ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 20. Выпуск 3.

УДК 536.2+539.3 DOI 10.22405/2226-8383-2019-20-3-134-142

О роли двух термодинамических постулатов в феноменологическом построении механики сплошной среды[1]

Д. В. Георгиевский

Георгиевский Дмитрий Владимирович — профессор РАН, заведующий кафедрой теории упругости механико-математического факультета, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (г. Москва).
e-mail: georgiev@mech.math.msu.su

Аннотация

Обсуждаются единая интегральная форма записи пяти постулатов механики сплошной среды, возможная непротиворечивая аксиоматика феноменологического построения четвёртого и пятого из них — законов об изменении внутренней энергии и энтропии, а также роль закона Фурье или его гиперболического обобщения в определении температуры. Показывается, что в отличие от статистического и молекулярного подходов в данном случае внутренняя энергия и энтропия индивидуального (жидкого) объёма могут быть полностью определены посредством задания своих источника, потока через границу и производства. Тем самым два термодинамических постулата выполняют роль определений. Обсуждаются энергетические сопряжённые пары величин различной физической природы и возможности расширения таблицы постулатов.

Ключевые слова: термодинамика, сплошная среда, постулат, источник величины в объёме, поток через поверхность, производство величины, внутренняя энергия, теплопередача, энтропия.

Библиография: 15 названий

Для цитирования:
Д. В. Георгиевский. О роли двух термодинамических постулатов в феноменологическом построении механики сплошной среды // Чебышевский сборник, 2019, т. 20, вып. 3, с. 134–142.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK
Vol. 20. No. 3.

UDC 536.2+539.3 DOI 10.22405/2226-8383-2019-20-3-134-142

On the role of two thermodynamic postulates in the phenomenological construction of continuum mechanics[2]

D. V. Georgievskii

Georgievskii Dmitry Vladimirovich — RAN professor, Head of the theory of elasticity chair of the mechanics-mathematical department, Lomonosov Moscow state University (Moscow).
e-mail: georgiev@mech.math.msu.su

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 18-29-10085мк, 19-01-00016а).
[2]The work was supported by RFBR (grants 18-29-10085mk, 19-01-00016a).

Abstract

A general integral form of representation of five postulates in continuum mechanics, possible noncontradictory axiomatics of phenomenological construction of the fourth and fifth of them (namely, the laws of change of the internal energy and entropy) as well as the role of the Fourier law or its hyperbolic generalization in definition of temperature, are discussed. It is shown that in contrast to the statistical and molecular approaches, in this case, the internal energy and entropy of an individual (liquid) volume can be completely defined by specifying its source, flow through the surface, and production. Thus two thermodynamic postulates serve as definitions. The energy conjugate pairs of quantities of different physical nature and the possibility of expanding the table of postulates are discussed.

Keywords: thermodynamics, continuum, postulate, source of quantity in the volume, flow of quantity through the surface, production of quantity, internal energy, heat transfer, entropy.

Bibliography: 15 titles

For citation:
D. V. Georgievskii, 2019, "On the role of two thermodynamic postulates in the phenomenological construction of continuum mechanics"// Chebyshevskiin sbornik, vol. 20, No. 3, pp. 134–142.

1. Введение

Шестая проблема Гильберта, сформулированная на II Международном конгрессе математиков в Париже в 1900 году, связана с вопросами строгой и внутренне корректной аксиоматизации физики. Степени глобальной решённости данной проблемы к концу XX века посвящены обширные дискуссии в естсетвенно-научной литературе (см., например, [1]). Важной подпроблемой, для анализа которой уже можно было бы привлечь мощный математический аппарат, является создание строгой теории предельного перехода от процессов, описывающихся на квантовом уровне, к процессам в континууме. На это можно посмотреть как на исключительно математическую проблему [2 – 4], так и на вопрос об аксимоматизации механики сплошной среды (МСС), в феноменологическом трактовании которой, вообще говоря, отсутствуют понятия атомов, молекул и т. д. Значительный вклад в этом направлении внесли создатели классических и общепризнанных в мире курсов МСС — представители московской школы Алексей Антонович Ильюшин (1911 — 1998) и Леонид Иванович Седов (1907 — 1999), ленинградской школы Анатолий Исакович Лурье (1901 — 1980) и Валентин Валентинович Новожилов (1910 — 1987), а также Клиффорд Амброуз Трусделл (1919 — 2000) и Поль Жермен (1920 — 2009).

