設備費用に対するジャンプショックの計測
―Microsoft の Risk Map における η 効果，λ 効果―

熊谷　善彰・藤原　浩一

概要

設備交換問題についてこれまでのリアル・オプション分析では費用発生要因として内生劣化現象を基礎にモデル化してきた。本稿では外生的ショック要因を考慮した設備交換モデルを考察する。Microsoft のリスクマップとジャンプモデル，確定モデルを結びつけ，η 効果，λ 効果を提示，シャドーコストを概念定義し，不確実性が存在する場合の潜在的なリスクコストを計算する方法を示す。

1　イントロダクション

設備は，人的資源と並び企業経営にとって企業価値創造の源泉であり活動の命綱である。設備の内部的破壊，例えば故障や事故などにともなう費用上昇が生じるのはもちろん，さらに外部で発生するショックにより設備維持費用の唐突な上昇が生じる現実がある。

設備に関する理論的観点からの考察として，McDonald and Siegel[6]，Dixit and Piyndic[2] らによるリアル・オプション理論を基礎とした「設備交換（取替）問題」がある。リアル・オプション理論を基礎に Mauer and Ott[5] は旧設備の処理費用と新規設備の投資費用の関係について，設備の経年劣化等に伴う変動について数理モデルを想定，最適設備取替時期などの計算理論を示した[1]。また Dobbs[3] は設備の残存価値を前提に最適取替水準を議論，董[12] では不確実性がない場合とある場合についてそれぞれ指数関数，幾何ブラウン運動，ジャンプ過程に従う費用モデルを提示，最適取替水準，最適交換タイミング，費用の期待現在価値を計算している。

以上，従来のモデルでは設備の交換費用が内生的要因により変化すると想定される。確かに設備の経年劣化などは指数関数に従う設備そのものから生じる内生的物理現象であると言える。また費用のジャンプ的変化のモデル化は設備の故障発生など現実の現象を捉えている側面がある。本稿では設備費用が設備そのものから生じることを想定する設備交換問題の理論モデルを「費用の内生変化モデル」と呼ぶことにする。

しかし内生変化モデルの多くは費用がなぜ幾何ブラウン過程に従うのか，明確な物理的視点からの根拠は示されずに理論構築されている。ここで指摘されるべきは設備費用変化の原因としての外生要因の存在である。設備運用・維持費用に最も大きな影響を与える要因として洪水，地震，台風などの自然現象が存在する。特に地震の発生は企業設備に唐突かつ甚大なショックを与える。地震の程度と立地により，全壊に近い被害を企業設備にもたらすことがあり，場合によっては新たな設備投資を企業に強いることがある。

自然現象はすべての企業活動，企業設備にとって完全な外生要因である。地震などは予測不可能ゆえに企業設備に物理的，費用的に唐突な衝撃を与える性質を持っている。資産価値の急激な変動は発生要因の内外に関係なく企業経営にとって致命的である。設備投資の方向性が企業価値を決める以上，工場設備だけではなく本社，営業所，店舗の毀損など，設備費用に影響する外生要因を従来のリアル・オプション理論を基礎とした設備交換問題に取り込み考察する価値がある[2]。

しかしさらに考察すべき問題がある。もし経営者ないし事業責任者が多数あるリスクファクターのうち設備に影響を与える要因を考慮せず，リスクが設備に与えるインパクトを考慮しなかった場合，企業はどのような費用を負担することになるのか，という問題である。事業責任者がリスク・インパクトを考慮しなければ，企業が将来負担すべき費用の大きさを過小評価しており，考慮していないこと自体が企業のマネジメントに瑕疵があると言わざるをえない。本稿の問題意識として明らかにしたいのは，リスクがあるにもかかわらず，リスクの存在を無視して設備投資を考えるこのような企業行動の持つリスクである。

そこで本稿では事業責任者が気がつかないまたは認知していないリスクを「シャドーリスク」，本来存在しているまたは前提とすべきリスクが実際の現象として顕在化することで発生する費用を「シャドーコスト」と呼ぶことにし，シャドーコストの計算理論を考えることを目的としたい。

