

Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA UNIDAD AZCAPOTZALCO

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA POSGRADO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

INFLUENCIA DE LA ESBELTEZ DE LOS CONTRAVIENTOS EN LA RESPUESTA SÍSMICA DE EDIFICIOS REGULARES

T E S I S QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

P R E S E N T A

ALEJANDRO DEL RINCÓN DE LA MACORRA

DIRECTOR DE TESIS: DR. EDGAR TAPIA HERNÁNDEZ

CIUDAD DE MÉXICO

MAYO 2017

Agradecimientos

La presente Tesis es el resultado de un esfuerzo en conjunto el cual, directa o indirectamente, participaron varias personas a lo largo de todo el proceso, a las cuales sin su valiosa aportación no hubiese sido posible la conclusión de este trabajo. De igual manera hay personas que merecen las gracias por haber dejado una gran huella en mi camino.

A mis padres y hermanos, porque siempre conté con su apoyo, su guía y su confianza en el transcurso de mi vida.

A los demás miembros de mi familia, por su ayuda y apoyo durante mi estancia en la ciudad de México.

A mis amigos, por su apoyo, buenos consejos y motivación para realizar este posgrado.

A mis compañeros, por todos los momentos de estudio y ayuda mutua, sin la cual hubiera sido un camino más complicado.

A mis profesores, que compartieron conmigo sus conocimientos. Especialmente al Dr. Edgar Tapia Hernández por haber confiado en mí, y por su apoyo en la dirección de este trabajo. A los doctores Oscar González Cuevas, Tiziano Perea Olvera y al maestro Francisco García Alvarez por su atenta lectura de este trabajo, sus comentarios y correcciones.

Por último, agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado a lo largo de toda mi formación en la maestría.

Gracias a todos.

Índice de Contenido

I	Introducción1				
1	A	ntecedentes	6		
	1.1	Introducción	7		
	1.2	Respuesta inelástica del contraviento	7		
	1.3	Modelaje analítico de contravientos	3		
	1.4	Comportamiento de sistemas estructurales con contravientos	5		
	1.5	Comparación de reglamentos internacionales	8		
	1.6	Conclusiones	1		
2	Ε	studio paramétrico2	3		
	2.0	Introducción	4		
	2.1	Modelado con elementos tipo viga-columna a base de fibras	5		
	2.2	Discretización de la sección en función de la cantidad de fibras que conforman la sección transversal de los contravientos	8		
	2.3	Fatiga y endurecimiento del material	9		
	2.4	Efectos de segundo orden	5		
	2.5	Deformación inicial en el centro del claro del contraviento	0		
	2.6	Influencia de las condiciones de los apoyos de los contravientos	7		
	2.7	Cantidad de puntos de integración en el modelo del contraviento	0		
	2.8	Conclusiones	2		
3	D	iseño por capacidad54	4		
	3.1	Introducción	5		
	3.2	Ejemplo de marco de 6 niveles	2		
	3.3	Conclusiones	4		

4	4 Análisis no-lineal de marco plano				
	4.1	Introducción			
	4.2	Determinación de KL/r de contravientos			
	4.3	Resultados de los análisis inelásticos			
	4.4	Conclusiones			
5	R	esultados de marcos planos89			
	5.1	Introducción			
	5.2	Consideraciones			
	5.3	Resultados			
	5.4	Conclusiones			
6 Conclusiones		onclusiones			
	6.1	Conclusiones generales			
	6.2	Futuros estudios			
7	В	ibliografia:115			
A	\mathbf{E}	stimación de longitud efectiva 120			

Índice de Figuras

Figura I.1	Configuraciones de contravientos conforme a las NTCA.172
Figura I.2	Resistencia a compresión según las NTC-2004 normalizada entre el área y la fluencia3
Figura I.3	Comportamiento bajo cargas cíclicas de marcos con contravientos con distintas esbelteces
	(adaptado de Marino y Nakashima 2005)
Figura I.4	Comportamiento esperado en contravientos concéntricos bajo carga cíclica4
Figura I.5	Distribución de fuerzas en nodo de marco con contraviento concéntrico4
Figura 1.1	Comportamiento histerético de contraviento cargado a compresión (adaptada de Tremblay 2002).
	7
Figura 1.2	Resistencia a compresión post pandeo en el quinto ciclo de carga (adaptada de Tremblay 2002)8
Figura 1.3	Efecto Bauschinger (adaptada de Dicleli y Calik 2008)9
Figura 1.4	Comportamiento de contravientos con sección rectangular (adaptada de Lee y Bruneau 2005)9
Figura 1.5	Carga axial normalizada contra desplazamiento normalizado para distintas magnitudes de KL/r
	(adaptada de Tremblay 2008)10
Figura 1.6	(adaptada de Tremblay 2008) 10 Energía disipada acumulada en cada ciclo de carga con distintas esbelteces (adaptada de Shaback y
Figura 1.6	(adaptada de Tremblay 2008)
Figura 1.6 Figura 1.7	(adaptada de Tremblay 2008)
Figura 1.6 Figura 1.7	(adaptada de Tremblay 2008)
Figura 1.6 Figura 1.7 Figura 1.8	(adaptada de Tremblay 2008)
Figura 1.6 Figura 1.7 Figura 1.8 Figura 1.9	(adaptada de Tremblay 2008)
Figura 1.6 Figura 1.7 Figura 1.8 Figura 1.9	(adaptada de Tremblay 2008)
Figura 1.6 Figura 1.7 Figura 1.8 Figura 1.9 Figura 1.1	(adaptada de Tremblay 2008).10Energía disipada acumulada en cada ciclo de carga con distintas esbelteces (adaptada de Shaback y Brown 2003).11Relación entre relación de esbeltez y el desplazamiento final al momento de la fractura (uf) y la relación ancho-espesor (b_0/t) (adaptada de Tremblay 2008).12Comparación de resultados analíticos con experimentales (adaptada de Uriz <i>et al.</i> 2008).14Modelo para simular fractura en contraviento de sección cuadrada (adaptada de Hsiao <i>et al.</i> 2013).150Proceso de creación de mecanismo de colapso por efecto de entrepiso débil (adaptada de
Figura 1.6 Figura 1.7 Figura 1.8 Figura 1.9 Figura 1.1	(adaptada de Tremblay 2008). 10 Energía disipada acumulada en cada ciclo de carga con distintas esbelteces (adaptada de Shaback y Brown 2003). 11 Relación entre relación de esbeltez y el desplazamiento final al momento de la fractura (u/) y la relación ancho-espesor (b ₀ /t) (adaptada de Tremblay 2008). 12 Comparación de resultados analíticos con experimentales (adaptada de Uriz et al. 2008). 14 Modelo para simular fractura en contraviento de sección cuadrada (adaptada de Hsiao et al. 2013). 15 0 Proceso de creación de mecanismo de colapso por efecto de entrepiso débil (adaptada de Tremblay y Robert 2001). 16
Figura 1.6 Figura 1.7 Figura 1.8 Figura 1.9 Figura 1.1 Figura 1.1	(adaptada de Tremblay 2008). 10 Energía disipada acumulada en cada ciclo de carga con distintas esbelteces (adaptada de Shaback y Brown 2003). 11 Relación entre relación de esbeltez y el desplazamiento final al momento de la fractura (uf) y la relación ancho-espesor (b ₀ /t) (adaptada de Tremblay 2008). 12 Comparación de resultados analíticos con experimentales (adaptada de Uriz et al. 2008). 14 Modelo para simular fractura en contraviento de sección cuadrada (adaptada de Hsiao et al. 2013). 15 0 Proceso de creación de mecanismo de colapso por efecto de entrepiso débil (adaptada de Tremblay y Robert 2001). 16 1 Ductilidad máxima demandada a los contravientos. a) Datos debajo del percentil 50, b) Datos 14

Figura 1.12 Distorsión en entrepisos a cada nivel del modelo (adaptada de Marino et al. 2006)
Figura 1.13 Definición de la contribución del sistema de contravientos β a la carga sísmica18
Figura 1.14 Contribución mínima al cortante lateral resistente de las columnas del marco (adaptado de Tapia
y Tena 2011) 18
Figura 1.15 Ductilidades máximas en función de la relación de esbeltez de contravientos según algunos
reglamentos internacionales19
Figura 1.16 Ductilidades máximas permitidas en función de la esbeltez del contraviento20
Figura 2.1 Comportamiento inelástico de contravientos concéntricos ante cargas cíclicas (adaptado de Tapia
<i>et al.</i> 2015)
Figura 2.2 Ejemplo de modelado de contravientos y algunos parámetros que influyen en la respuesta26
Figura 2.3 Modelo utilizado para estudio paramétrico ante carga monótona creciente
Figura 2.4 Configuración de modelo dinámico
Figura 2.5 Acelerograma utilizado
Figura 2.6 Discretización en fibras de sección transversal (adaptada de Uriz et al. 2008)
Figura 2.7 Efecto de modificar la cantidad de fibras a través de la sección (adaptada de Uriz et al. 2008) 29
Figura 2.8 Efecto de cantidad de fibras a través de la sección (adaptada de Tapia et al. 2015)29
Figura 2.9 Pandeo local de contraviento y eventual fractura (adaptada de Haddad <i>et al.</i> 2011)
Figura 2.10 Influencia de la fatiga en el comportamiento global del marco con contravientos articulados en
sus extremos
Figura 2.11 Influencia de utilizar fatiga en función del tipo de apoyo
Figura 2.12 Influencia de utilizar fatiga en función del tipo de apoyo
Figura 2.13 Influencia de modificar el endurecimiento por deformación (b) y endurecimiento isotrópico (a2,
a4)
Figura 2.14 Influencia de modificar el tipo de transformación geométrica ante carga monótona creciente 36
Figura 2.15 Influencia de modificar el tipo de transformación geométrica ante carga cíclica

Figura 2.16 Efecto de modificar el parámetro de cantidad de elementos modelados en contraviento
(adaptada de Uriz <i>et al.</i> 2008)
Figura 2.17 Efecto de modificar el parámetro de cantidad de elementos modelados en contraviento
(adaptada de Salawdeh y Goggins 2013)
Figura 2.18 Influencia de cantidad de elementos modelados (se utilizaron 5 puntos de integración)
Figura 2.19 Influencia de la cantidad de elementos en ciclos histeréticos
Figura 2.20 Efecto de modificar parámetro de deformación inicial de contraviento modelado (adaptada de
Uriz et al. 2008)
Figura 2.21 Resultado de modificar la deformación inicial en modelos analíticos (adaptada de D'Aniello et al.
2015)
Figura 2.22 Modelo del cual se basaron para determinar la deformación inicial (adaptada de Dicleli y Calik
2008)
Figura 2.23 Grafica de ecuación 2.2 en términos de deformación inicial y esbeltez
Figura 2.24 Resistencia normalizada de modelos en función del parámetro de deformación inicial43
Figura 2.25 Resistencia normalizada de modelos en función del parámetro de deformación inicial43
Figura 2.26 Dispersión de resultados obtenidos
Figura 2.27 Intervalo de deformaciones iniciales que reporta capacidades teóricas correctas
Figura 2.28 Deformaciones iniciales que reportan capacidades teóricas correctas para distintos tipos de
sección
Figura 2.29 Influencia de la magnitud de deformación inicial en ciclos histeréticos
Figura 2.30 Parámetros geométricos de placa de conexión
Figura 2.31 Efecto de modificar el método para modelar los apoyos en contravientos (adapatado de Terzic
2013)
Figura 2.32 Comparación en el comportamiento dependiendo de tipo de conexión (deformación inicial Δ_0 =
L/400)

Figura 2.33 Cortante basal contra distorsión del marco completo comparando tipos de apoyo, limite según
NTC-DF-2004
Figura 2.34 Influencia de modificar el tipo de conexión en el comportamiento histerético del contraviento.50
Figura 2.35 Efecto de modificar la cantidad de puntos de integración (adapatada de Uriz et al. 2008)51
Figura 2.36 Relación entre cantidad puntos de integración y cantidad de sub-elementos (adaptada de
Salawdeh y Goggins 2013)51
Figura 3.1 Progreso de zonas de plastificación
Figura 3.2 Procedimiento global del diseño por capacidad de marcos con contravientos concéntricos 56
Figura 3.3 Comparación de resistencias a compresión entre reglamentos para determinar validez de
parámetro de amplificación 1.14 58
Figura 3.4 Distribución de fuerzas equivalentes para análisis adicional (C-compresión y T-tensión)59
Figura 3.5 Conexión de contraviento que permite rotaciones en la placa de conexión (adaptada de AISC-341-
10) 60
Figura 3.6 Tendencia de las ecuaciones 3.3 en función del espesor de la placa de conexión
Figura 3.7 Geometría de modelo
Figura 3.8 Espectro de diseño
Figura 3.9 Carga axial en contravientos de AME67
Figura 3.10 Distribución de fuerzas para modelo plástico (magnitudes en toneladas)70
Figura 3.11 Distribución del parámetro β del marco74
Figura 4.1 Modelo del marco M6
Figura 4.2 Modelación de conexión trabe-columna-contraviento en OpenSees (Mazzoni et al. 2006)78
Figura 4.3 Curvas de capacidad de entrepisos modelo M6
Figura 4.4 Curva de capacidad global de modelo M6
Figura 4.5 Configuración deformada M681
Figura 4.6 Evolución de la carga axial en columnas M6 en función de la esbeltez del contraviento83
Figura 4.7 Comparación entre axialización en columnas supuesta en el diseño y la obtenida en el análisis 84

Figura 4.8 Evolución de carga axial en trabes M6	86
Figura 5.1 Configuración de marcos evaluados (cms)	92
Figura 5.2 Referencia para ubicación de ejes de marcos utilizados.	94
Figura 5.3 Idealización de curva cortante basal-desplazamiento a una curva bilineal	95
Figura 5.4 Resultados de modelos realizados	101
Figura 5.5 Comparación de resultados en función de la altura de los modelos	102
Figura 5.6 Tendencia de pendientes promedio.	103
Figura 5.7 Comparación de resultados en función de <i>KL/r</i> y μ.	104
Figura 5.8 Diferencia en ductilidades en función de los niveles.	105
Figura 5.9 Variación de ductilidad en función de altura según CSA-06	106
Figura A.1 Esquema de longitud efectiva y longitud a ejes	121
Figura A.2 Resultados del estudio estadístico del parámetro η	121
Figura A.3 Distribución de resultados de η en función de la esbeltez de los contravientos	122

Índice de Tablas

Tabla 1-1 Estimación de la ductilidad 1/Ds según AIJ-06 (adaptado de Tada et al. 2003)21
Tabla 3-1 Comparación de magnitudes de <i>Ry</i> entre AISC-341-10 y estudio realizo por García y Tapia (2014).
Tabla 3-2 Cargas vivas unitarias, kgf/m² (NTCCA-DF-04)
Tabla 3-3 Análisis de carga losacero
Tabla 3-4 Magnitudes obtenidas de análisis estático
Tabla 3-5 Parámetros utilizados para crear espectro de diseño
Tabla 3-6 Comparación entre los análisis y la revisión de la ecuación 3.5 (en kilogramos)66
Tabla 3-7 Combinaciones de carga. 66
Tabla 3-8 Revisión de sección compacta. 67
Tabla 3-9 Revisión de trabes (t cm)71
Tabla 3-10 Cargas obtenidas de análisis plástico en columnas.
Tabla 3-11 Resultados de revisión de columnas (t-cm) 72
Tabla 3-12 Secciones de marco con contravientos concéntricos (mm)
Tabla 3-13 Relaciones de resistencia entre columnas y trabes
Tabla 3-14 Sección transversal de los marcos propuestos (mm). 74
Tabla 4-1 Comparación entre axialización supuesta en columnas y la obtenida del análisis
Tabla 4-2 Comparación entre axialización supuesta en trabes y la obtenida del análisis. 87
Tabla 5-1 Secciones de modelo inicial (mm) (ver figura 5.2)
Tabla 5-2 Secciones de contravientos de modelo 6N4C. 94
Tabla 5-3 Resultados de análisis ante carga monótona creciente. 97
Tabla 5-4 Relación de aspecto de cada modelo. 103

Notación

A	Área.
<i>a</i> 1, <i>a</i> 2, <i>a</i> 3 <i>a</i> 4	Parámetros para definir endurecimiento isotrópico en OpenSees.
A_g	Área gruesa de sección.
As	Área de acero.
b	Parámetro para modelar endurecimiento por deformación en OpenSees.
b_o	Base o ancho transversal de sección.
С	Compresión.
<i>C</i> " <i>r</i>	Resistencia mínima resgistrada a compresión del contraviento en n-ésimo ciclo (Lee y Bruneau 2015).
C'un	Capacidad de compresión registrada en n-ésimo ciclo de carga de contraviento (Tremblay 2002)
Cr	Resistencia a compresión de pandeo (Lee y Bruneau 2015).
Cu	Primera capacidad de compresión registrada en contraviento (Tremblay 2002).
E	Módulo de elasticidad.
Ec	Energía disipada en los ciclos histéricos en la zona de compresión (Lee y Bruneau 2015).
Esh	Pendiente post-fluencia en OpenSees.
Et	Energía disipada en los ciclos histéricos en la zona de tensión (Lee y Bruneau 2015).
F_i	Fuerza en i-ésimo nivel (NTC-2017).
Fr	Factor de resistencia (NTC-2017).
F_y	Límite de fluencia.
g	Aceleración de la gravedad.
h	Altura.
hi	Altura de i-ésimo nivel (NTC-2017).

hn	Altura de nivel de modelos analíticos.					
Ι	Segundo momento de área.					
K	Factor de longitud de efectiva de elementos en compresión.					
K_{cal}^{rot}	Rigidez de resorte rotacional para modelar placa de conexión.					
L	Longitud libre de elementos.					
Lcc	Dimensión de crujía contraventeada de modelos analíticos.					
Lcm	Dimensión de crujía momento resistente de modelos analíticos.					
Lef	Longitud libre de contraviento.					
Lejes	Longitud a ejes de contraviento.					
Lprom	Longitud promedio de placa de conexión (contraviento-columna-trabe).					
Max.erango.pred	Magnitud de sumatoria de deformaciones máximas (tensión y compresión) pa predecir fractura (Hsiao 2013).					
M_{pr}	Momento plástico reducido.					
Muox*, Muoy*	Momentos de diseño amplificados que actúan alrededor de los ejes X y Y, respectivamente, de las secciones transversales de una barra flexo-comprimida (NTC-2017).					
M_y	Momento de fluencia.					
Р	Carga axial.					
P_b	Carga a compresión de pandeo.					
Pcr	Carga axial critica de pandeo de Euler.					
P_y	Carga axial de fluencia.					
\mathcal{Q}	Factor de comportamiento sísmico.					
Q'	Factor de reducción de las fuerzas sísmicas con fines de diseño (NTC-2017).					
R	Factor de sobrerresistencia global (NTC-2017).					
r	Radio de giro.					
R_{c}	Resistencia a compresión.					
R_y	Factor de sobrerresistencia de material (NTC-2017).					

t	Espesor de placa.
Т	Tensión.
Ta, Tb	Periodos característicos de espectros de diseño (NTC-2017).
T_s	Periodo fundamental del suelo (NTC-2017).
u	Desplazamiento.
Uf	Desplazamiento final registrado al instante de fractura de contraviento (Tremblay 2008).
V	Cortante.
W	Carga Viva (NTC-2017).
w	Parámetro para determinar deformación inicial al centro del claro de elemento.
Wi	Peso de i-ésimo nivel (NTC-2017).
W_w	Longitud de Whitmore.
ZRc	Longitud de zona rígida de placa de conexión.
Δo	Magnitud de deformación inicial al centro del claro de elemento.
β	Cortante lateral resistido por los contravientos en marcos con contravientos.
δ	Desplazamiento (Lee y Bruneau 2015).
$\delta_{\scriptscriptstyle B}$	Desplazamiento de fluencia en compresión (Lee y Bruneau 2015).
Eo	Parámetro con el que se establece un límite de deformación en la plataforma <i>OpenSees</i> para provocar fractura en elementos tipo fibra.
η	Cociente entre longitud efectiva y longitud a ejes de contraviento.
λ	Parámetro de esbeltez.
μ	Ductilidad.
μ_{c}	Ductilidad en compresión (Tremblay 2002).
μ_t	Ductilidad en tensión (Tremblay 2002).

INTRODUCCIÓN

Introducción

Un contraviento se conforma de un elemento estructural con configuración diagonal que se coloca dentro de un marco rectangular. El arreglo de estos elementos puede ser en varias configuraciones, como en forma de cruz, en V, en V invertida (Chevrón) y otras. Aunque también existen configuraciones excéntricas, en este trabajo se tratara solamente con contravientos en configuración concéntrica; es decir, la configuración donde los ejes de los contravientos siempre lleguen a un punto coincidente con los demás elementos estructurales. El propósito de un contraviento es contribuir a resistir cargas laterales aumentando la rigidez lateral. Pero un limitante importante de los contravientos concéntricos es su susceptibilidad al pandeo global por cargas en compresión, donde la resistencia decrece en un régimen post-pandeo y la alternancia entre pandeo y elongación bajo cargas cíclicas empeora aún más la resistencia de los contravientos (Marino y Nakashima 2005).



Figura I.1 Configuraciones de contravientos conforme a las NTCA-17.

El fenómeno de pandeo se ha estudiado mucho dada su gran importancia en el diseño de columnas y consiste en la inestabilidad intrínseca que tienen los elementos largos o esbeltos ante demandas en compresión. Por esta razón, es posible predecir con precisión la carga necesaria para generar la inestabilidad por pandeo global. En la figura i.2 se muestra la resistencia a compresión (R_c) según las Normas Técnicas Complementarias para Estructuras Metálicas (NTCM-04), la cual está normalizada entre el área (A) y el esfuerzo de fluencia (F_y). Lo que representa KL/r es la esbeltez de los elementos y se observa que el incremento de la esbeltez disminuye la resistencia del elemento; donde K es un factor de longitud efectiva, L es la longitud no arriostrada y r es el radio de giro.



Figura I.2 Resistencia a compresión según las NTC-2004 normalizada entre el área y la fluencia.

Las cargas cíclicas con magnitudes altas generan en los contravientos deformaciones inelásticas considerables. El ciclo del contraviento a compresión empieza con un comportamiento lineal hasta llegar a una carga crítica de pandeo. Después se comienza a deformar lateralmente, por lo que debe soportar momentos flexionantes ($P-\delta$) además de la carga axial. Después de esto, una articulación plástica se forma al centro de la longitud del contraviento donde el material sobrepasa su esfuerzo de fluencia. Un incremento en la deformación axial involucra un incremento en la rotación en la articulación plástica y un decremento en la resistencia a compresión. Cuando la carga axial es invertida (tensión), la articulación plástica desaparece y el contraviento recupera su rigidez elástica. Al incrementar la carga axial en tensión se vuelve a generar una articulación plástica en el centro del contraviento. El contraviento después se estira hasta recuperar una parte de su forma original. Distintos estudios han demostrado que este comportamiento cíclico en contravientos de acero es afectado por la esbeltez (figura i.3). Un contraviento robusto puede sostener cargas axiales cercanas a su resistencia plástica porque no sufre pandeo (figura i.3c). En cambio, en contravientos esbeltos donde el pandeo global es crítico, la resistencia axial del elemento es baja. En el caso de contravientos con esbeltez intermedia donde también se tiene pandeo, la respuesta del contraviento está asociada con una degradación considerable de la resistencia axial en la etapa post-pandeo (Marino y Nakashima 2005).



Figura I.3 Comportamiento bajo cargas cíclicas de marcos con contravientos con distintas esbelteces (adaptado de Marino y Nakashima 2005).

En la figura i.4 se observa la distribución típica de fuerzas que se tiene en un marco con contravientos concéntricos (MCC). La figura i.4a (punto O) representa la etapa donde la carga lateral es resistida elásticamente por el MCC. La resistencia máxima que el MCC podrá tomar elásticamente dependerá de la resistencia a compresión del contraviento y llegará hasta el punto A (figura i.4b). Después de llegar a esta magnitud critica, el contraviento sufrirá de pandeo como

Introducción

se muestra en la figura i.4 (punto A). Cuando ocurre la falla por pandeo global, la resistencia a compresión del contraviento se reduce súbitamente y se asocia a un incremento en el desplazamiento. Esta disminución llega hasta el punto B de la figura i.4b. La magnitud aproximada de este punto B es de 0.3 veces la resistencia a compresión Rc para el caso de contravientos con esbelteces altas a intermedias (Marino y Nakashima, 2005).



Figura I.4 Comportamiento esperado en contravientos concéntricos bajo carga cíclica.

En la figura i.5 se muestra la distribución de fuerzas localizada en uno de los nodos donde se conecta columna-trabe-contraviento y supone que la carga lateral está aplicada de izquierda a derecha. La fuerza en el contraviento a compresión C se descompone en dos fuerzas ortogonales, C_x y C_y . Lo mismo se puede hacer para el contraviento en tensión donde resultan las fuerzas T_y y T_x . Para esta configuración de contravientos y en el intervalo elástico de la estructura, se puede asumir que la fuerza C_x y la fuerza T_x son de la misma magnitud y de sentido opuesto, lo cual resulta en cero fuerzas horizontales causadas por los contravientos en la trabe. Las fuerzas C_y y T_y se suman a la carga axial gravitacional, por lo que su evaluación con fines de diseño de la columna es muy importante.



Figura I.5 Distribución de fuerzas en nodo de marco con contraviento concéntrico

Las estructuras que son sometidas a cargas laterales de magnitudes altas tienden a desarrollar desplazamientos y deformaciones permanentes. Este fenómeno depende de la respuesta inelástica de las estructuras, donde la ductilidad es la capacidad de una estructura a sufrir estos desplazamientos inelásticos. Este desplazamiento inelástico permite disipar energía impuesta por las cargas externas. En el caso de MCC el pandeo limita la ductilidad de la estructura.

Como se ha mencionado a lo largo de esta breve introducción se puede observar que la respuesta de una estructura con contravientos concéntricos está ligada al comportamiento del contraviento. Además, se ha subrayado que el comportamiento del contraviento bajo cargas a compresión es función de la esbeltez del elemento. Entonces, se concluye que el comportamiento de una estructura con contravientos concéntricos es afectado por la relación de esbeltez de éstos.

En la reglamentación vigente en México no existe un parámetro que modifique la ductilidad de diseño en función de la esbeltez de los contravientos, a pesar de que en algunos reglamentos internacionales si existen variaciones en la ductilidad de diseño debidas a la esbeltez de los contravientos. Por estas razones el objetivo general de esta investigación es el siguiente.

Objetivo general

Identificar la influencia de la relación de esbeltez de los contravientos en la respuesta sísmica de edificios regulares estructurados con marcos de acero con contravientos concéntricos en cruz.

Asimismo para lograr este objetivo se proponen los siguientes objetivos específicos:

- I. Identificar los resultados de estudios recientes donde se ha evaluado la influencia de la relación de esbeltez de los contravientos en cruz en la respuesta inelástica de edificios.
- II. Identificar los resultados de estudios paramétricos del modelado de contravientos concéntricos en *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006).
- III. Establecer una metodología para realizar el diseño por capacidad de edificios regulares estructurados con marcos de acero con contraviento concéntrico.
- IV. Diseñar edificios estructurados con marcos de acero con contraviento concéntrico en cruz para evaluar a través de análisis no lineales la influencia de la relación de esbeltez de los contravientos en el comportamiento inelástico.
- V. Interpretar los resultados obtenidos de los modelos analizados para establecer una recomendación para la predicción de la respuesta inelástica de los edificios, a partir de la relación de esbeltez de los contravientos.

CAPÍTULO 1 Antecedentes

Antecedentes

1 Antecedentes

1.1 Introducción

En este capítulo se presentan los principales factores que influyen en el comportamiento de los contravientos concéntricos ante excitaciones laterales y los sistemas estructurales donde se emplean. Primero, se discute el comportamiento del contraviento como sistema aislado. Posteriormente, se discute el comportamiento del contraviento trabajando en conjunto con los sistemas estructurales con contravientos concéntricos. Finalmente, se discute una comparativa entre las distintas propuestas por publicaciones técnicas en el mundo para estos sistemas estructurales.

1.2 Respuesta inelástica del contraviento

Los contravientos de acero tienen un comportamiento inelástico particular, el cual ha sido estudiado y analizado por varios investigadores. Los principales parámetros que afectan este comportamiento son la relación de esbeltez $(KL/r \circ \lambda)$, la relación ancho-espesor de las distintas piezas que componen a un contraviento, la relación L/r (longitud / radio de giro), las condiciones de apoyo del contraviento (K), el tipo de carga al que es sometido el contraviento, el tipo de acero que se utiliza, el tipo de sección del contraviento, entre otros.

1.2.1 Influencia de la relación de esbeltez

Tremblay (2002) realizó una amplia recopilación de información sobre pruebas experimentales para analizar el comportamiento inelástico de los contravientos. Con esta base de datos, el autor realizó análisis estadísticos para identificar los parámetros que influyen más en el comportamiento inelástico de los contravientos. Este autor observó que la degradación en la capacidad de resistir compresión en los contravientos está relacionada principalmente con la relación de esbeltez de los contravientos.



Figura 1.1 Comportamiento histerético de contraviento cargado a compresión (adaptada de Tremblay 2002).