2. Единая форма записи постулатов

Как известно, классическая механика сплошной среды аксиоматически базируется на пяти феноменологических постулатах, имеющих единую интегральную форму записи в виде законов изменения (сохранения) тех или иных термомеханических величин $A_V(t)$:

$$\frac{dA_V}{dt} = B_V + C_\Sigma + D_V \tag{2.1}$$

$$\begin{gathered} A_V(t) = \int\limits_V \rho a(\mathbf{x}, t)\, dV, \quad B_V(t) = \int\limits_V \rho b(\mathbf{x}, t)\, dV, \\ C_\Sigma(t) = \int\limits_\Sigma c(\mathbf{y}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y}, t)\, d\Sigma, \quad D_V(t) = \int\limits_V d(\mathbf{x}, t)\, dV \end{gathered} \tag{2.2}$$

	a	b	$c \cdot \mathbf{n}$	d
I	1	0	0	0
II	$\mathbf{v}$	$\mathbf{F}$	$\mathbf{P}^{(\mathbf{n})}$	0
III	$\mathbf{x} \times \mathbf{v}$	$\mathbf{x} \times \mathbf{F}$	$\mathbf{y} \times \mathbf{P}^{(\mathbf{n})}$	0
*	$\dfrac{\lvert\mathbf{v}\rvert^2}{2}$	$\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$	$\mathbf{P}^{(\mathbf{n})} \cdot \mathbf{v}$	$-\underset{\sim}{\sigma} : \underset{\sim}{v}$
IV	$\dfrac{\lvert\mathbf{v}\rvert^2}{2} + u$	$\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} + q$	$\mathbf{P}^{(\mathbf{n})} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$	0
V	s	$\dfrac{q}{T}$	$-\dfrac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}}{T}$	$\dfrac{w^*}{T} - \dfrac{\mathbf{q} \cdot \operatorname{grad} T}{T^2}$

где $\rho(\mathbf{x}, t)$ — скалярное поле объёмной плотности в точке $\mathbf{x}$ в момент времени t; $a(\mathbf{x}, t)$ — массовая плотность величины $A_V(t)$ в объёме V; $b(\mathbf{x}, t)$ — массовая плотность величины $B_V(t)$, являющейся источником A_V в V; $c(\mathbf{y}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y}, t)$ — поверхностная плотность величины $C_\Sigma(t)$ – потока A_V через границу Σ объёма V, в каждой точке которой определена единичная внешняя нормаль $\mathbf{n}$, $\mathbf{y} \in \Sigma$; $d(\mathbf{x}, t)$ — объёмная плотность величины $D_V(t)$ – производства A_V в V. В (2.2) V — произвольный конечный объём среды, в любой момент состоящий из одних и тех же лагранжевых частиц (движущийся объём неизменной массы [5; с. 52], индивидуальный объём [6; с. 124], жидкий объём [7; с. 69], подвижный лагранжев объём [8; с. 142]).

Поле $a(\mathbf{x}, t)$ может быть скалярным либо векторным, от этого зависит тензорная природа других величин, входящих в (2.1) и (2.2): $\operatorname{rang} a = \operatorname{rang} b = \operatorname{rang} c - 1 = \operatorname{rang} d$.

