

早稲田商学第 440 号  
2014年6月

# 業績シグナルの線型統合による 一般政府の業績尺度の設計

若 林 利 明

## 要 旨

本稿は、市民と一般政府の管理者の間でインセンティブ契約を締結するために用いる業績尺度の設計について検討する。具体的には、一般政府の管理者の業績に関するシグナルが複数得られたときに、それらを線型統合することで最適な報酬契約の締結を可能にする業績尺度を設計可能か否か、そして設計可能であれば、どのようなウェイトで統合すれば良いかを論じる。

Banker and Datar (1989) (以下、BD とする) などは、営利企業において 2 つの業績シグナルから業績尺度を設計する際に、各シグナルの感度と精度の積の相対比で線型統合することが最善であることを示している。本稿では、一般政府と企業の間組織目的と活動区分に関する相違があることを踏まえ、先行研究のモデルを修正したうえで分析を行った。

分析の結果、市民の効用関数を公共サービスの享受に関連する部分と管理者に支払う報酬に関連する部分に加法分離可能であり、かつ、管理者の効用関数を公共サービスの提供に関連する部分と報酬の受け取りに関連する部分に加法分離可能であるときには、業績シグナルがとりうるほとんどの確率分布において、2 つの業績シグナルを線型統合することで最適な報酬契約を締結可能にする業績尺度を設計可能であることを示した。また、その際にそれぞれのシグナルの感度と精度の積の相対比で線型統合することが最善であることを示した。本稿で得た結果は、公会計情報の質的特性などの基礎概念、ならびに管理会計論における管理可能性原則や財務会計論の区分計算表示原則などにも示唆を与える。

キーワード：エイジェンシーモデル、業績シグナルの線型統合、公会計

## 1 はじめに

わが国の一般政府の組織<sup>(1)</sup>は、固定給や年功序列の給与体系を採用している場合が多い。かかる給与体系にも合理性があるものの、業務の効率化や財政の適正化を促すために、業績給や能力給を導入しようとする案もある<sup>(2)</sup>。

Milgrom and Roberts (1992) では、エイジェンシー関係にあるプリンシパルとエージェントの間に情報の非対称性があるとき、両者の代理契約を締結するためには、モニタリングやインセンティブ条項など、両者の利害衝突を緩和する「仕組み」が必要である旨が述べられている。ここで、市民は、一般政府に税金を納付し、公的サービスを受けているので、市民と一般政府の管理者<sup>(3)</sup>はエイジェンシー関係にある。ただし、市民は一般政府の管理者の行動を全て観察することはできない。したがって、一般政府の管理者に対しても、業績に連動した報酬契約を導入し、市民が望む行動を引き出そうと考えることもできる。しかし、一般政府の組織は民間部門の営利組織<sup>(4)</sup>と異なる特徴を持つため、営利組織と同じ視点で論じることはできない。

そこで本稿では、いくつかの相違点を踏まえたうえで、市民と一般政府の管理者の間で業績連動型報酬体系を導入する際に、まず、最適な報酬契約が、一般政府における管理者の業績に関する複数のシグナルを線型統合した ( $lx + my$  のような 1 次式で表すこと) 業績尺度を用いて設計可能になるかを論じる。このとき、なるべく多様な報酬契約に対して設計可能である方が望ましいので、報酬関数は一般性が高いものを想定したい<sup>(5)</sup>。次に、設計可能であれば、どのようなウェイトで統合すれば良いかを論じる。

---

(1) 本稿では、政府財政統計 (SNA) における一般政府を議論の対象とする。

(2) 例えば、井堀 (2008, 77-115)、田中 (2007)、および中泉 (2006) などが挙げられる。

(3) 本稿では、一般政府の管理者を官僚や自治体の首長などで区別せず包括的に取り扱う。

(4) 企業には、必ずしも営利を目的としないものや、政府が所有する企業もありうるが、本稿で企業といえは、民間部門の営利企業を意味するものとする。

業績シグナルの線型統合を検討するのは、業績評価実務に適用する際の容易さを重視するからである。一般政府における管理者の業績評価尺度の設計の際に、複数の業績シグナルを合成した結果非線型の多変数関数しか得られないのであれば、無数にある多変数関数の中で最適なものを見つけ出すことが困難になる場合もある。コストの大きい解決策は、それを利用することが理論的に望ましいとしても、現実の組織における問題の解決策としては適用され難くなる。

一方で、例えば会計は、報告主体の経済活動を貨幣的単位で記録、測定および報告しているが、これは複雑な経済的シグナルを線型に統合することで財務諸表を作成しているともいえる。財務諸表の作成は、数学的な技法としては極めて簡便である。最適契約において線型統合が可能であることは、会計情報が、最適な報酬契約において業績シグナルになりうることも示している。

また、会計において線型統合が想起されるのは財務諸表の作成場面に限らない。組織目的が営利か非営利かを問わず非財務指標を含めた複数の指標で評価することが求められている昨今、非財務指標と財務指標の統合的な評価が求められるであろうことは容易に想像できる。そのためにより簡便な方法を提示することは、理論と実務のギャップを埋める重要な研究課題である。そこで、本稿は業績シグナルの線型統合の可能性を検討したい。

営利組織において、業績シグナルの線型統合の可能性を明らかにした研究としては、例えば Banker, Datar and Mairiratta (1988) (以下、BDM という) や Banker and Datar (1989) (以下、BD とする) が代表的である。特に BD は、業績シグナルがとりうるほとんどの確率分布について、2つの業績シグナルを線型統合することで最適な報酬契約を設計可能であり、このときの統合の相対比は、シグナルの感度（目的適合性とも言い換えられる）と精度（信頼性とも

---

(5) 例えば、著しく高い成果をあげても著しく高い報酬額にならないような凹関数が採用されているかもしれない。また、逆に保守的な業務の性質上、エポックメイキングな成果をあげない限り報酬が連動しないような、凸関数が採用されるかもしれない。

言い換えられる)の積で表されることを示した。本稿ではこれらの先行研究に一般政府の特徴を取り入れ分析する。わが国においても公会計の企業会計化の潮流がみられるが、本稿はそれがどのような条件のもとで可能になるかを探っているともいえる。

本稿は、次のような構成になっている。第2節では、一般政府組織と営利組織の相違を、両者の活動目的と活動区分に着目しながら簡単に整理を行ったうえで、モデルを設定する。第3節では、一般政府の組織において、2つの業績シグナルを線型に統合するための条件を検討する。第4節では、最適な線型統合の統合ウェイトの性質を解釈し、会計実務に対する含意を検討する。第5節では、シグナルを $n$ 個に増やすなど、第2節から第4節におけるいくつかの仮定や条件を緩和し、追加的な考察を行う。また、本稿の限界についても言及する。第6節では、本稿のまとめを行う。

## 2 モデルの基本的な設定

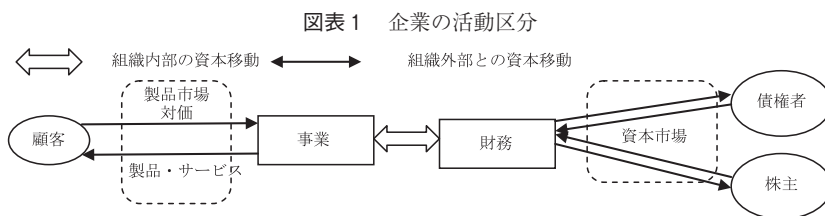
### 2.1 一般政府と企業の相違

一般政府の存在が正当化されるのは、外部性があるときもしくは公共財の供給によって市場の失敗がおきたときに、市場に代わって財の供給を行うことで、効率性を高められるからとされる。しかし、情報の非対称性があるために、政府もまた失敗することがある。例えば、市民が、自身の選好を偽って管理者に申告する可能性や、一般政府の管理者が、必ずしも市民の利益には寄与しない、個人的な利益を追求する可能性を指摘できる。本稿では後者の非効率性の是正に着目する。市民は、一般政府に税金を納付し、公的サービスを受けているので、市民(プリンシパル)と一般政府の管理者(エイジェント)はエイジェンシー関係にある。そこで、市民が望む行動を引き出すために、企業における議論と同様に、業績連動型の報酬契約を導入することが考えられる。

しかし、一般政府の組織の目的は、企業とは異なり、公共の福祉の増大であ

ると解される。したがって、政府の目的に着目すると、公平性、すなわち多数の市民間の分配について考慮しなければならないことを指摘できる。企業においては、多数の株主がいても、持株数に応じて残余が分配されるので公平性が問題になりにくい。しかし、一般政府では、効率性と公平性が対立する場合を取り扱わなければならないようにも見える。

また、両者の活動区分も異なる。川村（2010）は、民間の企業と、公的主体（本稿では一般政府）の活動を次のように図示している。



出所：川村（2010: 23）。ただし必要に応じて筆者が修正した。

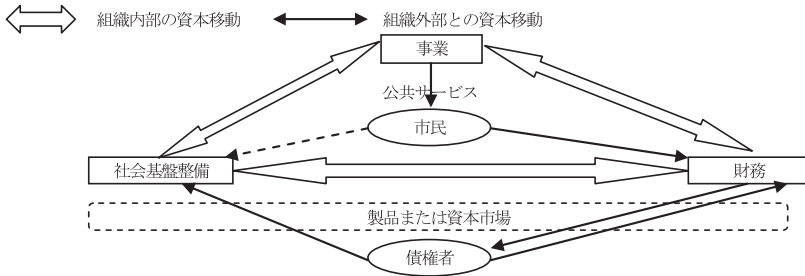
まず、企業の活動は、事業と財務に区分されると考えて良いであろう。財務活動においては、資本市場を介して債権者と株主から資金調達を行い、事業活動においては、製品市場を介して顧客と取引を行う。

他方、一般政府においては、超長期的な視点から行う社会基盤整備活動を常時継続的に行う事業活動と分離して考えることが多い（川村2010, 23）。そこで、図表2のように3つの活動区分が考えられる。

図表1と2の比較から、次の4点を特に重要な差異と考えたい。

第1に、市民は、プリンシパルであるが、残余請求権者ではない（Sunder 1997, 訳書 257）。市民は、一般政府に資金を提供し、同時に公共サービス（公共財）を受けるが、それは株主とも顧客とも異なる。なぜなら、市民の納税は資本市場を介さず、非自発的に行われるからである。また、この資金に基づき一般政府は公共サービスを提供するが、それは製品市場を介さず、ときとして

