2011 年 1 月 12 日

博士学位申請論文審査報告書

早稲田大学大学院
経済学研究科長　須賀　晃一　殿

主査　船木由喜彦（早稲田大学政治経済学術院教授　理学博士（東京工業大学））
副査　須賀晃一（早稲田大学政治経済学術院教授　経済学博士（一橋大学））
副査　和光純（学習院大学経済学部教授）

学位申請者　近郷匠（経済学研究科博士後期課程 4 年　研究指導　船木由喜彦）

学位申請論文　**Essays on Cooperative Games: Characterizations of Solutions and Design of Matching Rules**

審査委員は上記の学位申請論文について，申請者に対する口頭試問（2010 年 12 月 22 日）を実施し，予備審査に基づく修正要求への対応等を含めて慎重に審査した結果，下記の評価に基づき，同論文が博士学位にふさわしいと判定し，ここに報告する．

記

１．本論文の概要と構成

本論文では，財，サービス，タスク等の「割り当て問題」の分析に用いられる協力ゲーム理論を取り上げ，そこにおいて，いくつかの重要な解に対し，新しい特徴付けを行っている．特に本論文では異なる 2 つのテーマについて，理論的な考察を行っている．一つは譲渡可能効用の存在を仮定した特性関数型協力ゲーム（TU ゲーム）における解の問題であり，もう一つは二部マッチングにおける解の問題である．

TU ゲームは，経済・社会問題における意思決定主体の提携形成，および主体間の利得分配を分析するための数理的手法であり，主体間の協調行動とその成果に基づく分配方法を分析することができる．この成果の分配方法はゲームの解とよばれ，様々な合理性や公平性の基準にしたがって異なるものが提案されており，それらの解の性質を比較することは重要である．第 2 章から第 4 章においては，各章ごとに統一的観点でそれらの解を比較している．

第 2 章では新たに提案された性質である balanced cycle contributions property(BCC)を共通の公理として用いて，シャープレイ値，均等分配値，Solidarity 値，およびバンザフ値を特徴付けし，その差異を明確にしている．この新しい公理は衡平性に関する既存の著名な公理 balanced contributions property（任意の二者間でプレイヤーの貢献度に関す

る衡平関係が成立すること）を弱めたものである．この共通の公理 balanced cycle contributions property と，効率性，および,「ゲームの中である種の性質をみたす主体の存在が他の主体の成果配分に全く影響しない」という 3 種類の公理によって，解の特徴付けを行っている．

第 3 章ではコアの存在する TU ゲームにおいて近年，提案された解である Average Lexicographic 値（AL 値）の特徴付けを行っている．この解の非協力ゲームを用いた特徴付けは, 非協力ゲームを用いたシャープレイ値の既存の特徴付けに対応している．さらに，前述の balanced contributions property に類似の公理を用いて，AL 値の公理的特徴付けを与えている．他の方法も含めて AL 値の公理的特徴付けに成功したのは世界で初めてであり，これらの特徴付けを通じて，AL 値とシャープレイ値との差異が明確になった．

第 4 章ではＴＵゲームに主体間の情報伝達構造を導入したゲームにおける 2 つの解，ポジション値とマイヤソン値の特徴付けを行っている．主体間における特定の協力構造を考え,「その協力構造を含まない情報伝達構造のみがあるゲーム」と「特定の協力構造をもちそれと情報伝達が両立するゲーム」を，同じプロセスを用いて，それぞれ異なったＴＵゲームとして定式化し，それらのゲームにシャープレイ値がポジション値とマイヤソン値となることを示し, それにより 2 つの解の差異が協力構造の有無に帰着できることを示した．