В таблице для каждого из пяти постулатов I – V указано, чему соответствуют введённые в (2.1) и (2.2) обозначения. Здесь $\mathbf{v}$ — скорость частиц; $\underset{\sim}{v}$ — симметричный тензор скоростей деформаций; $\underset{\sim}{\sigma}$ — симметричный тензор напряжений Коши; $\mathbf{F}$ — массовые силы; $\mathbf{P}^{(\mathbf{n})} = \underset{\sim}{\sigma} \cdot \mathbf{n}$ — поверхностные силы на Σ; q — массовая плотность источников тепла в V; $\mathbf{q}$ — вектор теплового потока; u и s — массовые плотности внутренней энергии и энтропии в V; w^* — объёмная плотность рассеивания в V; T — абсолютная температура.

Пользуясь тем, что объём V внутри среды произволен, из интегрального равенства (2.1) нетрудно вывести дифференциальное следствие

$$\rho \frac{da}{dt} = \rho b + \operatorname{Div} c + d, \quad \mathbf{x} \in V \tag{2.3}$$

Число локальных уравнений (2.3) совпадает с числом интегральных равенств (2.1).

3. Постулат IV. Закон об изменении внутренней энергии

Первые три постулата I – III — закон сохранения массы и законы изменения количества движения и момента количества движения — оперируют изотермическими величинами. Четвёртая строка таблицы, помеченная звёздочкой, соответствует интегральному утверждению, называемому теоремой о кинетической энергии, или теоремой живых сил. Обычно она записывается в конечных дифференциалах:

$$dK = \delta A^{(e)} + \delta A^{(i)} \tag{3.1}$$

$$\begin{gathered} K = \frac{1}{2} \int\limits_V \rho |\mathbf{v}|^2 \, dV, \quad \delta A^{(i)} = -\int\limits_V \underset{\sim}{\sigma} : d\underset{\sim}{\varepsilon} \, dV \\ \delta A^{(e)} = \int\limits_V \rho \mathbf{F} \cdot d\mathbf{u} \, dV + \int\limits_\Sigma \mathbf{P}^{(\mathbf{n})} \cdot d\mathbf{u} \, d\Sigma \end{gathered} \tag{3.2}$$

где K — кинетическая энергия объёма V; $\delta A^{(e)}$ — сумма изменений работ массовых и поверхностных сил на действительных перемещениях $d\mathbf{u}$; $\delta A^{(i)}$ — изменение работы внутренних сил. Если внешние нагрузки $\mathbf{F}$ и $\mathbf{P^{(n)}}$ обладают скалярными потенциалами по $\mathbf{u}$, а также для данной среды существует скалярный потенциал напряжений $\underset{\sim}{\sigma}$ по деформациям $\underset{\sim}{\varepsilon}$, то дифференциальное соотношение (3.1) допускает первый интеграл, называемый интегралом энергии.

Теорема о кинетической энергии (3.1) не является независимым постулатом (поэтому ей не присвоен отдельный номер в таблице), а представляет собой следствие постулатов I – III. Но она играет важную роль в энергетическом переходе [9] к формулировке неизотермического постулата IV — закона об изменении внутренней энергии. При таком переходе утверждается, что в изменении напряжённо-деформированного состояния среды могут участвовать тепловые эффекты, определяемые массовой плотностью $q(\mathbf{x}, t)$ источников тепла внутри объёма V и потоком тепла $(\mathbf{q}{\cdot}\mathbf{n})(\mathbf{y}, t)$ через границу Σ. Вектор теплового потока определён, вообще говоря, во всём объёме V.

Тогда строка IV таблицы образуется расширением строки $*$ следующим образом. Положим, что массовая плотность полной энергии, сосредоточенной в объёме V, складывается из слагаемого $|\mathbf{v}|^2/2$, уже присутствующего в строке $*$, и некоторой функции $u(\mathbf{x}, t)$, которой придадим смысл массовой плотности внутренней энергии. Потребуем от этой функции, чтобы: a) её источником в V были лишь источники тепла $q(\mathbf{x}, t)$; b) её потоком через Σ был лишь тепловой поток $-(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{y}, t)$ внутрь Σ; c) производство полной энергии при этом было нулевым.