図表2 一般政府の活動区分



対価を要求しない取引（本稿では非交換取引という）によって行われるからである。ただし、少なくとも市民が公共サービスからより多くの便益が得られれば良いと考えていることは想定できる。第2に、一般政府の活動によって生み出された市民が望む成果（アウトカム）<sup>(6)</sup>を貨幣額で測定することには困難が伴う。また、第3に、アウトカムはアウトプット以外の要因からも影響を受け、アウトカムの実現には長期の時間を要する。それに対して、企業においては、成果であるキャッシュの獲得を示すシグナルは入手しやすいであろう。

また、第4に、公共サービスの成果は、市民だけではなくエイジェントたる一般政府の管理者の効用にも影響を与える<sup>(7)</sup>。例えば、市民が雇用の増加を期待しているときに、経済政策を実施し、その後失業率が減れば、当該政策を立案した管理者、もしくは実施した管理者は達成感ややりがいといった正の効用を得るかもしれない。あるいは、エイジェントが自治体等の首長であれば、プリンシパルが得るアウトカムは自身が再選する際の選挙結果に影響を及ぼすか

(6) 亀井（2011）によると、行政サービス（アウトプット）から生じる客観的な効果のことである。例えば、ある道路の幅員を拡げることがアウトプット、それによって接触事故が減少することや、幹線道路の抜け道として利用されてしまい交通量が増えることなどがアウトカムである。本稿では、分析を容易にするため、特に市民が望む効果をアウトカムと定義する。

(7) 他にも Banker and Patton（1988）は、公共サービスが一般政府の管理者の効用にも影響を与える理由として、一般政府の供給する公共サービスの非排除性に注目している。

もしれないので、その意味でもエイジェントはアウトカムにも関心を持つ。

ここまでで指摘した差異は、一般政府と企業の違いを網羅しているわけではなく、顕著でかつ特徴的な差異を簡潔に整理したものである。しかし、かかる簡潔な整理によってでさえ、少なくとも営利企業とは異なるモデル設定が必要であることがわかる。

2.1節では、目的による差異として、市民間の分配を考慮すべきこと（以下、目的による差異）を挙げた。そして活動区分による差異として、第1に、市民はプリンシパルであるが残余請求権者ではないこと（以下、活動区分による差異①）、第2に、一般政府活動によって生み出された成果（アウトカム）を貨幣額で測定することは困難であること（以下、活動区分による差異②）、第3に、アウトカムはアウトプット以外の要因からも影響を受けるし、アウトカムの実現には長期の時間を要すること（以下、活動区分による差異③）、第4に、公共サービスの成果は市民だけではなく一般政府の管理者の効用にも影響を与えること（以下、活動区分による差異④）を指摘した。2.2節ではこれらの差異を踏まえながら、モデルを設定する。

## 2.2 モデルの設定

### 2.2.1 契約のタイムライン

本稿は、1期間のプリンシパル・エイジェントモデルを考える。エイジェント（管理者）は、確率的に変動する外部環境の下で、1種類の行動（努力） $a \in [a, \bar{a}] \subseteq R$ を行う。プリンシパル（市民）は、状態および管理者の行動を観察不能である。行動の結果、市民は、2種類のアウトプット（業績のシグナル）として $y \in Y \subseteq R, z \in Z \subseteq R$ を観察する<sup>(8)</sup>。これらのアウトプットは、会計情報ともみなせる。アウトプットは、外部環境の影響を受けるから確率変数であり、同時確率密度関数を $f(y, z|a)$ とおくことができる。努力の水準は $f(\cdot)$ に影響を与えることを仮定している。2つのシグナルには相関があるとも仮定

できるし、無相関と仮定しても良い。

実現するアウトカムを  $x$  とし、 $x, y, z$  の同時確率密度関数を  $h_1(x, y, z|a)$  とする。活動区分による差異③で指摘したように、アウトプットはアウトカムを一意に定めない。例えばシグナルに反映されない要素が存在することや、管理者の行動  $a$  が  $y, z$  の同時分布のみならず、直接  $x$  の分布に影響を及ぼすことが考えられる。特に後者は具体的に、

$$h_1(x, y, z|a) = h_2(x|y, z, a) \cdot f(y, z|a) \quad (1)$$

とおける。関数  $h_2$  は、 $y, z$  を所与としたときの、 $x$  の条件付き確率密度関数である。また、活動区分による差異③から、アウトカム  $x$  について具体的な関数形を仮定せず、 $y, z$  に対する  $x$  の増減も必ずしも明らかではないとする。

次に、報酬支払い時点では、アウトカムは検証不能とする。したがって市民は、 $x$  を報酬契約に使用できず、その代わりに  $y, z$  を使用する。このときに管理者に支払われる報酬額を、 $\varphi(y, z)$  とおき、管理者の報酬は、 $[\underline{\varphi}, \bar{\varphi}]$  に制限されると仮定する。さらに、 $\varphi(y, z)$  が任意の多変数関数であり、最適な関数を特定することは実務上困難であったと仮定する。そこで、やむを得ず市民は、シグナル  $y, z$  を、単一の評価尺度  $\pi = \pi(y, z)$  に統合する測定システムを用意する（段階1）。そして、市民は、個々のシグナル  $y, z$  ではなく、 $\pi$  の業績評価尺度の関数である報酬契約  $\Psi(\pi) = \Psi(\pi(y, z))$  に基づいて報酬を支払うと考える（段階2）。このときに、段階1におけるシグナルの線型統合の可能性が問題になるのである<sup>(9)</sup>。本稿では、具体的には、プリンシパルにとって最適な報酬  $\varphi^*$  が、最適な報酬契約  $\Psi^*(\pi)$  に一致しており、このときに  $\pi$  がシグナル  $y, z$  の線型統合であるか否かを検討する。

(8) 例えば  $y$  が材料費であり、 $z$  が労務費のような2種類の財務指標と表現できる。あるいは、 $y$  が拡張した道路の長さや、工期のような非財務指標であると仮定しても良い。

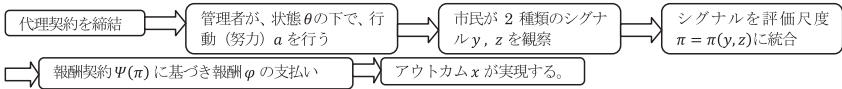
(9) 報酬契約  $\Psi = \Psi[\pi(\cdot)]$  は成果に対して連続であるが線型であるとは限らない。



一方、本稿では取り扱わないが、段階2ではどのようなインセンティブ係数、すなわち業績尺度に対してどれだけウェイト付けをすべきかが検討課題になる<sup>(10)</sup>。業績管理における近年の研究では段階2に着目する研究が多いように思われるが、本稿では、そもそも報酬契約にインプットする業績尺度をどのように構築するかを検討している。

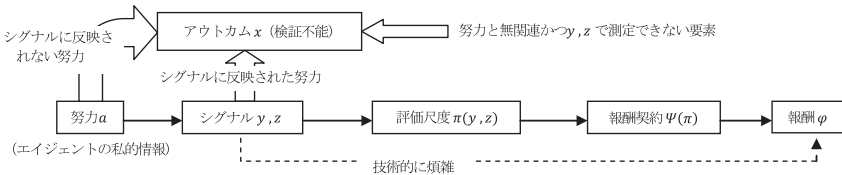
本稿で想定する契約のタイムラインを図示すると、図表3になる。

図表3 契約のタイムライン



また、本稿の契約において使用されたアウトカム、シグナル（アウトプット）、報酬契約等の変数間の関係性を図示すると、図表4のようになる。

図表4 変数間の関係性



## 2.2.2 市民および管理者の効用関数

まず、市民の効用関数について検討しよう。営利企業の分析においては、プリンシパルはエージェントに支払った報酬の残余である、 $x - \varphi$ を受け取る。

(10) 仮に契約が線型の場合、報酬を  $r$ 、固定給部分を  $\alpha$ 、業績尺度を  $c$ 、そしてインセンティブ給を  $\beta c$  とすると、最適な報酬契約  $r^* = \alpha^* + \beta^* c$  を締結するために、これ以外の様々な仮定に基づいて、 $\alpha^*$  および  $\beta^*$  を導出することがプリンシパルの関心事になる。一方、本稿では、報酬契約にインプットする業績尺度  $c$  をどのように構築するかを論じる。

したがって、プリンシパルの効用関数を  $W(\cdot)$  とすると、 $W(x-\varphi)$  と表される。しかし、活動区分による差異①より市民は残余請求権者でない。また、目的による差異からは  $n$  人の市民を考えなければならないように見える<sup>(11)</sup>。さらに、活動区分による差異②を考慮すると、 $i (\in n)$  番目の市民の効用は、一般形  $W_i(x_i, \varphi_i)$  で表さなければならない。 $x_i$  は、市民  $i$  の受け取るアウトカムである。また、 $x = \sum x_i$  である。

さて、政府の目的に鑑み、効率性を満たす（パレート最適）な分配の中から、道義的に「望ましい」分配（一般的にはより公平な分配）を選択するために、経済学で標準的に用いられる概念として、社会厚生関数がある。ここで、 $n$  人の市民の社会厚生関数を  $W$  としたとき、個人の効用関数が同質、かつ再分配のコストがゼロであると考えれば、市民間に利害対立が生じないと仮定でき<sup>(12)</sup>、

$$W_i = \frac{W}{n} \quad (2)$$

と表せる。したがって、 $n$  人からなる社会厚生関数  $W(x, \varphi)$  を、1人の市民と見立てて分析しても、公平性に配慮することと矛盾することはなく、目的による差異は解消される。そこで、本稿では、市民の効用関数を  $W(x, \varphi)$  とおく。

次に、管理者の管理者の効用関数は、 $U(x, \varphi) - V(a)$  とする。営利企業における分析では、プリンシパルが得る利得の大きさが管理者の効用に影響を与えるとは考えられにくく、管理者の効用に影響を与えるのは、報酬  $\varphi$  のみである。しかし、活動区分による差異④を考慮すると、 $U(x, \varphi)$  のように、表現される<sup>(13)</sup>。また、 $V(a)$  は努力の負効用である。

(11)  $n$  人の市民は、すべて現在の市民である。

(12) 例えば林・小川・別所（2010, 270-281）を参照されたい。

(13) 企業会計を前提とした論文であるBDMもプリンシパルが残余請求者であることを明示的に仮定せず、プリンシパルの効用関数を二変数関数の一般形でモデルを展開している。しかし、本稿は一般政府を前提としているため、活動区分による差異④を考慮しなければならない。したがってエージェントの効用関数も二変数関数の一般形で考える必要がある点でBDMと異なる。

