrung
↑	umwandlungsinduzierte Verfestigung
Aust.	nicht umwandelnder Austenit, TRIP-Stahl ohne Phasenumwandlung

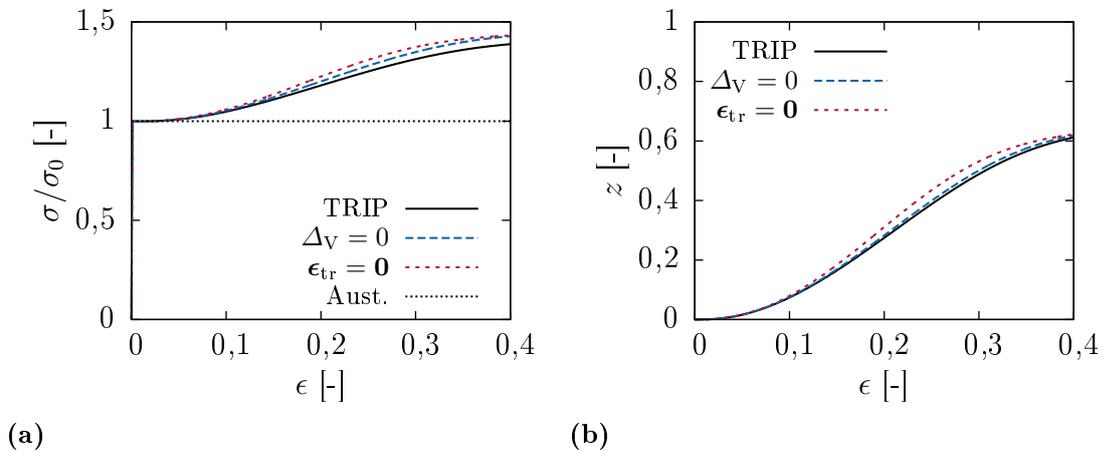


Abb. 3.9: Verschiedene idealisierte Modellmaterialien (a) wahre Spannungs-Dehnungs-Kurve (b) Entwicklung des Martensitvolumenanteils unter einachsigen Zug

mendehnung. Um das zu erreichen wird der Materialparameter Δ_V , siehe Gl. (2.8) S. 32, zu Null gesetzt. Bei „ $\epsilon_{tr} = \mathbf{0}$ “ gibt es gar keine Umwandlungsverzerrung mehr, was durch zusätzliche Parameterwahl $M_0 = M_1 = 0$ (dadurch $M = 0$ in Gl. (2.8)) eingestellt wird. „Aust.“ ist schließlich ein nicht umwandelnder Austenit (Parameter $\beta = 0$ in Gl. (2.16) und (2.17) führt zu $A = B = 0$ und damit entwickelt Gl. (2.15) keinen Martensit).

Vergleicht man „ $\epsilon_{tr} = \mathbf{0}$ “ mit „Aust.“ wird die Rolle der umwandlungsinduzierten Verfestigung deutlich. Beim Vergleich „ $\Delta_V = 0$ “ mit „ $\epsilon_{tr} = \mathbf{0}$ “ erkennt man den Einfluss der deviatorischen Umwandlungsverzerrungen. Der Unterschied zwischen „TRIP“ und „ $\Delta_V = 0$ “ offenbart die Wirkung der volumetrischen Umwandlungsdehnung und zuletzt weist der Abgleich von „TRIP“ und „Aust.“ auf die Rolle der Phasenumwandlung (komplett) hin. Siehe dazu auch Tab. 3.1.

In Abb. 3.9 ist ein geringer Einfluss der Umwandlungsverzerrungen erkennbar. Zunahme der deviatorischen und volumetrischen TRIP-Verzerrungen bewirkt geringfügig niedrigere Spannungen auf Grund des strain-softening-Effekts, damit sind auch etwas niedrigere Martensitvolumenanteile verbunden.

Die Spannungskomponenten und der Martensitvolumenanteil vor der Rissspitze werden mithilfe der Abb. 3.10 verglichen. Für den Austenit zeigt sich das von McMeeking [75] bekannte Verhalten: σ_{11} und σ_{22} weisen je ein Maximum vor der Rissspitze bei

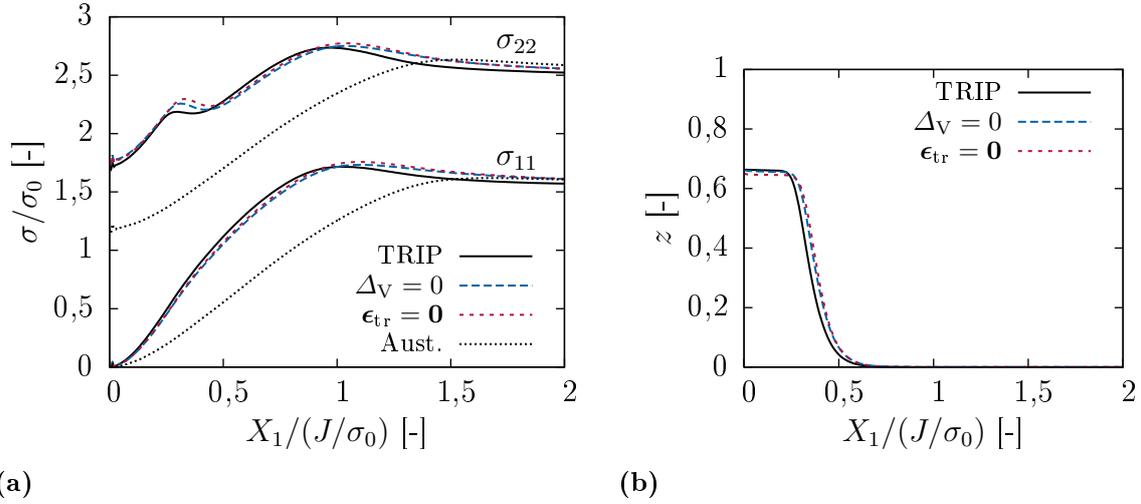


Abb. 3.10: Vergleich der Rissspitzenfelder für die betrachteten Modellmaterialien aus Tab. 3.1, Verlauf der (a) Spannungen und (b) des Martensitvolumenanteils z

$X_1/(J/\sigma_0) \approx 1,5$ auf.

Der wesentliche Unterschied resultiert aus der Betrachtung „ $\epsilon_{tr} = \mathbf{0}$ “ vs. „Aust.“. Die Spannungen sind höher und das primäre Maximum liegt näher an der Rissspitze. Das stellt den bekannten Einfluss höherer Verfestigung dar [75]. Weiterhin wurde auch in der Literatur [46, 114] von gesteigerten Spannungen vor dem Riss auf Grund der Phasenumwandlung berichtet. Außerdem zeigt sich das angesprochene sekundäre Maximum $\sigma_{22}^{\max,2}$, welches bisher in der Literatur nicht dokumentiert ist. Zur weiteren Diskussion wird die Abb. 3.11 herangezogen, in der die Spannungsmehrachsigkeit h und die Vergleichsdehnungen der viskoplastischen und umwandlungsinduzierten Verzerrungstensoren dargestellt werden. Die jeweilige Vergleichsdehnung ergibt sich dabei aus der Integration der zugehörigen Vergleichsdehnrate über die Zeit t :

$$\epsilon_{vp}^{eq} = \int_0^{\tilde{t}} \dot{\epsilon}_{vp}^{eq} dt \quad \text{mit} \quad \dot{\epsilon}_{vp}^{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{d}_{vp} : \mathbf{d}_{vp}}, \quad (3.11)$$

$$\epsilon_{tr}^{eq} = \int_0^{\tilde{t}} \dot{\epsilon}_{tr}^{eq} dt \quad \text{mit} \quad \dot{\epsilon}_{tr}^{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{d}_{tr} : \mathbf{d}_{tr}}. \quad (3.12)$$

Dabei ist festzustellen, dass die umwandlungsbedingte Verfestigung neben höheren Spannungskomponenten auch höhere Mehrachsigkeit vor der Rissspitze verursacht. Bedingt durch die Verfestigung ist auch, dass die viskoplastische Vergleichsdehnung von „ $\epsilon_{tr} = \mathbf{0}$ “ unterhalb der „Aust.“-Kurve liegt.

Der Einfluss der Umwandlungsverzerrungen stellt sich als gering heraus. Den deutlichsten Unterschied gibt es im Bereich des sekundären Spannungsmaximums. Dort wird der Zugspannungszustand vor allem durch die Volumendehnung etwas reduziert. Bei Hinzunahme der volumen- und gestaltändernden Transformationsdehnungen wird die viskoplastische Vergleichsdehnung geringfügig kleiner. Es dominieren jedoch viskoplastische Verzerrungen, da diese im Gegensatz zu den Transformationsverzerrungen ($\epsilon_{tr} \sim z$ mit $z \leq 1$) nicht begrenzt und am abstumpfenden Riss singulär sind.

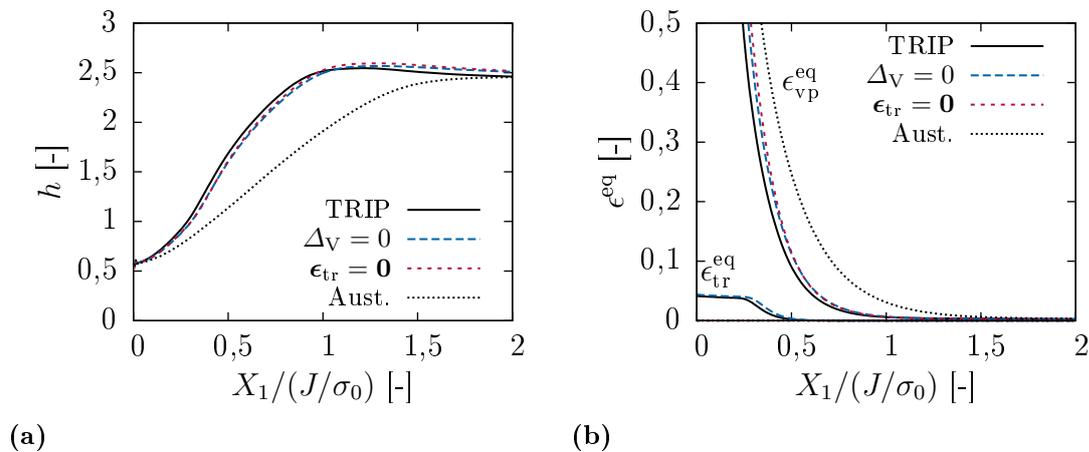


Abb. 3.11: Vergleich der Rissspitzenfelder für die betrachteten Modellmaterialien aus Tab. 3.1, Verlauf der (a) Mehrachsigkeit h und (b) der Vergleichsdehnungen ϵ_{vp}^{eq} und ϵ_{tr}^{eq}

Die unbedeutende Rolle der Umwandlungsverzerrungen ist auch auf den vorliegenden Fall der verformungsinduzierten Phasenumwandlung zurückzuführen. Die Umwandlungszone ist von der plastischen Zone umgeben. Zum Einen können hydrostatische Spannungszustände durch plastische Deformation der umgebenden Matrix abgebaut werden, zum Anderen werden die Transformationsverzerrungen im Fall „ $\epsilon_{tr} = \mathbf{0}$ “ durch etwas größere plastische Verzerrungen ersetzt. Ein anderes Bild würde sich bei spannungsinduzierten Umwandlungen ergeben, wo die Umwandlungszone direkt im elastischen Material eingebettet ist. Die umwandlungsinduzierten Verzerrungen stellen dann die einzigen inelastischen Verzerrungen dar, die auch in ihrem Betrag größer als die elastischen Deformationen sind und damit deutlich mehr Einfluss haben werden.

3.5.4 Fazit

- Die Phasenumwandlung erzeugt ein sekundäres Maximum und Wendepunkte im Verlauf der rissöffnenden Spannung vor der Rissspitze.
- Der wesentliche Einfluss resultiert aus der umwandlungsinduzierten Verfestigung.
- Die Transformationsverzerrungen spielen demgegenüber eine vernachlässigbare Rolle.

3.5.5 Die Rolle der Verfestigung

Zur besseren Überleitung zum nächsten Abschnitt wird dem idealisierten TRIP-Stahl weitere Verfestigung hinzugefügt, die aus fortschreitender viskoplastischer Deformation resultiert. Dazu wird nur in der austenitischen Phase Verfestigung zugelassen, indem der Parameter B_a der Verfestigungsregel Gl. (2.13) S. 33 schrittweise erhöht wird, siehe dazu Abb. 3.12.

Abb. 3.13 zeigt die entsprechenden Spannungen und den Martensitvolumenanteil am abstumpfenden Riss. Es ist deutlich erkennbar, dass die Spannungsmaxima näher an die Rissspitze verschoben werden und die Spannungsverläufe insgesamt ansteigen. Das ist darin begründet, dass der Bereich großer Deformationen näher an die Rissspitze

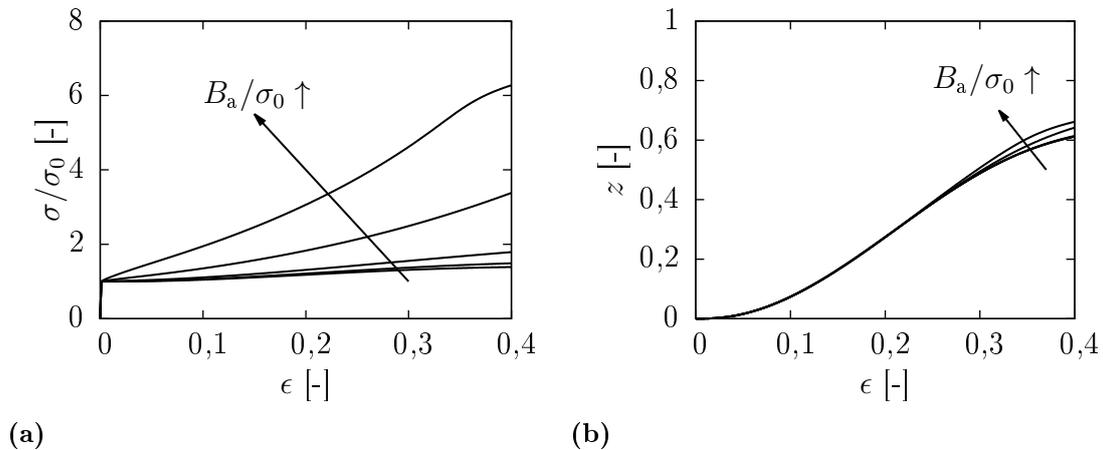


Abb. 3.12: Einfluss der Verfestigung (Austenit) auf (a) die wahre Spannungen-Dehnungs-Kurve und (b) die Entwicklung des Martensitvolumenanteils unter einachsigen Zug, $B_a/\sigma_0 = (0; 0,1; 0,4; 2; 6)$

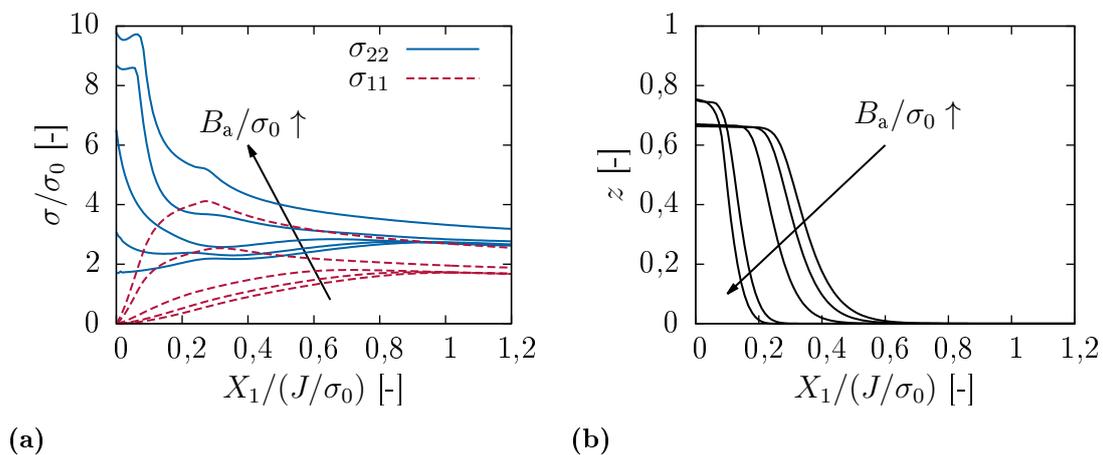


Abb. 3.13: Einfluss der Verfestigung (im Austenit) auf (a) die Spannungen und (b) den Martensitvolumenanteil vor der Rissspitze, $B_a/\sigma_0 = (0; 0,1; 0,4; 2; 6)$

heranrückt. Das wirkt sich auch auf den Martensitvolumenanteil aus. Diese Einflüsse sind aus der Literatur bekannt [75]. Interessant ist, dass vormalige Spannungsmaxima verschwinden (σ_{22} -Kurve der größten Verfestigung weist kein primäres Maximum mehr auf) und stattdessen charakteristische Krümmungsverläufe festgestellt werden - ein Umstand, der auch im folgenden Abschnitt zu beobachten ist.

3.6 Ergebnisse für realistisch verfestigendes TRIP-Material

Im jetzigen Abschnitt wird ein realistisch verfestigender TRIP-Stahl betrachtet. Die Materialparameter entsprechen vollständig den in Abschnitt 2.4 S. 35 identifizierten ($B_a/\sigma_0 = 8,7$). Zum Vergleich wird wieder ein stabiler Austenit herangezogen (Parameter $\beta = 0$ in Gl. (2.16) und (2.17) S. 34). Das Spannungs-Dehnungs- und Phasenumwandlungsverhalten unter einachsigen Zug ist Abb. 3.14 zu entnehmen. Der

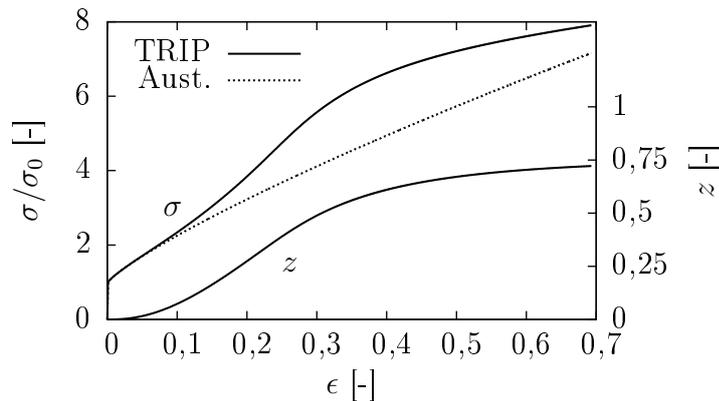


Abb. 3.14: Normierte Darstellung der wahren Spannungs-Dehnungs-Kurve mit der Entwicklung des Martensitvolumenanteils z des TRIP-Stahls und des (hypothetischen) stabilen Austenits, Anfangsfließspannung $\sigma_0 = \tau_a^0$

dargestellte stabile Austenit ist kein rein hypothetisches Vergleichsmaterial. Der vorliegende TRIP-Werkstoff zeigt schon bei 60 °C und definitiv bei 100 °C ein vergleichbares Spannungs-Dehnungs-Verhalten weil fast oder gar keine Phasenumwandlung mehr stattfindet.

Die im Folgenden gezeigten Ergebnisse sind erneut Teil einer stationären Lösung, die auch für diesen Fall gefunden wurde. Allerdings lassen sich für Größe und Form der Umwandlungszone mit dem verfestigenden TRIP-Stahl keine grundlegend anderen Erkenntnisse als im vorherigen Abschnitt gewinnen. Gleichwohl sind in [56] plastische Zonen und Umwandlungszonen für TRIP-Stahl mit vollständiger Verfestigung gezeigt.

3.6.1 Spannungen vor der abstumpfenden Risspitze

Es werden die Komponenten der Spannung Abb. 3.15(a) und der Martensitvolumenanteil Abb. 3.15(b) im Ligament vor der Risspitze diskutiert. Bei dem Vergleich der Abb. 3.15(a) und 3.13(a) fällt wieder die Wirkung der größeren Verfestigung auf (deutlich höhere Spannungen), die beim TRIP-Stahl noch stärker ausgeprägt ist. Das aus Abb. 3.8(a) bekannte primäre Spannungsmaximum existiert für σ_{11} , für σ_{22} ist es einer charakteristischen Krümmung gewichen (zum einfacheren Vergleich sind die Wendepunkte eingetragen). Das sekundäre Maximum ist nicht mehr zu verzeichnen, statt dessen gibt es ebenfalls einen markanten Krümmungsverlauf nahe der Risspitze innerhalb der beiden linken Wendepunkte in Abb. 3.15(a). Der Austenit weist diese Besonderheiten nicht auf.

Die numerische Rechnung liefert einen hohen Wert² $\sigma_{22}/\sigma_0 = 14$ der rissöffnenden Spannung für den TRIP-Stahl. In diesem Bereich ist die martensitische Phasenumwandlung gesättigt, Abb. 3.15(b). Der Martensit verfestigt ebenfalls mit fortschreitender viskoplastischer Deformation, weshalb die Spannung weiter anwächst. Die Verfestigungsparameter des Martensits liefern Fließspannungen, die zu Beginn deutlich über dem Austenit liegen, allerdings einen viel geringeren Anstieg aufweisen. Asymptotisch verfestigt der Austenit stärker als der Martensit bzw. die Austenit-Martensit-Mischung. Das ist auch in Abb. 3.14 erkennbar. Deshalb gibt es in Abb. 3.15(a) einen Bereich nahe der Risspitze, in dem der Austenit höhere σ_{22} -Spannung als der TRIP-Stahl aufweist.

²Bezogen auf die Anfangsfließspannung des Martensits τ_m^0 entspricht das $\sigma_{22}/\tau_m^0 = 1,76$.

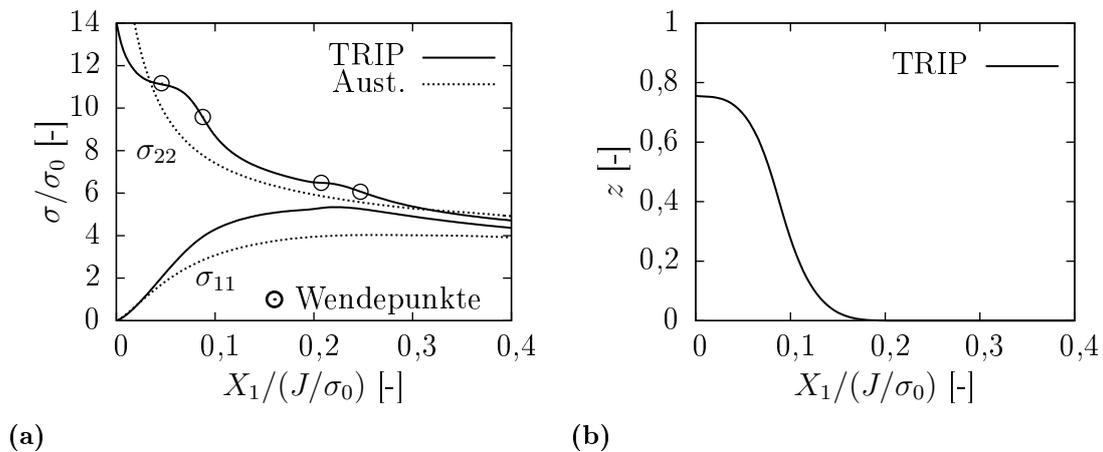


Abb. 3.15: Vergleich der Rissspitzenfelder zwischen TRIP-Stahl und stabilem Austenit (Aust.), Verlauf der (a) Spannungen mit eingetragenen Wendepunkten und (b) des Martensitvolumenanteils z

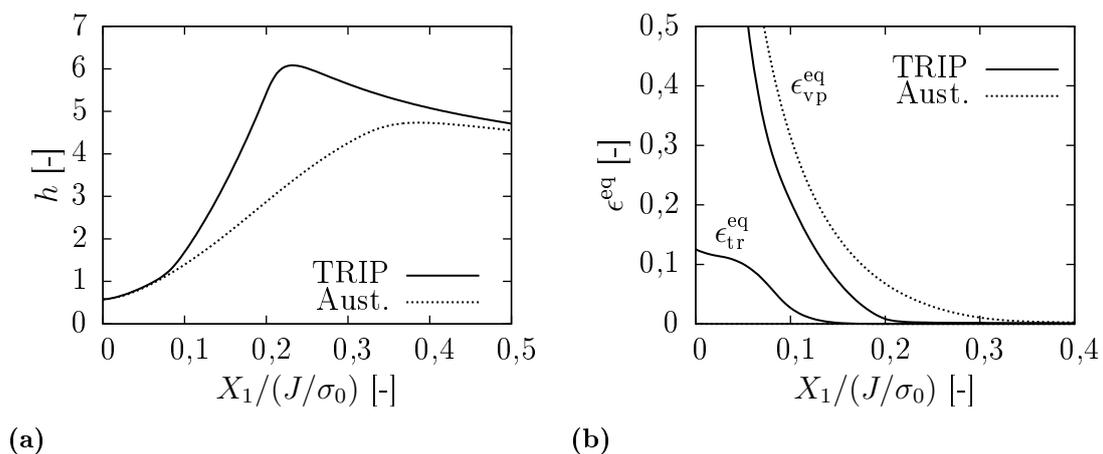


Abb. 3.16: Vergleich der Rissspitzenfelder zwischen TRIP-Stahl und stabilem Austenit (Aust.), Verlauf der (a) Mehrachsigkeit h und (b) der Vergleichsdehnungen ϵ_{vp}^{eq} und ϵ_{tr}^{eq}

Ein drastischer Anstieg der rissöffnenden Spannung bei Annäherung an die Rissspitze ohne ausgeprägtes Maximum ist auch aus Simulationsergebnissen von Yuan et al. [125] bekannt, bei denen ein stark verfestigender austenitischer Stahl betrachtet wird.

3.6.2 Einfluss der martensitischen Phasenumwandlung

Die Spannungsmehrachsigkeit ist in Abb. 3.16(a) und die inelastischen Vergleichsdehnungen nach Gl. (3.11) und (3.12) sind in Abb. 3.16(b) zu sehen. Vergleicht man den TRIP-Stahl mit dem Austenit, zeigt sich erneut, dass die Phasenumwandlung höhere Spannungen und Spannungsmehrachsigkeiten hervorruft. Die viskoplastische Vergleichsdehnung ϵ_{vp}^{eq} ist in beiden Fällen singulär und wird durch Martensitbildung reduziert, wobei die umwandlungsinduzierte Vergleichsdehnung ϵ_{tr}^{eq} auftritt. Eine detaillierte Diskussion des Einflusses von Umwandlungsverfestigung und -verzerrungen wird hier nicht durchgeführt, da sie keine neuen Erkenntnisse liefert.

3.6.3 Fazit

- Im Fall des realistisch verfestigenden TRIP-Stahls erzeugt Martensitbildung zwar kein sekundäres Spannungsmaximum mehr, dafür charakteristische Krümmungen und Wendepunkte im σ_{22} -Verlauf.
- Wiederum besteht der Haupteinfluss der Phasenumwandlung in gesteigerten Spannungen und Mehrachsigkeiten in den Rissspitzenfeldern.
- Im Vergleich zum vorherigen Abschnitt (nicht-verfestigende Phasen) ist das Spannungsniveau deutlich gestiegen. Die verwendeten Verfestigungsregeln führen dazu, dass die rissöffnenden Spannungen direkt vor der abstumpfenden Rissspitze im Austenit sogar größer sind als im TRIP-Stahl.

4 Modellvorstellungen zur Zähigkeitssteigerung durch den TRIP-Effekt

Das aktuelle Kapitel befasst sich damit, wie die Phasenumwandlung die Bruchzähigkeit eines TRIP-Stahls beeinflusst. Dabei werden die bisher erreichten Ergebnisse ausgewertet und Thesen zur Zähigkeitssteigerung aufgestellt. Diese bilden den Ausgangspunkt für den Fortgang der Arbeit. Einige Inhalte dieses Kapitels sind publiziert worden [10, 12].

4.1 Bisherige Erkenntnisse und Diskussion

Die zentrale Erkenntnis der vorherigen Abschnitte ist, dass martensitische Phasenumwandlung die Rissspitzenfelder in Form von höheren Spannungen und höherer Spannungsmehrachsigkeit beeinflusst. Der verfestigende Einfluss der Phasenumwandlung ist auch unabhängig davon bereits aus den Spannungs-Dehnungs-Kurven erkennbar und ist auch in der Einführung bereits als Kerneigenschaft der Phasenumwandlung angesprochen worden. Die wesentliche Frage ist nun: Was bedeutet die höhere Spannung für einen Bruchprozess?

4.1.1 Versagen durch Spaltbruch

Im Fall von sprödem Versagen geht man davon aus, dass die maximale Hauptspannung den Spaltbruch initiiert, wenn sie einen kritischen Wert (Spaltbruchfestigkeit) übersteigt. Ritchie et al. [98] haben ein derartiges Kriterium formuliert, das auch auf Spannungssingularitäten vor Rissspitzen anwendbar ist. Demnach setzt Spaltbruch ein, wenn die Spaltbruchfestigkeit im Abstand einer charakteristischen mikrostrukturellen Länge (z. B. Korngröße) zur Risspitze erreicht wird. In diesem Kontext wirken sich höhere Spannungen aufgrund der Phasenumwandlung ungünstig aus, wenn die Spaltbruchfestigkeit konstant ist. Versagen würde bei äußeren Lasten auftreten, die ohne Phasenumwandlung noch unkritisch wären. Allerdings kann die Phasenumwandlung auch die Spaltbruchfestigkeit oder die charakteristische Länge beeinflussen.

Versagt der Werkstoff durch Spaltbruch, wirkt sich die Martensitbildung womöglich negativ aus. In der experimentellen Studie von Antolovich und Singh [3] an spröde versagenden TRIP-Stählen wird dennoch von einer zähigkeitssteigernden Wirkung der martensitischen Phasenumwandlung berichtet. Das kann zum Einen damit erklärt werden, dass sich die Spaltbruchfestigkeit durch die Phasenumwandlung erhöht und dieser Zuwachs größer als die Erhöhung der maximalen Hauptspannung ist. Eine andere Erklärung beruht auf dem bereits angesprochenen Abschirmeffekt: rissumgebendes Material

wandelt um und dissipiert Arbeit, die nicht länger für Rissfortschritt zur Verfügung steht.

4.1.2 Versagen durch duktilen Bruch

Für den betrachteten TRIP-Stahl ist bekannt, dass er duktil versagt. Duktiles Versagen läuft über Bildung und Wachstum von Mikroporen ab, die sich schließlich zu einem Anriss bzw. mit dem bestehenden Riss vereinen. Auf das Porenwachstum hat vor allem die Spannungsmehrachsigkeit großen Einfluss. Größere Mehrachsigkeit durch Martensitbildung würde zu verstärktem Porenwachstum führen. Der oben angesprochene Abschirmeffekt kann allerdings auch bei duktilem Versagen zum Tragen kommen.

Hütter et al. [42, 44] führten intensive Studien am duktilen Rissfortschrittsmechanismus durch. In mikromechanischen Simulationen mit zahlreichen diskret aufgelösten Poren vor der Rissspitze konnte man zeigen, dass größere Verfestigung zu besserem Rissfortschrittsverhalten, d. h. steileren R-Kurven und höheren Risswiderständen, führt. Die Begründung hierfür ist, dass mehr Arbeit aufgewendet werden muss, um die porenumgebende Matrix in der Bruchprozesszone zu verformen und somit Porenwachstum zu erreichen.

Das spricht für einen positiven Effekt der Phasenumwandlung, solange sich der Bruchmechanismus nicht von duktil zu spröde ändert. Für TRIP-Stähle ist ein solcher positiver Einfluss bei duktilem Versagen in der Literatur dokumentiert¹. In den Experimenten von Gerberich et al. [29] wird eine Zähigkeitssteigerung durch den TRIP-Effekt nachgewiesen. Verzögerte plastische Lokalisierung und Schädigung (d. h. verzögertes Porenwachstum) auf Grund der Martensitbildung sind durch numerische Simulationen von Stringfellow [114] und Socrate [111] belegt.

4.2 Thesen zur Zähigkeitssteigerung durch martensitische Phasenumwandlung

Die bisherige Diskussion und die ausgewertete Literatur führen zu zwei Thesen, die einen positiven Einfluss der Phasenumwandlung auf den Bruchwiderstand im Falle duktilen Versagens erklären, siehe Abb. 4.1:

- Zum Einen erschwert die Phasenumwandlung den duktilen Rissfortschrittsmechanismus direkt in der Bruchprozesszone. Vor allem die zusätzliche Verfestigung behindert das Porenwachstum.
- Zum Anderen üben Materialbereiche, welche die Prozesszone umgeben und in denen Martensitbildung stattfindet, einen Abschirmeffekt aus, weil zusätzlich Arbeit dissipiert wird.

Um die Argumentation zu untermauern, werden im folgenden Abschnitt mikromechanische Simulationen zum duktilen Rissfortschritt durchgeführt, welche die Zähigkeitssteigerung demonstrieren.

Der transformationsinduzierte Abschirmeffekt auf die Rissspitze hingegen ist bisher kaum in der Literatur untersucht worden. Dem Autor ist nur die Arbeit von Iwamoto

¹Siehe dazu nochmals den Literaturüberblick in Abschnitt 1.2 S. 24.

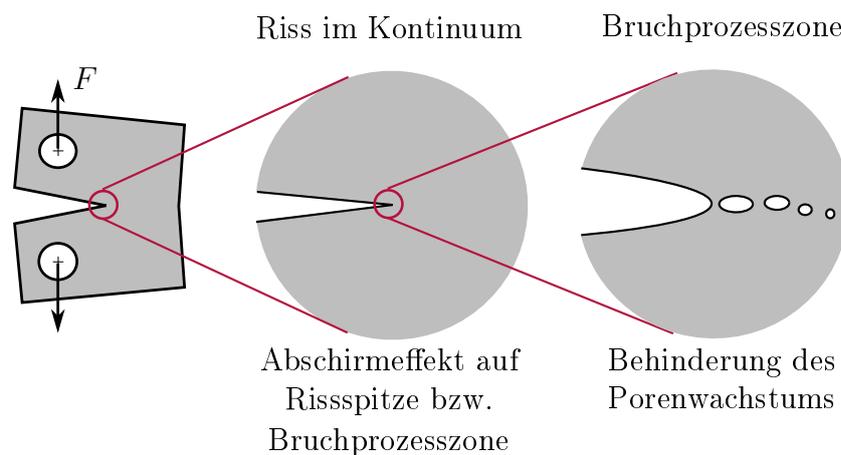


Abb. 4.1: Effekte der Zähigkeitssteigerung bei duktilen Versagen, die auf verschiedenen Skalen angesiedelt sind

und Tsuta [46] bekannt. Im Kapitel 5 wird eine Betrachtung der risstreibenden Kräfte durchgeführt. Dabei wird sich der Methode der materiellen Kräfte bzw. Konfigurationskräfte bedient. Resultierend erhält man eine J-Integral Formulierung, welche Terme der Phasenumwandlung enthält und wegunabhängig ist.

Auch für den Fall des Spaltbruchs können zwei Thesen zu einem positiven Einfluss der Phasenumwandlung aufgestellt werden:

- Bei Spaltbruch wird der Rissfortschritt in der Bruchprozesszone erschwert, wenn die Steigerung der Spaltbruchfestigkeit die Erhöhung der Hauptspannung (beides umwandlungsbedingt) überkompensiert.
- Der Abschirmeffekt, der durch Phasenumwandlung in der Umgebung der Risspitze verursacht wird, kann ebenfalls auftreten.

Die Änderung der Spaltbruchfestigkeit wurde im Zuge der Promotionsschrift nicht thematisiert, da die im Fokus dieser Arbeit stehenden TRIP-Stähle duktil versagen. In der Publikation von Issa et al. [45] wird jedoch ein Kohäsivzonenmodell vorgestellt, das den Einfluss des Martensitvolumenanteils auf die Spaltbruchfestigkeit abbilden kann und entsprechende Parameterstudien ermöglicht. Die angesprochenen Untersuchungen zum transformationsinduzierten Abschirmeffekt im nächsten Kapitel haben sowohl für duktilen als auch sprödes Versagen Gültigkeit.

4.3 Exkurs: Mikromechanische Simulation der duktilen Rissausbreitung

Um den Einfluss der martensitischen Phasenumwandlung auf den duktilen Schädigungs- und Bruchmechanismus zu untersuchen, wird dieser Mechanismus in idealisierter Art und Weise zweidimensional simuliert. Rissinitiierung und -ausbreitung werden ermöglicht, indem eine Anzahl von Poren vor der initialen Risspitze modelliert werden. Die zwischen den Poren befindlichen Mikroligamente werden unter Last deformiert und schließlich ein - der Riss schreitet voran.

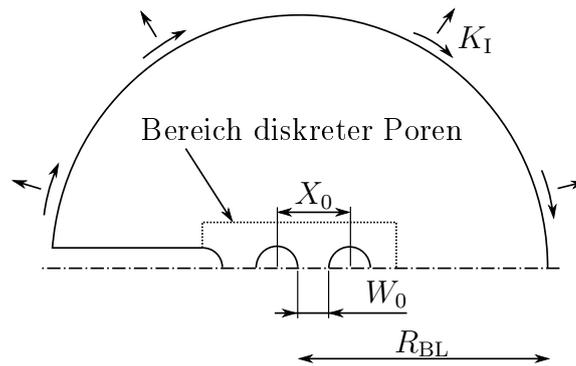


Abb. 4.2: Skizze des Boundary-Layer-Modells mit einem Bereich vor der Rissspitze, in dem die Poren diskret aufgelöst sind, X_0 initialer Porenabstand, W_0 anfängliche Breite eines Mikroligaments, R_{BL} Radius des Boundary-Layer-Modells

4.3.1 Vereinfachtes mikromechanisches Modell

Es wird wiederum Kleinbereichsfließen bei Annahme des ebenen Verzerrungszustands betrachtet, vgl. dazu Abschnitt 3.1 S. 39. Das für den aktuellen Abschnitt modifizierte Boundary-Layer-Modell mit diskret aufgelösten Poren ist in Abb. 4.2 skizziert. Unverändert wird die Beanspruchung am Rand durch die aus dem K-Feld resultierenden Verschiebungen aufgeprägt. Nach wie vor muss die plastische Zone viel kleiner sein, als die Größe des Boundary-Layers R_{BL} . Im Ligament vor der Rissspitze wird eine Reihe von Poren eingebracht, die den gleichen Durchmesser und Abstand voneinander haben. Der Porenabstand in der Ausgangskonfiguration wird mit X_0 bezeichnet und stellt eine materialspezifische Länge dar, die im Folgenden zur Skalierung verwendet wird. Damit kann der verwendete Radius des Boundary-Layer-Modells mit $R_{BL}/X_0 = 10^4$ angegeben werden. Die bereits angesprochenen Mikroligamente weisen eine Breite W_0 auf, die über $W_0 = X_0 - D_0$ aus Porenabstand X_0 und Porendurchmesser D_0 resultiert. Durch Normierung mit X_0 lässt sich das dimensionslos schreiben

$$\frac{W_0}{X_0} = 1 - \frac{D_0}{X_0}. \quad (4.1)$$

Der bezogene initiale Porendurchmesser D_0/X_0 ist mit dem initialen Porenvolumenanteil f_0 verknüpft

$$f_0 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D_0}{X_0} \right)^2. \quad (4.2)$$

Die Mikroporosität der Werkstoffe wird stark vereinfacht dargestellt. Es wird nur eine Lage gleichgroßer äquidistanter Poren betrachtet. Als Folge der zweidimensionalen Modellierung stellen sie zylinderförmige Hohlräume dar. Derartige 2D Modelle, die auch mehrere gestapelte Lagen von Poren berücksichtigen, wurden ausführlich durch Hütter et al. [42, 43] studiert. Dabei konnten Risswiderstandskurven für Werkstoffe mit unterschiedlicher Verfestigung, unterschiedlichem initialem Porenvolumenanteil f_0 , verschieden vielen Reihen von Poren und verschiedenen Porenanordnungen vorhergesagt werden.

Dieser Abschnitt ist als Exkurs zu verstehen, der qualitativ den zähigkeitssteigernden Einfluss der Phasenumwandlung demonstrieren soll. Es ist nicht das Ziel, eine quantitative Prognose der Risswiderstandskurven an Hand mikromechanischer Simulationen zu

treffen. Deshalb ist das hier verwendete Modell (eine Lage von Poren) nicht so komplex wie bei Hütter et al. [42, 43].

In dieser Studie werden 100 Poren berücksichtigt. Ein in solchen Modellen häufig genutzter Porenvolumenanteil von $f_0 = 1,4\%$ wird verwendet, siehe z. B. Tvergaard und Hutchinson [119]. Das Materialverhalten wird im kompletten Boundary-Layer-Modell (auch im Bereich diskreter Poren) durch das vorgestellte TRIP-Stahl-Modell nach Prüger, siehe Abschnitt 2 S. 31, abgebildet. Der Spannungsintensitätsfaktor wird mit einer konstanten Rate von $\dot{K}/(\sigma_0\sqrt{X_0}) = 1/s$ vorgegeben, dabei entspricht σ_0 wieder der Anfangsfließspannung².