В силу линейности соотношения (2.1) по a, b, c и d строки таблицы допускают линейные комбинации. Беря разность строк IV и $*$, получим локальное равенство (2.3) для функции u:

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho q - \operatorname{div} \mathbf{q} + \underset{\sim}{\sigma} : \underset{\sim}{v}, \quad \mathbf{x} \in V \tag{3.3}$$

известное как локальное уравнение энергии. Его интегральный аналог, записанный в конечных дифференциалах:

$$dU = \delta Q - \delta A^{(i)} \tag{3.4}$$

$$U = \int\limits_V \rho u \, dV, \quad \delta Q = dt\biggl(\int\limits_V \rho q \, dV - \int\limits_\Sigma \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, d\Sigma \biggr) \tag{3.5}$$

является одной из формулировок первого закона термодинамики.

Таким образом, с точки зрения аксиоматического построения строку IV естественно считать определением той новой функции, а именно массовой плотности $u(\mathbf{x}, t)$ внутренней энергии, которая появилась в ней по сравнению со строкой $*$. Эта функция как один из четырёх возможных термодинамических потенциалов (все они связаны друг с другом преобразованиями Лежандра) играет большую роль в теории определяющих соотношений термомеханики сплошной среды.

Можно предложить и другой, “зеркальный”, вариант аксиоматики, т. е. расширения строки $*$ таблицы до строки IV, при котором последняя не будет определением внутренней энергии. Для этого надо отказаться от постулирования физического смысла тепловых величин $q(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{q}(\mathbf{x}, t)$, а положить лишь, что полная энергия, что вполне разумно, должна иметь нулевое производство в любом индивидуальном (жидком) объёме. Достичь этого можно, добавив к $|\mathbf{v}|^2/2$ некоторую функцию $u(\mathbf{x}, t)$ с отличным от нуля производством, такую чтобы в последнем столбце строки IV стоял нуль. Тогда источник этой величины в объёме V и её поток через границу Σ интерпретируются как функции $q(\mathbf{x}, t)$ и $-(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{y}, t)$, о которых шла речь выше. При таком подходе строка IV превращается в определния мощности источников тепла и вектора теплового потока. Данный путь представляется альтернативным, но логически более громоздким, поскольку здесь надо устанавливать единственность[3] выбора функции u [10].

[3] Действительно, заведомо не исключено существование смежных внутренних энергий с тем же самым

4. Постулат V. Закон об изменении энтропии

Физические размерности всех величин в таблице кроме строки V выражаются в базисе $\{\mathrm{M}, \mathrm{L}, \mathrm{T}\}$. Сюда входят и феноменологические функции q и $\mathbf{q}$, описывающие чисто тепловые эффекты, но имеющие размерности $\mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-3}$ и MT^{-3} соответственно. Остановимся теперь на вариантах аксиоматики перехода от всех предыдущих строк таблицы к строке V, требующего привлечения величин с размерностями, не укладывающимися в базисе $\{\mathrm{M}, \mathrm{L}, \mathrm{T}\}$.

Положим, что вектор теплового потока для каждой выбранной среды полностью определяется заданием в V скалярного поля некоторой феноменологической функции $T(\mathbf{x}, t)$, а именно, зависит только от градиента этой функции по $\mathbf{x}$. При этом величине $T(\mathbf{x}, t)$, называемой абсолютной температурой, нельзя дать кинематически-силовое толкование в отличие, например, от самого вектора $\mathbf{q}$, т. е. её размерность не выражается степенным одночленом $\mathrm{M}^\alpha \mathrm{L}^\beta \mathrm{T}^\gamma$, как того требует теория размерностей[4], и необходимо пополнение базиса $\{\mathrm{M}, \mathrm{L}, \mathrm{T}\}$: $[T] = \mathrm{K}$.