第 5 章では二部マッチング問題を考察している．このマッチング問題は二種類の主体間におけるペアおよびグループ形成問題であり，企業と労働者，あるいは学校と受験生をそれぞれ希望に基づき適切に割り当てる現実的な問題の分析に用いられている．この章では割り当てルールが満たすべき性質として，新たに「再帰的満場一致性の尊重」という性質と「一意な安定マッチングの尊重」という性質を考察している．前者はお互いに最も好む主体同士をペアにして取り除き，残された主体間に制限された問題で同様の手続きを繰り返した結果，最終的にすべての主体がその時点で最も望ましい主体と割り当てられるならばその割り当てを尊重するという条件であり，後者は安定マッチングが存在して一意であれば，それを尊重するという条件である．これらの新たに定式化した性質と耐戦略性，あるいは非介入性を同時に満たす割り当てルールが存在しないことを示している．

これらのすべての成果は内外の学会で報告されている．その主たる内容は，すべて査読つき国際学術誌に投稿され，下記に示すとおり，既掲載，掲載確定，修正要求に基づく修正中，あるいは投稿中である．

第 2 章の前半部分の内容は

“Axiomatization of the Shapley Value Using the Balanced Cycle Contributions Property” (with Yoshio Kamijo), *International Journal of Game Theory*, 2010, Vol.39, No.4, pp.563-571 としてすでに出版されている．さらに，その内容を発展させた論文：

“Whose deletion does not affect your payoff? The difference between the Shapley value, the egalitarian value, the solidarity value, and the Banzhaf value” (with Yoshio Kamijo), 2010,DP の内容も第 2 章に含まれており，この論文は投稿中である．

さらに第 3 章の主たる内容を含んだ論文：

“A Non-cooperative and an axiomatic characterization of the Average Lexicographic value” (with Yukihiko Funaki, Rodica Branzei, and Stef Tijs), 2010
は *International Game Theory Review* に掲載が確定している．

第 4 章の主たる内容を含んだ論文：

“Difference between the position value and the Myerson value is due to the existence of coalition structures” *International Journal of Game Theory*, 2010, Vol.39, No.4, pp.669-675
もすでに，単著論文として出版されている．

第 5 章の内容は論文：

“Recursive unanimity, strategy-proofness, and non-bossiness in two-sided matching problems”, Waseda Economics Working Paper Series No. 10-2, 2010
にまとめられ，*Social Choice and Welfare* に投稿され，現在修正要求中である．

本論文の構成は以下の通りである．

２．本論文の内容と学術的貢献

まず，論文全体の貢献をまとめると，ＴＵゲームにおいて，主体間の協調の成果の配分方法を表す様々なゲームの解の特徴付けを行い，解の差異を明らかにしたことである．これはＴＵゲームを現実の問題に応用しようとする際に役立つ．このような特徴付けとして本論文では，(i)公理的特徴付け，(ii)非協力ゲームを用いた特徴付け，(iii)協力ゲームの定式化の違いによる特徴付け，の３つの手法によって，異なる複数の解をそれぞれ統一的観点から比較している．さらに，二種類の主体間におけるペアおよびグループ形成の分析に用いられる「二部マッチング問題」において，いくつかの望ましい性質を同時に満たす，体系的な割り当てルールが存在しないことを示すことで，制度設計の難しさに一定の示唆を与えている．

以下では章ごとにその内容と学術的貢献について述べる．

第１章では,本論文の目的と構成が述べられ,各章の位置づけと概要が与えられている．さらに，協力ゲーム（ＴＵゲーム）の定式化，シャープレイ値の定義と balanced contributions property を含むいくつかの重要な性質が紹介されている．

第２章では，ＴＵゲームにおいて解の公理的特徴付けを行っている．ＴＵゲームではプレイヤーの集合と,プレイヤーたちがそれぞれ集まった際に生み出すことができる価値(提携値）が与えられた際，どのような協力構造が発生し，協力の成果をプレイヤーの間でどのように配分するかを分析することができる．ここで，ゲームの解とは各プレイヤーが受け取る協力の成果の配分であり，協力ゲーム理論では様々な解が提案されている．第２章では，解が満たす望ましい性質（公理）を定式化し，いくつかの公理の組み合わせにより解を一意に特徴付けるという公理的特徴付けを通じて，シャープレイ値，均等分配値，Solidarity 値，バンザフ値の共通点およびその差異を明確にした．ここで，共通する重要