以上の問題意識に従い，本稿は以下の通りに構成される。第2節では，Microsoft のリスクマップに不確実性の存在しないゼロ象限を加えた「修正 Risk Map」を提案，続く理論モデルの思考の基礎を与える。第3節で，設備費用の確実性モデルと不確実性モデルとしてのジャンプモデルを定義，設備費用の計算数理を示す。第4節では経営者のリスク錯誤，潜在取替コスト（シャドーコスト）の計測結果を示す。結語において今後の課題としてリスクマップの持つ「頻度」の次元を考慮したモデルを考察すべきことを指摘する。

2　リスクマップと確率過程の関係

他企業や他産業で生じたイノベーション，自然要因としての地震，天候要因，政治要因など，企業の経営環境には外生的ショックがある。特に設備の維持費用には通常の設備使用に伴う経年劣化等内部要因の他に，外生的現象にも設備の維持費用を変化させる要因が存在している。

企業の内生・外生的リスクファクターを企業が一元管理する手法として，Microsoft が考案したリスクマップがある。以下 Microsoft のリスクマップを基礎にリスクファクターと企業経営に対す

	H	7	8	9
Impact	M	4	5	6
	L	1	2	3
		L	M	H
			Frequency	

図 1　Microsoft Risk Map

るインパクトの関係を整理，続く議論の土台となる「修正 Risk Map」を本節で提示する[3]。

2.1　Microsoft の Risk Map

Microsoft のリスクマップは頻度（Frequency）を横軸に，リスクが顕在化した場合の企業へのインパクト（Impact）を縦軸とし，図 1 の構造を持つ。図中の L，M，H は頻度とインパクトの大きさについて低い，中位，高いを表す。頻度およびインパクト，それぞれ 3 種類ずつの組み合わせにより 9 種類の象限が定義でき，それぞれの象限に 1 から 9 の番号を割り当てた[4]。

このうち本稿で着目すべきは第 7 ～ 9 象限である。特に地震などのように発生頻度は低いが一度発生すると甚大な影響をもたらすリスクファクターは，内生・外生要因問わず第 7 象限にプロットされる。第 7 象限の現象は唐突に発生し，大きな被害を与え，結果として企業の設備費用，企業価値に唐突なジャンプを引き起こす。

Microsoft のリスクマップに，例えば発生頻度にポアソン分布，インパクトの程度に指数分布などの確率モデルを想定することで，リスク・ショックの数値的計測の基礎が得られる。各象限に配置されたリスクファクターが企業のリスク費用に与える計算数理が存在すれば，リスクが企業経営に与える影響を分析できよう。

以上のように考えればリスクマップを通じて企業経営者が考慮すべきリスクファクターが分類でき，かつ顕在化したリスクが企業経営に与えるインパクトを数理的視点で考察する土台を提供しうる。

2.2　修正 Risk Map

Microsoft のリスクマップはリスクファクターをプロットするためのものであり，当然企業経営にインパクトを与えないファクターはプロットされない。本稿において次節でリスクが存在しない場合の理論モデルを検討する。そのため本稿では“リスクインパクトがない行”を追加した「修正 Risk Map」を提示，経年劣化等，予測可能な内生的負担増の現象をプロットする象限を追加，続く議論の土台としたい。

前項のリスクマップにインパクトがない行を加えたものが図 2 である。図 2 では No Risk の意味で N とした行を追加,「第 0 象限」と呼ぶことにする。第 0 象限の事象はどのような頻度で生じても，設備に対するインパクトは生じない事象がプロットされる。第 0 象限における費用発生現象は，指

Impact	H	7	8	9
	M	4	5	6
	L	1	2	3
	N	0	0	0
		L	M	H
			Frequency	

図 2　修正 Risk Map

数的経年劣化要因のみによって生じ，唐突な故障や事故は存在しない現象に相当する。故障，事故，自然現象など，費用の発生要因の内外に関係なく設備コストを予想できずに生じさせる要因はすべてリスクファクターであり，1 から 9 の象限のいずれかにプロットされる。

以上のような無リスクのゼロ象限を含む修正 Risk Map を基礎とすれば，内外様々なリスクファクターに，リスクモデルと，無リスクモデルを統合的に対応づけられる。例えば第 7，8，9 象限には費用等のハイジャンプが，第 4，5，6 象限にはミドルジャンプの理論モデルが対応する。第 0 象限は不確実性が存在していない，すなわち事象の出現頻度に関係なくリスクコストが発生しない理論モデルが対応する。例えば伝統的 DCF 法や確定的費用発生モデルはゼロ象限のモデルである。