Bei der Darstellung der Ergebnisse wird die Beanspruchung der Risspitze in Form des J-Integrals mit der Anfangsfließspannung σ_0 und dem Porenabstand X_0 normiert. Für EVZ und Kleinbereichsfließen gilt wieder

$$J = \frac{K_I^2(1 - \nu^2)}{E}, \quad (4.3)$$

siehe Abschnitt 3.2 S. 40. Die Rissausbreitung Δa wird mit X_0 normiert. Dabei ist der Rissfortschritt auf Grundlage der wachsenden Poren bzw. der einschnürenden Mikroligamente zu bestimmen:

$$\Delta a = X_0 \sum_i^{n_{ML}} \left(1 - \frac{W_i}{W_0}\right). \quad (4.4)$$

Die aktuelle Breite eines Mikroligaments i wird mit W_i bezeichnet. Pro Mikroligament kann der Riss höchstens um die Länge X_0 (Porenmittelpunktabstand) wachsen. Besitzt die Materialbrücke noch die Ausgangsbreite $W_i = W_0$, so liefert sie keinen Beitrag zum Rissfortschritt. Wird sie hingegen im Laufe der Deformation schmaler, gibt es einen Beitrag zur Risslänge, der mit $W_i \rightarrow 0$ gegen X_0 geht. Der Beitrag aller Mikroligamente (Anzahl n_{ML}) wird aufsummiert.

Das dargestellte Randwertproblem wird mit dem kommerziellen Finite-Elemente Programm ABAQUS gelöst. Dabei werden Viereckselemente mit 8 Knoten, quadratischen Ansatzfunktionen und reduzierter Integration verwendet. Die Vernetzung des Bereiches mit Poren vor der Anfangsrisspitze ist in Abb. 4.3 dargestellt. Da sich die Mikroligamente stark deformieren und einschnüren, werden diese Bereich besonders fein vernetzt, um die auftretenden Gradienten auflösen zu können.

4.3.2 Ergebnisse

Die deformierte Konfiguration der Poren wird in Abb. 4.4 detailliert dargestellt. Dabei sind Zustände bei verschiedenen Laststufen $J/(\sigma_0 X_0)$ zu sehen. Weiterhin wird der TRIP-Stahl mit einem hypothetischen stabilen Austenit (Aust.)³ verglichen.

Es wird beobachtet, dass der Riss zunächst stark abstumpft und erste Poren zu wachsen beginnen. Dabei wachsen stets mehrere Poren gleichzeitig. Anschließend schnürt das erste Mikroligament im Zuge konzentrierter plastischer Verformung ein und ver-

²Es gilt wieder $\sigma_0 = \tau_a^0$, die Anfangsfließspannung des TRIP-Stahls entspricht der des Austenits. Für die hier verwendete dimensionslose Modellierung werden sämtliche Materialparameter, welche die Dimension einer Spannung haben, siehe Tab. 2.1 S. 37, mit σ_0 normiert.

³Der stabile Austenit wird wieder durch Parameterwahl $\beta = 0$ erzeugt.

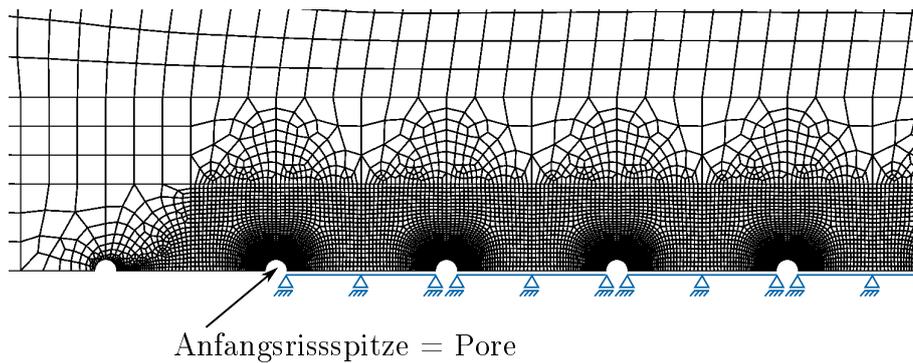


Abb. 4.3: Darstellung der Vernetzung des Bereichs diskret aufgelöster Poren vor der Rissspitze zusammen mit den Symmetrierandbedingungen

schwindet fast vollständig⁴. Die zugehörige Pore beschleunigt entsprechend ihr Wachstum und vereinigt sich mit dem Riss. Nacheinander werden die Materialbrücken durch Einschnürung eliminiert und der Riss schreitet voran. Vergleichend sieht das Porenwachstum für TRIP-Stahl und Austenit sehr ähnlich aus. Im Detail fällt allerdings gerade in den Bildern der unteren beiden Reihen auf, dass die Poren im Austenit bei gleichem Beanspruchungszustand (Abb. 4.4 Vergleich links rechts) etwas größer sind. Damit wird gezeigt, dass die von der martensitischen Phasenumwandlung induzierte Verfestigung das Porenwachstum bremst.

Das wird ebenfalls aus Abb. 4.5 ersichtlich, welche die ausgewerteten Risswiderstandskurven für beide Varianten zeigt. Der Anstieg der Kurve des TRIP-Stahls (Reißmodul) ist erkennbar größer als der des Austenits und der TRIP-Effekt behindert offensichtlich die Rissausbreitung.

Interessanterweise sieht man einen wellenförmigen Verlauf der R-Kurve des TRIP-Stahls. Jede dieser Wellen korrespondiert zur Einschnürung eines Mikroligaments während der Rissausbreitung. Das nacheinander stattfindende Einschnüren einzelner Materialbrücken ist beim TRIP-Stahl deutlicher ausgeprägt als beim Austenit. Das ist mit der stärkeren lokalen Verfestigung auf Grund der Phasenumwandlung zu begründen. Im Austenit ist der wellenartige Verlauf kaum erkennbar, da mehr Poren gleichzeitig wachsen, als im TRIP-Stahl.

Es ist zu erwähnen, dass die Risswiderstandskurven in Abb. 4.5 noch nicht den Grenzwert J_{lim} nach Hütter et al. [42, 43] erreicht haben. J_{lim} wird durch den Übergang zu einem horizontalen Verlauf der Risswiderstandskurve gekennzeichnet. Die Beanspruchung müsste noch deutlich gesteigert werden, um diesen Zustand zu erreichen. Ob der TRIP-Stahl auch dann noch eine größere Zähigkeit als der Austenit aufweist, ist wahrscheinlich, wird hier allerdings nicht mit vollständiger Gewissheit gezeigt. Weitere Laststeigerung würde im vorhandenen Modell die Bedingung für Kleinbereichsfließen durch die zu große plastische Zone verletzen. Eine tiefer gehende Betrachtung dieser Thematik war nicht im Fokus der Dissertation.

Abschließend soll noch die Verteilung des Martensitvolumenanteils im Umfeld der wachsenden Poren präsentiert werden, siehe Abb. 4.6. In unmittelbarer Umgebung der Poren findet plastische Deformation und Phasenumwandlung lokalisiert statt. Das ä-

⁴Die Finiten Elemente in diesen Bereichen werden stark distordiert. Die Ergebnisse dort sind fragwürdig, spielen jedoch keine Rolle mehr, da die Breite der Materialbrücken auf Null reduziert und keine Kraft mehr übertragen wird.

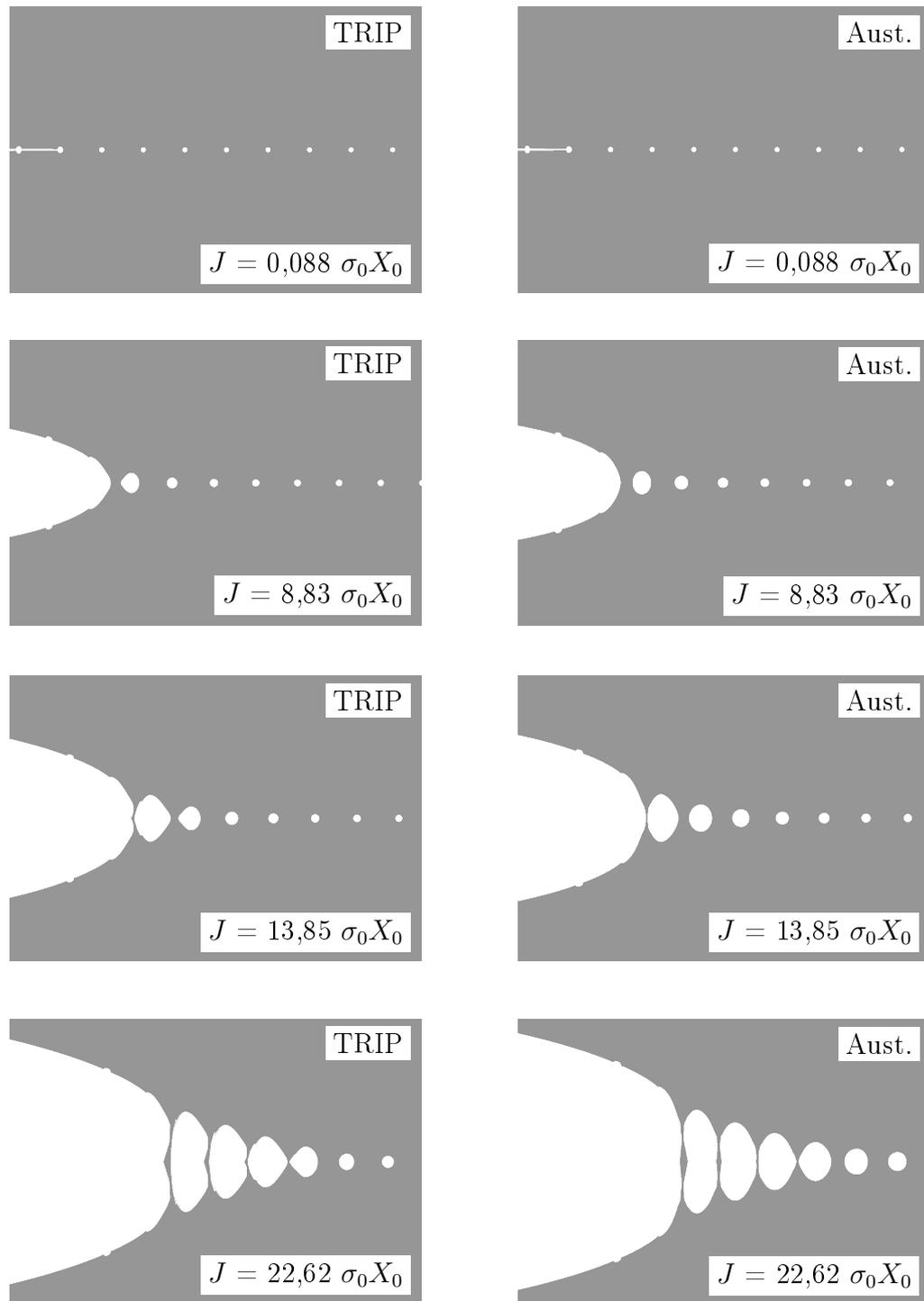


Abb. 4.4: Darstellung des duktilen Rissfortschrittsmechanismus auf Grundlage von Porenwachstum und -koaleszenz: Es wird der TRIP-Stahl (links, TRIP) mit einem stabilen Austenit (rechts, Aust.) bei verschiedenen Laststufen verglichen (steigendes J-Integral von oben nach unten). X_0 initialer Porenabstand, σ_0 Anfangsfließspannung

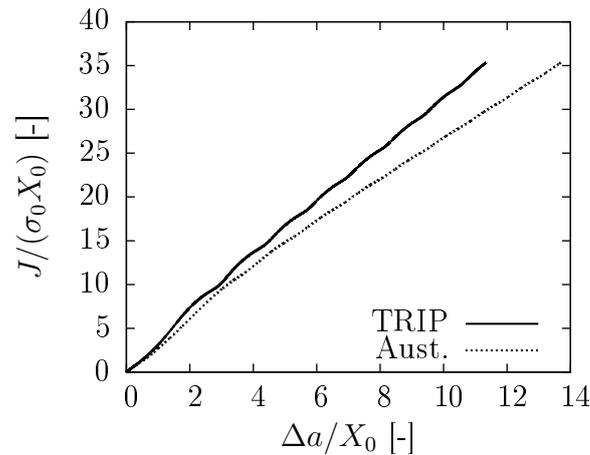


Abb. 4.5: Vergleich der simulierten Risswiderstandskurven für TRIP-Stahl und stabilen Austenit (Aust.): Normiertes J-Integral $J/(\sigma_0 X_0)$ vs. normierte Rissausbreitung $\Delta a/X_0$, Anfangsporenabstand X_0 und Anfangsfließspannung σ_0

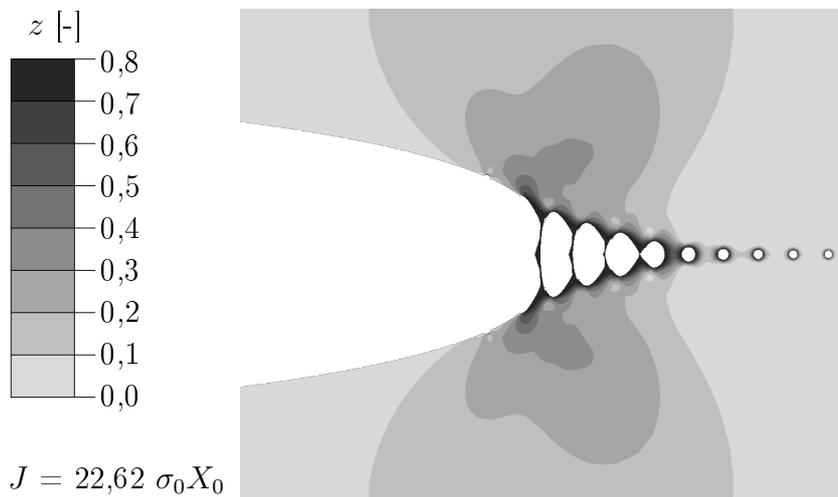


Abb. 4.6: Konturplot der Martensitvolumenanteils z im Bereich der wachsenden Poren bzw. des fortschreitenden Risses im TRIP-Stahl

ßert sich zum Einen darin, dass auch in einiger Entfernung zur Risspitze Martensit nahe der Poren gebildet wird. Andererseits findet sich gerade in der Nähe der Poren, die sich bereits mit dem Riss vereinigt haben, der maximale Martensitvolumenanteil, der größer als in der Analyse der Rissabstumpfung am stationären Riss ist (siehe Abb. 3.7(c) S. 44). Durch den Konturplot des Martensitvolumenanteils z wird veranschaulicht, wie die Phasenumwandlung lokal zusätzliche Verfestigung induziert, die schließlich das Porenwachstum bzw. die Einschnürung der Mikroligamente erschwert. Auch die schmetterlingsförmige Umwandlungszone, die aus dem letzten Kapitel vom abstumpfenden Riss bekannt ist, findet sich grundsätzlich in Abb. 4.6 wieder. Die etwas andere Gestalt wird durch die Rissausbreitung hervorgerufen.

5 Materielle Kräfte unter Berücksichtigung der Phasenumwandlung

In diesem Kapitel wird die Theorie materieller Kräfte verwendet, um die Triebkraft, welche auf eine Rissspitze wirkt, unter Berücksichtigung der plastischen Verformung und Phasenumwandlung zu berechnen. Es wird ein modifiziertes J-Integral als Beanspruchungsparameter der Rissspitze bzw. als Bruchparameter formuliert und in Form einer geschlossenen Gleichung angegeben. Außerdem wird die numerische Auswertung der materiellen Kräfte behandelt. Einige Inhalte dieses Kapitels sind publiziert worden [11, 56].

5.1 Einführung in die Theorie materieller Kräfte

Bei der Theorie materieller Kräfte (auch Konfigurationskräfte, verallgemeinerte Kräfte, thermodynamische Kräfte) handelt es sich um ein ausgedehntes Forschungsgebiet im Rahmen der Kontinuumsmechanik, das in der vorliegenden Arbeit nicht umfassend behandelt werden kann. Hier soll nur die prinzipielle Bedeutung materieller Kräfte erläutert werden. Im Fokus steht der Zusammenhang zu Konzepten der Bruchmechanik. Dem interessierten Leser wird das Buch von Kienzler und Herrmann [53] und der Übersichtsartikel von Maugin [69] empfohlen. Weitere Bücher auf diesem Gebiet gibt es von Maugin [72, 73] und Gurtin [37].

Die genannten Bücher und zahlreiche Publikationen [z. B. 70, 71, 112, 113] präsentieren die Theorie materieller Kräfte als duale *Mechanik im materiellen Raum* analog zur „herkömmlichen“ *Mechanik im physikalischen Raum*. Es handelt sich jedoch nicht um eine eigenständige „Parallelmechanik“, da sich keine vollständigen Anfangsrandwertprobleme aufstellen lassen [69]. Sämtliche Größen, die in der Mechanik im materiellen Raum definiert sind, können nur auf Basis der Lösung des mechanischen Problems im physikalischen Raum bestimmt werden [53, S. 4]. Beispielsweise erhält man im Rahmen der Finiten Elemente Methode die materiellen Kräfte stets durch Postprocessing einer „normalen“ Rechnung.

Das Konzept der materiellen Kräfte befasst sich mit Defekten in Festkörpern und deren Entwicklung als Wirkung ebendieser materiellen Kräfte. Der Begriff „Defekt“ ist dabei sehr weit gefasst: Leerstellen und Fremdatome (0D) im Atomgitter, Versetzungslinien (1D) im Kristall, Risse, Korn- und Phasengrenzflächen (2D) und Poren oder Einschlüsse (3D) sind in diesem Zusammenhang Defekte [35].

Die Ursprünge gehen auf Eshelby zurück, der Kräfte auf Versetzungen und Einschlüsse in einer elastischen Matrix untersuchte [19–21]. Die folgende Darstellung richtet sich nach den Lehrbüchern von Kienzler und Herrmann [53, S. 96 ff.] und Kuna [55, S. 253 ff.]. Betrachtet wird ein Defekt in einem ansonsten homogenen elastischen Körper. Die

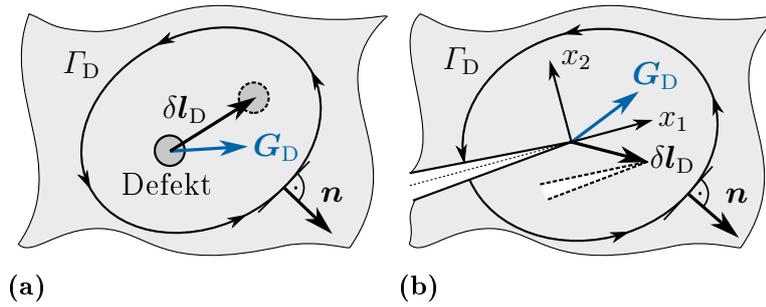


Abb. 5.1: Virtuelle Verrückung $\delta \mathbf{l}_D$ von (a) Defekten und speziell von (b) Rissen bzw. Risspitzen (eigentlicher Defekt \rightarrow Singularität), \mathbf{G}_D materielle Kraft, Γ_D ist eine Kontur, die den Defekt enthält, \mathbf{n} ist ein dazugehöriger Normalenvektor

materielle Kraft \mathbf{G}_D charakterisiert die virtuelle Änderung der gesamten Energie $\delta \Pi$ des mechanischen Systems bei virtueller Verrückung $\delta \mathbf{l}_D$ des Defekts (D), Abb. 5.1(a). Demnach ist $\delta \Pi$ gleich der negativen virtuellen Arbeit, welche die materielle Kraft bei der virtuellen Verrückung (beides Vektoren) des Defekts leistet:

$$\delta \Pi = -\delta \mathbf{l}_D \cdot \mathbf{G}_D \quad (5.1)$$

Es ist wichtig, hervorzuheben, dass der Defekt im undeformierten Zustand des Körpers virtuell verrückt wird. Im Sinne der Kinematik finiter Deformationen handelt es sich um eine *Verrückung in der Referenzkonfiguration*. Beide undeformierten Zustände (originaler Körper und der mit virtuell verrücktem Defekt) werden anschließend belastet und die Differenz der Gesamtenergie wird bestimmt. Die Betrachtung geänderter Referenzkonfigurationen ist somit das wesentliche Merkmal der Theorie materieller Kräfte.

Die Bedeutung der materiellen Kraft als *Energiefreisetzungsrates* bei einer Translation des Defekts wird offensichtlich, indem \mathbf{G}_D als negative Variation der Gesamtenergie nach $\delta \mathbf{l}_D$ geschrieben wird:

$$\mathbf{G}_D = - \lim_{\delta \mathbf{l}_D \rightarrow 0} \frac{\delta \Pi}{\delta \mathbf{l}_D}. \quad (5.2)$$

Man kann zeigen, dass die materielle Kraft für ebene Probleme¹ als Linienintegral

$$\mathbf{G}_D = \int_{\Gamma_D} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS = \mathbf{J} \quad (5.3)$$

entlang einer geschlossenen Kontur Γ_D , welche den Defekt im Uhrzeigersinn umgibt, berechnet wird. \mathbf{n} ist der Normalenvektor entlang der Integrationskontur, \mathbf{Q} ist der von Eshelby [21] so bezeichnete Energie-Impuls-Tensor der Elastostatik². Die Bezeichnung dieses Integrals als Vektor \mathbf{J} ist in der Literatur verbreitet. Das Integral ist *wegunabhängig*, d. h. der Integrationspfad ist beliebig wählbar, solange er keine weiteren Defekte enthält. Enthält die Kontur Γ_D mehrere Defekte, ergibt \mathbf{J} die materielle Kraft, welche für die virtuelle Verrückung all dieser Defekte erforderlich ist.

¹Zur anschaulichen Darstellung werden in dieser Arbeit meist 2D-Gebiete verwendet. Teilgebiete sind somit Teilflächen, die von Linien bzw. Konturen begrenzt werden. Die physikalischen Zusammenhänge und präsentierten Formeln sind ohne Einschränkung auch auf 3D-Gebiete anwendbar, wo Teilvolumen durch Flächen begrenzt werden.

²In der englischsprachigen Fachliteratur ist die Bezeichnung *Eshelby stress tensor* verbreitet.

Der Tensor \mathbf{Q} weist im Rahmen der Theorie kleiner Deformationen folgende Gestalt auf

$$\begin{aligned}\mathbf{Q} &= \psi \boldsymbol{\delta} - (\text{grad } \mathbf{u})^T \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ Q_{kl} &= \psi \delta_{kl} - u_{i,k} \sigma_{il}.\end{aligned}\quad (5.4)$$

Dabei ist ψ die Freie Energie nach Helmholtz, $\boldsymbol{\delta}$ der Einheitstensor 2. Stufe, \mathbf{u} der Verschiebungsvektor und $\boldsymbol{\sigma}$ der Spannungstensor.

Die vorliegende Dissertationsschrift ist auf bruchmechanische Fragestellungen fokussiert. Deshalb wird die materielle Kraft, die auf eine Risspitze wirkt, betrachtet, siehe Abb. 5.1(b). Zunächst soll die virtuelle Verrückung der Risspitze parallel zum Riss erfolgen $\delta \mathbf{l}_D = \delta a \mathbf{e}_1$. Die virtuelle Änderung der Energie Gl. (5.1) ergibt sich zu

$$\delta \Pi = -\delta a \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{J} = -\delta a J_{\text{Rice}}. \quad (5.5)$$

Dabei wird nur die x_1 -Komponente des \mathbf{J} -Vektors ausgewertet, die gerade dem berühmten J-Integral nach Rice [97] bzw. Cherepanov [16] entspricht. Bestimmung der J_1 -Komponente und kurze Zwischenrechnung ($\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{n} dS = dx_2$) führt zu

$$J_1 = J_{\text{Rice}} = \int_{\Gamma_D} \left(\psi dx_2 - \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} dS \right) \quad (5.6)$$

mit dem Spannungsvektor $\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$. Damit hat der Integralausdruck exakt die gleiche Form wie in [97]. Aus Gl. (5.2) folgt direkt die Bedeutung des J-Integrals als Energiefreisetzungsrates bei Rissfortschritt, die aus der Bruchmechanik bekannt ist.

$$J_{\text{Rice}} = - \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{\delta \Pi}{\delta a} \quad (5.7)$$

Die praktische Bedeutung der Energiefreisetzungsrates ist, dass das System genau $\delta \Pi$ an Energie zur Verfügung stellen kann, um den Riss um die Länge δa wachsen zu lassen. Der Riss wächst allerdings erst, wenn die Energiefreisetzungsrates mindestens gleich der Bruchzähigkeit ist, die einen Werkstoffkennwert darstellt und aus der Dissipation resultiert, die beim Rissfortschritt stattfindet.

Im Fall allgemeinerer Verrückungen³ bezüglich des in Abb. 5.1(b) eingetragenen kartesischen Koordinatensystems entspricht J_1 weiterhin dem J-Integral nach Rice und wird als wesentlicher Bruchparameter angesehen. Zur virtuellen Änderung der Gesamtenergie trägt allerdings auch die Komponente J_2 bei, die im Allgemeinen nicht mehr wegunabhängig ist [53, S. 107 ff.][55, S. 257]. Für ebene Probleme gilt stets $J_3 = 0$.

Kommentar: In der Theorie materieller Kräfte ist das J-Integral nach Rice stets als Konfigurationskraft, welche auf die Risspitze (Defekt, Diskontinuität, Singularität) wirkt, angesehen worden. Im Umkehrschluss sind bekannte Konzepte der Bruchmechanik Anwendungen der „Mechanik im materiellen Raum“. Die Frage „Nimmt man das J-Integral oder die Konfigurationskraft als Risspitzenparameter?“ stellt sich nicht, da es gleichwertige Konzepte sind, die aus historisch gewachsenen Gründen verschiedene Namen haben.

³Die virtuelle Verrückung bezieht sich stets auf den gesamten in Γ_D enthaltenen Teil des Risses.

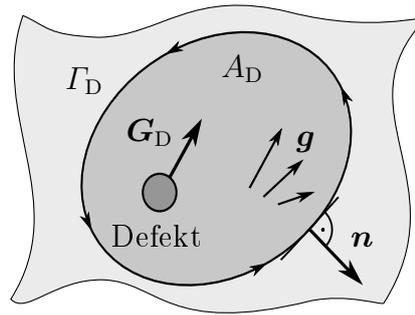


Abb. 5.2: Skizze materieller Kräfte in einem Körper, der Defekte enthält und inelastisches Materialverhalten aufweist, A_D ist das von Γ_D umschlossene Gebiet ohne den Defekt selbst, \mathbf{G}_D ist die materielle Kraft auf den Defekt (D), \mathbf{g} stellt materielle Volumenkräfte dar z. B. auf Grund einer plastischen Zone

5.2 Materielle Kräfte bei inelastischem Materialverhalten

Ogleich die Wurzeln der Theorie materieller Kräfte in der Untersuchung von Defekten in elastischen Kontinua liegen, ist ihre Anwendung nicht darauf beschränkt. Zahlreiche Publikationen sind dazu erschienen, materielle Kräfte bzw. J -Integrale bei inelastischem Materialverhalten zu berechnen. Im Folgenden wird ein Überblick geboten, der keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt.

Aus Sicht des Autors ist die Arbeit von Nguyen et al. [85] als Einstieg in die Thematik zu empfehlen. Darin wird die Methode der materiellen Kräfte auf Risse in viskoelastischem und elastisch-plastischem Material unter kleinen Deformationen angewendet. Die Risstriebskraft (*crack driving force*) wird für beide Fälle als Kontur-Gebietsintegral formuliert, das vergleichbar mit J -Integral-Formulierungen der Bruchmechanik-Literatur ist (siehe unten). In der Veröffentlichung von Liebe et al. [63] wird die Theorie materieller Kräfte für die Hyperelastizität finiter Deformationen mit isotroper Schädigung erarbeitet. Dabei wird ein Abschirmeffekt festgestellt, den die Schädigungsentwicklung im Kontinuum auf die materielle Kraft an einer Rissspitze ausübt. Materielle Kräfte im Rahmen der Elasto-Plastizität bei finiten Deformationen werden von Kolednik et al. [54], Näser et al. [84], Özenç et al. [88] und Simha et al. [109] behandelt und zur Berechnung der Risstriebskraft verwendet.

Die Gemeinsamkeit dieser Arbeiten besteht darin, dass inhomogene inelastische Prozesse zusätzliche materielle Kräfte induzieren. Diese wirken als *materielle Volumenkräfte* \mathbf{g} beispielsweise in der plastischen Zone um einen Defekt (D), Abb. 5.2. Um die resultierende materielle Kraft auf den Defekt zu erhalten, ist das Integral in Gl. (5.3) um die im Integrationsgebiet A_D (ohne den Defekt selbst) wirkenden Volumenkräfte zu korrigieren:

$$\mathbf{G}_D = \underbrace{\int_{\Gamma_D} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS}_{\mathbf{J}} - \underbrace{\int_{A_D} \mathbf{g} \, dA}_{\mathbf{G}}. \quad (5.8)$$

Der erste Term wird weiterhin als (klassischer) J -Integralvektor \mathbf{J} bezeichnet. Er hat noch die gleiche Form wie im elastischen Fall und liefert die materielle Kraft, die auf alle Defekte innerhalb der Kontur Γ_D wirkt. In diesem Sinne kann das Gebietsintegral als materielle Kraft \mathbf{G} , welche auf die Zone inhomogener inelastischer Deformationen

(z. B. plastische Zone) wirkt, aufgefasst werden. Gl. (5.3) und Gl. (5.8) stimmen genau dann überein, wenn die Integration direkt um den Defekt ausgeführt wird („ $\Gamma_D \rightarrow D$ “) und das Gebietsintegral in Gl. (5.8) trivialerweise verschwindet.

Auf dem Gebiet der Bruchmechanik verwendet man oft statt der Freien Energie ψ die Formänderungsarbeit

$$W = \int_t \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} dt \quad (5.9)$$

im Tensor \boldsymbol{Q} Gl. (5.4) des J-Integrals, um es auch bei elastisch-plastischem Materialverhalten auswerten zu können. Erfahrungen haben gezeigt, dass man so noch wegungabhängige Ergebnisse für stationäre Risse unter monotoner Belastung erhält, ansonsten jedoch nicht⁴. Deshalb sind verschiedenen Erweiterungen des J-Integrals vorgeschlagen worden, die man am besten im Lehrbuch von Kuna [55, S. 295 ff.] oder dem Übersichtsartikel von Moran und Shih [79] nachlesen kann.

Wesentliche Eigenschaft dieser Erweiterungen ist, dass das Linienintegral entlang Γ_D ebenfalls um ein Gebietsintegral über das eingeschlossene Gebiet ergänzt wird, siehe Gl. (5.8) und Abb. 5.2. Damit wird die Wegunabhängigkeit unter den jeweiligen Annahmen wieder hergestellt. Die verschiedenen Versionen unterscheiden sich dabei in der Energie, die in den Energie-Impuls-Tensor der Elastostatik eingesetzt wird (z. B. die Formänderungsarbeit oder nur deren elastischer Teil⁵).

Die Frage lautet hierbei: Wie interpretiert man die materielle Kraft auf die Rissspitze bei umgebenden inelastischem Material? Unverändert fasst man eine materielle Kraft als Größe auf, die virtuelle Arbeit bei der virtuellen Verrückung des Defekts verrichtet. Im Sinne einer Energiefreisetzungsrates⁶ stellt das mechanische System immer noch Energie bereit. Allerdings steht diese nicht nur für Rissfortschritt zur Verfügung, weil sie auch bei inelastischen Prozessen dissipiert wird, die mit dem Verrücken der Rissspitze verbunden sind. Dies wird durch das ergänzende Gebietsintegral \boldsymbol{G} in Gl. (5.8) berücksichtigt. Die materielle Kraft an der Rissspitze wird als resultierender bzw. verbleibender Energiefluss in die Rissspitze interpretiert (siehe z. B. [55, S. 112 ff. und S. 295 ff.]).

5.3 Lokales und globales Gleichgewicht materieller Kräfte

Nun wird die Risstriebkraft für einen Riss in einem Körper aus TRIP-Stahl hergeleitet. Das Vorgehen richtet sich nach Nguyen et al. [85].

5.3.1 Annahmen für dieses Kapitel

- quasistatische Beanspruchung
- isotherme Bedingungen

⁴In [54, 109] wird dieses J-Integral, welches auf der Deformationstheorie der Plastizität beruht, mit einer Version verglichen, die mit Hilfe der Konfigurationskräfte bestimmt wird.

⁵Derartige Untersuchungen werden in [88] auch für materielle Kräfte durchgeführt.

⁶Der Begriff Energiefreisetzungsrates wird auf Grund der Dissipation bei inelastischen Prozessen vermieden.

- Abwesenheit von (physikalischen) Volumenkräften
- Theorie kleiner Deformationen (weil nur dafür die Freie Energie ψ bekannt ist)
- homogenes Material (die Freie Energie ψ hängt nicht explizit vom Ort ab)
- gerade und unbelastete Rissflanken

5.3.2 Divergenz des Energie-Impuls-Tensors der Elastostatik

Ausgangspunkt der Herleitung ist der Tensor \mathbf{Q} Gl. (5.4). Um zur Gleichgewichtsbedingung materieller Kräfte zu gelangen, wertet man die Divergenz von \mathbf{Q} aus

$$\operatorname{div} \mathbf{Q} = \operatorname{div}(\psi \boldsymbol{\delta}) - \operatorname{div}((\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \boldsymbol{\sigma}). \quad (5.10)$$

Der zweite Term der rechten Seite wird zweckmäßig in Indexnotation ausgewertet:

$$\operatorname{div}((\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \boldsymbol{\sigma}) = (u_{i,k} \sigma_{il})_{,l} \mathbf{e}_k = (u_{i,kl} \sigma_{il} + u_{i,k} \sigma_{il,l}) \mathbf{e}_k. \quad (5.11)$$

Der Term $u_{i,kl} \sigma_{il}$ kann nicht ohne weiteres symbolisch ausgedrückt werden. Das wird aber möglich, wenn die Reihenfolge der partiellen Ortsableitungen vertauscht und die Symmetrie des Spannungstensors sowie $\boldsymbol{\varepsilon} = 1/2 (\operatorname{grad} \mathbf{u} + (\operatorname{grad} \mathbf{u})^T)$ genutzt wird

$$u_{i,kl} \sigma_{il} \mathbf{e}_k = u_{i,lk} \sigma_{il} \mathbf{e}_k = \varepsilon_{il,k} \sigma_{il} \mathbf{e}_k = \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (5.12)$$

Damit erhält man das Ergebnis der Gl. (5.11) in symbolischer Notation

$$\operatorname{div}((\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon} + (\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} \quad (5.13)$$

und die Divergenz des Energie-Impuls-Tensors der Elastostatik Gl. (5.10) in der Form

$$\operatorname{div} \mathbf{Q} = \operatorname{grad} \psi - \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon} - (\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}. \quad (5.14)$$

5.3.3 Lokale Gleichgewichtsbedingung

Nun wird die bekannte lokale Impulsbilanz aufgeschrieben, wobei hier absichtlich zunächst noch Volumenlasten (Kraft pro Einheitsvolumen) mitgeführt werden

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = \mathbf{0}. \quad (5.15)$$

Die Impulsbilanz formuliert ein Gleichgewicht der am Materialpunkt wirkenden Spannungen und Volumenkräfte. Aus ihr gewinnt man auch eine Gleichgewichtsbedingung der materiellen Kräfte, indem man sie von links mit dem negativen transponierten Verschiebungsgradienten einfach skalar multipliziert.

$$-(\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} - (\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (5.16)$$

Der erste Term auf der linken Seite ist aus Gl. (5.14) bekannt und wird ersetzt. Die modifizierte Gleichgewichtsbedingung lautet

$$\operatorname{div} \mathbf{Q} - \underbrace{\operatorname{grad} \psi + \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon} - (\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{f}}_{-\mathbf{g}} = \mathbf{0}. \quad (5.17)$$

Diese lokale kontinuumsmechanische Bilanz hat wie die Impulsbilanz die Dimension Kraft/Volumen. Es handelt sich jedoch nicht um ein Gleichgewicht physikalischer Kräfte sondern materieller Kräfte bzw. von Konfigurationskräften. In Äquivalenz zur Impulsbilanz steht die Divergenz des Energie-Impuls-Tensors der Elastostatik mit materiellen Volumenkräften \mathbf{g} im Gleichgewicht:

$$\operatorname{div} \mathbf{Q} - \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (5.18)$$

$$\mathbf{g} = \operatorname{grad} \psi - \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon} + (\operatorname{grad} \mathbf{u})^T \cdot \mathbf{f}. \quad (5.19)$$

Hinweis: In der Literatur [35, 81, 113] findet man häufiger die Version $\operatorname{div} \mathbf{Q} + \mathbf{g}^* = \mathbf{0}$, wobei deren materieller Volumenkraftvektor genau $\mathbf{g}^* = -\mathbf{g}$ ist.

Es wird offensichtlich dass die materiellen Volumenkräfte aus inhomogener Deformation resultieren, da sie Gradienten der Freien Energie ψ , der Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ und der Verschiebungen \mathbf{u} enthalten. Ab jetzt werden die Volumenkräfte endgültig vernachlässigt $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ und der letzte Term in Gl. (5.19) verschwindet.

5.3.4 Spezieller materieller Volumenkraftvektor für das TRIP-Stahl-Modell

Im Folgenden wird der materielle Volumenkraftvektor für den speziellen Fall des in Kapitel 2 eingeführten Materialmodells erarbeitet. Dazu ist der Gradient der Freien Energie $\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}, z)$ mit Hilfe der Kettenregel auszuwerten, siehe Gl. (2.25) S. 35:

$$\begin{aligned} \operatorname{grad} \psi &= \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}}} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}} + \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \operatorname{grad} z \\ &= \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}} - \boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} - \Delta g_{\text{a} \rightarrow \text{m}} \operatorname{grad} z. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Das Ergebnis wird in Gl. (5.19) eingesetzt, wobei sich die Terme $\boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon}$ aufheben. Man erhält den materialspezifischen materiellen Volumenkraftvektor

$$\mathbf{g}_\psi = \underbrace{-\boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}}}_{\mathbf{g}_{\text{vp}}} - \underbrace{\boldsymbol{\sigma} : \operatorname{grad} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} - \Delta g_{\text{a} \rightarrow \text{m}} \operatorname{grad} z}_{\mathbf{g}_{\text{tr}}}. \quad (5.21)$$

Es wird deutlich, dass materielle Volumenkräfte von inhomogener inelastischer Deformation verursacht werden, im vorliegendem Fall von viskoplastischer Verformung und Phasenumwandlung.

5.3.5 Globales Gleichgewicht materieller Kräfte

Um zum globalen Gleichgewicht materieller Kräfte zu gelangen, wird die lokale Form Gl. (5.18) integriert. Als Integrationsgebiet wird zunächst der gesamte *reguläre* Teil des Körpers A_r verwendet, Abb. 5.3.

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} (\operatorname{div} \mathbf{Q} - \mathbf{g}) \, dA = \mathbf{0} \quad (5.22)$$

Im Fall eines rissfreien homogenen Körpers ist der reguläre Teil gerade der gesamte Körper. Für den hier interessierenden homogenen Körper mit Riss entspricht der reguläre Teil dem gesamten Gebiet außer einem Bereich der verschwindend kleinen Größe

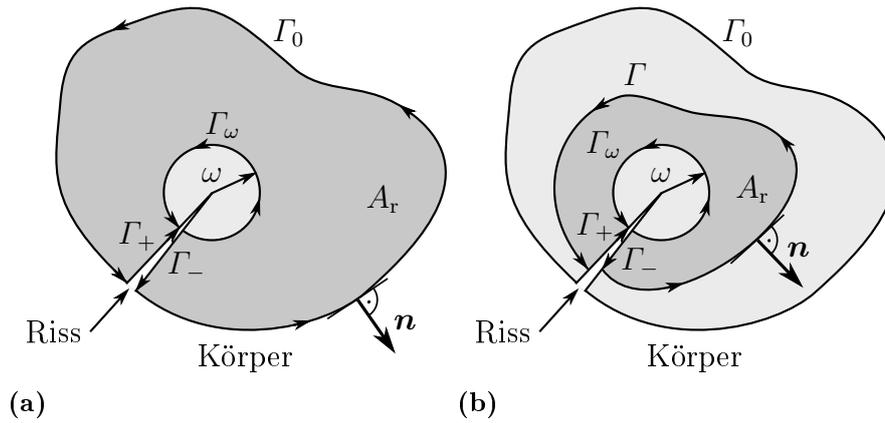


Abb. 5.3: Homogener Körper mit Riss, Darstellung des regulären Gebiets A_r (dunkles Grau) und der umgebenden Kontur C Gl. (5.23), im Folgenden gilt $\omega \rightarrow 0$, das Integrationsgebiet entspricht a) dem gesamten regulären Gebiet oder b) einem regulären Teilgebiet (Γ statt Γ_0 in C) des Körpers

$\omega \rightarrow 0$ an der Risspitze. Diese Behandlung ist erforderlich, weil die mechanischen Felder an einer Risspitze singular sein können.

Nun kann man einen geschlossenen Pfad C definieren, der den regulären Teil des Körpers entgegen des Uhrzeigersinns umschließt, Abb. 5.3:

$$C = \Gamma_0 + \Gamma_+ - \Gamma_\omega + \Gamma_- \quad (5.23)$$

und durch den nach außen gerichteten Einheitsnormalenvektor \mathbf{n} charakterisiert ist. Die Integration über reguläre (Teil-) Gebiete von Körpern mit derartigen Integrationspfaden ist in der Bruchmechanik (siehe z. B. die Lehrbücher [36, S. 187, 55, S. 257 und 296]) und in der Mechanik materieller Kräfte [70, 85] etabliert.