な公理は，本研究で新たに定式化された公理 balanced cycle contributions property(BCC) である．この新しい公理は，既存のプレイヤーの貢献度に関する衡平性に関する著名な公理 balanced contributions property を弱めたものである．この公理と，効率性，および,「ゲームの中である種の性質をみたす主体の存在が他の主体の成果配分へ全く影響しない」という公理によって，前述の 4 つの解がそれぞれ特徴付けられ，比較されている．具体的には，シャープレイ値の場合は，一切の貢献を生み出さないナルプレイヤー，均等分配値の場合は，提携の人数に比例する形で貢献を生み出すプロポーショナルプレイヤー，Solidarity 値の場合は，提携の人数により緩やかに比例する形で貢献を生み出す準プロポーショナルプレイヤーが，他の主体の成果配分に影響しないという公理の差異で特徴付けられる．また，シャープレイ値とバンザフ値は，成果配分の利得和に関する性質の違いとして特徴付けられる．シャープレイ値は，配分の総和が全員提携によって生み出された価値と等しいという効率性の性質を満たし，バンザフ値の場合は，任意の 2 者が結合してあたかも 1 者として振舞った場合，受け取る利得は元の 2 者の配分の和と等しいという性質を満たしている．

第 2 章の貢献は，プレイヤーの貢献度の弱い衡平性に関する公理である BCC の定式化にある．マイヤソンによる既存の強い意味での衡平性の公理 balanced contributions property は説得的で解釈のしやすい概念であるが, その公理は強く, それを満たす解とし, ほとんどシャープレイ値の類型が導かれる．したがって，共通な土俵として解の比較をするという観点からは扱いにくい．それを適切に弱めることで，多くの解が満たす共通の公理となり，それを用いて多くの解を特徴付けることが可能になり，それらの解の差異をより明確に記述することが可能となった．すなわち，それぞれの解の特徴は共通な公理に対して付加される条件の差異に反映させることができ，その比較により，解の間の本質的な差異を整理し分析することができた.

第 3 章では，コアが存在する協力ゲームのクラスにおいて近年定義され，注目を浴びている Average Lexicographic 値（AL 値）に，非協力ゲームを用いた特徴付け，および公理的特徴付けを与えている．コアは一般に複数の配分を含む解であり，そのうちどの配分を採用すべきか，という問題は，コアを現実の経済問題へ応用する際に重要である．AL 値は, 辞書式順序に基づく最適化の平均としてコア配分のうち一つを選ぶという解である．より具体的には，プレイヤー集合上に順序を定義し，その順序に従い各プレイヤーがコア配分の中から，自身の利得が最大になる配分の集合を選ぶというプロセスを繰り返すことによって，ひとつの配分を求める．その際，自分より前に選ばれた配分の集合は尊重しなければならない. すべての順序について，これらの配分を求め，それを平均したものが AL 値となる．このようなプロセスに基づく一点の配分への絞込みは，いわゆる破産問題における run-to-bank-rule や，非分割財の割り当て問題における random dictatorship rule などのように，経済問題でもしばしば観察される．

非協力ゲームによる特徴付けでは，AL 値を唯一の部分ゲーム完全均衡の結果としてもたらす，プレイヤー間の交渉プロセスを展開形ゲームとして与えている．この展開形ゲームはプレイヤーの人数に関して次のように再帰的に定義される．プレイヤーが一人の場合は自身の提携値を得る．プレイヤーが k 人未満のゲームが定義されているときに，プレイヤーが k 人のゲームは次のように定義される．最初にプレイヤー間で，自分が唯一の提案