以上の修正 Risk Map に企業が考慮すべきリスクファクターをすべてプロットし，その上で無リスクモデルとリアル・オプションにおける設備投資問題のモデルなどのリスクモデルを対応づけることが可能となる。

3　設備交換費用の計算モデル

本節では不確実性が存在しない費用確定的内生コスト発生モデルと外生要因により発生するコストを考慮したジャンプモデルについて検討する。確実性下の理論モデルを Model1，不確実性が存在する世界の理論モデルを Model2 とし，事業者がリスクを認知していない場合に生じうるコスト，すなわち次節において議論するシャドーコストを計測する理論の基礎となるフレームワークを本節では考察する。

3.1　No Risk モデル

Model1 では設備に故障などの内生的ショックおよび唐突な自然災害等による外生的ショックは生じないと想定する。設備費用は設備の内生的劣化のみから生じ，設備の費用増加は指数関数に従うものとする。

$$x(t) = x_0 e^{\mu t} \tag{1}$$

確実性下の事業者は指数関数の形状に従う予想可能な劣化情報を有しており，定期的に設備交換

を行うものとする。一定期間をTとすれば設備交換までの設備の維持費用の割引現在価値は次式になる。

$$\int_0^T x(t)e^{-rt}dt = \frac{1}{\mu - r}\left(e^{(\mu-r)T} - 1\right)x_0 \tag{2}$$

(2) 式，右辺の結果に交換コストIを加えることで，一定期間Tの内にかかる交換総費用Vの割引現在価値が求められる。

$$\beta\left(e^{(\mu-r)T} - 1\right)x_0 + I \tag{3}$$

ここで，

$$\beta = \frac{1}{\mu - r}$$

である。

確実性下の世界での事業者は一定期間Tごとに設備交換を繰り返す。交換後はまた新たに (1) 式に従い費用の増大が起こる。例えば2期であれば総費用は各期の割引率を考慮した2期の和となる。

$$\left[\beta\left(e^{(\mu-r)T} - 1\right)x_0 + I\right] + e^{-r\,T}\left[\beta\left(e^{(\mu-r)T} - 1\right)x_0 + I\right]$$

交換回数をnとする。設備交換に必要な総費用は，無限大の交換回数を想定し等比数列の和として次式の形の割引現在価値として計算できる。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[\beta\left(e^{(\mu-r)T} - 1\right)x_0 + I\right]e^{-r(n-1)T} = \frac{1}{1 - e^{-rT}}\left[\beta\left(e^{(\mu-r)T} - 1\right)x_0 + I\right]$$

右辺の収束値を$V_1(T)$とすれば，これより取替期間Tに対する総費用の割引現在価値の計算式が定義される。

$$V_1(T) = \frac{1}{1 - e^{-rT}}\left[\beta\left(e^{(\mu-r)T} - 1\right)x_0 + I\right] \tag{4}$$

(4) 式は取替期間Tの関数であり，Tの大きさにより値が変わる。総費用を最小化する設備交換の最適期間T^*は，費用最小化条件$dV_1/dT = 0$から求められる。

$$\frac{dV_1(T)}{dT} = x_0 e^{\mu T}\left(1 - e^{-rT}\right) - \left[x_0\beta\left(e^{(\mu-r)T} - 1\right) + I\right] r = 0 \tag{5}$$

（5）式から計算された最適期間T^*を次式に代入すれば最適時点における費用x_1^*が求まる。

$$x_1^* = x_0 e^{\mu T^*}$$

x_1^*を総費用の閾値と呼ぶが，最適期間T^*と費用の閾値x_1^*の間に次式が成立する。

$$e^{-\mu T^*} = x_0/x_1^* \tag{6}$$

ここで$e^{-rT} = (e^{-\mu T})^{r/\mu}$と変形し，（6）式の関係を代入すれば最適時間$T^*$と閾値$x_1^*$の間に次の関係式が得られる。

$$e^{-rT^*} = (x_0/x_1^*)^{r/\mu} \tag{7}$$

（7）式を（4）式に代入し整理することで閾値x_1^*から設備交換の総費用$V_1(x_1^*)$の割引現在価値を計算する式が求められる[5]。

$$V_1(x_1^*) = \frac{1}{1-(x_0/x_1^*)^{r/\mu}}\left[\frac{x_1^*(x_0/x_1^*)^{r/\mu} - x_0}{\mu - r} + I\right] \tag{8}$$