市民と管理者の効用関数は、二階微分可能と仮定する。さらに、 $x$ は市民が望む成果であるから、 $W_x > 0, W_{xx} \leq 0$ とし、 $\varphi$ に関しては $W_\varphi \leq 0$ と仮定する。また、管理者は、 $U_\varphi > 0, U_{\varphi\varphi} \leq 0, U_x \geq 0, U_{xx} \leq 0, V_a > 0, V_{aa} \geq 0$ と仮定する。これは、管理者は、強意にリスク回避かつ努力回避的であることを示している。一方で $W_{x\varphi}, U_{x\varphi}$ の符号は、ここでは特に仮定を置かない。効用関数は、両者に公的に知られていると仮定する。

ただし、本稿におけるエイジェントは、自治体職員、中央省庁の官僚、市長、もしくは議員など様々考えられ、任意の効用関数を持つ1人のプリンシパル（市民）とエイジェンシー関係にある。したがって様々な組み合わせが考えられるが、本稿ではそのうちの任意の1種類の関係を議論する。

ここまでで、目的による差異および活動区分による差異①から④が反映された、2者1期間のモデルが設定されたことになる。

### 3 複数の業績シグナルの線型統合

#### 3.1 プリンシパルおよびエイジェントの効用の最適化問題

##### 3.1.1 問題の定式化

図表3のタイムラインからわかるように、プリンシパルとエイジェントは、シュタッケルベルグゲームのリーダーとフォロワーの関係にある。したがって、最適化問題は、バックワードに2段階で記述されることになる。つまり、タイムライン上では後手になるエイジェントが、報酬 $\varphi$ を所与として、先に自身の最適な行動を選択する問題を解く。

$$\text{given } \varphi, \max_a \iiint U[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz - V(a) \geq \underline{U} \quad (3)$$

$$a \in A \equiv [\underline{a}, \bar{a}] \subseteq R, \quad \varphi(y, z) \in [\underline{\varphi}, \bar{\varphi}] \subseteq R \text{ for all } y, z \quad (4)$$

$\underline{U}$ は、留保効用である。これをIC（誘因両立）条件という。ここで、

$$EU \equiv \iiint U[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz - V(a)$$

と定義したときに、 $V_a(a) > 0$ ,  $V_{aa}(a) \geq 0$ であるなどのために、 $\frac{\partial^2 EU}{\partial a^2} \leq 0$ になると仮定する。するとこの問題の解の導出は、

$$\frac{\partial EU}{\partial a} = \iiint U[x, \varphi(y, z)] h_{1a}(x, y, z | a) dx dy dz - V_a(a) = 0 \quad (5)$$

を  $a$  について解けば良い<sup>(14)</sup>。これを、 $a = a^\dagger(\varphi)$  とする。

次に、先手のプリンシパルが自身の最適化問題を解く。解くべき問題は、

$$\max_{\varphi} \iiint W[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a^\dagger(\varphi)) dx dy dz \quad (6)$$

subject to

$$\iiint U[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a^\dagger(\varphi)) dx dy dz - V(a^\dagger(\varphi)) \geq \underline{U} \quad (7)$$

となる。管理者は、留保効用  $\underline{U}$  を提示する他の組織のプリンシパルと契約を結ぶかもしれない。そのため、(6)式を目的関数とする最大化問題は、契約が締結されるために(7)式の制約条件を満たさなければならない。(7)式を IR (参加制約) 条件という。この問題の解を  $\varphi^\dagger$  とする。

### 3.1.2 エージェントの行動が観察可能であるケース

はじめに、ベンチマークとして、エージェントの行動が観察可能であるときを考えたい。エージェントの行動が観察可能であれば、プリンシパルとエージェントの問題を同時に解くことができ、IC条件を考慮しなくて良い。そこで、

$$\max_{\varphi, a} \iiint W[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz \quad (8)$$

(14)  $a$  は  $h_1$  の確率分布に影響を与えるだけで、報酬  $\varphi(y, z)$  が、 $a$  の関数になっているわけではないことに注意されたい。

subject to

$$\iiint U[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz - V(a) \geq \underline{U} \quad (9)$$

となる。  $W_\varphi \leq 0$ ,  $U_\varphi > 0$  を仮定していることから、(9)式が不等式であるときには、報酬を引き下げることで目的関数を高める余地がある。したがって、(9)式は等式で成立することになる。このときラグランジュ関数は、

$$\begin{aligned} \Lambda \equiv & \iiint W[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz \\ & + \lambda \left[ \iiint U[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz - V(a) - \underline{U} \right] \end{aligned}$$

である。  $\lambda$  はラグランジュ乗数である。ここから求められる、  $\varphi(y, z)$  の最適関数は、次のオイラー方程式を満たす必要がある<sup>(15)</sup>。

$$\begin{aligned} f(y, z | a) \int W_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx \\ + \lambda \left[ f(y, z | a) \int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx \right] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\int W_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx}{\int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx} = -\lambda \quad \text{for all } y, z \quad (11)$$

したがって、行動を観察可能であるケースでは、エージェントとプリンシパルの限界効用の期待値の比が一定であることがわかる。

(15) 変分法を利用する。ラグランジュ関数  $\Lambda$  は汎関数であり、このときの被積分関数をラグランジュ密度ということがあがるが、ラグランジュ密度  $W$  および  $U$  には各変数の偏導関数は含まれていない。したがってオイラー方程式は、  $\varphi(y, z)$  による関数微分がゼロという形式とみなせる。詳細は、例えば Chiang (1992) や佐藤 (2009, 276-280) を参照されたい。ただし、  $\varphi$  は  $x$  の関数ではなく、  $x$  は契約の期間内ではプリンシパルとエージェントの両者に観察不能であるので、  $x$  は  $y, z$  の観察値を条件とする確率変数になる (Banker, Datar and Maundiratta 1988, 108)。したがって  $W_\varphi$  および  $U_\varphi$  の  $x$  についての期待値を考える。

## 3.1.3 エージェントの行動が観察不能であるケース

エージェントの行動が観察不能という本来の仮定に戻ろう。このとき、エージェントは、プリンシパルに気づかれることなく(8), (9)式から得られる,  $a$  についての最善解から逸脱できる。そこで、プリンシパルは観察可能なシグナル  $y, z$  に基づいた報酬契約を提示する。当該契約のもとでエージェントは(3)式を満たす行動をとる。

ここで、プリンシパルの問題に  $a^\dagger(\varphi)$  を代入した3.1.1節のプリンシパルの問題を次の最大化問題におきかえたい。すなわち、エージェントが契約に参加し、かつエージェントが自身の効用を最大化するような(5)式を満たす行動をとる条件の下で、プリンシパルは、自身の効用を最大化するためにエージェントにとらせたい次善最適な行動  $a^* \in A$  を予測し、それを可能にする契約  $\varphi^*$  を提示すると考える。均衡においては、プリンシパルの予測  $a^*$  は、 $a^* = a^\dagger(\varphi^*)$  となるはずであろうから3.1.1節で定式化したプリンシパルの問題は、次の条件付き最大化問題に置きかえることができる。

$$\max_{\varphi, a} \iiint W[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz \quad (12)$$

subject to

$$\iiint U[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz - V(a) \geq \underline{U} \quad (13)$$

$$\iiint U[x, \varphi(y, z)] h_{1a}(x, y, z | a) dx dy dz - V_a(a) = 0$$

$$a \in A \equiv [\underline{a}, \bar{a}] \subseteq R, \quad \varphi(y, z) \in [\underline{\varphi}, \bar{\varphi}] \subseteq R \quad \text{for all } y, z \quad (14)$$

そこで、ラグランジュ関数を  $\Lambda$  とすると、

$$\begin{aligned}
\Lambda \equiv & \iiint W[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz \\
& + \lambda_1 \left[ \iiint U[x, \varphi(y, z)] h_1(x, y, z | a) dx dy dz - V(a) - \underline{U} \right] \\
& + \mu_1 \left[ \iiint U[x, \varphi(y, z)] h_{1a}(x, y, z | a) dx dy dz - V_a(a) \right]
\end{aligned} \tag{15}$$

である。 $\lambda_1$ および $\mu_1$ はラグランジュ乗数である。ここから、ラグランジュ関数 $\Lambda$ に極値を与える最適関数 $\varphi^*$ は、次のオイラー方程式を満たしている必要がある。

$$\begin{aligned}
f(y, z | a) \int W_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx + \lambda_1 \left[ f(y, z | a) \int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] \right. \\
\left. h_2(x | y, z, a) dx \right] + \mu_1 \left[ f(y, z | a) \int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_{2a}(x | y, z, a) dx \right. \\
\left. + f_a(y, z | a) \int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx \right] = 0
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
& \Leftrightarrow \int W_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx \\
& = -\lambda_1 \left[ \int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx \right] - \mu_1 \left[ \int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] \right. \\
& \left. h_{2a}(x | y, z, a) dx + \frac{f_a(y, z | a)}{f(y, z | a)} \int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a) dx \right]
\end{aligned} \tag{17}$$

なお上式はすべての $y, z$ について成立する。行動が観察不能であるときの最適な行動を $a^*$ とすると、(17)式から

$$\begin{aligned}
& \frac{\int W_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a^*) dx}{\int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a^*) dx} \\
& = -\lambda_1 - \mu_1 \left[ \frac{\int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_{2a}(x | y, z, a^*) dx}{\int U_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x | y, z, a^*) dx} + \frac{f_a(y, z | a^*)}{f(y, z | a^*)} \right]
\end{aligned} \tag{18}$$

が得られる。行動を観察不能であるケースでは、エージェントとプリンシパルの限界効用の期待値の比が一定とは言えず、シグナルに応じて変化する。

### 3.2 業績シグナルの線型統合

最適な報酬  $\varphi^*$  は、(18)式を満たしていなければならないことが明らかになったが、(18)式は非常に複雑な陰関数形式になっており、ここから具体的な特徴を分析していくことにはかなりの困難が伴うであろう。さらに、(18)式を  $\varphi$  について解くことは可能か、すなわち  $\varphi^*$  が存在するかどうかも吟味が必要である。そのため、3.1節の(18)式から、より具体的な分析を行うために、本稿では、プリンシパル（市民）とエージェント（管理者）の効用関数がそれぞれ分離加法性があるという簡単な仮定を置きたい。分離加法性があるとは、次のように定義づけられる。

**定義 1** 効用関数の分離加法性とは、

$$W(x, \varphi) = W_1(x) + W_2(\varphi) \quad (19)$$

$$U(x, \varphi) = U_1(x) + U_2(\varphi) \quad (20)$$

が成り立つことをいう。

分離加法性は制約の強い仮定ではあるが、経済事象を説明する際に用いられることが多い仮定である。この仮定は、様々な解釈が可能であるが、例えば市民がアウトカムの実現と報酬の支払いの期間がずれていることに対して無関心であるという仮定と解釈できる。ここで、市民が期間のずれに関心があるならば、先に多額の報酬を支払うほど、後でアウトカムが得られたときにより大きな満