者になるために他のプレイヤーに支払ってもよい額を全員同時に表明する．自分が表明した，他のすべてのプレイヤーへの支払額の総和から，他のすべてのプレイヤーの表明した自分へ支払額の総和を引いた額が最大であるプレイヤーが提案者となる（該当するプレイヤーが複数いる場合はその中からランダムに一人を選ぶ）．提案者は他のすべてのプレイヤーへ配分を提案し，他のすべてのプレイヤーが順番にその提案に対して受諾または拒否を決定する．すべてのプレイヤーが受諾した場合，提案した配分が実行される．一方で，一人でも拒否をするプレイヤーがいた場合，代表者は規定の額を受け取って交渉力を失い，残されたプレイヤーk-1 人の間で同様の交渉が繰り返される．この展開形ゲームはPerez-Castrillo and Wettstein(2001)によって定式化された bidding mechanism と類似するが，その違いは，提案が拒否された際に提案者が受け取る利得および残されたプレイヤーたちの繰り返す交渉における提携獲得値の修正に集約される．

さらに，AL 値の公理的特徴付けでは，効率性と前述の Myerson(1980)による balanced contributions property を修正した公理が用いられる．

第 3 章の貢献は TU ゲームの文脈において，AL 値の特徴付けを世界で初めて可能にしたことである．AL 値はその定義は単純であるが，ある特別のクラスのゲームにおいてのみいくつかのシンプルな特徴付けが知られていた．本章の研究は一般の TU ゲームに関するものであり，その意味で困難な問題を解決したといえる．AL 値の非協力ゲームを用いた特徴付けも公理を用いた特徴付けも，シャープレイ値のそれと類似しており，これらの非協力ゲームや公理系の共通点と差異を比較検討することにより，AL 値とシャープレイ値の差異をもたらす基本的性質が明確となった．

第 4 章では，プレイヤー間の情報伝達がネットワークによって制限されている状況の下での TU ゲームの解の特徴付けを行っている．通常の協力ゲーム理論では協力の成果の分配を考える際に，集団内のいかなるプレイヤー間も意思の疎通が可能であり，したがってプレイヤーたちはどんなグループも形成できると仮定している．しかしながら，現実のゲーム的な状況では心理的，物理的，技術的要因等で一部のプレイヤー間で意思疎通が制限されることがある．この章ではこのようなプレイヤー間の意思疎通の有無を，ネットワーク（グラフ構造）を用いて明示的に表現し，ネットワークを通じて情報伝達ができるプレイヤー間のみにグループ形成を制限した TU ゲームを考察している．このような状況設定において最もよく知られた解は，ポジション値およびマイヤソン値であり，そこにおいて 2 つの解の新しい特徴付けが行われている．

この分析では，提携構造といわれる，集団内における協力の制限の構造（分割）に注目している．具体的には，（１）所与の「ネットワーク構造付き TU ゲーム」を「ネットワーク構造がプレイヤーの代わりに主体となる TU ゲーム」に変換し，（２）この変換されたゲームにシャープレイ値を適用し，ネットワーク構造の各要素に余剰を分配し，さらに，（３）各要素が受け取る余剰を，その要素を構成するもとのゲームのプレイヤーに分配する．というプロセスを考え，そのプロセスで達成されるプレイヤー間の利益分配が，「ネットワーク構造付き TU ゲーム」のポジション値と一致することを示した．また，上記のプロセスのうち，最初の（１）において，所与の「ネットワーク構造付き TU ゲーム」を「ネットワーク構造がプレイヤーの代わりに主体となる提携構造付き TU ゲーム」に変換し，（２）において「提携構造付き TU ゲーム」におけるシャープレイ値を適用する，と修正するこ

とにより，所与の「ネットワーク構造付き TU ゲーム」のマイヤソン値を達成することを示している．

第 4 章の貢献はポジション値とマイヤソン値の２つの解の違いを TU ゲームに変換するプロセスにおける提携構造の有無で説明したことであり，解の差異が提携構造という概念のみに帰着できることを発見したことである．従来，ポジション値はその定義において，「ネットワーク構造がプレイヤーの代わりに主体となる TU ゲーム」のシャープレイ値に基づいて計算され，他の解とは全く異なるものと考えられてきた．しかしながら，マイヤソン値とポジション値の差異は，そのような特殊な計算プロセスに基づくものではなく，提携構造の有無に帰着して説明できることを発見したことは非常に興味深い．