3.2　リスクモデル

次に地震等外生的ショックが存在する場合をモデル化する[6]。設備費用を確率過程$X(t)$とし，次式で定義する。

$$X(t) = x_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W(t)} \tag{9}$$

ここで$W(t)$は標準ウィナー過程であり，$\sigma > 0$で一定値とする。内外の不規則な影響を$W(t)$で表現する。大きな外生的ショックによる設備交換費用のジャンプ現象については指数分布に従う確率変数Yを導入，次式でモデル化する。

$$Y \cdot X(t) \tag{10}$$

確率変数Yは$y = \ln(Y)$とし，次の指数分布の確率密度関数を持つものとする。

$$f(y) = \eta e^{-\eta y} \tag{11}$$

ここで$Y > 1$，すなわち費用の上方ジャンプのみを想定する。$E[Y] = \eta/(\eta - 1)$であるから，ηが大きいほどジャンプ幅が大きなショックの出現確率が小さくなる。またジャンプそのものの

発生は強度λのポアソン過程に従うものと考える。ここで $X(t)$ が Lévy 過程であることに注意すれば，$E[(X(t))^z|X(0)=1]=e^{\psi(z)t}$ を成立させる Lévy ベキ指数 $\psi(z)$ が存在し，次式で表されることがわかる[7]。

$$\psi(z)=\frac{1}{2}\sigma^2 z(z-1)+\mu z+\lambda\left(\frac{\eta}{\eta-z}-1\right) \tag{12}$$

$X(t)$ をxとしてベルマン方程式を構成し，費用がジャンプを含む場合の総費用の現在価値の方程式を得る。添字はモデル 2 の費用であることを示す。

$$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 V_2''(x)+\mu V_2'(x)+\lambda E\left[V_2(Yx)-V_2(x)\right]+x=rV_2(x) \tag{13}$$

$\psi(z)=r$の正の解をα，βとし

$$V_2(x)=\begin{cases} cx\ +Ax^\alpha+Bx^\beta & x<x_2 \\ cx_0+Ax_0^\alpha+Bx_0^\beta+I & x\geq x_2 \end{cases} \tag{14}$$

とおくと（13）式より，

$$c\ =\frac{1}{r-\psi(1)} \tag{15}$$

が導かれる。閾値x_2とパラメタA，Bは次の 3 元連立方程式の解として計算される。

$$\begin{aligned} c\left(\frac{\eta}{\eta-1}\right)x_2+\left(\frac{\eta}{\eta-\alpha}\right)Ax_2^\alpha+\left(\frac{\eta}{\eta-\beta}\right)Bx_2^\beta &= cx_0+Ax_0^\alpha+Bx_0^\beta+I \\ cx_2+Ax_2^\alpha+Bx_2^\beta &= cx_0+Ax_0^\alpha+Bx_0^\beta+I \\ cx_2+\alpha Ax_2^\alpha+\beta Bx_2^\beta &= 0 \end{aligned}$$

計算数値の相対比較を容易にするために初期条件$x_0=1$として定数部分を書き直すと以下のシンプルな方程式体系が得られる。

$$\begin{aligned} c\gamma x_2+\delta Ax_2^\alpha+\kappa Bx_2^\beta &= c+A+B+I \\ cx_2+Ax_2^\alpha+Bx_2^\beta &= c+A+B+I \\ cx_2+\alpha Ax_2^\alpha+\beta Bx_2^\beta &= 0 \end{aligned} \tag{16}$$

ここで係数γ，δ，κ は次の通りである。

$$\gamma=\frac{\eta}{\eta-1},\ \delta=\frac{\eta}{\eta-\alpha},\ \kappa=\frac{\eta}{\eta-\beta} \tag{17}$$