Antecedentes

En la figura 1.1 el eje de las ordenadas corresponde a la carga axial normalizada y el eje de las abscisas corresponde a la deformación axial normalizada, y representa el comportamiento histerético común de un contraviento ante carga axial cíclica. En él, la falla inicia en compresión antes que a tensión debido al patrón de carga utilizada. En esta figura la primera capacidad de compresión que soporta el contraviento es C_u , esta capacidad disminuye conforme aumentan los ciclos de carga (C'_{u1} , C'_{u2} , C'_{u3} ...). En la figura 1.2 se observa que esta disminución en resistencia está relacionada con la relación de esbeltez del contraviento; además se muestra la clasificación de tipo se sección según el reglamento Canadiense, donde clase 1 se relaciona a secciones compactas. Haddad *et al.* (2011) realizaron pruebas experimentales en contravientos con secciones rectangulares donde también observaron esta disminución en la capacidad máxima a compresión que soportan los contravientos al incrementar el número de ciclos.



Figura 1.2 Resistencia a compresión post pandeo en el quinto ciclo de carga (adaptada de Tremblay 2002).

Shaback y Brown (2003), también realizaron pruebas experimentales, y se observó también una reducción en la capacidad a compresión de los contravientos conforme aumentaban los ciclos. A diferencia de las otras investigaciones, estos autores atribuyen una mayor relevancia al tipo de carga aplicada en la reducción de resistencia del contraviento. Con base en los resultados experimentales, concluyeron que el contraviento era incapaz de recuperar su forma inicial después de la deformación lateral que se presentaba en la etapa de pandeo en compresión. Aunque este fenómeno siempre ocurre en contravientos que sufren de pandeo, los resultados señalan que su influencia será dependiente del patrón de carga que se utilice.

Otro de los parámetros al que se le atribuye este deterioro de capacidad a compresión ante carga cíclica en los contravientos es el efecto de Bauschinger. Este efecto consiste en que si se carga un elemento metálico más allá de su límite de proporcionalidad en una dirección y, posteriormente, se invierte el sentido de la carga, la magnitud del límite de proporcionalidad que tendrá el metal en el sentido opuesto será menor que en el primer ciclo de carga. Además similarmente se observa una degradación en la rigidez del material (E) conforme aumentan los ciclos de carga. Conociendo este fenómeno de Bauschinger se puede observar cómo afecta el comportamiento inelástico de los contravientos (figura 1.3).



Antecedentes



Figura 1.3 Efecto Bauschinger (adaptada de Dicleli y Calik 2008).

Lee y Bruneau (2005), realizaron una investigación que consistió en una recopilación de datos experimentales, se observó que esta disminución en la capacidad máxima a compresión además de estar relacionada con la esbeltez también está relacionada con el tipo de sección del contraviento. Estos autores concluyen que los contravientos con secciones rectangulares sufren el menor deterioro en su capacidad a compresión y que las secciones donde se tiene mayor deterioro es en las secciones tipo I.



Figura 1.4 Comportamiento de contravientos con sección rectangular (adaptada de Lee y Bruneau 2005).

Antecedentes

En la figura 1.4 se observan algunos de los resultados obtenidos en el estudio, donde δ/δ_b corresponde al desplazamiento normalizado por el desplazamiento de fluencia a compresión, E_c/E_t corresponde a la energía disipada a compresión normalizada por la energía disipada a tensión, C''_r corresponde a la mínima resistencia a compresión alcanzada en un ciclo en particular, C_r corresponde a la resistencia a compresión de pandeo y los calificativos "ultimo" y "1er" indican la magnitud C''_r del ultimo y primer ciclo respectivamente. Entonces por ejemplo la figura 4.1d muestra la relación entre el cociente de la resistencia a compresión de pandeo con la resistencia a mínima registrada a compresión del primer ciclo (C_r / C''_r 1er), con el cociente de la resistencia a compresión de pandeo con la resistencia mínima registrada en el último ciclo (C_r / C''_r ultimo); entonces entre mayor sea esta magnitud mayor degradación existió en la resistencia a compresión.

La relación de esbeltez también tiene una influencia en la capacidad de disipación de energía por medio de histéresis en los contravientos. En la figura 1.4 se observa cómo influye la relación de esbeltez en el comportamiento inelástico de los contravientos. En la figura 1.4 a se observa que para esbelteces bajas (KL/r < 80) los contravientos tienen una similar magnitud de disipación de energía en compresión en relación a la energía disipada en tensión, y conforme aumenta la esbeltez se pierde la disipación energética en compresión. En la figura 1.4 b y 1.4c se observa que prácticamente a partir de una esbeltez de KL/r < 40 se tiene poca pérdida de la capacidad a compresión conforme aumenta el desplazamiento impuesto. La diferencia que resultó en el comportamiento de contravientos con relaciones de esbeltez de KL/r > 80 no es significativa y los autores concluyen que es posible que se tenga un exceso de confianza en algunos reglamentos en la capacidad de disipar energía de los contravientos con magnitudes de esbeltez comúnmente utilizadas.

Tremblay (2008) observó cómo cambia el comportamiento histerético de los contravientos conforme se modifica la relación de esbeltez. Si se toma la energía disipada como una función que depende proporcionalmente al área debajo de la curva de histéresis, se observa en la figura 1.5 que esta magnitud disminuye conforme aumenta la relación de esbeltez. En la figura se observa que u es el desplazamiento, L es la longitud del contraviento, P es la carga a compresión, A es el área del contraviento y F_y es el límite de fluencia; entonces P/AF_y es la carga normalizada y u/L es el desplazamiento normalizado. Además, se observa que los contravientos más robustos son aquellos que tienen una mayor capacidad de disipar energía histerética.



Figura 1.5 Carga axial normalizada contra desplazamiento normalizado para distintas magnitudes de KL/r (adaptada de Tremblay 2008).

Antecedentes

Shaback y Brown (2003) analizaron también la influencia de los parámetros de esbeltez y de relación ancho-espesor en la capacidad de disipación energética. En la figura 1.6 se muestra la relación entre la cantidad de ciclos en una prueba de carga cíclica y la energía disipada acumulada. En ella, se observa que la energía disipada se incrementa en cada ciclo de carga y que este incremento (pendiente de las curvas) se modifica dependiendo de la relación de esbeltez del contraviento. El autor concluye que la relación de esbeltez es el parámetro más importante en el comportamiento histerético de los contravientos y que, a pesar de que la relación ancho-espesor de los elementos influye en la resistencia a la fractura, no tiene mucha influencia en el comportamiento histerético.



Figura 1.6 Energía disipada acumulada en cada ciclo de carga con distintas esbelteces (adaptada de Shaback y Brown 2003).

1.2.2 Influencia de la rigidez del apoyo

Haddad *et al.* (2011) observaron que el cambio en las condiciones de apoyo (K), las cuales modifican la relación de esbeltez KL/r, no forzosamente tienen el mismo efecto que modificar la longitud real del contraviento en el comportamiento inelástico de estos. Estos autores observaron que al incrementar el ancho de la placa de conexión (disminuyendo K) se reduce el número de ciclos antes de la fractura del contraviento y se podría presentar una reducción en la capacidad de disipar energía del contraviento; sin embargo, los resultados muestran un incremento en la disipación de energía en los primeros dos ciclos de carga.

1.2.3 Influencia de la fractura

La fractura de los contravientos (ver capítulo 2.3.1) depende de varios parámetros, entre ellos la relación de esbeltez KL/r. Fell *et al.* (2009) realizaron una investigación que consistió en el estudio experimental del comportamiento inelástico de los contravientos, se observó que las secciones con mayor resistencia a la fractura son las secciones tipo I y tubulares (OC), y que las menos resistentes son las secciones rectangulares (OR). En el estudio se analizó la fractura en este tipo de secciones, debido a este fenómeno y a que las secciones rectangulares son

Antecedentes

comúnmente utilizadas en la construcción de contravientos de acero. La fractura es generada generalmente después de que el contraviento sufre de pandeo local en la zona central donde se crea una articulación plástica y posteriormente es estirado en el cambio de sentido de la carga (tensión).

Además de lo mencionado anteriormente, Fell et al. (2009) encontraron que existe una relación entre la relación ancho-espesor (b_0/t) de los contravientos y su resistencia a la fractura de tal manera que entre menor $(b_0/t \rightarrow 0)$; es decir, para $t \rightarrow \infty$) sea esta relación, en otras palabras entre más espesor o menos ancho en la placa, mayor será la resistencia a la fractura. Los autores, en una de sus conclusiones, mencionan que este parámetro (relación ancho-espesor) es el que mayor influencia tiene en la resistencia a la fractura en contravientos con secciones rectangulares y que en menor medida la relación de esbeltez también tiene influencia en este fenómeno. La misma conclusión es hecha en el estudio de Haddad et al. (2011) y Shaback y Brown (2003). En contraste, Tremblay (2002) llega a una conclusión distinta, donde el autor concluye que el parámetro más influyente en la resistencia a la fractura de un contraviento con sección rectangular es la relación de esbeltez, de tal manera que entre mayor sea KL/r mayor será la resistencia a la fractura de los contravientos. Este comportamiento se puede entender mediante el concepto de pandeo elástico, como las fibras de elementos esbeltos tienen pocas deformaciones inelásticas su degradación es menos acelerada. En la figura 1.7 se observa como existe una relación entre la relación de esbeltez y la ductilidad final en el momento de fractura (uf), entre mayor esbeltez más ciclos de carga antes de que se fracture el contraviento con sección rectangular. Además se observa que en un intervalo de esbelteces aproximadamente de 70 < KL/r< 110, se tiene una disminución en la resistencia a la fractura independientemente de la relación ancho-espesor. En la figura, uf es el desplazamiento final obtenido, L es la longitud del elemento, b_0/t es la relación ancho-espesor y KL/r es la relación de esbeltez.



Figura 1.7 Relación entre relación de esbeltez y el desplazamiento final al momento de la fractura (*uf*) y la relación ancho-espesor (b_0/t) (adaptada de Tremblay 2008).

Tremblay (2008) analizó directamente la influencia de la esbeltez en la resistencia a la fractura de contravientos con sección rectangular. El autor encuentra que las relaciones de esbeltez más susceptibles son las intermedias, donde se puede llegar a la fluencia en la sección con distorsiones de entrepiso desde 0.2%. El autor observó que para alguna magnitud de esbeltez KL/r conocida, si la conexión del contraviento al nodo es con un empotramiento (K = 0.5), la fluencia del contraviento se presentará antes que en aquellos contravientos con apoyos libres (K = 0) dado el hecho que la relación L/r (longitud real entre radio de giro) es mayor y porque

Antecedentes

habrá un incremento de la flexión al aplicar la carga, lo cual coincide con lo estudiado por Haddad *et al.* (2011).

Tremblay (2008) encuentra que en contravientos con relaciones de esbeltez pequeñas (contravientos robustos) se tiene una plastificación más gradual en el primer ciclo de carga del elemento, pero se observa que en el segundo ciclo de carga se tienen magnitudes mayores de deformaciones lo cual sugiere que estos contravientos robustos sufren daño considerable bajo cargas cíclicas. En contraste, los contravientos con relaciones de esbeltez altas (contravientos esbeltos) no sufren un deterioro considerable en su comportamiento ante cargas cíclicas, pero son los contravientos que sufren mayor deformación fuera del plano por pandeo elástico. El autor encuentra que la relación de esbeltez más susceptible a sufrir pandeo local y por ende fractura es de KL/r = 40.

Hsiao *et al.* (2013) realizaron una investigación para la determinación del instante de fractura en los contravientos con sección rectangular. Utilizando resultados de investigaciones anteriores y modelando contravientos en el software *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006), los autores propusieron un método nuevo para predecir la fractura de los contravientos con sección rectangular. Por medio de una comparación de la influencia de distintos parámetros en los resultados que obtuvieron y recolectaron, los autores concluyeron que el parámetro más acertado para determinar la fractura del contraviento es la sumatoria de deformaciones máximas absolutas en tensión y compresión. Con estos datos los autores realizaron un análisis estadístico y propusieron una ecuación donde incluyen los parámetros de esbeltez del elemento KL/r, esbeltez de la sección b_0/t y relación E/F_y (módulo de elasticidad y esfuerzo de fluencia) para determinar la fractura. Es decir una vez alcanzada esta magnitud se alcanza la fractura hipotética (ecuación 1.1).

$$Max. \varepsilon_{rango.pred} = 0.1435 \left(\frac{b_0}{t}\right)^{-0.4} \left(\frac{KL}{r}\right)^{-0.3} \left(\frac{E}{Fy}\right)^{0.2}$$
(1.1)

1.3 Modelaje analítico de contravientos

Con el propósito de realizar un apropiado modelado de contravientos es necesario tomar en cuenta los parámetros suficientes para obtener resultados satisfactorios y a la vez reducir la complejidad sin perder precisión para optimizar poder de cómputo. Existen tres métodos para modelar un contraviento: fenomenológico, modelos con elementos viga-columna y modelos tridimensionales de elementos finitos (Uriz *et al.* 2008). El primero de los métodos resulta el más eficiente en cuanto a eficiencia computacional, pero también es el método con menor precisión. El tercer método es el más preciso pero también es el método más complejo y demandante en cuanto a su formulación y recurso computacional. Por esta razón, Uriz *et al.* (2008) utilizaron el segundo método para realizar sus modelos.

Uriz *et al.* (2008) realizaron estudios paramétricos para verificar la precisión y aplicabilidad de los modelos propuestos en la investigación que realizaron. Utilizaron resultados de pruebas experimentales para posteriormente modelar los mismos elementos y comparar los resultados obtenidos analíticamente con los obtenidos experimentalmente. El modelo que

Antecedentes

utilizaron consistió en varios elementos viga-columna inelásticos considerando la teoría de los pequeños desplazamientos, pero para incluir los efectos del pandeo los autores utilizaron una transformación corrotacional de la geometría al pasar del sistema local de coordenadas al sistema global de coordenadas. Todos los modelos se realizaron utilizando el software *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006).



Figura 1.8 Comparación de resultados analíticos con experimentales (adaptada de Uriz *et al.* 2008).

Los resultados que obtuvieron los investigadores fueron muy satisfactorios y propusieron varias recomendaciones para el modelado de contravientos (Uriz *et al.* 2008):

- a) Como mínimo se debe dividir al elemento (contraviento) en dos, se observó que si se pretende conocer las deformaciones con mayor precisión es necesario hacer más divisiones;
- b) Se debe modelar una deformación inicial de 0.05-0.1% en el elemento para simular las imperfecciones y generar el pandeo, se observó que esta magnitud afecta considerablemente el primer ciclo en compresión del contraviento modelado;
- c) Se debe discretizar la sección de los elementos de 10 a 15 capas para aproximar correctamente la distribución de esfuerzos en el elemento.

Los autores mencionan que el modelo propuesto no ofrece buenos resultados cuando se intentan modelar secciones no compactas; es decir, secciones con relaciones ancho-espesor altas. Además, mencionan los autores que su modelo no predice la fractura por fatiga de bajos ciclos del contraviento.

Hsiao *et al.* (2013) propusieron un método de modelaje que toma en cuenta más parámetros que modelos anteriores. Hsiao et al. (2013) propusieron modelar la conexión entre el contraviento y el marco a través de un elemento de longitud cero con una rigidices equivalente a la de la placa de conexión en el programa *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006).

Además utilizando la propuesta que realizaron para determinar la fractura de contravientos con sección rectangular (sección 1.2.3) crearon un modelo en el cual se puede incluir la fractura del elemento. Utilizando el software *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006), los autores crearon un modelo en el cual se realiza la sumatoria de deformaciones máximas absolutas y se

Antecedentes

compara con la magnitud obtenida con la ecuación que proponen para determinar el instante de fractura, en el momento que estas magnitudes coincidan se llega a la fractura del elemento.

Con el propósito de evitar errores numéricos en el momento de la fractura, Hsiao *et al.* (2013) incluyeron un elemento de rigidez muy baja para garantizar la convergencia, pero a la vez simular con exactitud un comportamiento post-fractura. Este modelo además permite simular el proceso de fractura desde desgarramiento hasta la fractura total gracias a que los modelos consisten de secciones discretizadas por fibras. Una de las limitaciones de dicho modelo es que se puede dar fractura a niveles bajos de deformaciones en algunas circunstancias y el modelo sólo predice fracturas ocasionadas por acumulación de deformaciones.



Figura 1.9 Modelo para simular fractura en contraviento de sección cuadrada (adaptada de Hsiao *et al.* 2013).

1.4 Comportamiento de sistemas estructurales con contravientos

Como sistema estructural los marcos con contravientos concéntricos son muy populares para el diseño sismo resistente. Estos sistemas estructurales tienen un comportamiento complejo en su respuesta inelástica y por esto su estudio es de considerable importancia.

1.4.1 Ductilidad y mecanismo de colapso

Tremblay y Robert (2001) realizaron un estudio en marcos de acero con contravientos tipo chevrón (V invertida) para determinar su comportamiento bajo un análisis dinámico no lineal paso a paso. Las alturas de los modelos se variaron y se observó la influencia que tiene la resistencia de la viga, donde se conectan los contravientos en el comportamiento global de la estructura. Además, se observó la influencia de la distribución de cargas sísmicas a lo largo de la altura de los modelos.

Como principal resultado, Tremblay y Robert (2001) observaron una relación directa entre la resistencia de la viga conectada con los contravientos y la respuesta de los modelos. Se observó que entre más resistencia tenga la viga, y por ende permita al contraviento en tensión llegar a la fluencia, mejor es el comportamiento global de la estructura. En los modelos donde no

Antecedentes

se tenían magnitudes altas en la resistencia de la viga se observaron mecanismos de colapso relacionados con entrepiso débil (figura 1.10). Además de esto se observó que entre mayor altura tenía el modelo menor ductilidad podía desarrollar. Tapia y Tena (2011) realizaron también algunos modelos donde se llegó a una conclusión similar; es decir, entre mayor altura, menor capacidad de desarrollar ductilidad tendrá una estructura con contravientos concéntricos.



Figura 1.10 Proceso de creación de mecanismo de colapso por efecto de entrepiso débil (adaptada de Tremblay y Robert 2001).

Tremblay y Robert (2001) explicaron la relación entre la baja ductilidad que pueden desarrollar los modelos y su altura mediante dos hipótesis: la primera es que el primer nivel de la estructura es donde primero se tiene el movimiento del suelo, creando grandes distorsiones laterales antes de que se transmita el desplazamiento a la parte superior de la estructura; la segunda es que en el nivel inferior se dan los efectos P-delta de mayor magnitud.

Izvernari *et al.* (2007) realizaron 5 modelos de 2, 4, 8, 12 y 16 niveles cada uno. Se evaluó la respuesta sísmica por medio de un análisis dinámico no lineal paso a paso. Los modelos que realizaron fueron diseñados tomando en cuenta la disminución de la ductilidad conforme aumenta la altura de la estructura, criterio que se aplica en el reglamento canadiense desde 2005. Los autores encontraron que disminuyendo el factor de comportamiento sísmico (Q) conforme al reglamento se tienen comportamientos más adecuados en los modelos. Además, se observó la demanda inelástica en los contravientos en relación a la ductilidad global demandada (figura 1.11).



Figura 1.11 Ductilidad máxima demandada a los contravientos. a) Datos debajo del percentil 50, b) Datos debajo del percentil 84 (adaptada de Izvernari *et al.* 2007).

Antecedentes

En la figura 1.11 se observa como el parámetro de esbeltez (ver figura 1.15) influye en la ductilidad demandada en los contravientos. Los edificios que se modelaron con una magnitud del parámetro de esbeltez $\lambda = 0.75$ (KL/r = 55) fueron los que más demanda de ductilidad mostraron. En la figura 1.11 la línea marcada como μ corresponde a una magnitud propuesta en Tremblay (2002) que equivale al desplazamiento final alcanzado por el contraviento, el cual obtiene por medio de una regresión lineal y corresponde al punto hipotético de fractura del contraviento. Donde μ_k y μ t corresponden a la ductilidad en compresión y tensión respectivamente.

Marino y Nakashima (2006) realizaron una evaluación del comportamiento inelástico de estructuras con contravientos concéntricos tipo chevrón (V invertida). El objetivo de la investigación fue evaluar una filosofía de diseño propuesta por los autores, pero también utilizaron distintas relaciones de esbeltez en sus modelos. En la figura 1.12 se observa que en los modelos que consideran un parámetro de esbeltez $\lambda = 0.8$ (KL/r = 65) en los contravientos, se desarrolla una mayor distorsión en los niveles inferiores, y conforme la esbeltez de los contravientos aumenta, la distorsión en los primeros niveles disminuye. Estos resultados son congruentes con los de Izvernari *et al.* (2007), porque el parámetro de esbeltez de $\lambda = 0.75$ (KL/r=60) y $\lambda = 0.80$ (KL/r=65) tienen la misma tendencia.



Figura 1.12 Distorsión en entrepisos a cada nivel del modelo (adaptada de Marino et al. 2006).

1.4.2 Contribución del sistema de contravientos al cortante lateral resistente

Otra importante variable que influye en el comportamiento de las estructuras es el parámetro β , el cual se explica en la figura 1.13. Este parámetro que relaciona la rigidez al cortante lateral que aporta el contraviento β con el que aporta el marco (1.0 - β) es muy relevante en el diseño estructural de marcos contraventeados. A diferencia de varias otras partes del mundo donde se diseña un sistema estructural a base de dos sistemas, uno gravitatorio y otro lateral, en México se acostumbra diseñar sistemas duales. Por esta razón, Tapia y Tena (2011) estudiaron la relación que tiene el parámetro β con el comportamiento global de la estructura.

Capítulo 1 Antecedentes $1.0-\beta + \beta = 1.0$

Figura 1.13 Definición de la contribución del sistema de contravientos β a la carga sísmica.

En la figura 1.14 se puede observar una propuesta para la magnitud de la capacidad al cortante lateral que debe tener el marco independientemente de los contravientos según los resultados de Tapia y Tena (2013) con el propósito de que las estructuras tengan un comportamiento dúctil. Esta propuesta aumenta la magnitud del cortante lateral resistido por el marco en función de la esbeltez del edifico (relación de aspecto). Los autores observaron que conforme aumenta la esbeltez del edificio y no se aumenta el cortante lateral resistido por el marco, se obtiene un comportamiento inelástico desfavorable con mecanismos de colapso de entrepiso débil. Este comportamiento se puede comparar con lo observado por Tada *et al.* (2003) donde se presenta como el reglamento Japonés (AIJ 2006) permite mayores ductilidades de diseño para estructuras con mayor aportación del marco al cortante lateral como se discute en la siguiente sección.



Figura 1.14 Contribución mínima al cortante lateral resistente de las columnas del marco (adaptado de Tapia y Tena 2011).

1.5 Comparación de reglamentos internacionales

Muchos de los reglamentos internacionales más reconocidos proponen parámetros sobre el diseño de sistemas estructurales con contravientos concéntricos. Uno de los parámetros más influyentes en el diseño estructural es la ductilidad global o factor de comportamiento sísmico de una estructura. En los reglamentos este parámetro determina en gran medida la fuerza sísmica de diseño. El criterio que adoptan los distintos reglamentos para determinar este parámetro en el caso de los Marcos Con Contraventeo Concéntrico (MCC) es variado, y a continuación se presentan algunos de estos criterios.

En la figura 1.15 se muestran algunas de las distintas propuestas que se tienen en los reglamentos internacionales: Japón AIJ-2006 (Tada *et al.* 2003), Estados Unidos ASCE-7-16, México NTC-DF-2004, México NTC-DF-2017 y Europa EC8-2003 que asocian la relación de

Antecedentes

esbeltez del contraviento KL/r con la ductilidad. En la figura, los resultados corresponden a marcos clasificados con la mayor ductilidad permitida según cada reglamento considerando que los contravientos son de placa A-572 Gr. 50 con un $F_y = 3,515$ kg/cm² y un módulo de elasticidad igual a E = 2'038,900 kg/cm². La esbeltez de los contravientos está igualmente en función del parámetro λ , que está definido en la figura 1.15.

De la figura 1.15 se observa que el reglamento de Japón (AIJ-2006) establece la determinación de la ductilidad en función de la relación de esbeltez de los contravientos en tres categorías de esbeltez (BA, BB y BC). Además, la definición de la ductilidad según AIJ-06 tiene dependencia de la contribución al cortante lateral resistente del sistema de contravientos β (figura 1.13), donde según este reglamento los marcos contraventeados son capaces de desarrollar una mayor ductilidad cuando la contribución de los contravientos al cortante lateral es menor (por ejemplo $\beta < 0.3$ en la figura 1.15). Lo anterior concuerda con otras investigaciones como Tapia y Tena (2011), donde se identificó que la contribución de los contravientos debe disminuir con el aumento de la altura.



Figura 1.15 Ductilidades máximas en función de la relación de esbeltez de contravientos según algunos reglamentos internacionales.

El reglamento de Estados Unidos (AISC-2016) sólo establece una categoría con una magnitud máxima de esbeltez del contraviento KL/r = 200. En el reglamento Mexicano (NTCM-DF-2004) también sólo se establece una categoría de esbeltez para marcos dúctiles contraventeados donde establece un límite superior de KL/r = 142. En cambio, en las NTCA-2017 esta magnitud se redujo a KL/r = 96 conforme a la ecuación 1.2 (Sec. 12.3.3.4, NTCA-17).

Antecedentes

$$KL/r_{max} < 4.0\sqrt{E/Fy} \tag{1.2}$$

En el caso europeo (EC-8-2003) se establecen dos categorías de esbeltez de contravientos distintas, pero a diferencia de los demás reglamentos estas categorías dependen de la configuración geométrica de los contravientos. El caso de mayor ductilidad se lo asignan a marcos con contravientos con configuración en X, con esbelteces permitidas de entre 160 < KL/r < 105. Por otra parte, en Tada *et al.* (2003) se hace una comparación más profunda de las diferencias entre los reglamentos AIJ y AISC (Japón y Estados Unidos), y se menciona que esta diferencia entre ambas propuestas en la ductilidad puede ser engañosa ya que no son los únicos factores que afectan el diseño final.

Como punto de comparación se tiene el estudio realizado por Izvernari *et al.* (2007) que se menciona en la sección 1.4.1, donde una conclusión importante es que observaron que para relaciones de esbeltez de alrededor de $KL/r \approx 55$ se tiene el comportamiento más crítico por fractura bajo fatiga de bajos ciclos, especialmente en estructuras altas. Para el caso de contravientos más esbeltos (KL/r > 65) y contravientos menos esbeltos ($KL/r \approx 45$) observaron menores demandas inelásticas. Es decir, estos resultados tienen congruencia con lo propuesto en AIJ-2006.





En la figura 1.16 se muestra una representación alterna de la ductilidad permitida por cada reglamento para sistemas con MCC. Se presentan las ductilidades (μ) permitidas para sistemas de ductilidad normal y dúctiles, y se asigna su respectiva magnitud de esbeltez (KL/r) máxima permitida. En el caso de MCC diseñados con ductilidad normal (figura 1.16a) se observa que los cuatro reglamentos plantean un criterio similar, aunque con magnitudes de ductilidad y esbeltez del contraviento distintas, donde la mayor diferencia está en el EC-8. Por otra parte, en estructuras diseñadas como sistemas dúctiles (figura 1.15b), el reglamento de Estados Unidos (ASCE-16) aparenta proponer magnitudes muy altas pero como se mencionó anteriormente no significa que el diseño final resulte en un marco menos rígido (Tada *et al.* 2003).

Antecedentes

El AIJ-2006 es el reglamento donde se tiene mayor complejidad en la relación entre β y la ductilidad μ , para hacer notar más esta complejidad en la tabla 1.1 se muestran los límites que propone el reglamento japonés. La tendencia observada es que entre menor sea la magnitud del cortante lateral resistente aportado por el sistema de contravientos β , mayor es la magnitud de la ductilidad μ . En las NTC-DF-2004 al igual que en el ASCE-7-2016, se establece una magnitud β única; es decir, sólo existe una magnitud máxima permitida. En Tapia y Tena (2011) se llega a una conclusión similar al planteamiento del AIJ-2006, la cual consiste en que entre más baja la magnitud de β , el comportamiento inelástico de la estructura estará asociado con una respuesta más dúctil y estable.

	Contraviento robusto (BA)	ntraviento con esbeltez intermedia (BB)		Contraviento esbeltos (BC)			
		$\beta \le 0.3$	$0.3 < \beta \le 0.7$	$\beta > 0.7$	$\beta \le 0.3$	$\begin{array}{c} 0.3 < \beta \le \\ 0.5 \end{array}$	$\beta > 0.5$
Marco dúctil, FA	4.00	4.00	3.33	2.86	3.33	2.86	2.50
Marco con ductilidad intermedia, FB	3.33	3.33	3.33	2.86	3.33	2.86	2.50
Marco con	2.86	2.86	2.86	2.50	2.86	2.50	2.22
ductilidad normal, FC y FD	2.50	2.50	2.22	2.00	2.50	2.22	2.00

Tabla 1.1 Estimación de la ductilidad 1/*D*s según AIJ-06 (adaptado de Tada *et al.* 2003)

Además, Tapia y Tena (2011) demostraron que existe una relación entre la altura de la estructura, el parámetro β , la respuesta inelástica de marcos con contravientos y el mecanismo de colapso desarrollado. Esto está considerado únicamente en el Reglamento Canadiense (CNBC-05, Izvernari *et al.* 2007), el cual varia la magnitud de la ductilidad permitida conforme aumenta la altura de la estructura.

1.6 Conclusiones

Los contravientos concéntricos son de gran utilidad en estructuras de acero, donde se necesita tener un control de los desplazamientos ante demandas laterales. La capacidad de limitar desplazamientos laterales a través de su alta rigidez ante cargas de servicio hace a estos elementos populares. Cuando se presentan eventos de gran importancia y la demanda lateral en los Marcos Con Contraventeo Concéntrico (MCC) va más allá de las cargas de servicio, estos sistemas presentan comportamientos inelásticos complejos. Por esta razón, el estudio de los contravientos es relevante e importante para la ingeniería estructural.