Простейшей связью $\mathbf{q}$ и $\operatorname{grad} T$, как известно, является закон Фурье

$$\mathbf{q} = -\underset{\sim}{\Lambda} \cdot \operatorname{grad} T \tag{4.1}$$

где $\underset{\sim}{\Lambda}$ — симметричный тензор теплопроводности анизотропной среды. Для моделирования тепловых волн, распространяющихся с конечной скоростью, прибегают к гиперболическим теориям теплопроводности [11 – 14], получающимся при обобщении (4.1) в рамках аппарата векторно линейных функций от векторного вргумента:

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = -\int\limits_0^t \underset{\sim}{\Gamma}(t-\xi) \cdot (\operatorname{grad} T)(\mathbf{x}, \xi)\, d\xi \tag{4.2}$$

В частности, если ядро $\underset{\sim}{\Gamma}$ экспоненциально: $\underset{\sim}{\Gamma}(t) = (1/\tau)\underset{\sim}{\Lambda}\, \mathrm{e}^{-t/\tau}$, имеет место закон Каттанео с характерным временем релаксации τ. Закону Фурье соответствует обобщённая функция $\underset{\sim}{\Gamma}(t) = \underset{\sim}{\Lambda}\delta(t)$. Для однородной изотропной среды ($\underset{\sim}{\Lambda} = \lambda \underset{\sim}{I}$, где λ — постоянный коэффициент теплопроводности) поле вектора $\mathbf{q}$ безвихревое.

Векторные связи (4.1) или в более общем виде (4.2) обычно трактуют как определяющие соотношения теплопроводящей среды с материальными функциями $\underset{\sim}{\Gamma}$, $\underset{\sim}{\Lambda}$ и λ. Но в таких соотношениях, как и в формулировках законов, должны фигурировать физические величины, определённые ранее. Температура же T — первая при переходе от строк I – IV к V величина, в размерность которой входит K. Поэтому она никак не может быть введена на базе имеющихся в изотермической механике переменных, и к соотношениям (4.1) и (4.2) можно подходить как к феноменологическому определению T: это скалярная функция в V, градиент которой связан с уже известным из строки IV вектором $\mathbf{q}$ именно таким образом (в простейшем случае противонаправлен $\mathbf{q}$).

Появление температуры приводит к необходимости введения энергетически сопряжённой к ней скалярной величины такого же немеханического содержания — массовой плотности энтропии $s(\mathbf{x}, t)$ — и образования наряду с тензорной парой $(\underset{\sim}{\sigma}, \underset{\sim}{\varepsilon})$ другой, скалярной, пары (s, T) термодинамических параметров состояния, один из которых описывает процесс, совершаемый в объёме V среды, а другой отклик среды на этот процесс [5, 15]. Ни плотность $s(\mathbf{x}, t)$,

производством, но источник и поток через границу которых обусловлен не тепловыми эффектами, а например, электромагнитными или активно исследуемыми в последнее время с точки зрения математического моделирования биологическими и информационными факторами.

[4] Заметим, что здесь речь идёт о феноменологическом введении температуры. В статистическом и молекулярном описании, где распространение тепла — результат столкновительной передачи кинетической энергии от быстро движущихся молекул к медленным, включения дополнительной переменной в базис $\{\mathrm{M}, \mathrm{L}, \mathrm{T}\}$ можно избежать. В модели же сплошной среды понятие “молекула” отсутствует.

ни энтропия $S = \int_V \rho s\, dV$ всего объёма ненаблюдаемы и неизмеримы каким-либо прибором в эксперименте, они носят вспомогательный характер.