求められた閾値x_2^*およびパラメタA, B, c，α，βを（15）式に代入することで，ジャンプリスクを織り込んだ閾値x_2^*に対する設備交換の総費用の割引現在価値を次式で求めることができる。

$$V_2(x_2^*) = \frac{x_2^*}{r-\psi(1)} + Ax_2^{*\alpha} + Bx_2^{*\beta} \tag{18}$$

3.3 η 効果，λ 効果

ここで未知数を計算する前提となる係数c，γ，δ，κが，指数分布の形状を決定するパラメタηを中心に構成されていることに注意されたい。Lévyのベキ指数についても，$z=1$とすれば次式になる。

$$\psi(1) = \mu + \lambda\left(\frac{\eta}{\eta-1} - 1\right)$$

したがって指数分布の形がA，Bおよび閾値x_2^*の計算結果に強く影響することがわかる。リスク強度ηの影響を取り込んだ閾値x_2^*の大きさは，指数分布の強度ηの関数と解釈できる[8]。

$$x_2^* = f(\eta, \lambda) \tag{19}$$

ここでパラメタηとλが，最適閾値x_2^*を経由してV_2を決定するのであれば，ηとλを独立変数としてV_2の偏微分係数として影響の大きさを定義しうる[9]。

$$\eta\,\text{効果} = -\frac{\partial V_2}{\partial \eta} \tag{20}$$

$$\lambda\,\text{効果} = \frac{\partial V_2}{\partial \lambda} \tag{21}$$

このようにηとλは設備交換の割引期待現在価値への影響を与えることがわかる。これらリスク・インパクトの大きさを決定するパラメタの重要性からリスク水準に対する「η効果」，またポアソン過程のλによって決まる頻度の影響を「λ効果」と呼ぶことにする。

4 シミュレーション結果：シャドーコストの計測

4.1 Model1 および Model2 による $V_1(x_1^*)$，$V_2(x_2^*)$ の計算結果

前節で議論した通り，指数分布，ポアソン分布のパラメタ，ηとλは，ジャンプモデルを通じてリスクコストの大きさに影響する。η，λが設備の交換費用の閾値および期待総費用の現在価値に影響を与えるということはすなわち，リスクが顕在化したときに設備コストにどの程度のインパクトを与えるかの指標である。ηとλ，それぞれのパラメタはリスクマップ上に次の図3のように対応づけられる。

Impact	↑	H	7	8	9	
	η効果	M	4	5	6	→ Model 2
	↑	L	1	2	3	
		N	0	0	0	→ Model 2
			L	M	H	
			→	Frequency	→	

図 3　修正 Risk Map

表 1　修正 Risk Map

	$\eta=$ 1.50	H	193.75	215.93	376.56
Impact	$\eta=$ 2.43	M	187.16	202.79	315.93
	$\eta=11.00$	L	175.28	179.46	211.44
		N		184.47	
			L	M	H
			$\lambda=0.1$	$\lambda=0.2$	$\lambda=1.0$
				Frequency	

Microsoft のリスクマップ上の縦軸はηに，横軸はλに対応すると解釈できる。第 0 象限には前節の Model1 が対応する。また第 1 ～ 9 象限には Model2 が対応する。同象限の総費用の割引現在価値および閾値は Model2 におけるηとλの組み合わせで計算できる。

4.1.1　計算結果

では，具体的に設備交換費用はどのような数値になるのか，Model1 および Model2 による $V_1(x_1^*)$，$V_2(x_2^*)$ の計算結果を示す。結果の相対比較を直感的かつ容易にするため$x_0=1$，$I=50$ とおいた。λは 0.1，0.2，1.0，ηは 1.50，2.43，11.00 を設定，リスクマップに対応する 9 種類の総費用の割引期待現在価値を計算した。得られた計算結果をリスクマップにプロットしたものが次の表 1 である[10]。

第 1 象限の計算結果，175.28 はすべての象限の中で最小値であり，かつ第 0 象限 184.47 の値よりも小さい。これは費用変動が確率過程に従うと想定した場合，必ずしも費用が上昇するとは限らないためである。確実性下の Model1 では費用は確実に上昇するが，不確実な世界の Model2 においては費用が確率的に比較的低いまま推移する可能性を含む。そのため理論計算上，総費用の割引期待現在価値が確実性下の数値よりも低くなる場合がある[11]。