Antecedentes

- En el inicio del capítulo, se discute sobre la dependencia del comportamiento de los contravientos ante cargas cíclicas y su relación de esbeltez. Esta dependencia en el comportamiento del contraviento en la relación de esbeltez evidentemente tiene repercusiones en el comportamiento global de una estructura con contravientos.
- Por un lado los contravientos robustos (relación de esbeltez baja) tienen capacidades altas de disipación energética, lo cual es de mucho interés ante eventos sísmicos de gran importancia. Con base en las investigaciones discutidas en este capítulo, se observa que los contravientos robustos son más susceptibles a fracturarse y, por esto, resisten una menor cantidad de ciclos de carga.
- En contraste, los contravientos que tienen una esbeltez alta tienen un comportamiento con baja disipación energética, pero mayor resistencia a la fractura. En el caso de contravientos de esbeltez intermedia, los cuales son los comúnmente utilizados en el diseño estructural, se observan comportamientos desfavorables para las estructuras (figura 1.7 y figura 1.11).
- Además, se discuten los criterios de algunos reglamentos especializados. Por ejemplo, el reglamento de Japón AIJ-2006 establece la determinación de las fuerzas laterales en función de la esbeltez de los contravientos y el parámetro β.
- En lo que respecta a los reglamentos mexicanos, en la actualización de las NTCA-17 el límite de las relaciones de esbeltez de los contravientos que forman parte de marcos con contravientos concéntricos dúctiles se redujo y ahora se define en función del tipo de acero. Con base en la discusión de este capítulo, la reducción en el límite de la relación de esbeltez asociará los elementos con mayor disipación de energía y una mayor tendencia a la fractura.
- Por todo lo anterior, es importante estudiar el efecto de la relación de esbeltez en el comportamiento sísmico de edificaciones; especialmente, en el ámbito nacional donde la normativa vigente permite diseños posiblemente riesgosos. Finalmente, se hace notar que aunque se han desarrollado varios estudios sobre el comportamiento de los contravientos en función de su relación de esbeltez, es necesario ampliar los conocimientos adquiridos en el comportamiento sísmico de MCC en función de las relaciones de esbeltez.

CAPÍTULO 2

Estudio paramétrico
Estudio Paramétrico

2 Estudio paramétrico

2.0 Introducción

En estructuras con contravientos concéntricos se ha visto que la respuesta ante excitaciones sísmicas, donde se incurra a demandas inelásticas, es altamente dependiente del comportamiento que desarrolle el contraviento (D'Aniello *et al.* 2015). Además en estas estructuras después del pandeo por compresión de los contravientos, generalmente existe una concentración de distorsión en algunos entrepisos. Por estas razones es de gran importancia realizar un modelado preciso del contraviento si se pretende obtener resultados similares a los observados en la realidad.

Para realizar un modelado preciso y eficiente es necesario realizar un estudio paramétrico. Con este estudio se pretende encontrar todos los parámetros que influyen en el resultado de un análisis analítico. Existen distintos modelos matemáticos con los cuales se podría analizar una estructura con contravientos concéntricos. El método más preciso es con elementos finitos en tres dimensiones, pero este método exige muchos recursos computacionales por lo cual no se utiliza frecuentemente. Otro de los posibles métodos es con elementos tipo viga-columna a base de fibras, el cual no pierde mucha precisión y necesita menos recurso computacional. Además existe un método donde se utilizan elementos viga-columna con plasticidad concentrada donde se asignan las propiedades inelásticas en zonas específicas de los elementos (articulaciones plásticas). En este estudio se analiza la influencia de ciertos parámetros en la respuesta de modelos con elementos tipo viga-columna a base de fibras, como:

a) Discretización de la sección en función de la cantidad de fibras que conforman la sección transversal de los contravientos.

b) Influencia del endurecimiento por deformación en los ciclos histeréticos de los modelos de los contravientos.

c) Fatiga del material ante cargas cíclicas e influencia del endurecimiento del material.

d) División del contraviento en subelementos para modelar el pandeo lateral global y las demandas de cómputo que esto conlleva.

e) Deformación inicial en el centro de la longitud no arriostrada L del contraviento debida al proceso de fabricación y transporte con el propósito de evaluar la influencia de los efectos $P-\delta$ con una magnitud de hasta L/1000, que es el límite propuesto por manuales especializados.

f) Influencia de las condiciones de los apoyos de los contravientos en tres posibilidades: modelados con resortes rotacionales, mediante el modelado de la placa de conexión y simplificados como una articulación.

g) Influencia de los puntos de integración que se toman en cuenta al momento de resolver los elementos a base de fibras.

Es importante mencionar que además de estos parámetros existen otros que no se tomaron en cuenta en este estudio como la influencia de los esfuerzos residuales, la forma real de las secciones cuadradas comerciales (borde redondo en secciones OR) y el uso de distintos tipos de acero.

Estudio Paramétrico

2.1 Modelado con elementos tipo viga-columna a base de fibras

En la figura 2.1 se observa el comportamiento de un contraviento concéntrico ante carga cíclica. Como se ha mencionado anteriormente estos elementos tienen un comportamiento complejo donde no se tiene simetría entre el comportamiento en tensión y compresión. Primero se tiene una etapa de comportamiento elástico bajo carga de compresión con una rigidez lineal. Posteriormente se tiene una reducción súbita en la capacidad de resistir carga a compresión y un incremento abrupto en los desplazamientos, ocasionados por el pandeo del contraviento; en este intervalo de pandeo se puede generar una articulación plástica al centro del claro del contraviento. La capacidad de resistir compresión en esta etapa post-pandeo es función de varios factores pero se suele aproximar (AISC-341-10; Tremblay, 2002) como el 30% de la resistencia a compresión de diseño R_c . En el momento que cambia de sentido la carga el contraviento empieza a recuperar su forma inicial, manteniendo cierta deformación permanente, hasta que empieza a existir fluencia por tensión en la sección.



Figura 2.1 Comportamiento inelástico de contravientos concéntricos ante cargas cíclicas (adaptado de Tapia *et al.* 2015).

Los modelos con elementos tipo viga-columna a base de fibras se utilizan ampliamente en el modelado de contravientos concéntricos. Esto se utiliza gracias a que estos modelos tienen la capacidad de reproducir con gran precisión el comportamiento inelástico de los contravientos concéntricos sin tener que invertir demasiado capital computacional. Según varios investigadores (Salawdeh 2013, Wijesundara 2014, Uriz 2008) el tipo de elementos viga-columna que se debe utilizar para estos modelos es el que está basado en el método de flexibilidades y la teoría de los pequeños desplazamientos o también conocidos como elementos a base de fuerzas de Spacone *et al.* (1996). Para permitir los grandes desplazamientos que se observan en el comportamiento sísmico de contravientos concéntricos, se utiliza una transformación geométrica corrotacional propuesta por de Souza (2000). En la figura 2.2 se observan algunos de los parámetros involucrados en el modelado de contravientos concéntricos.

Capítulo 2

Estudio Paramétrico



Figura 2.2 Ejemplo de modelado de contravientos y algunos parámetros que influyen en la respuesta.

Para evaluar la respuesta bajo carga monótona creciente se utilizó un modelo con las siguientes características (figura 2.3): a) la longitud no arriostrada es de 3.20 m, b) las zonas rígidas son de 0.40 m, c) la deformación inicial sigue una curva parabólica, d) se utilizaron 5 puntos de integración en cada elemento (puntos donde se evalúa numéricamente la respuesta dentro del elemento) y e) se utilizaron 4 subelementos en los modelos. La sección se discretizó en fibras como se muestra en la figura 2.3. El material que se utilizó es el propuesto por Giuffré-Menegotto-Pinto llamado *steel02* en la plataforma de *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006) con un límite de fluencia de 3,515 t/cm². En la figura 2.3b los números representan la numeración de los subelementos (lado izquierdo) y de los nodos principales (lado derecho).



Figura 2.3 Modelo utilizado para estudio paramétrico ante carga monótona creciente.

Estudio Paramétrico

Para realizar el estudio paramétrico de los contravientos concéntricos bajo cargas dinámicas se realizó el diseño de un marco de dos niveles y dos crujías. Se utilizaron columnas de sección cuadrada, trabes de sección tipo I y contravientos de sección cuadrada. La geometría se tomó en base a dimensiones comunes vistas en campo y se utilizó una configuración simétrica. Las cargas que se utilizaron para el diseño fueron las correspondientes a un uso de oficinas (NTC-DF-2004) con un ancho tributario de 5 metros. Se diseñó de tal forma que se garantizó que los primeros elementos en tener comportamiento inelástico fueran los contravientos. Los contravientos utilizados fueron de sección compacta y con una esbeltez de $KL/r \approx 120$.



Figura 2.4 Configuración de modelo dinámico.

Se utilizó una carga dinámica uniforme en la base tomada de un acelerograma del ATC-63 Far-Field Ground Motion Set. El acelerograma utilizado tiene un paso de tiempo de 0.01 segundos y una aceleración pico de 0.336 g. Para lograr los desplazamientos últimos de diseño fue necesario amplificar el acelerograma por un factor de 4.5. En la figura 2.5 se observa el acelerograma utilizado sin amplificar, en el eje de las ordenadas están las aceleraciones en función de la gravedad (g) y en el eje de las abscisas se encuentra el tiempo en segundos. El periodo fundamental calculado de la estructura fue de 0.18 segundos.



Figura 2.5 Acelerograma utilizado.

Estudio Paramétrico

Los resultados obtenidos se realizaron con modelos en los cuales los parámetros que permanecieron constantes fueron: a) Se discretizaron los contravientos en 10 subelementos, b) Se utilizaron 5 puntos de integración en cada elemento, c) La discretización de las fibras en las secciones son iguales, d) La deformación al centro del claro es la misma y corresponde a la magnitud obtenida en el estudio de un elemento (L/460), e) se utilizó una magnitud para el parámetro de endurecimiento por deformación de b = 0.003, f) la esbeltez de los contravientos del marco es de $KL/r \approx 120$. En caso contrario se hace mención de los parámetros modificados.

2.2 Discretización de la sección en función de la cantidad de fibras que conforman la sección transversal de los contravientos

Uriz *et al.* (2008) realizaron estudios paramétricos para encontrar la influencia del parámetro relacionado a la cantidad de fibras en las que se discretiza el elemento transversalmente. Para realizar estos estudios los autores fijaron el resto de los parámetros involucrados en el comportamiento inelástico de los contravientos para dejar aislada la variable de la cantidad de fibras en la sección transversal. En la figura 2.6 se observa como modelaron cuatro elementos con distintos tipo de secciones modificando la cantidad de fibras.



Figura 2.6 Discretización en fibras de sección transversal (adaptada de Uriz et al. 2008).

Los autores concluyen que si se utilizan pocas fibras para realizar el modelado se pierde la precisión en representar el comportamiento monotónico e histerético de los contravientos concéntricos. Los autores argumentan que esto es resultado de una reducción en la rigidez a flexión y un incremento en la sensibilidad a la interacción entre el momento y la carga axial. Además observaron que las fibras en el perímetro tienen mayor influencia en el resultado que las internas. Los autores concluyeron que una buena recomendación es utilizar de diez a quince fibras a través de la sección y que de estas se coloque mayor cantidad en las zonas de mayor compresión y tensión. Como punto de comparación Wijesundara *et al.* (2014) decidió modificar este parámetro a 20 fibras en su estudio. Asimismo en Salawdeh y Goggins (2013) utilizaron la recomendación de Uriz *et al.* (2008) (ver figura 2.7) y además propusieron un método simple para determinar la cantidad de fibras. Esta propuesta consiste en colocar 3 fibras en el ancho del elemento y un mínimo de $2(b_0+h)/3$ (donde b₀ es la base y h la altura del elemento en mm) fibras alrededor del perímetro para hacer más eficiente el esfuerzo computacional y la precisión del modelo.

Estudio Paramétrico



Figura 2.7 Efecto de modificar la cantidad de fibras a través de la sección (adaptada de Uriz *et al.* 2008).

En Tapia *et al.* (2015) también se realizó un estudio sobre la influencia de la discretización de la sección en el comportamiento de un elemento ante carga monótona creciente. Se puede observar en la figura 2.8 que el error producido por una discretización menos refinada no es muy considerable y concluyen que utilizar 16 fibras no compromete los resultados, y además no exige demasiados recursos computacionales.



Cantidad de fibras	Esfuerzo (MPa),	Error P/R_c
	$\sigma = P/A$	
4	375.35	0.995
9	375.35	0.995
16	375.43	0.996
48	376.46	0.998
360	376.94	1.000

Figura 2.8 Efecto de cantidad de fibras a través de la sección (adaptada de Tapia et al. 2015).

2.3 Fatiga y endurecimiento del material

2.3.1 Fatiga

La fatiga se puede definir como la cantidad de ciclos de aplicación de esfuerzo o deformación de cierto tipo que puede soportar un elemento antes de la fractura de cualquier tipo (Salawdeh y Goggins, 2013). En el caso de contravientos concéntricos es de especial importancia en elementos que tengan secciones esbeltas o no compactas, ya que son susceptibles al pandeo local. En el momento que existe pandeo local, la zona afectada sufre de un aumento abrupto de esfuerzos y deformaciones lo cual conlleva a una fatiga excesiva (Hsiao *et al.* 2013). Generalmente al momento de cambiar de sentido la carga y que se presenten desplazamientos que tiendan a enderezar al contraviento, se tendrá una ruptura en la sección donde se dio el pandeo local (Tremblay, 2002; Hsiao *et al.* 2013). El modelado de este fenómeno es complicado ya que los

Estudio Paramétrico

elementos viga-columna a base de fibras en el programa *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006) no tienen la capacidad de reproducir el pandeo local. Según Uriz y Mahin (2008) es necesario discretizar en mayor cantidad de subelementos el contraviento si se pretende tomar en cuenta la fatiga del mismo.

Existen varias propuestas para tener un modelo adecuado que represente a la fatiga de bajos ciclos en modelos analíticos. Estos modelos se basan en la medición de alguna acumulación de daño, el problema a estudiar ahora es que parámetro es el más adecuado para realizar esta acumulación de daño. Hsiao *et al.* (2013) propuso que el parámetro con el cual se puede predecir con mayor exactitud la fractura, es con la deformación máxima absoluta acumulada a través de toda la historia de carga. Con esta suposición y por medio de un análisis estadístico de varios experimentos, Hsiao et al. (2013) propuso un modelo con el cual simular la fatiga y final fractura del contraviento.



Figura 2.9 Pandeo local de contraviento y eventual fractura (adaptada de Haddad et al. 2011).

En la plataforma de *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006) existe un modelo de fatiga el cual permite acumular daño en función de amplitudes de deformación unitaria en cada ciclo, y fue propuesto por Uriz y Mahin (2008). A partir de este daño acumulado se establece un límite de daño máximo (ε_0) el cual si se alcanza hará tender a cero la resistencia de la fibra en cuestión. Antes de que se alcance el límite de daño la relación esfuerzo-deformación del material no es afectada por este modelo. En Tirca y Chen (2014) se realizó un estudio sobre el parámetro ε_0 que se emplea en la metodología propuesta por Uriz y Mahin (2008), y a través de estudios estadísticos de varias pruebas experimentales llegan a la ecuación 2.1 con la cual se puede estimar el parámetro ε_0 para cualquier contraviento rectangular con esbelteces de entre KL/r = 50 hasta KL/r = 150. De la ecuación 2.1 se puede observar que existe una dependencia positiva con la esbeltez y una dependencia negativa con la relación de aspecto de la sección.

$$\varepsilon_{0,pred} = 0.006 \left(\frac{kL}{r}\right)^{0.859} \left(\frac{b_0}{t}\right)^{-0.6} \left(\frac{E}{F_y}\right)^{0.1}$$
(2.1)

Estudio Paramétrico

Para evaluar la influencia de utilizar este material en los modelos con contravientos concéntricos se utilizó el modelo del marco, ya que es el modelo donde se utilizó carga dinámica. En la figura 2.10 se puede observar la comparación entre utilizar o no el material tipo fatiga en los contravientos en función de la distorsión global del marco. Se utilizó una conexión en los extremos del contraviento articulada (LIB). Se puede observar que el modelo sin fatiga tiene un comportamiento histerético más regular que en el caso del modelo con fatiga. Además el modelo sin fatiga sufre menos distorsión porque no pierde rigidez de manera súbita. Esto es evidencia del posible error de realizar un modelo sin fatiga y llegar a magnitudes de energía disipada más allá de las reales, es aún más relevante si se tienen contravientos no compactos y que sufran de pandeo inelástico. Esto se debe a que se ha observado la fractura prematura en contravientos con secciones rectangulares y relaciones ancho-espesor altas (secciones no compactas o esbeltas) (Tremblay 2002, Shaback y Brown 2003, Han et al. 2007, Fell et al. 2009 y Haddad et al. 2011). De hecho en Han et al. (2007) a partir de estudios experimentales concluyen que la relación ancho-espesor que maximiza la resistencia a la fractura y aumenta la energía disipada debe estar entre 11 y 18 para secciones rectangulares.



Figura 2.10 Influencia de la fatiga en el comportamiento global del marco con contravientos articulados en sus extremos.

En la figura 2.11 se muestra la comparación entre utilizar un material con y sin fatiga en términos de deformación unitaria, y además con los distintos tipos de apoyos en los extremos del contraviento. Se escogió una fibra cercana al centro del claro del contraviento porque es donde se espera que se forme la articulación plástica. La fibra está localizada en el extremo de la sección donde se da la mayor compresión debido a los efectos de carga axial y flexión (P- δ).

Capítulo 2

Estudio Paramétrico



En el caso de los modelos con fatiga (CF) se tiene una similitud en el comportamiento entre los tipos de apoyo articulado (LIB) y con resorte rotacional (RR), con estas conexiones se observa que se tienen ciclos a deformaciones altas antes de perder la rigidez por fatiga. Esto puede ser atribuido a pérdidas de rigidez en fibras aledañas a la que se utilizó como referencia. Cuando se analizó el modelo utilizando el tipo de conexión modelando la placa (PLC) se tuvo una pérdida de rigidez antes de lograr completar cualquier ciclo a altas deformaciones, demostrando que existió menos daño en la sección. En el caso de los modelos sin fatiga (SF) el comportamiento histerético se muestra más regular, es decir no existen ciclos post-fatiga como se observa en los otros modelos, lo cual es similar entre los tres tipos de conexión. Finalmente es otra muestra de la relevancia de usar o no un material con fatiga.

Estudio Paramétrico

La figura 2.12 muestra la comparación del efecto que tiene utilizar o no el material tipo fatiga en el comportamiento del contraviento. Se presentan los casos con los tres distintos tipos de apoyo. Es claro que en los tres casos se logra un mejor comportamiento histerético cuando no se utiliza el material con fatiga. A pesar de esto si existe una degradación considerable en los casos sin fatiga (SF), solo que es más retardado el fenómeno. Cuando se toma en cuenta la fatiga (CF), en los tres casos existe una degradación súbita en la rigidez, solo que en el caso del apoyo tipo PLC no se observa los desplazamientos excesivos que se tienen en los otros modelos.



Figura 2.12 Influencia de utilizar fatiga en función del tipo de apoyo.

Estudio Paramétrico

2.3.2 Endurecimiento por deformación

En el modelo del marco bajo carga dinámica también se revisó el efecto de modificar los parámetros de endurecimiento por deformación y endurecimiento isotrópico. El material *steel02* de *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006) cuenta con un parámetro para tomar en cuenta el endurecimiento por deformación. Dentro de la plataforma de *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006) se le asigna la letra *b*, y tiene como propósito establecer una pendiente post-fluencia (*Esh*) en función del módulo de elasticidad *E*, como se observa en la ecuación 2.2.

$$E_{sh} = bE \tag{2.2}$$

En la figura 2.13 se observa como modifica el comportamiento histerético del contraviento la variación de estos parámetros. Para estos modelos se utilizó el material sin fatiga, 10 subelementos y 5 puntos de integración.



Figura 2.13 Influencia de modificar el endurecimiento por deformación (*b*) y endurecimiento isotrópico (a2, a4).

Estudio Paramétrico

Se puede observar en la figura 2.13a que el endurecimiento por deformación no tiene mucho impacto en el comportamiento global del contraviento, siempre y cuando se utilicen magnitudes razonables (0.007 $\leq b \leq$ 0.016). La diferencia que genera modificar este parámetro se observa en las magnitudes alcanzadas en las etapas de tensión, donde un mayor endurecimiento por deformación ocasiona una mayor resistencia a tensión en etapas post-fluencia. En el FEMA 355A (2000) se hace una recomendación para la magnitud de este parámetro de 0.007 $\leq b \leq$ 0.016 a partir de resultados experimentales.

En la figura 2.13b se observa el efecto de modificar el parámetro relacionado al endurecimiento isotrópico con el cual cuenta el material *steel02* de *OpenSees*, al cual se le asigna la variable a2 ó a4 dependiendo si se asigna para compresión o tensión respectivamente. Este parámetro indica la magnitud de deformación plástica necesaria $(a2 \cdot (F_y/E))$ para incrementar la envolvente de fluencia por una cantidad específica $(a1 \circ a3)$. Entonces entre menor sean los parámetros $a2 \circ a4$ mayor será el incremento en la envolvente ya que la deformación plástica necesaria para provocar este endurecimiento será menor. A pesar de que se utilizó la misma magnitud para ambos parámetros (compresión: a2 y tensión: a4), en la figura 2.13b no se observa el mismo efecto en compresión que en tensión. Este resultado puede ser atribuido a que el mecanismo por el cual falla el contraviento en compresión es por efectos de inestabilidad (pandeo) y en cambio en tensión se tiene un comportamiento con daño más uniforme permitiendo mayor endurecimiento isotrópico.

2.4 Efectos de segundo orden

2.4.1 Transformación geométrica.

En la plataforma *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006) existen tres métodos distintos para realizar la transformación geométrica de los elementos: lineal, p-delta y corrotacional. La transformación corrotacional toma en cuenta los cambios de longitud y posición del elemento en cada paso mientras que la transformación p-delta asume la teoría de los pequeños desplazamientos. La transformación lineal no se analizó ya que no toma en cuenta efectos de segundo orden.

Denavit y Hajjar (2013) desarrollaron un estudio comparativo de la determinación de los desplazamientos en ejes globales a partir de análisis no lineales con carga monótona creciente de contravientos sometidos a carga axial usando dos tipos de transformaciones geométricas en un elemento biarticulado de 152 cm de longitud. Los resultados se muestran en la figura 2.14 en función de la carga crítica de Euler P_{cr} y, en escala logarítmica, para contravientos conformados desde 2 hasta 100 subelementos. Con base en los resultados, la estimación correcta de la capacidad de pandeo se obtiene con un mínimo de 10 elementos que está asociado a un error de $1-P/P_{cr}= 0.0009$ y se nota poca o nula diferencia entre los dos tipos de transformaciones consideradas.

Estudio Paramétrico



Figura 2.14 Influencia de modificar el tipo de transformación geométrica ante carga monótona creciente.

Sin embargo si se realiza un análisis de un elemento bajo carga axial cíclica (compresión y tensión) se aprecia una diferencia importante entre estos dos métodos de transformación geométrica. Para este modelo se utilizó una subdivisión de 20 elementos y 10 puntos de integración. El elemento tiene una relación de esbeltez KL/r = 63 y fue de sección cuadrada.



Figura 2.15 Influencia de modificar el tipo de transformación geométrica ante carga cíclica.

Como se puede observar de la figura 2.15 la respuesta entre los dos tipos de transformación geométrica son muy distintas. En el primer ciclo de carga se observa como empatan ambas respuestas pero posteriormente el modelo con transformación geométrica tipo Pdelta pierde la capacidad de predecir correctamente los desplazamientos. Por esta razón es necesario utilizar una transformación geométrica tipo corrotacional para modelar los contravientos ante carga cíclica correctamente.

Estudio Paramétrico

2.4.2 División de contraviento en subelementos

La discretización del contraviento en su eje longitudinal en subelementos permite tomar en cuenta los efectos de segundo orden locales o también conocidos como P- δ . Además, utilizando una transformación geométrica adecuada, permite modelar los desplazamientos laterales ocasionados por el pandeo del contraviento.

En estudios anteriores se ha visto que en un modelo la cantidad de elementos que se utilizan para discretizar al contraviento a lo largo de su longitud tiene poca influencia en el comportamiento histerético del contraviento como se observa en la figura 2.16. La magnitud mínima para simular correctamente el pandeo del contraviento es de dos elementos, sin embargo esta magnitud debe ser aumentada si se pretende analizar la eventual fractura del contraviento de acuerdo con lo recomendado por Uriz *et al.* (2008). En Wijesundara *et al.* (2014) también solo utilizaron dos elementos para discretizar sus modelos de contravientos apoyando su decisión en la investigación de Uriz *et al.* (2008).



Figura 2.16 Efecto de modificar el parámetro de cantidad de elementos modelados en contraviento (adaptada de Uriz *et al.* 2008).

Salawdeh y Goggins (2013) realizaron un estudio paramétrico en el cual concluyeron que modificar la cantidad de elementos en los que se discretiza el modelo no tiene mucha relevancia en cuanto a la magnitud de compresión resistida en el primer ciclo de carga. Sin embargo, los autores si observaron diferencia en la magnitud de resistencia en compresión en ciclos subsecuentes de hasta 18.7% entre el modelo de 2 y 4 elementos. Esta diferencia de magnitudes disminuye entre modelos con 8 y 16 elementos donde solo se observó una diferencia de 1%, lo cual sugiere que para hacer más eficiente el cálculo computacional es preferible utilizar solo 8 elementos. En este modelado utilizaron solo tres puntos de integración por elemento y encontraron que 8 sub-elementos fueron necesarios para describir satisfactoriamente el comportamiento no lineal, pero los autores sugieren que se puede utilizar menos de 8 subelementos siempre y cuando se aumente la cantidad de puntos de integración.

Estudio Paramétrico



Figura 2.17 Efecto de modificar el parámetro de cantidad de elementos modelados en contraviento (adaptada de Salawdeh y Goggins 2013).

Para evaluar el efecto de este parámetro ante carga monótona creciente se utilizó el modelo de un elemento. La cantidad de subelementos fue variada en dos de las secciones que se estudiaron. En la figura 2.18 se observa en el eje de las ordenadas la resistencia a compresión normalizada con la resistencia teórica R_c y en el eje de las abscisas se observa la cantidad de elementos modelados en escala logarítmica. En esta figura se observa que la variación en la respuesta del contraviento ante carga monotónica creciente en función de la cantidad de subelementos es poca. Tomando en cuenta que en estos modelos no se pretendió replicar la fatiga, la poca perdida de precisión no amerita crear modelos más refinados. Estos resultados van de acuerdo con lo recomendado por Salawdeh y Goggins (2013).



Figura 2.18 Influencia de cantidad de elementos modelados (se utilizaron 5 puntos de integración).

Estudio Paramétrico

En la figura 2.19a se utilizó el modelo del marco y se observa el efecto de cambiar la cantidad de subelementos que conforman el contraviento en la respuesta dinámica del contraviento. Para esto se utilizó un apoyo tipo LIB para todos los casos y además se utilizó el material con fatiga. En la figura se observa que los ciclos histeréticos son muy similares entre sí, hasta llegar a la fatiga de la sección donde se observa que pierden similitud. Además se puede observar cómo se acelera el proceso de fatiga (reducción de rigidez) en relación a una pequeña cantidad de subelementos. En los modelos con pocos subelementos se tiene una plasticidad en la sección menos distribuida que en el caso contrario, es por esto que se alcanza antes la fatiga. Ahora, si se utilizan 10 subelementos se observa que el resultado empieza a converger más con el modelo con 50 subelementos. Aquí se puede observar que la recomendación por Uriz *et al.* (2008) se cumple en este modelo. La necesidad de utilizar una mayor cantidad de subelementos es debido al uso del material con fatiga.



Figura 2.19 Influencia de la cantidad de elementos en ciclos histeréticos.

Retomando este modelo en la figura 2.19b se observa un acercamiento de la figura 2.19a en la zona de compresión máxima. Además se muestran solo los primeros ciclos de carga en los que se alcanza la resistencia máxima a compresión. Independientemente de la magnitud alcanzada de compresión, se observa en esta figura que existe una relación entre la cantidad de subelementos modelados y la resistencia a compresión alcanzada por el contraviento.

D'Aniello *et al.* (2015) hicieron énfasis en la importancia que tiene la resistencia a compresión alcanzada en el primer ciclo de carga debido a posibles modificaciones en los mecanismos de colapso de una estructura. Aquí se puede observar que además de la deformación inicial al centro del claro, la cantidad de subelementos también tiene importancia en la determinación de la resistencia máxima obtenida. Se puede asumir que a partir de 10 subelementos empieza a converger la resistencia a compresión máxima obtenida.

Estudio Paramétrico

2.5 Deformación inicial en el centro del claro del contraviento

Uriz *et al.* (2008) realizaron un estudio paramétrico en el cual uno de los parámetros analizados fue la deformación inicial. Los autores encontraron que la deformación inicial tiene importancia en el modelo porque gracias a este parámetro se puede replicar el pandeo del contraviento en el análisis. En la figura 2.20a se puede observar como la magnitud de deformación inicial que se le asigna al modelo de un contraviento influye en los resultados. En el caso del elemento cargado a compresión ante carga monótona creciente se observa que tiene mucha relevancia la deformación inicial y que entre mayor sea esta, menor será la resistencia a compresión, es decir, el contraviento sufrirá de pandeo con menor carga axial. A pesar de este comportamiento en la figura 2.20b se observa que ante carga cíclica el parámetro de la deformación inicial no tiene mucha influencia en el comportamiento histerético del contraviento. La deformación inicial en términos de porcentaje se define como la deformación inicial (Δo) dividido entre la longitud no arriostrada (L) del contraviento y todo multiplicado por cien ($100 \cdot (\Delta o/L)$).