第 5 章では，二部マッチング問題における新しい性質として，「再帰的満場一致性の尊重」および，それより強い公理である「一意な安定マッチングの尊重」が定式化されている．そして，これらの性質と耐戦略性および非介入性のそれぞれを同時に満たす割り当てルールが存在しないことが示されている．二部マッチング問題とは，二つの集団にそれぞれ属する主体同士を互いの好みに基づき割り当て, ペアやグループを形成する問題である．労働者の企業への割り当てや，生徒の学校への割り当て，学生の研究室への割り当てといった現実の応用例が多く，また実際にアメリカや日本における研修医の病院への配属問題や，小中学生の公立学校への割当制度の評価・再設計に応用されており，近年，世界的にも盛んに研究が行われている分野である．このような問題において，参加者の希望をもとに割り当てを決定するルールは様々に考えられるが，この章ではルールが満たす望ましい性質を定式化し，その性質を満たす体系的なルールが設計可能であるかという観点から理論的な考察を試みている．この章で最も注目する性質が「再帰的満場一致性の尊重」である．この性質は所与の 2 部マッチング問題において，（1）互いに第 1 希望が満たされる主体同士を割り当てる（2）割り当てられた主体を除き，残された主体たちのみに制限された問題を考える，という 2 つの操作を交互に繰り返し，すべての残された主体がある段階で第 1 希望を満たすときは，それを尊重することを要求する条件である．これは比較的弱い性質であるが，それにもかかわらず耐戦略性や非介入性といった応用面で重要とされる性質と両立するメカニズムが設計し得ないことが示されている.「一意な安定マッチングの尊重」は安定マッチングが存在して一意である場合はそれを尊重するという性質である．この性質に関しても，耐戦略性や非介入性と両立できないことが示されている．

第 5 章の貢献は，第一に，過去に考察されたことがない二つの新しい性質,「再帰的満場一致性の尊重」と「一意な安定マッチングの尊重」を定式化したことである．これらの新しい性質はともに，二部マッチング問題において重要な「安定性」および,「満場一致性の尊重」という二つの性質の間に位置する．また，前者の性質は，非分割財の割り当て問題において重要な Top Trading Cycles Algorithm とも密接に関係する．これらの性質は理論的にもその含意についても重要かつ望ましい性質であり，さらに現実への適用可能性においても重要な性質である．

第二に，これらの性質と耐戦略性または非介入性が両立できないという 4 つの両立不可能性を示したことにより，耐戦略性および非介入性の克服の困難さをより明確にしたことである．これらは比較的弱い性質であるが，それにもかかわらず耐戦略性や非介入性といった応用面で重要とされる性質と両立するメカニズムが設計し得ないことが示され，制度

を設計する点での重要な示唆を与えている．特に，一意な安定マッチングの尊重と耐戦略性との両立不可能性は，多対一のマッチング問題において，安定性それ自体が耐戦略性と本質的に両立不可能であることを明確にしている．これはよく知られている一対一マッチング問題における安定なマッチングの一意性と耐戦略性の両立可能性の結果と対照的であり，重要な貢献といえる．また，二部マッチング問題において，非介入性に関する先行研究は少なく，斬新な分析といえる．

３．予備審査における修正要求への対応

各章について，以下のような改善・修正の要求に対する対応がなされた．

まず，博士学位論文のタイトルに関し，表題内の“allocation decision rule” が学術用語として頻繁に用いられている“matching rule” に改められた．その結果，修正後の博士論文の表題は **Essays on Cooperative Games: Characterizations of Solutions and Design of Matching Rules**（協力ゲーム理論における解の特徴付けおよびマッチングルールの設計）となった．