足を感じ、限界効用がその分高まる  $\left(\frac{\partial W_x}{\partial \varphi} > 0\right)$  ことや、あるいは逆に低まる



$\left(\frac{\partial W_x}{\partial \varphi} < 0\right)$  ことがありえる。しかし、定義1は、 $W_{xp} = 0$ を意味しているから、

市民はこのことに関心を持っていないことが想定されている。

さらに、市民が支払った報酬額と市民が得たアウトカムの金額の和を求めているわけではないから、両者の対応を必ずしもキャッシュベースで考える必要はなく、多様な業績指標を用いることができるようになる。ただし、金銭による報酬は、税金で賄わなければならないはずなので、納税と報酬は対応していると仮定して良い。分離加法性にかかる状況を表している。

(19)式を  $W(x, \varphi) = W_1(x) - W_2(\varphi)$  としても良いので、

$$\frac{\partial W}{\partial \varphi} = -W_{2\varphi}(\varphi) \leq 0 \quad (21)$$

である<sup>(16)</sup>。また、次善最適な行動を  $a^*$  とすると、 $\int h_2(x|y, z, a^*) dx = 1$ ,  $\int h_{2a}(x|y, z, a^*) dx = 0$ である。したがって、(18)式は、

$$\frac{W_{2\varphi}(\varphi(y, z))}{U_{2\varphi}(\varphi(y, z))} = \lambda_1 + \mu_1 \frac{f_a(y, z|a^*)}{f(y, z|a^*)} \quad (22)$$

と整理できる。これは、Holmstrom (1979) などで検討されてきた形式に酷似しており、定義1の仮定をおいたときには、一般政府を想定していても Holmstrom (1979) 以降で蓄積されてきた成果も適用可能になることがわかる。さて、Amershi, Banker and Datar (1990) は、(22)式のような関数において、 $\varphi^*(y, z)$  が、 $[\underline{\varphi}, \bar{\varphi}]$  で微分可能であることを示している。そこで、 $y, z$  について、それぞれ(22)式を偏微分し、一階条件を求める。 $\varphi_y^*$  および  $\varphi_z^*$  がゼロでないな

(16)  $W_{1x} > 0$ ,  $W_{2p} \geq 0$ ,  $U_{1x} \geq 0$ ,  $U_{2p} > 0$ である。市民の効用関数は、アウトカムから得られる便益と報酬を支払う負担感の差として表現される。パラメータの定義が一般政府と営利企業で異なるため効用関数の意味は異なるものの、定義1の仮定をおけば、プリンシパルを企業の残余請求権者とみなしたときの効用関数と類似したものになる。

らシグナル  $y, z$  は、報酬契約に対して有用な変数であると判断できよう。  
 $-W_{2\varphi\varphi}/W_{2\varphi}$  および  $-U_{2\varphi\varphi}/U_{2\varphi}$  は、Arrow-Pratt リスク回避係数である。

$$\varphi_y^* = \mu_1 \frac{U_{2\varphi}/W_{2\varphi}}{-U_{2\varphi\varphi}/U_{2\varphi} - (-W_{2\varphi\varphi}/W_{2\varphi})} \frac{\partial f_a(y, z|a^*)}{\partial y f(y, z|a^*)} \quad (23)$$

である。同様に、

$$\varphi_z^* = \mu_1 \frac{U_{2\varphi}/W_{2\varphi}}{-U_{2\varphi\varphi}/U_{2\varphi} - (-W_{2\varphi\varphi}/W_{2\varphi})} \frac{\partial f_a(y, z|a^*)}{\partial z f(y, z|a^*)} \quad (24)$$

である。

本稿では、簡単化のため、プリンシパルが報酬の支払い額に対してリスク中立 ( $-W_{2\varphi\varphi}/W_{2\varphi} = 0$ ) である場合を考える。この場合、 $W_{2\varphi}(\varphi) = c$  (定数) であるが、 $W_{2\varphi}(\varphi) = 1$  としても一般性を失わないことから、(22)式は、

$$\frac{1}{U_{2\varphi}(\varphi(y, z))} = \lambda_1 + \mu_1 \frac{f_a(y, z|a^*)}{f(y, z|a^*)} \quad (25)$$

となる。また、(23)、(24)式から

$$\frac{\varphi_y^*}{\varphi_z^*} = \frac{\frac{\partial f_a(y, z|a^*)}{\partial y f(y, z|a^*)}}{\frac{\partial f_a(y, z|a^*)}{\partial z f(y, z|a^*)}} \quad (26)$$

である。

以上の仮定および導出されたシグナルの勾配を利用し、シグナルの線型統合の最適性に関する条件を検討しよう。仮に線型統合が、本稿のエージェンシー問題において最適であるならば、線型統合された評価尺度  $\pi^* = l(a^*)y + m(a^*)z$  である場合に、最適な報酬  $\varphi^*$  が  $\varphi^* = \Psi(\pi^*)$  となるような、ある関数  $l(a^*)$  と

$m(a^*)$ が存在しなければならない。かかる関数が存在するための必要十分条件が、命題1である。命題1が成り立つとき、アウトプットに関する2種類のシグナル  $y, z$  を線型統合することで、最適な契約を設計できる。

### 命題 1

市民と管理者の効用関数が加法分離可能かつ、市民が報酬の支払い額に対してリスク中立的であるとき、次善最適な行動  $a^* \in A$  に対する最適な報酬契約が、 $\varphi^* = \Psi(\pi^*)$  かつ  $\pi^* = l(a^*)y + m(a^*)z$  と記述されるための必要十分条件は、シグナルの同時確率密度関数<sup>5</sup>、

$$f(y, z|a) = \exp\left\{\int g_1[l(a)y + m(a)z] da + t(y, z)\right\} \quad (27)$$

となることである。ただし  $g_1(\cdot), l(a), m(a), t(y, z)$  は、 $a = a^*$  のとき、 $l(a^*) = \varphi_y^*/\Psi_{\pi^*}$ ,  $m(a^*) = \varphi_z^*/\Psi_{\pi^*}$  を満たす任意の関数である。

証明は、Appendix を参照されたい。命題1から、ウェイトの大きさには、報酬額の個々のシグナルに対する勾配と報酬関数の業績尺度に対する勾配が関連し、シグナルの実現値とは無関連であることもわかる。次に、Banker and Datar (1989, 35) によれば、 $f(y, z|a)$  が<sup>5</sup>(28)式

$$f(y, z|a) = \exp\{p(a)y + q(a)z - r(a) + s_1(y) + s_2(z - \gamma y)\} \quad (28)$$

を満足するならば、それは(27)式も満足する<sup>(17)</sup>。 $p(\cdot), q(\cdot), r(\cdot), s_1(\cdot)$  および  $s_2(\cdot)$  は、任意の関数であり、 $\gamma$  はスカラーである。このことから、直ちに系1が導かれる。

(17) (28)式は、二変量の指数型分布族の確率密度関数の一般式である。

系1  $f(y, z|a)$  が, (28)式に含まれるならば,  $\pi$  が  $y$  と  $z$  の線型統合である場合に,  $\varphi^* = \Psi^*(\pi)$  である。

(28)式の集合に関して, シグナル  $y|a$  (または,  $z|a$ ) で表される条件付き分布は, (切断) 正規, 指数, ガンマ, カイ二乗, 逆ガウス分布のような多くの分布を含んでいる。つまりその分布が, 凸か凹か, および歪度があるかに対して, 厳しい制約がほとんどない。BDによると, 「これらの条件付き分布は, エイジェンシー理論に依拠する会計研究において, 連続確率密度関数としてよく用いられている<sup>(18)</sup>」(Banker and Datar 1989, 26)。したがって, 命題1および系1から, 2つのシグナルの同時確率分布として想定されうるほとんどの分布に関して, シグナルの線型統合によって最適な報酬契約が実現することがわかる。

では, 最適な相対ウェイトはどのような性質を持つのであろうか。かかる問いは, どのようにシグナルを統合すべきかという問いと密接に関係する。次節では, 最適な相対ウェイトの性質について考察したい。

## 4 シグナルの相対ウェイトの性質

### 4.1 シグナルの相対ウェイトの性質

指数型分布族の特性を利用して分析を行えるため, ここからは(28)式に焦点を当てる。さて, 二変量の指数型分布族においてシグナル  $y, z$  の性質を次のように定義する。

**定義 2.1**  $\rho_1^2 \equiv \frac{1}{\text{Var}(\tilde{y}|a)}$  および  $\rho_2^2 \equiv \frac{1}{\text{Var}(\tilde{z}|a)}$  を, シグナルの精度と定義す

(18) 指数型分布族に含まれない代表的な連続確率分布としては一様分布がある。一様分布は, 努力の成果のシグナルの分布としてはあまり想定されない。

る。

**定義 2.2** 管理者の努力水準に応じてシグナルの期待値が変動すると考え、その変動性の尺度をシグナルの感度と定義し、

$$\zeta_{1a} \equiv \eta_{1a} - \frac{\text{cov}(\tilde{y}, \tilde{z} | a)}{\text{Var}(\tilde{z} | a)} \eta_{2a}, \quad \zeta_{2a} \equiv \eta_{2a} - \frac{\text{cov}(\tilde{y}, \tilde{z} | a)}{\text{Var}(\tilde{y} | a)} \eta_{1a} \text{ と公式化する。}$$

$$\eta_{1a} \equiv \frac{\partial E(\tilde{y} | a)}{\partial a}, \quad \eta_{2a} \equiv \frac{\partial E(\tilde{z} | a)}{\partial a} \text{ である。}$$

シグナルに相関があるときには、もう一方のシグナルの影響も受けているはずなので、感度は1つのシグナルのみからは定義できない<sup>(19)</sup>。このとき、 $\eta_{1a}$  および  $\eta_{2a}$  はシグナルに相関がないときの感度であると解釈できる。 $\text{cov}(\cdot)/\text{Var}(\cdot)$  は、二次元の確率分布からなる条件付き期待値の回帰係数である。定義2に基づくと、命題2が得られる。