Figura 2.20 Efecto de modificar parámetro de deformación inicial de contraviento modelado (adaptada de Uriz *et al.* 2008).

D'Aniello *et al.* (2015) realizaron una investigación completamente enfocada al estudio del parámetro relacionado con la deformación inicial al centro del claro del contraviento y como éste influye en el comportamiento inelástico general del contraviento. En su investigación los autores recopilan distintas propuestas de como cuantificar esta magnitud de deformación inicial. Existen dos métodos para llegar a una magnitud de este parámetro, una es utilizar un valor *a priori* o empírico para el modelado y otro es utilizar un procedimiento analítico para determinar esta magnitud. Los autores realizan una comparación de distintas propuestas, tomando distintas magnitud empíricas y distintos métodos analíticos, para determinar cuál de estas propuestas es la más adecuada.

A pesar de que este parámetro no tiene mucha influencia en el comportamiento histerético del contraviento, según D'Aniello *et al.* (2015) este parámetro si tiene mucha influencia en el comportamiento global de una estructura. Esto es porque el parámetro de deformación inicial tiene una gran influencia en la determinación de la resistencia a compresión en el primer ciclo de

Estudio Paramétrico

carga lo cual puede modificar los mecanismos de colapso en un sistema de marcos con contraventeo concéntrico. En la figura 2.21 los autores realizan una comparación de la respuesta de un modelo experimental con la respuesta predicha con modelos analíticos, en los cuales se varió la magnitud de deformación inicial en función de distintas propuestas para establecer este parámetro. La grafica está en función de la distorsión relativa entre los entrepisos.



Figura 2.21 Resultado de modificar la deformación inicial en modelos analíticos (adaptada de D'Aniello *et al.* 2015).

D'Aniello *et al.* (2015) llegaron a la conclusión que el mejor método para determinar la deformación inicial es utilizando un método analítico propuesto por Dicleli y Calik (2008). Como se observa en la figura 2.21 esta propuesta es la que menor dispersión tiene en comparación del modelo experimental. Además de esta comparación se realizaron otras comparaciones apoyando la conclusión hecha por los autores, el lector interesado puede referirse a D'Aniello *et al.* (2015).



Figura 2.22 Modelo del cual se basaron para determinar la deformación inicial (adaptada de Dicleli y Calik 2008).

La propuesta de Dicleli y Calik (2008) fue derivada por medio de asumir una deformada del contraviento de forma senoidal antes del pandeo. A partir de esto impusieron equilibrio en la mitad del claro después del pandeo y asumieron que el momento de segundo orden a la mitad del claro es igual al momento plástico reducido (M_{Pr}) ; donde el momento plástico reducido está dado por la reducción en la capacidad de la sección a resistir momento por efectos de carga axial

Estudio Paramétrico

(diagrama de interacción de la sección P-M plástico). La deformación inicial está dada entonces por:

$$\Delta_0 = \frac{M_{pr}}{P_b \left(1 - \frac{P_b L^2}{8EI\left(1 + \frac{P_b L^2}{\pi^2 EI}\right)}\right)}$$
(2.3)

Donde P_b es la carga a compresión de pandeo y es necesario tomar esta magnitud como negativa, L es la longitud no arriostrada del contraviento, E es el módulo de elasticidad del material, I es la inercia en el sentido donde se espera el pandeo y Δo es la deformación inicial en el centro del claro del contraviento.



Figura 2.23 Grafica de ecuación 2.3 en términos de deformación inicial y esbeltez.

Si se realiza un modelo en *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006) de un elemento bajo carga monótona creciente a compresión sin utilizar una deformación inicial en el elemento, se obtiene una respuesta en la cual siempre se alcanza la carga máxima de fluencia (A_sF_y). Como se conoce de la teoría de estabilidad este resultado es irreal ya que cualquier elemento en compresión es susceptible al pandeo y esto dependerá de la esbeltez del elemento. Es por esto que se utiliza una deformación inicial al centro del claro como fuente de inestabilidad. Entonces se optó por encontrar una magnitud de deformación inicial con la cual se aproximara la carga máxima del modelo a la resistencia a compresión teórica R_c . Se utilizó como magnitud de resistencia de pandeo la obtenida de las NTCM-DF-2004 (ap. 3.2.2).

$$\Delta_0 = L/w \tag{2.4}$$

Esta deformación inicial se puede definir como Δ_0 que es la deformación inicial al centro del claro, L es la longitud del contraviento y w es el factor por el cual se divide la longitud del contraviento. Entonces entre mayor sea el factor w menor será la deformación inicial al centro del claro.

En la figura 2.24 se observan las curvas de capacidad de una de las secciones analizadas con el modelo de un solo elemento bajo carga monótona creciente. En el eje de las ordenadas esta la carga a compresión máxima alcanzada normalizada con la resistencia a compresión R_c y en el

Estudio Paramétrico

eje de las abscisas esta la deformación. Las distintas curvas corresponden a distintas magnitudes de deformación inicial (Δo) que se estudiaron. La línea horizontal marcada como P_y representa la resistencia de fluencia del elemento (A_sF_y) y se observa que para una deformación inicial nula se alcanza esta magnitud de P_y . Para este elemento se observa que la deformación inicial con la cual se obtiene una resistencia a compresión cercana a $R_c (P/R_c = 1)$ está entre L/400 y L/200, donde L es la longitud no arriostrada del elemento.



Figura 2.24 Resistencia normalizada de modelos en función del parámetro de deformación inicial.

En la figura 2.25 se observa en el eje de las abscisas la variable w la cual representa un parámetro para medir la deformación inicial como se muestra en la ecuación 2.4. En el eje de las ordenadas esta la carga a compresión máxima alcanzada normalizada con la resistencia a compresión R_c . Se modelaron entonces varias dimensiones de secciones de la misma longitud para poder variar la esbeltez de los elementos. En la figura se puede apreciar que la relación que existe entre la deformación inicial y la resistencia a compresión, para modelos a base de fibras, es muy relevante en la determinación de la resistencia a compresión alcanzada.



Figura 2.25 Resistencia normalizada de modelos en función del parámetro de deformación inicial.

Estudio Paramétrico

En la figura 2.26 se observa la dispersión de los resultados obtenidos en la variación de la deformación inicial. Se puede observar que para esbelteces de entre KL/r = 50 y KL/r = 130 aproximadamente es donde se tiene la mayor variabilidad en los resultados. En este intervalo de esbelteces, que además es el intervalo más comúnmente utilizado comercialmente, es donde se tiene la mayor propensión a obtener datos erróneos de un análisis bajo carga monótona creciente.



Figura 2.26 Dispersión de resultados obtenidos.

Se revisó la propuesta mencionada anteriormente por Dicleli y Calik (2008) para determinar la magnitud de deformación inicial que proponen analíticamente. A pesar de que se encontró que las magnitudes que proponen dan resistencias menores a las de R_c , la tendencia general que se muestra en la figura 2.23 es la misma que se observó en los modelos realizados. Para esbelteces bajas es necesario modelar deformaciones iniciales pequeñas, después conforme aumenta la esbeltez es necesario ir incrementando la deformación inicial hasta alcanzar una magnitud máxima para esbelteces intermedias y posteriormente disminuye la magnitud de deformación inicial necesaria para modelar correctamente la resistencia a compresión del elemento.

En la figura 2.27 se observa la tendencia que se obtuvo en los modelos analizados. Las curvas límite superior e inferior corresponden a las deformaciones iniciales a las que se obtienen las resistencias a compresión $1.05P/R_c$ y $0.95P/R_c$ respectivamente; dentro de estos límites se obtienen resultados de más-menos 5% de la resistencia a compresión R_c . Es importante mencionar que en la figura 2.27 a pesar de que aparenta existir una incongruencia con el límite superior en la parte inferior y viceversa, es debido a que se refieren a que si se utilizan esas magnitudes de deformación inicial se obtendrán mayores o menores magnitudes de resistencia a compresión. Además se observa que la curva obtenida por la propuesta de Dicleli y Calik (2008) tiene tendencia similar a las curvas obtenidas en los modelos realizados. Para la curva de Dicleli y Calik (2008) se utilizó el momento plástico reducido con variación lineal.

Es importante mencionar que estos datos están relacionados también a la cantidad de elementos que se utiliza para modelar los contravientos, que en el caso de la figura 2.27 fueron 4 subelementos. Como ya se observó (figura 2.19) la cantidad de elementos con los que se modela el contraviento también tiene una influencia en la resistencia máxima alcanzada en compresión.

Estudio Paramétrico



Figura 2.27 Intervalo de deformaciones iniciales que reporta capacidades teóricas correctas.

En la figura 2.28 se muestran resultados de distintos tipos de secciones bajo carga monótona creciente. Estos modelos se realizaron con 20 subelementos y 10 puntos de integración para intentar reducir los errores generados por una discretización menos refinada. Además la variación de su esbeltez se logró variando su longitud y no su sección. Se puede observar una tendencia similar a los resultados anteriores, pero aquí se observa como el tipo de sección también tiene influencia en la magnitud de deformación inicial necesaria para alcanzar resistencias a compresión adecuadas.



Figura 2.28 Deformaciones iniciales que reportan capacidades teóricas correctas para distintos tipos de sección.

En el IMCA al igual que en el AISC 303-10 (6.4.2) se permite una tolerancia en la deformación inicial de L/1000 para elementos rectos que vayan estar sujetos a compresión, donde L es la longitud no arriostrada del elemento. Es importante mencionar que a pesar de la posible incongruencia con las magnitudes de deformación inicial máximas permitidas en los reglamentos ($L/1000 \circ 0.001L$), en estos modelos no se tomaron en cuenta los efectos que tienen los esfuerzos residuales en la resistencia a compresión (Galambos y Surovek 2008 cap. 3.5). A pesar de que sí es posible simular los esfuerzos residuales en el programa utilizado (*OpenSees*), no se consideró

Estudio Paramétrico

en esta investigación dada su complejidad y laboriosidad. Además también se observó que en los modelos cargados dinámicamente se da el pandeo del contraviento inclusive si no se modela una deformación inicial, caso contrario del modelo anterior, esto es porque en el caso dinámico existen otras fuentes de inestabilidad. Igualmente en estos modelos no se asignó ninguna imperfección por efectos de desplome o desalineación, lo cual también contribuye a la inestabilidad de los contravientos. Entonces este parámetro de deformación inicial se recomienda sea calibrado para cada caso en particular utilizando las tendencias mostradas.

Al igual que en el modelo de un elemento, en el modelo del marco se realizó una comparación en el comportamiento variando las deformaciones iniciales al centro del claro. Se utilizó un modelo con apoyos articulados (LIB), sin el material con fatiga y se regresó a 10 subelementos. En la figura 2.29 se observa que en el comportamiento histerético del contraviento su respuesta es poco afectada por este parámetro. La disipación energética es muy similar en todos los casos. La variación más importante se da en la fase de pandeo donde los elementos con mayor deformación inicial (Δo) sufren mayor deformación post-pandeo.







Figura 2.29 Influencia de la magnitud de deformación inicial en ciclos histeréticos.

Si retomamos lo sugerido por D'Aniello *et al.* (2015) es importante conocer la resistencia máxima a compresión obtenida con las distintas deformaciones iniciales al centro del claro. En la figura 2.29b se observa el mismo patrón que se observó en el modelo de un solo elemento, entre mayor deformación inicial menor resistencia a compresión y viceversa.

Como se observa, los resultados utilizando la deformación inicial propuesta en el modelo anterior (L/447) quedan fuera del intervalo de más-menos 5% de tolerancia sugerida. Esto se puede atribuir a que la calibración que se realizó en el modelo de un solo elemento fue utilizando 4 subelementos a diferencia de 10 en este caso, además la carga dinámica genera otras fuentes de inestabilidad disminuyendo la necesidad de deformaciones iniciales altas. Asimismo como se observa en la figura 2.19 la cantidad de subelementos también afecta la resistencia a compresión

Estudio Paramétrico

máxima obtenida. De nuevo se observa la necesidad de ajustar las magnitudes sugeridas de deformación inicial de la figura 2.27 para cada caso en particular.

2.6 Influencia de las condiciones de los apoyos de los contravientos

Los apoyos de los contravientos pueden ser modelados de distintas maneras. La manera quizá más sencilla es a través de simples articulaciones (LIB) y en caso de que se desee tomar en cuenta longitudes efectivas de los contravientos (KL) sería necesario modelar solamente la longitud efectiva. Una de las restricciones de este método es el modelado de estructuras con distintas longitudes efectivas en cada contraviento. Existen otros dos métodos que modelan directamente a la conexión y su rigidez, a través de modelar la placa de conexión con un elemento a base de fibras (PLC) o un resorte rotacional de longitud cero (RR).

Para determinar la rigidez del resorte rotacional se puede utilizar la propuesta hecha por Hsiao *et al.* (2012), donde para determinar la rigidez equivalente del resorte propone:

$$K_{cal}^{rot} = \frac{E}{L_{prom}} \frac{W_w t^3}{12}$$

$$\tag{2.5}$$

Donde K_{cal}^{rot} es la rigidez rotacional calibrada por Hsiao *et al.* (2012), *E* es el módulo de elasticidad de la placa de conexión, W_w es la longitud de Whitmore como se muestra en la figura 2.30, *t* es el espesor de la placa y L_{prom} es el promedio entre L_1 , L_2 y L_3 .



Figura 2.30 Parámetros geométricos de placa de conexión.

Además es necesario calcular el momento de fluencia del resorte rotacional por lo cual Hsiao *et al.* (2012) propone:

$$M_{y.plc} = \left(\frac{W_w t^2}{6}\right) F_{y.plc} \tag{2.6}$$

Donde de nuevo $M_{y,plc}$ es el momento de fluencia de la placa de conexión, W_w es la longitud de Whitmore, t es el espesor de la placa de conexión y $F_{y,plc}$ es el esfuerzo de fluencia de la placa de conexión. Para considerar los efectos de endurecimiento por deformación Hsiao *et al.* (2012) recomienda una magnitud de 0.01 de K_{cal}^{rot} . Entonces con las ecuaciones 2.5, 2.6 y la magnitud de endurecimiento por deformación es posible crear los resortes rotacionales.

Estudio Paramétrico

Terzic (2013) realizó un estudio paramétrico en el cual identificó la influencia de modelar un contraviento con los tres métodos mencionados anteriormente. En la figura 2.31 se observa la diferencia entre cada método y se puede deducir que los métodos con PLC y RR son los que tienen mayor congruencia entre sí.



Figura 2.31 Efecto de modificar el método para modelar los apoyos en contravientos (adapatado de Terzic 2013).

En Wijesundara *et al.* (2014) se estudia el efecto de utilizar apoyos con PLC y el autor propone que estos elementos sean modelados con una longitud de dos veces el espesor de la placa (2t). Este planteamiento que consiste en utilizar una zona para permitir una articulación plástica en la placa de conexión, viene de estudios experimentales realizados por Astaneh-Asl *et al.* (1982) donde se observó que utilizando dos veces el espesor de la placa resulta en un comportamiento inelástico adecuado. Wijesundara *et al.* (2014) argumenta que con este método es posible tomar en cuenta la articulación plástica que puede ocurrir en la placa de conexión en el momento que el contraviento sufra de pandeo. Además menciona que se podría realizar un análisis momento curvatura para determinar la posible fractura de la placa de conexión. En Terzic (2013) llega a una conclusión similar, donde menciona que el utilizar el método con PLC o con RR da resultados precisos, pero que los modelos con conexiones tipo PLC tienen la ventaja de ser más fáciles de modelar.

El modelo más simple como se mencionó anteriormente es el modelo con conexiones articuladas (LIB). Además se realizaron modelos con los apoyos modelados con conexiones tipo PLC y RR. El problema que surge de este tipo de modelado es que si se necesita conocer con certeza la resistencia a compresión teórica es necesario conocer la magnitud del parámetro K el cual depende de la rigidez de la conexión, existen propuestas de como calcular esta magnitud como por ejemplo Jain *et al.* (1978). Por este motivo se realiza una comparativa de los tres métodos distintos de modelado en una misma sección, con una misma deformación inicial y con una misma longitud. En la figura 2.32 la magnitud que corresponde a la resistencia a compresión R_e es aquella obtenida con un factor de longitud efectiva K = 1. Se observa en la figura 2.32 que la resistencia a compresión en los casos de modelado de conexión de PLC y RR, se tiene un aumento en la resistencia a compresión lo cual es esperado ya que la longitud efectiva (*KL*) disminuye.



Figura 2.32 Comparación en el comportamiento dependiendo de tipo de conexión (deformación inicial $\Delta_0 = L/400$).



Figura 2.33 Cortante basal contra distorsión del marco completo comparando tipos de apoyo, limite según *NTC-DF-2004*.

Para evaluar el efecto de los distintos tipos de apoyo ante carga dinámica se utilizó el modelo del marco. Para estos análisis se utilizó un material con fatiga, 10 subelementos y 5 puntos de integración. En la figura 2.33 se puede observar que el marco alcanzo su distorsión ultima de diseño y que en el caso de las conexiones tipo LIB y RR se tuvieron mayores distorsiones pero en etapas de muy baja rigidez, es decir ya se había sufrido degradación en la fibras por consecuencia de la fatiga. Este desplazamiento excesivo en ciclos posteriores puede ser poco realístico y es por esto que el tipo de conexión y asimismo la utilización del material con fatiga, toman un papel importante si es necesario estimar la distorsión máxima en algún análisis.

En la figura 2.34 se observa el comportamiento de un contraviento de planta baja del marco modelado ante carga dinámica. En este caso se varió el tipo de conexión modelada (LIB, PLC, RR) y para los tres casos se utilizó el material con fatiga. Las magnitudes mostradas de

Estudio Paramétrico

resistencia a compresión (R_c) y resistencia a tensión (P_y) equivalen a -31.8 y 104.5 toneladas respectivamente. La magnitud R_c al igual que en el modelo de un solo elemento fue calculado con factor de longitud efectiva de K = 1, es decir articulado lo cual equivale al modelo con apoyos tipo LIB. Como se observa en la figura el modelo PLC sobrepasa la capacidad de compresión R_c lo cual es de esperarse gracias a la reducción del factor K que genera este tipo de modelado.

Se puede observar la misma tendencia que se vio en la respuesta global del marco. Los modelos con conexiones tipo LIB y RR sufrieron de mayores deformaciones post-pandeo. Además los ciclos histeréticos del modelo con conexión tipo PLC difieren de los otros dos, lo cual hace evidente la importancia de escoger el tipo de conexión que se va utilizar.



Figura 2.34 Influencia de modificar el tipo de conexión en el comportamiento histerético.

2.7 Cantidad de puntos de integración en el modelo del contraviento.

Para determinar las fuerzas internas de los contravientos es necesario determinar el número de puntos de integración a través del elemento. En la figura 2.35 se observa como este parámetro tiene poca influencia en el comportamiento histerético de los contravientos; en Uriz *et al.* (2008) concluyen que con 3 puntos es suficiente simular el comportamiento histerético. Aunque los autores también mencionan que si es necesario analizar la eventual fractura, también es necesario aumentar la cantidad de puntos de integración. Además es importante tener en cuenta que para esta comparación los autores utilizaron 4 sub-elementos para realizar la comparación de distintas cantidades de puntos de integración.

Capítulo 2

Estudio Paramétrico



Figura 2.35 Efecto de modificar la cantidad de puntos de integración (adapatada de Uriz *et al.* 2008).

En Wijesundara *et al.* (2014) y D'Aniello *et al.* (2015) utilizaron solo dos sub-elementos para modelar los contravientos pero aumentaron el número de puntos de integración. En Salawdeh y Goggins (2013) estudian esta aparente similitud entre la cantidad de sub-elementos y la cantidad de puntos de integración, en el efecto del comportamiento inelástico de contravientos. En la figura 2.36 se puede observar como los autores comparan el efecto de aumentar el parámetro de puntos de integración a la vez que se disminuyen la cantidad de subelementos. Se puede observar que existe poca diferencia entre las distintas combinaciones y los autores recomiendan que si se pretende utilizar solo dos sub-elementos es necesario utilizar diez puntos de integración por elemento (máxima magnitud posible en *OpenSees*).



Figura 2.36 Relación entre cantidad puntos de integración y cantidad de sub-elementos (adaptada de Salawdeh y Goggins 2013).

Estudio Paramétrico

2.8 Conclusiones

En este capítulo se discute la influencia de los parámetros más importantes que influyen en el comportamiento inelástico de un marco con contravientos concéntricos. A través de información recopilada del estado de arte actual sobre el modelado no-lineal de marcos con contravientos concéntricos se obtuvieron los parámetros más influyentes en la respuesta de estos marcos. Para verificar un modelado correcto se realizaron estudios paramétricos utilizando el programa OpensSees. El objetivo principal de estos estudios es obtener un nivel de confiabilidad razonable para los modelos que se realizarán en los próximos capítulos. Se analiza el efecto que tiene variar cierto parámetro en la respuesta de los modelos, intentado obtener resultados coherentes y apegados a la realidad. Entre los parámetros estudiados está la discretización a lo largo y a través de los elementos utilizados; la cantidad de puntos de integración en cada elemento; parámetros relacionados con las leyes constitutivas del material (endurecimiento por deformación y endurecimiento isotrópico); deformación inicial que se modela en el centro de los contravientos concéntricos; utilizar modelos matemáticos para tomar en cuenta la posible fatiga de los elementos; el tipo de modelado que se utiliza para la conexión entre el contraviento y el marco. A continuación se presentan las observaciones principales que se obtuvieron de estos estudios:

- Se observó que la cantidad de sub-elementos y la cantidad de puntos de integración tienen efectos similares en la respuesta final. Además la cantidad de subelementos influye también en la resistencia máxima a compresión obtenida.
- Si se pretende utilizar el método disponible en *OpenSees* para tomar en cuenta la fatiga, es necesario contar con una discretización más refinada para lograr contar con mejor información sobre la acumulación de esfuerzos o deformaciones a través del elemento.
- La deformación inicial al centro del claro es un parámetro muy influyente en la determinación de la resistencia de pandeo del contraviento y además depende de otros aspectos haciendo este parámetro complicado de predecir. Por esta razón se recomienda evaluar su magnitud para cada caso en particular, es decir realizar pruebas preliminares con magnitudes razonables (ver figura 2.27) para precisar este parámetro.
- Cuando se modela sin fatiga y bajo carga monótona creciente es suficiente utilizar 4 subelementos y utilizar la sugerencia que se obtuvo de modificar este parámetro en función de la relación de esbeltez (figura 2.27) para asignar la deformación inicial.
- En caso de ser necesario el modelado con fatiga es necesario aumentar el número de subelementos a un mínimo de 10, además es necesario modificar las magnitudes de deformación inicial para tomar en cuenta el incremento en subelementos y los efectos generados por la carga dinámica.
- El utilizar un apoyo articulado (LIB) para la conexión del contraviento lleva a resultados satisfactorios pero se pierde la capacidad de disipación energética de la placa de conexión (PLC). Esto solo resulta importante si se pretende diseñar la placa de conexión con la capacidad de formar una articulación plástica. El modelado de la placa de conexión directamente (PLC) no resulta complejo y se obtienen resultados satisfactorios por lo cual es recomendado.
- Utilizar un apoyo articulado (LIB) lleva a las menores resistencias posibles en el contraviento ante carga axial por lo cual es una condición límite del sistema.

Estudio Paramétrico

• Los parámetros relacionados a endurecimiento por deformación y endurecimiento isotrópico son poco influyentes siempre y cuando se utilicen magnitudes racionales (recomendación de FEMA 355A) y consistentes con la realidad. Una sugerencia es ajustar sus magnitudes con modelos más sencillos o intentar replicar comportamientos observados en experimentos de laboratorio.

CAPÍTULO 3

Diseño por capacidad

Diseño por capacidad

3 Diseño por capacidad

3.1 Introducción

El diseño por capacidad es una filosofía de diseño que permite tener un mejor control en el comportamiento inelástico de las estructuras. El comportamiento deseado depende del tipo de estructura que se esté diseñando. En el caso de los marcos con contravientos concéntricos el comportamiento deseado es columna fuerte, trabe débil y contraviento más débil. Es decir, la distribución de plasticidad en la estructura conforme se incrementa la demanda en algún evento sísmico debe ser en el orden mencionado (débil a fuerte). Para garantizar este comportamiento es necesario crear un diseño que tome en cuenta varios parámetros.

Así, el proceso de plastificación debe ser en el orden que se discute a continuación.



- A) En la figura se observa las zonas deseadas de plastificación en un sistema con contravientos concéntricos. El mecanismo de disipación de energía principal se espera que sea a través de la fluencia en tensión del contraviento y el pandeo del contraviento por compresión y que este pandeo sea fuera del plano (existen casos donde puede ser dentro del plano). Para facilitar estas rotaciones en el contraviento y aumentar la disipación energética se recomienda permitir plastificación en la placa de conexión.
- B) Posteriormente, se espera que se presente una degradación en la rigidez del sistema y pueden existir plastificaciones en las trabes con un comportamiento de tipo marco rígido.
- C) Finalmente, se pueden crear pocas o nulas plastificaciones en las columnas, preferiblemente en la base de la estructura como primera plastificación.

Figura 3.1 Progreso de zonas de plastificación.

Este proceso de plastificación intenta retardar cualquier posible mecanismo de falla que se pueda generar y prevenir cualquier colapso.

Diseño por capacidad

Metodología para el diseño por capacidad de marcos con contraventeo concéntrico dúctil:



Figura 3.2 Procedimiento global del diseño por capacidad de marcos con contravientos concéntricos.

Para determinar la estructuración de un proyecto donde se pretenda utilizar marcos con contravientos concéntricos no se recomiendan configuraciones de contravientos donde se tengan ángulos demasiado grandes o muy pequeños, es preferible mantenerlos entre 30 y 60 grados para aprovechar su funcionamiento óptimo. Una vez determinada la estructuración se puede realizar un análisis elástico para determinar las secciones apropiadas para las cargas de diseño. En las NTCDS-DF-17 (Diseño por sismo) se permite utilizar un factor comportamiento sísmico con magnitud de Q=3 para marcos con contraventeo concéntrico dúctil y además se mencionan los métodos permitidos para determinar las cargas sísmicas.

Diseño por capacidad

Una vez obtenido este dimensionamiento es necesario calcular las resistencias máximas posibles de los contravientos en tensión y compresión, y además una resistencia post-pandeo del contraviento en compresión. Para realizar esto, las NTCA-DF-2017 (estructuras de acero) requieren que se multiplique el esfuerzo de fluencia del acero por un factor (R_y) de amplificación que pretende tomar en cuenta la posible sobrerresistencia del material. Este factor puede ser tomado directamente del reglamento o calculado por medio de pruebas experimentales. Es importante entender que este parámetro depende directamente del tipo de acero y sus propiedades mecánicas. Entonces, este parámetro puede variar por región y más aún entre países; todo dependerá del control de calidad que se tenga en la producción. Por ejemplo en la tabla 3.1 se muestra la comparación de la magnitud de este parámetro R_y en función del tipo de acero, entre los propuestos por el AISC-341-10 y los investigados por García y Tapia (2014).

Aplicación	AISC	AISC 341-10		Este estudio sin error muestral		Este estudio con error muestral del 2%	
	Ry	R	Ry	Rt	Ry	R	
Perfiles laminados en caliente							
ASTM A36	1.50	1.20	1.32	1.15	1.33	1.17	
ASTM A529 Gr. 50	1.20	1.20	1.08	1.16	1.09	1.17	
ASTM A500 Gr. B o C	1.40	1.30	1.12	1.11	1.12	1.11	
ASTM A572 Gr. 50	1.10	1.10	1.01	1.08	1.12	1.12	
Placas de acero							
ASTM A36	1.30	1.20	1.10	1.13	1.11	1.14	
ASTM A572 Gr. 50	1.10	1.20	1.08	1.11	1.08	1.12	

Tabla 3.1 Comparación de magnitudes de R_y entre AISC-341-10 y estudio realizo por García y
Tapia (2014).

Entonces para determinar la capacidad máxima a tensión de un contraviento es necesario utilizar este factor de amplificación, que para aceros ASTM A992 y A572 Grado 50 es de $R_y =$ 1.1 según las NTCA-DF-2017 (Ap. 12.1.1). Entonces la resistencia máxima a tensión es:

$$P_{ymax} = R_y F_y A_g \tag{3.1}$$

Donde P_{ymax} es la resistencia máxima del contraviento, F_y es el esfuerzo de fluencia del contraviento y A_g es el área total de la sección.