Проще определить энтропию s не строкой V таблицы, а локальным уравнением (2.3):

$$\rho T ds = \rho q\, dt - (\operatorname{div}\mathbf{q})\, dt + w^* dt, \quad \mathbf{x} \in V \tag{4.3}$$

в одной из частей которого обязательно должно стоять “энергетическое” произведение Tds, размерность которого можно выразить в базисе $\{\mathrm{M}, \mathrm{L}, \mathrm{T}\}$, а в другой его расшифровку — разбиение на сумму источникового, потокового слагаемых и производства, несущее смысл определения. Необходимость из соображений размерности писать локальное уравнение именно для произведения Tds, а не отдельно для ds, влечёт появление интегрирующего множителя $1/T$. Деля обе части соотношения (4.3) на Tdt и интегрируя по V, придём к строке V таблицы — закону об изменении энтропии. Множитель $1/T$ при интегрировании по частям приводит к возникновению слагаемого $-(\mathbf{q}\cdot\operatorname{grad} T)/T^2$ в производстве энтропии. Даже если среда обратима, т. е. $w^* \equiv 0$, производство энтропии может быть ненулевым.

Принцип неубывания энтропии в изолированной системе, выдвинутый в конце XIX века Р.Клаузиусом и Л.Больцманом и составляющий физический смысл второго закона термодинамики, применительно к рассматриваемому индивидуальному объёму V формулируется так. Если $q|_V = 0$ и $(\mathbf{q}\cdot\mathbf{n})_\Sigma = 0$, то

$$\int\limits_V \left(\frac{w^*}{T} - \frac{\mathbf{q}\cdot\operatorname{grad} T}{T^2}\right) dV \geqslant 0 \tag{4.4}$$

В силу произвольности V неравенство (4.4) эквивалентно неотрицательности подынтегрального выражения в каждой точке $\mathbf{x} \in V$. Подставляя сюда, например, закон Фурье (4.1), получим неравенство для квадратичной формы:

$$\operatorname{grad} T \cdot \underset{\sim}{\Lambda} \cdot \operatorname{grad} T \geqslant -Tw^*, \quad \mathbf{x} \in V \tag{4.5}$$

В случае $w^* \equiv 0$ неубывание энтропии равносильно положительной определённости тензора теплопроводности $\underset{\sim}{\Lambda}$ (положительности коэффициента λ в изотропной среде).

Таким образом, с точки зрения феноменологического построения аксиоматики к двум термодинамическим постулатам и соотношению, связывающему вектор теплового потока с градиентом температуры, можно подходить как к определениям внутренней энергии, энтропии и изменения температуры. Это не противоречит тому, что локальные уравнения энергии (3.3), энтропии (4.3), а также закон Фурье (4.1) или его гиперболические обобщения типа (4.2) присутствуют в замкнутых системах уравнений. Ведь помимо них в эти же системы входят определяющие соотношения среды, конкретизирующие зависимость функции u как термодинамического потенциала (или другого потенциала, например, свободной энергии $u - Ts$) от своих независимых параметров состояния.

Попытка избежать трактовки данных законов как определений обычно приводит к следующим формулировкам: “Существует некоторая величина такая, что ...”. Но подобные утверждения имеют полностью описательный характер данной величины, а не постулирующий существование, т. е. являются определениями. Сказанное относится не только к термодинамике. Так, например, утверждение “Существуют инерциальные системы отсчёта, в которых тело, не подверженное действию силы, покоится либо движется прямолинейно и равномерно” — по сути определение инерциальной системы отсчёта, а не условий её существования.

5. Заключение

Теория определяющих соотношений механики сплошной среды оперирует энергетически сопряжёнными парами, такими как $(\underset{\sim}{\sigma}, \underset{\sim}{\varepsilon})$ и (s, T). Одна из величин, входящих в каждую пару, трактуется как независимый параметр состояния, от которого зависит определённый термодинамический потенциал, например, внутренняя энергия $u(\underset{\sim}{\varepsilon}, s)$. Полагается, что эта величина пары задаёт процесс в среде. Вторая же величина в каждой паре, представляющая собой тензор того же ранга, что и первая, (для функции u это тензор напряжений $\underset{\sim}{\sigma}$ и температура T) имеет смысл отклика среды на данный процесс и конкретизируется определяющими соотношениями среды [1, 11]. В этих соотношениях присутствуют материальные функции — экспериментально получаемые функции координат и времени (в частности, материальные константы), характеризующие именно выбранную среду в том или ином классе определяющих соотношений.