Unter Anwendung des Gauß'schen Integralsatzes kann der Divergenz-Term, welcher in Gl. (5.22) steht, in ein Linienintegral umgeschrieben werden und man erhält das globale Gleichgewicht materieller Kräfte

$$\int_{\Gamma_0} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS + \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{\Gamma_+ + \Gamma_-} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS - \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\omega} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS - \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} \mathbf{g} \, dA = \mathbf{0}. \quad (5.24)$$

Hinweis: Die Integration muss nicht über den gesamten Körper erfolgen. Ähnlich der Diskussion globaler und lokaler Bilanzgleichungen gelten die Integralformeln bei Integration über den gesamten Körper und über jedes reguläre Teilgebiet gleichermaßen. Dabei liegt die äußere Kontur Γ zwischen Γ_0 und Γ_ω , Abb 5.3. Alle Formeln sind auch mit Γ statt Γ_0 richtig.

Der Term der Rissflanken Γ_+ und Γ_- verschwindet unter der Annahme von geraden und spannungsfreien Rissflanken unter reinem Rissöffnungsmodus I oder II [55, S. 257] und wird im Folgenden vernachlässigt⁷. Das Integral entlang der Rissspitzenkontur Γ_ω wird separiert und im Folgenden als Vektor \mathbf{G}_{tip} bezeichnet.

$$\mathbf{G}_{\text{tip}} := \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\omega} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS = \int_{\Gamma_0} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS - \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} \mathbf{g} \, dA \quad (5.25)$$

⁷Das ist auch noch für andere Fälle zulässig, siehe [22].

5.3.6 Die materielle Kraft \mathbf{G}_{tip} und ihre Bedeutung

\mathbf{G}_{tip} , Gl. (5.25), stellt die materielle Kraft dar, die auf das Gebiet innerhalb der Kontur Γ_ω wirkt. Mit $\omega \rightarrow 0$ ist \mathbf{G}_{tip} die auf die Rissspitze wirkende materielle Kraft. Ihre Bedeutung (siehe Abschnitt 5.2 S. 64) sei hier nochmals zusammengefasst:

- materielle Kraft, die virtuelle Arbeit an der virtuellen Verrückung der Rissspitze verrichtet
- Energiefluss in die Rissspitzenkontur Γ_ω
- energetische Triebkraft, welche auf die Rissspitze wirkt (crack driving force)

Die Terme der rechten Seite von Gl. (5.25) werden ebenfalls mit kürzeren Bezeichnungen versehen. Das Integral über die Außenkontur Γ_0 entspricht dem bekannten J-Integral-Vektor \mathbf{J} Gl. (5.3) S. 62. Das Integral über das reguläre Gebiet A_r wird mit \mathbf{G} (Vektor) bezeichnet und stellt die materielle Kraft dar, die aus den materiellen Volumenkräften \mathbf{g} in A_r resultiert. Man kann \mathbf{G} auch als Korrekturterm auffassen, der vom J-Integral-Vektor abgezogen wird, um \mathbf{G}_{tip} pfadunabhängig zu machen.

$$\mathbf{G}_{\text{tip}} = \mathbf{J} - \mathbf{G} \quad (5.26)$$

$$\mathbf{J} = \int_{\Gamma_0} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS \quad (5.27)$$

$$\mathbf{G} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} \mathbf{g} \, dA \quad (5.28)$$

Bei Beachtung der speziellen Form der materiellen Volumenkräfte für den TRIP-Stahl \mathbf{g}_ψ , Gl. (5.21), kann man \mathbf{G} in Anteile der viskoplastischen Verformung und der Phasenumwandlung aufteilen

$$\mathbf{G} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} \mathbf{g}_\psi \, dA = \mathbf{G}_{\text{vp}} + \mathbf{G}_{\text{tr}} \quad (5.29)$$

$$\mathbf{G}_{\text{vp}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} -\boldsymbol{\sigma} : \text{grad } \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}} \, dA \quad (5.30)$$

$$G_k^{\text{vp}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} -\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,k}^{\text{vp}} \, dA$$

$$\mathbf{G}_{\text{tr}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} (-\boldsymbol{\sigma} : \text{grad } \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} - \Delta g_{a \rightarrow m} \text{ grad } z) \, dA \quad (5.31)$$

$$G_k^{\text{tr}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} (-\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,k}^{\text{tr}} - \Delta g^{a \rightarrow m} z_{,k}) \, dA.$$

Für einen Körper, der aus TRIP-Stahl besteht und einen Riss aufweist, können die aufgeschriebenen materiellen Kräfte anschaulich interpretiert werden, siehe Abb. 5.4 (Modus I). Der J-Integral-Vektor \mathbf{J} repräsentiert die materielle Kraft, die auf alle Defekte (Rissspitze, plastische Zone, Umwandlungszone) innerhalb der Kontur Γ wirkt

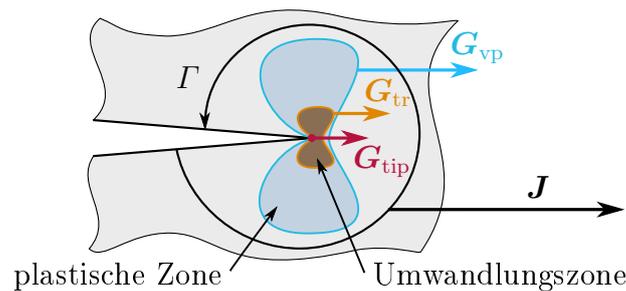


Abb. 5.4: Schematische Darstellung materieller Kräfte am Modus-I-Riss

bzw. den Energiefluss in das von Γ umschlossene Gebiet. Die materiellen Kräfte der viskoplastischen Verformung und Phasenumwandlung stellen sich als materielle Kräfte dar, die auf die plastische Zone bzw. die Umwandlungszone wirken. Im Sinne des Energieflusses wird hier Arbeit durch viskoplastische Deformation und Phasenumwandlung dissipiert, so dass in die Risspitze (Γ_ω) ein geringerer Energiefluss stattfindet als nach Γ .

Damit sind die materiellen Kräfte für das TRIP-Stahl-Materialmodell formuliert und stehen zur Berechnung der Risstriebskraft zur Verfügung. Es bleibt zu betonen, dass die geschlossene Darstellung der Gl. (5.26)-(5.31) für ein Material, das plastische Verformung und Phasenumwandlung aufweist, ein Novum ist.

5.4 Numerische Berechnung materieller Kräfte im Rahmen der FEM

Die bis hierher aufgeschriebenen materiellen Kräfte werden nun numerisch im Rahmen der Methode der Finiten Elemente ausgewertet. Die Berechnung *diskreter materieller Kräfte* ist ein Postprocessing-Schritt, nachdem das mechanische Anfangsrandwertproblem⁸ gelöst wurde [81–83, 112]. Die primären Feldgrößen (Verschiebungen \mathbf{u}) liegen an den Knoten der Finiten Elemente vor. Sekundäre Feldgrößen (Spannung, Dehnung, interne Variablen) wurden an den Integrationspunkten der Finiten Elemente berechnet.

Aus der Bruchmechanik ist bekannt, dass Kontur-Gebietsintegrale vorteilhaft mit der *Methode des äquivalenten Gebietsintegrals* [62][55, S. 264 ff.] (EDI: equivalent domain integral) bestimmt werden können. Auch für materielle Kräfte ist diese Technik bereits verwendet worden [85] und soll auch hier das Mittel der Wahl sein⁹.

5.4.1 Äquivalentes Gebietsintegral

Es wird ein Riss und dessen umgebendes reguläres Teilgebiet betrachtet, Abb. 5.5. Man definiert eine in A_r stetige und differenzierbare skalare Test- bzw. Gewichtsfunktion $q(\mathbf{x})$ mit den Eigenschaften

$$q = \begin{cases} 0 & \text{auf } \Gamma \\ 1 & \text{auf } \Gamma_\omega \end{cases} \quad (5.32)$$

⁸im physikalischen Raum, nicht im materiellen Raum

⁹In [112] findet sich ein Vergleich der EDI-Methode mit der Methode materieller Kräfte.

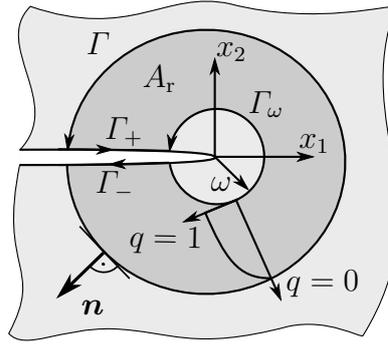


Abb. 5.5: Riss und umgebendes reguläres Teilgebiet sowie Integrationskonturen für das äquivalente Gebietsintegral

und multipliziert sie mit der lokalen Gleichgewichtsbedingung der materiellen Kräfte Gl. (5.18). Integration über das reguläre Teilgebiet A_r , Abb. 5.5 liefert

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} (\operatorname{div} \mathbf{Q} - \mathbf{g}) q \, dA = 0 \quad (5.33)$$

Dieser Ausdruck wird durch Ersetzen des Terms $\operatorname{div} \mathbf{Q} q$ unter Verwendung von

$$\operatorname{div}(\mathbf{Q} q) = \operatorname{div} \mathbf{Q} q + \mathbf{Q} \cdot \operatorname{grad} q \quad (5.34)$$

umgeschrieben

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} (-\mathbf{Q} \cdot \operatorname{grad} q - \mathbf{g} q) \, dA = \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} -\operatorname{div}(\mathbf{Q} q) \, dA. \quad (5.35)$$

Unter Verwendung des Integralsatzes von Gauß wird das Gebietsintegral auf der rechten Seite erneut in ein Linienintegral entlang der Kontur C Gl. (5.23) umgeformt.

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} -\operatorname{div}(\mathbf{Q} q) \, dA = \int_{\Gamma} -\mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} q^0 \, dS + \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{\Gamma_+ + \Gamma_-} -\mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} q \, dS + \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\omega} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} q^1 \, dS \quad (5.36)$$

Den Anforderungen an die Testfunktion q Gl. (5.32) folgend, verschwindet der erste Term der rechten Seite und für den letzten Term der rechten Seite gilt $q = 1$. Das Integral über die Rissflanken liefert unter den getroffenen Annahmen (gerade, unbelastete Rissufer) bei reinem Modus I und II keinen Beitrag. Damit erhält Gl. (5.35) folgende Form

$$\underbrace{-\lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} \mathbf{Q} \cdot \operatorname{grad} q \, dA}_{\mathbf{J}} - \underbrace{\lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} \mathbf{g} q \, dA}_{\mathbf{G}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \underbrace{\int_{\Gamma_\omega} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS}_{\mathbf{G}_{\text{tip}}}. \quad (5.37)$$

Vergleicht man dieses Ergebnis mit Gl. (5.25) S. 68, wird klar, dass die rechte Seite die auf die Risspitze wirkende materielle Kraft ist. Demzufolge steht auf der linken Seite $\mathbf{J} - \mathbf{G}$ in Form ihrer äquivalenten Gebietsintegrale, vgl. Gl. (5.26). Der erste Term der linken Seite ist die aus der Literatur [62] bekannte EDI-Version des J-Integralvektors.

Anmerkung: Im Sinne der Gl. (5.1) S. 62 skaliert q die virtuelle Verrückung der Risspitze. Für das EDI wird q allerdings aus dem Verrückungsvektor herausgezogen und

mit in den materiellen Kraftvektor geschrieben. Daher ist die Methode des äquivalenten Gebietsintegrals mit der VCE-Technik (virtual crack extension) [siehe z. B. 55, S. 218 ff.] vergleichbar.

5.4.2 FE-Approximation

Nun wird das äquivalente Gebietsintegral Gl. (5.37) ausgewertet. Dazu wird die Testfunktion innerhalb eines Finiten Elements (e), das eine Anzahl von n_k Knoten besitzt, mit den Formfunktionen $N_{(e)}^{(a)}$ und den diskreten Knotenwerten $q_{(e)}^{(a)}$ approximiert:

$$q_{(e)}(\mathbf{x}) = \sum_{a=1}^{n_k} N_{(e)}^{(a)}(\mathbf{x}) q_{(e)}^{(a)}. \quad (5.38)$$

Der Gradient der Testfunktion erhält demnach die Form

$$\text{grad } q_{(e)} = \sum_{a=1}^{n_k} q_{(e)}^{(a)} \text{grad } N_{(e)}^{(a)}. \quad (5.39)$$

Es ist zu beachten, dass die diskreten Werte $q_{(e)}^{(a)}$ nicht selbst differenziert oder integriert werden, sondern lediglich die Interpolationsfunktionen $N_{(e)}^{(a)}$. Damit wird das Integral \mathbf{G}_{tip} zunächst über das Gebiet $A_{(e)}$ des Elements ausgewertet

$$\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(e)} = \sum_{a=1}^{n_k} q_{(e)}^{(a)} \left(\underbrace{\int_{A_{(e)}} -\mathbf{Q} \cdot \text{grad } N_{(e)}^{(a)} \, dA}_{\mathbf{J}_{(e)}^{(a)}} - \underbrace{\int_{A_{(e)}} \mathbf{g} N_{(e)}^{(a)} \, dA}_{\mathbf{G}_{(e)}^{(a)}} \right). \quad (5.40)$$

Es stellt sich heraus, dass der Term $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(e)(a)}$, der neben den Knotenwerten $q_{(e)}^{(a)}$ innerhalb der Summation steht, den Beitrag des Elements (e) zur materiellen Kraft \mathbf{G}_{tip} am Knoten (a) repräsentiert. Diese kann wieder aufgeteilt werden:

$$\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(e)(a)} = \mathbf{J}_{(e)}^{(a)} - \mathbf{G}_{(e)}^{(a)} \quad (5.41)$$

$$\mathbf{J}_{(e)}^{(a)} = \int_{A_{(e)}} -\mathbf{Q} \cdot \text{grad } N_{(e)}^{(a)} \, dA. \quad (5.42)$$

Die spezielle Form der materiellen Volumenkräfte Gl. (5.21) wird genutzt, um Anteile aus viskoplastischer Deformation und Phasenumwandlung zu separieren, vgl. Gl. (5.29):

$$\mathbf{G}_{(e)}^{(a)} = \mathbf{G}_{\text{vp}}^{(e)(a)} + \mathbf{G}_{\text{tr}}^{(e)(a)} \quad (5.43)$$

$$\mathbf{G}_{\text{vp}}^{(e)(a)} = \int_{A_{(e)}} -\boldsymbol{\sigma} : \text{grad } \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{vp}} N_{(e)}^{(a)} \, dA \quad (5.44)$$

$$\mathbf{G}_{\text{tr}}^{(e)(a)} = \int_{A_{(e)}} (-\boldsymbol{\sigma} : \text{grad } \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} - \Delta g_{a \rightarrow m} \text{grad } z) N_{(e)}^{(a)} \, dA. \quad (5.45)$$

In Gl. (5.40) werden die Element-Knotenkräfte $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(e)(a)}$ aufsummiert, um die auf das Element wirkende materielle Kraft $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(e)}$ zu erhalten. Weil es in der Literatur verbreitet ist, sollen nun jedoch materielle Knotenkräfte eingeführt werden, indem die Beiträge der umliegenden Elemente zur materiellen Kraft am Knoten (K) (jetzt in globaler Nummerierung) assembliert werden:

$$\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \mathbf{G}_{\text{tip}}^{(e)(a)} = \mathbf{J}^{(K)} - \mathbf{G}^{(K)} \quad (5.46)$$

$$\mathbf{J}^{(K)} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \mathbf{J}^{(e)} \quad (5.47)$$

$$\mathbf{G}^{(K)} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \mathbf{G}_{(e)}^{(a)} = \mathbf{G}_{\text{vp}}^{(K)} + \mathbf{G}_{\text{tr}}^{(K)} \quad (5.48)$$

$$\mathbf{G}_{\text{vp}}^{(K)} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \mathbf{G}_{\text{vp}}^{(e)(a)} \quad (5.49)$$

$$\mathbf{G}_{\text{tr}}^{(K)} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \mathbf{G}_{\text{tr}}^{(e)(a)}. \quad (5.50)$$

Diese materiellen Knotenkräfte sind die Anteile des Knotens (K) am J-Integral und an den jeweiligen materiellen Kräften in den Gl. (5.26)-(5.31). Der Assemblierungsoperator \bigcup stellt sicher, dass die Knoten (a) in lokaler Nummerierung (auf Elementebene) identisch mit dem Knoten (K) in globaler Nummerierung sind. n_e ist die Gesamtanzahl der Elemente. Es erfolgt die gleiche Assemblierungsprozedur, die bei der Berechnung des Knotenkraftvektors in der FEM üblich ist.

Die Auswertung des Gebietsintegrals Gl. (5.37) erfolgt schließlich durch die gewichtete Summation der materiellen Knotenkräfte aller Knoten im Integrationsgebiet A_r ¹⁰

$$\mathbf{G}_{\text{tip}} = \sum_{K \in A_r} q^{(K)} \mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)} \quad (5.51)$$

$$\mathbf{J} = \sum_{K \in A_r} q^{(K)} \mathbf{J}^{(K)} \quad (5.52)$$

$$\mathbf{G} = \sum_{K \in A_r} q^{(K)} \mathbf{G}^{(K)} \quad (5.53)$$

$$\mathbf{G}_{\text{vp}} = \sum_{K \in A_r} q^{(K)} \mathbf{G}_{\text{vp}}^{(K)} \quad (5.54)$$

$$\mathbf{G}_{\text{tr}} = \sum_{K \in A_r} q^{(K)} \mathbf{G}_{\text{tr}}^{(K)}. \quad (5.55)$$

Die Knotenwerte der Testfunktion $q^{(K)}$ unterliegen nun der globalen Knotennummerierung.

¹⁰ A_r wird hier als Menge von Knoten aufgefasst. Nicht jeder Knoten (K) muss Teil der Menge A_r sein.

5.4.3 Vergleich der verwendeten Formulierung mit der Literatur

Die hier gewählte Formulierung der materiellen Knotenkräfte ist mit Nguyen et al. [85] identisch. Sie unterscheidet sich jedoch von anderen Arbeiten [35, 81–83, 112], da dort für elastisches homogenes Material Element-Knotenkräfte, vgl. Gl. (5.42), der Form $*\mathbf{F}_{(e)}^{(a)} \hat{=} -\mathbf{J}_{(e)}^{(a)}$ mit entgegengesetztem Vorzeichen definiert werden. Daraus werden anschließend materielle Knotenkräfte $*\mathbf{F}^{(K)} \hat{=} -\mathbf{J}^{(K)}$ assembliert. Der Grund für das andere Vorzeichen ist, dass die materiellen Knotenkräfte in den angegebenen Quellen nicht über das EDI formuliert werden.

Die verwendete Methode des EDI liefert neben den materiellen Knotenkräften die Gebietsintegration nach Gl. (5.51) bis (5.55) gleich mit. Damit wird direkt die Triebkraft auf eine Rissspitze \mathbf{G}_{tip} berechnet, was den angesprochenen modifizierten vektoriellen J-Integralen, siehe Kuna [55, S. 295 ff.] oder Moran und Shih [79], entspricht. Außerdem werden die einzelnen Anteile \mathbf{J} , \mathbf{G}_{vp} und \mathbf{G}_{tr} aufgeschlüsselt, so dass z. B. der Einfluss einzelner inelastischer Prozesse auf die Risstriebkraft deutlich wird. Diese Aufschlüsselung ist allerdings auch nachteilig, da insbesondere die numerische Berechnung der Gradienten interner Variablen sehr feine Vernetzung und damit hohen Berechnungsaufwand erfordert [siehe auch 88].

Die separate Berechnung materieller Kräfte, die aus inelastischen Prozessen resultieren, wird auch von Liebe et al. [63] für isotrope Schädigung sowie von Näser et al. [84] und Özenç et al. [88] für Plastizität durchgeführt. Im Unterschied dazu umgehen Kolednik et al. [54] und Simha et al. [109] dies und werten nur materielle Element-Knotenkräfte $*\mathbf{F}_{(e)}^{(a)} \hat{=} -\mathbf{J}_{(e)}^{(a)}$ und daraus assemblierte materielle Knotenkräfte $*\mathbf{F}^{(K)} \hat{=} -\mathbf{J}^{(K)}$ aus. Der Einfluss inelastischer Prozesse wird durch den Vergleich der Konfigurationskraft an der Rissspitze (near tip J, hier $\mathbf{J}^{(K) \rightarrow \text{tip}}$) mit dem J-Integralvektor (\mathbf{J}) bestimmt, wobei der Integrationspfad die inelastische Zone umgibt.

5.4.4 Hinweise zur Implementierung

Wie bereits erwähnt, findet die Berechnung der materiellen Kräfte als Postprocessing statt. Dabei wird auf die Ergebnisse der ausgeführten FE-Simulationen unter quasi-statischen Bedingungen und unter Berücksichtigung linearer Geometrie zugegriffen. Es wird das kommerzielle FE-Programm ABAQUS zusammen mit dem dafür implementierten Materialmodell für TRIP-Stahl (Kapitel 2 S. 31) verwendet. Die Ermittlung der materiellen Knotenkräfte und die anschließende Summation über verschiedene Integrationsgebiete wird über eine Python Routine realisiert.

Im Folgenden werden detaillierte Hinweise gegeben, welche die praktische Implementierung des Postprocessings der materiellen Kräfte betreffen.

- Die Funktion $q(\mathbf{x})$ wird so angesetzt, dass nur an den Knoten des Rands Γ $q = 0$ und ansonsten an allen Knoten des Gebiets A_r $q = 1$ gilt [17, 85], vgl. Gl. (5.32). Zwischen der äußersten Knotenlage mit $q = 1$ und den Knoten auf Γ ($q = 0$) wird ein stetiger und differenzierbarer Übergang durch die Formfunktionen gewährleistet.
- Der Grenzübergang $\omega \rightarrow 0$ in Gl. (5.37) wird ausgeführt, indem die Kontur Γ_ω auf den oder die Rissspitzenknoten zusammengezogen wird. Diese Knoten sind auch Teil des Integrationsgebiets A_r .

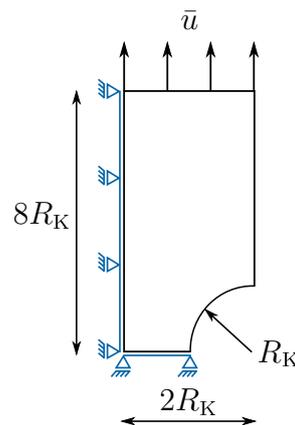


Abb. 5.6: Skizze des Kerbzugversuchs unter EVZ mit Randbedingungen

- Die Berechnung der Gradienten der internen Variablen z , $\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}$ und $\boldsymbol{\varepsilon}_{tr}$ in Gl. (5.44) Gl. (5.45) erfolgt mit Hilfe der Interpolations-Ableitungs-Methode, die in [55, S. 174 ff.] beschrieben ist. Dabei werden die Werte der internen Variablen, die an den Integrationspunkten vorliegen, innerhalb des Elements interpoliert. Anschließend werden die räumlichen Ableitungen an den Integrationspunkten berechnet. Dabei ist es zweckmäßig, eine große Zahl von Integrationspunkten pro Element zu haben. In den folgenden 2D Beispielen werden stets Viereckselemente mit 8-Knoten und 9 Integrationspunkten zur Diskretisierung verwendet. Die Interpolations-Ableitungs-Methode funktioniert nicht bei Elementen mit nur einem Integrationspunkt.
- Die Integration über das Gebiet des finiten Elements (e) bei der Berechnung der Element-Knoten-Kräfte $\mathbf{J}_{(e)}^{(a)}$ Gl. (5.42), $\mathbf{G}_{vp}^{(e)(a)}$ Gl. (5.44) und $\mathbf{G}_{tr}^{(e)(a)}$ Gl. (5.45) wird mittels standardmäßiger Gauß-Quadratur durchgeführt.

5.5 Numerische Beispiele

Dieser Abschnitt stellt die Berechnungsergebnisse dieses Kapitels dar. Zunächst werden einige prinzipielle Eigenschaften der materiellen Kräfte und die Plausibilität der Ergebnisse betrachtet. Dazu wird ein Kerbzugversuch ausgewertet. Anschließend werden materielle Kräfte am Riss ausgewertet um den Einfluss der Phasenumwandlung zu zeigen.

5.5.1 Kerbzugversuch

Zunächst wird ein inhomogener Spannungszustand ohne Singularität untersucht. Es wird der verschiebungsgesteuerte Kerbzugversuch unter EVZ betrachtet, der in Abb. 5.6 unter Ausnutzung von Symmetrie abgebildet ist. Der Kerbradius ist mit R_K bezeichnet. Die Verschiebung wird mit $\bar{u}/R_K = 0,16$ und $\dot{\bar{u}}/R_K = 8 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ aufgeprägt. Da es keinen Riss gibt, gibt es auch keine Risstriebskraft $\mathbf{G}_{tip} = \mathbf{0}$. Die Vernetzung, bestehend aus vollintegrierten quadratischen Viereckselementen, ist in den nachfolgenden Abbildungen zu sehen.

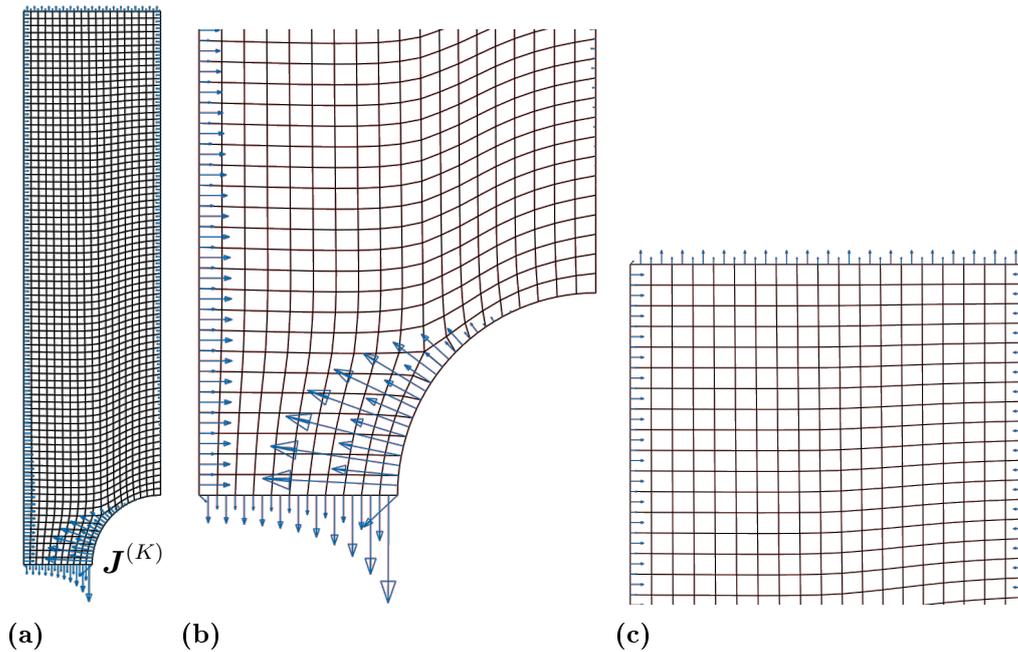


Abb. 5.7: Materielle Knotenkräfte beim elastischen Kerbzugversuch: Darstellung der (a) gesamten Probe und Detailansichten (b) der Kerbe und (c) des oberen Teils der Probe

Im ersten Schritt wird linear-elastisches Material¹¹ angenommen und bis $\bar{u}/R_K = 0,02$ belastet. Die resultierenden materiellen Knotenkräfte $\mathbf{J}^{(K)}$ sind in Abb. 5.7 in Form von Pfeilen dargestellt¹². Bei elastischem Material gilt $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)} = \mathbf{J}^{(K)}$ da keine materiellen Volumenkräfte auftreten. In Abb. 5.7 sind entsprechend keine Knotenkräfte im Volumen der Kerbzugprobe zu sehen. Es gibt lediglich materielle Kräfte auf dem Rand der Probe, welcher eine Diskontinuität darstellt. Vergleicht man dieses Bild mit ähnlichen Abbildungen (Platte mit Loch) in der Literatur [22, 35, 83], sieht man, dass die materiellen Knotenkräfte in die entgegengesetzte Richtung zeigen. Dies ist mit der bereits erwähnten und dort genutzten Definition der Knotenkräfte mit entgegengesetzten Vorzeichen zu begründen. Die Ergebnisse aus der Literatur werden also (mit umgekehrtem Vorzeichen) reproduziert.

Würden die Knoten der Ausgangskonfiguration in die Richtung der hier berechneten materiellen Kräfte verschoben, wäre dies mit einem Rückgang der potentiellen Energie verbunden [112]. In diesem Fall käme das der Änderung der Ausgangsgeometrie gleich. Die materiellen Kräfte, die auf die Ränder des Körpers wirken, sind nicht im Fokus dieser Arbeit, werden aber von Fischer et al. [22] eingehend thematisiert. Die Randkräfte werden auch nicht bei der Summation der Knotenkräfte Gl. (5.51)-(5.55) berücksichtigt, da die Testfunktion q auf dem Rand verschwindet

Weiterhin ist auf die materiellen Kräfte auf Symmetrielinien hinzuweisen: Die Komponenten senkrecht zur jeweiligen Symmetrielinie finden auf der Gegenseite Vektorkomponenten mit gleichem Betrag und entgegengesetztem Vorzeichen und löschen sich aus. Diese Komponenten gibt es im Vollmodell demzufolge nicht. Komponenten paral-

¹¹Im verwendeten Materialmodell wird dabei die initiale Fließspannung des Austenits gleich der des Martensits gesetzt $\tau_a^0 = \tau_m^0 = 1429$ MPa, vgl. Tab. 2.1 S. 37.

¹²Solche Darstellung dienen der Veranschaulichung der materiellen Knotenkräfte. Deren Verteilung und relative Größe sind gut sichtbar. Ihre absolute Größe ist in diesen Bildern meist von untergeordneter Bedeutung, oder wird in nachfolgenden Diagrammen quantifiziert.

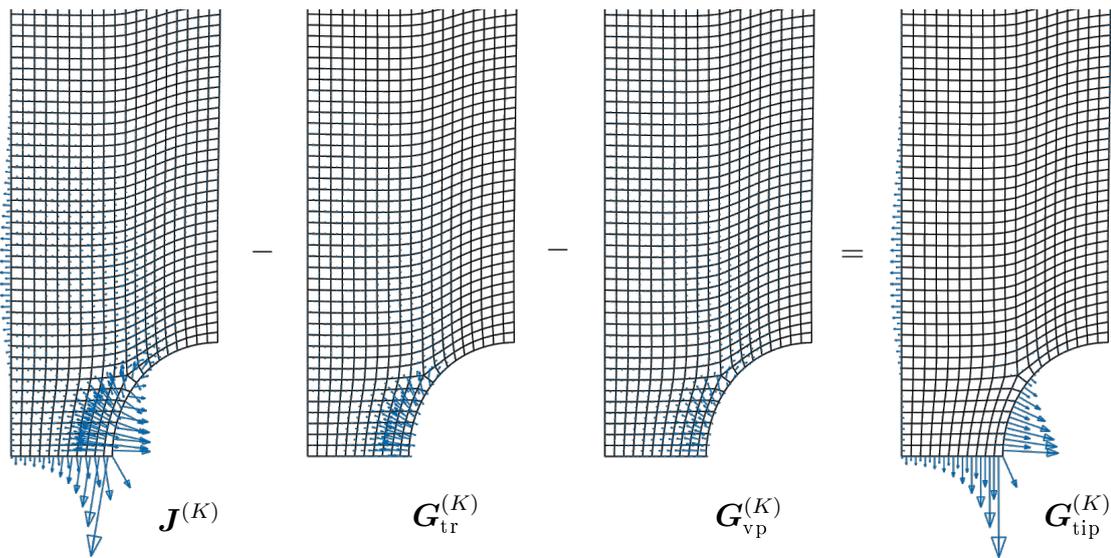


Abb. 5.8: Verteilung der verschiedenen materiellen Knotenkräfte beim Kerbzugversuch am TRIP-Stahl, die Länge der Vektorpfeile ist zwischen den Bildern dieser Abbildung, jedoch nicht mit Abb. 5.7, vergleichbar

l parallel zur Symmetrieebene finden auf der Gegenseite Komponenten mit gleichem Betrag und gleichem Vorzeichen und sind im Vollmodell in doppelter Länge zu finden.

Nun wird der TRIP-Stahl betrachtet, so dass auch materielle Volumenkräfte auf Grund inelastischer Deformation auftreten. In Abb. 5.8 sind die Verteilungen der verschiedenen Knotenkräfte dargestellt.

Im Gegensatz zum elastischen Beispiel sind nun materielle Knotenkräfte $\mathbf{J}^{(K)}$ im Volumen zu sehen. Würde man das J-Integral für verschiedene Pfade im Probeninneren auswerten bzw. die entsprechenden Knotenkräfte im Gebiet aufsummieren, erhält man weg- bzw. gebietsabhängige Werte $\mathbf{J} \neq \mathbf{0}$. Das liegt an den materiellen Volumenkräften, die durch inelastisches Materialverhalten induziert werden. Im Bild sind sie als materielle Knotenkräfte $\mathbf{G}_{\text{tr}}^{(K)}$ und $\mathbf{G}_{\text{vp}}^{(K)}$ dargestellt, die aus der martensitischen Phasenumwandlung und viskoplastischer Deformation resultieren. Subtrahiert man $\mathbf{G}_{\text{tr}}^{(K)}$ und $\mathbf{G}_{\text{vp}}^{(K)}$ von $\mathbf{J}^{(K)}$, erhält man die materiellen Knotenkräfte $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)}$, d. h. Knotenbeiträge zur Triebkraft auf eine Rissspitze, die es im Beispiel nicht gibt. Diese Knotenbeiträge sind mit denen des elastischen Beispiels aus Abb. 5.7 vergleichbar, denn es gibt erneut nur Kräfte auf dem Rand und keine im Probenvolumen. Die Berechnung von $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)}$ nach Gl. (5.51) durch Summation der Knotenwerte $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)}$ über ein beliebiges Gebiet im Probeninneren liefert gebietsunabhängig stets $\mathbf{0}$ und damit ein plausibles Ergebnis, da es keine Singularität in diesem Beispiel gibt.

Hinweis: Die materiellen Knotenkräfte aus inelastischer Deformation zeigen in Richtung des negativen Gradienten der zugehörigen internen Variable, wie es auch aus Gl. (5.44) und (5.45) ersichtlich ist.

Hinweis: Die auf den Rand wirkenden materiellen Knotenkräfte $\mathbf{J}^{(K)}$ bzw. $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)}$ im Kerbgrund haben im Falle elastischen Materials Abb. 5.7 ein anderes Vorzeichen als im Falle des TRIP-Stahls Abb. 5.8. Das ist somit eine Folge des veränderten Materialverhaltens, d. h. der inelastischen Deformation im Kerbgrund.

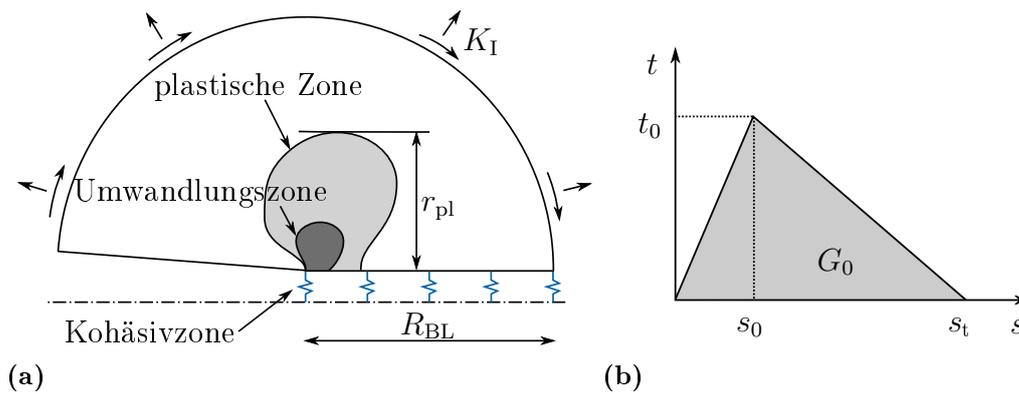


Abb. 5.9: (a) Boundary-Layer-Modell mit Kohäsivzone (beachte $r_{pl} \ll R_{BL}$) und (b) Spannungs-Separations-Beziehung des Kohäsivzonenmodells (Kohäsivspannung t , Separation s , Kohäsivfestigkeit t_0 , zugehörige Separation s_0 , Separation bei totaler Schädigung s_t , Separationsarbeit G_0)

5.5.2 Rissausbreitung unter Kleinbereichsfließen

Im Folgenden werden die materiellen Kräfte an einer Rissspitze betrachtet, so dass es auch eine Risstriebkraft gibt. Um das erarbeitete Konzept der materiellen Kräfte anzuwenden, wird Rissausbreitung modelliert, aber auch der stationäre Riss diskutiert, der vor Beginn des Risswachstums vorliegt. Es wird wieder Kleinbereichsfließen unter dem ebenen Verzerrungszustand angenommen, vgl. dazu Abschnitt 3.1 S. 39. Das modifizierte Boundary-Layer-Modell, welches um eine Kohäsivzone erweitert wird, ist in Abb. 5.9 dargestellt.

Kohäsivzonenmodelle (CZM - cohesive zone model) stellen eine etablierte Methode zur Simulation des mechanischen Verhaltens inklusive Schädigung von Grenzflächen dar. Im Sinne des Bruchprozesses in einem homogenen Körper, stellt die Kohäsivzone das anfänglich ungebrochene Ligament als Grenzfläche zwischen Teilkörpern dar. Dabei muss der Pfad des Risses von Anfang an bekannt sein. Ein hilfreicher Überblick über verschiedene Kohäsivzonenmodelle wird dem interessierten Leser im Buch von Schwalbe [104] gegeben. Dabei steht deren Anwendung zur Modellierung von Rissausbreitung im Fokus. Brocks [7] diskutiert die Anwendbarkeit der CZM im Bereich der Bruchmechanik und auch die physikalische Bedeutung der Parameter der Kohäsivzone.

Der wesentliche Bestandteil eines CZM ist die Spannungs-Separations-Beziehung, d. h. eine Relation zwischen Kohäsivspannung t und Separation s . Beim hier untersuchten Modus I Riss stellt die Spannung t die rissöffnende Normalspannung dar, während die Separation s die Öffnung der Kohäsivzone an einer Stelle im Ligament wiedergibt. Es findet eine Separation der Rissflanken statt. In Abb. 5.9(b) ist die verwendete bilineare Spannungs-Separations-Beziehung skizziert. Diese beinhaltet einen reversiblen Anteil, da die Beanspruchung der Kohäsivzone bis zum Erreichen des Punkts (s_0, t_0) ohne Schädigung stattfindet. Danach kommt es zur Schädigungsentwicklung, die sich als abfallender bzw. entfestigender Ast der Spannungs-Separations-Beziehung äußert, d. h. die Tragfähigkeit der Kohäsivzone nimmt ab. Mit Erreichen der Separation s_t geht die Tragfähigkeit auf Null zurück, die Kohäsivzone ist vollständig geschädigt. Das CZM ermöglicht es, die Bruchprozesszone vor einer Rissspitze durch eine kontinuierliche Schädigungszone zu approximieren, welche sich in der Kohäsivzone einstellt.

Damit wurden bereits einige Kohäsivparameter eingeführt: Kohäsivfestigkeit t_0 , zugehörige Separation s_0 und totale Separation s_t . Der verbleibende wichtige Parame-

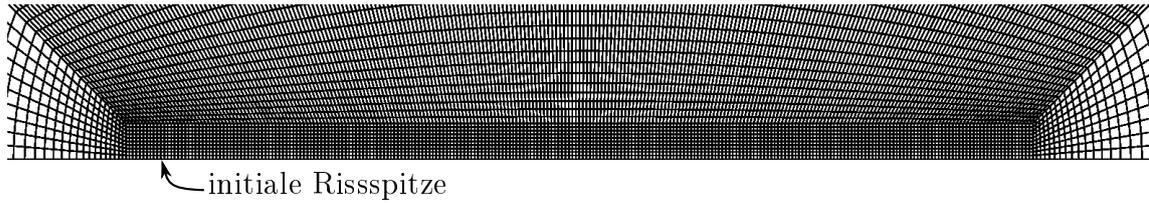


Abb. 5.10: Detailansicht der Vernetzung im Bereich der Rissausbreitung: Es befindet sich eine Lage Kohäsivelemente unterhalb der Kontinuumelemente rechts der Risspitze, die Kohäsivelemente sind nicht im Bild sichtbar, da sie eine Höhe von Null aufweisen

ter ist die Separationsarbeit G_0 , welche die Fläche unter der Spannungs-Separations-Beziehung angibt. Sie entspricht einer Arbeit pro Fläche, welche bei einem vollständigen Separationsprozess $s \rightarrow s_t$ dissipiert wird und stellt damit die intrinsische Bruchzähigkeit des Werkstoffs dar. Beim bilinearen CZM gilt $G_0 = \frac{1}{2}t_0s_t$ und es wird mit drei Parametern vollständig beschrieben, hier t_0 , G_0 und Formparameter s_0/s_t . Für die Simulationen in diesem Abschnitt wird $t_0/\sigma_0 = 6,11$, $s_0/s_t = 0,2$ und die Separationsarbeit mit $G_0 = 275 \text{ kJ/m}^2$ angenommen¹³.

Im Bereich der Rissausbreitung wird eine regelmäßige Vernetzung mit einer konstanten Elementgröße von $0,04s_t$ verwendet, um die Gradienten der internen Variablen gut aufzulösen, siehe Abb. 5.10. Die hier verwendeten Kohäsivelemente werden in ABAQUS im Rahmen einer Kontaktformulierung zur Verfügung gestellt. Dabei wird eine Lage derartiger Elemente im Ligament eingefügt.