La resistencia máxima a compresión se calcula utilizando el mismo principio de sobrerresistencia en el material pero se debe tomar en cuenta siempre la esbeltez del elemento. A partir de las NTCA-DF-2017 se modifica la capacidad a compresión de un elemento de tal manera:

$$R_{cmax} = \frac{114R_{y}F_{y}}{(1+\lambda^{2n})^{1/n}}A_{g}$$

$$\lambda = \frac{KL}{r}\sqrt{\frac{F_{y}}{\pi^{2}E}}$$
(3.2)

Diseño por capacidad

Donde R_{cmax} es la resistencia máxima a compresión, λ es el parámetro de esbeltez que se menciona en el capítulo 1 y *n* es un parámetro que depende del tipo de acero y su sección y está dado por las NTCA-DF-2017 (Ap. 5.2.1). La magnitud de 1.14 que se encuentra en el numerador de la ecuación 3.2 surge del AISC-341-10 para corregir el factor de reducción en la resistencia a compresión por efectos de imperfecciones iniciales. Para justificar su utilización en México se comparó en la figura 3.3 las capacidades a compresión de cada reglamento para determinar si en las NTCA-DF-2004 también existe una reducción similar a pesar de que no se mencione. Como se puede observar ambos reglamentos proponen resistencias muy parecidas por lo cual se decidió utilizar el mismo parámetro de 1.14 que se utiliza en el AISC-341-10.



Figura 3.3 Comparación de resistencias a compresión entre reglamentos para determinar validez de parámetro de amplificación 1.14.

En los marcos con contraventeo dúctil es necesario que las secciones que se utilicen para los contravientos sean tipo I según las NTCA-DF-2017 (Ap. 12.3.3). Esto limita la relación ancho espesor de la sección a una magnitud menor de $147\sqrt{(E/Fy)}$ para el caso de secciones en cajón. Este parámetro es importante porque el comportamiento esperado del contraviento es que el elemento sea capaz de soportar ciclos de carga con falla por pandeo en compresión y recargas en tensión. Este comportamiento genera una articulación plástica al centro del claro no arriostrado del contraviento, lo cual después de algunos ciclos de carga provoca la eventual fractura del contraviento. La cantidad de ciclos que puede soportar un contraviento está relacionada con la relación ancho espesor de la sección. En Fell et al. (2009), Han et al. (2007) y Haddad et al. (2011) se observó que disminuir la relación ancho espesor retarda la fractura y aumenta la disipación de energía. Para secciones cuadradas o rectangulares Han et al. (2007) recomiendan utilizar una relación (b - 3t) / t entre 11 y 18 donde b es el ancho de la sección y t es el espesor de la placa que la conforma. Si se compara esta recomendación con la magnitud máxima permitida por las NTCM-DF-2004 que equivale a una relación (b - 3t) / t con una magnitud de 35 para un acero de $Fy = 3,515 \text{ kg/cm}^2$, es posible asegurar que las NTCM-DF-2004 son poco conservadoras y pueden llevar a diseños donde ocurran fracturas prematuras en contravientos de sección rectangular o cuadrada. Por esta razón en esta investigación se consideró el límite propuesto por el AISC-341-10 ($055\sqrt{(E/Fy)}$), que equivale a una relación (b - 3t) / t de 13 para un acero de $Fy = 3,515 \text{ kg/cm}^2$.

Diseño por capacidad

Para determinar la resistencia post-pandeo se recomienda utilizar una magnitud de 0.3 veces la resistencia máxima obtenida en compresión (R). Esta magnitud está especificada en el AISC 341-10 y en las NTC-DF-2017. En Lee *et al.* (2005) se observó que la degradación en la resistencia a compresión es función del tipo de sección como también de la relación de esbeltez del contraviento. En Tremblay (2002) se estudia con mayor detalle la importancia de este parámetro y propone ecuaciones empíricas para la determinación de la magnitud de resistencia a compresión post-pandeo y menciona que la magnitud de 0.3 propuesta por algunos reglamentos es razonable para las esbelteces de contravientos comúnmente utilizadas. Entonces para el cálculo de la resistencia post-pandeo se puede utilizar una magnitud de 0.3 veces la resistencia a compresión obtenida de la ecuación 3.2, o directamente la ecuación propuesta por las NTCA-2017. En esta investigación se recomienda utilizar el caso posterior (sin sobrerresistencia) ya que resulta en un mayor desbalance de fuerzas creando así un caso más desfavorable y por ende un poco más conservador.



Figura 3.4 Distribución de fuerzas equivalentes para análisis adicional (C-compresión y Ttensión).

Una vez obtenidas las magnitudes mencionadas anteriormente (P_{ymax} , R_{cmax} y $0.3R_c$) se puede proseguir a realizar los modelos plásticos. En la figura 3.4a se muestra un marco con contravientos concéntricos y en la figura 3.4b se observa la configuración de los modelos adicionales que se deben realizar. En la figura, dado el patrón de carga propuesto, la letra T indica una carga en tensión en el contraviento, mientras que la letra C indica una carga en compresión en el contraviento. Para estos análisis adicionales se permite despreciar los efectos de desplazamiento lateral en los análisis por esto en la figura 3.4b se observan los apoyos laterales en la estructura (Bruneau *et al.* 2011). Entonces se debe realizar el primer análisis plástico donde se debe utilizar P_{ymax} para las cargas de tensión (T) y R_{cmax} para las cargas a compresión (C) y se deben incluir las cargas por gravedad, a partir de estas cargas se obtienen los elementos mecánicos del marco para dicho caso. Después se analiza el siguiente modelo que consiste en utilizar P_{ymax} para las cargas de tensión (T) y $0.3R_c$ para las cargas a compresión (C) e igualmente se incluyen las cargas de gravedad y se obtienen los elementos mecánicos del marco. Utilizando los elementos mecánicos máximos entre los dos casos se diseñan las trabes y luego las columnas.
Diseño por capacidad

3.1.1 Consideraciones para las conexiones

Las conexiones entre los contravientos concéntricos y el resto del marco asumen un papel importante cuando se trata de sistemas de alta ductilidad. Igual que en el caso del diseño del sistema estructural, es necesario realizar un diseño por capacidad de las conexiones. Para los casos de la resistencia a tensión y compresión de las conexiones es necesario garantizar que esta conexión resista las capacidades máximas del contraviento en cuestión (tomando en cuenta el factor por sobrerresistencia). En el AISC-341-10 (F2-6c) se permiten dos métodos para garantizar el desempeño adecuado de las conexiones bajo efectos de flexión ocasionados por el pandeo de los contravientos. En el primero de estos métodos el reglamento exige que la resistencia a flexión de la placa de conexión sea mayor que la capacidad máxima a flexión del contraviento mismo. En este caso lo que se espera es que la placa de conexión permanezca rígida ante cualquier momento inducido por el pandeo del contraviento, este método tiene como desventaja que puede resultar en placas de conexión con espesores muy grandes. El segundo de estos métodos parte de la suposición que la placa de conexión también sufra de fluencia por flexión. Esto permite una fuente alterna de disipación energética (además del contraviento) a través de la formación de una articulación plástica en la placa de conexión. Para lograr este comportamiento, el AISC-341-10 establece que se deben seguir las recomendaciones propuestas por Astaneh-Asl et al. (1986). En la figura 3.5 se muestra el planteamiento básico de las recomendaciones hechas por Astaneh-Asl et al. (1986).



t = espesor de placa de conexión

Figura 3.5 Conexión de contraviento que permite rotaciones en la placa de conexión (adaptada de AISC-341-10).

Como se observa en la figura 3.5 es necesario dejar una distancia de dos veces el espesor de la placa como mínimo para permitir que se forme la articulación plástica en la placa de conexión. En la práctica se recomienda aumentar esta longitud de dos veces el espesor de la placa de conexión por una longitud de alrededor de tres centímetros, pero menor que cuatro veces el espesor de la placa, para permitir cualquier desperfecto al momento de su construcción (AISC-341-10). Para los detalles del diseño de estas conexiones, se recomienda consultar Astaneh-Asl *et al.* (2006).

En el caso de usar conexiones en las cuales se permitan rotaciones plásticas (Astaneh-Asl *et al.* 1986) es necesario utilizar un factor de longitud efectiva K que refleje adecuadamente la rigidez correspondiente a la conexión diseñada. Para lograr esto se puede utilizar la recomendación de Jain *et al.* (1978) la cual consiste en las ecuaciones siguientes.

Diseño por capacidad

$$\beta_{\theta} = \left(\frac{EI_{pl}}{L_{prom}}\right) \tag{3.3a}$$

$$\beta_m = \left(\frac{EI_{cv}}{L}\right) \tag{3.3b}$$

$$\frac{\tan \mu}{\mu} = -2\frac{\beta_{\theta}}{\beta_{m}} \quad donde \ 05\pi \le \mu \le \pi$$
(3.3c)

$$K = \frac{\pi}{2\mu} \tag{3.3d}$$

En estas ecuaciones E corresponde al módulo de elasticidad del acero, I_{pl} es la inercia de la placa de conexión, L_{prom} es la longitud promedio de la placa de conexión la cual se explica a detalle en el capítulo 2.6 de este documento, I_{cv} es la inercia del contraviento y L es la longitud no arriostrada del contraviento. En Tapia et al. (2016) se presenta una discusión con un enfoque paramétrico de la influencia de la rigidez de la conexión de contravientos.

La tendencia de estas ecuaciones se puede observar en la figura 3.6, donde se utilizó como referencia una longitud de contraviento L de 400 cm, una longitud de Whitmore de 40 cm, un módulo de elasticidad del acero de 2,038 t/cm². En la gráfica se varió la longitud promedio L_{prom} en magnitudes entre 10cm a los 40 cm. El concepto de longitud de Whitmore y longitud promedio se explican en el capítulo 2.6 de este documento.

En la figura 3.6 se observa que el factor de longitud efectiva K según las ecuaciones 3.3 varía entre 0.5 y 1.0. En otras palabras, la variación de este factor esta entre un empotramiento perfecto y una articulación. Esta variación es en función del espesor de la placa de conexión t, resultando en conexiones más rígidas para placas más gruesas. También existe una clara variación en la magnitud del factor de longitud efectiva K y la longitud promedio de la placa de conexión, mostrando un decremento en la disminución de la magnitud de K con respecto al espesor t; es decir, entre menor es la longitud promedio, se espera una mayor pendiente de la curva.

Además, con base en las ecuaciones 3.3 el proceso se vuelve iterativo ya que para diseñar la conexión es necesario conocer la dimensión del contraviento y para diseñar el contraviento es necesario conocer el factor de longitud efectiva K. A su vez, para calcular el factor de longitud efectiva K es necesario contar con las dimensiones de la placa de conexión y el contraviento. Normalmente, la magnitud de K supuesta en el diseño del contraviento suele considerarse igual a uno siendo que su magnitud en condiciones reales es menor a la unidad; por esto, la capacidad del elemento es un poco mayor a la que se calcula y modifica el diseño global de la estructura como se mencionó anteriormente.

Capítulo 3

Diseño por capacidad



Figura 3.6 Tendencia de las ecuaciones 3.3 en función del espesor de la placa de conexión.

3.2 Ejemplo de marco de 6 niveles

Con el propósito de ampliar los comentarios sobre el proceso de análisis de estructuras de acero, en esta sección se muestra el proceso de diseño por capacidad de un marco de 6 pisos.

3.2.1 Geometría general y cargas consideradas

En el ejemplo se utilizó un marco de 6 niveles con 3 crujías con dimensiones típicas. Los niveles tienen 4 metros de altura y las dos primeras crujías tienen 4 metros de longitud y la tercera crujía 6 metros de longitud. En las primeras dos crujías se colocaron los contravientos en la configuración mostrada en la figura 3.7 y la tercer crujía es un marco a gravedad, el cual tiene la función de aumentar los efectos p- Δ y aumentar la masa del sistema. El ancho tributario del marco (dimensión fuera del plano) se consideró igual a cinco metros.

Diseño por capacidad



Figura 3.7 Geometría de modelo.

En el proceso de análisis, se calcularon las cargas del modelo considerando el planteamiento de las NTCCA-DF-04 (criterios y acciones para el diseño estructural de las edificaciones) de la tabla 6.1. Las cargas vivas para el modelo se tomaron de la tabla 6.1 de estas normas.

Destino de piso o cubierta	W	Wa	Wm
b) Oficinas, despachos y laboratorios	100	180	250
h) Azoteas con pendiente no mayor de 5%	15	70	100

Tabla 3.2 Cargas vivas unitarias, kgf/m² (NTCCA-DF-04)

Donde W es la carga viva media, W_a es la carga viva instantánea y W_m es la carga viva máxima. Se utilizó un destino de piso de oficina al cual le corresponde una carga viva máxima 250 kg/m^2 y una carga viva accidental de 180 kg/m^2 . Para las cargas vivas de azotea se utilizó la misma tabla 6.1 de las NTCCA-DF-04.

Diseño por capacidad

Para la carga muerta se utilizó como sistema de piso el losacero, lo cual implica un colado en sitio y por ende una sobrecarga de 40 kg/m² (NTCCA-DF-2004-5.1.2). El desglose de las cargas muertas tomadas en cuenta se presenta en la tabla 3.3.

	Peso/unidad (kgf)	Unidad	Peso (kgf/m²)
Piso	1800	0.015	27
Pega Piso	1500	0.020	30
Mortero Nivelador	1100	0.030	33
Losa	230	1.000	230
Viguería	28	1.000	28
Densidad de Muros	60	1.000	60
Plafón	20	1.000	20
Sobrecarga		•	40
Total			468

Tabla 3.3 Análisis de carga losacero.

Para las cargas laterales se realizó un análisis estático y un análisis modal espectral (AME). Los parámetros que se utilizaron para determinar las distintas magnitudes de estos análisis fueron tomados de las NTCDS-DF-04 (Diseño por sismo). Para el análisis estático se utilizó la ecuación 8.1 de las NTCDS-DF-04 y se presenta a continuación:

$$F_i = \frac{c}{Q'} W_i h_i \frac{\Sigma W_i}{\Sigma W_i h_i}$$
(3.4)

Las magnitudes obtenidas del análisis estático se utilizan como referencia para compararse con el análisis modal espectral (AME). La masa se obtuvo dividiendo el peso entre la aceleración de la gravedad. El espectro que se utilizó para este análisis estático fue para la zona IIIb y se encuentra en la tabla 3.1 de las NTCDS-DF-04. En la tabla 3.4 de este documento se muestran las magnitudes obtenidas del análisis estático.

Nivel	Wi (kgf)	Masa (t \cdot s ² /cm)	hi (m)	Wihi	$F_i(kgf)$	V (kgf)	Mom (kgf·m)
6	38,418	0.03918	24	922,050	10,102	10,102	242,463
5	46,868	0.04779	20	937,375	10,270	20,373	205,411
4	46,868	0.04779	16	749,900	8,216	28,589	131,463
3	46,868	0.04779	12	562,425	6,162	34,752	73,948
2	46,868	0.04779	8	374,950	4,108	38,860	32,865
1	46,868	0.04779	4	187,475	2,054	40,914	8,216
	272,762			3,734,175			694,368

Tabla 3.4 Magnitudes obtenidas de análisis estático.

Diseño por capacidad

En el caso del análisis modal espectral se utilizó el apéndice A de las normas mencionadas con un periodo fundamental del suelo (T_s) igual a dos segundos y un factor de comportamiento sísmico de tres (Q = 3). Con el objetivo de tener congruencia en los análisis se utilizó un periodo del terreno T_s correspondiente a la zona IIIb, esto se puede comprobar comparando la figura 1.1 de las NTCDS-DF-04 con la figura A.1 del apéndice A de las mismas normas. En ella, se observa que en la zona IIIb existen periodos predominantes del suelo de dos segundos. Las magnitudes necesarias para crear el espectro de diseño se calculan conforme a las ecuaciones A.1-A.6 de las NTCDS-DF-04. En la tabla 3.5 se muestran las magnitudes obtenidas para el caso utilizado que corresponde a un periodo de vibrar predominante del suelo igual a dos.

Tabla 3.5 Parámetros utilizados para crear espectro de diseño.

Ts	a₀	С	Ta	Tb	k	β
2.000	0.250	1.200	1.175	2.400	0.350	1.000

Donde T_s es el periodo dominante más largo del terreno en el sitio de interés, a_0 corresponde a la ordenada del espectro de diseño correspondiente a un periodo de cero (T = 0), en unidades de fracción de la aceleración de la gravedad (g); T_a y T_b son los periodos característicos de los espectros de diseño; k es la variable para calcular el factor de reducción por ductilidad; y β es un factor reductivo por amortiguamiento suplementario debido a la interacción suelo estructura (en este caso es 1.0 porque no se tomó en cuenta la interacción suelo-estructura). Para la reducción del espectro de diseño por los factores de ductilidad Q' y de sobrerresistencia se utilizaron las ecuaciones A.9 y A.10 de las NTCDS-DF-04.



Figura 3.8 Espectro de diseño.

En la figura 3.8 se observa el espectro de diseño que se utilizó para el análisis modal espectral (AME). Se muestra el espectro elástico o transparente y el espectro reducido por el factor de reducción de las fuerzas sísmicas (Q') y el factor de sobrerresistencia (R). Además, se observa el periodo fundamental de vibrar de la estructura (T). En la tabla 3.6 se realiza una comparación de los cortantes basales obtenidos, a partir de un análisis que considere el patrón

Diseño por capacidad

lateral de cargas del método estático y el cortante basal que se obtuvo de un análisis modal espectral (AME) en un programa de análisis. Asimismo, muestran las magnitudes límites de cortante basal (V_0) permitidas por las NTCDS-DF-04 (Apéndice A.3), donde el cortante basal calculado por medio del AME no puede ser menor que la magnitud mostrada en la tabla 3.6 con el propósito de asegurar que se cumple la ecuación 3.5 de este documento.

$$a_{\min}W_o \le V_{0_{AME}} \tag{3.5}$$

Tabla 3.6 Comparación entre los análisis y la revisión de la ecuación 3.5 (en kilogramos).

		Revisión de la sección A.3 (NTCS-04)	
Cortante del método estático	Cortante del análisis modal (AME)	$\mathrm{amin}\mathrm{Wo}(\mathrm{Ec}\;3.5)$	Relación E/D
40,914	34,112	13,638	250%

Donde W_0 corresponde al peso de la estructura en la base y la relación entre el cortante basal del análisis estático y el obtenido en el AME se muestra como E/D. Con base en los resultados, en la tabla 3.6 la magnitud del cortante basal obtenido del AME es mayor que la restricción de la apéndice A.3 de las NTCDS-DF-04, por lo cual cumple con la limitación y como consecuencia se utilizan las cargas laterales obtenidas del AME para el diseño.

3.2.2 Análisis elástico y pre-dimensionamiento

Con el objetivo de efectuar un pre-dimensionamiento, específicamente de los contravientos de la estructura, se realiza un análisis elástico; considerando los factores de carga establecidos en las NTCCA-DF-04 (sección 3.4). Estas combinaciones de carga se muestran en la tabla 3.7.

	8
Tipo de carga	Combinación
Gravitacional	1.4CM + 1.4CV
Accidental	1.1CM + 1.1CV + 1.1CL

Tabla 3.7 Combinaciones de carga.

Diseño por capacidad



Figura 3.9 Carga axial en contravientos de AME.

Una vez obtenido las fuerzas internas de la estructura se proponen secciones adecuadas a las demandas en la estructura. En este caso se utilizara una sección OR 152mm x 6.4mm para los contravientos de todos los niveles y se supone un esfuerzo de fluencia $F_y = 3.515$ ton/cm². Como se mencionó anteriormente, es necesario utilizar secciones tipo I (compactas) según las NTCA-DF-17, en la tabla siguiente se muestra la comprobación de este requisito.

	Limite b ₀ /t	OR 152mm x 6.4mm
NTCM-DF-04	$1.47\sqrt{\frac{E}{F_y}} \rightarrow 35.4$	≥ 20.75
AISC-341-10	$0.55\sqrt{\frac{E}{F_y}} \rightarrow 13.2$	≤ 20.75

Tabla 3.8 Revisión de sección compacta.

La demanda máxima obtenida en los contravientos se muestra en la figura 3.9 y se da en las primeras dos plantas de la estructura. Conforme a los cálculos en el análisis elástico realizado en el programa SAP2000, se determinó que las cargas en el sistema de contraviento son 34 toneladas en compresión y 21 toneladas en tensión. Para revisar la sección propuesta se comienza por revisar el límite de esbeltez establecido en las NTCA-DF-17.

Diseño por capacidad

 K = 0.98

 L = 530 cm

 r = 5.95 cm

 KL/r = 87.3

 Limite según NTCM-DF-04 (6.2.3.2)

 $5.88\sqrt{\frac{E}{F_y}} \rightarrow 142 \ge 87.3$

Utilizando la ecuación 3.3 (compresión) y 3.1 (tensión) de las NTCA-DF-2017 se revisa que la sección propuesta sea adecuada para las demandas obtenidas. En los siguientes cálculos se obtiene la resistencia a compresión de la sección OR 152mm x 6.4mm la cual resulta ser de 62 toneladas por lo tanto excede las 34 toneladas demandadas. De igual manera la demanda a tensión es inferior a la resistencia calculada por lo cual se acepta la sección propuesta. Una vez que se cerciore que todas las demás secciones satisfagan las condiciones básicas de resistencia (resistencia > demanda) se puede proseguir a los modelos plásticos.

$$\begin{split} F_y &= 3.515 \text{ t/cm}^2 \\ n &= 1.40 \\ A_g &= 37.3 \text{ cm}^2 \\ F_R &= 0.9 \\ \lambda &= \frac{KL}{r} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 1.15 \\ \text{Resistencia a compresión:} \quad R_c &= \frac{F_y}{(1+\lambda^{2n}-0.15^{2n})^{1/n}} A_g F_R = 61.5 \text{ t} \\ \text{Resistencia a tensión:} \quad R_t &= A_g F_y F_R = 117.9 \text{ t} \end{split}$$

Es importante tomar en cuenta que en este estudio se pretende evaluar la influencia de la esbeltez en la respuesta inelástica de estructuras con contravientos concéntricos. Por esto, se optó por seleccionar una sección del contraviento que cubriera ampliamente la solicitación impuesta, para lograr variar la esbeltez utilizando el mismo marco, de modo que satisfagan la revisión discutida. Es decir, en el capítulo 4 de este documento se realiza un análisis no-lineal del marco discutido en este capítulo y se varió la esbeltez de los contravientos sin perder la validez del diseño.

3.2.3 Análisis plástico del marco

Para el análisis plástico es necesario calcular la resistencia máxima esperada en tensión y compresión de los contravientos utilizando las ecuaciones 3.1 y 3.2 (de este trabajo) y la magnitud de $0.3R_c$ para la carga post-pandeo. Las magnitudes obtenidas para los contravientos de sección OR 152mm x 6.4mm se muestran a continuación:

Diseño por capacidad

 $R_y = 1.1$

Resistencia máxima a tensión:	$P_{ymax} = R_y F_y A_g$	=144.2 t
Resistencia máxima a compresión:	$R_{cmax} = \frac{1.14R_{y}F_{y}}{(1+\lambda^{2n}-0.15^{2n})^{1/n}}A_{g}$	= 85.7 t
Resistencia post-pandeo:	$R_{cmin} = 0.3R_c$	= 18.5 t

Una vez obteniendo estas magnitudes máximas y mínimas se pueden hacer los modelos plásticos. En este caso los contravientos están en un ángulo de 45 grados (θ) por lo cual las proyecciones en los ejes ortogonales serán iguales. El método para determinar las fuerzas ortogonales es simplemente por medio de trigonometría. Las ecuaciones y sus resultados se muestran a continuación, donde T_y, T_x, C_y y C_x corresponden a las magnitudes mostradas en la figura 3.10:

$$T_{y} = P_{ymax} \cdot \sin \theta = 101.9 t$$

$$T_{x} = P_{ymax} \cdot \cos \theta = 101.9 t$$

$$C_{ymax} = R_{cmax} \cdot \sin \theta = 60.6 t$$

$$C_{xmax} = R_{cmax} \cdot \cos \theta = 60.6 t$$

$$C_{ymin} = 0.3R_{c} \cdot \sin \theta = 15.9 t$$

$$C_{xmin} = 0.3R_{c} \cdot \cos \theta = 15.9 t$$

$$(3.6)$$

Con las resistencias máximas obtenidas con las ecuaciones 3.6 se prosigue a cargar los modelos plásticos como se observa en la figura 3.4. Como se mencionó anteriormente un modelo plástico consiste en cargar el marco con la combinación T_{max} y R_{cmax} , y el otro modelo con T_{max} y R_{cmin} . En ambos casos es necesario incluir las cargas gravitacionales. Con los elementos mecánicos más desfavorables obtenidos del análisis de los dos modelos se realiza el diseño de las trabes y de las columnas. En la figura 3.10 se muestra la distribución de fuerzas que se obtuvo del modelo T_{max} y R_{cmax} . Se nota que la carga axial en las columnas se incrementa por la componente de la carga transmitida por el sistema de contravientos. En caso de contar con distintas configuraciones geométricas de contravientos se debe seguir la misma lógica que la que se muestra en la figura 3.10; es decir, se proyectan las cargas equivalentes de los contravientos en los elementos donde este sujeto el contraviento.

Diseño por capacidad



Figura 3.10 Distribución de fuerzas para modelo plástico (magnitudes en toneladas).

3.2.4 Diseño de trabes

Para diseñar las trabes es necesario agregar al diseño anterior (elástico) las cargas axiales que se presentan al momento de realizar el análisis plástico, lo que implica que las trabes se tendrán que revisar por flexo-compresión. Como se observa en la figura 3.10 la trabe de la azotea es la que se ve más afectada en este análisis plástico debido a que no existe contraviento en la parte superior para contrarrestar la fuerza axial que le llega debido al contraviento inferior. Por esta razón se tomará esta trabe como ejemplo de diseño. En las NTCA-DF-17 se deben revisar dos condiciones de falla, revisión de las secciones extremas (ap. 8.1.3.1) y revisión de la sección completa (ap. 8.1.3.2), esto se revisa por medio de las siguientes dos ecuaciones:

$$\frac{P_u}{F_R P_y} + \frac{085 M_{uox}}{F_R M_{px}} + \frac{060 M_{uoy}}{F_R M_{py}} \le 10$$
(3.7)

$$\frac{P_u}{R_c} + \frac{M_{uox}^*}{M_m} + \frac{M_{uoy}^*}{F_R M_{py}} \le 10$$
(3.8)

Diseño por capacidad

Donde P_u es la fuerza axial de diseño, M_{uox^*} y M_{uoy^*} son los momentos de diseño en sus respectivos ejes, F_R es el factor de resistencia (0.9), M_{px} y M_{py} son los momentos plásticos nominales de la sección, P_y es la fuerza axial nominal de la sección, M_m es el momento resistente de diseño y finalmente R_c es la resistencia de diseño en compresión. En este caso dado que no se tienen momentos en el eje débil (y) de la trabe todos los parámetros relacionados a este momento se hacen cero. En la tabla 3.9 se presentan las magnitudes obtenidas para estos parámetros y la condición de interacción P-M (interacción axial-momento) en la que queda la trabe.

Sección	Pu (t)	$\Pr_{ ext{y}}$	$\operatorname{Rc}_{\operatorname{(Ec. 3.2)}}_{\operatorname{(t)}}$	$\mathop{M_{m}}_{(t^*cm)}$	Muox* (t*cm)	$\underset{(t^*cm)}{M_{px}}$	FC (3.7)	FC (3.8)
IR304.8mm X 52.2 kg/m	102	233	204	2,311	985	2,949	0.80	0.93

Tabla 3.9 Revisión de trabes (t cm).

En la tabla 3.9, *FC* corresponde a la condición de interacción P-M que se obtuvo de las ecuaciones 3.51 y 3.56 de las NTCA-DF-17 donde la magnitud obtenida debe ser menor o igual que uno para cumplir la revisión de diseño. Con base en los resultados de la tabla, la trabe que se propuso cumple con las demandas obtenidas.

3.2.5 Diseño de columnas

Para realizar el diseño de las columnas es necesario determinar las cargas axiales, en la figura 3.10 se muestra el desarrollo de esta bajada de cargas. Primero, es necesario determinar la magnitud de carga gravitacional por entrepiso. El eje de columnas más crítico es el que está entre el marco de gravedad y el marco contraventeado. El ancho tributario de estas columnas es de tres metros (crujía con claro de 6 metros) más dos metros del marco contraventeado (crujía con claro de 4 metros) dando un total de cinco metros. Utilizando las cargas vivas accidentales y cargas muertas mencionadas se puede determinar una carga tributaria total sin factorizar (Carga muerta + Carga viva accidental) de 11.9 toneladas para la azotea y 16.2 toneladas para los entrepisos. Realizando las operaciones como se muestra en la figura 3.10 con las magnitudes obtenidas para el caso T_{max} y R_{cmax} se pueden llegar a las siguientes cargas en las columnas:

Niveles	CM (kg/m)	CVA (kg/m)	Ancho Trib. (m)	Ty (t)	Cymax (t)	Carga P (t)
6	2,041	350	5	102	61	113
5	2,341	900	5	102	61	130
4	2,341	900	5	102	61	309
3	2,341	900	5	102	61	325
2	2,341	900	5	102	61	504
1	2,341	900	5	102	61	520

Tabla 3.10 Cargas obtenidas de análisis plástico en columnas.

Diseño por capacidad

Una vez obtenida esta bajada de cargas en las columnas se puede proseguir a diseñar las columnas. Se debe recordar que para cumplir con la filosofía de capacidad, las columnas deben ser capaces de resistir el momento máximo resistente de las trabes. Entonces, en consecuencia del incremento de la carga axial en las columnas se diseñará primero las columnas con las cargas obtenidas en la tabla 3.10 y, posteriormente, se revisará que se cumpla la relación entre la capacidad de momento de la columna con la trabe.