## 命題 2

$y, z$  の同時確率密度関数が、(28)式で定義され、 $\varphi^*$  が  $[\varphi, \bar{\varphi}]$  の内点解であるときに、 $\gamma \neq 0$  であれば、

$$\frac{l(a)}{m(a)} = \frac{\rho_1^2 \zeta_{1a}}{\rho_2^2 \zeta_{2a}}$$

が成立する。このとき、 $\gamma = \text{cov}(\tilde{y}, \tilde{z} | a) / \text{Var}(\tilde{y} | a)$  である。また、 $\gamma = 0$  であれば、

$$\frac{l(a)}{m(a)} = \frac{\rho_1^2 \eta_{1a}}{\rho_2^2 \eta_{2a}}$$

が成立する。ただし  $i = 1, 2$  に関して、 $l, m, \rho_i^2, \eta_{ia}, \zeta_{ia}$  は、 $a = a^*$  で評価される。

(19) 2つのシグナルに相関があるときには、一方のシグナルが与えている影響を除去したものが、当該シグナルの真の感度になる。

命題2は、シグナルに相関の有無にかかわらず、シグナルの感度と精度の積で表せることを示している。証明は Appendix を参照されたい。

#### 4.3 シグナルの相対ウェイトの性質の会計学における含意

4.2節では、管理者の業績シグナルを、単一の評価尺度  $\pi = \pi(y, z)$  に線型統合する際に、2つのシグナルそれぞれの精度と感度の積を比較することで、シグナルを線型統合する際の相対ウェイトを特定可能であることを示した。これは、BDにおける命題3、4とも整合的な結果であり、(25)から(28)式で得られた結果を利用すれば、同じ方法で証明することができる。したがって、市民と管理者の効用関数が加法分離可能、かつ市民が報酬の支払い額に対してリスク中立的であれば、一般政府においても、業績シグナルの相対ウェイトについて営利組織と同様の結果が得られる。すなわち、あるシグナルのノイズが非常に大きいときやエイジェントの努力水準の変動に対してシグナルの変化が小さいときに、当該シグナルの相対ウェイトは小さくなる。

また、シグナルに正の相関があるときには、一方のシグナルの感度は、もう一方のシグナルの影響を除去することで求められた。したがって、例えば市民が公立図書館の利用者数と貸出冊数のように高い相関がありそうなシグナルを使う際には、シグナルの感度が相対ウェイトに与える影響は小さくなる。

さらに、シグナルが会計情報であったとすると本稿の結果は会計の基礎概念に対しても示唆を与えている。政府および非営利組織会計の主要な概念書のうち、米国政府会計基準審議会(GASB)概念書および連邦財務会計基準審議会(FASAB)によって公表された「連邦財務会計概念ステートメント」は、いずれも、財務情報が具備すべき質的特性として目的適合性(relevance)と信頼性(reliability)を重要視している。本稿のモデルにおけるシグナルの感度と精度をそれぞれ目的適合性と信頼性と見立てると、それらを重要視し、そのトレードオフを検討すべきことを示唆しているようにも見え、会計研究におけ

る規範的な議論を部分的に支持している。

また、2013年に国際公会計基準審議会（IPSASB）によって公表された「IPSASB 公的部門の主体による一般目的財務報告の概念フレームワークにおけるフェーズ1最終文書」では、信頼性を表現の忠実性（faithful representation）に変え、目的適合性とのトレードオフを考慮しないことにしているが、このことに議論の余地があることも示唆している。

管理会計論の文脈においては、第1に部門別業績管理における管理可能性原則をより慎重に適用すべきという示唆が得られる。管理可能性原則とは、例えばコスト・センターにおいて、原価を管理可能費と管理不能費にわけ、管理者は管理可能な原価にだけ責任を負うという考え方である。例えば、シグナル  $z$

が管理不能であれば、 $\eta_{2a} = \frac{\partial E(\tilde{z} | a)}{\partial a} = 0$  と記述でき、一方でシグナル  $y$  は管

理可能費用であるとすれば、 $\eta_{1a} = \frac{\partial E(\tilde{y} | a)}{\partial a} > 0$  と記述できる。そして、伝統

的な管理可能性原則に従えば、 $y, z$  の線型統合の際、 $z$  のウェイトはゼロになるはずである。しかし、シグナル間の相関係数の符号によって、シグナルは次のように線型統合される。

- (1) 相関係数がゼロのとき、 $y$
- (2) 相関係数が負のとき、 $l(a)y + m(a)z$
- (3) 相関係数が正のとき、 $l(a)y - m(a)z$

したがって、シグナル間に相関があれば、管理不能費であったとしても異なるウェイトを付したうえで線型統合することで、最適な業績評価を行うことができる（Banker and Datar 1989, 32-33）。この事実は、一般政府の業績評価において重要である。一般政府部門はコスト・センターのようにも見えるからである。たとえば独立行政法人は、組織の運営資金を国から支給され、行政サービスを提供しているし、各省庁も財務省から予算を得て行政サービスを行って

いる。このことに鑑みると、本稿の結果は、コストに基づく業績評価を行う際の具体的な方法について理論的に明らかにしたといえる。

第2に、どのように相対業績評価を行うべきかに示唆を与えている。省庁の幹部や地方自治体の首長に対しては、相対業績評価を行うことも考えられる。競争相手の行動は、被評価者にとって管理不能であるから、競争相手の業績シグナルに応じて自身の業績評価が調整されることはありえないはずである。しかし、両者の業績シグナルに相関があるのであれば、それに応じて評価を調整すべきであるという結論が得られる。これは、具体的には両者に共通するマクロ的な要因を除去すべきであることを意味しており、われわれの直感にも合致する結果であろう。

そして、財務会計論の文脈では、区分計算表示の意義が挙げられる。例えば企業における損益計算書は、当期純利益（または包括利益）を表示するまでにその途中の過程を適当な区分に分けて示さなければならないとされるが、本稿の結果はそれを支持している。損益計算書上の財務数値は、感度も精度も異なるシグナルの寄せ集めであるからである。線型統合された財務数値は業績評価において利用可能であるものの、全てに同じウェイトを付して単純に和を求めただけの数値は、そのままでは業績評価に使用すべきではないという結論が得られる。一般政府における業務費用計算書や行政サービス実施コスト計算書に対しても同様の結論が得られよう。

このように、2つの業績シグナルが線型統合可能であり、かつその統合ウェイトがシグナルの精度と感度の積であるという結果は、会計理論と実務の両面に多くの示唆を与える。一般政府においてこの結果を得るには、本稿ではプリンシパルとエイジェントの効用関数に対して（一般性を維持しようとして試みつも）かなり厳しい仮定を置くことになったが、業績シグナルに対してはそのような制約がほとんどない。その意味で、広範に適用可能な事実が4節までで示されたといえる。次節ではこれまでの仮定のいくつかを変更し、本稿で得られ



た結論の更なる頑健性、および設定した仮定の意義を考察する。

## 5 議論の拡張

### 5.1 $n$ 種類の業績シグナルへの拡張

前節までは、 $y, z$  の 2 種類のシグナルを前提にしていたが、一般政府の管理者の行動が  $n$  種類のシグナルで評価されるとしても、同じように議論することができる。そこで前節までの仮定のうち、市民が観察可能なシグナルを、 $n$  ( $\in \mathbb{N}$ ) 種類のシグナル、 $y_j$  ( $j \in \{1, \dots, n-1\}$ )、および  $z$  であるという仮定に修正する。これらのシグナルには各々相関がある。このとき、線型統合された評価尺度が

$$\Pi_1 = \sum_{j=1}^{n-1} L_j(a)y_j + M(a)z \quad (29)$$

とする。 $n$  種類のシグナルのもとでの次善最適な行動を  $a^{**}$  としたときに、 $\Pi_1^{**} = \Pi_1(a^{**})$  と考える。したがってこのときの最適な報酬を  $\varphi^{**}$  とすれば、 $\varphi^{**} = \Psi(\Pi_1^{**})$  となるような、ある関数  $L_j(a^{**})$  と  $M(a^{**})$  が存在すれば、シグナルが  $n$  種類であっても線型統合を行うことで最適な契約を設計可能である。そこで、 $n+1$ 次元の同時密度関数が、

$$h_3(x, y_1, \dots, y_{n-1}, z|a) = h_4(x|y_1, \dots, y_{n-1}, z, a) \cdot h_5(y_1, \dots, y_{n-1}, z|a) \quad (30)$$

で表されるとする。ラグランジュ関数を  $\Lambda$  とすると、

$$\begin{aligned}
\Lambda \equiv & \iiint \dots \iiint W[x, \varphi(y_1, \dots, y_{n-1}, z)] h_3(x, y_1, \dots, y_{n-1}, z | a) dx dy_1 \dots dy_{n-1} dz \\
& + \lambda_2 \left[ \iiint \dots \iiint U[x, \varphi(y_1, \dots, y_{n-1}, z)] h_3(x, y_1, \dots, y_{n-1}, z | a) dx dy_1 \dots dy_{n-1} dz \right. \\
& \left. - V(a) - \underline{U} \right] + \mu_2 \left[ \iiint \dots \iiint W[x, \varphi(y_1, \dots, y_{n-1}, z)] h_{3a}(x, y_1, \dots, y_{n-1}, z | a) dx dy_1 \right. \\
& \left. \dots dy_{n-1} dz - V_a(a) \right]
\end{aligned} \tag{31}$$

である。 $\lambda_2$ と $\mu_2$ はラグランジュ乗数である。(30)式を $a$ で偏微分すると、

$$\begin{aligned}
& h_{3a}(x, y_1, \dots, y_{n-1}, z | a) \\
& = h_{4a}(x | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a) \cdot h_5(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a) \\
& + h_4(x | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a) \cdot h_{5a}(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a)
\end{aligned} \tag{32}$$

である。3節と同様の考え方で(31)式から最適な報酬契約 $\varphi^{**}$ が満たすべきオイラー方程式を得られる。これを、本稿で置いた仮定、すなわち市民と管理者の効用関数が加法分離可能かつ市民が報酬の支払い額に対してリスク中立的である条件のもとで整理すると、

$$\frac{1}{U_{2\varphi}(x, \varphi(y_1, \dots, y_{n-1}, z))} = \lambda_2 + \mu_2 \left[ \frac{h_{5a}(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})}{h_5(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})} \right] \text{ for all } y_1, \dots, y_{n-1}, z \tag{33}$$

である。ここから命題3が得られる。

### 命題 3

市民と管理者の効用関数が加法分離可能かつ、市民が報酬の支払い額に対してリスク中立的であるとき、シグナルの同時確率密度関数が、少なくとも

$$h_5(y_1, \dots, y_{n-1}, z|a) = \exp \left\{ \int G_1 \left[ \sum_{j=1}^{n-1} L_j(a)y_j + M(a)z \right] da \right\} \quad (34)$$