Im Boundary-Layer-Modell wird ein K_I -kontrolliertes Fernfeld, hier mit einer Rate von $\dot{K}_I = 1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m/s}}$, vorgeschrieben und Kleinbereichsfließen vorausgesetzt. Damit wird auch ein J-Integral Vektor \mathbf{J}^{SSY} vorgegeben. Für den ebenen Modus I Riss (Rissausbreitung bzw. virtuelle Verrückung des Risses in x_1 -Richtung) ist nur dessen x_1 -Komponente ungleich Null und errechnet sich unter EVZ wieder zu

$$J_1^{\text{SSY}} = \frac{K_I^2(1 - \nu^2)}{E}. \quad (5.56)$$

Die resultierenden materiellen Knotenkräfte am geöffneten Riss in der Umgebung der initialen Risspitze sind in Abb. 5.11 dargestellt. Beim Vergleich der Teilabbildungen wird klar, dass es Volumenbeiträge zur materiellen Knotenkraft $\mathbf{J}^{(K)}$ gibt, welche von den inelastischen Prozessen herrühren und als Knotenkräfte $\mathbf{G}_{\text{tr}}^{(K)}$ in der Umwandlungszone und $\mathbf{G}_{\text{vp}}^{(K)}$ in der plastischen Zone berechnet werden. Das J-Integral als Summe von $\mathbf{J}^{(K)}$ ist somit wegabhängig. Die materiellen Kräfte aus inelastischer Deformation werden bei der Berechnung der Knotenbeiträge zur Risstriebskraft berücksichtigt, so dass nahezu keine Knotenkräfte $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)}$ im Volumen der plastischen Zone und der Umwandlungszone verbleiben¹⁴. Da der Riss durch eine kontinuierliche Schädigungszone in den Kohäsivelementen approximiert wird, finden sich die wesentlichen Beiträge zur risstreibenden Kraft $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)}$ an den Knoten, die mit der Kohäsivzone verbunden sind. Diese Beiträge stellen den Energiefluss in die Bruchprozesszone dar.

¹³Auch wenn diese Zahlenwerte hier untergeordnete Bedeutung haben, wird sich später zeigen, dass derart hohe Werte für die intrinsische Bruchzähigkeit von TRIP-Stählen durchaus realistisch sind. Die Anfangsfließspannung σ_0 des TRIP-Stahls entspricht der des Austenits $\sigma_0 = \tau_a^0$.

¹⁴Die verbleibenden Knotenkräfte im Volumen deuten auf eine nicht ausreichende Auflösung der Felder der internen Variablen hin und könnten durch noch feinere Vernetzung weiter reduziert werden. Die hier präsentierten Ergebnisse werden mit der dargestellten Vernetzung erzielt, die bereits ausreichend ist.

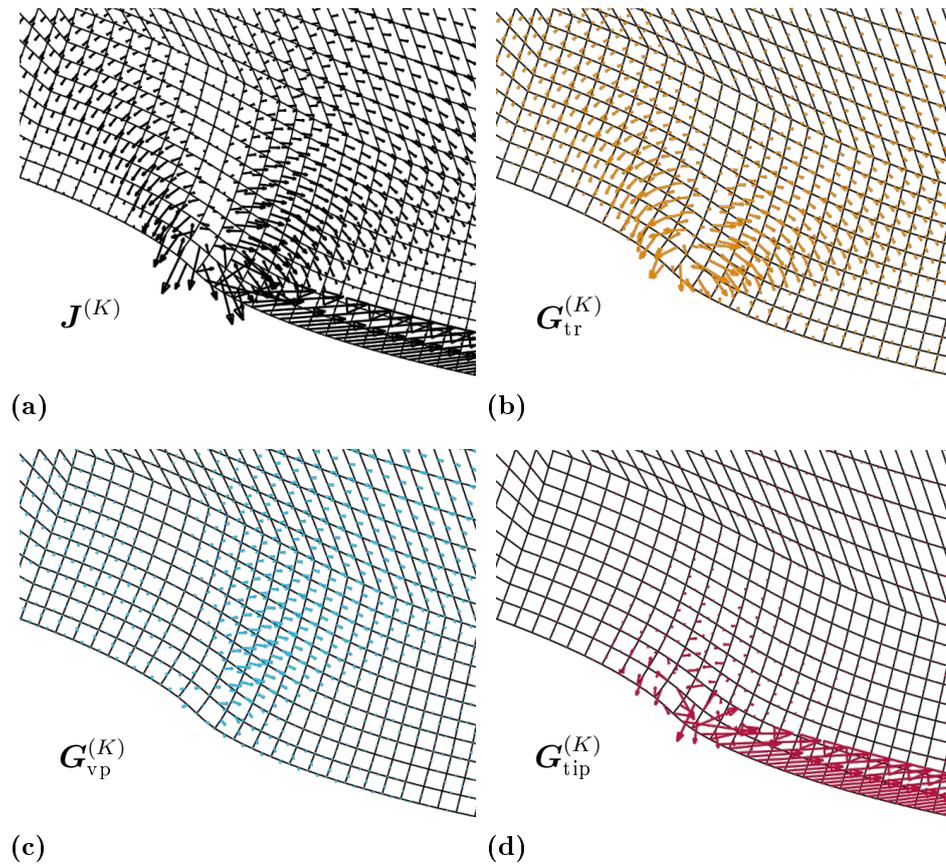


Abb. 5.11: Verteilung der materiellen Knotenkräfte in der Umgebung der anfänglichen Rissspitze bei $J_1^{SSY}/G_0 = 1,8$: Es wird jeweils eines der beiden Rissufer dargestellt. (a) Beiträge der Knoten zum J-Integral Vektor, materielle Knotenkräfte auf Grund von (b) Phasenumwandlung und (c) viskoplastischer Verformung und (d) materielle Knotenkräfte, welche auf den Riss bzw. die Kohäsivzone wirken und Knotenbeiträge zur eigentlichen Risstriebskraft darstellen. Die Länge der Vektorpfeile ist zwischen den Teilbildern dieser Abbildung vergleichbar. Die Kohäsivelemente sind selbst nicht dargestellt

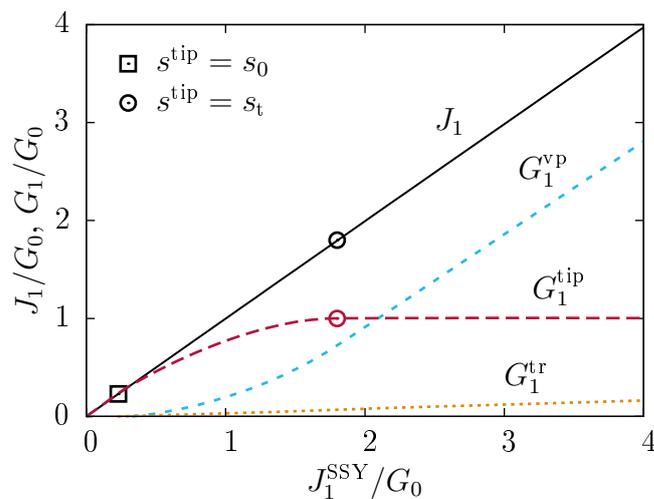


Abb. 5.12: Summierte materielle Kräfte bei Rissausbreitung: Es sind die x_1 -Komponenten der Vektoren J , G_{tip} , G_{tr} und G_{vp} dargestellt, welche auf die Separationsarbeit G_0 normiert sind. J_1^{SSY} stellt das Fernfeld J-Integral dar, welches auf das Boundary-Layer-Modell aufgeprägt wird. Separation an initialer Rissspitze s^{tip} , Separation bei Kohäsivfestigkeit s_0 , Separation bei totaler Schädigung s_t

Nun erfolgt die Summation der materiellen Knotenkräfte über das gesamte Gebiet des Boundary-Layer-Modells. In Abb. 5.12 sind die x_1 -Komponenten der Vektoren \mathbf{J} , \mathbf{G}_{tip} , \mathbf{G}_{tr} und \mathbf{G}_{vp} , welche als J_1 , G_1^{tip} , G_1^{tr} und G_1^{vp} bezeichnet sind, über der vorgegebenen Last J_1^{SSY} aufgetragen. Die x_2 -Komponenten verschwinden am Modus-I Riss.

Die Abb. 5.12 beantwortet wesentliche Fragen zur Plausibilität der erzielten Ergebnisse. Das über die materiellen Knotenkräfte berechnete „normale“ J-Integral J_1 entspricht genau dem vorgegebenen J-Integral J_1^{SSY} . Mit zunehmender Belastung und Rissinitiierung entwickeln sich materielle Kräfte auf Grund der Phasenumwandlung und der viskoplastischen Verformung und die risstreibende Kraft G_1^{tip} weicht zunehmend vom J-Integral ab. Schließlich erreicht man ein Plateau $G_1^{\text{tip}} = G_0$, bei dem die Risstriebskraft der Separationsarbeit des Kohäsivmodells entspricht. Die Separationsarbeit stellt den Wert des Energieflusses in die Kohäsivzone bei Rissausbreitung dar. Es ist somit plausibel, dass die berechnete materielle Kraft, die auf die Risspitze (\rightarrow Kohäsivzone) wirkt, gleich G_0 ist.

In der Phase vor Rissinitiierung gibt es noch keinen nennenswerten Beitrag der inelastischen Prozesse, so dass auch die risstreibende Kraft dem J-Integral entspricht $G_1^{\text{tip}} = J_1$. Danach folgt die Phase der Rissinitiierung, welche in Abb. 5.12 durch Markierungen auf den J_1 - und G_1^{tip} -Kurven gekennzeichnet ist. Die erste Markierung \square bei $J^{\text{SSY}}/G_0 = 0,23$ repräsentiert die erste Schädigungsinitiierung, wo für die Separation des initialen Rissspitzenknotens $s^{\text{tip}} = s_0$ gilt. Dabei beginnt der Übergang des stationären Risses zum fortschreitenden Riss durch Ausbildung einer Schädigungszone. Die zweite Markierung \odot bei $J^{\text{SSY}}/G_0 = 1,8$ stellt den Abschluss der Rissinitiierung dar, wo $s^{\text{tip}} = s_t$ gilt und zum ersten Mal der Zustand totaler Schädigung erreicht wird. Zu diesem Zeitpunkt wird auch zum ersten Mal das energetische Rissfortschrittskriterium $G_1^{\text{tip}} = G_0$ erfüllt. Schließlich folgt die Phase stabiler Rissausbreitung in der Kohäsivzone, in der weiterhin $G_1^{\text{tip}} = G_0$ gilt.

An dieser Stelle wird die Frage nach dem konkreten Einfluss der Phasenumwandlung gestellt. Prinzipiell hat die Martensitbildung aus Sicht der materiellen Kräfte einen abschirmenden Effekt auf die Risspitze, da \mathbf{G}_{tr} zusammen mit \mathbf{G}_{vp} von \mathbf{J} abgezogen wird, um \mathbf{G}_{tip} zu erhalten. Aus Abb. 5.12 ist erkennbar, dass der Beitrag der Phasenumwandlung positiv ist und der abschirmende Effekt tatsächlich auftritt. Der Anteil der Phasenumwandlung ist deutlich geringer als der der plastischen Verformung. Das ist darauf zurückzuführen, dass die plastische Zone deutlich größer ist, als die Umwandlungszone, siehe Abschnitt 3.5.1 S. 44. Beim Vergleich der Teilabbildungen in Abb. 5.11 fällt allerdings auch auf, dass lokal die materiellen Knotenbeiträge $\mathbf{G}_{\text{tr}}^{(K)}$ größer sind, als die der viskoplastischen Deformation $\mathbf{G}_{\text{vp}}^{(K)}$. Das Verhältnis zwischen den materiellen Kräften durch martensitische Umwandlung und plastische Verformung ist selbstverständlich materialspezifisch. Der absolute Beitrag der Phasenumwandlung wird im hier vorgestellten Modell auch durch die Parameter der Kohäsivzone beeinflusst.

Abschließend wird die Wegunabhängigkeit der materiellen Kraft G_1^{tip} gezeigt. Dazu werden die materiellen Knotenkräfte über verschiedene Integrationsgebiete zu J_1 und G_1^{tip} aufsummiert. In Abb. 5.13 sind die Ergebnisse für die Gebiete A_1 und A_2 (siehe Teilabbildung (b) für deren Definition) und die Summation über das gesamte Modell (global) vergleichend dargestellt. Das J-Integral J_1 ist offensichtlich weg- bzw. gebietsabhängig, die risstreibende Kraft G_1^{tip} jedoch nicht, da alle entsprechenden Kurven (rot) identisch sind. Da die sich fortbewegende Bruchprozesszone durch die Schädigungszone

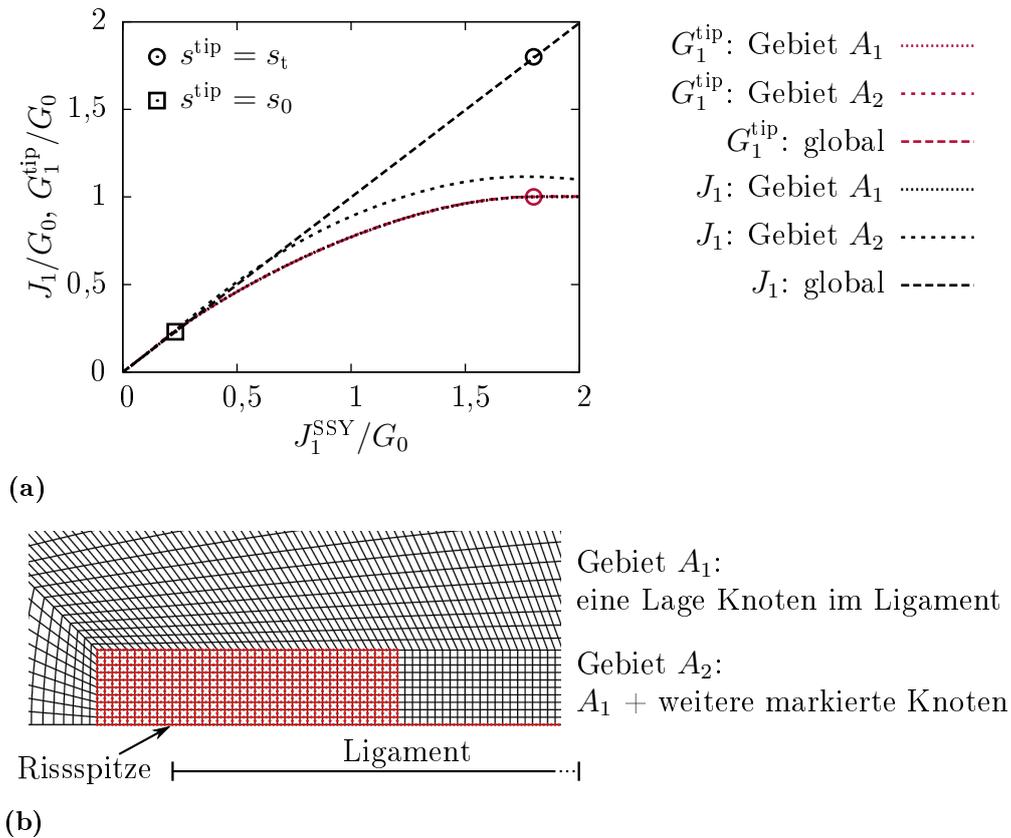


Abb. 5.13: Demonstration der Wegunabhängigkeit: (a) Auswertung von J_1 und G_1^{tip} durch Integration über die Gebiete A_1 , A_2 und das gesamte Modell (global), (b) Definition der Integrationsgebiete A_1 und A_2 . Vorgegebenes Fernfeld J-Integral J_1^{SSY} , Separationsarbeit G_0 , Separation an initialer Risspitze s^{tip} , Separation bei Kohäsivfestigkeit s_0 , Separation bei totaler Schädigung s_t

in den Kohäsivelementen abgebildet wird, müssen stets alle Knoten, welche mit den Kohäsivelementen verbunden sind, zur Summation genutzt werden. Alle betrachteten Integrationsgebiete müssen diese „Mindestkontur“ enthalten.

In der Phase vor Rissinitiierung, d. h. vor $s^{\text{tip}} = s_0$ in Abb. 5.12 und 5.13, wird ein stationärer Riss monoton belastet. Für diesen Fall ist bekannt, dass das J-Integral selbst noch wegunabhängig ist und gleiche Ergebnisse wie elastisch-plastische Erweiterungen des J-Integrals liefert [55, S. 300 f.]. Die anschließende Schädigungs-, Rissinitiierung sowie Rissausbreitung und die damit verbundenen Entlastungsvorgänge ändern das.

5.6 Abschließende Bemerkungen

Anforderungen an das FE-Netz

Bei der Berechnung der materiellen Kraft \mathbf{G}_{tip} muss eine ausreichend feine Vernetzung verwendet werden. Gerade die Terme \mathbf{G}_{tr} und \mathbf{G}_{vp} , welche aus der Phasenumwandlung und der viskoplastischen Verformung resultieren, stellen hohe Anforderungen an die räumliche Diskretisierung, da die Gradienten der internen Variablen gut aufgelöst werden müssen. Verbleibende materielle Knotenkräfte $\mathbf{G}_{\text{tip}}^{(K)}$ im Volumen sind Artefakte, die von diskretisierungsbedingten numerischen Fehlern herrühren. Hier wirkt sich

die Verwendung des CZM erleichternd aus, da es die Singularität der Risspitze durch eine kontinuierliche Schädigungszone und nicht-singuläre mechanische Felder ersetzt.

Antishielding-Effekt

Simha et al. [109] berichten im Zusammenhang der materiellen Kräfte bei inelastischem Materialverhalten von einem Antishielding-Effekt, d. h. eine Verstärkung der risstreibenden Kraft auf Grund plastischer Verformung. Unter Nutzung der Notation dieser Dissertation würde das für die materiellen Kräfte an einem Modus I Riss mit Rissausbreitungsrichtung x_1 einen negativen Beitrag G_1^{vp} bedeuten. Solche Ergebnisse finden sich auch bei Özenç et al. [88]. Das ist zunächst überraschend, da Plastizität stets mit Dissipation verbunden ist und an sich keine Energie für den Bruchprozess zur Verfügung stellen kann. In den zitierten Artikeln werden Risse in CT-Proben betrachtet. Der angesprochene Antishielding-Effekt wird in [109] letztlich als Effekt der Probengeometrie erklärt. Es kommt nicht nur zur Ausbildung der plastischen Zone an der Risspitze, sondern auch an der Rückseite der Probe. Durch die plastische Verformung an der Rückseite der Probe wird die Rissöffnung erleichtert¹⁵ und damit die Risstriebskraft vergrößert. Dieser Geometrieeffekt könnte im TRIP-Stahl auch zu einem negativen G_1^{tr} führen.

Materielle Kräfte für finite Deformationen

In diesem Kapitel wurden die materiellen Kräfte unter der Annahme kleiner Deformationen formuliert. Der zu Grunde liegende Ausdruck für die Freie Energie, Gl. (2.25) S. 35, ist für diese Annahme gültig. Das wesentliche Problem liegt in der Aufteilung der inelastischen Deformationen, von der in der Herleitung der materiellen Kräfte explizit Gebrauch gemacht wird, um die Anteile der Phasenumwandlung und der viskoplastischen Verformung zu separieren. In der vorliegenden Promotionschrift wird die additive Zerlegung des inelastischen Verzerrungstensors unter der Annahme kleiner Deformationen verwendet. Dies ist auch in der Literatur [85, 88, 109] bei der Formulierung materieller Kräfte bei elastisch-plastischem Materialverhalten gebräuchlich. Es finden sich ebenfalls Formulierungen für finite Deformationen und elastisch-plastisches Verhalten [54, 84, 109] bzw. Hyperelastizität mit isotroper Schädigung [63], in denen auf die multiplikative Zerlegung des Deformationsgradienten in einen elastischen und einen inelastischen Anteil zurückgegriffen wird.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{el}} \cdot \mathbf{F}_{\text{ie}} \quad (5.57)$$

Im Folgenden wird auf die Möglichkeiten der Formulierung der materiellen Kräfte für TRIP-Stahl unter finiten Deformationen eingegangen. Will man die Separation der inelastischen materiellen Kräfte in Anteile der Phasenumwandlung und plastischen Verformung beibehalten, ist die multiplikative Zerlegung wie in [54, 63, 84, 109] verwendbar, wobei der inelastische Anteil des Deformationsgradienten weiter zu zerlegen ist. Das kann in zwei Varianten erfolgen:

$$\mathbf{F}_{\text{ie}}^{\text{V1}} = \mathbf{F}_{\text{vp}} \cdot \mathbf{F}_{\text{tr}} \quad \text{oder} \quad \mathbf{F}_{\text{ie}}^{\text{V2}} = \mathbf{F}_{\text{tr}} \cdot \mathbf{F}_{\text{vp}} \quad (5.58)$$

¹⁵Man stelle sich die Ausbildung eines Fließgelenks vor.

Im Fall hypoelastisch-plastischer Materialmodelle, wie in dieser Arbeit, ist bisher unbekannt, wie die additive Aufteilung der Deformationsrate aus Gl. (2.1) S. 31 in der Herleitung der materiellen Kräfte einzusetzen ist.

Die explizite Separation der inelastischen Prozesse bei der Formulierung der materiellen Kräfte liefert aufschlussreiche Informationen zur Rolle der Deformationsanteile, ist aber nicht notwendig, um die risstreibende Kraft zu berechnen. Es reicht aus, den Anteil der inelastischen Prozesse im Ganzen zu berücksichtigen. Dabei kann man auf die erwähnte multiplikative Zerlegung zurückgreifen, ohne die inelastischen Deformationsanteile weiter zu unterscheiden und erhält vergleichbare Gleichungen wie [54, 63, 84, 109]. Man kann allerdings auch die in der vorliegenden Arbeit formulierte materielle Kraft \mathbf{G}_{tip} allgemeiner schreiben, indem man in Gl. (5.25) die lokale Gleichgewichtsbedingung materieller Kräfte Gl. (5.18) einsetzt und

$$\mathbf{G}_{\text{tip}} = \int_{\Gamma} \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} \, dS - \lim_{\omega \rightarrow 0} \int_{A_r} \operatorname{div} \mathbf{Q} \, dA \quad (5.59)$$

erhält. Diese Gleichung findet sich in etwas anderer Schreibweise bereits im Buch von Kuna [55, S. 296 ff.]. Dieser Ausdruck behält seine Gültigkeit auch bei großen Deformationen, wobei dann der Energie-Impuls-Tensor der Elastostatik folgende Gestalt annimmt [siehe z. B. 35, 83]

$$\mathbf{Q} = \psi \boldsymbol{\delta} - \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{P}. \quad (5.60)$$

Hier ist \mathbf{P} der erste Piola-Kirchhoff Spannungstensor, für welchen

$$\mathbf{P} = \det(\mathbf{F}) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T} \quad (5.61)$$

mit dem Cauchy Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ gilt. Der Vektor \mathbf{n} ist dann ein Normalenvektor in der Referenzkonfiguration und Ortsableitungen sind nach den Koordinaten X_i der Referenzkonfiguration auszuführen. Der Vorteil der Gl. (5.59) besteht darin, dass die Aufteilung der Verzerrungen nicht benötigt wird, da direkt die Divergenz von \mathbf{Q} berechnet wird. Es ist nur erforderlich den Tensor \mathbf{Q} nach Gl. (5.60) auszuwerten. Ist der Ausdruck der Freien Energie ψ für das verwendete Material nicht bekannt, ist wieder die Verwendung der Formänderungsarbeit W Gl. (5.9) denkbar. Auf dieser Grundlage sollte die Auswertung der risstreibenden Kraft beim Auftreten von plastischer Verformung und Phasenumwandlung in TRIP-Stahl auch bei finiten Deformationen möglich sein.

5.7 Fazit

- Im Rahmen der Theorie materieller Kräfte wird die materielle Kraft \mathbf{G}_{tip} formuliert, siehe Gl. (5.25), welche die risstreibende Kraft bzw. den Energiefluss in die Risspitze darstellt. Dabei wird das J-Integral durch Terme, die aus der inelastischen Deformation resultieren, modifiziert und damit wegunabhängig.
- Die Berechnung der risstreibenden Kraft erfolgt mit Hilfe des äquivalenten Gebietsintegrals (EDI). Diese Methode ist in der Bruchmechanik bei der Berechnung des J-Integrals etabliert. Als Zwischenschritt werden diskrete materielle Knotenkräfte ermittelt, welche anschließend im Integrationsgebiet aufsummiert werden.

- Die materiellen Kräfte werden anhand numerischer Beispiele ausgewertet. Die Ergebnisse werden dabei sowohl qualitativ als auch quantitativ verifiziert.
- Die Ergebnisse zeigen, dass die martensitische Phasenumwandlung im TRIP-Stahl einen abschirmenden Einfluss auf die Rissspitze aufweist. Die Auswertung der materiellen Kräfte bestätigt, dass die Transformation die risstreibende Kraft reduziert.
- Das im numerischen Beispiel verwendete Kohäsivzonenmodell spielt bei der Modellierung des Bruchprozesses eine bedeutende Rolle. Die Separationsarbeit G_0 stellt die intrinsische Bruchzähigkeit und damit den kritischen Wert der risstreibenden Kraft dar. Bei Rissfortschritt gilt im vorgestellten Beispiel $G_1^{\text{tip}} = G_0$.

6 Simulation der Rissausbreitung in TRIP-Stahl mit Hilfe eines Kohäsivzonenmodells

Im letzten Kapitel konnte man bereits die Leistungsfähigkeit der Kohäsivzonenmodelle bei der Simulation von Schädigung und Rissausbreitung erkennen. In diesem Kapitel sollen die Kohäsivparameter an Hand experimenteller Daten bestimmt und somit der Bruchwiderstand charakterisiert werden.

Es werden neben Simulationen auch umfangreiche experimentelle Arbeiten an austenitischen und TRIP-Stählen beschrieben, die in Kooperation mit dem Institut für Werkstofftechnik der TU Bergakademie Freiberg (Dr. S. Henkel und Herr C. Wolf) durchgeführt wurden. Die Inhalte dieses Kapitels sind teilweise publiziert worden [8, 9, 13].

6.1 Ausgangssituation

Im ersten Schritt wird ein nicht umwandlungsfähiger austenitischer Stahl untersucht. Aktuelle Ergebnisse für umwandlungsfähigen TRIP-Stahl werden im Anschluss erarbeitet und können mit den Daten des austenitischen Stahls verglichen werden.

Die bruchmechanische Prüfung austenitischer (TRIP-) Stähle ist mit Herausforderungen verbunden, die direkt aus dem hohen Verfestigungsvermögen und der guten Duktilität und dem damit verbundenen Großbereichsfließen (LSY: large scale yielding) resultieren. Abb. 6.1 zeigt eine geprüfte CT-Probe (CT: compact tension), die aus austenitischem Stahlguss gefertigt wurde. Im Experiment zeigt sich große stabile Rissausbreitung mit großer Kerböffnung. Plastische Verformung ist auf Grund des grobkörnigen Gussgefüges durch eine Aufrauung der Probenoberfläche gekennzeichnet. Es ist LSY zu verzeichnen. Weiterhin führt das Fließen zu nennenswerter plastischer Querdehnung, d. h. zu Dickenreduktion nahe der Rissfront und zu Dickenzuwachs an der Probenrückseite.

LSY im hier auftretenden großen Maße und die deutliche Quereinschnürung haben zur Folge, dass etablierte Messmethoden zur Bestimmung der Risslänge, wie Teilentlastungsverfahren (compliance method) und Elektropotentialmethode (potential drop method), nicht funktionieren. Beide Verfahren basieren auf dem eindeutigen Zusammenhang zwischen Risslänge und Messsignal, welches die mechanische Nachgiebigkeit bzw. die elektrische Leitfähigkeit der Probe ist. Großbereichsfließen und Quereinschnürung beeinflussen sowohl die Nachgiebigkeit als auch die elektrische Leitfähigkeit zusätzlich in nichtlinearer Art und Weise. Die jeweiligen Messsignale sind nicht mehr eindeutig von der Risslänge abhängig. Im Fall rauer und zerklüfteter Rissflanken können die Signale weiterhin durch Selbstkontakt und Risschließeffekte beeinflusst werden. Unter derartigen Umständen sind jedoch optische Methoden einsetzbar, solange die

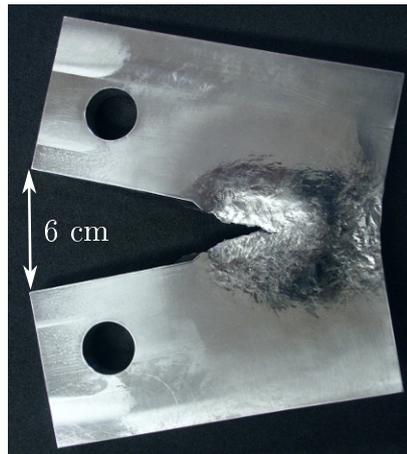


Abb. 6.1: Deformierte CT-Probe nach stabilem Rissfortschritt mit großer plastischer Deformation, Material: austenitischer Stahlguss

Risspitze sichtbar ist. Aus diesem Grund wird die aktuelle Risslänge (und auch die Rissöffnung) in den durchgeführten Experimenten mit Hilfe eines Kamera Systems bestimmt. Die erhaltenen experimentellen Daten werden anschließend mit Simulationen der Rissausbreitung mit Kohäsivzonenmodell (CZM) verglichen, um die Kohäsivparameter zu identifizieren, welche den Bruchprozess charakterisieren.

6.2 Werkstoffe und experimentelle Methoden

Die beiden angesprochenen Gussstähle werden im Folgenden als „austenitischer Stahl“ und „TRIP-Stahl“ bezeichnet, wobei auch der TRIP-Stahl anfänglich vollaustenitisch ist. Sie werden im lösungsgeglühten Zustand untersucht. Die jeweilige chemische Zusammensetzung ist Tab. 6.1 zu entnehmen.

Tab. 6.1: Chemische Zusammensetzung der betrachteten Stähle in Ma.-%. Analysemethoden: Verbrennungsanalyse (C), Schmelzextraktion (N), Funkenemissionsspektrometrie (restliche Elemente), die Analysen wurden am Institut für Eisen- und Stahltechnologie der TU Bergakademie Freiberg durchgeführt

Bezeichnung	Fe	C	N	Cr	Mn	Ni	Si
austenitischer Stahl	Rest	0,048	-	19,2	6,33	7,14	0,30
TRIP-Stahl	Rest	0,023	0,086	14,5	5,36	6,85	0,88

Das mechanische Werkstoffverhalten wird im quasi-statischen Zugversuch bei Raumtemperatur untersucht. Die resultierenden Fließkurven (wahre Spannung σ vs. logarithmische plastische Dehnung ϵ_{pl}) sind in Abb. 6.2 dargestellt. Sie werden durch Mittelung dreier Zugversuche erzeugt. Der austenitische Stahl zeigt keine signifikante Phasenumwandlung bei Raumtemperatur und dient als Referenz (duktil und ohne TRIP) zu den hochduktilen TRIP-Stählen. Der TRIP-Stahl weist Phasenumwandlung bei Raumtemperatur auf. Dies ist am deutlich ausgeprägten S-Schlag der Fließkurve zu erkennen.

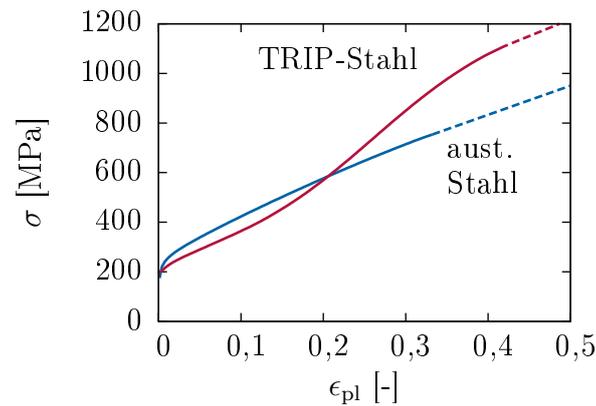


Abb. 6.2: Fließkurven (wahre Spannung σ , wahre plastische Dehnung ϵ_{pl}) der verwendeten Gussstähle (austenitischer Stahl und TRIP-Stahl), gestrichelt ist jeweils die lineare Extrapolation der Kurven dargestellt, die bei den Simulationen verwendet wird, siehe Abschnitt 6.3.2

Die beiden Stähle unterscheiden sich bereits bei geringen plastischen Dehnungen. Die im Laufe dieses Kapitels festgestellten Unterschiede können demnach nicht allein auf die verformungsinduzierte martensitische Phasenumwandlung zurückgeführt werden. Bereits die jeweiligen austenitischen Phasen verhalten sich deutlich verschieden.

Es werden CT-Proben mit einer Dicke von 15 mm hergestellt, deren Geometrie Abb. 6.3 entnommen werden kann. Diese Proben werden eingeschwungen, um einen Ermüdungsanriss zu erzeugen. Die mechanische Prüfung der CT-Proben erfolgt bei Raumtemperatur auf einer servohydraulischen Zugprüfmaschine (MTS 880 mit maximaler Zugkraft von 500 kN). Die verschiebungsgesteuerte Belastung erfolgt stufenweise mit einer Stempelverschiebungsgeschwindigkeit von 0,004 mm/s. Nach jeder Stufe wird pausiert, um ein Bild der bis dahin belasteten Probe aufzunehmen. Anhand dieser Bilder erfolgt die optische Risslängenmessung.

Die Bildaufnahme erfolgt mit dem Scanner Kamera System PENTACON SCAN 600, das mit einer telezentrischen Optik ausgestattet ist und auch schon von Henkel et al. [41] zur Vermessung von Rissen eingesetzt wurde. Die exakte geometrische Vermessung wird durch die konstante Vergrößerung über dem gesamten Bildbereich, geringe Bildverzerrungen und begrenzte perspektivische Fehler telezentrischer Objektive ermöglicht. Weitere Informationen zum optischen Messsystem sind [41] zu entnehmen. Ein Bild des Risses in der verformten Probe ist in Abb. 6.4(a) zu sehen. Dabei sind bereits die für die Bildauswertung benötigten charakteristischen Punkte (aktuelle Risspitze sowie Anfangsrisspitze auf der oberen und unteren Rissflanke) eingetragen.

Die Bildauswertung erfolgt Software-unterstützt anhand der Koordinaten der drei markierten Punkte. Die hier verwendete Definition von Rissausbreitung Δa , Rissöffnung CTOD (crack tip opening displacement) δ und Rissöffnungswinkel CTOA (crack tip opening angle) Ψ sind Abb. 6.4(b) zu entnehmen. Unter der Annahme symmetrischer Rissöffnung (Modus I) kann CTOA auch direkt aus CTOD und der Rissausbreitung berechnet werden¹

$$\Psi = 2 \arctan\left(\frac{\delta}{2\Delta a}\right). \quad (6.1)$$

Gleichung (6.1) ist nur für Rissfortschritt $\Delta a > 0$ auszuwerten. Im Zuge der vorlie-

¹In der Literatur verbreitete Approximationen von Ψ für kleine Winkel sind hier nicht verwendbar, siehe Abb. 6.1 und 6.4(a).

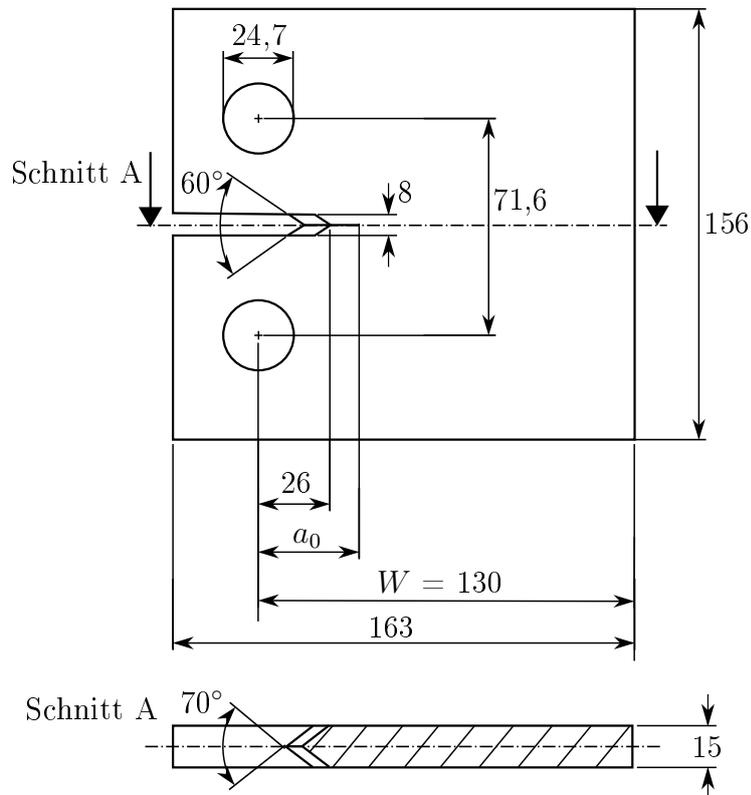


Abb. 6.3: Geometrie der CT-Probe mit Chevron Kerb, Angaben in mm

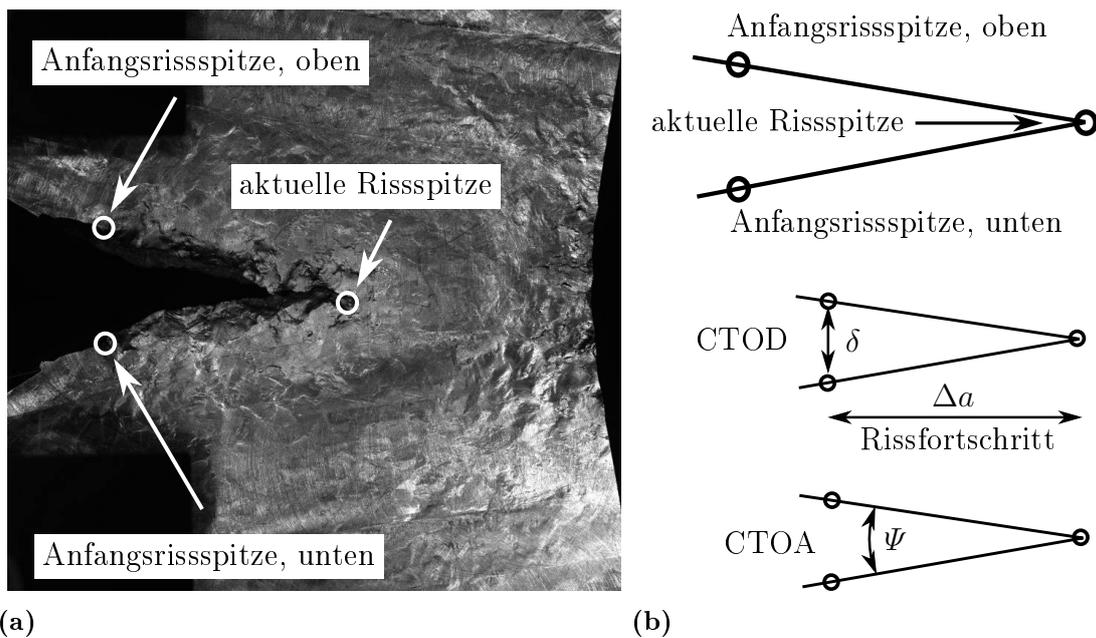


Abb. 6.4: (a) Skaliertes Bild der Risspitze mit charakteristischen Punkten, (b) Definition der Rissausbreitung Δa , der Rissöffnung CTOD δ und des Rissöffnungswinkels CTOA ψ

genden Arbeiten wurde auch verifiziert, dass die CTOA-Daten unabhängig davon sind, ob die direkte Vermessung der Bilddaten, Abb. 6.4(b), oder die Berechnung mittels Gl. (6.1) Verwendung findet.

6.3 Numerisches Modell

6.3.1 Kohäsivzonenmodell

Kohäsivzonenmodelle (CZM) sind bereits in Abschnitt 5.5.2 S. 78 eingeführt worden. Das hier angewendete CZM entstammt der Arbeit von Roth et al. [99, 100]. Die wesentlichen Modellgleichungen werden im Folgenden für den betrachteten Fall der monotonen Modus I Rissöffnung vorgestellt.

Die Formulierung erfolgt nicht in absoluter Kohäsivspannung t und Separation s , sondern in der normierten Kohäsivspannung τ und der normierten Separation λ :

$$\tau = \frac{|t|}{t_0}, \quad \lambda = \frac{\langle s \rangle}{s_0}. \quad (6.2)$$

Dabei werden zur Normierung die bereits bekannten Kohäsivparameter t_0 (Kohäsivfestigkeit) und s_0 (zugehörige Separation) verwendet. Die McAuley-Klammer $\langle \dots \rangle$ in Gl. (6.2) stellt sicher, dass Kohäsivverhalten nur bei positiver Separation $s > 0$ (Rissöffnung) definiert wird. Ansonsten wird Kontakt definiert.