Al igual que con la trabes, las columnas deben ser diseñadas a flexo-compresión, sólo que ahora cómo se utilizarán secciones cajón la ecuación correspondiente a la revisión de la sección extrema cambia (ap. 3.4.3.1-ec. 3.51). Para la revisión de la sección completa se utiliza la ecuación 3.8 de este documento.

$$\frac{P_u}{F_R P_y} + \frac{080 M uox}{F_R M_{px}} + \frac{080 M uoy}{F_R M_{py}} \le 10$$
(3.9)

En la tabla siguiente se muestran los resultados obtenidos de las dos revisiones necesarias para el diseño, donde al igual que en la trabes se revisa la interacción entre la carga axial y el momento.

Sección	$\Pr_{\substack{(t)}}$	$\Pr_{\substack{(t)}}$	$\mathop{\mathbf{Rc}}_{(t)}$	$\underset{(t^*cm)}{M_m}$	$\underset{(t^*cm)}{M_{uox}}$	$\underset{(t^*cm)}{M_{px}}$	FC (Ec. 3.9)	FC (Ec. 3.8)
OR300mmX12.7mm	113	513	434	4,977	240	5,530	0.29	0.31
OR300mmX12.7mm	130	513	434	4,977	209	5,530	0.32	0.34
OR300mmX12.7mm	308	513	434	4,977	302	5,530	0.72	0.77
OR300mmX12.7mm	324	513	434	4,977	174	5,530	0.73	0.78
OR300mmX19.1mm	503	752	634	7,146	344	7,940	0.78	0.84
OR300mmX19.1mm	519	752	634	7,146	651	7,940	0.84	0.91

Tabla 3.11 Resultados de revisión de columnas (t-cm)

En la tabla 3.11, el *FC* corresponde a la condición de interacción P-M que se obtuvo de las ecuaciones 3.52 y 3.56 de las NTCA-DF-17 y la magnitud obtenida debe ser menor o igual que uno. Con base en los resultados de la tabla, la sección transversal propuesta para las columnas cumple con soportar las demandas obtenidas.

3.2.6 Resultados y revisión de relación de momentos entre columnas y vigas

En lo que va de este capítulo se le ha dado mucha importancia al comportamiento de contraviento débil-marco fuerte. Posteriormente, a esa revisión, es necesario verificar que la respuesta del marco sin los contravientos sea adecuado. Por esto es importante revisar el concepto básico de diseño por capacidad de marcos de trabe débil-columna fuerte. En las NTCA-DF-17 se requiere que el cociente de la sumatoria de los momentos plásticos de las columnas entre la sumatoria de los momentos plásticos de las columnas en cualquier nodo debe ser mayor que la resistencia de las

Diseño por capacidad

trabes del mismo nodo. En este caso ya que no se está diseñando un marco sismorresistente sino un marco con contravientos concéntricos, se realiza una revisión en el cual se garantiza que el momento plástico de la columna sea mayor que el momento plástico de las trabes (tabla 3.13). Además, los perfiles finales de diseño de toda la estructura se muestran en la tabla 3.12.

		Marco co	Marco C	Gravitacional		
Nivel	Col Exterior	Col Interior	Trabe	CV	Columna	Trabe
6	OR 300x12.7	OR 250x12.7	IR 305x52.2kg/m	OR 152x6.4	OR 152x12.7	IR 356x44.8kg/m
5	OR 300x12.7	OR 250x12.7	IR 305x52.2kg/m	OR 152x6.4	OR 152x12.7	IR 356x44.8kg/m
4	OR 300x12.7	OR 250x12.7	IR 305x52.2kg/m	OR 152x6.4	OR 152x12.7	IR 356x44.8kg/m
3	OR 300x12.7	OR 250x12.7	IR 305x52.2kg/m	OR 152x6.4	OR 152x12.7	IR 356x44.8kg/m
2	OR 300x19.1	OR 250x12.7	IR 305x52.2kg/m	OR 152x6.4	OR 152x12.7	IR 356x44.8kg/m
1	OR 300x19.1	OR 250x12.7	IR 305x52.2kg/m	OR 152x6.4	OR 152x12.7	IR 356x44.8kg/m

Tabla 3.12 Secciones de marco con contravientos concéntricos (mm).

Tabla 3.13 Relaciones de resistencia entre columnas y trabes.

Nivel	Relación entre el M _p Col Ext/M _p Trabe	Relación entre el MpCol Int/MpTrabe
6	1.88	1.28
5	1.88	1.28
4	1.88	1.28
3	1.88	1.28
2	2.70	1.28
1	2.70	1.28

3.2.7 Discusión sobre parámetro β

En el capítulo 1.4.2 de este documento se discute el concepto del factor β , el cual prácticamente es la aportación de los contravientos en relación con el total del cortante lateral resistido por el sistema. Entonces, en el caso ejemplificado debido a que los marcos sismorresistentes están contraventeados y no existen marcos sin contraviento, la magnitud de este parámetro β es alta.

Así, con el propósito de identificar la influencia de la relación de esbeltez de los contravientos en el parámetro β , se obtuvieron dos variaciones del marco mostrado en este capítulo llamado M1. Las dos variaciones M2 y M3 se obtuvieron modificando la relación de esbeltez del sistema de contravientos, mientras que el resto de las secciones en trabes y columnas permanecía sin modificaciones. En la tabla 3.14 se muestran las secciones transversales propuestas.

Diseño por capacidad

Modelo	Sección transversal	Relación de esbeltez
Marco M6C3-E1	OR 152x6.4	87
Marco M6C3-E2	OR 127x6.4	104
Marco M6C3-E3	OR 102x6.4	127

Tabla 3.14 Sección transversal de los marcos propuestos (mm).

En la figura 3.11 se muestra la variación del parámetro en cada nivel de la estructura. Donde M6C3-E1 corresponde al marco de 6 niveles 3 crujías con la esbeltez tipo 1 que se ejemplificó en este capítulo y los otros marcos representan las variaciones mostradas en la tabla 3.14.



Figura 3.11 Distribución del parámetro β del marco.

3.3 Conclusiones

En este capítulo se muestra la metodología de diseño por capacidad de marcos con contravientos concéntricos. Se observó la relevancia de distintos factores en el proceso de diseño y se realizó un ejemplo de un marco plano de seis niveles. El proceso de diseño no conlleva ningún proceso o concepto fuera de lo posible por cualquier ingeniero de la práctica. Como se observa en el desarrollo del planteamiento realizado, la información utilizada en el proceso de diseño está basada en reglamentos y planteamientos que están basados en los criterios de Estados Unidos, por lo que cuando fue necesario se hizo notar la relevancia de disponer de la información adecuada para las condiciones de México.

Como principales conclusiones de este capítulo sobre el proceso de diseño de los marcos con contraventeo concéntrico se tienen:

Diseño por capacidad

- En el concepto de la filosofía de diseño por capacidad es fundamental determinar la relevancia del desarrollo del mecanismo de daño que se tiene en la estructura. Este concepto permite mejorar el comportamiento inelástico de la estructura para evitar posibles mecanismos de colapso no deseados.
- La sobrerresistencia en los materiales es trascendental en la determinación de la máxima resistencia esperada en la metodología, ya que permite estimar las resistencias posibles de los distintos elementos estructurales. Si no se considera este fenómeno es posible que se subestimen algunas capacidades en la estructura resultando en mecanismos de colapso no deseados. Además, es importante entender que este fenómeno es totalmente dependiente del material y la producción de éste; o sea, depende de las condiciones locales donde se construya y se fabrique.
- Se debe verificar estrictamente que las secciones utilizadas para los contravientos sean compactas (magnitudes b_0/t pequeñas), ya que en estructuras dúctiles se espera que los elementos incursionen altamente en el intervalo no lineal. El uso de secciones compactas retarda la fractura de los contravientos.
- Los análisis plásticos permiten estimar las condiciones límite que podría desarrollar la estructura, por lo cual son de suma importancia en el diseño. La estimación de la capacidad de la estructura, a través de modelos simples, debería ser promovido en la práctica y complementado por ayudas de diseño.

Con el propósito de reducir las fuerzas sísmicas en el diseño de estos marcos el reglamento mexicano permite utilizar ductilidades máximas de Q=3. Utilizar esta magnitud para el factor de ductilidad implica que se debe realizar un diseño como el que se ejemplifica en este capítulo, donde las líneas de defensa de la estructura están detalladamente definidas. Finalmente, es de suma importancia que en el diseño de marcos con contravientos concéntricos de ductilidad alta, se tomen los pasos adecuados en el diseño para garantizar la respuesta inelástica supuesta.

CAPÍTULO 4

Análisis no-lineal de marco plano

Análisis no-lineal de marco plano

4 Análisis no-lineal de marco plano

4.1 Introducción

En este capítulo se presenta el planteamiento utilizado para determinar la esbeltez de los contravientos y también se presenta los resultados obtenidos de los análisis no lineales realizados al marco diseñado en el capítulo 3. Los resultados muestran los distintos comportamientos de algunos parámetros para evaluar el comportamiento del marco contraventeado, como el incremento en la carga axial en las columnas y trabes y las curvas cortante-distorsión de los análisis ante carga monótona creciente.

Para lograr esta evaluación se modelaron los marcos utilizando el programa *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006) tomando en cuenta las recomendaciones generadas de un estudio paramétrico discutido en el capítulo 2. En la figura 4.1 se observa el modelo utilizado y algunas de las consideraciones tomadas.



Figura 4.1 Modelo del marco M6.

4.2 Determinación de KL/r de contravientos

Para determinar la esbeltez de los contravientos es necesario conocer el factor de longitud efectiva K, la longitud libre del contraviento L y el radio de giro r. El radio de giro es una propiedad que depende de la sección transversal del contraviento y por ende es directa su obtención, pero en el caso de K y L es necesario realizar algunas iteraciones (ver apéndice A de

Análisis no-lineal de marco plano

este documento). Es importante mencionar que este procedimiento se utilizó para lograr un modelado con mayor precisión debido a que la relación de esbeltez es de gran importancia en este estudio, pero no es utilizado comúnmente en el diseño de marcos con contravientos concéntricos.

Como se menciona en el capítulo 2, el modelado de la conexión del contraviento con el marco se puede idealizar de distintas maneras. En el caso de los modelos presentados en éste y los siguientes capítulos se utilizó la modelación por medio de un elemento con base en fibras para modelar las propiedades mecánicas de la placa de conexión. En la figura 4.2 se muestra el modelado utilizado para las conexiones de los contravientos. Es posible encontrar más información sobre el proceso de modelación de placas de conexión de contravientos en Tapia y Tena (2011) y en Astaneh-Asl *et al.* (2006).



Figura 4.2 Modelación de conexión trabe-columna-contraviento en OpenSees (Mazzoni et al. 2006).

La dimensión de las zonas rígidas de las trabes (a), columnas (b) y contravientos (ZR_c) fue considerada siguiendo los resultados de una investigación realizada por Hsiao *et al.* (2012). Como se observa en la figura 4.2 las zonas rígidas de las columnas y trabes dependen de la dimensión de la placa de conexión. Para determinar la zona rígida de los contravientos es necesario calcular la longitud promedio de la placa de conexión (capitulo 2.6) y aumentarle la distancia diagonal que se encuentra en la zona del panel entre columna y trabe. La dimensión del elemento a base de fibras consiste en una longitud de dos veces el espesor de la placa (2t), un ancho igual a la longitud de Whitmore (Lw) y un espesor equivalente al espesor de la placa de conexión (t). Una vez que se obtengan estas magnitudes se puede realizar el modelado.

Para obtener la dimensión de la placa de conexión se utilizó el procedimiento descrito en Astaneh-Asl *et al.* (2006). En este procedimiento es necesario contar con las dimensiones del contraviento, las cuales pueden ser obtenidas de un pre diseño donde se utilice una longitud libre L igual a la distancia entre nodos del contraviento y un factor de longitud efectiva K = 1.0. Utilizando estas dimensiones de contraviento es posible encontrar una dimensión preliminar para la placa de conexión, con base en estas dimensiones se obtuvo una longitud libre L actualizada que considera una disminución de la longitud libre por la longitud de las zonas rígidas del

Análisis no-lineal de marco plano

contraviento ZR_c encontradas en el diseño preliminar de la placa de conexión. Además es posible determinar un factor de longitud efectiva K actualizado por medio del planteamiento descrito en el capítulo 3.1.1.

Con las magnitudes K y L actualizadas se calcula nuevamente una resistencia a compresión R_c y se modifica la dimensión (sección transversal) del contraviento si es necesario. Se repite el proceso hasta obtener una dimensión de contraviento que satisfaga las necesidades del diseño. Con todas las magnitudes establecidas en este proceso iterativo, es posible realizar el modelado numérico y contar con mayor certidumbre de la esbeltez (KL/r) reportada en los resultados. Otros detalles sobre el proceso de diseño por capacidad pueden ser consultados en el capítulo 3 de esta investigación.

Siguiendo este proceso, se revisó el marco de seis pisos ilustrado en la figura 4.1, cuyas secciones transversales se muestra en las tablas 3.12 y 3.14. Con el propósito de evaluar la influencia de la relación de esbeltez de los contravientos, se propusieron dos modelos con la sección transversal del sistema de contravientos más esbeltos. Los resultados de los análisis no lineales realizados se discuten en la siguiente sección. Durante este proceso no se cambió la sección transversal del marco (trabes y columnas), sino que la modificación está basada únicamente en la capacidad de las diagonales.

4.3 Resultados de los análisis inelásticos

Como primer intento para encontrar una tendencia en el efecto de la esbeltez en el comportamiento inelástico de marcos con contravientos concéntricos, se realizaron análisis ante carga monótona creciente (*Pushover*) en el programa OpenSees. Las características de los modelos se discutieron en el capítulo 2, a través de un estudio paramétrico. Las curvas de capacidad (cortante por entrepiso contra la distorsión de entrepiso) obtenidas en los análisis del marco de la figura 4.1 se muestran en la figura 4.3. Además, en la figura 4.4 se muestran los resultados de la curva global que se obtuvo con el cortante basal del marco y la distorsión total (deformación en la azotea dividida entre la altura total del edificio). En las curvas se compara la respuesta inelástica de los marcos en función de la relación de esbeltez de los contravientos propuestos.

Para lograr determinar el último paso de las curvas se decidió considerar la capacidad máxima de rotación de las conexiones trabe-columna con base en un conjunto de pruebas experimentales como referencia. Es decir, la capacidad del marco no está definida por la capacidad matemática del programa en un proceso iterativo, sino que considera la capacidad experimental que puede soportar la conexión trabe-columna.



Capítulo 4 Análisis no-lineal de marco plano

Figura 4.3 Curvas de capacidad de entrepisos modelo M6.



Figura 4.4 Curva de capacidad global de modelo M6.

Análisis no-lineal de marco plano

El límite de esta rotación en la conexión se consideró igual a 0.05 radianes. Esta magnitud se obtuvo de una serie de pruebas experimentales discutidas en Martin del Campo (2013). Este estudio consistió en pruebas experimentales de conexiones de acero entre columnas tubulares y trabes I y sus resultados sugieren que la capacidad máxima en el estado límite de colapso de las conexiones está asociada con una rotación igual a 0.05 rad. Entonces, en las figuras 4.3 y 4.4, el último paso considerado está asociado con el paso donde se registró la primera rotación con esa magnitud en cualquiera de las conexiones momento resistentes trabe – columna.

En las figuras 4.3 y 4.4 se observa una diferencia en el comportamiento de los tres marcos, que está asociada a la distribución de resistencia lateral en la altura del marco. Esta respuesta depende de las esbelteces de los contravientos utilizadas, que aunque reportan distintas resistencias a compresión la ductilidad de estos no se observa afectada. En la figura 4.5 se observa la comparación de las configuraciones deformadas de cada modelo y se aprecia que en el modelo con contravientos con una relación de esbeltez de KL/r = 87 (contravientos robustos) está relacionado con una mayor concentración de daño en los primeros tres niveles del marco. Mientras que los modelos con mayor esbeltez (KL/r = 104 y KL/r = 126) reportan una mejor distribución de daño en la altura del marco. Este fenómeno se debe explicar en parte en el hecho que al variar la esbeltez de los contravientos también se modifica la resistencia a cortante de cada entrepiso. Entonces como la demanda de cortante en cada entrepiso es prácticamente la misma para cada modelo, los marcos con contravientos más esbeltos logran distribuir mejor el daño. Es importante notar que la variación en la esbeltez en estos modelos se logró variando la dimensión transversal del contraviento más no el espesor de las placas que lo componen, lo cual conlleva contravientos de distintas resistencias a compresión.



Figura 4.5 Configuración deformada M6.

Análisis no-lineal de marco plano

4.3.1 Evolución de la demanda en columnas

A continuación, con el propósito de estudiar la evolución del daño, se muestran las demandas de carga axial en los principales elementos que conforman el marco. En la figura 4.6 se observa el comportamiento ante carga axial de las columnas de los ejes 0 y 2, que son las columnas adyacentes a las crujías contraventeadas (ver figura 4.1). En esta figura se observa la carga axial en función del paso de carga del análisis. De la misma manera que en las figuras anteriores se cortaron las curvas en el límite mencionado anteriormente.



Capítulo 4 Análisis no-lineal de marco plano



Figura 4.6 Evolución de la carga axial en columnas M6 en función de la esbeltez del contraviento.

En la figura 4.6 se nota que la demanda de carga axial sobre las columnas es más grande cuando forman parte de un marco que tiene contravientos más robustos. Tomando en cuenta que el análisis de carga monótona creciente fue de izquierda a derecha, se puede observar que las columnas del eje 0 (eje izquierdo) comienzan en compresión (positivo) debido a las cargas gravitacionales, y posteriormente pasan a tensionarse (negativo) debido a los contravientos (figura 3.10). De manera similar las columnas del eje 2 (extremo derecho de marco contraventeado) comienzan en compresión pero posteriormente aumenta la compresión. Además, se observa que la tendencia general es que la axialización (tensión o compresión) de las columnas disminuye conforme aumenta la altura lo cual está en congruencia con la filosofía de diseño utilizada. Con base en los resultados, la diferencia entre la respuesta de los tres modelos se centra en la magnitud de la carga axial y al igual que se supone durante la etapa de diseño, los contravientos con mayor resistencia axializan con mayor intensidad a las columnas, ya sea en tensión o compresión.

A pesar de que en esta investigación se pretende identificar la influencia de la esbeltez de los contravientos en la capacidad dúctil de los marcos con contraventeo concéntrico dúctil, es valioso reportar algunos detalles de los análisis realizados. En la tabla 4.1 se muestran las magnitudes de la carga axial de las columnas obtenidas en el proceso de diseño. Con base en los resultados, las demandas por carga axial utilizando la filosofía de diseño por capacidad no son una precisa representación de la demanda sobre las columnas en análisis ante carga monótona creciente (*OpenSees*), especialmente en los entrepisos superiores. Es importante mencionar que en la etapa de diseño se utilizó un contraviento con KL/r = 87 y por ende la comparación sólo se realizó con el modelo de la misma esbeltez.

Análisis no-lineal de marco plano

	Carga Diseño por Capacidad		Carga máxima de análisis		Proporción entre carga de diseño por capacidad y carga máxima de análisis	
Nivel	Compresión	Tensión	Compresión	Tensión	Compresión	Tensión
6	113	-48	38	-15	33.63%	31.25%
5	130	-31	58	-9	44.62%	29.03%
4	309	-175	216	-91	69.90%	52.00%
3	325	-157	247	-94	76.00%	59.87%
2	504	-302	408	-226	80.95%	74.83%
1	520	-284	446	-239	85.77%	84.15%

Tabla 4.1	Comparación	entre axialización	supuesta en columnas	as y la obtenida del análisis.
-----------	-------------	--------------------	----------------------	--------------------------------

En la tabla 4.1 se observan las magnitudes obtenidas, de compresión y tensión, para la axialización supuesta en el diseño (obtenidas del análisis plástico cap. 3.2.3) y las magnitudes obtenidas en el análisis ante carga monótona creciente; además se muestra el porcentaje de diferencia en la predicción de la carga axial obtenida en el análisis con respecto a las magnitudes consideradas durante la etapa de diseño por capacidad. Otros estudios, han demostrado que la magnitud que soportan las columnas de marcos con contraventeo concéntrico podrían no ser correctamente estimadas (Tapia *et al.* 2009), lo que concuerda con los resultados de esta investigación.

En la figura 4.7 se muestra la diferencia entre la axialización de las columnas supuesta en el diseño contra la axialización obtenida en el análisis ante carga monótona creciente. En la curva, las líneas continuas corresponden a las magnitudes obtenidas en el diseño por capacidad y las líneas discontinuas corresponden a las magnitudes obtenidas en el análisis inelástico. En todos los casos, la estimación de diseño envuelve la carga que se obtuvo en los análisis no lineales, lo que garantiza que las columnas tuvieron poco o nulo daño.



Figura 4.7 Comparación entre axialización en columnas supuesta en el diseño y la obtenida en el análisis.

Análisis no-lineal de marco plano

4.3.2 Evolución de la demanda en las trabes

De igual forma, se estudió la evolución de la demanda en las trabes que conforman el marco en estudio. Así, en la figura 4.8 se muestra la evolución de la respuesta de las trabes de ambas crujías contraventeadas. El comportamiento esperado se puede observar en la figura 3.10 (capitulo 3 dibujo de distribución de fuerzas) donde la respuesta esperada es que en los niveles nones se tenga nula axialización y en los pares alta axialización. Las gráficas de la figura 4.8 corroboran este comportamiento de manera general pero es importante notar que en los niveles inferiores se presentan cargas axiales en las trabes mayores a las supuestas en el diseño. La manera en la que se aplica la carga lateral en el análisis ante carga monótona creciente puede tener un efecto en las magnitudes observadas de carga axial en las trabes, esto es debido a la diferencia de poner la carga solo de un lado o repartirla en cada nodo del entrepiso. Independientemente de la posible diferencia entre la aplicación de carga, de todas maneras las magnitudes observadas son mayores en el análisis que en el diseño por lo cual se podría estar subestimando la carga axial de diseño.



Capítulo 4 Análisis no-lineal de marco plano



Figura 4.8 Evolución de carga axial en trabes M6.

En la tabla 4.2 se muestra la comparación de las magnitudes de carga axial en las trabes obtenidas en la etapa de diseño y las magnitudes máximas que se desarrollaron en los análisis inelásticos.

Se observa que existe mayor discrepancia en la axialización de trabes entre la etapa de diseño y los resultados del análisis que lo observado previamente en la sección anterior de las columnas. En todos los niveles pares se observa que la carga considerada en la etapa de diseño por capacidad sobreestima la magnitud de la carga que soportaron las trabes durante los análisis no lineales, con excepción del segundo nivel donde se observa la mayor diferencia entre la carga supuesta y la carga que se obtuvo en el análisis. Además, en la tabla 4.2 se observa que en los niveles nones se supuso que dada la configuración de los contravientos no iba a existir carga axial, con base en los resultados, se reportan demandas que podrían llegar a tener la misma magnitud que las cargas de las trabes que convergen a un contraviento. Como se mencionó anteriormente, estos resultados están basados en un único marco, por lo que se espera que existan modificaciones en función de las características y propiedades del marco y la forma del patrón lateral utilizado.

Análisis no-lineal de marco plano

Nivel	Carga diseño por capacidad		Carga máxima de análisis		Proporción entre carga de diseño por capacidad y carga máxima de análisis	
	Carga eje 1	Carga eje 2	Carga eje 1	Carga eje 2	Eje 1	Eje 2
6	61	102	2.4	15.2	3.9%	14.9%
5	0	0	13.5	-0.4		
4	41	41	-0.7	11.7	-1.8%	28.5%
3	0	0	9.3	4.3		
2	41	41	78.6	82.2	191.7%	200.5%
1	0	0	5.3	10.0		

Tabla 4.2 Com	paración entre	axialización	supuesta en	trabes y la	obtenida del	análisis.
				•/		

4.4 Conclusiones

En este capítulo se evaluó el comportamiento del marco diseñado en el capítulo 3. La intención de esta evaluación es primordialmente asegurar que la repuesta de las estructuras, a través de un diseño por capacidad, concuerde con los objetivos de diseño. Estos resultados y la discusión son importantes ya que en los siguientes capítulos se evaluarán una mayor cantidad de marcos con configuraciones más grandes y complejas.

En el capítulo se muestran los resultados de análisis a un marco de seis pisos que se diseñó por capacidad y a dos variaciones del marco. La diferencia entre los modelos se centra en el sistema de contravientos, con el propósito de evaluar diferentes relaciones de esbeltez. Algunos de los puntos importantes son:

- La determinación de las capacidades del sistema de contravientos se debe realizar mediante un proceso iterativo que involucra las dimensiones de las placas de conexión, la longitud no arriostrada del contraviento, el factor de longitud efectiva y la carga axial resistente. En el Apéndice A de esta investigación se incluyen algunas ayudas de diseño con base en los análisis que se realizaron para facilitar las decisiones en el diseño de este sistema estructural.
- En la investigación será necesario modificar la proporción entre la contribución al cortante lateral del sistema de contravientos y las columnas del marco. Cuando la modificación se realizó cambiando el espesor sin cambiar el ancho de la sección de los contravientos, el comportamiento reportado por todo el marco es función de la resistencia del contraviento. Por consiguiente, la respuesta de los modelos es adecuada si se verifica el cumplimiento de la filosofía de diseño por estos ajustes en resistencia de los contravientos.

Análisis no-lineal de marco plano

- La magnitud de la carga axial en las columnas provocada por la redistribución de la carga en los contravientos es consistente con las suposiciones realizadas en la etapa de diseño. Se observó que en algunos casos, la carga axial máxima reportada en los análisis ante carga monótona creciente es menor que la axialización supuesta durante la etapa de diseño aplicando los conceptos de capacidad. Se debe tener cuidado con esta observación debido a que no necesariamente se podrían extrapolar estos resultados para análisis de otro tipo como análisis dinámico paso a paso.
- En el estudio de la evolución del daño por carga axial en las trabes, se reportan casos donde la carga axial de diseño es significativamente superior a la que debe soportar el elemento en el análisis inelástico, pero igualmente se reportaron casos donde la magnitud de la carga del análisis supera la propuesta en la etapa de diseño. A pesar de estas observaciones, no se puede identificar una debilidad en la filosofía de diseño utilizada, debido a que el análisis ante carga monótona creciente implica un empuje lateral a la estructura y éste es función entre muchas otras cosas del patrón lateral de carga, lo que modificaría la axialización en las trabes.

CAPÍTULO 5

Resultados de marcos planos

Evaluación de marcos planos

5 Resultados de marcos planos

5.1 Introducción

Con base en los resultados obtenidos en el capítulo 4 de este documento, donde se evaluó la respuesta de un marco plano de seis niveles con contravientos concéntricos dúctiles, en este capítulo se discute la respuesta de modelos con marcos adicionales con el propósito de variar la esbeltez de los contravientos y el parámetro β mencionado en el capítulo 1. Como recordatorio el parámetro β es la contribución al cortante lateral resistido por los contravientos; de manera que, entonces 1- β representa la contribución al cortante lateral del marco rígido (trabes y columnas). Así, en este capítulo se discuten los resultados de análisis inelásticos de ocho configuraciones de marcos con contravientos concéntricos dúctiles sometidos a carga monótona creciente para modelos de marcos de 6 y 10 pisos.

Las dimensiones de las ocho distintas configuraciones se muestran en la figura 5.1. La altura de todos los niveles h_n es igual a 400 centímetros, la longitud de las crujías contraventeadas L_{cc} es igual a 400 centímetros y, finalmente, la longitud de los marcos adicionales L_{cm} es igual a 600 centímetros. Los marcos tienen un sistema de contravientos en cruz cada dos entrepisos para asociarlos con la configuración.

El criptograma para distinguir los modelos es xNyC, donde el número "x" define la cantidad de entrepisos del modelo y "y" establece la cantidad de crujías que contiene cada modelo como se muestra a continuación. La cantidad de crujías no contraventeadas de cada modelo se modificó con el propósito de aumentar el intervalo de proporciones de la contribución del sistema de contravientos a través del parámetro β .



Evaluación de marcos planos



Evaluación de marcos planos



Figura 5.1 Configuración de marcos evaluados (cms).

5.2 Consideraciones

5.2.1 Determinación de patrón de carga lateral.

Para llevar a cabo un análisis ante carga monótona creciente es necesario utilizar un patrón de carga lateral sobre el marco en cuestión. En el caso de los análisis mencionados en este capítulo, se utilizó una distribución de carga lateral basada en el método estático de análisis sísmico que puede ser resumido por la ecuación 3.4 de este documento.

Algunas publicaciones recomiendan considerar más de un patrón de carga para análisis ante carga monótona creciente (FEMA 356). Sin embargo, el patrón de carga de triángulo inverso del método estático es válido en estructuras de acero que reaccionan con el modo fundamental. De hecho, Tapia y Gutiérrez (2016) demostraron que en marcos de acero dúctiles el patrón de carga relacionado con el modo fundamental rige la respuesta cuando se compara con otros patrones modales y un patrón rectangular.

Entonces, se aplicó la carga estática monótona creciente al modelo de *OpenSees* comentado en capítulos previos. En los análisis, la carga lateral fue aplicada repartiendo la fuerza de cada entrepiso entre los nodos de dicho entrepiso, con la intención de evitar aplicaciones de carga irregulares en las trabes de los marcos.

Evaluación de marcos planos

5.2.2 Diseño de marcos

Para el diseño de los marcos utilizados en este capítulo se utilizaron los criterios de diseño que se discutieron ampliamente en el capítulo 3. Los marcos contraventeados se diseñaron siguiendo la filosofía de diseño por capacidad. En el proceso, la primera línea de defensa fueron los contravientos, después se diseñaron las trabes y, por último, se diseñaron las columnas con el propósito de que tuvieran poco o nulo daño. De manera similar, los marcos momento resistentes (sin contravientos) se diseñaron como marcos rígidos siguiendo un diseño por capacidad, con el propósito de lograr un comportamiento tipo columna fuerte – trabe débil.