であれば、次善最適な行動  $a^{**}$  に対する最適な報酬契約を、 $\varphi^{**} = \Psi(\Pi_1^{**})$  かつ  $\Pi_1^{**} = \sum_{j=1}^{n-1} L_j(a^{**})y_j + M(a^{**})z$  と記述することが可能である。ただし、 $G_1$  は任意の関数である。

証明は、Appendix を参照されたい。命題 3 は、 $n$  種類のシグナルであっても線型統合可能であるための十分条件を示している。そして、ここから、多数の財務指標から成り適切に区分表示された財務諸表は、営利企業のみならず一般政府においても有用であることがより明白になったといえる。

## 5.2 効用関数の分離加法性と独立性

再び、 $y, z$  の 2 種類のシグナルを前提にした議論に戻ろう。4 節までは、定義 1 の効用関数の分離加法性を仮定して議論していた。5.2 節では、この仮定を緩めて、分離加法性が成り立たないが、アウトカム ( $x$ ) と報酬 ( $\varphi$ ) に独立性が成り立つ場合を議論したい。Keeney and Raiffa (1993, 219-235) に基づき、本稿では、アウトカムと報酬に独立性が成り立つことを、定義 3 のように表す。

**定義3** アウトカムと報酬に独立性が成り立つことを,

$$W(x, \varphi) = W_1(x) + W_2(\varphi) + W_3(x) \cdot W_4(\varphi) \quad (35)$$

$$U(x, \varphi) = U_1(x) + U_2(\varphi) + U_3(x) \cdot U_4(\varphi) \quad (36)$$

とする。

定義1では、 $W_3(x) \cdot W_4(\varphi) = 0$ と仮定していたのに対して、定義3は、 $W_3(x) \cdot W_4(\varphi) \neq 0$ になっているため、定義3は定義1よりも緩和された仮定である。定義3のもとでは効用関数として全ての多項式および指数関数、一部の分数関数および対数関数などを想定することができる。一方で、例えば、 $\sqrt{x+y}$ の形式の無理関数や $\ln(x+y)$ などは想定できない。

(35)および(36)式の第3項は、 $W(x, \varphi)$ および $U(x, \varphi)$ に対して報酬とアウトカムの相乗効果があることを示している。例えば、得られたアウトカムに対して、支払った報酬が市民の期待額よりも低額であれば、 $W_3(x) \cdot W_4(\varphi)$ の項は $W(x, \varphi)$ を増加させるように影響するかもしれない。また、管理者にとっては、得られた報酬が、市民に与えたアウトカムに見合っていると感じれば、 $U_3(x) \cdot U_4(\varphi)$ の項は $U(x, \varphi)$ を増加させるように影響するかもしれない。定義3はかかる状況も想定した仮定である。また、効用関数が加法分離可能であれば、効用の独立性が成り立つが、その逆は成り立たないことに注意されたい<sup>(20)</sup>。

さて、(35)式は、 $W(x, \varphi) = W_1(x) - W_2(\varphi) + W_3(x) \cdot W_4(\varphi)$ とすることもできる。このときには、

<sup>(20)</sup> 例えば、2変数のコブ・ダグラス型効用関数 $U = x^\alpha \varphi^\beta$ は、効用の独立性は成り立っているが、加法分離可能ではない。

$$\frac{\partial W}{\partial \varphi} = -W_{2\varphi}(\varphi) + W_3(x) \cdot W_{4\varphi}(\varphi) \leq 0 \quad (37)$$

である。  $\int h_2(x|y, z, a^*) dx = 1$  であることとあわせると、

$$\begin{aligned} & \int W_\varphi [x, \varphi(y, z)] h_2(x|y, z, a^*) dx \\ &= -W_{2\varphi}(\varphi(y, z)) \int h_2(x|y, z, a^*) dx + W_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \int W_3(x) h_2(x|y, z, a^*) dx \\ &= -W_{2\varphi}(\varphi(y, z)) + W_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \cdot E[W_3(\tilde{x})|y, z, a^*] \end{aligned} \quad (38)$$

である。  $\int U_\varphi [x, \varphi(y, z)] h_{2a}(x|y, z, a^*) dx$  は、

$$\int U_\varphi [x, \varphi(y, z)] h_{2a}(x|y, z, a^*) dx = U_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \cdot E_a[U_3(\tilde{x})|y, z, a^*] \quad (39)$$

である。したがって、定義1のもとでは(22)式が得られていたのに対し、

$$\begin{aligned} & \frac{W_{2\varphi}(\varphi(y, z)) - W_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \cdot E[W_3(\tilde{x})|y, z, a^*]}{U_{2\varphi}(\varphi(y, z)) + U_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \cdot E[U_3(\tilde{x})|y, z, a^*]} \\ &= \lambda_1 + \mu_1 \left[ \frac{U_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \cdot E[U_3(\tilde{x})|y, z, a^*]}{U_{2\varphi}(\varphi(y, z)) + U_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \cdot E[U_3(\tilde{x})|y, z, a^*]} + \frac{f_a(y, z|a^*)}{f(y, z|a^*)} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

となる。(40)式は  $\varphi^*$  が満たすべき条件であり、ただちに、命題4がえられる。

#### 命題 4

アウトカムと報酬の独立性は成り立つが、効用関数の分離加法性が成り立たないときには、最適な報酬  $\varphi^*$  は、(40)式の解であり、 $\varphi^*$  が存在するならば

$$\begin{aligned} v_1 &= v_1(y, z, a^*) \equiv \frac{f_a(y, z | a^*)}{f(y, z | a^*)} \\ \xi_1 &= \xi_1(x, y, z, a^*) \equiv E[W_3(\tilde{x}) | y, z, a^*] \\ \tau_1 &= \tau_1(x, y, z, a^*) \equiv E[U_3(\tilde{x}) | y, z, a^*] \end{aligned}$$

の3つの指標からなる。

命題4は、業績シグナルが  $y, z$  の2つであったとしても、最適な報酬契約を締結するためには、3つの指標が必要になることを示している。特に、3つの指標のうち  $\xi_1$  および  $\tau_1$  の2つは、アウトプット  $y, z$  を条件とするアウトカムの期待効用の指標であり、アウトカムに関連するシグナルが契約に必要なことを示している。では、これらの指標を、 $\pi_{in} = l_{in}(a) v_1 + m_{in}(a) \xi_1 + n_{in}(a) \tau_1$  となるように線型統合すれば最適な報酬契約を締結できるのかということ、(40)式からはそれを示唆するものは何もない<sup>(2)</sup>。本稿では、最適な報酬契約が(40)式の解となる場合の線型統合の可能性について分析は行わないが、命題4は効用関数の分離加法性の仮定が、一般政府における報酬契約の締結において重要な意味を持つことを示している。

次に、本稿における特徴的な仮定として、エイジェントである一般政府の管理者の効用は、報酬と行動だけではなく、アウトカム  $x$  にも影響を受けることが挙げられる。この仮定は、命題4を得るために重要である。通常よく用いられる仮定と同じように  $U(\varphi) - V(a)$  と、エイジェントの効用に対しては報酬と

(2)  $in$  は、independence (独立性) の意味である。

行動のみが影響を与えると修正すれば系 2 が得られる。

## 系 2

エイジェントの効用関数を  $U(x, \varphi) - V(a)$  ではなく、 $U(\varphi) - V(a)$  と仮定したときには、アウトカムと報酬の独立性が成り立てば、最適な報酬は、

$$\frac{W_{2\varphi}(\varphi(y, z)) - W_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \xi_1}{U_\varphi(\varphi(y, z))} = \lambda_1 + \mu_1 \nu_1 \quad (41)$$

の解であり、

$$\nu_1 = \nu_1(y, z, a^*) \equiv \frac{f_a(y, z | a^*)}{f(y, z | a^*)}$$

$$\xi_1 = \xi_1(x, y, z, a^*) \equiv E[W_3(\tilde{x}) | y, z, a^*]$$

の 2 つの指標からなる。

エイジェントの効用関数を  $U(x, \varphi)$  ではなく、 $U(\varphi)$  とすれば  $\tau_1 = E[U_3(\tilde{x}) | y, z, a^*]$  を考慮しなくても良い。したがって系 2 の結果になることは直感的には明らかであるが、証明は Appendix を参照されたい。BDM のような先行研究と比べると、本稿では効用関数の分離加法性の仮定が重要な意味を持っているといえるが、この仮定の重要性はアウトカム  $x$  がエイジェントの効用にも影響するという仮定にも由来するのである。さらに、(41)式の形式に着目すると、市民の報酬に対するリスク中立性を仮定し、命題 1 および 4 の証明を応用することで 2 つのシグナルを線型統合可能であることを示すことができる。

### 5.3 アウトカムと報酬の独立性が成り立つ条件下における $n$ 種類の業績シグナルへの拡張

次に、アウトカムと報酬の独立性が成り立つが、効用関数の分離加法性は成り立たないとき、市民が、 $n$  種類のシグナルを観察可能である場合に拡張した議論を行いたい。そこで、5.1節と同様に、シグナルが<sup>3</sup>、 $y_j$  ( $j \in \{1, \dots, n-1\}$ )、および  $z$  であるという仮定に修正する。そして、 $n+1$ 次元の同時密度関数が(30)式であると仮定する。このとき、命題5が得られる。

#### 命題5

アウトカムと報酬の独立性は成り立つが、効用関数の分離加法性が成り立たないときには、一般政府の管理者の行動が  $n$  種類のシグナルで評価されるとしても最適な報酬  $\varphi^{**}$  が存在するならば、 $\varphi^{**}$  は

$$v_2 = \frac{h_{5a}(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})}{h_5(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})}$$

$$\xi_2 = E[W_3(\tilde{x}) | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a^{**}]$$

$$\tau_2 = E[U_3(\tilde{x}) | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a^{**}]$$

で表される、核となる3種類の指標で決定される。

証明は Appendix を参照されたい。命題4では、業績シグナルが  $y, z$  の2つであったとしても、最適な報酬契約を締結するためには、3つの指標が必要になることを示したが、命題5からは、業績シグナルが  $n$  種類であったとしても高々3つの指標を用いることが、最適な報酬契約を設計するための必要十分条件であることがわかる。一般政府においては、財務指標であるか非財務指標であるかにかかわらず、管理者の行動について様々なシグナルが開発されている。命題5は、BDの結果が成り立たないときに、それらをどのように統合し、報酬契約に役立てるべきかに指針を与えている。契約支援の観点からは、一般



政府の業績評価システムにおいては、多数のシグナルを3つの核となる指標に統合するための役割と、3つのシグナルをさらに1つの業績尺度に統合するための役割を求められるとも考えられよう<sup>(22)</sup>。