Die in normierten Größen formulierte Spannungs-Separations-Beziehung (SSB) lautet

$$\tau_{\text{SSB}} = \begin{cases} \lambda \exp(1 - \lambda), & \text{für } \lambda < 1 \\ 1 - \left(1 - (\exp(1 - \lambda))^{\hat{\varepsilon}}\right)^{\hat{\omega}}, & \text{für } \lambda \geq 1. \end{cases} \quad (6.3)$$

Der entsprechende Graph ist in Abb. 6.5 sowohl im t - s - als auch im normierten τ - λ -Raum dargestellt. Er besteht aus einem reversiblen Ast bis hin zum Spannungsmaximum und einem entfestigenden Ast, der mit Schädigungsentwicklung verbunden ist. Am Punkt $(s_0; t_0)$ bzw. $(\lambda; \tau) = (1; 1)$ wird Schädigung initiiert. Die Gestalt des entfestigenden Astes der SSB kann mit Hilfe der Form-Parameter $\hat{\varepsilon}$ und $\hat{\omega}$ modifiziert werden, siehe Abb. 6.5(b). Dabei ermöglicht $\hat{\omega}$, Plateaus bei Maximalspannung von unterschiedlicher Länge zu erzeugen und $\hat{\varepsilon}$ beeinflusst den Anstieg im entfestigenden Bereich. Vorteilhaft bei dieser SSB ist deren stetige Differenzierbarkeit sowie die Variabilität ihrer Gestalt.

Die Separationsarbeit G_0 ist ebenfalls bereits aus Abschnitt 5.5.2 bekannt und entspricht der Fläche unter der nicht-normierten SSB. Sie wird folgendermaßen berechnet:

$$G_0 = t_0 s_0 \Gamma_0^{\text{SSB}}. \quad (6.4)$$

Sie hängt direkt mit der normierten Separationsarbeit Γ_0^{SSB} zusammen

$$\Gamma_0^{\text{SSB}} = \int_{\lambda=0}^{\infty} \tau_{\text{SSB}} \, d\lambda. \quad (6.5)$$

G_0 und Γ_0^{SSB} beschreiben jeweils die Arbeit bzw. die normierte Arbeit, welche bei einem vollständigen Separationsprozess pro Fläche (in der Kohäsivzone) dissipiert wird.

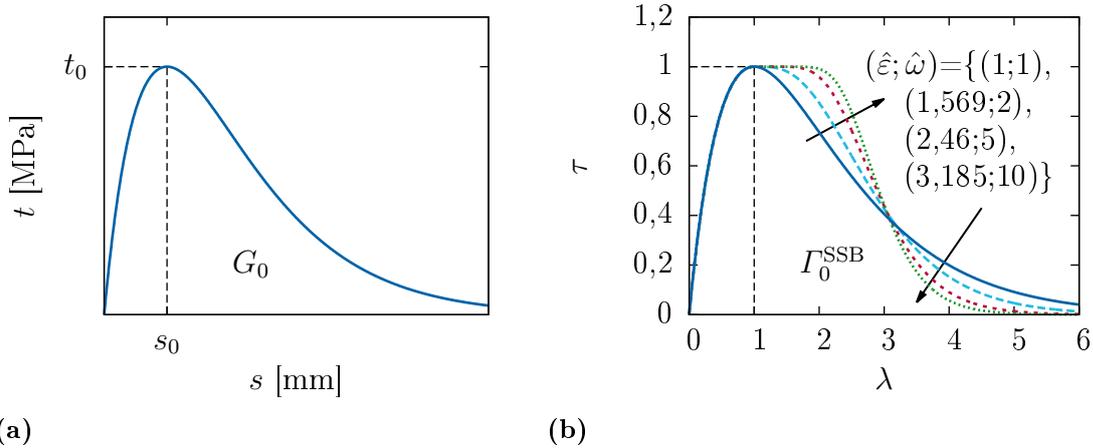


Abb. 6.5: (a) Graph des verwendeten Spannungs-Separations-Gesetzes in Kohäsivspannung t und Separation s , sowie (b) in normierter Kohäsivspannung τ und normierter Separation λ , G_0 und Γ_0^{SSB} repräsentieren die Fläche unter dem jeweiligen Graphen, die Gestalt der Kurven kann mit Hilfe der Form-Parameter $\hat{\varepsilon}$ und $\hat{\omega}$ variiert werden

Dies ermöglicht die Definition einer energetisch motivierten Schädigungsvariable D als Verhältnis von aktueller normierter flächenbezogener Dissipation γ und normierter Separationsarbeit

$$D = \frac{\gamma}{\Gamma_0^{\text{SSB}}}. \quad (6.6)$$

Die Gleichung zur Berechnung der aktuellen Dissipation für eine beliebige Separation $\bar{\lambda}$ lautet

$$\gamma(\bar{\lambda}) = \int_0^{\bar{\lambda}} \tau_{\text{SSB}}(\lambda) \, d\lambda - \Phi(\bar{\lambda}). \quad (6.7)$$

Die bis $\bar{\lambda}$ verrichtete Gesamtarbeit wird durch das Integral in (6.7) bestimmt. Der Term $\Phi(\bar{\lambda})$ beschreibt den reversibel gespeicherten Teil dieser Arbeit und wird subtrahiert, um den dissipierten Anteil zu erhalten. Die Gleichungen zur Berechnung des Kohäsivzonenpotentials $\Phi(\bar{\lambda})$ sowie weitere detaillierte Informationen über das verwendete Kohäsivzonenmodell, dessen Formulierung und Implementierung sind in [99, 100] zu finden.

Im reversiblen Teil der SSB gibt es keine Dissipation und damit gilt $D = 0$. Im entfestigenden Teil entwickelt sich die Schädigung $0 \leq D \leq 1$. Dabei erreicht die Schädigungsvariable D den Wert Eins asymptotisch mit $\lambda \rightarrow \infty$. In der Kohäsivzone bildet sich wieder eine kontinuierliche Schädigungszone aus, welche eine „verschmierte“ Risspitze darstellt².

Hinweis: In der Arbeit von Issa et al. [45] wird Rissausbreitung in TRIP-Stahl mit einem CZM modelliert, welches vom Martensitvolumenanteil z im Matrixmaterial abhängig ist. Die Abhängigkeit der Gestalt der SSB von z (Länge des Plateaus bei t_0) erweist sich dabei als unbedeutend. Die Wahl einer konstanten Gestalt der SSB über die hier vorgestellten Formparameter ist damit gerechtfertigt. Einen nennenswerten

²Die Lokalisierung der Risspitze anhand dieser Schädigungszone ist später erforderlich, um die Rissausbreitung Δa aus der Simulation zu bestimmen.

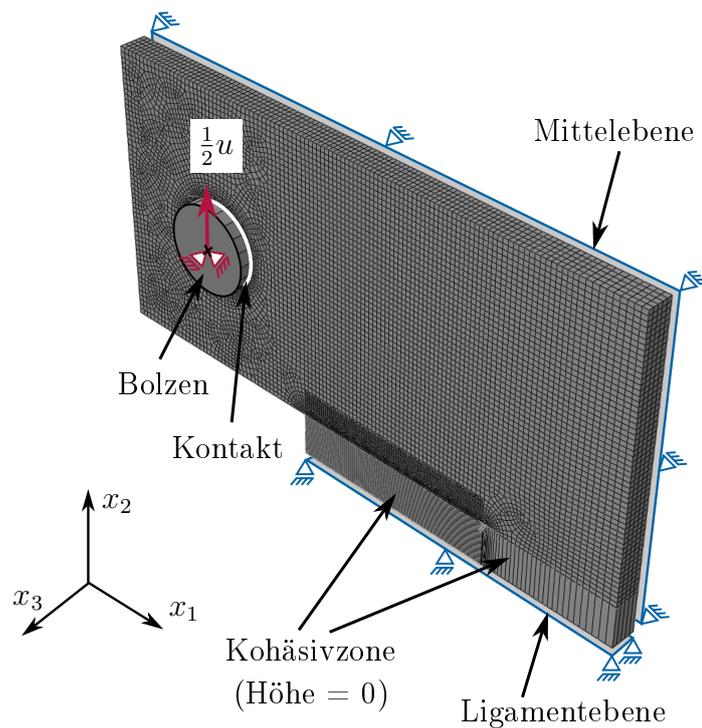


Abb. 6.6: FE Modell eines Viertels der CT-Probe (inkl. Bolzen und Kohäsivzone) mit entsprechenden Randbedingungen

Einfluss weist die in [45] ebenfalls modellierte z -abhängige Kohäsivfestigkeit $t_0(z)$ auf. Diese Abhängigkeit wird hier nicht betrachtet.

6.3.2 Simulation der Rissausbreitung

Die numerischen Simulationen werden mit dem kommerziellen FEM-Programm ABAQUS unter Berücksichtigung finiter Deformationen durchgeführt. Bei der betrachteten CT-Probe können Symmetrieeigenschaften bezüglich des Ligaments und der Mittellebene (halbe Probendicke) ausgenutzt werden, sodass nur ein Viertel des Körpers zu modellieren ist, vergleiche dazu auch Abb. 6.3 S. 90. Das FE-Modell ist in Abb. 6.6 zusammen mit den zugehörigen Randbedingungen dargestellt. Es wird ein dreidimensionales Modell verwendet, um auch die erhebliche Querdehnung in Dickenrichtung berücksichtigen zu können. Die Verschiebung wird am als starr angenommenen Bolzen vorgeschrieben, der über einen Kontaktalgorithmus an den deformierbaren Probekörper angebunden ist. Die Kohäsivzone entspricht einer flächenhaften Struktur in der Ligamentebene, die zu Beginn eine Höhe von 0 aufweist. Aus Gründen der Visualisierung wird sie in Abb. 6.6 mit einer von Null verschiedenen Höhe abgebildet.

Der deformierbare Körper wird mit voll integrierten 8-Knoten Kontinuumselementen (lineare Ansatzfunktionen) diskretisiert. Die Kohäsivzone wird mit einer Schicht von Kohäsivelementen (User-Elemente mit linearen Ansatzfunktionen und vier Integrationspunkten) versehen. Die von Roth [99, 100] erarbeiteten Kohäsivelemente haben den entscheidenden Vorteil gegenüber den Kohäsivelementen von ABAQUS, dass sie auch unter großen Deformationen auf einer Symmetrieebene eingesetzt werden können. Im Bereich der zu simulierenden Rissausbreitung wird das Netz stark verfeinert. Eine Netzkonvergenzstudie hat gezeigt, dass dort eine konstante Elementkantenlänge

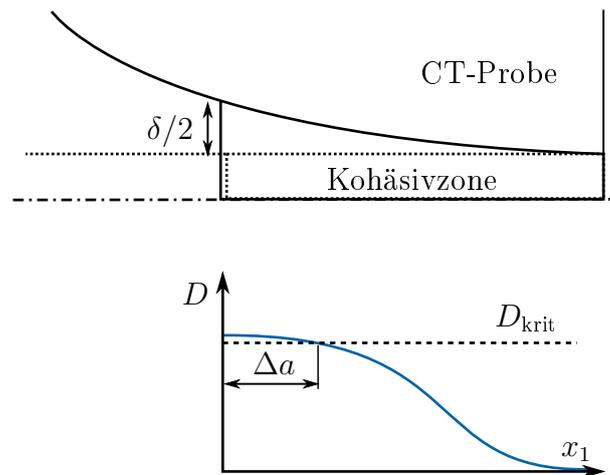


Abb. 6.7: Bestimmung des CTOD δ und der Rissausbreitung Δa an Hand der Simulationsergebnisse, Schädigungsvariable D und kritischer Wert der Schädigung D_{krit}

von 0,2 mm in Rissausbreitungsrichtung ausreichend ist. Es genügt, fünf Elementlagen über die halbe Probendicke zu verwenden.

Das Materialverhalten der CT-Probe wird mit isotroper Elastizität (Elastizitätsmodul 192 GPa, Querkontraktionszahl 0,24) und von-Mises-Plastizität mit isotroper Verfestigung modelliert. Die Verfestigung wird tabellarisch basierend auf den Fließkurven in Abb. 6.2 S. 89 vorgegeben³. Dabei ist es erforderlich, die Fließkurve zu größeren plastischen Dehnungen hin zu extrapolieren. Es wurde eine lineare Extrapolation verwendet.

Analog zu den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen werden Kraft-Verschiebungs-Kurven und Risswiderstandskurven aus den Simulationen erzeugt. Dabei werden Kraft und Verschiebung am Bolzen ausgewertet. Die Rissöffnung CTOD erhält man aus der vertikalen (x_2) Verschiebung des Knotens an der anfänglichen Risspitze auf der Oberfläche der Probe, siehe Abb. 6.7. Die Rissausbreitung Δa bzw. die aktuelle Risslänge wird durch die vollständig geschädigten Kohäsivelemente an der Probenoberfläche bestimmt. Kohäsivelemente, die einen Schädigungszustand $D \geq D_{\text{krit}}$ aufweisen, werden als vollständig ausgefallen und als Teil des Risses bewertet. Der verwendete kritische Schädigungswert lautet $D_{\text{krit}} = 0,98$ und entspricht einer verbleibenden Tragfähigkeit von $\tau \approx 0,01$ (1% der Kohäsivfestigkeit). Die Bestimmung dieser Parameter an der Oberfläche soll eine gute Vergleichbarkeit mit den experimentellen Daten gewährleisten, die ebenfalls an der Oberfläche der CT-Proben durch Bildauswertung ermittelt wurden.

6.3.3 Parameterstudie

Die Parameter des Kohäsivzonenmodells sind so zu bestimmen, dass die Simulationsergebnisse die experimentellen Daten so gut wie möglich abbilden. Als Vorbereitung wird in diesem Abschnitt eine systematische Parameterstudie durchgeführt, um die Sensitivität der Parameter auf die Kraft-Verschiebungs- und Risswiderstandskurve zu untersuchen. Darauf aufbauend wird eine Optimierungsstrategie erarbeitet.

³Das Materialmodell aus Kapitel 2 wird hier nicht verwendet, da es für den austenitischen Stahl nicht erforderlich ist und für den neuen TRIP-Stahl noch keine Materialparameter vorliegen.

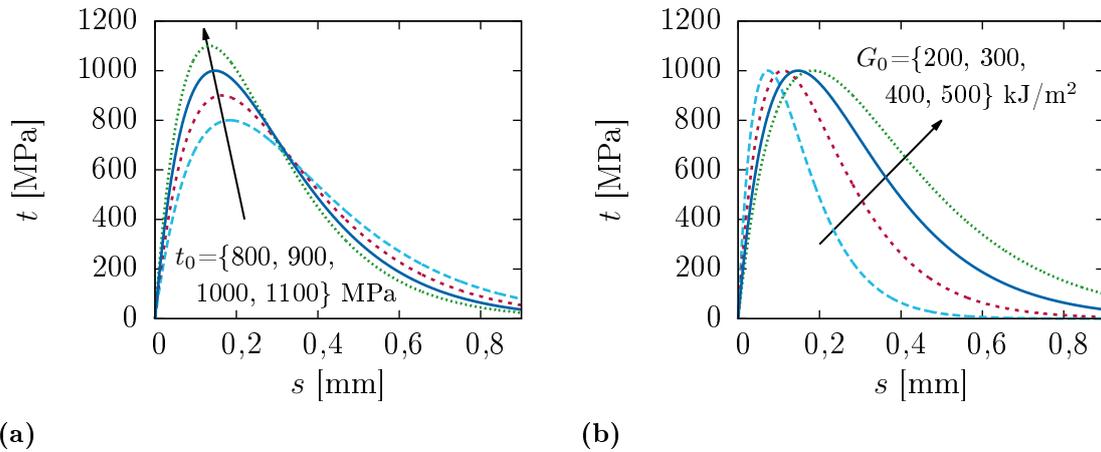


Abb. 6.8: Graphen der betrachteten SSB bei (a) verschiedenen Kohäsivfestigkeiten t_0 und (b) verschiedenen Werten der Separationsarbeit G_0

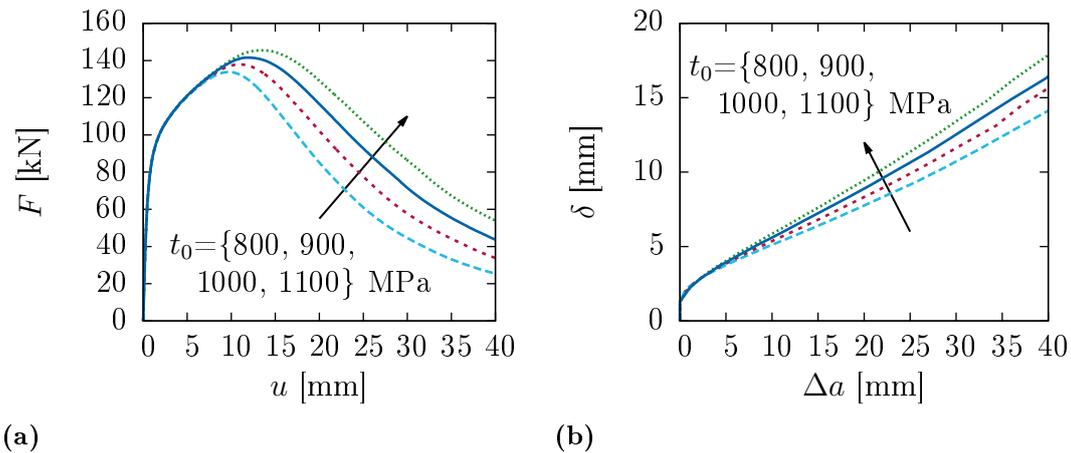


Abb. 6.9: Einfluss der Kohäsivfestigkeit t_0 auf (a) die Kraft-Verschiebungs-Kurve und (b) die Risswiderstandskurve (CTOD δ über Rissausbreitung Δa)

Die Kohäsivparameter werden derart variiert, dass die normierte Separationsarbeit Γ_0^{SSB} unverändert bleibt. Für diesen Abschnitt lautet der Basisparametersatz $t_0 = 1000$ MPa, $G_0 = 400$ kJ/m², $\hat{\varepsilon} = \hat{\omega} = 1$ ($\Gamma_0^{\text{SSB}} = e$ (Eulersche Zahl))⁴. Davon ausgehend werden jeweils verschiedene Realisierungen der Kohäsivfestigkeit t_0 , der Separationsarbeit G_0 und der Gestalt der SSB (Formparameter $\hat{\omega}$ und $\hat{\varepsilon}$) betrachtet. Es ist hervorzuheben, dass die charakteristische Separation s_0 dabei nicht unverändert bleibt, sondern durch Gl. (6.4) bestimmt wird. Die Graphen der realisierten Spannungs-Separations-Beziehungen sind in Abb. 6.8 dargestellt. Die verwendeten Parameterkombinationen der Formparameter $\hat{\omega}$ und $\hat{\varepsilon}$ sind in Abb. 6.5(b) zu finden. Als initiale Risslänge wird $a_0 = 31$ mm verwendet.

In Abb. 6.9 sind die Ergebnisse für verschiedene Werte der Kohäsivfestigkeit t_0 dargestellt. Der prinzipielle Verlauf der Ergebniskurven ist aus den experimentellen Befunden bekannt. Die Kraft-Verschiebungs-Kurven weisen einen ausgeprägten entfes-

⁴Die gewählten Werte für t_0 und G_0 passen zu austenitischen Stählen, die ein hohes Verfestigungsvermögen und hohe Zähigkeit aufweisen.

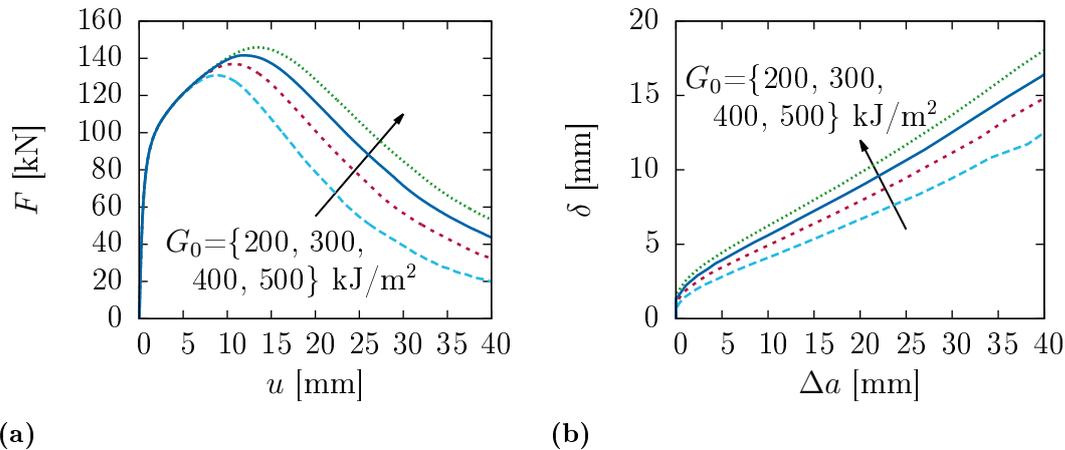


Abb. 6.10: Einfluss der Separationsarbeit G_0 auf (a) die Kraft-Verschiebungs-Kurve und (b) die Risswiderstandskurve (CTOD δ über Rissausbreitung Δa)

tigenden Ast auf, in dem stabiler Rissfortschritt auftritt. Die Risswiderstandskurven weisen keinen Sättigungsbereich auf. Steigende Werte von t_0 führen zu höheren Kräften beim Kraftmaximum und im entfestigenden Bereich der F - u -Kurven und zu höheren Anstiegen der Risswiderstandskurven. Das geht mit einem höherem Reißmodul einher.

Ergebnisse für verschiedene Werte der Separationsarbeit G_0 sind in Abb. 6.10 zu finden. Eine Erhöhung von G_0 beeinflusst die Kraft-Verschiebungs-Kurven ähnlich wie t_0 , indem das Kraftniveau (kurz vor dem Kraftmaximum beginnend) steigt. Die Risswiderstandskurven werden ebenfalls steiler, aber auch vertikal zu höheren CTOD-Werten verschoben. Im Gegensatz zu t_0 beeinflusst G_0 somit auch die Rissinitiierung.

Abb. 6.11 zeigt Ergebnisse für verschiedene Formen der SSB durch Variation der Formparameter $\hat{\varepsilon}$ und $\hat{\omega}$. Durch kombinierte Erhöhung der Formparameter wird das Plateau bei der Kohäsivfestigkeit in der SSB verlängert. Dies beeinflusst die F - u -Kurve in Form moderat höherer Kräfte. Die Risswiderstandskurve wird nur in geringem Maße beeinflusst, allerdings auch im Initiierungsbereich⁵. Die Variation der Formparameter im hier dargestellten Umfang hat im Vergleich zur Kohäsivfestigkeit und zur Separationsarbeit eine geringere Wirkung auf die Ergebnisse. Es sei darauf hingewiesen, dass die hier diskutierten Ergebnisse globale Charakteristiken darstellen, die auch im Experiment gemessen werden können. Das lokale Spannungsfeld in der Kohäsivzone wird deutlich von den Formparametern beeinflusst, ist jedoch experimentell kaum zu erfassen.

6.3.4 Hinweise zur Parameteridentifikation

Die Sensitivitätsstudie hat gezeigt, dass die Kraft-Verschiebungs-Kurve durch alle Parameter (t_0 , G_0 , ($\hat{\varepsilon}$, $\hat{\omega}$)) ähnlich beeinflusst wird, indem sich der Anstieg ändert. Für eine Parameteridentifikation, bei der ein eindeutiger Parametersatz gefunden werden soll, reichen die Informationen der F - u -Kurve demzufolge nicht aus. Im vorliegenden Fall wird die Risswiderstandskurve mit hinzugezogen. Insbesondere der Bereich der

⁵Eine Variation der einzelnen Parameter $\hat{\varepsilon}$ und $\hat{\omega}$ hat gezeigt, dass der in Abb. 6.11 erkennbare Einfluss vor allem $\hat{\omega}$ zuzuschreiben ist.

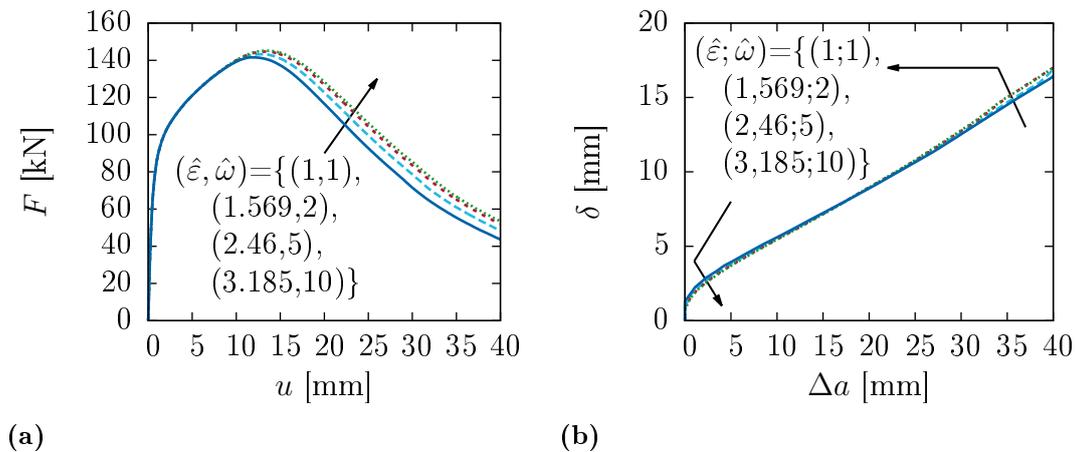


Abb. 6.11: Einfluss der Formparameter $\hat{\varepsilon}$ und $\hat{\omega}$ auf (a) die Kraft-Verschiebungs-Kurve und (b) die Risswiderstandskurve (CTOD δ über Rissausbreitung Δa)

Rissinitiierung wird nur durch G_0 beeinflusst, die Rolle der Formparameter erscheint vernachlässigbar. Das führt zu folgender Parameteridentifikationsstrategie:

1. Wähle die Separationsarbeit G_0 so, dass der Initiierungsbereich der δ - Δa -Kurve gut abgebildet wird.
2. Passe den Anstieg der δ - Δa -Kurve mit Hilfe der Kohäsivfestigkeit t_0 an.
3. Durch Änderung der Formparameter lässt sich die Kraft-Verschiebungs-Kurve noch in gewissem Maße anpassen.

Der dritte Punkt kann auch weggelassen werden, indem die Formparameter im Rahmen einer konstitutiven Annahme festgelegt werden. Im Zuge der Arbeit hat sich die Wahl der Formparameter mit $\hat{\varepsilon} = \hat{\omega} = 1$ als sinnvoll erwiesen.

Bei der Parameteridentifikation kamen verschiedene Optimierungsalgorithmen zum Einsatz. Es wurde mit dem manuellen trial-and-error-Verfahren unter Berücksichtigung der beschriebenen Strategie und auch mit gradienten- und nicht-gradienten-basierten Verfahren der kommerziellen Software MATLAB gearbeitet. Dabei wurde die Abweichung der Simulationsergebnisse von den experimentellen Daten (quadratische Fehler) durch geeignete Parameteranpassung minimiert. Es wurde sowohl die Abweichung der Risswiderstandskurve als auch der Kraft-Verschiebungs-Kurve minimiert.

6.4 Ergebnisse für den austenitischen Stahl

Im Folgenden sind Ergebnisse aus drei Versuchen aufgeführt. Die gemittelten Kurven werden anschließend mit den Simulationen verglichen. In Abb. 6.12(a) sind Risswiderstandskurven als Plot der Rissöffnung CTOD über der Rissausbreitung Δa dargestellt. Die Streuungen zwischen den einzelnen Versuchen sind gering. Zu Beginn ist die Kurve erwartungsgemäß konkav, erreicht jedoch keine Sättigung und wird mit steigender Risslänge wieder steiler. Dies deutet auf einen zunehmenden Einfluss der Probenrückseite hin.

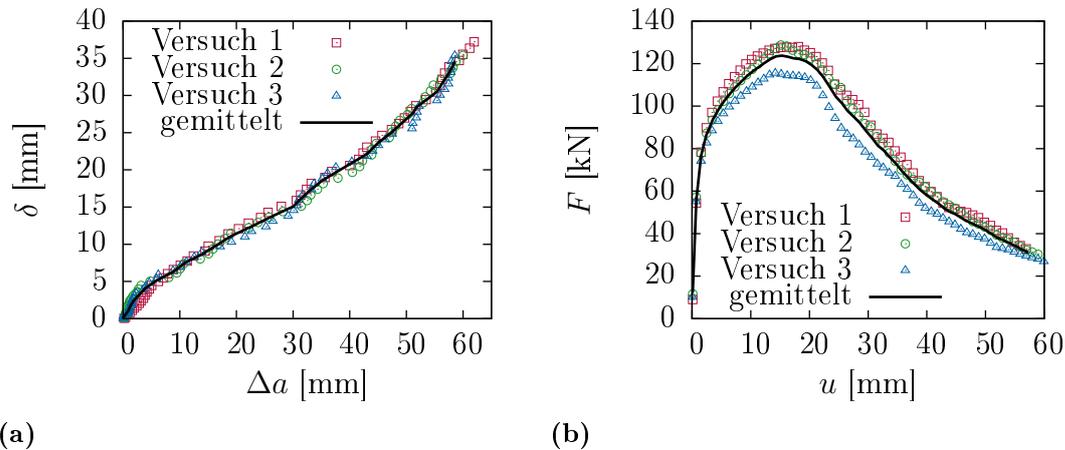


Abb. 6.12: (a) Plot der Risswiderstandskurven in Form von CTOD δ über der Rissausbreitung Δa und (b) Kraft F über der Verschiebung u aus 3 Experimenten

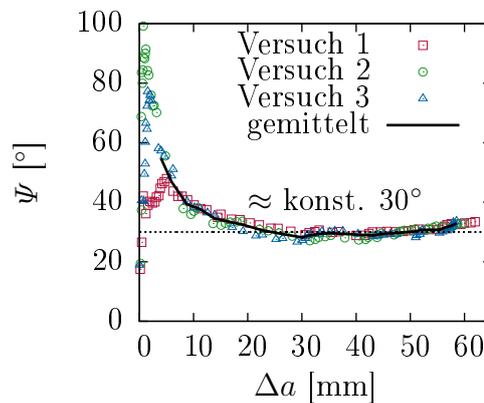


Abb. 6.13: Plot des CTOA Ψ über der Rissausbreitung Δa , ein Bereich mit stationärem CTOA ist festzustellen

Die Kraft-Verschiebungs-Kurven sind in Abb. 6.12(b) zu finden. Diese werden durch die verschiedenen Anrisslängen a_0 beeinflusst (Versuch 1-3: 31 mm, 34,5 mm, 39 mm). Ausgedehnter stabiler Rissfortschritt wird im Experiment beobachtet und in der Kraft-Verschiebungs-Kurve durch den langen entfestigenden Ast gekennzeichnet.

Der Rissöffnungswinkel Ψ wird mit Gl. (6.1) berechnet. Die Ergebnisse sind in Abb. 6.13 als Funktion der Risslänge dargestellt. Es ist bekannt, dass CTOA-Daten im Anfangsbereich (kleiner Rissfortschritt Δa) auf Grund der Rissabstumpfung große Werte annehmen und auch große Streuungen aufweisen können. Mit zunehmender Rissverlängerung wird zumeist ein konstanter Ψ -Wert erreicht. Die vorliegenden Daten weisen einen starken Anstieg und anschließend zurückgehende CTOA auf. Danach schließt sich ein Plateau-Bereich mit konstantem CTOA $\Psi \approx 30^\circ$ an. Weil sich die einzelnen Versuche im Anfangsbereich stark unterscheiden, wird dort keine Mittelung durchgeführt. Im Plateau-Bereich des CTOA stimmen die einzelnen Versuche wieder gut überein.

Die hohe Duktilität und Zähigkeit des austenitischen Gusswerkstoffs wird eindrucksvoll durch die Abb. 6.12(a) und 6.13 belegt. Stabile Rissausbreitung über 60 mm, CTOD-Werte von >35 mm und CTOA von 30° sind bemerkenswert.

Es ist anzumerken, dass gerade der Bereich kleiner Risslängen stark von Messun-

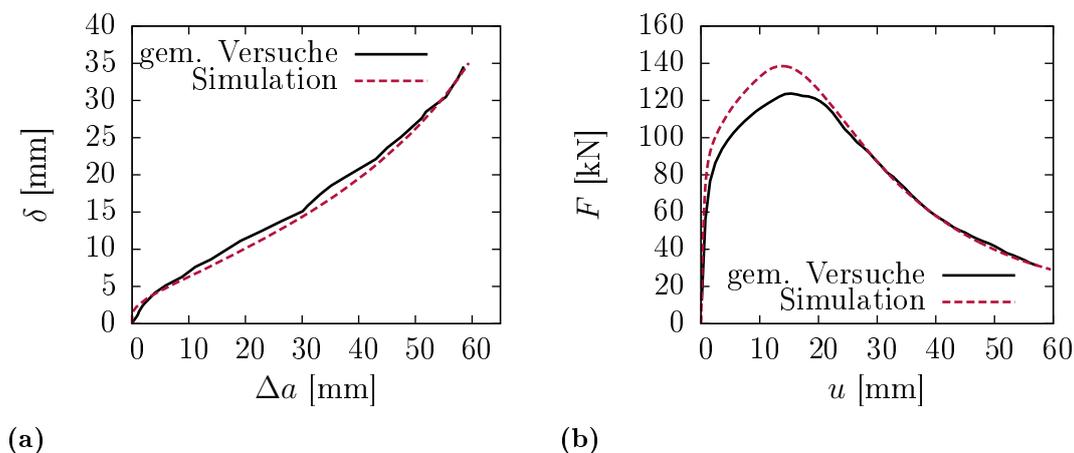


Abb. 6.14: Vergleich (a) der Risswiderstandskurven und (b) der Kraft-Verschiebungs-Kurven zwischen gemittelten Versuchsdaten und der Simulation

sicherheiten aus der Bildauswertung beeinträchtigt wird. Das beruht auf Fehlern, die bei der Identifizierung der aktuellen Risspitze entstehen. Maßgeblichen Einfluss hat die Erfahrung des Nutzers bei der Auswertung derartiger Rissbilder, da es auch einen „Ermessensspielraum“ beim Finden der Risspitze gibt. Die grobkörnige Gussstruktur kommt als weitere Erschwernis hinzu. Speziell orientierte Körner können zu oberflächennahen Risstunneleffekten führen oder die Sicht auf die Risspitze behindern. Die damit verbundenen Fehler in der Risslängenmessung werden auf Werte bis zu 2 mm geschätzt. Die Position der initialen Risspitze lässt sich hingegen sehr gut auf beiden Rissflanken identifizieren, sodass die Messung des CTOD als präzise einzustufen ist.

Nun werden die Rissausbreitungssimulationen behandelt, die mit der gemittelten Anfangsrisslänge der Experimente ausgeführt werden ($a_0 = 34,8$ mm). Die im vorherigen Abschnitt beschriebene Identifikationsprozedur wird umgesetzt. Der finale Satz von Kohäsivzonenparametern für den austenitischen Stahl ist in Tab. 6.2 zu finden.

Tab. 6.2: Identifizierter Satz von Kohäsivzonenparametern für den austenitischen Stahl

t_0 [MPa]	G_0 [kJ/m ²]	$\hat{\varepsilon}$	$\hat{\omega}$
1100	475	1	1

Die gefittete CTOD- Δa -Kurve ist in Abb. 6.14(a) dargestellt. Die Simulation bildet mit dem gefundenen Parametersatz das Experiment gut ab. Im Initiierungsbereich gibt es eine gewisse Abweichung: Die simulierte Kurve startet auf der CTOD-Achse. Dies ist darauf zurückzuführen, dass Rissfortschritt anhand der Kohäsivelemente mit $D = D_{\text{krit}}$ definiert wird. Davor findet Separation (damit $\delta > 0$) ohne Rissausbreitung $\Delta a = 0$ statt. Im Versuch gibt es zu Beginn Rissabstumpfung, welche einige Millimeter Rissfortschritt bewirkt und in der Simulation unberücksichtigt ist.

In Abb. 6.14(b) werden die entsprechenden Kraft-Verschiebungs-Kurven gegenübergestellt. Dabei überschätzt die Simulation die Bolzen-Kraft in moderatem Maße. Die maximale Abweichung beträgt ca. 15 kN (12%) beim Kraftmaximum. Im entfestigenden Ast stimmt die Kraft wieder gut überein. Basierend auf den δ - Δa -Daten wird der Riss-

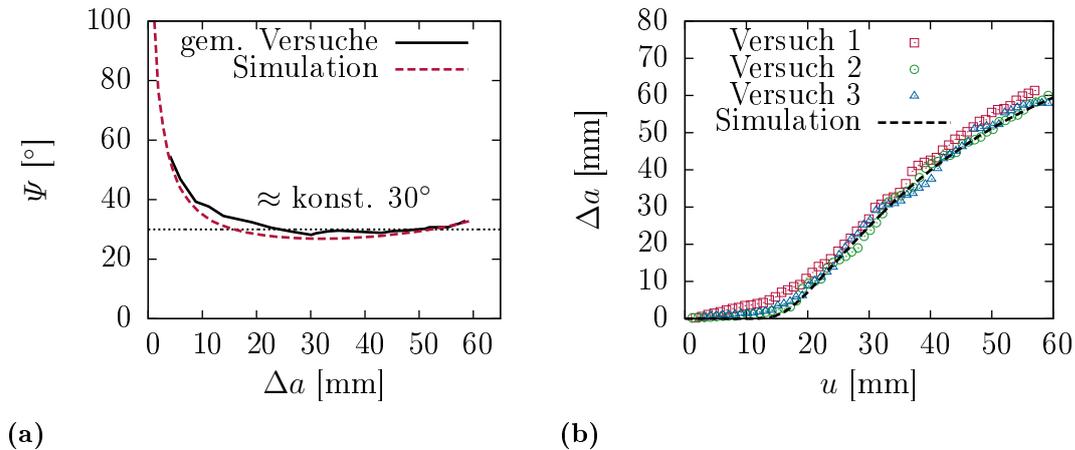


Abb. 6.15: (a) Vergleich zwischen der experimentell bestimmten und simulierten Entwicklung von CTOA und (b) Verlauf der Risslänge über der Bolzen-Verschiebung (da die experimentellen Daten in dieser Auftragung nicht vorher gezeigt und gemittelt wurden, werden sie hier direkt verwendet)

öffnungswinkel CTOA auch in der Simulation mit Hilfe von Gl. (6.1) S. 89 ausgewertet. Abb. 6.15(a) zeigt den Vergleich der numerischen Ergebnisse mit dem Experiment. Die gute Übereinstimmung überrascht nicht, da auch die zu Grunde liegenden δ - Δa -Daten gut übereinander liegen.

In Abb. 6.15(b) wird der Verlauf der Rissausbreitung über der Verschiebung betrachtet. Es fällt auf, dass die Rissausbreitung sehr gut abgebildet wird. Wie bereits angesprochen gibt es im Anfangsbereich der Experimente geringen Rissfortschritt durch Rissabstumpfung, welches bei der Berechnung des Δa in der Simulation vernachlässigt wird.

Im Folgenden werden weitere Vergleiche angestellt, um die Leistungsfähigkeit der vorgestellten Rissfortschrittssimulation zu demonstrieren. Dazu wird die experimentell beobachtete deutliche Einschnürung in Dickenrichtung (necking) ausgewertet. Diese Verschiebung resultiert aus der kombinierten Wirkung der plastischen Deformation und des fortschreitenden Risses. Das Oberflächenprofil einer geprüften CT-Probe wird mit Hilfe der digitalen Bildkorrelation vermessen. Dabei kommt das ARAMIS-System der Firma GOM zum Einsatz. Die Messung wurde von Dr. M. Abendroth (Institut für Mechanik und Fluidynamik, TU Freiberg) durchgeführt.

Das Ergebnis der Verschiebungsmessung in Dickenrichtung (x_3 -Richtung in Abb. 6.6) ist zusammen mit dem Ergebnis der Simulation in Form von Falsch-Farben-Plots der Verschiebung u_3^N in Abb. 6.16 dargestellt. Es ist eine gute Übereinstimmung festzustellen. Der Plot aus der ARAMIS-Messung weist einige weiße Flecken auf, in denen die Qualität des zugrunde liegenden Musters für die Bildererkennung und -auswertung nicht ausreichend war. Außerdem weist die untere linke Ecke des gemessenen Oberflächenprofils Verschiebungen aus der Bildebene heraus auf. Während des Rissfortschrittsexperiments hat es eine out-of-plane Deformation des unteren Arms der CT-Probe gegeben, die nicht in der Simulation berücksichtigt wurde.

In der Simulation gibt es im dargestellten Bildbereich keine Verschiebung gleich Null (keine hellblauen Bereiche), da dort Zugspannungen dominieren und dementsprechend Querkontraktion ($u_3 < 0$) auftritt. Im Rahmen der ARAMIS-Messung wurde eine künstliche Null-Ebene innerhalb des Bildbereichs festgelegt, von der ausgehend die

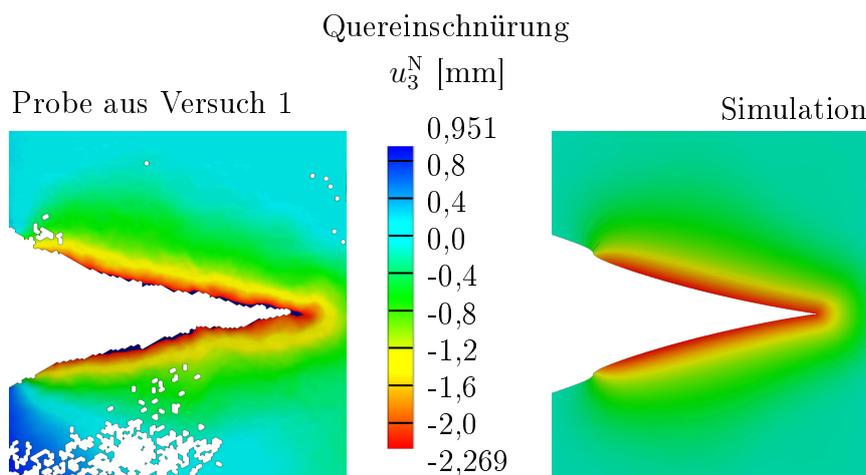


Abb. 6.16: Vergleich der Quereinschnürung anhand des Oberflächenprofils der CT-Probe

Verschiebungen berechnet werden.