Se diseñó un modelo inicial que cumplía estrictamente los criterios del reglamento aplicable vigente y, posteriormente, se hicieron variaciones modificando la sección transversal del sistema de contravientos para involucrar más proporciones de la relación de esbeltez y, por consiguiente, más modelos con diferente parámetro β .

En la tabla 5.1 se muestran las secciones transversales finales del modelo inicial después del proceso iterativo de diseño. En los modelos se modificó la sección transversal de las trabes en las crujías con contravientos y en las trabes de los marcos momento – resistentes. Además, se modificó la sección transversal de las columnas debido a la axialización de las columnas adyacentes a las crujías contraventeadas, donde la columna del eje 0 es la columna adyacente a las crujías contraventeadas, la columna del eje 1 es la columna interior a las crujías contraventeadas y la columna del eje MR es la sección en las columnas del marco sin contravientos. Más información puede consultarse en la figura 4.1 en el capítulo 4 de este documento y se ampliarán los comentarios en este sentido más adelante en este capítulo.

	Tı	rabes	Columnas			
Modelo	Crujías del	Crujías	Field	Fig.1	Fie MP	
	marco rígido	contraventeadas	LJe U	LJE I	Lje MIK	
6N4C	IR 305 x 38.7 kg/m	IR 305 x 52.2 kg/m	OR 200 x 19.1	OR 300 x 22.2	OR 180 x 15.8	
6N8C	IR 305 x 52.2 kg/m	IR 305 x 52.2 kg/m	OR 250 x 19.1	OR 400 x 25.4	OR 200 x 19.1	
6N18C	IR 305 x 52.2 kg/m	IR 356 x 90.7 kg/m	OR 300 x 19.1	OR 450 x 31.8	OR 200 x 19.1	
6N40C	IR 305 x 52.2 kg/m	IR 356 x 90.7 kg/m	OR 300 x 19.1	OR 500 x 25.4	OR 200 x 19.1	
10N8C	IR 305 x 52.2 kg/m	IR 356 x 90.7 kg/m	OR 300 x 19.1	OR 550 x 31.8	OR 200 x 19.1	
10N12C	IR 305 x 52.2 kg/m	IR 356 x 90.7 kg/m	OR 300 x 19.1	OR 650 x 31.8	OR 200 x 19.1	
10N20C	IR 305 x 52.2 kg/m	IR 356 x 90.7 kg/m	OR 300 x 19.1	OR 850 x 38.1	OR 200 x 19.1	
10N40C	IR 305 x 52.2 kg/m	IR 356 x 90.7 kg/m	OR 300 x 19.1	OR 850 x 38.1	OR 200 x 19.1	

Tabla 5.1 Secciones de modelo inicial (mm) (ver figura 5.2).

Entonces en esta investigación, con el propósito de ampliar el intervalo de modelos con diferentes parámetros β , se modificó la cantidad de crujías no contraventeadas. Esta decisión obligó a rediseñar la sección transversal de los elementos estructurales. En el proceso, se partía de un diseño inicial en el cual la mayor contribución al cortante lateral es de los contravientos concéntricos y, posteriormente, se incrementó la dimensión de las columnas para aumentar la aportación al cortante lateral resistido por el marco momento – resistente. En la estrategia implementada, no se modificó la sección transversal de las trabes en cada configuración. En la

Evaluación de marcos planos

tabla 5.1 se muestran las seccionas del diseño inicial mencionado y además en la figura 5.2 se muestra un detalle tipo de los marcos para ubicar la distribución de cada sección utilizada.

En el capítulo 4 la variación en la esbeltez de los contravientos se realizó mediante la modificación de la dimensión de la sección transversal del contraviento manteniendo un espesor fijo, lo cual resulta en capacidades de resistencia a compresión muy distintas entre cada sección utilizada, afectando el comportamiento no lineal de los marcos. En los marcos estudiados en este capítulo se decidió modificar la esbeltez de los contravientos modificando el ancho y el espesor de la sección transversal con el propósito de incluir en el estudio relaciones de esbeltez distintas pero con resistencias a compresión similares entre sí. Esta decisión tiene el propósito de estudiar modelos que se aproximen a las decisiones tomadas en la práctica, donde las tres secciones elegidas de contravientos en cada marco cumplen con las demandas de diseño sin sobredimensionar las resistencias necesarias para satisfacer la revisión.

Con el propósito de ejemplificar el procedimiento, en la tabla 5.2 se muestran las secciones utilizadas para los contravientos del modelo 6N4C considerando los lineamientos de las Normas Técnicas Complementarias para Estructuras de Acero vigentes.

6N4C							
b (cm)	t (cm)	KL/r	∳Rc (t)	∳Rt (t)			
10.00	1.58	124	53	168			
12.00	0.95	102	56	133			
14.50	0.64	83	62	112			

Tabla 5.2 Secciones de contravientos de modelo 6N4C.



Figura 5.2 Referencia para ubicación de ejes de marcos utilizados.

Evaluación de marcos planos

5.2.3 Modelación de marcos

Al igual que los demás modelos en este estudio el modelado de cada uno de los marcos de la figura 5.1 se realizó en modelos que se analizaron en el programa *OpenSees* (Mazzoni *et al.* 2006). Para la creación de los modelos se utilizaron modelos detallados que se discutieron en los capítulos anteriores con base en las recomendaciones del estudio paramétrico del capítulo 2.

En cada modelo se utilizaron 10 subelementos para modelar los contravientos, se utilizó una deformación inicial al centro del claro del contraviento. Se modelaron zonas rígidas en las conexiones viga-columna y viga-columna-contraviento, y se utilizaron 5 puntos de integración en los elementos viga-columna. A diferencia del marco utilizado en el capítulo 4 donde el marco adicional es solo gravitatorio (conexiones simples), los marcos estudiados en este capítulo son momento resistentes para que los resultados concuerden con las necesidades de la práctica en México. También se utilizó el método mencionado en el capítulo 4.2 referente a la determinación de la longitud no arriostrada para determinar la relación de esbeltez de los contravientos y las zonas rígidas de los contravientos utilizados.

5.2.4 Definición de la ductilidad

Con el motivo de intentar crear información comparable con otros estudios realizados en el pasado se decidió utilizar la metodología propuesta en el FEMA 356 (secc. 3.3.3.2.4) para determinar la ductilidad de los modelos realizados. Esta metodología consiste en realizar una idealización bilineal de la curva cortante basal contra distorsión. El método consiste en establecer una pendiente elástica (K_e), un cortante de fluencia (V_y) y una pendiente post-elástica (αK_e). Para lograr esto, es necesario utilizar un proceso iterativo con la finalidad de que el área debajo de la curva idealizada y el área debajo de la curva obtenida del análisis sean lo más similares posibles como se muestra en la figura 5.3.




Evaluación de marcos planos

En la figura 5.3 se muestra un ejemplo del método mencionado de las áreas equivalentes. Las áreas sombreadas por debajo (achurado horizontal) y por arriba (achurado vertical) de la curva bilineal deben ser lo más similares posibles, esto garantiza que el área total debajo de ambas curvas sea igualmente similar. La pendiente de la primera recta de la curva idealizada (rigidez elástica K_e) se establece desde el origen hasta la magnitud de 60% de la resistencia a cortante lateral idealizada (Δ_y, V_y). Posteriormente, se traza la segunda línea (rigidez plástica αK_e) desde el punto (Δ_y, V_y) hasta el punto final del análisis. Entonces, la ductilidad se definió como el cociente de la deformación elástica (Δ_y) y la deformación última (Δ_u) de la curva bilineal idealizada.

El hecho de utilizar un modelado con elementos con una sección transversal discretizada en fibras ante carga monótona creciente complica la determinación del estado último de la estructura, debido a que la plastificación de la sección transversal es paulatina y no se genera un mecanismo de colapso (matemático) en un punto específico. Por esta razón, en este estudio se decidió limitar la respuesta de la estructura en función a la capacidad real que pueden desarrollar las estructuras de acero. El criterio que se eligió fue la rotación máxima que se desarrolló en pruebas experimentales en las conexiones trabe-columna de un estudio desarrollado por Martín Del Campo (2013). Con base en los resultados experimentales, las magnitudes de rotación máximas en conexiones para marcos dúctiles que se desarrollaron fueron en promedio igual a 0.045 radianes. Así, en las curvas de capacidad de los marcos que se discute a continuación, el análisis se cortó cuando alguno de los nodos de conexión trabe – columna superaba una rotación de 0.045 radianes, aunque el programa tuviera capacidad de realizar iteraciones adicionales.

5.2.5 Determinación de parámetro B

Como se explicó anteriormente, el parámetro β estima el porcentaje de la contribución del sistema de contravientos a cortante lateral resistente del sistema estructural. En esta investigación, para determinar la magnitud del parámetro β se utilizó el modelo elástico realizado en SAP2000 (CSI-14).

En el programa de análisis empleado, primero es necesario realizar un análisis modal espectral para determinar las cargas laterales que actúan sobre la estructura. A partir de este análisis, es posible determinar el cortante lateral en el enésimo nivel de la estructura y, por consiguiente, las demandas en compresión y tensión de los contravientos en cada nivel.

Después, para determinar la aportación al cortante lateral de los contravientos es necesario descomponer las fuerzas de los contravientos en sus respectivos ejes ortogonales (X, Y), con el propósito de calcular la redistribución de las demandas en el eje de las columnas y en el eje de las trabes. Una vez obtenida la magnitud de la demanda lateral actuando sobre los contravientos (suma de componentes horizontales), es posible calcular el parámetro β de cada nivel obteniendo el cociente de la demanda lateral en los contravientos y el cortante lateral del enésimo nivel en consideración. Finalmente, calculando la media de todos los parámetros β obtenidos por nivel se calcula un único parámetro β el cual se utilizó como referencia en este estudio.

Evaluación de marcos planos

5.3 Resultados

Siguiendo el procedimiento explicado, se realizaron análisis inelásticos ante carga estática monótona creciente al conjunto de modelos diseñados. En la siguiente sección se discuten los resultados que son función de la relación de esbeltez de los contravientos KL/r, la aportación del sistema de contravientos para resistir la demanda lateral a través del parámetro β y se reporta la ductilidad μ que se desarrolló.

5.3.1 Resultados

En la tabla 5.3 se observan los resultados obtenidos de todos los modelos estudiados en esta investigación. La primer columna indica el modelo considerado; después se muestra la sección transversal de la columna dimensionada como sección cajón; las siguientes seis columnas de la tabla muestran las magnitudes del parámetro β y μ (ductilidad) obtenido de cada análisis realizado, que es función de la relación de esbeltez propuesta en el sistema de contravientos.

Modelo	Columnas (cms)	KL/r = 83			KL/r = 102			KL/r = 124		
Modelo	Columnas (cms)	β	μ		β	μ		β	μ	
	18x18x1.580	0.91	6.90		0.92	6.49		0.93	5.56	
	25x25x1.580	0.90	7.03		0.91	6.75		0.92	5.78	
	30x30x1.580	0.89	7.29		0.90	6.87		0.91	6.04	
	35x35x1.580	0.88	7.75		0.89	7.36		0.91	6.55	
	40x40x1.580	0.87	8.09	0.88 0.87	0.88	7.56		0.90	6.91	
	50x50x1.580	0.86	8.47		7.91		0.89	7.16		
	18x18x2.223	0.91	6.89	-	0.92	6.60		0.93	5.64	
	25x25x2.223	0.89	7.21		0.90	6.92		0.92	5.93	
	30x30x2.223	0.88	7.44		0.90	7.07		0.91	6.11	
0110	40x40x2.223	0.87	8.17		0.88	7.63		0.90	6.87	
6N4C	50x50x2.223	0.85	8.39		0.87	7.94		0.89	7.23	
	60x60x2.223	0.81	8.82		0.83	8.38		0.85	7.94	
	20x20x2.54	0.91	7.36		0.92	7.05		0.93	6.12	
	30x30x2.54	0.89	7.55	0.	0.91	7.37	1	0.91	6.50	
	40x40x2.54	0.87	8.44		0.88	7.85		0.90	7.04	
	50x50x2.54	0.84	8.83		0.86	8.23		0.88	7.60	
	60x60x2.54	0.80	9.01		0.82	8.69		0.84	8.11	
	75x75x2.54	0.74	8.85		0.76	8.65		0.79	8.22	
	80x80x3.175	0.69	8.99		0.72	8.75		0.75	8.29	
	90x90x3.175	0.65	8.37		0.68	8.04		0.71	7.78	
	Columnas (ams)	Kl/r	= 65		Kl/r = 85			Kl/r = 108		
6N8C	Columnas (cms)	β	μ		β	μ		β	μ	
	25x25x1.905	0.86	6.35		0.88	6.42		0.90	5.70	
	30x30x1.905	0.82	6.58		0.83	6.62		0.87	5.92	
	35x35x1.905	0.80	6.85		0.82	6.92		0.85	5.96	
	40x40x1.905	0.79	6.88		0.81	6.87		0.84	6.15	
	50x50x1.905	0.77	7.32		0.79	6.96		0.83	6.51	
	60x60x1.905	0.76	7.65		0.78	7.41		0.83	6.90	
	18x18x2.223	0.87	6.40		0.88	6.51		0.91	5.77	
	25x25x2.223	0.84	6.59		0.85	6.64		0.88	5.82	

Tabla 5.3 Resultados de análisis ante carga monótona creciente.

Evaluación de marcos planos

	30x30x2.223	0.81	6.82		0.83	6.81	I	0.86	5.94
	40x40x2.223	0.79	6.92		0.81	6.76		0.84	6.19
	50x50x2.223	0.77	7.41		0.79	7.04		0.83	6.52
	60x60x2.223	0.76	7.56		0.78	7.45		0.82	6.98
	20x20x254	0.85	6.48		0.87	6 55		0.89	5.81
	20x20x2.54	0.81	6.84		0.87	6.90		0.85	6.06
	40x40x2 54	0.81	6.83		0.80	6.80		0.80	6.14
	50x50x2.54	0.78	7.43		0.00	7.04		0.83	6.57
	60x60x2.54	0.75	7.50		0.77	7.04		0.82	7.12
	75x75x2 54	0.75	7.60		0.77	7.57		0.77	7.12
	00.00.2.175	0.05	7.00		0.72	7.05	I	0.72	7.55
	80x80x3.1/5	0.65	7.85		0.68	7.05		0.75	7.51
	90x90x3.173	0.01	7.34		0.04	/.1/		0.09	1.23
	Columnas (cms)	Kl/r	= 59		Kl/r	= 75		Kl/r	= 92
	20x20x1 005	0.81	μ 6.06		0.83	μ 6.25		0.85	μ 6.14
	20x20x1.005	0.81	6.37		0.85	6.36		0.03	6.06
	35x35x1.005	0.74	6.32		0.77	6.50		0.77	6.05
	40x40x1 905	0.72	6.40		0.73	6.44		0.77	6.00
	50x50x1.905	0.70	6.44		0.75	6 38		0.73	6.13
	60x60x1.905	0.00	6 39	-	0.71	6.50	-	0.73	6.32
	19-19-2 222	0.00	6.11		0.70	0.31		0.72	6.01
	10X10X2.223	0.65	6.22	0.85	6.20	-	0.80	6.12	
	20x20x2.223	0.70	6.43		0.79	6.50		0.01	6.16
6N18C	40x40x2.223	0.75	6.34		0.77	6.48		0.75	6.03
	40x40x2.223	0.70	6.43		0.73	6.34		0.73	6.16
	60x60x2.223	0.66	6.37		0.69	6.50		0.73	6.30
	20x20x2.225	0.00	6.24		0.02	6.21	I	0.94	6.01
	30x30x2.54	0.80	6.38	$\begin{array}{r} 0.02 \\ 0.76 \\ 0.72 \\ 0.70 \\ 0.68 \\ 0.65 \end{array}$	0.82	6.57		0.84	6.20
	40x40x2.54	0.69	6.39		0.72	6.52		0.75	6.06
	50x50x2.54	0.67	6.37		0.70	6.39		0.73	6.23
	60x60x2.54	0.65	6.45		0.68	6.48		0.71	6.28
	75x75x2.54	0.61	6.42		0.65	6.47		0.68	6.37
	80x80x3175	0.58	6.47		0.62	6 4 4		0.64	6.33
	90x90x3175	0.50	6.05		0.58	6.16		0.60	6.05
	J0AJ0A3.175	0.51	0.05		0.50	0.10	L	0.00	0.05
	Columnas (cms)	Kl/r	Kl/r = 62		$R_{I/T} = 70$			Kl/r	= 8/
	20-20-1.005) 0.91	μ 4.07		p 0.92	μ 4.95		p 0.84	μ 1.92
	20x20x1.905	0.81	4.97		0.85	4.85 5.19		0.84	4.83
	40x40x1.903	0.70	5.25		0.72	5.16	-	0.75	5.03
	00x00x1.903	0.05	5.24		0.07	5.15	Ц	0.07	5.12
_	30x30x2.223	0.73	5.28		0.75	5.11		0.76	4.98
6N40C	40x40x2.223	0.69	5.30		0.71	5.23		0.72	5.03
	60x60x2.223	0.64	5.25		0.67	5.15		0.68	5.11
	40x40x2.54	0.69	5.37		0.71	5.29		0.72	5.10
	60x60x2.54	0.64	5.26		0.66	5.21		0.67	5.11
	75x75x2.54	0.60	5.16		0.62	5.12		0.64	4.97
	80x80x3.175	0.58	5.29		0.61	5.18		0.62	5.14
	90x90x3.175	0.55	4.96		0.57	4.91		0.59	4.87
10N8C	Columnas (cms)	Kl/r	= 55		Kl/r = 77			Kl/r	= 96
		β	μ		β	μ		β	μ
	20x20x1.905	0.83	4.96		0.86	4.88		0.86	4.90
	30x30x1.905	0.79	5.14		0.82	4.99		0.83	4.96
TOTNOC	35x35x1.905	0.78	5.27		0.81	5.07		0.81	5.03
	40x40x1.905	0.77	5.30		0.80	5.17		0.80	5.17
	50x50x1.905	0.75	5.41		0.78	5.26	-	0.79	5.23
	60x60x1.905	0.74	5./8		0./8	5.60	I	0.79	5.52