4.1.2　η効果とλ効果

次にηの大きさがどの程度，設備交換の割引期待現在価値に影響するのか，検証する。まずηに対する閾値x_2^*および設備交換の割引期待現在価値 $V_2^i(x_2^*)$ の計算結果は表 2 の通りである。

表 2　Model 2：ηに対する設備交換の割引期待現在価値

リスクインパクト	L（1）	M（4）	H（7）
η	11.00	2.43	1.50
x_2^*	9.69	10.33	10.69
$V(x_2^*)$	175.28	187.16	193.75

$\lambda = 0.1, r = 0.05, \mu = 0.2, \sigma = 0.2$

表 3　Model2：λに対する設備交換の割引期待現在価値

頻度インパクト	L（7）	M（8）	H（9）
λ	0.10	0.20	1.00
x_2^*	10.69	11.86	20.31
$V(x_2^*)$	193.75	215.93	376.56

$\eta = 1.50, r = 0.05, \mu = 0.2, \sigma = 0.2$

例えば第 1 象限と第 7 象限の間に生じるη効果は（20）式の近似として，

$$\eta\,効果 = \frac{-(193.75 - 175.28)}{1.5 - 11.0} = 1.94$$

として計算できる。つまりηが 1 単位変動すると割引期待現在価値は約 2 単位上昇する。

次にλ効果の計算例を示す。$\eta = 1.50$に対して$\lambda = 0.2$とし計算した結果は表 3 になる。例えば第 9 象限と第 7 象限の間に生じるλ効果はη効果と同様に，

$$\lambda\,効果 = \frac{376.56 - 193.75}{1.0 - 0.1} = 203.12$$

として計算できる。つまりλが 1 単位変動すると割引期待現在価値は約 200 単位上昇する。

以上の通りη効果は割引期待現在価値に対するリスクインパクトの程度の大きさを，λ効果は頻度の影響度を計測する尺度となる。

4.2　シャドーコスト：リスク認識錯誤による企業の負担費用

η効果とλ効果の存在を基礎に，本来リスクが存在しているにもかかわらず，事業責任者がリスク認識をしないことでどの程度リスクの潜在コスト，すなわちシャドーコストが生じるのか，理論上，計算できるようになる。まずシャドー・コストεを次式で定義する。

$$\varepsilon \quad = \quad V_2^i(x_2^*) - V_1(x_1^*) \tag{22}$$

ここでiはリスクマップ上の象限を表し，$i = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$である。$*$は最適値であること

を，変数の添字の 1 は No Risk モデル，すなわち Model1 を，2 は Risk モデル，すなわち Model2 を表す。

表 1 の数値から ε の計算例を示す。例えば「$\eta = 1.50$ で 5 年に一度程度生じる可能性のある事象について，事業責任者が不確実性はない」とみなした場合のシャドーコストは第 8 象限と第 0 象限の数値の差となる。

$$\begin{aligned}\varepsilon &= V_2^8(x_2^*) - V_1(x_1^*)\\ &= 215.93 - 184.47\\ &= 31.46\end{aligned}$$

この数値 ε が事業者のリスク事象を無視または見誤った場合に生じうる企業のシャドーコストの大きさになる[12]。

（22）式によりシャドーコストを計算した結果が表 4 である。また表 5 は表 4 から「リスクの過小評価の程度」を計算した数値である。

第 1，2 象限はプラスの値である。これはコストの確率変動を想定する世界では必ずしも一定のコスト上昇をしない場合においても，必ず一定間隔で設備維持をする，いわば「過剰整備」を意味する。他の象限についてはすべてマイナスの値でリスクの過小評価度を表す。事業者がリスクを過小評価した場合，ε 分，設備費用を低く見積もっていることを意味する。資本投下によって企業が保有している「設備」は貸借対照表の左側，すなわち資産の部に計上される。設備に対するリスクの存在の過小評価の程度が大きいほど，貸借対照表に暗黙に刷り込まれているシャドーコスト相当分の費用を，リスクが現実に顕在化したときに企業は支払うことになろう。