Die gute Übereinstimmung lässt sich auch an Hand der verbleibenden Probendicke verdeutlichen. Sie stellt sich über die komplette Rissfläche konstant ein, siehe Abb. 6.16, und wurde an aufgebrochenen Proben (Versuche 2 und 3) mit ca. 10,5 mm gemessen und in der Simulation mit 10,8 mm gut wiedergegeben.

Ein weiterer wesentlicher Befund besteht im Voreilen der Rissfront in der Probenmitte im Vergleich zum Probenrand. Dieser Effekt wird als Risstunneln bezeichnet. Die Gestalt der Rissfront am Ende des monotonen Rissfortschrittsversuchs wird an aufgebrochenen Proben analysiert. Dazu werden die Oberflächen der Proben (inklusive der Bruchflächen) durch eine Wärmebehandlung mit Anlassfarben versehen. Anschließend werden die Prüfkörper nach dem Versuch erneut zyklisch belastet, um den Riss als Ermüdungsriss weiter wachsen zu lassen, bis er fast das gesamte Ligament durchlaufen hat und die CT-Proben durch Restgewaltbruch geöffnet werden können.

Die fotografischen Aufnahmen der Bruchflächen sind in Abb. 6.17 dargestellt. Die Rissfläche aus dem Versuch ist durch die gelbe bzw. braune Anlassfarbe gekennzeichnet. Das Risstunneln ist deutlich erkennbar, wobei sich die Position der Rissfront an den beiden Probenoberflächen etwas unterscheidet. Die Rissfläche in der Simulation ist rot markiert. Die Rissfront stellt die Kontur $D = D_{\text{krit}}$ der Schädigungsvariable dar. Die Übereinstimmung mit dem Experiment ist akzeptabel, wobei das Voreilen von der Simulation etwas unterschätzt wird. Das Voreilen der Rissfront in der Simulation ist ein Effekt, der ausschließlich durch den Spannungszustand im elastisch-plastischen Matrixmaterial, welches die Kohäsivzone umgibt, hervorgerufen wird. Das verwendete CZM hängt nicht explizit von der Spannungsmehrachsigkeit ab.

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass die Experimente mit dem gefundenen Parametersatz gut abgebildet werden können. Auch die Einschnürung und das Risstunneln wird gut wiedergegeben. Die Eignung des verwendeten Simulationsmodells wird bestätigt. Demzufolge stellt auch der hier gefundene Wert der Separationsarbeit $G_0 = 475 \text{ kJ/m}^2$ einen realistischen Wert für die Bruchzähigkeit des Werkstoffs dar. Der Vergleich mit Bruchzähigkeitswerten von einigen austenitischen Stählen aus der Literatur bestätigt das, siehe Tab. 6.3, obgleich der Streubereich recht groß ist.

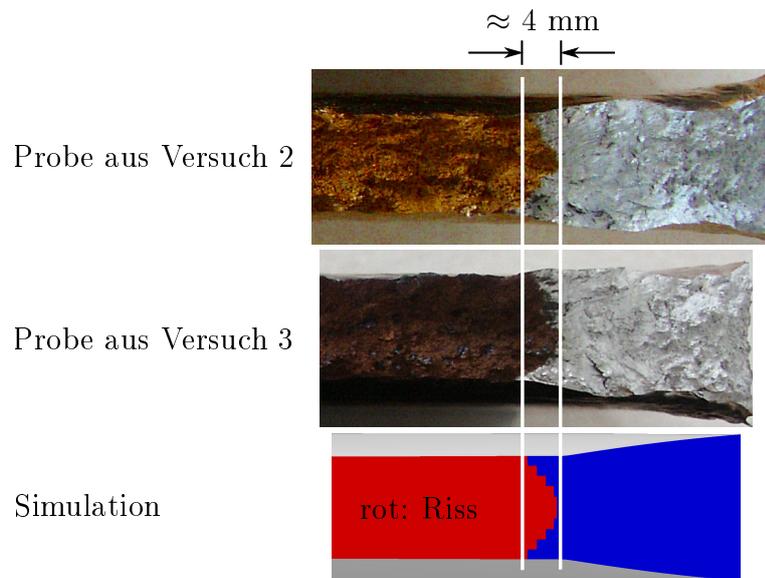


Abb. 6.17: Vergleich der getunnelten Rissfront

Tab. 6.3: Daten aus der Literatur für die Bruchzähigkeit austenitischer Stähle, die letzten beiden Zeilen enthalten die beiden Stähle aus diesem Kapitel

Werkstoff	J_{\dots}	ermittelt aus	Wert [kJ/m ²]	Referenz
X6CrNi18-11	J_i	Breite der Stretch-Zone	450-500	[105]
X2CrNiMo17-12-2	J_i	Breite der Stretch-Zone	434	[105]
X2CrNiMoN17-11-2	$J_{0,2BL}$	Offset der Blunting Line	348-438	[14]
X2CrNiN18-10	$J_{0,2BL}$	Offset der Blunting Line	203-312	[14]
X4CrMnNiN13-17-2	$J_{0,2BL}$	Offset der Blunting Line	97-155	[120]
„aust. Stahl“				
X5CrMnNi19-6-7	G_0	Separationsarbeit	475	-
„TRIP-Stahl“				
X2CrMnNi15-5-7	G_0	Separationsarbeit	425	-

6.5 Ergebnisse für den TRIP-Stahl

Das beschriebene experimentelle Vorgehen wird in diesem Abschnitt auf den Gussstahl mit TRIP-Effekt angewendet. Die Daten aus den Experimenten an CT-Proben sind in Abb. 6.18 dargestellt. Dabei werden wieder Risswiderstandskurven, d. h. CTOD δ über Rissausbreitung Δa , und Kraft-Verschiebungs-Kurven angegeben. Bei den beiden Versuchen 1 und 2 betragen die initiale Risslängen a_0 34,7 mm und 33,1 mm. Auch die gemittelten Kurven aus den experimentellen Daten des bisher betrachteten austenitischen Stahls sind mit eingetragen.

Die Verwendung der identischen Probengeometrie ermöglicht die Vergleichbarkeit der experimentellen Daten der beiden Stähle. Man erkennt, dass der Anstieg der Risswiderstandskurve beim TRIP-Stahl im Vergleich zum austenitischen Stahl geringer ist. Darauf deutet auch der stabilisierte Wert des Rissöffnungswinkels Ψ hin, der nach Abb. 6.19 ca. 22° beträgt (aust. Stahl 30°). Der Initiierungswert im Sinne eines δ_{krit} ist

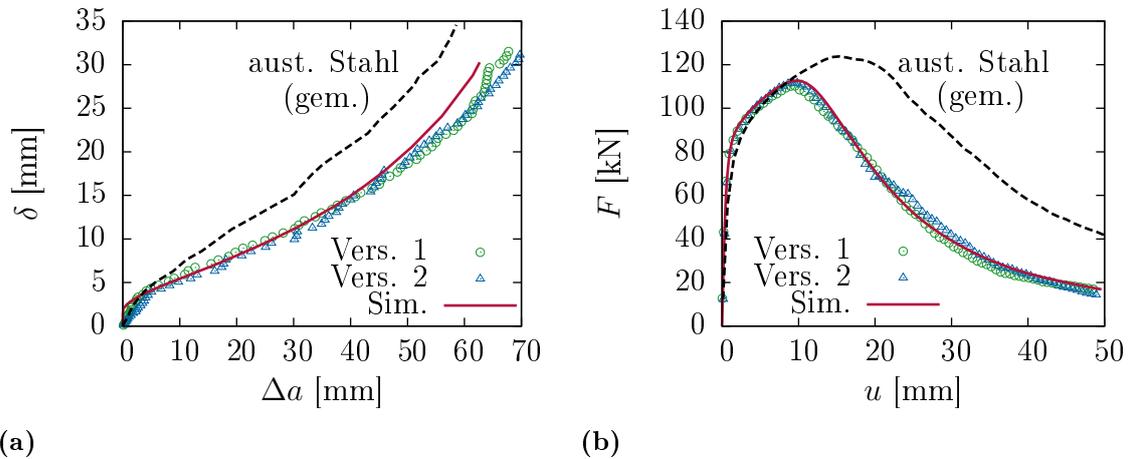


Abb. 6.18: Darstellung der experimentellen (zwei Versuche) und numerischen (Simulation) Ergebnisse für den TRIP-Stahl, zum Vergleich sind auch die gemittelten experimentellen Daten des austenitischen Stahls angegeben, (a) Risswiderstandskurven und (b) Kraft-Verschiebungs-Kurven.

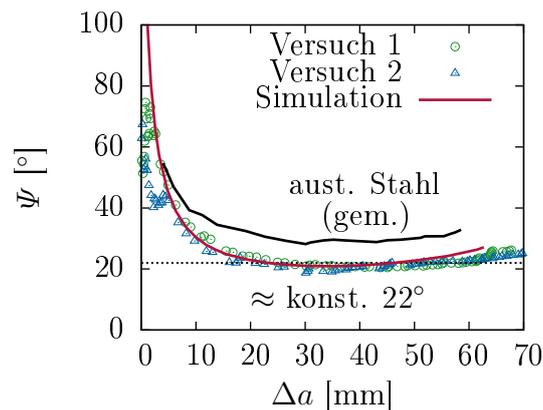


Abb. 6.19: Darstellung des experimentell ermittelten und numerischen berechneten CTOA für den TRIP-Stahl, zum Vergleich sind auch die Daten des austenitischen Stahls angegeben

aber nur unwesentlich verändert. Der TRIP-Stahl ist in diesem Fall weniger zäh als der austenitische Stahl.

Dies kann nicht allein auf die mechanisch induzierte martensitische Phasenumwandlung zurückgeführt werden. Schon die Verformbarkeit und Zähigkeit der jeweiligen austenitischen Phasen sind auf Grund der verschiedenen chemischen Zusammensetzung unterschiedlich. Vermutlich weist bereits der Austenit im TRIP-Stahl eine geringere Bruchzähigkeit als der im austenitischen Stahl auf. Die zusätzliche Verfestigung durch Phasenumwandlung und die möglicherweise damit verbundene Zähigkeitssteigerung reicht nicht aus, um die Risswiderstandskurve über die des austenitischen Stahls zu heben. Eine andere Möglichkeit ist, dass zu wenig Martensit beim Bruchprozess gebildet wird, um die zusätzliche Verfestigung zu erzeugen. Fundierte Aussagen dazu erfordern nähere Untersuchungen der Bruchflächen der Proben. Dabei sollte auch die Verteilung der martensitischen Phase untersucht werden.

Auch die beschriebenen Simulationen der Rissausbreitung (von-Mises-Plastizität mit isotroper Verfestigung nach Fließkurve) sind für den TRIP-Stahl durchgeführt worden. Die entsprechend gefitteten Kurven sind ebenfalls in Abb. 6.18 und 6.19 zu finden,

der zugehörige Parametersatz wird in Tab. 6.4 angegeben. Dabei wird die Risswiderstandskurve und die Entwicklung des Rissöffnungswinkels bis ca. 50 mm Rissfortschritt sehr gut durch die Simulation wiedergegeben und danach etwas überschätzt. Auch die Kraft-Verschiebungs-Kurve wird gut abgebildet. Die verbleibende Probendicke im Einschnürbereich wird mit 12,4 mm berechnet und Messungen ergeben ca. 12,6 mm.

Tab. 6.4: Identifizierter Satz von Kohäsivzonenparametern für den TRIP-Stahl

t_0 [MPa]	G_0 [kJ/m ²]	$\hat{\varepsilon}$	$\hat{\omega}$
700	425	1	1

Die in Tab. 6.4 gegenüber dem austenitischen Stahl, siehe Tab. 6.2, deutlich geringere Kohäsivfestigkeit t_0 reflektiert den beim TRIP-Stahl verringerten Anstieg der Risswiderstandskurve. Demgegenüber ist die Separationsarbeit G_0 , d. h. die intrinsische Bruchzähigkeit, im Vergleich zum austenitischen Stahl nur moderat zurückgegangen. Der erhaltene Wert 425 kJ/m² liegt ebenfalls in der richtigen Größenordnung für austenitische Stähle, vgl. Tab. 6.3. Damit konnte der kritische Wert der materiellen Triebkraft auf die Risspitze für einen TRIP-Stahl bestimmt werden.

6.6 Übertragbarkeit der Kohäsivzonenparameter

Die Übertragbarkeit der Kohäsivparameter bei Anwendung des Kohäsivzonenmodells auf andere Geometrien, ist eine offene Frage, die in der Literatur nicht abschließend beantwortet ist. Schwalbe et al. [104, S. 52 ff.] berichten, dass die Kohäsivparameter für dünnwandige Strukturen an CT-Proben bestimmt werden können und anschließend auf Bauteile gleicher Dicke übertragbar sind. Bei dickwandigen Strukturen sind die Parameter demnach sowohl von der Dicke als auch von der Art der Belastung (Zug oder Biegung) abhängig. Das deutet auf eine Abhängigkeit der Kohäsivparameter vom jeweiligen Spannungszustand (z. B. Mehrachsigkeit) hin. In einem anderen Fall wird von Brocks [7] berichtet, dass die Parameter des Kohäsivgesetzes als von der Mehrachsigkeit unabhängig angenommen werden können.

In den aktuellen Publikationen von Mahler und Aktaa [64, 65] wird die Parameteridentifikation für ein CZM angewendet, um die Bruchzähigkeit eines ferritisch-martensitischen Reaktorstahls (T91) zu bestimmen. Sie führten Versuche an unterdimensionierten Proben durch, ohne dass die Bruchzähigkeit normgerecht ermittelt werden konnte. Anschließend kalibrierten sie ein CZM an ihren Daten und simulierten eine Probe von normgerechter Größe und bestimmten mit den Daten der FEM-Rechnung bruchmechanische Kennwerte. Diese wurden durch Experimente an normgerecht großen Proben validiert. Mahler und Aktaa [64, 65] verwenden ein CZM, welches von der Mehrachsigkeit abhängig ist und übertragen die Parameter von dünnen Proben auf dicke Proben gleicher Belastungsart (CT-Proben).

6.7 Fazit

- Es werden bruchmechanische Experimente an CT-Proben aus hochduktilen Stählen (ein austenitischer Stahl und ein hochlegierter TRIP-Stahl) durchgeführt. Da

übliche Verfahren zur Risslängenmessung nicht anwendbar sind, wird ein optisches Messverfahren eingesetzt, um Risswiderstandskurven (CTOD vs. Rissausbreitung) zu ermitteln.

- In FE-Rechnungen wird Rissausbreitung in den CT-Proben unter Verwendung eines Kohäsivzonenmodells simuliert. Die experimentellen Daten werden bei der Identifikation der Parameter des Kohäsivgesetzes eingesetzt. Dabei erweist sich das numerische Modell als geeignet, um den Bruchprozess abzubilden.
- Die Kohäsivparameter charakterisieren den Bruchprozess und können auch unter den vorliegenden Bedingungen großer und ausgedehnter plastischer Verformung bestimmt werden. Die Frage nach der Übertragbarkeit der Parameter ist noch nicht abschließend beantwortet.
- Mit der Separationsarbeit G_0 wird zugleich ein kritischer Werkstoffkennwert für die materielle Risstriebskraft aus dem vorherigen Kapitel bestimmt. Nur zusammen mit solchen Kennwerten kann die dort vorgestellte Formulierung der risstreibenden Kraft zur Bruch- und Bauteilbewertung genutzt werden.

Damit ist das letzte Kapitel, das sich mit dem Bruchverhalten der hochlegierten TRIP-Stähle mit geringem Kohlenstoffgehalt befasst, abgeschlossen.

7 Modellierung des Deformationsverhaltens der TRIP-Stähle unter zyklischer Beanspruchung

Im letzten Kapitel wird ein Materialmodell dokumentiert, welches das Werkstoffverhalten der hochlegierten TRIP-Stähle unter zyklischer Beanspruchung beschreiben kann. Ein solches Modell ist die Voraussetzung dafür, die Vorgänge an einer zyklisch beanspruchten Risspitze in derartigen Materialien untersuchen zu können. Ein wichtiges Phänomen ist der transformationsinduzierte Risschließeffekt, welcher zu einer längeren Lebensdauer der TRIP-Stähle beitragen kann. Die Entwicklung des Modells ist noch nicht abgeschlossen.

Basierend auf experimentellen Befunden werden zunächst die Anforderungen an das Materialmodell formuliert. Danach werden die konstitutiven Gleichung sowie deren numerische Integration vorgestellt und anschließend wird eine Strategie zur Parameteridentifikation erarbeitet. Im Ergebnis wird die Eignung des eingeführten Modells zur qualitativen und quantitativen Abbildung des Wechselverformungsverhaltens diskutiert.

7.1 Werkstoff und experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel wird ein pulvermetallurgisch hergestellter TRIP-Stahl betrachtet. Der Werkstoff wurde vom Hersteller vergossen und anschließend gasverdüst, um entsprechendes Stahlpulver zu erhalten. Die chemische Zusammensetzung des Pulvers ist in Tab. 7.1 zu finden. Aus dem Stahlpulver wurden Grünkörper hergestellt, welche unter Vakuum bei 1250°C und 30 MPa Druckspannung gesintert wurden. Aus den gesinterten Platten werden die für Experimente im Bereich der niederzyklischen Ermüdung (LCF, low cycle fatigue) üblichen Zug-Druck-Proben gefertigt, die im Messbereich einen Durchmesser von 6 mm aufweisen. Grund für die Verwendung eines pulvermetallurgisch erzeugten Stahls ist dessen homogenes feinkörniges Gefüge. Damit sollen deutlich geringere Streuungen der Versuchsergebnisse gegenüber dem grobkörnigen Gussmaterial erreicht werden.

Die Experimente unter zyklischer Beanspruchung werden von Herrn M. Droste (Teilprojekt B3 SFB 799) durchgeführt. Die Zug-Druck-Experimente werden an einer servohydraulischen Prüfmaschine vom Typ MTS793 bei Dehnungsregelung mit einer Dehnrates von 10^{-3} s^{-1} und einer Umgebungstemperatur von 0°C ausgeführt. Die Temperatur von 0°C wurde gewählt, um eine stärker ausgeprägte Phasenumwandlung als bei Raumtemperatur beobachten zu können. Die Entwicklung des Martensitvolumenanteils wird

Tab. 7.1: Chemische Zusammensetzung des Stahlpulvers, aus dem der hier verwendete hochlegierte CrMnNi-TRIP-Stahl hergestellt wurde, in Ma.-%, Analysemethoden: Verbrennungsanalyse (C), Schmelzextraktion (N), Röntgenfluoreszenzspektrometrie (Cr, Ni), nasschemischer Aufschluss und ICP-Spektrometrie (restliche Elemente), die Analysen wurden am Institut für Eisen- und Stahltechnologie der TU Bergakademie Freiberg durchgeführt

Fe	C	Cr	Mn	Ni	Si	Al	Mo	Ti	N
Rest	0,02	15,9	7,1	6,9	1,16	0,015	0,025	0,01	0,08

über eine Ferritsonde beobachtet. Die Ferritsonde arbeitet nach einem magnetinduktiven Messverfahren und ist darauf kalibriert, den Gehalt an Delta-Ferrit von hochlegierten Stählen zu bestimmen. Weil der Martensit andere magnetische Eigenschaften als der Delta-Ferrit besitzt, muss das Signal umgerechnet werden, um den Martensitvolumenanteil zu erhalten, siehe Talonen et al. [117]. Diese Umrechnung ist allerdings nicht für den kompletten Messbereich der Sonde definiert, deshalb wird hier stets direkt das Ferritsondensignal verwendet und per Konvention als Martensitvolumenanteil z bezeichnet.

In den Wechselverformungsversuchen wird eine konstante Dehnungsamplitude $\Delta\varepsilon/2$ aufgeprägt. In Abb. 7.1 sind die Ergebnisse als Plot der gemessenen Spannungsamplitude $\Delta\sigma$ über der Zyklenzahl N (logarithmisch) dargestellt. Die verwendete Notation ist Abb. 7.1(d) zu entnehmen. Die Belastung erfolgt stets mit einer Mitteldehnung $\varepsilon_m = 0$ und einem Verhältnis $\varepsilon_u/\varepsilon_o = -1$. Es fällt die deutliche Änderung des Anstieges der Kurven in den Teilabbildungen (a) bis (c) der Abb. 7.1 auf, welche durch die Phasenumwandlung verursacht wird und als sekundäre zyklische Verfestigung bezeichnet wird. In den Diagrammen ist auch die Entwicklung des Martensitvolumenanteils eingetragen, so dass deren Zusammenhang mit der sekundären Verfestigung ersichtlich ist. Dieser Effekt ist analog zur transformationsinduzierten Verfestigung unter monotoner Beanspruchung.

Die transformationsinduzierte Entwicklung einer Druckmittelspannung bei symmetrischer Dehnungsvorgabe, d. h. Mitteldehnung $\varepsilon_m = 0$, ist Abb. 7.2 zu entnehmen. Es gibt einen Bereich, in dem die Druckmittelspannung deutlich zunimmt, was mit der Phasenumwandlung einhergeht. Die Zyklenzahl, bei der die Druckmittelspannung steigt, stimmt mit der einsetzenden Phasenumwandlung überein, vgl. Abb. 7.1. Als Grund für die Druckmittelspannung ist die Volumenexpansion bei Phasenumwandlung zu nennen.

Es werden auch Laststeigerungsversuche durchgeführt. Dabei wird ein Lastkollektiv aufgeprägt, das steigende Dehnungsamplituden enthält, siehe Tab. 7.2. Die Daten dieser Versuche werden in einem späteren Abschnitt zur Bewertung der erzielten Ergebnisse herangezogen.

Tab. 7.2: Darstellung des Lastkollektivs im Laststeigerungsversuch

Laststufe	1	2	3	4	5
Dehnungsamplitude $\Delta\varepsilon/2$	0,8%	1,2%	1,5%	1,8%	2,1%
Zyklen in dieser Stufe	100	50	50	50	50

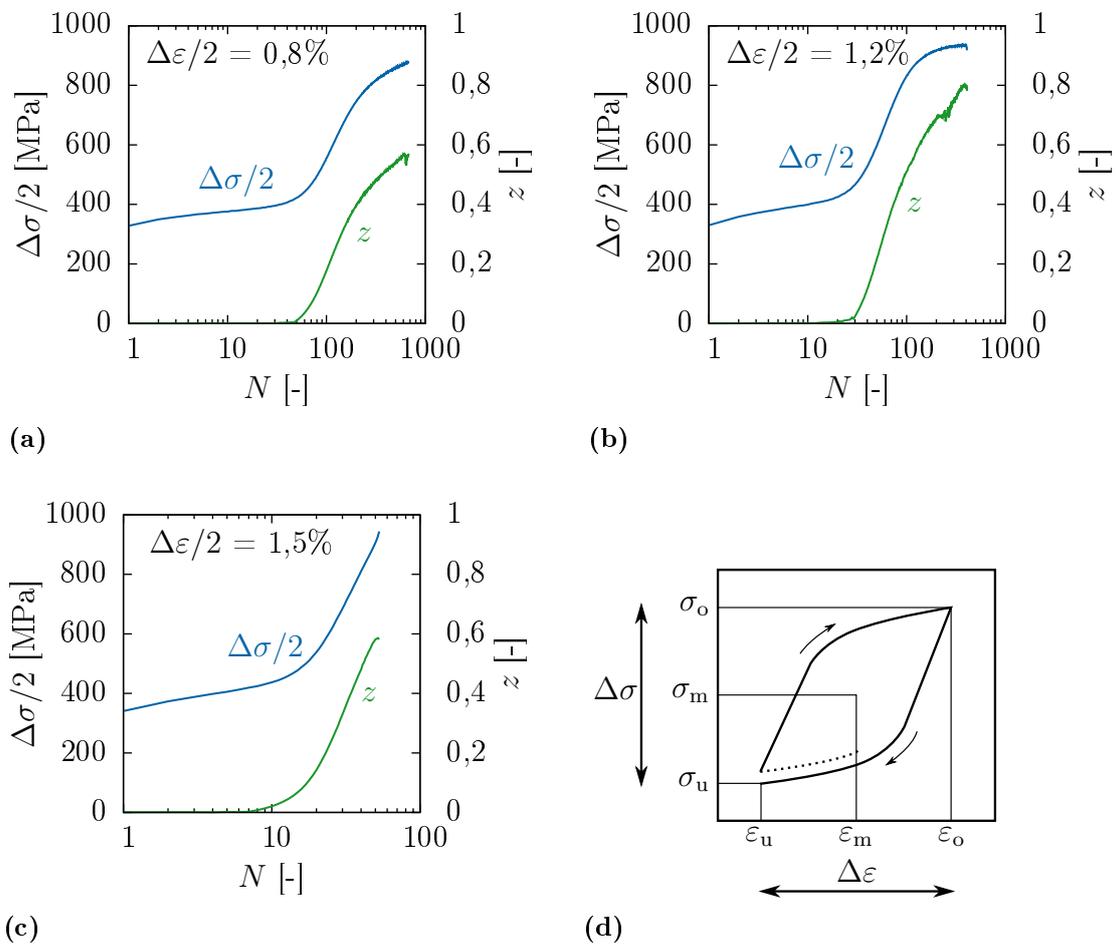


Abb. 7.1: Verlauf der Spannungsamplitude und des Martensitvolumenanteils für konstante Dehnungsamplituden von (a) 0,8%, (b) 1,2% und (c) 1,5%, die verwendete Notation der Wechselverformungsexperimente wird in Teilabbildung (d) erläutert: Ober- (o), Unter- (u) und Mittelwerte (m) sowie Schwingbreite ($\Delta \dots$) von Spannung σ und Dehnung ε

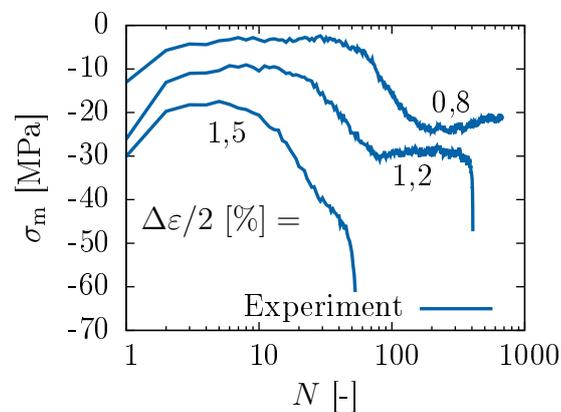


Abb. 7.2: Verlauf der Mittelspannung σ_m über der Zyklenzahl N

7.2 Anforderungen an das Materialmodell

Ziel der Modellierung in diesem Kapitel ist die zeitaufgelöste Simulation des mechanischen Verhaltens unter zyklischer Beanspruchung (Spannungs-Dehnungs-Hysteresen). Im Fokus steht der Einfluss der Phasenumwandlung. Basierend auf den Erkenntnissen der Experimente lassen sich folgende Anforderungen formulieren:

- Die mit Phasenumwandlung verbundenen Umwandlungsdehnungen, insbesondere die Volumenexpansion, sind zu berücksichtigen.
- Der verfestigende Einfluss des Martensitvolumenanteils, insbesondere die sekundäre zyklische Verfestigung, ist abzubilden.
- Das Modell muss nichtlineare kinematische Verfestigung beinhalten, um realistische Spannungs-Dehnungs-Hysteresen abbilden zu können.
- Das Modell soll in der Lage sein, zyklische Deformation über einige hundert bis tausend Zyklen zu beschreiben.
- Perspektivisch soll das Modell im Rahmen der Finiten Elemente genutzt werden, um zyklisch beanspruchte komplexe Bauteile zu simulieren.

Vor allem auf Grund der letzten beiden Punkte wird ein kontinuumsmechanisch-phänomenologisches Materialmodell erstellt. Es ist anzumerken, dass es nicht das Ziel dieses Kapitels ist, Lebensdauervorhersagen zu treffen.

7.3 Materialmodell für zyklische Beanspruchung

In diesem Abschnitt werden die konstitutiven Gleichungen formuliert. Die Grundlage ist ein Materialmodell für TRIP-Stähle unter monotoner Beanspruchung, das von Seupel und Kuna [107, 108] unter Berücksichtigung duktiler Schädigung entwickelt worden ist. Hier wird keine Schädigung betrachtet, allerdings werden die Terme der kinematischen Verfestigung eingeführt. Ähnlich dem Modell für monotone Beanspruchung von Hallberg et al. [39, 40] und dem für zyklische Beanspruchung von Ziętek und Mróz [127] wird sowohl eine Fließbedingung für plastisches Fließen als auch eine Umwandlungsbedingung für martensitische Phasenumwandlung eingesetzt.

7.3.1 Kinematik und hypoelastische Formulierung

Das Materialmodell wird im Rahmen der Theorie kleiner Verzerrungen formuliert. Das ist zulässig, da zyklische Beanspruchung im LCF-Bereich in der Regel mit Dehnungsamplituden von wenigen Prozent verbunden ist. Damit steht der infinitesimale Verzerrungstensor als Observable fest, der den symmetrischen Teil des Verschiebungsgradienten darstellt

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\text{grad } \mathbf{u} + (\text{grad } \mathbf{u})^T). \quad (7.1)$$

Der Verzerrungstensor wird nun additiv in Anteile aus elastischer und plastischer Verformung sowie Phasenumwandlung aufgespalten (konstitutive Annahme).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{pl}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} \quad (7.2)$$

Die Spannungs-Verzerrungs-Beziehung in Ratenform lautet

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = {}_4\mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{el}} \quad (7.3)$$

mit der Rate des Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}$ und dem Elastizitätstensor 4. Stufe ${}_4\mathbf{C}$. Es wird isotrope Elastizität angenommen und ${}_4\mathbf{C}$ erhält wieder die Form aus Gl. (2.4) S. 31.

7.3.2 Interne Variablen

Die verwendeten internen Variablen zusammen mit den konjugierten thermodynamischen Kräften sind im Folgenden aufgelistet.

- plastische Verzerrung $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{pl}} \longleftrightarrow \boldsymbol{\sigma}$
- Umwandlungsverzerrung $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} \longleftrightarrow \boldsymbol{\sigma}$
- isotrope Verfestigungsvariable $r \longleftrightarrow R$ (Verfestigung)
- Martensitvolumenanteil $z \longleftrightarrow \bar{T}$ (Umwandlungsbarriere)
- Backstrain für Fließfläche $\mathbf{b} \longleftrightarrow \mathbf{B}$ (Backstress, Rückspannungstensor)

7.3.3 Plastisches Fließen

Die Fließbedingung wird als eine Funktion der Spannung $\boldsymbol{\sigma}$, der deviatorischen Rückspannung \mathbf{B} und der Verfestigung R definiert und erhält die Form der üblichen von-Mises-Plastizität mit isotroper und kinematischer Verfestigung:

$$y = \tilde{\sigma}_{\text{eq}} - R - \sigma_0^Y \leq 0. \quad (7.4)$$

Sie besitzt die Dimension einer Spannung. Das Symbol $\tilde{\sigma}_{\text{eq}}$ stellt die effektive von-Mises-Vergleichsspannung dar, die sich wie folgt aus Spannung und Backstress berechnet

$$\tilde{\sigma}_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{B}) : (\mathbf{s} - \mathbf{B})}. \quad (7.5)$$

Dabei ist $\mathbf{s} = \text{dev}(\boldsymbol{\sigma})$ der Spannungsdeviator. Die Anfangsfließspannung σ_0^Y ist vom Martensitvolumenanteil z abhängig und enthält somit den Einfluss der Phasenumwandlung auf das plastische Fließen bzw. die isotrope Verfestigung der Fließfläche. Die entsprechende Abhängigkeit ist im Abschnitt der Verfestigungsregeln beschrieben.

Zur Bestimmung der Entwicklungsgleichungen wird ein von der Fließbedingung verschiedenes Dissipationspotential definiert:

$$\phi = y + y_B, \quad y_B = \frac{3}{4} \frac{1}{B_\infty} \mathbf{B} : \mathbf{B}. \quad (7.6)$$

Man erhält somit nicht-assoziertes Fließen. Das Symbol B_∞ stellt einen Materialparameter dar. Die Entwicklungsgleichungen der internen Variablen ergeben sich nach der

verallgemeinerten Normalitätshypothese mit dem plastischen Multiplikator $\dot{\lambda}$:

$$\dot{\epsilon}_{\text{pl}} = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}, R)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda} \frac{\partial y(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}, R)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\lambda}}{\tilde{\sigma}_{\text{eq}}} (\mathbf{s} - \mathbf{B}) \quad (7.7)$$

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial \phi(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}, R)}{\partial R} = -\dot{\lambda} \frac{\partial y(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}, R)}{\partial R} = \dot{\lambda} \quad (7.8)$$

$$\dot{\mathbf{b}} = -\dot{\lambda} \frac{\partial \phi(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}, R)}{\partial \mathbf{B}} = -\dot{\lambda} \left(\frac{\partial y(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{B}, R)}{\partial \mathbf{B}} + \frac{\partial y_{\text{B}}(\mathbf{B})}{\partial \mathbf{B}} \right) = \dot{\epsilon}_{\text{pl}} - \frac{3}{2} \frac{\dot{\lambda}}{B_{\infty}} \mathbf{B}. \quad (7.9)$$

Es zeigt sich, dass durch die Verwendung des Terms y_{B} im Dissipationspotential Gl. (7.6) nichtlineare kinematische Verfestigung nach Armstrong und Frederick [4, 24] erreicht wird. Die Verwendung nichtlinearer kinematischer Verfestigung ermöglicht die Abbildung nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Hysteresen mit Bauschinger-Effekt.

Die Verfestigungsvariable \dot{r} entspricht dem plastischen Multiplikator $\dot{\lambda}$. Man kann zeigen, dass es sich dabei um die Rate der plastischen Vergleichsdehnung

$$\dot{r} = \dot{\lambda} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{\text{pl}} : \dot{\epsilon}_{\text{pl}}} \quad (7.10)$$

handelt. Durch Integration über die Zeit erhält man mit λ die akkumulierte plastische Vergleichsdehnung.

7.3.4 Phasenumwandlung

Die Umwandlungsbedingung wird als Funktion der Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ und der energetischen Umwandlungsbarriere für Martensitbildung \bar{T} angesetzt, wobei \bar{T} die isotrope Ausdehnung der Umwandlungsfläche darstellt

$$p = M\sigma_{\text{eq}} + \frac{1}{3}\Delta_{\text{V}}I_1 - \bar{T} \leq 0. \quad (7.11)$$

Diese Bedingung entspricht der bekannten Drucker-Prager-Fließbedingung und besitzt die Dimension Energie pro Volumen. Die Terme, welche die von-Mises-Vergleichsspannung σ_{eq} und die erste Spannungsinvariante $I_1 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$ enthalten, können als mechanische Triebkraft zur Martensitbildung aufgefasst werden. Der Term \bar{T} stellt die Energiebarriere dar, die von der Triebkraft überwunden werden muss, um Martensit zu bilden. Die Materialparameter M und Δ_{V} sind dehnungsartige Größen. Dabei gibt M den Betrag der umwandlungsinduzierten deviatorischen Verzerrungen und Δ_{V} die entsprechende volumetrische Dehnung (bei 100% Martensitvolumenanteil) an.

Unter Beachtung der Normalitätshypothese ergeben sich die Entwicklungsgleichungen mit einem weiteren plastischen Multiplikator $\dot{\mu}$:

$$\dot{\epsilon}_{\text{tr}} = \dot{\mu} \frac{\partial p(\boldsymbol{\sigma}, \bar{T})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\mu} \left(M \frac{3}{2} \frac{1}{\sigma_{\text{eq}}} \mathbf{s} + \frac{1}{3} \Delta_{\text{V}} \boldsymbol{\delta} \right) \quad (7.12)$$

$$\dot{z} = -\dot{\mu} \frac{\partial p(\boldsymbol{\sigma}, \bar{T})}{\partial \bar{T}} = \dot{\mu} \quad (7.13)$$

Der plastische Multiplikator $\dot{\mu}$ entspricht der Zeitableitung des Martensitvolumenanteils \dot{z} . Weiterhin kann man zeigen, dass es sich bei $\dot{\mu}$ um die Rate einer Transformationsvergleichsdehnung handelt

$$\dot{\mu} = \sqrt{\frac{\dot{\epsilon}_{\text{tr}} : \dot{\epsilon}_{\text{tr}}}{\frac{3}{2}M^2 + \frac{1}{3}\Delta_{\text{V}}^2}}. \quad (7.14)$$

Die Entwicklung des Martensitvolumenanteils z ist bisher nicht auf den zulässigen Maximalwert 1 beschränkt. Dies wird erst dadurch gewährleistet, dass die Umwandlungsbarriere \bar{T} mit $z \rightarrow 1$ unendlich groß wird. Das ist bei den Verfestigungsregeln zu beachten, in denen \bar{T} als Funktion von z definiert wird.

7.3.5 Kuhn-Karush-Tucker- und Konsistenzbedingungen

Die Kuhn-Karush-Tucker-Bedingungen für das formulierte Zweifließflächenmodell lauten:

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad y \leq 0, \quad \dot{\lambda} y = 0 \quad (7.15)$$

$$\dot{\mu} \geq 0, \quad p \leq 0, \quad \dot{\mu} p = 0. \quad (7.16)$$

Die Konsistenzbedingungen erhalten die Form:

$$\dot{\lambda} \dot{y} = 0 \quad (7.17)$$

$$\dot{\mu} \dot{p} = 0. \quad (7.18)$$

7.3.6 Dissipation

Die Materialgleichungen sind thermodynamisch zulässig, wenn sie die Dissipationsungleichung erfüllen. Die Dissipation ergibt sich als Produkt der thermodynamischen Kräfte mit den entsprechenden konjugierten thermodynamischen Flüssen. Für das vorliegende Modell setzt sich die mechanische Dissipation additiv aus Anteilen der plastischen Verformung und der Phasenumwandlung zusammen.

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_{\text{pl}} + \mathcal{D}_{\text{tr}} \geq 0 \quad (7.19)$$

Da beide Phänomene im Modell unabhängig voneinander sind, müssen beide Terme die Ungleichung separat erfüllen.

$$\mathcal{D}_{\text{pl}} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{\text{pl}} - R \dot{r} - \mathbf{B} : \dot{\mathbf{b}} \geq 0 \quad (7.20)$$

$$\mathcal{D}_{\text{tr}} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{\text{tr}} - \bar{T} \dot{z} \geq 0 \quad (7.21)$$

Durch Einsetzen der Entwicklungsgleichungen gelangt man nach kurzer Zwischenrechnung zu den Ausdrücken

$$\mathcal{D}_{\text{pl}} = \underbrace{(\tilde{\sigma}_{\text{eq}} - R)}_{\sigma_0^Y} \dot{\lambda} + \frac{3}{2} \frac{\dot{\lambda}}{B_\infty} \mathbf{B} : \mathbf{B} \geq 0 \quad (7.22)$$

$$\mathcal{D}_{\text{tr}} = \underbrace{\left(M\sigma_{\text{eq}} + \frac{1}{3} \Delta_V I_1 - \bar{T} \right)}_0 \dot{\mu} \geq 0. \quad (7.23)$$

Die mit den geschweiften Klammern gekennzeichneten Ersetzungen resultieren aus der Fließ- und Umwandlungsbedingung Gl. (7.4) und (7.11), die zu null erfüllt sind, wenn inelastische Prozesse und Dissipation auftreten. Um die Ungleichungen zu erfüllen,

dürfen die plastischen Multiplikatoren $\dot{\lambda}$ und $\dot{\mu}$, die Anfangsfließspannung σ_0^Y und der Materialparameter B_∞ nicht negativ sein¹.

Damit ist gezeigt worden, dass die Dissipationsungleichung erfüllt wird. Das etwas überraschende Ergebnis lautet $\mathcal{D}_{\text{tr}} = 0$. Es hat den Anschein, dass beim Prozess der Phasenumwandlung keine Arbeit in Form von Wärme dissipiert, sondern lediglich durch mikrostrukturelle Änderungen im Gefüge gespeichert wird. Allerdings enthält der Term σ_0^Y die Erhöhung der Fließspannung durch Phasenumwandlung, welche zur Dissipation \mathcal{D}_{pl} beim Prozess des plastischen Fließens angerechnet wird.

7.3.7 Verfestigungsregeln

Die Entwicklungsgleichung des Rückspannungstensors in Abhängigkeit des Backstrain-tensors lautet

$$\dot{\mathbf{B}} = \frac{2}{3}h\dot{\mathbf{b}}. \quad (7.24)$$

Der Materialparameter h beeinflusst dabei die Rate der Entwicklung von \mathbf{B} . Setzt man den Ausdruck für $\dot{\mathbf{b}}$ aus Gl. (7.9) ein, so erhält man die Evolution des Rückspannungstensors im Rahmen der nichtlinearen kinematischen Verfestigung in folgender Form

$$\dot{\mathbf{B}} = h\frac{2}{3}\dot{\epsilon}_{\text{pl}} - \dot{\lambda}\frac{h}{B_\infty}\mathbf{B}. \quad (7.25)$$

Die isotrope Verfestigung entwickelt sich nach folgender nichtlinearer Verfestigungsregel:

$$R = R_\infty(1 - \exp(-ar)) + Hr. \quad (7.26)$$

Dabei handelt es sich um eine Mischung aus linearer Verfestigung mit dem Parameter H und einem sättigenden Exponentialterm mit den Parametern R_∞ (obere Schranke des nichtlinearen Anteils) und a (beeinflusst Rate des exponentiellen Terms).