Физические размерности величин из разных энергетически сопряжённых пар выражаются, вообще говоря, в различных размерных базисах, что указывает на их разную природу — механическую, тепловую и т. д. — и несводимость друг к другу.

Если термодинамический потенциал таков, что определяющие соотношения выражают какую-то из зависимых величин не только через независимую из этой же пары, но и через независимые параметры других пар, то модель среды является связанной и более сложной для исследования.

Введение в математическую модель взаимодействия новой, не учитываемой ранее, природы предполагает следующее.

1. Пополнение в строке IV таблицы источникового и потокового столбцов слагаемыми, связанными с изменением внутренней энергии вследствие нового вида взаимодействия (при этом производство полной энергии, по-прежнему, равно нулю), что означает придание физического смысла и математизацию новых массовой плотности источников в V и поверхностной плотности потока через Σ.

2. Предъявление энергетически сопряжённой пары новых характеризующих данное взаимодействие величин, которые нельзя свести или выразить через имеющиеся, и расширение мультипликативного базиса размерностей.

3. Формулировка аналога постулата V, определяющего источник, поток и производство одной из присутствующих в новой паре величин.

4. Придание внутренней энергии u или какому-либо смежному потенциалу новой независимой переменной и получение определяющих соотношений, связывающих зависимые параметры в каждой из имеющихся в модели пар с независимыми.

5. Создание (по крайней мере, виртуальное) установочных экспериментов для нахождения материальных функций, входящих в упомянутые ранее определяющие соотношения, в том числе материальных функций, характеризующих связанные эффекты.

Такой жёсткой системе требований помимо рассмотренных выше чисто механических и термических взаимодействий в настоящее время удовлетворяют лишь электромагнитные с энергетически сопряжённой парой $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$, где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — векторы напряжённости электрического и магнитного полей. Соответственно этому на протяжении последних двух веков сформировались три дисциплины — изотермическая механика сплошной среды, феноменологическая термодинамика и электромагнетизм, а также их различные связанные варианты. Следующим в этом ряду, вероятно, станет учёт химических и биологических взаимодействий, что означает прежде всего математизацию химической и биоэнергии.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Corry L. David Hilbert and the axiomatization of physics (1894—1905) // Arch. Hist. Exact Sci. 1997. V. 51. No. 2. P. 83–198.

2. Saint-Raymond L. Hydrodynamic limits of the Boltzmann equation // Lecture Notes in Mathematics. Berlin: Springer-Verlag, 2009. V. 1971.

3. Slemrod M. From Boltzmann to Euler: Hilbert's 6th problem revisited // Comput. Math. Appl. 2013. V. 65. No. 10. P. 1497–1501.

4. Gorban A. N., Karlin I. Hilbert's 6th Problem: exact and approximate hydrodynamic manifolds for kinetic equations // Bull. Amer. Math. Soc. 2014. V. 51. No. 2. P. 186–246.

5. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: ЛЕНАНД, 2014. 320 с.

6. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. СПб.: Лань, 2004. 640 с.

7. Победря Б. Е., Георгиевский Д. В. Основы механики сплошной среды. М.: Физматлит, 2006. 272 с.

8. Нигматулин Р. И. Механика сплошной среды. М: ГЭОТАР-Медиа, 2014. 528 с.

9. Pobedria B. E., Georgievskii D. V. Two thermodynamical laws as the forth and the fifth integral postulates of continuum mechanics // Adv. in Dynamical Systems and Control. Ser. Studies in Systems, Decision and Control. 2016. V. 69. P. 317–325.

