$$S_{\text{экв}} = \frac{\pi h \int\limits_{r_0}^{R} \sqrt{1 + w'^2}\,dr}{\int\limits_{r_0}^{R} \frac{\sqrt{1 + w'^2}\,dr}{2r + hw'}},$$

где r – координата точки на поверхности мембраны, определяемая расстоянием между этой точкой и осью симметрии мембраны; $w(r)$ – прогиб мембраны в точке с координатой r; r_0 – радиус участка мембраны, не пронизываемого магнитным полем.

Функцию прогибов мембраны можно найти по формуле [2]

$$w(r) = w_0\left(\frac{2}{z-1}\left(\frac{r}{R}\right)^{z+1} - \frac{z+1}{z-1}\left(\frac{r}{R}\right)^2 + 1\right),$$

где параметр z зависит от давления и является корнем иррационального уравнения; w_0 – прогиб центра мембраны, определяется по значению параметра z.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Устройства** и элементы систем автоматического регулирования и управления: Техническая кибернетика. – Кн. 1: Измерительные устройства, преобразующие элементы и устройства / Под ред. В. В. Солодовникова. – М.: Машиностроение, 1973. – С. 154.

2. **Андреева Л. Е.** Упругие элементы приборов. – М.: Машгиз, 1962. – С. 247–248.

УДК 519.876

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КРУТИЛЬНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Докт. техн. наук, проф. МИКУЛИК Н. А., канд. техн. наук, доц. РЕЙЗИНА Г. Н.

Белорусский национальный технический университет

В работе рассматривается задача описания одновременно угловых и линейных перемещений, происходящих в реальных динамических системах транспортных средств (ТС). Как известно, ТС – это сложная динамическая система, состоящая из многих масс, узлов и соединений, связанных между собой. При движении этой системы происходят угловые или линейные перемещения отдельных масс или угловые и линейные перемещения масс одновременно. До настоящего времени в исследовании колебаний динамических систем ТС существовали два направления: крутильные и линейные колебания. Совместные крутильные и линейные колебания изучены слабо.

Рассмотрим совместные крутильные и линейные колебания одномассовой системы (рис. 1).

Схема является аналогом перемещения ведущего моста автомобиля. Его влияние на нагруженность трансмиссии впервые было отмечено в начале 60-х гг. прошлого столетия В. М. Семеновым.

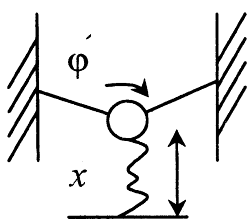

Рис. 1

Масса (рис. 1) может одновременно совершать угловые перемещения вокруг оси, перпендикулярной плоскости чертежа и проходящей через ее центр и линейные перемещения по вертикали. Так как получить зависимость между перемещениями вдоль вертикали и поворотом из-за непостоянства системы координат трудно, предлагается ввести «фиктивную» массу m_1, равную массе $m = m_1$ и соединенную с ней валом с жесткостью, равной линейной жесткости пружины c_1 (рис. 2).

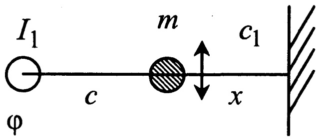

Рис. 2

То есть при одновременном угловом и линейном перемещениях систему следует рассматривать как двухмассовую, состоящую из двух элементов, один из них совершает угловое, второй – линейное перемещение. Дифференциальные уравнения собственных колебаний этой системы будут:

$$\begin{cases} I\ddot{\varphi} + c\left(\varphi - \dfrac{x}{r}\right) = 0; \\ m\ddot{x} - c(r\varphi - x) + c_1 x = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь I – момент инерции массы m; r – радиус инерции массы m; φ – угловое смещение от положения равновесия; x – линейное смещение от положения равновесия.

Если рассматривать отдельно крутильные и линейные собственные колебания системы (рис. 1), то их уравнения соответственно можно записать

$$\begin{cases} I\ddot{\varphi} + c\varphi = 0; \\ m\ddot{x} + c_1 x = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Эти уравнения являются независимыми. Из системы (1) видна зависимость уравнений системы.

Рассмотрим пятимассовую систему с реактивным звеном (рис. 3).

Здесь масса m совершает угловые φ_m и линейные перемещения x. Предполагаем, что все параметры системы приведены к одной массе.

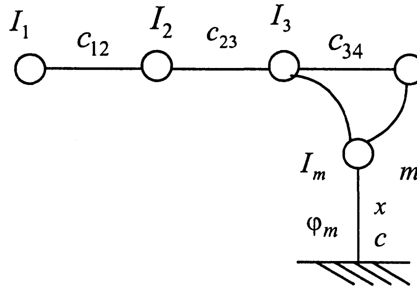

Рис. 3

Система дифференциальных уравнений, описывающая совместные угловые и линейные собственные колебания, имеет вид:

$$\begin{cases} I_1\ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = 0; \\ I_2\ddot{\varphi}_2 - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) = 0; \\ I_3\ddot{\varphi}_3 \pm c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + c_{34}(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_m) = 0; \\ I_4\ddot{\varphi}_4 - c_{34}(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_m) + c_m\left(\varphi_4 - \dfrac{x}{r}\right) = 0; \\ I_m\ddot{\varphi}_m - c_{34}(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_m) + c_m\left(\varphi_m - \dfrac{x}{r}\right) = 0; \\ m\ddot{x} - c(r\varphi_4 - x) - c_m(\varphi_m r - x) + cx = 0. \end{cases} \qquad (3)$$

Два последних уравнения (3) показывают на связь между крутильными и линейными колебаниями. Решение полученных уравнений (3) легко можно получить операционным методом с помощью пакета «Mathematica 4» или другими численными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Микулик Н. А.** Динамические системы с реактивными звеньями. – Мн.: Выш. шк., 1985.

2. **Пановко Я. Г.** Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1971.