In der Anfangsfließspannung σ_0^Y der plastischen Fließbedingung spiegelt sich der Einfluss der Phasenumwandlung auf das plastische Fließen wieder. Dazu kommt eine nichtlineare Mischungsregel zum Einsatz

$$\sigma_0^Y = \sigma_0^a \left(1 + \left(1 - (1 - z)^b \right) \left(\frac{\sigma_0^m}{\sigma_0^a} - 1 \right) \right). \quad (7.27)$$

Als Materialparameter treten b und die Anfangsfließspannungen der Phasen Austenit σ_0^a und Martensit σ_0^m auf ($0 < \sigma_0^a \leq \sigma_0^m$).

Die energetische Umwandlungsbarriere als Funktion des Martensitvolumenanteils basiert auf der Arbeit von Hallberg et al. [39] und hat die folgende Form:

$$\bar{T} = M (c_1 + c_2(1 - \exp(-c_3 z))(1 - c_4 \ln(1 - z))) \quad (7.28)$$

mit den Parametern c_1 bis c_4 . Der Parameter c_1 bestimmt die Energiebarriere zu Beginn der Phasenumwandlung und ist eng mit dem Begriff der Auslösespannung verknüpft. M ist bereits aus der Umwandlungsbedingung (7.11) bekannt.

In Abb. 7.3 ist die Fließ- und die Umwandlungsfläche für den Ausgangszustand skizziert. Dabei sind alle internen Variablen Null, so dass $\tilde{\sigma}_{\text{eq}} = \sigma_{\text{eq}}$, $R = 0$, $\sigma_0^Y = \sigma_0^a$ und $\bar{T} = Mc_1$ gilt.

¹Wie man im nächsten Abschnitt sieht, gewährleistet $\dot{z} = \dot{\mu} \geq 0$, dass σ_0^Y nicht abnehmen und < 0 werden kann. Der quadratische Ausdruck $\mathbf{B} : \mathbf{B}$ ist stets nicht negativ.

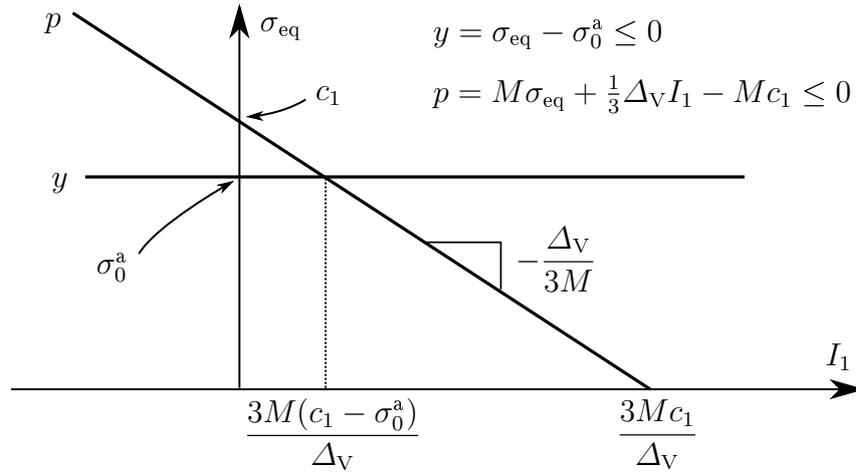


Abb. 7.3: Skizze der Fließfläche y und der Umwandlungsfläche p im Ausgangszustand

7.4 Numerische Lösung der Materialgleichungen

Die numerische Lösung der Materialgleichungen erfolgt im Rahmen eines *constitutive driver's*, mit dem beliebige Spannungszustände am Materialpunkt simuliert werden können. Dabei müssen die konstitutiven Gleichungen für einen dreidimensionalen Beanspruchungszustand genau so gelöst werden, wie es in einem FE-Programm an jedem Integrationspunkt erforderlich ist. Die numerische Lösung folgt der Beschreibung von Mühlich und Brocks [80].

7.4.1 Zeitliche Diskretisierung der konstitutiven Gleichungen

Eine beliebige Größe f sei zur Zeit t bekannt, d. h. ${}^t f$ ist gegeben. Gesucht ist die Größe ${}^{t+\Delta t} f$ am Ende eines Zeitschritts $t + \Delta t$. Es wird das implizite Euler-Verfahren zur numerischen Integration genutzt, da es bedingungslose Stabilität gewährleistet. Dazu wertet man die Zeitableitung der Größe am Ende des Zeitschritts ${}^{t+\Delta t} \dot{f}$ aus und schreibt

$${}^{t+\Delta t} f = {}^t f + \Delta f, \quad \Delta f = {}^{t+\Delta t} \dot{f} \Delta t. \quad (7.29)$$

Δf stellt das Inkrement von f dar und ist für den Zeitschritt Δt zu berechnen. Im Folgenden wird auf die Kennzeichnung ${}^{t+\Delta t}$ verzichtet. Alle Größen werden zur Zeit $t + \Delta t$ ausgewertet, es sei denn, sie sind ausdrücklich durch t gekennzeichnet. Man gelangt zum folgenden Satz zeitlich diskretisierter Gleichungen:

- additive Zerlegung des Verzerrungsinkrements nach Gl. (7.2)

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{pl}} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} \quad (7.30)$$

- inelastische Verzerrungsinkremente: Zunächst werden die Entwicklungsgleichungen für die inelastischen Verzerrungsraten Gl. (7.7) und (7.12) unter Verwendung der Normalenrichtungstensoren geschrieben:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{pl}} = \dot{\lambda} \tilde{\mathbf{N}}, \quad \tilde{\mathbf{N}} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{B}}{\tilde{\sigma}_{\text{eq}}} \quad (7.31)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{tr}} = \dot{\mu} \left(M \mathbf{N} + \frac{1}{3} \Delta_V \boldsymbol{\delta} \right), \quad \mathbf{N} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{s}}{\sigma_{\text{eq}}}. \quad (7.32)$$

Beide Normalentensoren $\tilde{\mathbf{N}}$ und \mathbf{N} sind rein deviatorsich, d. h. spurlos $\text{tr}(\tilde{\mathbf{N}}) = \text{tr}(\mathbf{N}) = 0$. In zeitdiskretisierter Form ergibt sich:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{pl}} = \Delta \lambda \tilde{\mathbf{N}} \quad (7.33)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}} = \Delta \mu \left(M \mathbf{N} + \frac{1}{3} \Delta v \boldsymbol{\delta} \right) \quad (7.34)$$

- inkrementelle Spannungs-Verzerrungs-Beziehung, siehe Gl. (7.3)

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = {}_4\mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} \quad (7.35)$$

- inkrementelle Form des Backstress, siehe Gl. (7.25)

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{2}{3} h \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{pl}} - \frac{h}{B_\infty} \mathbf{B} \quad (7.36)$$

Einsetzen des plastischen Verzerrungsinkrements Gl. (7.33) und Umstellen liefert

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{2}{3} h \Delta \lambda \left(\tilde{\mathbf{N}} - \frac{3}{2} \frac{\mathbf{B}}{B_\infty} \right) \quad (7.37)$$

Die diskretisierte Form der Fließ-, der Umwandlungsbedingung und der restlichen Verfestigungsregeln unterscheidet sich optisch nicht von den bereits aufgeschriebenen Formen, beachte $r = \lambda$ und $z = \mu$.

7.4.2 Numerische Integration der Materialgleichungen

Nun folgt die Integration der Materialgleichungen. Die Aufgabe ist es, aus den Variablen zu Beginn des Zeitschritts für ein gegebenes Verzerrungsinkrement $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ die Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ am Ende des Zeitschritts zu berechnen. Sämtliche Variablen werden dabei oder im Anschluss daran aktualisiert.

Die konstitutiven Gleichungen des Zwei-Flächen-Modells werden mit der Active-Set-Strategie [z. B. 110, S. 209 ff.] zusammen mit dem Prädiktor-Korrektor-Verfahren behandelt. Dabei wird anhand der Prädiktorspannung abgefragt, ob elastisches Verhalten, nur Plastizität oder nur Phasenumwandlung oder beides auftritt. Anschließend werden die entsprechenden Materialgleichungen für diesen Fall unter Berücksichtigung der Kuhn-Karush-Tucker-Bedingungen Gl. (7.15) und (7.16) gelöst. Dabei kann es sein, dass die Auswahl der aktiven Fließ- und/oder Umwandlungsfläche zwischenzeitlich zu ändern ist.

In diesem Abschnitt wird die Integration für einen kombinierten Schritt (Plastizität und Phasenumwandlung), d. h. für den kompliziertesten Fall, ausgeführt. Die Spannungs-Verzerrungs-Beziehung unter Verwendung der Prädiktorspannung $\boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}$ lautet

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= {}^t\boldsymbol{\sigma} + \Delta \boldsymbol{\sigma} \\ &= {}^t\boldsymbol{\sigma} + {}_4\mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} \\ &= \underbrace{{}^t\boldsymbol{\sigma} + {}_4\mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}} - {}_4\mathbf{C} : (\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{pl}} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{tr}}) \end{aligned} \quad (7.38)$$

Die Prädiktorspannung kann leicht ausgerechnet werden, da sie nur von gegebenen Größen abhängt. Einsetzen der Verzerrungsincremente Gl. (7.33) und (7.34) und des Elastizitätstensors Gl. (2.4) und weitere Rechnung führt auf die Gleichung für den Spannungszustand

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}} - K\Delta\mu \Delta_V \boldsymbol{\delta} - 2G \left(\Delta\lambda \tilde{\mathbf{N}} + \Delta\mu \mathbf{MN} \right). \quad (7.39)$$

Die erste Invariante der Spannung (wird in der Umwandlungsbedingung gebraucht) kann folgendermaßen ausgedrückt werden

$$I_1 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}) - 3K\Delta\mu \Delta_V. \quad (7.40)$$

Der Spannungsdeviator erhält folgende Form

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}^{\text{pred}} - 2G \left(\Delta\lambda \tilde{\mathbf{N}} + \Delta\mu \mathbf{MN} \right) \quad (7.41)$$

mit dem Deviator des Prädiktorspannungstensors \mathbf{s}^{pred} .

Der Spannungstensor Gl. (7.39) kann unter Kenntnis der plastischen Multiplikatoren $\Delta\lambda$ und $\Delta\mu$ und der Normalenrichtungen berechnet werden. Die Normalentensoren hängen dabei selbst von $\boldsymbol{\sigma}$ und dem Backstress \mathbf{B} ab. Im Hinblick auf die zu erarbeitende Lösungsstrategie werden Ausdrücke für die Normalentensoren gesucht, die nicht direkt von $\boldsymbol{\sigma}$ abhängen. Unter Verwendung von Gl. (7.41) kann man schreiben:

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}^{\text{pred}} - 2G \left(\Delta\lambda \tilde{\mathbf{N}} + \Delta\mu \mathbf{MN} \right) = \frac{2}{3} \sigma_{\text{eq}} \mathbf{N} \quad (7.42)$$

$$\mathbf{s} - \mathbf{B} = (\mathbf{s}^{\text{pred}} - \mathbf{B}) - 2G \left(\Delta\lambda \tilde{\mathbf{N}} + \Delta\mu \mathbf{MN} \right) = \frac{2}{3} \tilde{\sigma}_{\text{eq}} \tilde{\mathbf{N}}. \quad (7.43)$$

Die rechten Seiten ergeben sich aus der Umstellung der Formeln für die Normalenrichtungen Gl. (7.31) und (7.32). Daraus kann ein lineares Gleichungssystem (LGS) zur Bestimmung der Normalenrichtungstensoren aufgestellt werden.

$$\mathbf{s}^{\text{pred}} = \frac{2}{3} \sigma_{\text{eq}} \mathbf{N} + 2G \left(\Delta\lambda \tilde{\mathbf{N}} + \Delta\mu \mathbf{MN} \right) \quad (7.44)$$

$$(\mathbf{s}^{\text{pred}} - \mathbf{B}) = \frac{2}{3} \tilde{\sigma}_{\text{eq}} \tilde{\mathbf{N}} + 2G \left(\Delta\lambda \tilde{\mathbf{N}} + \Delta\mu \mathbf{MN} \right) \quad (7.45)$$

Dessen Lösung liefert

$$\mathbf{N} = \frac{3\tilde{\sigma}_{\text{eq}} \mathbf{s}^{\text{pred}} + 9\Delta\lambda \mathbf{GB}}{6\Delta\lambda G\sigma_{\text{eq}} + 2\tilde{\sigma}_{\text{eq}} (3\Delta\mu \mathbf{GM} + \sigma_{\text{eq}})} \quad (7.46)$$

$$\tilde{\mathbf{N}} = \frac{3\sigma_{\text{eq}} \mathbf{s}^{\text{pred}} - (9\Delta\mu \mathbf{GM} + 3\sigma_{\text{eq}}) \mathbf{B}}{6\Delta\lambda G\sigma_{\text{eq}} + 2\tilde{\sigma}_{\text{eq}} (3\Delta\mu \mathbf{GM} + \sigma_{\text{eq}})}. \quad (7.47)$$

Diese Ausdrücke enthalten den Deviator des Spannungsprädiktors, den Backstresstensor und die von-Mises-Vergleichsspannung σ_{eq} sowie die effektive von-Mises-Vergleichsspannung $\tilde{\sigma}_{\text{eq}}$.

Der Normalentensor $\tilde{\mathbf{N}}$ der effektiven Spannung kann in Gl. (7.37) eingesetzt werden, welche daraufhin zu einem expliziten Ausdruck zur Berechnung des Backstressinkrements $\Delta\mathbf{B}$ umgestellt werden kann:

$$\Delta\mathbf{B} = \frac{\Delta\lambda h (B_\infty (\sigma_{\text{eq}} (\mathbf{s}^{\text{pred}} - {}^t\mathbf{B}) - 3\Delta\mu \mathbf{GM} {}^t\mathbf{B}) - {}^t\mathbf{B}X)}{B_\infty (X + \Delta\lambda hY) + \Delta\lambda hX} \quad (7.48)$$

$$\text{mit } X = \tilde{\sigma}_{\text{eq}} Y + 3\Delta\lambda G\sigma_{\text{eq}} \quad \text{und } Y = \sigma_{\text{eq}} + 3\Delta\mu \mathbf{GM}.$$

$$\Delta\mathbf{B} = \Delta\mathbf{B}(\Delta\lambda, \Delta\mu, \sigma_{\text{eq}}, \tilde{\sigma}_{\text{eq}}, \mathbf{s}^{\text{pred}}, {}^t\mathbf{B}) \quad (7.49)$$

In der hier gewählten Lösungsstrategie werden $\Delta\lambda$, $\Delta\mu$, σ_{eq} und $\tilde{\sigma}_{\text{eq}}$ als primäre Unbekannte gewählt. Bei Kenntnis dieser Variablen kann $\Delta\mathbf{B}$ direkt mit obiger Bestimmungsgleichung ermittelt werden. In der Folge können dann auch die Normalenrichtungstensoren Gl. (7.46) und (7.47) und damit der Spannungstensor Gl. (7.39) bestimmt werden. Die Bestimmungsgleichungen für die von-Mises-Vergleichsspannungen werden folgendermaßen definiert:

$$B_{\text{eq}}(\Delta\lambda, \Delta\mu, \sigma_{\text{eq}}, \tilde{\sigma}_{\text{eq}}, \boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}) := \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} \quad (7.50)$$

$$\tilde{B}_{\text{eq}}(\Delta\lambda, \Delta\mu, \sigma_{\text{eq}}, \tilde{\sigma}_{\text{eq}}, \boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}) := \sqrt{\frac{3}{2} (\mathbf{s} - \mathbf{B}) : (\mathbf{s} - \mathbf{B})}. \quad (7.51)$$

Dabei hängt der Deviator \mathbf{s} Gl. (7.41) ebenfalls über die Normalenrichtungen von allen vier primären Lösungsvariablen ab. Die Fließ- und Umwandlungsbedingung Gl. (7.4) und (7.11) und die Bestimmungsgleichungen der von-Mises-Vergleichsspannungen führen zum finalen Satz von Residuengleichungen:

$$y = \tilde{\sigma}_{\text{eq}} - R(\Delta\lambda) - \sigma_0^Y(\Delta\mu) = 0 \quad (7.52)$$

$$p = M\sigma_{\text{eq}} + \frac{1}{3}\Delta_V I_1(\Delta\mu, \boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}) - \bar{T}(\Delta\mu) = 0 \quad (7.53)$$

$$R_{\text{eq}} = \sigma_{\text{eq}} - B_{\text{eq}}(\Delta\lambda, \Delta\mu, \sigma_{\text{eq}}, \tilde{\sigma}_{\text{eq}}, \boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}) = 0 \quad (7.54)$$

$$\tilde{R}_{\text{eq}} = \tilde{\sigma}_{\text{eq}} - \tilde{B}_{\text{eq}}(\Delta\lambda, \Delta\mu, \sigma_{\text{eq}}, \tilde{\sigma}_{\text{eq}}, \boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}) = 0. \quad (7.55)$$

Mit diesem Nullstellenproblem ist der zentrale Gleichungssatz zur Lösung der konstitutiven Gleichungen gefunden. Die Abhängigkeit von der Prädiktorspannung $\boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}}$ hat nur bei der Berechnung der algorithmischen Materialtangente eine Bedeutung und ist hier zur Vollständigkeit mit aufgeführt. Zur Lösung des Nullstellenproblems wird das Newton-Verfahren verwendet. Dabei werden die Residuengleichungen linearisiert und die primären Lösungsvariablen iterativ berechnet, wobei pro Iteration ein 4x4 LGS gelöst wird. Der Ablauf ist im Algorithmus 1 S. 119 skizziert.

7.5 Beispiel einer Parameterbestimmung anhand experimenteller Daten

Im Folgenden wird eine Strategie zur Parameteridentifikation vorgestellt. Das präsentierte Modell enthält 16 zu ermittelnde Werkstoffparameter, siehe Tab. 7.3. Die elastischen Konstanten $E = 192$ GPa und $\nu = 0,24$ sind bereits aus Ultraschallmessungen bekannt. Der E-Modul könnte auch aus dem Anstieg der elastischen Geraden der Neukurve erhalten werden. Bei einer zyklischen Beanspruchung wird die Spannungs-Dehnungs-Kurve der ersten Belastung, d. h. vom Nullpunkt zum ersten Lastumkehrpunkt, als Neukurve bezeichnet. Die Anfangsfließspannung des Werkstoffs kann ebenfalls direkt aus der Neukurve ermittelt werden. Da das Gefüge bei Versuchsbeginn vollständig austenitisch ist, ist damit sofort die Anfangsfließspannung des Austenits $\sigma_0^a = 230$ MPa bekannt.

Ein Vorteil des aufgestellten Materialmodells ist, dass die Materialparameter der Umwandlungsbedingung unabhängig von den plastischen Materialparametern bestimmt werden können. Dieses Vorgehen wurde auch von Hallberg et al. [39] dokumentiert.

- gegeben: (Δt) , $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$, ${}^t \boldsymbol{\sigma}$ sowie alle Variablen zur Zeit t
- berechne Prädiktorspannung $\boldsymbol{\sigma}^{\text{pred}} = {}^t \boldsymbol{\sigma} + {}_4 \mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}$
 - erste Auswertung der Residuen $y, p, R_{\text{eq}}, \tilde{R}_{\text{eq}}$
 - **Newton-Verfahren:**
 iteriere bis $\Delta \lambda, \Delta \mu, \sigma_{\text{eq}}, \tilde{\sigma}_{\text{eq}}$ konvergieren bzw. $\{y, p, R_{\text{eq}}, \tilde{R}_{\text{eq}}\} \rightarrow 0$:
Iteration k :
 - löse Newton-LGS (mit ${}^k y, {}^k p, {}^k R_{\text{eq}}, {}^k \tilde{R}_{\text{eq}}$ usw.)
 $\rightarrow d\Delta \lambda, d\Delta \mu, d\sigma_{\text{eq}}, d\tilde{\sigma}_{\text{eq}}$
 - Update:

$${}^{k+1} \Delta \lambda = {}^k \Delta \lambda + d\Delta \lambda$$

$${}^{k+1} \Delta \mu = {}^k \Delta \mu + d\Delta \mu$$

$${}^{k+1} \sigma_{\text{eq}} = {}^k \sigma_{\text{eq}} + d\sigma_{\text{eq}}$$

$${}^{k+1} \tilde{\sigma}_{\text{eq}} = {}^k \tilde{\sigma}_{\text{eq}} + d\tilde{\sigma}_{\text{eq}}$$
 - berechne Backstress-Inkrement ${}^{k+1} \Delta \mathbf{B}$
 damit: Normalen ${}^{k+1} \mathbf{N}, {}^{k+1} \tilde{\mathbf{N}}$, Deviator ${}^{k+1} \mathbf{s}$
 - Auswertung der Residuen ${}^{k+1} y, {}^{k+1} p, {}^{k+1} R_{\text{eq}}, {}^{k+1} \tilde{R}_{\text{eq}}$
 - berechne neuen Spannungszustand $\boldsymbol{\sigma}$
 - Update der restlichen Variablen

Algorithmus 1 : Ablaufschema des Newton-Verfahrens

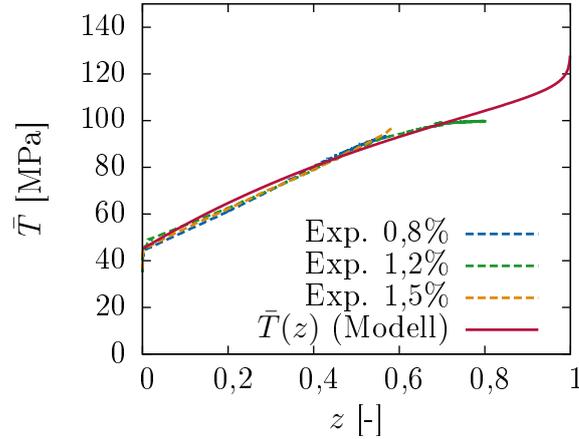


Abb. 7.4: Darstellung der Umwandlungsbarriere \bar{T} über dem Martensitvolumenanteil z : Gegenüberstellung der Funktion der Umwandlungsbarriere $\bar{T}(z)$ Gl. (7.28) und der zu Grunde gelegten Daten aus den Wechselverformungsexperimenten (Exp.) mit konstanter Dehnungsamplitude $\Delta\varepsilon/2$ von 0,8%, 1,2% und 1,5%

Zuerst sind die charakteristischen volumetrischen und deviatorischen Umwandlungsdehnungen zu ermitteln. Den Arbeiten von Seupel und Kuna [107, 108] folgend wird $\Delta_V=0,02$ und $M=0,1$ gewählt.

Findet Phasenumwandlung statt, muss die Umwandlungsbedingung Gl. (7.11) zu null erfüllt sein $p = 0$. Somit gilt für einen einachsigen Zugspannungszustand ($\sigma_{\text{eq}} = \sigma_Z$ und $I_1 = \sigma_Z$):

$$\left(M + \frac{1}{3}\Delta_V\right) \sigma_Z = \bar{T}. \quad (7.56)$$

Es ist bekannt und auch im Modell so formuliert, dass Phasenumwandlung bevorzugt unter Zug statt unter Druck stattfindet. Bei der Auswertung von Wechselverformungsdaten werden demzufolge die Umkehrpunkte der Zughalbzyklen betrachtet. Für diese Punkte sind jeweils die Zugspannung σ_Z und der Phasenanteil z aus der Messung bekannt. Mit Gl. (7.56) kann aus σ_Z der entsprechende Wert der energetischen Umwandlungsbarriere berechnet werden. Die so erhaltenen Wertepaare (\bar{T}, z) werden zum Fitten² der Parameter der Umwandlungsbarriere (c_1 bis c_4 in Gl. (7.28)) verwendet. Der Fit der Umwandlungsbarriere an die experimentellen Daten ist in Abb. 7.4 dargestellt. Tab. 7.3 enthält die gefundenen Parameter.

Wie bereits erwähnt, ist der Parameter c_1 mit der Auslösespannung für Phasenumwandlung verknüpft. Der Zugspannungszustand, bei dem Martensitbildung einsetzt, heißt σ_{ZA} und es gilt $p = 0$ und $z = 0$. Aus Gl. (7.28) resultiert $\bar{T} = Mc_1$ und somit liefert Gl. (7.56) nach Umstellen

$$\sigma_{ZA} = \frac{M}{M + \frac{1}{3}\Delta_V} c_1. \quad (7.57)$$

Bei einachsiger Druckbeanspruchung lautet die Auslösespannung

$$\sigma_{DA} = \frac{M}{M - \frac{1}{3}\Delta_V} c_1. \quad (7.58)$$

²Beim Fitten wurde ein gradientenbasiertes Optimierungsverfahren der kommerziellen Software MATLAB eingesetzt.

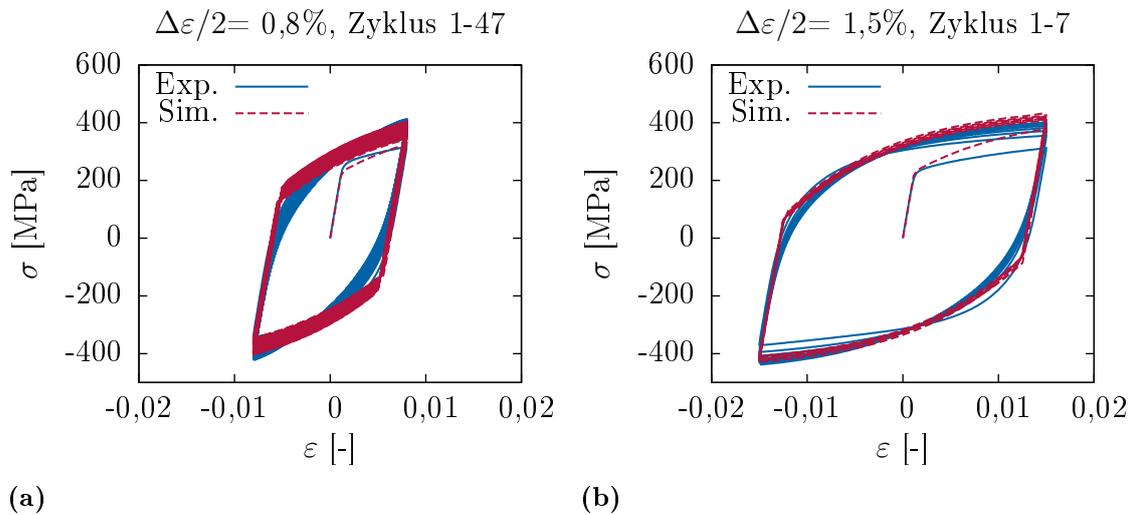


Abb. 7.5: Vergleich der Spannungs-Dehnungs-Hysteresen in den Zyklen ohne martensitische Phasenumwandlung für die Dehnungsamplituden von (a) 0,8% und (b) 1,5%, für den Fit sind die Daten der Teilabbildung (b) verwendet worden

Aus den beiden Ausdrücken ist ersichtlich, dass die Auslösespannung unter Zug kleiner ist als unter Druck.

Vor Einsetzen der martensitischen Phasenumwandlung verhält sich der Werkstoff ausschließlich plastisch. Somit können Parameter der Fließfläche mit Hilfe von Daten aus diesem Bereich ermittelt werden. Die Parameter der nichtlinearen kinematischen Verfestigung Gl. (7.25) h und B_∞ werden mit Hilfe von Hysteresen gefittet, in denen noch kein Martensit gebildet wurde. In Abb. 7.5 werden diese Hysteresen zwischen Experiment und Simulation verglichen. Dabei wird bereits der fertige Parametersatz verwendet, der später gezeigt wird (Tab. 7.3). Es fällt auf, dass der stark ausgerundete Fließbeginn gerade bei kleinen Dehnungsamplituden nicht gut abgebildet werden kann. Außerdem lassen sich die Neukurven und die darauf folgenden Hysteresen nicht gleichzeitig gut wiedergeben.

Die Parameter der Mischungsregel Gl. (7.27) müssen an Hand von Daten bestimmt werden, in denen sowohl Plastizität als auch Phasenumwandlung stattfindet. Somit werden σ_0^m und b an den Wechselverformungskurven gefittet. Das verwendete Modell der nichtlinearen kinematischen Verfestigung liefert eine gesättigte Hysterese nach wenigen Zyklen. Um die Auslösespannung der Martensitbildung zu erreichen, muss isotrope Verfestigung zugeschaltet werden. Deshalb werden auch die Parameter der isotropen Verfestigung R_∞ , a und H an den Wechselverformungskurven gefittet. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Abb. 7.6 zu finden. Bei den gezeigten experimentellen Kurven handelt es sich jeweils um einen Versuch³. Allein schon um Streuungen der Experimente zu berücksichtigen, werden alle drei Versuche für den Fit verwendet. Die Daten zur Entwicklung des Martensitvolumenanteils über der Zyklenzahl werden nicht zum Fitten herangezogen. Es bleibt festzustellen, dass das Modell die Daten in akzeptabler Form wiedergeben kann.

Der auf diese Weise identifizierte Satz an Materialparametern ist in Tab. 7.3 übersichtlich dargestellt.

³Zur Zeit werden weitere Experimente durchgeführt, um die Datenbasis zu erweitern.

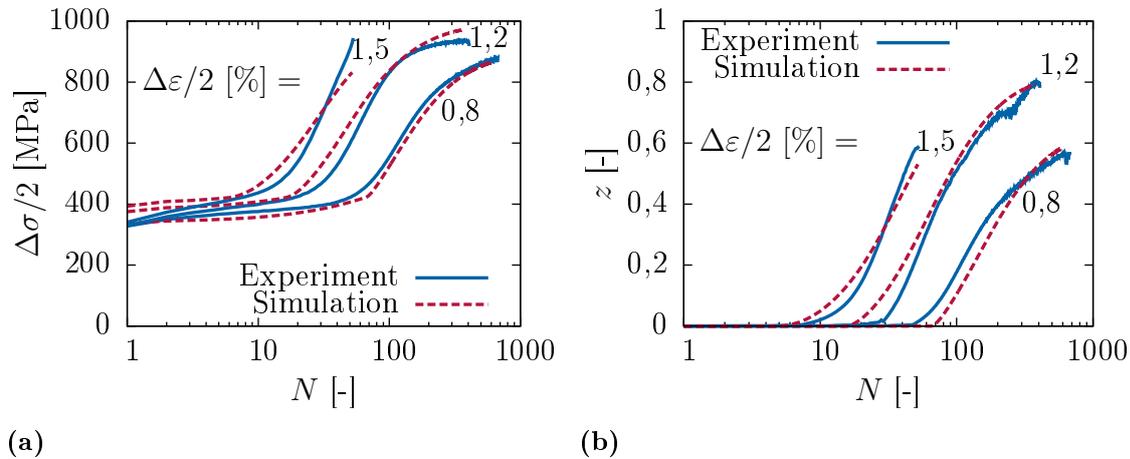


Abb. 7.6: Vergleich der (a) Wechselverformungskurven (Fit) und (b) der zyklischen Entwicklung des Martensitvolumenanteils z für die betrachteten Dehnungsamplituden

7.6 Bewertung der Ergebnisse und Diskussion

An dieser Stelle soll auf den Laststeigerungsversuch zurückgegriffen werden (Tab. 7.2, S. 108). Die Ergebnisse von drei Realisierungen des Laststeigerungsversuchs sind in Abb. 7.7 dargestellt. Dadurch erhält man einen Eindruck von der Streuung, der die experimentellen Daten unterliegen. Es ist festzustellen, dass die Spannungsamplituden Unterschiede von ≈ 50 MPa zwischen drei experimentellen Realisierungen aufweisen. Auf Grund von Problemen bei der Messung mit der Ferritsonde liegen aus den Laststeigerungsversuchen nur zwei Datensätze für die Entwicklung des Martensitvolumenanteils vor. Dieser unterscheidet sich um bis zu 10%. Damit lassen sich die Abweichungen in Abb. 7.6 als zufriedenstellend einordnen. Die simulierten Verläufe der Spannungsamplitude der Laststeigerungsversuche in Abb. 7.7 liegen innerhalb des Streubands der Experimente. Der Martensitvolumenanteil am Ende wird um ca. 10% überschätzt. Das liegt im Bereich der Abweichung zwischen den beiden experimentellen Kurven. Bei den Ergebnissen für die beiden letzten Laststufen (Dehnungsamplituden von 1,8% und 2,1%) handelt es sich um Vorhersagen, da keine Daten dieser Dehnungsamplituden zur Parameterbestimmung verwendet wurden. Die umwandlungsinduzierte zyklische Verfestigung wird vom Modell gut abgebildet. Die im Abschnitt 7.2 formulierten Anforderungen an das Modell sind damit erfüllt.

Nun wird der Verlauf der Mittelspannung aus den Wechselverformungsexperimenten mit konstanter Dehnungsamplitude ausgewertet, Abb. 7.8. Man sieht, dass die Entwicklung der Druckmittelspannung qualitativ wiedergegeben wird. In den ersten Zyklen gibt es vergleichsweise große Druckmittelspannungen, die schnell zurückgehen. Grund hierfür ist die Verfestigung in den ersten Druck- und Zughalbästen der Hysteresen. Mit einsetzender Martensitentwicklung nimmt auch die Druckmittelspannung wieder zu. Im Modell gibt es anschließend einen deutlichen Abbau der Druckmittelspannung durch Mittelspannungsrelaxation, ein bekannter Effekt der nichtlinearen kinematischen Verfestigung⁴. Man weiß auch, dass Mittelspannungsrelaxation durch die hier verwendete kinematische Verfestigungsregel Gl. (7.25) überschätzt wird [z. B. 61,

⁴Mittelspannungsrelaxation ist bei Verwendung linearer kinematischer Verfestigung nicht vorhanden.

Tab. 7.3: Auflistung der identifizierten Modell-Parameter

Kategorie	Parameter	Maßeinheit	Wert
elastische Konstanten	E	GPa	192
	ν	-	0,24
isotrope Verfestigung	R_∞	MPa	225,1
	H	MPa	0
	a	-	0,3027
Anfangsfließspannung (Mischungsregel)	σ_0^a	MPa	230
	σ_0^m	MPa	648,9
	b	-	2,068
kinematische Verfestigung	h	GPa	21
	B_∞	MPa	200
Umwandlungsdehnungen	M	-	0,1
	Δ_V	-	0,02
Umwandlungsbarriere	c_1	MPa	450
	c_2	MPa	842,6
	c_3	-	1,313
	c_4	-	0,05

S. 233 ff.]. Quantitativ gibt es deutliche Unterschiede im Vergleich zwischen Experiment und Simulation, wie ein Blick auf die Skalierung der Spannungsachsen verrät. Allerdings ist der Betrag der Mittelspannung σ_m ein bis zwei Größenordnungen kleiner als die Spannungsamplitude und die korrekte quantitative Abbildung von σ_m vermutlich von untergeordneter Bedeutung.

Die Form der Hysteresen in verschiedenen Zyklen der Wechselverformungsversuche wird in Abb. 7.9 eingehend betrachtet. Dabei handelt es sich im Vergleich zu Abb. 7.5 um spätere Zyklen, in denen Plastizität und Phasenumwandlung auftreten. Es wird deutlich, dass der stark verrundete Fließbeginn nicht gut abgebildet wird. Bei den geringen Amplituden von 0,8% fällt dieses Problem stärker ins Gewicht. Dieses Phänomen ist ebenfalls bekannt und auf die Entwicklungsgleichung des Backstress Gl. (7.25) zurückzuführen [z. B. 61, S. 233 ff.].

Wenn man die Hysteresen besser abbilden möchte, sollte das Modell unter Verwendung komplizierterer kinematischer Verfestigungsregeln weiterentwickelt werden. Das erfordert die Einführung weiterer Materialparameter. Arbeiten in der Literatur [124, 127] verwenden bis zu drei Backstress Terme. Diese hängen zum Teil vom Martensitvolumenanteil ab. Die Entwicklung der Rückspannung wäre demnach folgendermaßen denkbar:

$$\dot{\mathbf{B}} = \dot{\mathbf{B}}_1 + \dot{\mathbf{B}}_2 + z\dot{\mathbf{B}}_3. \quad (7.59)$$

Dabei sind die Terme $\dot{\mathbf{B}}_1$ bis $\dot{\mathbf{B}}_3$ „normale“ Frederik-Armstrong-Terme wie Gl. (7.25). Der dritte Summand hängt vom Phasenanteil z ab. Verwendet man mehrere Terme der Rückspannung, wird auch die Mittelspannungsrelaxation geringer [z. B. 61, S. 233 ff.].

Gerade bei den großen Amplituden und hohen Zyklenzahlen gibt es geringe Unterschiede in der Verfestigung der Zug- und Druckhalbzyklen. Das ist am besten an Hand des Anstiegs der Hysteresekurven nahe der Umkehrpunkte zu erkennen. Das deutet

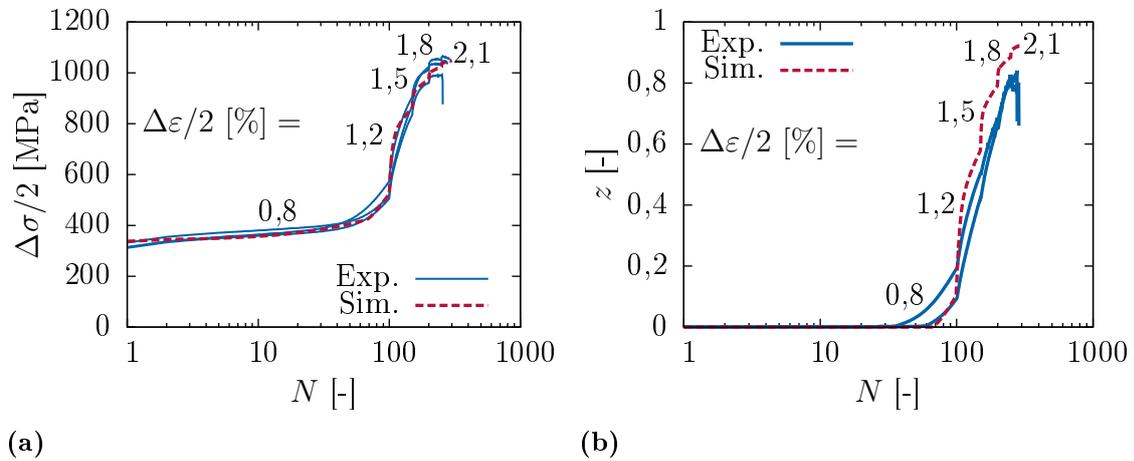


Abb. 7.7: Vergleich der (a) Wechselverformungskurven und (b) der zyklischen Entwicklung des Martensitvolumenanteils z für für den Laststeigerungsversuch

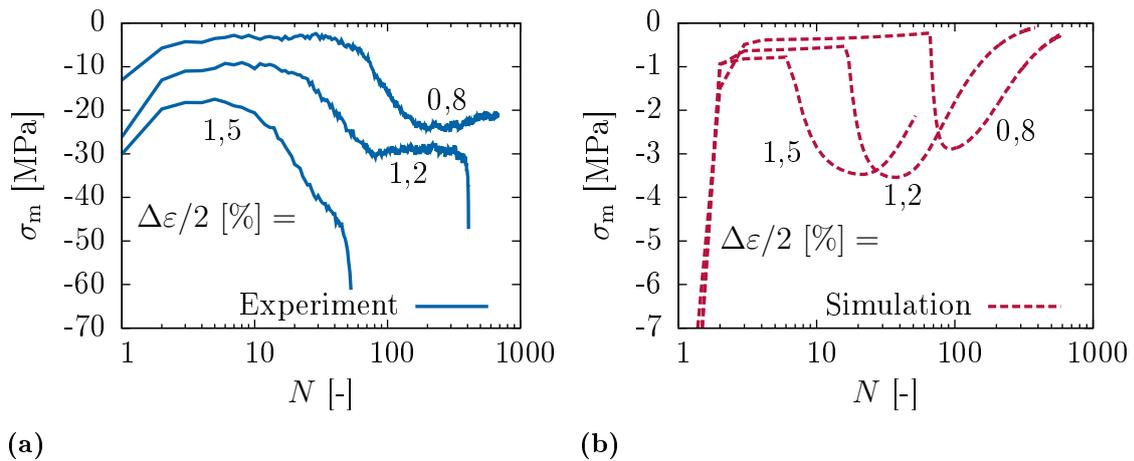


Abb. 7.8: Vergleich der (a) experimentellen und (b) simulierten Verläufe der Mittelspannung σ_m über der Zyklenzahl N bei konstanter Dehnungsamplitude (beachte die unterschiedliche Skalierung der σ_m -Achse)

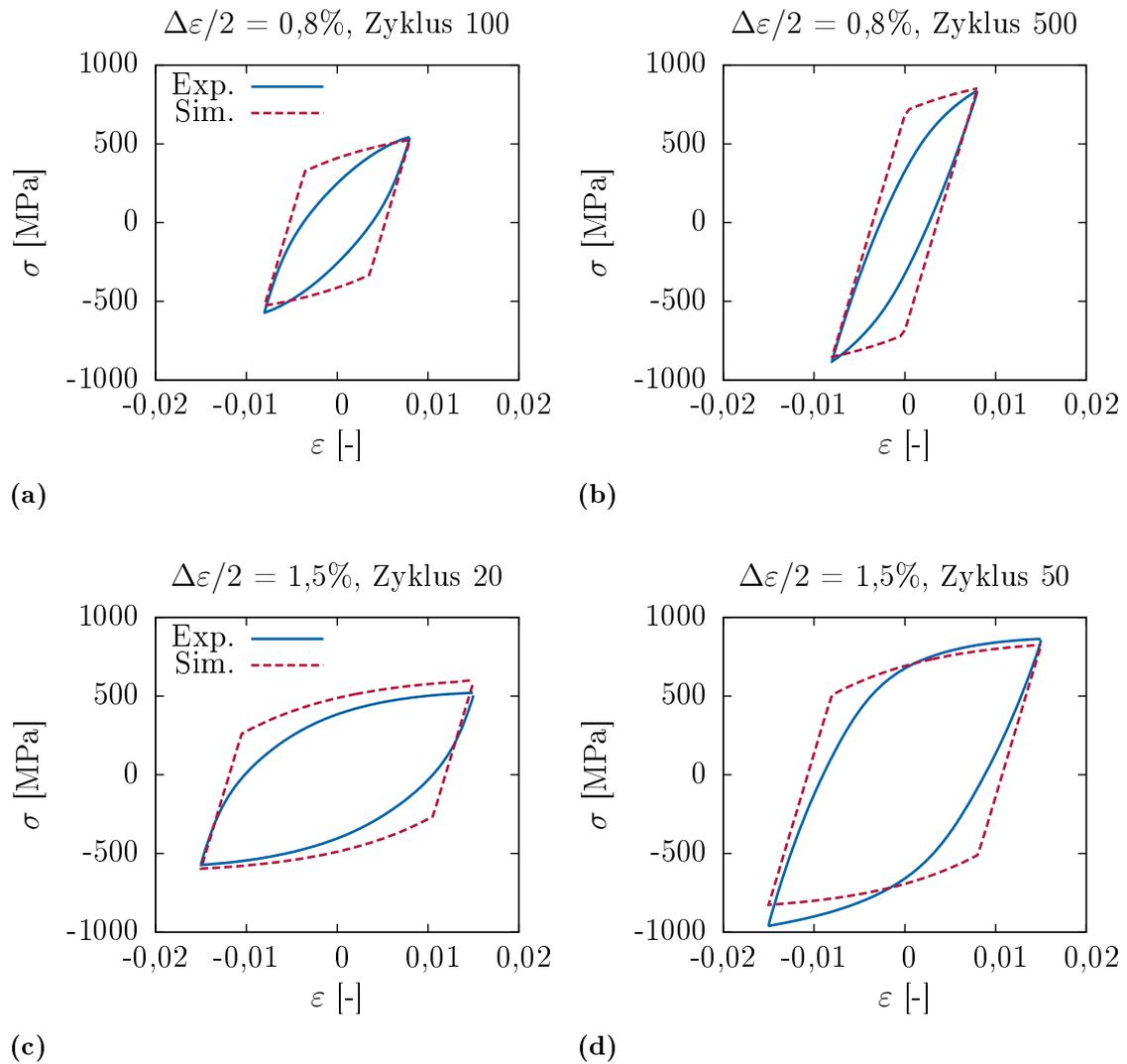


Abb. 7.9: Vergleich von experimentell erfassten und simulierten Hysterese in verschiedenen Zyklen bei vorgeschriebener Dehnungsamplitude von (a)-(b) 0,8% und (c)-(d) 1,5%

auf eine schwache Zug-Druck-Asymmetrie des plastischen Fließens hin. Diese ist für die betrachteten Werkstoffe aus monotonen Versuchen bekannt, bei denen größere absolute Dehnungen auftreten. Zu dieser Thematik sei z. B. auf Beese und Mohr [6], Prüger [94, S. 12 f.] oder Seupel und Kuna [106] verwiesen. Ein solches asymmetrisches Verfestigungsverhalten der Fließfläche ist hier bisher zugunsten möglichst einfacher Materialgleichungen vernachlässigt worden. In der Umwandlungsfläche ist eine Zug-Druck-Asymmetrie durch den Einfluss der ersten Spannungsinvariante zu verzeichnen, siehe Gl. (7.11).