表 4　シャドーコストの計算結果

Impact	$\eta = 1.50$	H	35.61	32.14	191.74
	$\eta = 2.43$	M	2.68	18.32	131.46
	$\eta = 11.00$	L	−9.2	−5.01	26.97
			L	M	H
			$\lambda = 0.1$	$\lambda = 0.2$	$\lambda = 1.0$
				Frequency	

表 5　Risk の過小評価の程度

Impact	$\eta = 1.50$	H	−19.30%	−17.42%	−103.94%
	$\eta = 2.43$	M	−1.45%	−9.93%	−71.26%
	$\eta = 11.00$	L	4.99%	2.72%	−14.62%
			L	M	H
			$\lambda = 0.1$	$\lambda = 0.2$	$\lambda = 1.0$
				Frequency	

5　結語

本稿ではリアル・オプション分析を基礎に，外生的ショック要因を考慮した設備交換モデルを提案，考察した。Microsoft のリスクマップにリスクインパクトのない第 0 象限を付け加え，リスクマップ上で確定モデルとジャンプモデルを結びつけ，設備費用を計測化する手法を提案した。理論的貢献としてη効果，λ効果，シャドーコストの定義式を示し，不確実性を無視した場合に将来発生しうる潜在的なコストを計算する方法論を提示した。

本稿の研究は経営活動全般に関わるステークホルダー[13]に対する事業責任者の説明責任について考察の視点を与えるものであると考える。もし企業がリスクの存在を正確に認知し，あえてリスク保有を選択した場合「リスク保有戦略に対するリスクアペタイトとしての現金保有の理論的根拠」を与える。逆にリスク認知が無いまま経営をする場合は，リスクが顕在化した後にリスクコストを賄うためのファイナンス方策を企業組織に強いることは明らかである。このように，企業のリスク認識は組織責任者の資質に依存するため，組織のリスクマネジメント能力を計測する基礎になろう。

本稿のリスクモデルはポアソン過程と指数分布が基本である。リスクマップの構造は，単純な頻度とインパクトのマトリクスモデルとなっている。現実の現象を描写しうる確率モデルを慎重に考察することは今後の課題としたい。

［注］

1　設備交換の問題については企業財務および数理モデルの観点から古くから研究がある。1923 年に Taylor[8]，1949 年に Terborgh[9] の議論がある。日本では 1958 年に河野[15] が技術革新との関連で日本国有鉄道（現 JR）の設備管理の問題を扱っている。また横山[11] は 1967 年に「設備取替問題」の数理モデルを整理している。

2　熊谷・藤原[14] は企業価値に外生的ショックを与える要因としてのイノベーションについて考察した。

3　Microsoft のリスクマップについてはバートン・シェンカー・ウォーカー[10] を参照せよ。Micirosoft 以外にチェースマンハッタン銀行の VaR，デュポン社におけるリスク管理の考え方などについて企業当事者により説明がなされており，貴重な資料と言える。

4　リスクマップの頻度，インパクトを高い・低いのみの 2 種類とし，4 象限の図表を用いることも可能である。

5　V_1の値そのものは (5) 式の解T^*を直接 (4) 式に代入し求められ，$V_1(x_1^*) = V_1(T^*)$である。(8) 式は Model2 の (18) 式に対応，最適期間T^*ではなく閾値x^*を用いた比較のために導出している。

6　本項の理論モデルは Mordecki[7]，董[12]，董・飯原[13] の指数ジャンプモデルを基礎とした。確率過程 (9) 式とジャンプの仕方を規定する (11) 式の想定の仕方で様々なモデル構築がされてきた。例えば Kou and Wang[4] は二重指数分布を想定したジャンプモデルを構築している。

7　Lévy 過程とは加法過程でかつ定常独立増分を持つ確率過程である。Mordeck[7] は Lévy 過程を基礎に永久オプションモデルの解析解を導いている。Lévy ベキ指数については Boyarchenko and Levendorskii[1] を参照せよ。

8　厳密には$x_2^* = f(\eta, \lambda, \mu, \sigma)$の 4 つのパラメタがあるが，$\mu$，$\sigma$は一定としているため独立変数として解釈していない。

9　η効果の左辺のマイナスは，指数分布に従う確率変数の期待値は$E[X] = 1/\eta$であり，ηが大きいほど大きなインパクトの出現確率が小さくなることによる。