#### 5.4 本稿の限界

最後に、本稿のモデルの限界を指摘したい。本稿の分析は、図表5のように、

図表5 本稿においてエイジェンシー関係にある経済主体

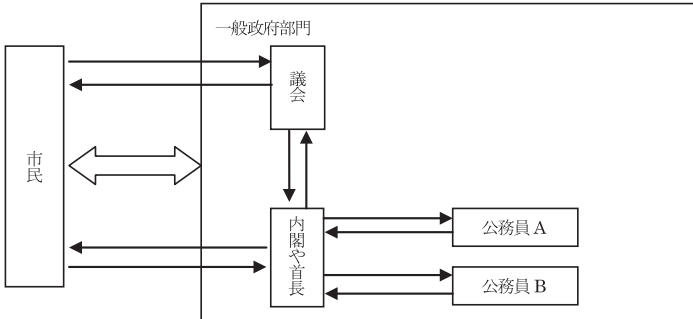


市民と一般政府部門の管理者の2者のエイジェンシー関係のみに着目したモデルに基づいたものであった。本稿では、一般政府部門の管理者には、公務員、地方自治体の首長、そして議員等を含めている。ところが、市民との関係について、特に、選挙で選ばれたわけではない公務員と選挙で選ばれる政治家では大きく異なっている。また、わが国においては、内閣に行政権、そして国会に立法権が与えられ、内閣は国会での信任を受けなければならないという関係にある。したがって、本来は、一般政府部門内部の組織構造に着目して、図表6のように考える必要がある。

図表6では、議会と内閣や首長のエイジェンシー関係、内閣や首長と公務員とのエイジェンシー関係を考慮している。第1に、市民は、議会および内閣また首長などの複数のエイジェントとエイジェンシー関係にある。第2に、内閣がプリンシパルと考えれば、省庁は分権化されているため、内閣もまた複数の公務員がエイジェントとエイジェンシー関係にある。第3に、市民、内閣お

<sup>(22)</sup> 核となる3つのシグナルは、具体的には、 $n$ 種類のシグナルの同時密度関数の尤度比、アウトカムに対する市民の条件付き期待効用、およびアウトカムに対する管理者の条件付き期待効用である。

図表6 一般政府部門内部の経済主体間の関係性に着目したとき



よび首長，ならびに公務員は，三層のエージェンシー関係にある。実際には，かかる複雑な組織構造があるにもかかわらず，本稿では，ブロック矢印の関係性のみに着目し，かなり単純化しているため，現実との乖離も大きくなる可能性が高い。

また，組織構造だけではなくプリンシパルやエージェントの意思決定についてもかなり単純化されている。市民をプリンシパルと考えたとき，エージェントは市民の投票によってもコントロールされる。本稿では，エージェントの効用は，アウトカムにも影響を受けると仮定し，投票によるコントロールを全く考慮していないわけではないが，本稿の目的は事後的な業績評価によるコントロールを考察することである。したがって近年，公共経済学や政治経済学で蓄積された投票のメカニズムをモデルに明示的に取り入れ，（企業会計における資本市場との関連性のような）投票による事前的な評価によるコントロールも考慮せねばならない。さらに，一般政府の管理者は複数のタスクを担っていることも多く，契約も複数期間に渡る。特に，投票のメカニズムを考慮するのであれば，複数期間の考慮は不可欠であろう。

かかる単純化がなされているものの，少なくとも本稿で得られた結果は，一般政府部門において理論的に望ましい報酬体系を検討するための一つのベンチ

マークを提示している。まず、広範に適用可能な最も単純なモデルからスタートし、エイジェントを複数にしたり、投票のメカニズムを取り入れるなどのより複雑な状況を検討したときに、分析結果が異なるのであれば、その理由を考える過程で投票などの政治的なメカニズムの新たな意義が明らかになるかもしれない。

## 6 むすびにかえて

本稿は、市民と一般政府の管理者の間の利害衝突を緩和するためにインセンティブ契約を導入する際の業績尺度の構築について検討した。そのために、営利組織と一般政府組織の相違を両者の活動目的と活動区分に着目しながら簡単に整理を行ったうえで、具体的には、一般政府の管理者の業績シグナルが複数得られたときに、それらを線型統合することで最適な報酬契約を設計可能か否か、そして設計可能であれば、どのようなウェイトで統合すれば良いかを論じた。

その結果、2つのシグナルの同時確率分布として想定されうるほとんどの分布に関して、市民と管理者の効用関数が加法分離可能かつ市民が報酬の支払い額に対してリスク中立的であるときにはシグナルの線型統合によって最適な報酬契約が実現されることがわかった（命題1）。また、2つのシグナルそれぞれの精度と感度の積を単純に比較することによって、シグナルを線型統合する際の相対ウェイトを特定できることを明らかにした（命題2）。この結果は、会計情報の質的特性などの基礎概念、ならびに管理会計論における管理可能性原則や財務会計論の区分計算表示原則などの各論にも示唆を与える。

次に、シグナルを $n$ 個に増やすなど、いくつかの仮定や条件を緩和し、追加的な考察を行った。その結果、市民と管理者の効用関数が加法分離可能かつ市民が報酬の支払い額に対してリスク中立的であるときには、 $n$ 種類のシグナルであっても線型統合によって最適な報酬契約を設計可能であることを示した

(命題3)。また、アウトカムと報酬の独立性は成り立つが、効用関数の分離加法性は成り立たないときには、業績シグナルが  $y, z$  の2つであっても、最適な報酬契約を締結するためには、3つの指標が必要になることを示した(命題4)。これは業績シグナルが  $n$  種類であっても同様である(命題5)。かかる結果が得られたのは、アウトカム  $x$  がエージェントの効用にも影響するという仮定にも由来している(系2)。ただし、本稿では、3つの指標を線型統合可能か否かを論証していない。仮に不可能であれば、今度は非線型の統合が実務上合理的かあるいは複数の業績尺度の統合問題と考えるのか等の判断を要するため、今後更なる分析が必要である。

一般政府においても、財務指標であるか非財務指標であるかにかかわらず、管理者の行動について様々なシグナルが開発されている。命題5の結果は、それらをどのように統合し、報酬契約に役立てるべきかに指針を与えている。一般政府の業績評価においては、多数のシグナルを3つの核となる指標に統合するための機能と、それが可能であるならば3つの指標をさらに1つの業績尺度に統合するための機能を求められるとも考えられる。

本稿では、このように多くの結果が得られたが、5.4節で指摘したように、組織構造およびプリンシパルやエージェントの意思決定についてかなり単純化されており、現実との乖離も大きい。したがって、本稿の結果をベンチマークとしつつ、これらを修正してさらに研究を行っていく必要がある。また、特に命題3および5については最適な報酬関数が存在することを一般的に示していない。もっとも、一般的に示すことが困難であったとしても、効用関数について負の指数関数を仮定するなど具体的な関数を仮定すれば、最適な報酬関数を明示的に求めることは比較的容易であろう。これらは今後の課題としたい。

## Appendix

## 命題 1 の証明

$\Psi$  は線型統合された業績尺度に関する報酬契約で、 $\varphi$  は、2つのシグナルからなる報酬関数である。したがって、十分条件を満たすためには、 $f(y, z|a)$  が(27)式で表されるなら、 $\varphi^*(y, z)$  が $\Psi^*[\pi^*(a^*)]$  で表されることを示せば良い。これは、Banker and Datar (1989, 26, 35) の命題 1 およびその証明を参照すれば導くことができる。

必要条件を満たすためには、逆に  $\varphi^*(y, z) = \Psi^*[l(a^*)y + m(a^*)z] = \Psi^*[\pi^*(a^*)]$  であるときに、(27)式が成り立つことを示す。これは、Banker and Datar (1989, 28, 35) の命題 2 およびその証明を参照すれば導くことができる。

(証明終)

## 命題 2 の証明

まず、 $y, z$  が独立であるケースは、 $l(a^*) = \frac{\partial f_a(y, z|a^*)}{\partial y} = p_a(a^*) = \rho_1^2 \eta_a$ ,

$m(a^*) = \frac{\partial f_a(y, z|a^*)}{\partial z} = q_a(a^*) = \rho_2^2 \eta_{2a}$  となることを示せば良いが<sup>s</sup>、これは、Banker and

Datar (1989, 36-37) を参照すれば示すことができる。

次に、 $\tilde{\omega} = \tilde{z} - \gamma \tilde{y}$  とおくと、二変数の指数型分布族の同時確率密度関数  $g_1(y, \omega|a)$  は、

$$g_1(y, \omega|a) = \exp\left\{[p(a) + \gamma q(a)]y + q(a)\omega - r(a) + s_1(y) + s_2(\omega)\right\} \quad (\text{A.1})$$

と表される。 $r(a) \equiv r_1(a) + r_2(a)$  とすると、 $g_1(y|a) = \exp\{[p(a) + \gamma q(a)]y - r_1(a) + s_1(y)\}$ 、 $g_1(\omega|a) = \exp\{q(a)\omega - r_2(a) + s_2(\omega)\}$  より、 $g_1(y, \omega|a) = g_1(y|a) \cdot g_1(\omega|a)$  となる。したがって (A.1) と記述されるとき、 $y, \omega$  は、相互独立な確率変数である。ここから、 $\text{Var}(\tilde{z}|a) = \text{Var}(\tilde{\omega}|a) + \gamma^2 \text{Var}(\tilde{y}|a)$  であり、 $\text{Var}(\tilde{\omega}|a) = \text{Var}(\tilde{z}|a) - 2\gamma \text{cov}(\tilde{y}, \tilde{z}|a) +$

$\gamma^2 \text{Var}(\tilde{y}|a)$  となるので、 $\gamma = \frac{\text{cov}(\tilde{y}, \tilde{z}|a)}{\text{Var}(\tilde{y}|a)}$  となる。 $\gamma \neq 0$  ならば、 $y, z$  については相関が

ある。

そこで、 $y, \omega$  の線型統合におけるウェイトを  $l^y, m^\omega$  とすると、 $y, \omega$  は独立なので

$$\frac{l^y}{m^\omega} = \frac{\partial \text{E}(\tilde{y}|a) / \partial a}{\text{Var}(\tilde{y}|a)} \cdot \frac{\text{Var}(\tilde{\omega}|a)}{\partial \text{E}(\tilde{\omega}|a) / \partial a} \quad \text{が成立する。また、}$$

$$\frac{l^y}{m^a} = \frac{\partial g_{1a}(y, \omega|a)}{\partial y g_1(y, \omega|a)} \bigg/ \frac{\partial g_{1a}(y, \omega|a)}{\partial \omega g_1(y, \omega|a)} = \frac{p_a(a) + \gamma q_a(a)}{q_a(a)} = \frac{l(a)}{m(a)} + \gamma \quad (\text{A.2})$$