Qualitativ bildet das entwickelte Modell alle geforderten Effekte ab. Aus quantitativer Sicht wird klar, dass das Modell bereits verwendbare Ergebnisse liefert, obgleich es noch offene Fragen gibt. In der Literatur sind noch keine Ergebnisse publiziert, in denen ein Materialmodell das hier beschriebene und simulierte Werkstoffverhalten, vor Allem die ausgeprägte sekundäre zyklische Verfestigung durch Phasenumwandlung, wiedergeben oder vorhergesagt hat. Vor diesem Hintergrund können die bisher erzielten Ergebnisse positiv bewertet werden.

Prinzipielle Untersuchungen z. B. zum transformationsinduzierten Risschließeffect könnten mit dem vorgestellten Modell bereits durchgeführt werden. Dazu ist es ausreichend, dass das Modell den Werkstoff qualitativ gut beschreibt. Um entsprechende inhomogene Beanspruchungszustände betrachten zu können, ist eine FE-Implementierung durchzuführen. Dieser Schritt ist eher softwaretechnischer Natur, da der Algorithmus für die Lösung der Materialgleichungen für beliebige Spannungszustände bereits vorliegt.

8 Zusammenfassung

Das Thema der vorliegenden Promotionsschrift war die Modellierung des Bruchverhaltens hochlegierter TRIP-Stähle (TRansformation Induced Plasticity) mit niedrigem Kohlenstoffgehalt unter monotoner Beanspruchung. Dabei stand die Untersuchung des Einflusses der verformungsinduzierten martensitischen Phasenumwandlung im Fokus. Weiterhin wurde ein Beitrag zur Modellierung des zyklischen mechanischen Verformungsverhaltens derartiger Werkstoffe geleistet.

Die mechanisch induzierte martensitische Phasenumwandlung hat wesentliche Auswirkungen auf des Werkstoffverhalten. Es tritt eine umwandlungsbedingte Verfestigung auf, die zu einem S-förmigen Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Kurven führen kann. Zusätzlich gibt es deviatorische und volumetrische inelastische Verzerrungen, die aus der Phasentransformation resultieren. Die hier betrachteten TRIP-Stähle zeichnen sich durch eine niedrige Fließgrenze, eine hohe Verformbarkeit und ein großes Verfestigungsvermögen aus. Im Zuge der Arbeiten zum Bruchverhalten kam ein vorhandenes Materialmodell nach Prüger [94] für TRIP-Stahl unter monotoner Belastung zum Einsatz.

Ein wichtiger Ausgangspunkt der Arbeit war die Erkenntnis, dass diese TRIP-Stähle oftmals keine Versprödung durch den gebildeten Martensit aufwiesen. Die Werkstoffe versagten durch Zähbruch und auch auf mikroskopischer Ebene wurden duktile Versagensmechanismen nachgewiesen. Dies hängt mit dem geringen Kohlenstoffgehalt der Stähle zusammen, der auch zu einem niedrigen Kohlenstoffgehalt in der martensitischen Phase führt. Die Aufgabe bestand somit darin, den vermuteten positiven Einfluss der verformungsinduzierten Phasenumwandlung auf das Bruchverhalten zu erklären.

Dazu wurden die Spannungen, die inelastischen Verzerrungen und die Entwicklung des Martensitvolumenanteils, vor einer Rissspitze unter Kleinbereichsfließen untersucht. Die Abstumpfung der Rissspitze, d. h. crack tip blunting, durch große inelastische Verformungen wurde berücksichtigt. Dabei wurde festgestellt, dass die Phasenumwandlung zu höheren Spannungen vor der Rissspitze führt. Außerdem zeigten sich charakteristische Wendepunkte in den Spannungsverläufen, die man von Blunting-Analysen an gewöhnlichen duktilen Werkstoffen nicht kennt. Es zeigte sich, dass im Wesentlichen die umwandlungsinduzierte Verfestigung die angesprochenen Felder beeinflusst. Im Gegensatz dazu hatten die Umwandlungsverzerrungen eine untergeordnete Bedeutung, da sie im Vergleich zu den großen plastischen Verzerrungen nicht ins Gewicht fallen.

Darauf aufbauend und unterstützt von Erkenntnissen aus der Literatur, wurden Theesen aufgestellt, die einen positiven Effekt der Phasenumwandlung auf das Bruchverhalten erklären. Diese bezogen sich zum Einen auf den beobachteten Fall des duktilen Versagens, also ohne Wechsel des Bruchmechanismus vom duktilen Bruch zum Spaltbruch. In diesem Fall wirkt sich das umwandlungsinduzierte zusätzliche Verfestigungsvermögen des TRIP-Stahls positiv auf den Bruchwiderstand aus, da es das zu Grunde liegende Porenwachstum erschwert. Dies konnte durch eine Simulation des duktilen Rissfortschrittsmechanismus mit diskret aufgelösten Mikroporen demonstriert werden.

Außerdem wurde ein abschirmender Effekt auf die Rissspitze vermutet, der mit der Phasenumwandlung und der damit verbundenen Dissipation in umliegenden Werkstoffbereichen begründet wurde. Dieser Effekt ist sowohl für duktilen als auch für spröden Versagen relevant.

Um den Abschirmeffekt zu untersuchen, wurde die risstreibende thermodynamische Kraft im Rahmen der Theorie materieller Kräfte formuliert und berechnet. Im Ergebnis entstand eine Formel, die man als „modifiziertes“ J-Integral bezeichnen kann. Dabei wird das bekannte J-Integral durch Terme, die aus der plastischen Deformation und der martensitischen Phasenumwandlung resultieren, modifiziert. Im Fall von Kleinbereichsfließen wurde der abschirmende Effekt (Shielding-Effekt) der Phasenumwandlung, also eine Reduktion der risstreibenden Kraft, nachgewiesen. In der Literatur wird jedoch auch von Antishielding-Effekten berichtet, die sich als Einfluss der Probengeometrie darstellen, siehe Simha et al. [109].

Auch das auf der Theorie materieller Kräfte beruhende Bruchkonzept benötigt neben der Beanspruchungsgröße der Rissspitze eine entsprechende Beanspruchbarkeit, welche ein Werkstoffkennwert ist. Im Fall der Simulation des Bruchprozesses mittels Kohäsivzonenmodell entspricht dieser kritische Wert gerade der Separationsarbeit des Kohäsivgesetzes. Deshalb wurden die Parameter der Kohäsivzone an Hand der Bruchexperimente an CT-Proben für austenitische Stähle und TRIP-Stähle identifiziert. Die Separationsarbeit wurde für zwei Stähle bestimmt und liegt in einer für austenitische Stähle typischen Größenordnung. Mit den identifizierten Kohäsivparametern ist die Simulation der Rissausbreitung in verschiedensten Bauteilen möglich.

Sowohl bei der Berechnung der risstreibenden Kraft als auch bei der Modellierung mit Kohäsivzone wird zwischen der beim eigentlichen Bruchprozess und der durch inelastische Deformation dissipierten Arbeit unterschieden.

Zur Untersuchung der Rissausbreitung und des Versagens der TRIP-Stähle unter zyklischer Beanspruchung werden zunächst Materialmodelle benötigt, die das zyklische Verformungsverhalten einschließlich der mechanisch induzierten Phasenumwandlung beschreiben können. Darum wurde ein derartiges Modell entwickelt und mit Ergebnissen von Wechselverformungsversuchen parametrisiert. Das Modell basiert auf einem existierenden leistungsfähigen phänomenologischen Modell für monotone Beanspruchung von Seupel und Kuna [107, 108]. Dieses wurde um nichtlineare kinematische Verfestigung erweitert. Qualitativ wurden bereits alle geforderten Effekte abgebildet und auch quantitativ wurden bereits brauchbare Ergebnisse erzielt. Es wurden Vorschläge für eine zielführende Weiterentwicklung des Materialmodells formuliert.

Die vorliegende Arbeit befasst sich in erster Linie mit der speziellen Klasse von TRIP-Stählen mit niedrigem Kohlenstoffgehalt. Dennoch wird sie nach Ansicht des Autors auch im Allgemeinen dazu beitragen, das Bruchverhalten von Stählen, welche plastische Deformation und martensitische Phasenumwandlung aufweisen, besser zu verstehen.

Literatur

- [1] S. D. Antolovich und D. Fahr. „An experimental investigation of the fracture characteristics of TRIP alloys“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 4.1 (1972), S. 133–144 (siehe S. 25, 44).
- [2] S. Antolovich und B. Singh. „Observations of martensite formation and fracture in TRIP steels“. English. In: *Metallurgical Transactions* 1 (12 1970), S. 3463–3465 (siehe S. 44).
- [3] S. Antolovich und B. Singh. „On the toughness increment associated with the austenite to martensite phase transformation in TRIP steels“. English. In: *Metallurgical and Materials Transactions B* 2 (8 1971), S. 2135–2141 (siehe S. 25, 53).
- [4] P. Armstrong und C. Frederick. *A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect*. CEGB Report RD/B/N731. Berkeley Nuclear Laboratories, 1966 (siehe S. 112).
- [5] A. Bag, K. Ray und E. Dwarakadasa. „Influence of martensite content and morphology on the toughness and fatigue behavior of high-martensite dual-phase steels“. In: *Metallurgical and Materials Transactions A* 32.9 (2001), S. 2207–2217 (siehe S. 25).
- [6] A. M. Beese und D. Mohr. „Anisotropic plasticity model coupled with Lode angle dependent strain-induced transformation kinetics law“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 60.11 (2012), S. 1922–1940 (siehe S. 26, 126).
- [7] W. Brocks. „Cohesive strength and separation energy as characteristic parameters of fracture toughness and their relation to micromechanics“. In: *SID Structural Integrity and Durability* 1.4 (2005), S. 233–243 (siehe S. 78, 104).
- [8] A. Burgold, S. Henkel, S. Roth, M. Kuna und H. Biermann. „Experimentelle und numerische Untersuchung eines hochduktilen austenitischen Gussstahles“. In: *50. Tagung Arbeitskreis Bruchvorgänge*. DVM-Bericht 250. 2018, S. 217–226 (siehe S. 87).
- [9] A. Burgold, S. Henkel, S. Roth, M. Kuna und H. Biermann. „Fracture mechanics testing and crack growth simulation of highly ductile austenitic steel“. In: *Materials Testing* 60.4 (2018), S. 341–348 (siehe S. 87).
- [10] A. Burgold und M. Kuna. „Beanspruchungsanalyse von Rissen in TRIP-Stählen und der Einfluss der Phasenumwandlung“. In: *47. Tagung Arbeitskreis Bruchvorgänge*. DVM-Bericht 247. 2015, S. 209–218 (siehe S. 39, 53).
- [11] A. Burgold, M. Kuna und S. Prüger. „Material Forces in Consideration of Phase Transformation in TRIP-steel“. In: *Procedia Materials Science* 3.0 (2014). 20th European Conference on Fracture, S. 461–466 (siehe S. 61).

- [12] A. Burgold, M. Kuna und S. Prüger. „Crack tip fields in ductile materials with martensitic phase transformation - A numerical 2D study“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 138 (2015), S. 169–184 (siehe S. 39, 53).
- [13] A. Burgold, S. Roth und M. Kuna. „Cohesive Zone Modeling of Stable Crack Propagation in Highly Ductile Steel“. In: *Advances in Fracture and Damage Mechanics XVII*. Key Engineering Materials. 2018, S. 167–172 (siehe S. 87).
- [14] H. Castro, C. Rodriguez, F. Belzunce und A. Canteli. „Mechanical properties and corrosion behaviour of stainless steel reinforcing bars“. In: *Journal of Materials Processing Technology* 143-144 (2003), S. 134–137 (siehe S. 102).
- [15] S. Chatterjee und H. K. D. H. Bhadeshia. „TRIP-assisted steels: cracking of high-carbon martensite“. In: *Materials Science and Technology* 22.6 (2006), S. 645–649 (siehe S. 25).
- [16] G. Cherepanov. „Crack propagation in continuous media“. In: *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 31.3 (1967), S. 503–512 (siehe S. 63).
- [17] R. Denzer, F. J. Barth und P. Steinmann. „Studies in elastic fracture mechanics based on the material force method“. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 58.12 (2003), S. 1817–1835 (siehe S. 74).
- [18] R. Eckner, L. Krüger, C. Ullrich, M. Wendler und O. Volkova. „Fracture toughness of high-alloy austenitic-martensitic TRIP steels after Q&P processing“. In: *International Journal of Fracture* (2018) (siehe S. 25).
- [19] J. D. Eshelby. „The Force on an Elastic Singularity“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 244.877 (1951), S. 87–112 (siehe S. 61).
- [20] J. D. Eshelby. „The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems“. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 241.1226 (1957), S. 376–396 (siehe S. 61).
- [21] J. D. Eshelby. „The elastic energy-momentum tensor“. In: *Journal of Elasticity* 5.3 (1975), S. 321–335 (siehe S. 61, 62).
- [22] F. D. Fischer, N. K. Simha, J. Predan, R. Schöngrundner und O. Kolednik. „On configurational forces at boundaries in fracture mechanics“. In: *International Journal of Fracture* 174.1 (2012), S. 61–74 (siehe S. 68, 76).
- [23] M. Fischlschweiger, G. Cailletaud und T. Antretter. „A mean-field model for transformation induced plasticity including backstress effects for non-proportional loadings“. In: *International Journal of Plasticity* 37.0 (2012), S. 53–71 (siehe S. 27).
- [24] C. Frederick und P. Armstrong. „A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect“. In: *Materials at High Temperatures* 24.1 (2007), S. 1–26 (siehe S. 112).
- [25] G. Frommeyer, U. Brüx und P. Neumann. „Supra-Ductile and High-Strength Manganese-TRIP/TWIP Steels for High Energy Absorption Purposes“. In: *ISIJ International* 43.3 (2003), S. 438–446 (siehe S. 21).

- [26] C. Garion und B. Skoczeń. „Combined Model of Strain-Induced Phase Transformation and Orthotropic Damage in Ductile Materials at Cryogenic Temperatures“. In: *International Journal of Damage Mechanics* 12.4 (2003), S. 331–356 (siehe S. 27).
- [27] C. Garion, B. Skoczeń und S. Sgobba. „Constitutive modelling and identification of parameters of the plastic strain-induced martensitic transformation in 316L stainless steel at cryogenic temperatures“. In: *International Journal of Plasticity* 22.7 (2006), S. 1234–1264 (siehe S. 27).
- [28] H. Geijselaers, P. Hilkhuijsen, T. Bor und A. van den Boogaard. „Large strain cyclic behavior of metastable austenitic stainless steel“. In: *Materials Science and Engineering: A* 631 (2015), S. 166–172 (siehe S. 27).
- [29] W. Gerberich, P. Hemmings und V. Zackay. „Fracture and fractography of metastable austenites“. English. In: *Metallurgical and Materials Transactions B* 2 (8 1971), S. 2243–2253 (siehe S. 24, 54).
- [30] A. Glage, A. Weidner und H. Biermann. „Effect of austenite stability on the low cycle fatigue behavior and microstructure of high alloyed metastable austenitic cast TRIPsteels“. In: *Procedia Engineering* 2.1 (2010). Fatigue 2010, S. 2085–2094 (siehe S. 23).
- [31] A. Glage, A. Weidner und H. Biermann. „Cyclic Deformation Behaviour of Three Austenitic Cast CrMnNi TRIP/TWIP Steels with Various Ni Content“. In: *steel research international* 82.9 (2011), S. 1040–1047 (siehe S. 23).
- [32] A. Glage. „Zyklisches Verformungsverhalten von partikelverstärkten Verbundwerkstoffen mit metastabiler austenitischer Matrix“. Diss. Fakultät für Werkstoffwissenschaft und Werkstofftechnologie der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, 2014 (siehe S. 23).
- [33] G. Gottstein. *Physikalische Grundlagen der Materialkunde*. 3. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007 (siehe S. 20, 22).
- [34] O. Grässel, L. Krüger, G. Frommeyer und L. Meyer. „High strength Fe-Mn-(Al, Si) TRIP/TWIP steels development - properties - application“. In: *International Journal of Plasticity* 16.10-11 (2000), S. 1391–1409 (siehe S. 21).
- [35] D. Gross, S. Kolling, R. Mueller und I. Schmidt. „Configurational forces and their application in solid mechanics“. In: *European Journal of Mechanics A* 22 (2003), S. 669–692 (siehe S. 61, 67, 74, 76, 84).
- [36] D. Gross und T. Seelig. *Bruchmechanik - Mit einer Einführung in die Mikro-mechanik*. 4. Aufl. Springer-Verlag Berlin-Heidelberg, 2007 (siehe S. 68).
- [37] M. E. Gurtin. *Configurational Forces as Basic Concepts of Continuum Physics*. Springer New York, 2000 (siehe S. 61).
- [38] H. Hallberg, L. Banks-Sills und M. Ristinmaa. „Crack tip transformation zones in austenitic stainless steel“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 79.0 (2012), S. 266–280 (siehe S. 44).
- [39] H. Hallberg, P. Håkansson und M. Ristinmaa. „A constitutive model for the formation of martensite in austenitic steels under large strain plasticity“. In: *International Journal of Plasticity* 23.7 (2007), S. 1213–1239 (siehe S. 26, 110, 114, 118).

- [40] H. Hallberg, P. Håkansson und M. Ristinmaa. „Thermo-mechanically coupled model of diffusionless phase transformation in austenitic steel“. In: *International Journal of Solids and Structures* 47.11–12 (2010), S. 1580–1591 (siehe S. 26, 110).
- [41] S. Henkel, D. Holländer, M. Wünsche, H. Theilig, P. Hübner, H. Biermann und S. Mehringer. „Crack observation methods, their application and simulation of curved fatigue crack growth“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 77.11 (2010), S. 2077–2090 (siehe S. 89).
- [42] G. Hütter. „Multi-Scale Simulation of Crack propagation in the Ductile-Brittle Transition Region“. Diss. Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, 2013 (siehe S. 54, 56–58).
- [43] G. Hütter, L. Zybelle, U. Mühlich und M. Kuna. „Ductile crack propagation by plastic collapse of the intervoid ligaments“. In: *International Journal of Fracture* 176.1 (2012), S. 81–96 (siehe S. 56–58).
- [44] G. Hütter, L. Zybelle, U. Mühlich und M. Kuna. „Consistent simulation of ductile crack propagation with discrete 3D voids“. In: *Computational Materials Science* 80.0 (2013). Recent Advances in Computational Mechanics of Materials, S. 61–70 (siehe S. 54).
- [45] S. Issa, S. Eliasson, A. Lundberg, M. Wallin und H. Hallberg. „Cohesive zone modeling of crack propagation influenced by martensitic phase transformation“. In: *Materials Science and Engineering: A* 712 (2018), S. 564–573 (siehe S. 26, 28, 44, 55, 92, 93).
- [46] T. Iwamoto und T. Tsuta. „Computational simulation on deformation behavior of CT specimens of TRIP steel under mode I loading for evaluation of fracture toughness“. In: *International Journal of Plasticity* 18.11 (2002), S. 1583–1606 (siehe S. 26, 28, 44, 47, 55).
- [47] T. Iwamoto, T. Tsuta und Y. Tomita. „Investigation on deformation mode dependence of strain-induced martensitic transformation in TRIP steels and modelling of transformation kinetics“. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 40.2 (1998), S. 173–182 (siehe S. 26).
- [48] P. Jacques, F. Delannay, X. Cornet, P. Harlet und J. Ladrière. „Enhancement of the mechanical properties of a low-carbon, low-silicon steel by formation of a multiphased microstructure containing retained austenite“. In: *Metallurgical and Materials Transactions A* 29.9 (1998), S. 2383–2393 (siehe S. 21).
- [49] P. Jacques, Q. Furnémont, T. Pardoën und F. Delannay. „On the role of martensitic transformation on damage and cracking resistance in TRIP-assisted multiphase steels“. In: *Acta Materialia* 49.1 (2001), S. 139–152 (siehe S. 25).
- [50] A. Jahn, A. Kovalev, A. Weiß, P. R. Scheller, S. Wolf, L. Krüger, S. Martin und U. Martin. „Mechanical properties of high alloyed cast and rolled CrMnNi TRIP steels with varying Ni contents“. In: *European Symposium on Martensitic Transformations*. 2009, S. 05013 (siehe S. 21).

- [51] A. Jahn, A. Kovalev, A. Weiß, S. Wolf, L. Krüger und P. R. Scheller. „Temperature Depending Influence of the Martensite Formation on the Mechanical Properties of High-Alloyed Cr-Mn-Ni As-Cast Steels“. In: *steel research international* 82.1 (2011), S. 39–44 (siehe S. 21).
- [52] L. Jikai, M. Coret, A. Combescure und P. Chaudet. „J-integral based fracture toughness of 15Cr–5Ni stainless steel during phase transformation“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 96.0 (2012), S. 328–339 (siehe S. 24).
- [53] R. Kienzler und G. Herrmann. *Mechanics in Material Space*. Springer Berlin Heidelberg, 2000 (siehe S. 61, 63).
- [54] O. Kolednik, R. Schöngrundner und F. Fischer. „A new view on J-integrals in elastic-plastic materials“. In: *International Journal of Fracture* 187.1 (2014), S. 77–107 (siehe S. 64, 65, 74, 83, 84).
- [55] M. Kuna. *Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen*. 1. Aufl. Vieweg + Teubner Verlag Wiesbaden, 2008 (siehe S. 39, 61, 63, 65, 68, 70, 72, 74, 75, 82, 84).
- [56] M. Kuna, A. Burgold und S. Prüger. „Stress analysis and configurational forces for cracks in TRIP-steels“. In: *International Journal of Fracture* 193.2 (2015), S. 171–187 (siehe S. 39, 50, 61).
- [57] G. Lacroix, T. Pardoen und P. Jacques. „The fracture toughness of TRIP-assisted multiphase steels“. In: *Acta Materialia* 56.15 (2008), S. 3900–3913 (siehe S. 25).
- [58] R. Lagneborg. „The martensite transformation in 18% Cr-8% Ni steels“. In: *Acta Metallurgica* 12.7 (1964), S. 823–843 (siehe S. 21).
- [59] Q. Lai u. a. „Damage and fracture of dual-phase steels: Influence of martensite volume fraction“. In: *Materials Science and Engineering: A* 646 (2015), S. 322–331 (siehe S. 25).
- [60] F. Lani, Q. Furnémont, T. V. Rompaey, F. Delannay, P. Jacques und T. Pardoen. „Multiscale mechanics of TRIP-assisted multiphase steels: II. Micromechanical modelling“. In: *Acta Materialia* 55.11 (2007), S. 3695–3705 (siehe S. 19).
- [61] J. Lemaitre und J.-L. Chaboche. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1990 (siehe S. 122, 123).
- [62] F. Li, C. Shih und A. Needleman. „A comparison of methods for calculating energy release rates“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 21.2 (1985), S. 405–421 (siehe S. 70, 71).
- [63] T. Liebe, R. Denzer und P. Steinmann. „Application of the material force method to isotropic continuum damage“. In: *Computational Mechanics* 30.3 (2003), S. 171–184 (siehe S. 64, 74, 83, 84).
- [64] M. Mahler und J. Aktaa. „Approach for J-R curve determination based on sub-size specimens using a triaxiality dependent cohesive zone model on a ferritic-martensitic steel“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 144 (2015), S. 222–237 (siehe S. 104).

- [65] M. Mahler und J. Aktaa. „Prediction of fracture toughness based on experiments with sub-size specimens in the brittle and ductile regimes“. In: *Journal of Nuclear Materials* 472 (2016), S. 178–185 (siehe S. 104).
- [66] S. Martin. „Deformationsmechanismen bei verschiedenen Verformungstemperaturen in austenitischem TRIP/TWIP-Stahl“. Diss. Fakultät für Werkstoffwissenschaft und Werkstofftechnologie der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, 2013 (siehe S. 22, 23).
- [67] S. Martin, S. Wolf, S. Decker, L. Krüger und U. Martin. „Deformation Bands in High-Alloy Austenitic 16Cr6Mn6Ni TRIP Steel: Phase Transformation and Its Consequences on Strain Hardening at Room Temperature“. In: *steel research international* 86.10 (2015), S. 1187–1196 (siehe S. 22, 23).
- [68] S. Martin, S. Wolf, U. Martin, L. Krüger und A. Jahn. „Investigations on martensite formation in CrMnNi-TRIP steels“. In: *European Symposium on Martensitic Transformations*. 2009, S. 05022 (siehe S. 22).
- [69] G. A. Maugin. „Sixty years of configurational mechanics (1950-2010)“. In: *Mechanics Research Communications* 50 (2013), S. 39–49 (siehe S. 61).
- [70] G. A. Maugin und C. Trimarco. „Pseudomomentum and material forces in nonlinear elasticity: variational formulations and application to brittle fracture“. English. In: *Acta Mechanica* 94.1-2 (1992), S. 1–28 (siehe S. 61, 68).
- [71] G. A. Maugin. „Material forces: concepts and applications“. In: *Applied Mechanics Reviews* 48.5 (1995), S. 213–245 (siehe S. 61).
- [72] G. A. Maugin. *Material inhomogeneities in elasticity*. Bd. 3. CRC Press, 1993 (siehe S. 61).
- [73] G. A. Maugin. *Configurational forces: thermomechanics, physics, mathematics, and numerics*. CRC Press, 2011 (siehe S. 61).
- [74] H. R. Mayer, S. E. Stanzl-Tschegg, Y. Sawaki, M. Hühner und E. Hornbogen. „Influence of transformation-induced crack closure on slow fatigue crack growth under variable amplitude loading“. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 18.9 (1995), S. 935–948 (siehe S. 24).
- [75] R. McMeeking. „Finite deformation analysis of crack-tip opening in elastic-plastic materials and implications for fracture“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 25.5 (1977), S. 357–381 (siehe S. 40, 43, 45–47, 49).
- [76] Z. Mei und J. W. Morris. „Influence of deformation-induced martensite on fatigue crack propagation in 304-type steels“. In: *Metallurgical Transactions A* 21.12 (1990), S. 3137–3152 (siehe S. 25).
- [77] Z. Mei und J. Morris. „Analysis of transformation-induced crack closure“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 39.3 (1991), S. 569–573 (siehe S. 24).
- [78] D. Mohr und J. Jacquemin. „Large deformation of anisotropic austenitic stainless steel sheets at room temperature: Multi-axial experiments and phenomenological modeling“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 56.10 (2008), S. 2935–2956 (siehe S. 26).

- [79] B. Moran und C. F. Shih. „Crack tip and associated domain integrals from momentum and energy balance“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 27 (1987), S. 615–642 (siehe S. 65, 74).
- [80] U. Mühlich und W. Brocks. „On the numerical integration of a class of pressure-dependent plasticity models including kinematic hardening“. In: *Computational Mechanics* 31.6 (2003), S. 479–488 (siehe S. 115).
- [81] R. Müller, S. Kolling und D. Gross. „On configurational forces in the context of the finite element method“. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 53.7 (2002), S. 1557–1574 (siehe S. 67, 70, 74).
- [82] R. Müller und G. A. Maugin. „On material forces and finite element discretizations“. In: *Computational Mechanics* 29.1 (2002), S. 52–60 (siehe S. 70, 74).
- [83] R. Müller und D. Gross. „Discrete Material Forces in the Finite Element Method“. In: *Mechanics of Material Forces*. Hrsg. von P. Steinmann und G. A. Maugin. Springer US, 2005, S. 105–114 (siehe S. 70, 74, 76, 84).
- [84] B. Näser, M. Kaliske und R. Müller. „Material forces for inelastic models at large strains: application to fracture mechanics“. English. In: *Computational Mechanics* 40.6 (2007), S. 1005–1013 (siehe S. 64, 74, 83, 84).
- [85] T. Nguyen, S. Govindjee, P. Klein und H. Gao. „A material force method for inelastic fracture mechanics“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 53.1 (2005), S. 91–121 (siehe S. 64, 65, 68, 70, 74, 83).
- [86] H. Okada, T. Tamura, N. Ramakrishnan, S. Atluri und J. Epstein. „Analysis of toughening of magnesia partially stabilized zirconia, due to dilatational transformation“. In: *Acta Metallurgica et Materialia* 40.6 (1992), S. 1421–1432 (siehe S. 26).
- [87] G. Olson und M. Cohen. „A mechanism for the strain-induced nucleation of martensitic transformations“. In: *Journal of the Less Common Metals* 28.1 (1972), S. 107–118 (siehe S. 21, 33).
- [88] K. Özenç, M. Kaliske, G. Lin und G. Bhashyam. „Evaluation of energy contributions in elasto-plastic fracture: A review of the configurational force approach“. In: *Engineering Fracture Mechanics* 115 (2014), S. 137–153 (siehe S. 64, 65, 74, 83).
- [89] I. Papatriantafillou, M. Agoras, N. Aravas und G. Haidemenopoulos. „Constitutive modeling and finite element methods for TRIP steels“. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195.37–40 (2006), S. 5094–5114 (siehe S. 31).
- [90] J. Patel und M. Cohen. „Criterion for the action of applied stress in the martensitic transformation“. In: *Acta Metallurgica* 1.5 (1953), S. 531–538 (siehe S. 20).
- [91] P. Ponte Castañeda und P. Suquet. „Nonlinear composites“. In: *Advances in Applied Mechanics*. Hrsg. von E. van der Giessen und T. Y. Wu. Bd. 34. Elsevier, 1997, S. 171–302 (siehe S. 32).
- [92] S. Prüger, M. Kuna, K. Nagel und H. Biermann. „Implementation of a material model for a cast TRIP-steel“. In: *Computational Plasticity XI - Fundamentals and Applications, COMPLAS XI*. 2011, S. 858–869 (siehe S. 31, 35, 37).

- [93] S. Prüger, A. Seupel und M. Kuna. „A thermomechanically coupled material model for TRIP-steel“. In: *International Journal of Plasticity* 55.0 (2014), S. 182–197 (siehe S. 31, 35).
- [94] S. Prüger. „Thermomechanische Modellierung der dehnungsinduzierten Phasenumwandlung und der asymmetrischen Verfestigung in einem TRIP-Stahlguss“. Diss. Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, 2016 (siehe S. 22, 26, 31, 126, 127).
- [95] S. Prüger, M. Kuna, S. Wolf und L. Krüger. „A Material Model for TRIP-Steels and its Application to a CrMnNi Cast Alloy“. In: *steel research international* 82.9 (2011), S. 1070–1079 (siehe S. 31).
- [96] D. Radaaj und M. Vormwald. *Ermüdungsfestigkeit*. 3. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007 (siehe S. 24).
- [97] J. Rice. „A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks“. englisch. In: *Journal of Applied Mechanics* 35 (1968), S. 379–386 (siehe S. 63).
- [98] R. Ritchie, J. Knott und J. Rice. „On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 21.6 (1973), S. 395–410 (siehe S. 53).
- [99] S. Roth. „Entwicklung und Implementierung zyklischer Kohäsivzonenmodelle zur Simulation von Werkstoffermüdung“. Diss. Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, 2015 (siehe S. 91–93).
- [100] S. Roth, G. Hütter und M. Kuna. „Simulation of fatigue crack growth with a cyclic cohesive zone model“. In: *International Journal of Fracture* 188.1 (2014), S. 23–45 (siehe S. 91–93).
- [101] M. Ryś. „Modeling of Damage Evolution and Martensitic Transformation in Austenitic Steel at Cryogenic Temperature“. In: *Archive of Mechanical Engineering* 62.4 (2015), S. 523–537 (siehe S. 27).
- [102] M. Ryś. „Constitutive Modelling of Damage Evolution and Martensitic Transformation in 316L Stainless Steel“. In: *Acta Mechanica et Automatica* 10.2 (2016), S. 125–132 (siehe S. 27).
- [103] Y. Sakuma, O. Matsumura und O. Akisue. „Influence of C Content and Annealing Temperature on Microstructure and Mechanical Properties of 400°C Transformed Steel Containing Retained Austenite“. In: *ISIJ International* 31.11 (1991), S. 1348–1353 (siehe S. 21).
- [104] K.-H. Schwalbe, I. Scheider und A. Cornec. *Guidelines for Applying Cohesive Models to the Damage Behaviour of Engineering Materials and Structures*. SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013 (siehe S. 78, 104).
- [105] K.-H. Schwalbe, A. Cornec und K. Baustian. „Application of fracture mechanics principles to austenitic steels“. In: *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 65.3 (1996), S. 193–207 (siehe S. 102).

- [106] A. Seupel und M. Kuna. „Phenomenological modeling of strain hardening, phase transformation and damage effects of TRIP-steels“. In: *Proceedings of the 14th International Conference on Computational Plasticity - Fundamentals and Applications, COMPLAS 2017*. 2017, S. 576–587 (siehe S. 126).
- [107] A. Seupel und M. Kuna. „Application of a Local Continuum Damage Model to Porous TRIP-Steel“. In: *Applied Mechanics and Materials* 784 (2015), S. 484–491 (siehe S. 110, 120, 128).
- [108] A. Seupel und M. Kuna. „Erweiterung eines duktilen Schädigungsmodells zur Beschreibung von TRIP-Stählen“. In: *47. Tagung Arbeitskreis Bruchvorgänge*. DVM-Bericht 247. 2015, S. 83–92 (siehe S. 110, 120, 128).
- [109] N. Simha, F. Fischer, G. Shan, C. Chen und O. Kolednik. „J-integral and crack driving force in elastic–plastic materials“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 56.9 (2008), S. 2876–2895 (siehe S. 64, 65, 74, 83, 84, 128).
- [110] J. Simo und T. Hughes. *Computational Inelasticity*. Bd. 7. Interdisciplinary Applied Mathematics. Springer-Verlag New York, 1998 (siehe S. 116).
- [111] S. Socrate. „Mechanics of microvoid nucleation and growth in high-strength metastable austenitic steels“. Diss. Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1995 (siehe S. 26, 54).
- [112] P. Steinmann, D. Ackermann und F. Barth. „Application of material forces to hyperelastostatic fracture mechanics. II. Computational setting“. In: *International Journal of Solids and Structures* 38 (2001), S. 5509–5526 (siehe S. 61, 70, 74, 76).
- [113] P. Steinmann. „Application of material forces to hyperelastostatic fracture mechanics. I. Continuum mechanical setting“. In: *International Journal of Solids and Structures* 37 (2000), S. 7371–7391 (siehe S. 61, 67).
- [114] R. G. Stringfellow. „Mechanics of strain-induced transformation toughening in metastable austenitic steels“. Diss. Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1990 (siehe S. 25, 26, 28, 44, 47, 54).
- [115] R. Stringfellow und D. Parks. „Strain-induced transformation toughening in metastable austenitic steels“. In: *ECF8, Torino 1990*. 1990 (siehe S. 25).
- [116] R. Stringfellow, D. Parks und G. Olson. „A constitutive model for transformation plasticity accompanying strain-induced martensitic transformations in metastable austenitic steels“. In: *Acta Metallurgica et Materialia* 40.7 (1992), S. 1703–1716 (siehe S. 25, 31).
- [117] J. Talonen, P. Aspegren und H. Hänninen. „Comparison of different methods for measuring strain induced α' -martensite content in austenitic steels“. In: *Materials Science and Technology* 20.12 (2004), S. 1506–1512 (siehe S. 108).
- [118] Y. Tomita und T. Iwamoto. „Computational prediction of deformation behavior of TRIP steels under cyclic loading“. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 43.9 (2001), S. 2017–2034 (siehe S. 27).
- [119] V. Tvergaard und J. W. Hutchinson. „Two mechanisms of ductile fracture: void by void growth versus multiple void interaction“. In: *International Journal of Solids and Structures* 39.13 (2002), S. 3581–3597 (siehe S. 57).

- [120] L. Varela und D. Spinelli. „Fatigue, monotonic and fracture toughness properties of a Cr-Mn-N steel“. In: *International Journal of Fatigue* 23.10 (2001), S. 857–863 (siehe S. 102).
- [121] S. Wolf. „Temperatur- und dehnratenabhängiges Werkstoffverhalten einer hochlegierten CrMnNi-TRIP/TWIP-Stahlgusslegierung unter einsinniger Zug- und Druckbeanspruchung“. Diss. Fakultät für Werkstoffwissenschaft und Werkstofftechnologie der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, 2012 (siehe S. 21).
- [122] M. Wolff, M. Böhm und D. Helm. „Material behavior of steel - Modeling of complex phenomena and thermodynamic consistency“. In: *International Journal of Plasticity* 24.5 (2008), S. 746–774 (siehe S. 27).
- [123] S. Yi und S. Gao. „Fracture toughening mechanism of shape memory alloys due to martensite transformation“. In: *International Journal of Solids and Structures* 37.38 (2000), S. 5315–5327 (siehe S. 26).
- [124] H. Yu und S. J. Chen. „A mixed hardening model combined with the transformation-induced plasticity effect“. In: *Journal of Manufacturing Processes* 28 (2017), S. 390–398 (siehe S. 27, 123).
- [125] H. Yuan, G. Lin und A. Cornec. „Quantifications of crack constraint effects in an austenitic steel“. English. In: *International Journal of Fracture* 71.3 (1995), S. 273–291 (siehe S. 51).
- [126] M.-X. Zhang und P. M. Kelly. „Relationship between stress-induced martensitic transformation and impact toughness in low carbon austenitic steels“. In: *Journal of Materials Science* 37.17 (2002), S. 3603–3613 (siehe S. 24, 28).
- [127] G. Ziętek und Z. Mróz. „A constitutive hardening model of coupled plastic deformation and martensitic transformation in steels“. In: *Mechanics of Materials* 100 (2016), S. 154–166 (siehe S. 27, 28, 110, 123).