第 1 章では，まず，引用文献などの基本情報の更新が行われた．また，本論文の結果自体と経済的文脈との関わりについては,「本論文の結果のまとめ」の直後に，経済的文脈における本論文の結果の意義の論点が各章の成果ごとに追加された．さらに，本論文の研究成果を構成する第 2 章から第 5 章の関連性については，関連性を議論する段落が p. 1 に追加された．

第 2 章から第 4 章に共通する点として，譲渡可能効用を前提とした TU ゲームについての仮定自体に対する疑問点が指摘されているが，その正当性の議論および NTU ゲームへの拡張性について，次のような対応がとられた．まず，第 1 章では，現実的な 10 個の経済問題を挙げ，それらが TU ゲームで分析されていることを示し，その仮定が適切であることを議論した．第 2 章から第 4 章では，BCC 条件，AL 値，マイヤソン値，ポジション値について，NTU ゲームへの拡張可能性を丁寧に議論して各章に付け加えられた．

第 2 章では，BCC 条件の新たな解釈が付け加えられた．本論文では，BCC と同値な公理である BCC for three players を定式化しており，これに「二者間の超過要求値が直接のものでも，共通の第三者を介した間接のものでも不変である」という新たな解釈を与え，間接的に BCC 自体に新たな直感的説明を加えている．

そのほか，加法的正規化バンザフ値の公理化や完全グラフポジション値（第 4 章）の公理化の可能性を検討し，それらをすべてまとめて新たな節（2. 8 節）として詳細な議論をしている．定理の反例としてのタウ値の適切性については，補足の議論が加えられた．また，定理や命題の説明の若干の不足部分についても適切な補足がなされた．

第 3 章において，非協力ゲームを用いた解の特徴付けの正当化に関しては，この研究の

意義に関する議論が，3.1 節の Introduction に付け加えられた．

メカニズムデザインや遂行理論との比較については，計画者に必要な情報面の差異に注目し，本研究の非協力ゲームを用いた解の特徴付けとの共通性と相違点を明確にするための議論が脚注として付け加えられた．

さらに，部分ゲーム完全均衡による結果とナッシュ均衡による結果の比較に関しては，2人ゲームに限って考察し，両者が一致することを示し，その理由とその結果の発展可能性の議論が付け加えられた．この結果を拡張し，一般的結果を導くことができれば，新たな論文へ発展することが期待される．

さらに，AL 値の他の公理的特徴づけの可能性，AL 値の BCC 条件を満たす可能性についても，3.5 節の末に新たな考察が付け加えられた．

第 4 章では, まず, 章の題名が The Position and the Myerson Values に改められた．さらに，マイヤソン値とポジション値との違いを表す，具体的な経済問題の例が付け加えられた．それは，各会社のもつ独自規格の利用による余剰分配に関するゲームであり，その結果はポジション値の解釈にも自然に対応して興味深い．

さらに，本章の結果を用いて，二つの解が一致するゲームのクラスの条件の考察も加えられた．完全グラフにおけるポジション値の拡張に関しては，本人の独自の研究成果も引用し，第 4 章の最後で議論が行われた．

第 5 章では，まず，前章までの議論との切り替えとつながりを再度考察し，冒頭に，そのつながりを議論する記述が付け加えられた．耐戦略性の重要性についても，議論が追加された．

改善点として指摘された「安定マッチングが一意であるときはそれを選ばなければならない」という公理を「一意な安定マッチングの尊重」として導入し，それに基づく新たな定理を言及し，本論文の貢献がより明確になるような変更が加えられた．このため，この修正稿では，以前の定理 5.1 が定理 5.2 となっている．さらに，Non-Bossiness と安定性に関しての議論においても，上記の変更に伴い，新たに定理 5.3 が付け加えられた．以前の定理 5.2 は定理 5.4 となっている．

最後に，審査委員より指摘された修正すべき細かい誤植等については，すべて修正された．以上，近郷匠氏は，全ての要求に丁寧に対応し，また，新たな貢献も加わり，本博士論文の価値が一層高まった．博士の学位にふさわしい完成した論文と考えられる．

以上