も成立する。 $l(a)/m(a)$ が、シグナル $y, z$ の最適ウェイトであるから、ここから、

$$\frac{l(a)}{m(a)} = \frac{\rho_1^2 \zeta_{1a}}{\rho_2^2 \zeta_{2a}} \text{が成立することを示せば良いが、これは、Banker and Datar (1989,}$$

37-38)を参照すれば示すことができる。

(証明終)

### 命題3の証明

(34)式が成立すれば、

$$h_{5a} = \exp \left\{ \int G_1 \left[ \sum_{j=1}^{n-1} L_j(a)y_j + M(a)z \right] da \right\} G_1 \left[ \sum_{j=1}^{n-1} L_j(a)y_j + M(a)z \right] \quad (\text{A.3})$$

となるから、

$$\frac{h_{5a}}{h_5} = G_1 \left[ \sum_{j=1}^{n-1} L_j(a)y_j + M(a)z \right] \quad (\text{A.4})$$

となる。市民は、報酬に対してリスク中立であることを仮定しているから、 $D_1 = \frac{\partial U_2^{**}}{\partial \varphi}$ とすると、(33)式は、

$$\frac{1}{D_1(\varphi(y_1, \dots, y_{n-1}, z))} = \lambda_2 + \mu_2 \frac{h_{5a}(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})}{h_5(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})} \text{ for all } y_1, \dots, y_{n-1}, z \quad (\text{A.5})$$

となる。 $\varphi^{**}(y_1, \dots, y_{n-1}, z)$ は、(A.5)式の解であるので、(A.4)式を利用すると、

$$\begin{aligned} \varphi^{**} &= D_1^{-1} \left[ \frac{1}{\lambda_2 + \mu_2 \frac{h_{2a}(y_1, \dots, y_{n-1}, z/a^{**})}{h_3(y_1, \dots, y_{n-1}, z/a^{**})}} \right] = D_1^{-1} \left[ \frac{1}{\lambda_2 + \mu_2 \cdot G_1 \left[ \sum_{j=1}^{n-1} L_j(a^{**}) y_j + M(a^{**}) z \right]} \right] \\ &= D_1^{-1} \left[ \frac{1}{\lambda_2 + \mu_2 \cdot G_1 \left[ \Pi_1^{**} \right]} \right] = \Psi'(\Pi_1^{**}) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

(証明終)

## 系 2 の証明

(35)式より

$$\frac{\partial W}{\partial \varphi} = -W_{2\varphi}(\varphi) + W_3(x) \cdot W_{4\varphi}(\varphi) \quad (\text{A.7})$$

である。[ $h_2(x|y, z, a^*) dx = 1$ ]であるので、

$$\begin{aligned} &\int W_\varphi[x, \varphi(y, z)] h_2(x|y, z, a^*) dx \\ &= -W_{2\varphi}(\varphi(y, z)) \int h_2(x|y, z, a^*) dx + W_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \int W_3(x) h_2(x|y, z, a^*) dx \\ &= -W_{2\varphi}(\varphi(y, z)) + W_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \cdot E[W_3(\tilde{x})|y, z, a^*] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

である。したがって、(18)式は、

$$\frac{W_{2\varphi}(\varphi(y, z)) - W_{4\varphi}(\varphi(y, z)) \cdot E[W_3(\tilde{x})|y, z, a^*]}{U_\varphi(\varphi(y, z))} = \lambda_1 + \mu_1 \frac{f_a(y, z|a^*)}{f(y, z|a^*)} \quad (\text{A.9})$$

となる。ここで、

$$v_1 = v_1(y, z, a^*) \equiv \frac{f_a(y, z|a^*)}{f(y, z|a^*)}, \quad \xi_1 = \xi_1(x, y, z, a^*) \equiv E[W_3(\tilde{x})|y, z, a^*] \quad (\text{A.10})$$

と、表すとすると、最適な報酬は、

$$\varphi^* = \varphi^*(v_1, \xi_1) \quad (\text{A.11})$$

と表される。

(証明終)

## 命題5の証明

市民が、 $n$ 種類のシグナル  $y_1, \dots, y_{n-1}, z$  を観察できるとする。 $n + 1$ 次元の同時密度関数が、(30)式であり、ラグランジュ関数が(31)式であるので、 $\varphi^{**}$ が満たすべきオイラー方程式は、

$$\begin{aligned} & \frac{W_{2\varphi} - W_{4\varphi} \cdot \mathbb{E} \left[ W_3(\tilde{x}) | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a^{**} \right]}{U_{2\varphi} + U_{4\varphi} \cdot \mathbb{E} \left[ U_3(\tilde{x}) | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a^{**} \right]} \\ &= \lambda_2 + \mu_2 \left[ \frac{U_{4\varphi} \cdot \mathbb{E}_a \left[ U_3(\tilde{x}) | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a^{**} \right]}{U_{2\varphi} + U_{4\varphi} \cdot \mathbb{E} \left[ U_3(\tilde{x}) | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a^{**} \right]} + \frac{h_{5a}(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})}{h_5(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

である。なお、上式はすべての  $y_1, \dots, y_{n-1}, z$  について成り立つ。このような  $\varphi^{**}$ が存在するとすれば、

$$v_2 \equiv \frac{h_{5a}(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})}{h_5(y_1, \dots, y_{n-1}, z | a^{**})} \quad (\text{A.13})$$

$$\xi_2 \equiv \mathbb{E} \left[ W_3(\tilde{x}) | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a^{**} \right] \quad (\text{A.14})$$

$$\tau_2 \equiv \mathbb{E} \left[ U_3(\tilde{x}) | y_1, \dots, y_{n-1}, z, a^{**} \right] \quad (\text{A.15})$$

とおいたときに、最適な報酬は、

$$\varphi^{**} = \varphi^{**}(v_2, \xi_2, \tau_2) \quad (\text{A.16})$$

と表される。

(証明終)

## (謝辞)

本誌に投稿するにあたり、2名の匿名レフェリーから数多くの非常に貴重なコメントを頂き、本稿は大幅に改善された。また、執筆に際し、大塚春宗先生、佐藤絃光先生、佐々木宏夫先生、鈴木孝則先生、奥村雅史先生および川村義則先生から多大なご指導を賜った。記して感謝の意を表したい。ただし、残された誤りはすべて筆者の責任である。

## (付記)

本稿は科学研究費補助金基盤研究(C)(課題番号24530582)「統一公会計基準設定に向



けた国内・国際公会計基準の比較分析」の成果の一部である。

#### 参考文献

- Amershi, A. H., R. D. Banker, and S. M. Datar. 1990. Economic Sufficiency and Statistical Sufficiency in the Aggregation of Accounting Signals. *The Accounting Review* 65(1): 113-130.
- Banker, D. R., and J. M. Patton. 1987. Analytical Agency Theory and Municipal Accounting: An Introduction and an Application. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting* 3 (PartB): 29-50.
- , and S. M. Datar. 1989. Sensitivity, Precision, and Linear Aggregation of Signals for Performance Evaluation. *Journal of Accounting Research* 27(1): 21-39.
- , S. M. Datar, and A. Maindiratta. 1988. Unobservable Outcomes and Multiattribute Preferences in the Evaluation of Managerial Performance. *Contemporary Accounting Research*. 5(1): 96-124.
- Chiang, A. C. 1992. *Elements of Dynamic Optimization*. New York, NY: McGraw-Hill. (小田正雄他訳. 2005. 『動学最適化の基礎』シーエーピー出版.)
- Datar, S., S. Kulp, and R. Lambert. 2001. Balancing Performance Measures. *Journal of Accounting Research* 39(1): 75-92.
- Hillman, L. A. 2003. *Public Finance and Public Policy: Responsibilities and Limitations of Government*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. (井堀利宏訳. 2006. 『入門財政・公共政策』勁草書房.)
- Hindriks, J., and G. D. Myles. 2006. *Intermediate Public Economics*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Holmstrom, B. 1979. Moral Hazard and Observability. *Bell Journal of Economics* 10(1): 74-91.
- , and P. Milgrom. 1987. Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives. *Econometrica* 55(2): 303-328.
- International Public Sector Accounting Standards Board (IPSASB). 2013. *The Conceptual Framework for General Purpose Financial Reporting by Public Sector Entities; Roles and Authority, Objectives and Users, Qualitative Characteristics, and Reporting Entity*, Final Pronouncement. NY: IFAC.
- Johnson, N. L., S. Kotz, and N. Balakrishnan. 1994. *Continuous Univariate Distributions. Vol.1 2nd edition*. New York, NY: Wiley.
- Keeney, L. R., and H. Raiffa. 1993. *Decisions with Multiple Objectives*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Lambert, A. R. 2001. Contracting Theory and Accounting. *Journal of Accounting and Economics* 32: 3-87.
- Milgrom, P., and J. Roberts. 1992. *Economics, Organization and Management*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall. (奥野正寛他訳. 1997. 『組織の経済学』NTT 出版株式会社.)
- Mirrlees, J. A. 1976. The Optimal Structure of Authority and Incentives within an Organization. *Bell Journal of Economics* 7(1): 105-131.
- . 1999. The Theory of Moral hazard and Unobservable Behavior: Part1. *Review of Economic Studies*. 66: 3-21.
- Rogerson, W. P. 1985. The First-Order Approach to Principal-Agent Problems. *Econometrica* 53: 1357-1367.

- Sunder, S. 1997. *Theory of Accounting Control*, Cincinnati, Ohio: Southwestern Publishing. (山地秀俊他訳. 1998. 『会計とコントロールの理論』 勁草書房.)
- 井堀利宏. 2008. 『歳出の無駄』の研究』 日本経済新聞出版社.
- 亀井孝文. 2011. 『公会計制度の改革 第2版』 中央経済社.
- 川村義則. 2010. 「公会計の概念フレームワークの再検討—公的主体のフロー報告への示唆—」 『会計検査研究』 41: 13-34.
- 佐藤紘光. 2009. 『契約理論による会計研究』 中央経済社.
- 田中秀明. 2007. 「公務員制度改革—上級管理職制度の意義と課題—」 『季刊行政管理研究』 117: 15-62.
- 中泉拓也. 2006. 「公務員の総人件費改革におけるインセンティブ導入の必要性」 『関東学院大学経済経営研究所年報』 28: 42-57.
- 林正義・小川光・別所俊一郎. 2010. 『公共経済学』 有斐閣.