10. Kondepudi D., Prigogine I. Modern Thermodynamics. From Heat Engines to Dissipative Structures. Chichester: Jonh Sons, 2000.

11. Соболев С. Л. Локально-неравновесные модели процессов переноса // Успехи физ. наук. 1997. Т. 167. № 10. С. 1095–1106.

12. Костановский А. В., Костановская М. Е. Критерий применения параболического уравнения теплопроводности // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. № 12. С. 6–11.

13. Белов П. А., Лурье С. А. Идеальная несимметричная 4D среда как модель обратимой динамической термоупругости // Изв. РАН. МТТ. 2012. № 5. С. 108–120.

14. Витохин Е. Ю., Бабенков М. Б. Численное и аналитическое исследование распространения термоупругих волн в среде с учётом релаксации теплового потока // Прикл. мех. и техн. физика. 2016. Т. 57. № 3. С. 171–185.

15. Бровко Г. Л. Определяющие соотношения механики сплошной среды. М.: Наука, 2017. 432 с.

REFERENCES

1. Corry L., 1997, "David Hilbert and the axiomatization of physics (1894—1905) *Arch. Hist. Exact Sci.* vol. 51. no. 2. pp. 83–198.

2. Saint-Raymond L., 2009, "Hydrodynamic limits of the Boltzmann equation *Lecture Notes in Mathematics.* Berlin: Springer-Verlag, vol. 1971.

3. Slemrod M., 2013, "From Boltzmann to Euler: Hilbert's 6th problem revisited *Comput. Math. Appl.* vol. 65. no. 10. pp. 1497–1501.

4. Gorban A. N., Karlin I., 2014, "Hilbert's 6th Problem: exact and approximate hydrodynamic manifolds for kinetic equations *Bull. Amer. Math. Soc.* vol. 51. no. 2. pp. 186–246.

5. Ilyushin A. A., 2014, "Mechanics of Continuum Moscow: LENAND, 320 p. (in Russian)

6. Sedov L. I., 2014, "Mechanics of Continuum vol. 1. Saint-Petersburg: Lan, 640 p. (in Russian)

7. Pobedria B. E., Georgievskii D.V., 2006, "Foundations of Mechanics of Continuum Moscow: Fizmatlit, 272 p. (in Russian)

8. Nigmatulin R. I., 2014, "Mechanics of Continuum Moscow: GEOTAR-Media, 528 p. (in Russian)

9. Pobedria B. E., Georgievskii D. V., 2016, "Two thermodynamical laws as the forth and the fifth integral postulates of continuum mechanics *Adv. in Dynamical Systems and Control. Ser. Studies in Systems, Decision and Control.* vol. 69. pp. 317–325.

10. Kondepudi D., Prigogine I., 2000, "Modern Thermodynamics. From Heat Engines to Dissipative Structures."Chichester: Jonh Sons.

11. Sobolev S. L., 1997, "Local non-equilibrium transport models *Physics – Uspekhi.* vol. 40. no. 10. pp. 1043–1053.

12. Kostanovskii A. V., Kostanovskaya M. E., 2008, "Determination of the limit of applicability of the parabolic equation of heat conduction *Measurement Techniques.* vol. 51. no. 6. pp. 642–648.

13. Belov P. A., Lurie S. A., 2012, "Ideal nonsymmetric 4D-medium as a model of invertible dynamic thermoelasticity *Mechanics of Solids.* no. 5. pp. 580–590.

14. Vitokhin E. Yu., Babenkov M. B., 2016, "Numerical and analytical study of the propagation of thermoelastic waves in a medium with heat-flux relaxation *J. Appl. Mech. and Techn. Phys.* vol. 57. no. 3. pp. 537–549.

15. Brovko G. L., 2017, "Constitutive Relations in Mechanics of Continuum Moscow: Nauka, 432 p. (in Russian)

Получено 4.10.2019 г.
Принято в печать 12.11.2019 г.