10　$\lambda = 0.1$，0.2，1.0 はそれぞれ 10 年，5 年，1 年に一度の頻度に対応する。ηについては，例えば 1.5 の場合，小

文字の$y(=\ln(Y))$はパラメータηの指数分布に従い，その期待値$E[y]=1/\eta$，大文字の$Y(=e^y)$の期待値$E[Y]=\eta/(\eta-1)=1.5/(1.5-1)=3$と計算される。よってジャンプが起きたときは費用が平均で三倍（200％の増加）となる。以上の計算から$\eta=1.50$，2.43，11.00 はリスクイベントが生じた際にそれぞれ平均費用が 3 倍，1.7 倍，1.1 倍増大することに対応する。

11 この計算結果は McDonald and Siegel[6] の理論的帰結と整合的である。彼らは事業価値が確率過程に従う場合，“投資を待つ価値がある”とする帰結を導いた。製薬業界における新薬開発は投資を待つ価値を待つ事例とみなしうる。

12 リスクマップの象限同士の引き算も重要な意味を待つ。例えば表 1 で同一$\eta=2.43$に属する第 5 象限と第 4 象限の数値の差，

$$\varepsilon=V_2^4(x_2^*)-V_2^5(x_2^*)$$

を計算すると 315.93-202.79＝113.14 である。この数値は事業者があるリスク事象を予期しインパクトを見積もっていても「生じる頻度を過小評価した場合」に相当する。また，第 7 象限と第 3 象限のコストの差は次式になる。

$$\varepsilon=V_2^9(x_2^*)-V_2^1(x_2^*)$$

この場合，事業者がリスクを生じることを想定していても，発現頻度もインパクトの大きさも見誤った場合のシャドーコストに相当する。

13 企業の社会的責任の一環としてリスク管理がある。よってステークホルダーとして組織，出資者，取引先，工場等が立地する地域住民，財の需要者である国民等を含むものと考える。

［参考文献］

［1］Boyarchenko, S. I. and Levendorskii, S. Z. Perpetual American options under Lévy processes, *SIAM Journal on Control and Optimization,* 40, 6 (2002), 1663–1696.

［2］Dixit, A. K. and Pindyck, R. S. *Investment under uncertainty*, Princeton university press, (1994).

［3］Dobbs, I. M. Replacement investment: Optimal economic life under uncertainty, *Journal of Business Finance & Accounting,* 31, 5–6 (2004), 729–757.

［4］Kou, S. G. and Wang, H. Option pricing under a double exponential jump diffusion model, *Management Science*, 50, 9 (2004), 1178–1192.

［5］Mauer, D. C. and Ott, S. H. Investment under uncertainty: The case of replacement investment decisions, *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* 30, 4 (1995), 581–605.

［6］McDonald, R. and Siegel, D. The value of waiting to invest, *The Quarterly Journal of Economics,* 101, 4 (1986), 707–727.

［7］Mordecki, E. Optimal stopping and perpetual options for Lévy processes, *Finance and Stochastics*, 6, 4 (2002), 473–493.

［8］Taylor, J. S. A statistical theory of depreciation: Based on unit cost, *Journal of the American Statistical Association*, 18, 144 (1923), 1010–1023.

［9］Terborgh, G. W., et al. Dynamic equipment policy (1949).

［10］バートン T. L.，W. G. シェンカー，P. L. ウォーカー『収益を作る戦略的リスクマネジメント』，東洋経済新報社，(2003).

［11］横山益治「<論説>設備取替モデルについて：その展望」，大阪府立大學經濟研究，47（1967），55–76.

［12］董晶輝「予測不能な故障を考慮した設備取替の投資決定」，経営力創成研究，6（2010），45–54.

［13］董晶輝，飯原慶雄「跳躍拡散過程での取り替えモデル」，リアルオプション研究，4，1（2011），33–46.

［14］熊谷善彰，藤原浩一「キャッシュインフロー・ジャンプの評価モデル」，学術研究―人文科学・社会科学編―，61（2012），261–270.

［15］河野豊弘「技術革新と設備管理 (技術革新と経営学)」，經營學論集，29（1958），116–129.