Evaluación de marcos planos

$10N12C = \begin{cases} 25232233 0.80 506 0.83 4.94 4.96 0.82 4.99 0.82 4.99 0.82 4.99 0.80 5.23 0.75 5.49 0.78 5.52 0.79 5.22 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.78 5.54 0.79 5.22 0.78 5.54 0.79 5.22 0.78 5.54 0.79 5.22 0.78 5.54 0.79 5.22 0.78 5.54 0.79 5.23 0.99 5.22 0.78 5.54 0.79 5.24 0.75 5.49 0.78 5.57 0.99 5.23 0.99 5.23 0.99 5.23 0.99 5.24 0.75 5.49 0.78 5.57 0.99 5.23 0.99 5.23 0.99 5.24 0.75 5.49 0.78 5.57 0.99 5.23 0.99 5.23 0.97 5.24 0.74 5.54 0.77 5.71 0.78 5.54 0.77 5.71 0.78 5.54 0.77 5.71 0.78 5.54 0.77 5.71 0.78 5.54 0.77 5.71 0.78 5.54 0.77 5.71 0.78 5.54 0.77 5.71 0.78 5.54 0.77 5.71 0.78 5.54 0.77 5.71 0.77 5.71 0.78 5.51 0.99 5.93 0.77 5.73 0.74 6.52 0.99 0.90 5.31 5.0 0.97 5.06 0.80 5.24 0.78 5.21 0.84 5.10 0.77 5.51 0.97 5.51 0.97 5.51 0.79 5.23 0.73 5.51 0.79 5.23 0.73 5.51 0.77 5.51 0.79 5.23 0.73 5.51 0.77 5.51 0.78 5.24 0.78 5.24 0.78 5.24 0.78 5.24 0.78 5.24 0.78 5.24 0.78 5.24 0.78 5.24 0.78 5.24 0.78 5.24 0.73 5.51 0.76 5.32 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.75 5.38 0.76 5.32 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.75 5.38 0.76 5.32 0.73 5.49 0.88 5.15 0.75 5.38 0.76 5.32 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.73 5.54 0.74 5.44 0.79 5.21 0.73 5.54 0.73 5.54 0.74 5.44 0.75 5.10 0.73 5.54 0.74 5.43 0.73 5.54 0.74 5.44 0.75 5.10 0.73 5.54 0.73 5.54 0.74 5.44 0.75 5.10 0.73 5.54 0.74 5.44 0.75 5.10 0.73 5.55 0.74 5.44 0.75 5.54 0.73 5.54 0.74 5.44 0.75 5.54 0.74 5.44 0.75 5.54 0.73 5.55 0.73 5.54 0.74 5.44 0.75 5.54 0.73 5.55 0.73 5.54 0.74 5.44 0.75 5.57 0.73 5.54 0.75 5.58 0.76 5.57 0.73 5.54 0.75 5.58 0.75 5.58 0.75 5.58 0.75 5.57 0.73 5.54 0.75 5.57 0.73 5.54 0.75 5.57 0.73 5.54 0.75 5.57 0.73 5.54 0.75 5.57 0.73 5.54 0.75 5.57 0.73 5.54 0.77 5.57 0.73 5.54 0.77 5.57 0.73 5.54 0.77 5.57 0.73 5.54 0$		18x18x2.223	0.84	4.97		0.87	4.89		0.87	4.91
$10N12C = \begin{cases} 30.530c2.223 & 0.76 & 5.20 \\ 40.60c2.223 & 0.76 & 5.49 \\ 5.40 & 0.78 & 5.52 \\ 0.78 & 5.52 \\ 0.78 & 5.52 \\ 0.78 & 5.52 \\ 0.78 & 5.52 \\ 0.78 & 5.52 \\ 0.78 & 5.50 \\ 0.78 & 5.50 \\ 0.78 & 5.50 \\ 0.78 & 5.50 \\ 0.78 & 5.50 \\ 0.78 & 5.50 \\ 0.78 & 5.50 \\ 0.78 & 5.50 \\ 0.78 & 5.51 \\ 0.79 & 5.22 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.77 & 6.28 \\ 0.77 & 5.51 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.24 \\ 0.81 & 5.10 \\ 0.80 & 5.24 \\ 0.80 & 5.24 \\ 0.81 & 5.10 \\ 0.78 & 5.21 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.20 \\ 0.78 & 5.24 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.20 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.73 & 5.51 \\ 0.74 & 5.40 \\ 0.72 & 5.70 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.50 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.72 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.72 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.72 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.$		25x25x2.223	0.80	5.06		0.83	4.94	1	0.84	4.96
40x40x2.223 50x50x2.223 0.75 5.40 5.84 0.79 5.22 0.78 5.32 5.32 20x20x2.54 0.82 5.06 0.85 4.90 0.88 4.90 30x50x2.54 0.75 5.49 0.78 5.32 0.78 5.54 20x20x2.54 0.75 5.49 0.78 5.37 0.79 5.32 40x40x2.54 0.75 5.49 0.77 5.71 0.78 5.61 50x50x2.54 0.75 5.49 0.77 5.71 0.78 5.61 75x75x2.54 0.72 6.80 0.76 6.47 0.77 6.28 90x90x3.175 0.69 7.03 0.73 6.71 0.74 6.52 90x90x3.175 0.69 7.73 0.76 5.38 0.76 5.32 90x90x3.175 0.79 5.06 0.83 5.21 0.84 5.10 25x25x1.905 0.79 5.06 0.83 5.21 0.76 5.32 90x90x3.175 0.74		30x30x2.223	0.79	5.21		0.82	5.03		0.82	4.99
$10N12C = \frac{50x50x2223}{00x50x2223} 0.75 5.49}{0.78 5.69} 0.78 5.52} 0.79 5.54} 0.79 5.54 0.79 5.54 0.78 5.69 0.78 5.54 0.70 5.25 0.81 5.00 0.82 5.56 0.40x50x254 0.75 5.51 0.81 5.00 0.82 5.56 0.40x50x254 0.75 5.49 0.79 5.22 0.80 5.24 5050x254 0.75 5.49 0.77 5.71 0.78 5.61 75x75x254 0.74 6.51 0.77 6.28 0.78 5.61 75x75x254 0.74 6.51 0.77 6.28 0.78 5.61 75x75x254 0.72 6.80 0.76 6.47 0.77 6.52 90x90x3175 0.69 7.03 0.73 6.73 0.74 6.52 90x90x3175 0.69 7.03 0.73 6.73 0.74 6.52 90x90x3175 0.69 7.03 0.73 6.73 0.74 5.52 0.88 5.10 0.83 5.21 0.84 5.10 25x251.005 0.79 5.06 0.83 5.21 0.84 5.10 25x251.005 0.77 5.511 0.78 5.31 0.79 5.22 0.75 5.38 0.78 5.32 0.76 5.32 0.76 5.32 0.77 5.52 0.73 5.55 0.73 5.52 0.83 5.52 0.83 5.52 0.83 5.52 0.83 5.52 0.83 5.52 0.84 5.10 25x251.005 0.77 5.511 0.78 5.31 0.79 5.20 0.73 5.55 0.73 5.54 0.75 5.52 0.75 5.54 0.75 5.54 0.75 5.54 0.75 5.52 0.75 5.54 0.75 5.52 0.75 5.54 0.75 5.52 0.75 5.54 0.75 5.52 0.75 5.54 0.75 5.52 0.73 5.55 0.73 5.55 0.73 5.54 0.75 5.52 0.73 5.55 0.73 5.54 0.75 5.52 0.73 5.55 0.74 5.42 0.84 5.13 25x251.005 0.77 5.517 0.77 5.34 0.77 5.34 0.77 5.34 0.77 5.34 0.77 5.34 0.77 5.34 0.77 5.34 0.77 5.35 0.73 5.55 0.74 5.42 0.84 5.54 0.75 5.51 0.73 5.54 0.75 5.50 0.73 5.52 0.73 5.55 0.73 5.54 0.75 5.52 0.73 5.55 0.74 5.46 0.70 5.32 0.77 5.51 0.73 5.55 0.74 5.46 0.70 5.32 0.77 5.51 0.73 5.55 0.74 5.46 0.70 5.32 0.77 5.51 0.73 5.55 0.74 5.46 0.70 5.32 0.77 5.51 0.73 5.55 0.74 5.46 0.70 5.32 0.77 5.55 0.74 5.46 0.70 5.32 0.77 5.55 0.74 5.46 0.70 5.32 0.77 5.55 0.74 5.46 0.70 5.32 0.77 5.55 0.74 5.46 0.75 5.55 0.74 5.46 0.70 5.55 0.74 5.46 0.70 5.55 0.74 5.46 0.77 5.55 0.73 5.55 0.74 5.46 0.70 5.55 0.74 5.46 0.70 5.55 0.74 5.46 0.70 5.55 0.74 5.46 0.70 5.55 0.74 5.45 0.77 5.55 0.73 5.55 0.74 5.45 0.77 5.55 0.73 5.55 0.74 5.45 0.70 5.55 0.74 5.45 0.77 5.55 0.73 5.55 0.74 5.45 0.77 5.55 0.73 5.55 0.73 5.55 0.74 5.45 0.77 5.55 0.73 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.75 5.55 0.$		40x40x2.223	0.76	5.30		0.79	5.22		0.80	5.23
$10N12C = \begin{cases} \frac{60x60x.2232}{20x20x2.54} & 0.82}{0x60x2.54} & 0.82} & 5.06 \\ 0.85 & 4.90 \\ 30x30x2.54 & 0.76 & 5.31 \\ 0.79 & 5.22 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.79 & 5.22 \\ 0.80 & 5.24 \\ 0.76 & 5.31 \\ 0.79 & 5.22 \\ 0.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.79 & 5.33 \\ 0.80x0.3.175 & 0.72 & 6.80 \\ 0.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.37 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.21 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.21 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.21 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.21 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.21 \\ 0.84 & 5.10 \\ 0.84 & 5.10 \\ 0.83 & 5.02 \\ 0.83 & 5.21 \\ 0.84 & 5.10 \\ 0.84 & 5.13 \\ 0.79 & 5.20 \\ 0.84 & 5.13 \\ 0.79 & 5.20 \\ 0.84 & 5.13 \\ 0.79 & 5.20 \\ 0.84 & 5.13 \\ 0.79 & 5.20 \\ 0.75 & 5.38 \\ 0.76 & 5.32 \\ 0.78 & 5.38 \\ 0.76 & 5.32 \\ 0.78 & 5.31 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.35 \\ 0.74 & 5.42 \\ 0.78 & 5.27 \\ 0.73 & 5.59 \\ 0.74 & 5.42 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.8050223 & 0.77 & 5.17 \\ 0.77 & 5.35 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.8050224 & 0.74 & 5.20 \\ 0.78 & 5.27 \\ 0.73 & 5.59 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.8050224 & 0.74 & 5.20 \\ 0.78 & 5.27 \\ 0.73 & 5.59 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.8050224 & 0.74 & 5.20 \\ 0.78 & 5.27 \\ 0.73 & 5.59 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.8050224 & 0.74 & 5.20 \\ 0.73 & 5.59 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.8050224 & 0.77 & 5.40 \\ 0.78 & 5.57 \\ 0.73 & 5.60 \\ 0.78 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.75 & 5$		50x50x2.223	0.75	5.49		0.78	5.32		0.79	5.29
$10N12C = \frac{20\chi 20\chi 2.54}{30\chi 30\chi 234} = 0.82}{0.79} = 5.25} = 0.81}{0.81} = 4.00}{0.86} = 4.97$ $\frac{30\chi 30\chi 254}{4040\chi 254} = 0.77}{5.51} = 0.77$ $\frac{5\chi 5}{50\chi 50\chi 254} = 0.75$ $\frac{40\psi 40\chi 254}{0.75} = 0.77}{0.77} = 5.71} = 0.77$ $\frac{5\chi 7}{5\chi 5\chi 2.54} = 0.74$ $\frac{5\chi 7}{2} = 0.60} = 0.77$ $\frac{5\chi 7}{5\chi 75\chi 2.54} = 0.74$ $\frac{5\chi 7}{2} = 0.60$ $\frac{7}{90\chi 90\chi 3.175} = 0.72$ $\frac{60\chi 60\chi 10.54}{0.79} = 0.60$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.77$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.73$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.77$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.77$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.77$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.73$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.72$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.72$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.72$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.73$ $\frac{6\chi 7}{10} = 0.72$ $\frac{6\chi 7}{10$		60x60x2.223	0.74	5.84		0.78	5.69		0.78	5.54
$10N12C = \begin{cases} 30x30x254 & 0.79 & 5.25 & 0.81 & 5.00 \\ 40x40x254 & 0.76 & 5.31 \\ 50x50x254 & 0.75 & 5.49 & 0.78 & 5.37 \\ 60x60x254 & 0.74 & 5.00 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 \\ 75x75x254 & 0.74 & 5.00 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 \\ 80x80x3.175 & 0.72 & 6.80 & 0.76 & 6.47 & 0.77 & 6.25 \\ 90x90x3.175 & 0.69 & 7.03 & 0.73 & 6.73 & 0.74 & 6.52 \\ 90x90x3.175 & 0.69 & 7.03 & 0.73 & 6.73 & 0.74 & 6.52 \\ 90x90x3.175 & 0.69 & 7.03 & 0.73 & 5.24 & 0.84 & 5.10 \\ 20x20x1905 & 0.83 & 5.02 & 0.80 & 5.24 & 0.84 & 5.10 \\ 20x20x1905 & 0.79 & 5.11 & 0.78 & 5.31 & 0.77 & 5.26 \\ 40x40x1005 & 0.77 & 5.11 & 0.78 & 5.31 & 0.77 & 5.26 \\ 40x40x1005 & 0.77 & 5.11 & 0.78 & 5.31 & 0.78 & 5.32 \\ 40x40x1005 & 0.74 & 5.22 & 0.75 & 5.38 & 0.76 & 5.32 \\ 40x40x1005 & 0.74 & 5.22 & 0.75 & 5.38 & 0.76 & 5.32 \\ 60x60x1005 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ 18x18x223 & 0.84 & 5.04 & 0.84 & 5.24 \\ 60x60x223 & 0.71 & 5.47 & 0.77 & 5.34 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x223 & 0.79 & 5.17 & 0.77 & 5.34 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x223 & 0.71 & 5.47 & 0.77 & 5.34 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x223 & 0.72 & 5.35 & 0.73 & 5.50 & 0.73 & 5.49 \\ 18x18x223 & 0.84 & 5.04 & 0.84 & 5.24 & 0.86 & 5.13 \\ 20x20x254 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 & 0.74 & 5.46 \\ 60x60x223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x223 & 0.70 & 5.83 & 0.71 & 6.16 & 0.73 & 5.99 \\ 70x70x223 & 0.70 & 5.83 & 0.71 & 6.16 & 0.73 & 5.99 \\ 70x70x223 & 0.70 & 5.48 & 0.74 & 5.43 & 0.76 & 5.34 \\ 50x50x254 & 0.72 & 5.40 & 0.73 & 5.55 & 0.74 & 5.46 \\ 60x60x224 & 0.74 & 5.40 & 0.77 & 5.55 & 0.74 & 5.46 \\ 60x60x254 & 0.71 & 5.60 & 0.72 & 5.75 & 0.73 & 5.56 \\ 70x50x254 & 0.72 & 5.40 & 0.77 & 5.58 & 0.76 & 5.34 \\ 50x50x254 & 0.75 & 5.42 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.27 \\ 90x90x3.175 & 0.69 & 6.17 & 0.70 & 5.58 & 0.76 & 5.77 \\ 90x30x30x1905 & 0.75 & 5.42 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.67 \\ 70x5x254 & 0.75 & 5.44 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.67 \\ 70x5x254 & 0.75 & 5.44 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.67 \\ 70x50x01905 & 0.75 & 5.44 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.67 \\ 90x90x3.175 & 0.69 & 5.77 & 0.70 & 5.88 & 0.72 & 5.95 \\ 10x0x0223 & 0.77 & 5.49 & 0.$		20x20x2.54	0.82	5.06		0.85	4.90		0.86	4.97
$10N12C = \begin{cases} \frac{40x40x2.54}{50x50x2.54} & 0.76 & 5.31}{50x50x2.54} & 0.74 & 5.00 & 0.77 & 5.71} & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.78 & 5.61 & 0.78 & 5.61 & 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 & 0.78 & 5.51 & 0.79 & 5.06 & 0.73 & 5.71 & 0.74 & 5.52 & 0.78 & 5.51 & 0.79 & 5.26 & 0.83 & 5.21 & 0.84 & 5.10 & 0.30 & 5.24 & 0.84 & 5.10 & 0.30 & 5.24 & 0.84 & 5.10 & 0.76 & 5.22 & 0.76 & 5.38 & 0.76 & 5.32 & 0.75 & 5.42 & 0.76 & 5.38 & 0.76 & 5.32 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.79 & 5.26 & 0.80 & 5.24 & 0.84 & 5.10 & 0.77 & 5.53 & 0.75 & 5.42 & 0.84 & 5.10 & 0.73 & 5.50 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.86 & 5.13 & 0.75 & 5.42 & 0.76 & 5.38 & 0.76 & 5.38 & 0.76 & 5.38 & 0.76 & 5.38 & 0.76 & 5.38 & 0.76 & 5.38 & 0.76 & 5.39 & 0.77 & 5.46 & 0.86 & 0.82 & 5.07 & 0.82 & 5.07 & 0.73 & 5.59 & 0.74 & 5.46 & 0.86 & 0.53 & 0.70 & 6.31 & 0.78 & 5.57 & 0.73 & 5.58 & 0.76 & 5.37 & 0.78 & 5.27 & 0.83 & 5.16 & 0.75 & 5.70 & 0.73 & 5.58 & 0.76 & 5.37 & 0.78 & 5.27 & 0.78 & 5.27 & 0.78 & 5.27 & 0.78 & 5.27 & 0.78 & 5.27 & 0.78 & 5.27 & 0.78 & 5.27 & 0.78 & 5.27 & 0.73 & 5.66 & 0.80 & 0.71 & 5.10 & 0.78 & 5.57 & 0.73 & 5.58 & 0.76 & 5.77 & 0.75 & 5.70 & 0.75 & 5.70 & 0.75 & 5.70 & 0.75 & 5.70 & 0.75 & 5.70 & 0.75 & 5.70 & 0.75 & 5.70 & 0.7$		30x30x2.54	0.79	5.25		0.81	5.00		0.82	5.06
$10N12C = \begin{cases} \frac{50x50x2.54}{60x60x2.54} & 0.75 & 5.49}{0.78 & 5.71} & 0.78 & 5.57 \\ 0.77 & 5.71 & 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.77 & 5.71 & 0.78 & 6.61 \\ 0.78 & 6.01 \\ 0.78 & 6.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 6.01 \\ 0.78 & 6.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 6.01 \\ 0.78 & 6.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 6.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 6.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 6.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 6.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.61 \\ 0.78 & 6.77 & 5.71 \\ 0.78 & 5.71 & 0.78 & 6.51 \\ 0.70 & 6.78 & 6.71 \\ 0.78 & 5.71 & 0.78 & 5.10 \\ 0.83 & 5.21 & 0.84 & 5.10 \\ 0.83 & 5.24 & 0.84 & 5.10 \\ 0.83 & 5.24 & 0.84 & 5.10 \\ 0.83 & 5.38 & 0.76 & 5.32 \\ 0.95351.905 & 0.77 & 5.11 & 0.78 & 5.31 \\ 0.78 & 5.38 & 0.76 & 5.32 \\ 0.95351.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.38 \\ 0.76 & 5.38 & 0.75 & 5.42 \\ 0.950501.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.53 \\ 0.950501.905 & 0.73 & 5.35 & 0.73 & 5.50 \\ 0.950502.23 & 0.77 & 5.17 & 0.73 & 5.50 \\ 0.950502.23 & 0.77 & 5.17 & 0.73 & 5.51 \\ 0.950502.23 & 0.71 & 5.54 & 0.79 & 5.21 \\ 0.950502.23 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.52 \\ 0.950502.23 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.52 \\ 0.950502.24 & 0.82 & 5.09 & 0.82 & 5.27 & 0.73 & 5.54 \\ 0.950502.24 & 0.71 & 5.60 & 0.71 & 5.44 & 0.76 & 5.34 \\ 0.95092.54 & 0.72 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 0.950502.54 & 0.72 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 0.950502.54 & 0.71 & 5.60 & 0.71 & 6.63 & 0.70 & 6.31 \\ 0.9090x.175 & 0.67 & 6.43 & 0.76 & 5.58 & 0.76 & 5.34 \\ 0.9090x.175 & 0.67 & 6.43 & 0.76 & 5.58 & 0.76 & 5.34 \\ 0.9090x.175 & 0.67 & 6.43 & 0.78 & 5.55 & 0.74 & 5.46 \\ 0.9090x.175 & 0.67 & 6.43 & 0.78 & 5.51 & 0.73 & 5.54 \\ 0.9090x.175 & 0.67 & 6.43 & 0.77 & 5.58 & 0.76 & 5.34 \\ 0.9090x.175 & 0.67 & 6.43 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.67 \\ 0.9090x.175 & 0.67 & 6.43 & 0.77 & 5.68 & 0.72 & 6.06 \\ 0.9090x.175 & 0.67 & 6.43 & 0.77 & 5.68 & 0.72 & 5.70 \\ 0.550x.1905 & 0.75 & 5.74 & 0.73 & 5.58 & 0.76 & 5.77 \\ 0.9050x.1905 & 0.70 & 5.52 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.80 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.80 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.80 & 0.72 & 5$		40x40x2.54	0.76	5.31		0.79	5.22		0.80	5.24
$10N12C = \begin{cases} \frac{60x60x2.54}{75x75x2.54} & 0.74 & 5.90}{75x75x2.54} & 0.74 & 6.51 \\ \hline 0.77 & 6.28 & 0.78 & 6.01 \\ \hline 0.77 & 6.28 & 0.78 & 6.01 \\ \hline 0.78 & 5.61 & 0.77 & 6.28 \\ \hline 0.78 & 6.01 & 0.78 & 5.61 \\ \hline 0.78 & 5.01 & 0.78 & 5.61 \\ \hline 0.78 & 5.01 & 0.78 & 5.61 \\ \hline 0.78 & 5.01 & 0.78 & 5.61 \\ \hline 0.78 & 5.01 & 0.78 & 5.61 \\ \hline 0.73 & 6.73 & 0.74 & 6.52 \\ \hline 0.73 & 6.73 & 0.74 & 6.52 \\ \hline 0.80 & 5.24 & 0.83 & 5.21 & 0.84 & 5.10 \\ \hline 0.30x30x1.905 & 0.77 & 5.11 & 0.78 & 5.51 & 0.79 & 5.26 \\ \hline 0.30x30x1.905 & 0.76 & 5.22 & 0.76 & 5.38 & 0.78 & 5.26 \\ \hline 0.30x30x1.905 & 0.76 & 5.22 & 0.76 & 5.38 & 0.78 & 5.26 \\ \hline 0.50x1.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.75 & 5.42 \\ \hline 0.50x1.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ \hline 18x18x2.223 & 0.84 & 5.04 & 0.84 & 5.24 & 0.86 & 5.13 \\ \hline 0.50x0x223 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ \hline 18x18x2.223 & 0.74 & 5.22 & 0.74 & 5.27 & 0.81 & 5.16 \\ \hline 0.50x0x223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ \hline 0.50x0x223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ \hline 0.50x0x244 & 0.74 & 5.26 & 0.74 & 5.40 \\ \hline 0.50x0x254 & 0.76 & 5.19 & 0.77 & 5.35 & 0.74 & 5.46 \\ \hline 0.50x0x254 & 0.76 & 5.19 & 0.77 & 5.35 & 0.74 & 5.46 \\ \hline 0.50x0x254 & 0.76 & 5.19 & 0.77 & 5.35 & 0.73 & 5.59 \\ \hline 70x70x2223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ \hline 70x70x2223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ \hline 70x70x2223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.54 \\ \hline 0.50x0x254 & 0.76 & 5.19 & 0.77 & 5.35 & 0.74 & 5.46 \\ \hline 0.50x0x254 & 0.76 & 5.19 & 0.77 & 5.35 & 0.74 & 5.46 \\ \hline 0.50x0x254 & 0.76 & 5.19 & 0.77 & 5.35 & 0.74 & 5.64 \\ \hline 75x75x254 & 0.70 & 6.03 & 0.71 & 6.12 & 0.72 & 6.00 \\ \hline 90x90x3175 & 0.67 & 6.43 & 0.68 & 6.53 & 0.70 & 6.31 \\ \hline 0.50x0x254 & 0.72 & 5.50 & 0.73 & 5.58 & 0.76 & 5.70 \\ \hline 0.50x0x1905 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.58 & 0.76 & 5.70 \\ \hline 0.50x0x1905 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.58 & 0.76 & 5.70 \\ \hline 0.50x0x1905 & 0.72 & 5.74 & 0.73 & 5.58 & 0.72 & 5.70 \\ \hline 0.50x0x1905 & 0.72 & 5.74 & 0.73 & 5.56 & 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.50x0x1905 & 0.70 & 5.52 & 0.77 & 5.570 & 0.73 & 5.58 & 0.72 & 5.70 \\ \hline 0.50x0$		50x50x2.54	0.75	5.49		0.78	5.37		0.79	5.33
$10N12C = \begin{cases} \hline 78x75x2.54 & 0.74 & 6.51 & 0.77 & 6.28 & 0.78 & 6.01 \\ \hline 80x80x5.175 & 0.72 & 6.80 & 0.76 & 6.47 & 0.77 & 6.25 \\ \hline 90x90x5.175 & 0.69 & 7.03 & 0.73 & 6.73 & 0.74 & 6.52 \\ \hline 0.00mmas (cms) & \beta & \mu & \beta & \mu & \beta & \mu \\ 20x20x1.905 & 0.79 & 5.06 & 0.80 & 5.21 & 0.84 & 5.10 \\ \hline 25x25x1.905 & 0.79 & 5.06 & 0.80 & 5.24 & 0.81 & 5.13 \\ \hline 30x30x1.905 & 0.77 & 5.11 & 0.78 & 5.31 & 0.79 & 5.20 \\ \hline 30x30x1.905 & 0.74 & 5.22 & 0.75 & 5.38 & 0.76 & 5.32 \\ \hline 40x40x1.905 & 0.74 & 5.22 & 0.75 & 5.38 & 0.76 & 5.32 \\ \hline 40x40x1.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ \hline 40x40x1.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ \hline 30x30x223 & 0.77 & 5.17 & 0.73 & 5.50 & 0.75 & 5.42 \\ \hline 60x60x1.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ \hline 10N12C & \hline 30x30x2223 & 0.71 & 5.54 & 0.74 & 5.22 \\ \hline 10N12C & \hline 10N12C & \hline 10N12C & N & N & N & N & N & N \\ \hline 10N12C & \hline 10N12C & \hline 10N12C & N & N & N & N & N & N & N \\ \hline 10N12C & \hline 10N12C & \hline 10N12C & N & N & N & N & N & N & N & N & N & $		60x60x2.54	0.74	5.90		0.77	5.71		0.78	5.61
$10 \text{N12C} \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		75x75x2.54	0.74	6.51		0.77	6.28		0.78	6.01
$10N12C = \begin{cases} 90x90x3.175 & 0.69 & 7.03 & 0.73 & 6.73 & 0.74 & 6.52 \\ \hline Columnas (cms) & KU/r = 49 & KU/r = 61 & KU/r = 73 \\ \hline 0.83 & 5.02 & 0.83 & 5.21 & 0.84 & 5.10 \\ 25x25x1.905 & 0.79 & 5.06 & 0.80 & 5.24 & 0.81 & 5.13 \\ 30x30x1.905 & 0.77 & 5.11 & 0.78 & 5.31 & 0.79 & 5.20 \\ 35x35x1.905 & 0.76 & 5.22 & 0.76 & 5.38 & 0.78 & 5.26 \\ 40x40x1.905 & 0.74 & 5.22 & 0.75 & 5.38 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x1.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.42 \\ 60x60x1.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ 18x18x2.223 & 0.84 & 5.04 & 0.84 & 5.24 & 0.86 & 5.13 \\ 25x25x2.23 & 0.77 & 5.17 & 0.77 & 5.34 & 0.79 & 5.21 \\ 40x40x2.23 & 0.77 & 5.17 & 0.77 & 5.34 & 0.79 & 5.21 \\ 40x40x2.23 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 60x60x2.23 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2.223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2.223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2.223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2.223 & 0.70 & 5.83 & 0.71 & 6.16 & 0.73 & 5.79 \\ 20x20x2.54 & 0.82 & 5.09 & 0.82 & 5.27 & 0.83 & 5.16 \\ 60x60x2.24 & 0.74 & 5.26 & 0.74 & 5.43 & 0.76 & 5.34 \\ 50x50x2.54 & 0.74 & 5.26 & 0.74 & 5.43 & 0.76 & 5.34 \\ 50x50x2.54 & 0.74 & 5.26 & 0.74 & 5.43 & 0.76 & 5.34 \\ 50x50x2.54 & 0.71 & 5.60 & 0.72 & 5.75 & 0.73 & 5.64 \\ 75x75x2.54 & 0.70 & 6.03 & 0.71 & 6.12 & 0.72 & 6.00 \\ 80x80x3.175 & 0.67 & 6.43 & 0.68 & 6.53 & 0.74 & 5.46 \\ 60x60x2.23 & 0.71 & 5.60 & 0.72 & 5.75 & 0.73 & 5.64 \\ 75x75x2.54 & 0.70 & 6.03 & 0.71 & 6.12 & 0.72 & 6.00 \\ 90x90x3.175 & 0.67 & 6.43 & 0.78 & 5.57 & 0.73 & 5.64 \\ 75x75x2.54 & 0.70 & 6.03 & 0.71 & 6.12 & 0.72 & 6.00 \\ 80x80x3.175 & 0.69 & 6.17 & 0.70 & 6.27 & 0.70 & 6.31 \\ 90x90x3.105 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.58 & 0.76 & 5.67 \\ 40x40x2.23 & 0.70 & 5.38 & 0.74 & 5.58 & 0.76 & 5.67 \\ 40x40x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.58 & 0.75 & 5.70 \\ 18x18x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.70 & 5.88 & 0.72 & 5.95 \\ 18x18x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.70 & 5.58 & 0.72 & 5.95 \\ 18x18x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.$		80x80x3.175	0.72	6.80		0.76	6.47		0.77	6.25
$10N12C = \begin{bmatrix} Columnas (cms) & Kl/r = 49 & Kl/r = 61 & Kl/r = 73 \\ \beta & \mu & \beta & \beta$		90x90x3.175	0.69	7.03		0.73	6.73		0.74	6.52
$10N12C = \begin{cases} columna (cms) & \beta & \mu & \beta & \mu & \beta & \mu \\ 20x20x1,905 & 0.79 & 5.06 & 0.83 & 5.22 & 0.83 & 5.24 & 0.84 & 5.10 \\ 30x30x1,905 & 0.77 & 5.11 & 0.78 & 5.31 & 0.79 & 5.26 \\ 30x30x1,905 & 0.74 & 5.22 & 0.75 & 5.38 & 0.78 & 5.26 \\ 40x40x1,905 & 0.74 & 5.22 & 0.75 & 5.38 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x1,905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x1,905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x2,223 & 0.77 & 5.17 & 0.77 & 5.34 & 0.79 & 5.26 \\ 30x30x2,223 & 0.77 & 5.17 & 0.77 & 5.34 & 0.79 & 5.21 \\ 40x40x2,223 & 0.74 & 5.22 & 0.73 & 5.55 & 0.74 & 5.42 \\ 50x50x2,223 & 0.77 & 5.17 & 0.77 & 5.34 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x2,223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2,223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2,223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2,223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2,223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2,223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2,223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2,223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2,223 & 0.71 & 5.60 & 0.77 & 5.33 & 0.76 & 5.34 \\ 50x50x2,54 & 0.72 & 5.40 & 0.73 & 5.55 & 0.74 & 5.46 \\ 60x60x2,54 & 0.71 & 5.60 & 0.72 & 5.75 & 0.73 & 5.64 \\ 75x75x2,54 & 0.70 & 6.03 & 0.71 & 6.12 & 0.72 & 6.00 \\ 80x80x3,175 & 0.67 & 6.43 & 0.68 & 6.53 & 0.70 & 6.31 \\ \hline 0x30x1,05 & 0.75 & 5.42 & 0.77 & 5.68 & 0.76 & 5.67 \\ 40x40x1,005 & 0.75 & 5.42 & 0.77 & 5.68 & 0.76 & 5.67 \\ 40x40x1,005 & 0.75 & 5.42 & 0.77 & 5.63 & 0.76 & 5.67 \\ 40x40x1,005 & 0.75 & 5.42 & 0.77 & 5.66 & 0.85 & 5.81 \\ \hline 10N20C & 18x18x2,223 & 0.83 & 5.49 & 0.84 & 5.66 & 0.85 & 5.81 \\ \hline 10N20C & \frac{18x18x2,223 & 0.83 & 5.49 & 0.78 & 5.56 & 0.75 & 5.70 & 0.78 & 5.67 \\ \hline 10N20C & \frac{18x18x2,223 & 0.75 & 5.74 & 0.77 & 5.66 & 0.85 & 5.81 & 0.72 & 5.95 & 0.75 & 5.70 & 0.73 & 5.80 & 0.75 & 5.70 & 0.73 & 5.80 & 0.75 & 5.71 & 0.73 & 5.80 & 0.75 & 5.71 & 0.73 & 5.86 & 0.75 & 5.71 & 0.73 & 5.86 & 0.75 & 5.71 & 0.73 & 5.86 & 0.75 & 5.71 & 0.73 & 5.86 & 0.75 & 5.71 & 0.73 & 5.86 & 0.75 & 5.71$		Colore and (over)	Kl/r	= 49		Kl/r	= 61		Kl/r	= 73
$10 \text{N12C} \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		Columnas (cms)	β	μ		β	μ		β	μ
25x25x1.905 0.79 5.06 0.80 5.24 0.81 5.13 30x30x1.905 0.77 5.11 0.78 5.31 0.79 5.20 30x30x1.905 0.74 5.22 0.76 5.38 0.76 5.32 40x40x1.905 0.71 5.47 0.72 5.63 0.76 5.32 60x60x1.905 0.71 5.47 0.72 5.63 0.75 5.42 01x012C 60x60x1.905 0.71 5.47 0.72 5.63 0.75 5.42 10N12C 18x18x2.223 0.84 5.04 0.84 5.24 0.86 5.13 10N12C 10x4x0x2.23 0.77 5.17 0.77 5.34 0.76 5.39 10x12C 10x4x0x2.23 0.74 5.52 0.73 5.55 0.74 5.46 10x30x2.23 0.72 5.33 0.71 6.16 0.73 5.59 10x6x0x2.54 0.72 5.70 0.73 5.55 0.73		20x20x1.905	0.83	5.02		0.83	5.21		0.84	5.10
$10N12C = \begin{bmatrix} 30x30x1.905 & 0.77 & 5.11 \\ 35x35x1.905 & 0.76 & 5.22 \\ 0.76 & 5.38 \\ 0.78 & 5.26 \\ 0.77 & 5.38 \\ 0.78 & 5.26 \\ 0.76 & 5.38 \\ 0.78 & 5.26 \\ 0.76 & 5.38 \\ 0.75 & 5.38 \\ 0.75 & 5.38 \\ 0.75 & 5.38 \\ 0.75 & 5.38 \\ 0.75 & 5.38 \\ 0.75 & 5.42 \\ 0.75 & 5.38 \\ 0.75 & 5.42 \\ 0.75 & 5.38 \\ 0.75 & 5.42 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.34 \\ 0.77 & 5.35 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.73 & 5.59 \\ 0.73 & 5.59 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.73 & 5.59 \\ 0.73 & 5.55 \\ 0.74 & 5.46 \\ 0.76 & 5.34 \\ 0.76 & 5.58 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.60 \\ 0.78 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.76 & 5.67 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.75 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.77 & 5.70 \\ 0.73 & 5.80 \\ 0.7$		25x25x1.905	0.79	5.06		0.80	5.24		0.81	5.13
$10 \text{N12C} \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		30x30x1.905	0.77	5.11		0.78	5.31		0.79	5.20
$10 \text{N}12 \text{C} \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		35x35x1.905	0.76	5.22		0.76	5.38		0.78	5.26
$10N12C = \begin{bmatrix} 50x50x1.905 & 0.73 & 5.35 & 0.73 & 5.50 & 0.75 & 5.42 \\ \hline 60x60x1.905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ \hline 18x18x2.223 & 0.84 & 5.04 & 0.84 & 5.24 & 0.86 & 5.13 \\ \hline 25x25x2.23 & 0.79 & 5.06 & 0.79 & 5.27 & 0.81 & 5.16 \\ \hline 30x30x2.223 & 0.77 & 5.17 & 0.77 & 5.34 & 0.79 & 5.21 \\ \hline 40x40x2.223 & 0.74 & 5.22 & 0.74 & 5.40 & 0.76 & 5.32 \\ \hline 50x50x2.223 & 0.72 & 5.35 & 0.73 & 5.55 & 0.74 & 5.46 \\ \hline 60x60x2.23 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ \hline 70x70x2.223 & 0.70 & 5.83 & 0.71 & 6.16 & 0.73 & 5.79 \\ \hline 20x20x2.54 & 0.82 & 5.09 & 0.82 & 5.27 & 0.88 & 5.16 \\ \hline 30x30x2.54 & 0.74 & 5.26 & 0.74 & 5.43 & 0.76 & 5.34 \\ \hline 50x50x2.254 & 0.72 & 5.40 & 0.73 & 5.55 & 0.73 & 5.54 \\ \hline 60x60x2.54 & 0.71 & 5.60 & 0.72 & 5.75 & 0.73 & 5.54 \\ \hline 60x60x2.54 & 0.71 & 5.60 & 0.72 & 5.75 & 0.73 & 5.64 \\ \hline 75x75x2.54 & 0.70 & 6.03 & 0.71 & 6.12 & 0.72 & 6.00 \\ \hline 80x80x3.175 & 0.69 & 6.17 & 0.70 & 6.27 & 0.72 & 6.06 \\ \hline 90x90x3.175 & 0.67 & 6.43 & 0.68 & 6.53 & 0.70 & 6.31 \\ \hline Columnas (cms) & \frac{\beta}{\beta} & \mu & \beta & \mu \\ 20x20x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.58 & 0.76 & 5.77 \\ \hline 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.58 & 0.76 & 5.67 \\ \hline 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.58 & 0.75 & 5.70 \\ \hline 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.58 & 0.75 & 5.70 \\ \hline 10N20C & \frac{12}{25x25x2.23} & 0.77 & 5.49 & 0.79 & 5.63 \\ \hline 10N20C & \frac{12}{25x25x2.23} & 0.77 & 5.49 & 0.79 & 5.63 \\ \hline 10N20C & \frac{12}{25x25x2.23} & 0.77 & 5.49 & 0.79 & 5.63 & 0.70 & 5.81 \\ \hline 10N20C & \frac{12}{25x25x2.23} & 0.77 & 5.49 & 0.79 & 5.63 & 0.70 & 5.81 & 0.80 & 5.71 & 0.73 & 5.86 & 0.75 & 5.70 & 0.73 & 5.80 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.75 & 5.70 & 0.73 & 5.86 & 0.70 & 5.71 & 0.73 & 5.86 & 0.060 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.060 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.060 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.070 & 5.95 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.070 & 5.95 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.070 & 5.95 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.070 & 5.95 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.060 & 0.72 & 5.78 & 0.70 & 5.95 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 & 0.070 & 5.95 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5$		40x40x1.905	0.74	5.22		0.75	5.38		0.76	5.32
$10N12C = \begin{bmatrix} 60x60x1,905 & 0.71 & 5.47 & 0.72 & 5.63 & 0.73 & 5.49 \\ 18x18x2.223 & 0.74 & 5.06 & 0.84 & 5.24 & 0.86 & 5.13 \\ 25x25x2.223 & 0.77 & 5.17 & 0.77 & 5.34 & 0.79 & 5.21 \\ 40x40x2.223 & 0.74 & 5.22 & 0.74 & 5.40 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x2.223 & 0.72 & 5.35 & 0.74 & 5.40 & 0.76 & 5.32 \\ 50x50x2.223 & 0.71 & 5.54 & 0.72 & 5.70 & 0.73 & 5.59 \\ 70x70x2.223 & 0.70 & 5.83 & 0.71 & 6.16 & 0.73 & 5.79 \\ 20x20x2.54 & 0.82 & 5.09 & 0.82 & 5.27 & 0.83 & 5.16 \\ 30x30x2.54 & 0.76 & 5.19 & 0.77 & 5.35 & 0.74 & 5.46 \\ 60x60x2.54 & 0.72 & 5.40 & 0.73 & 5.55 & 0.74 & 5.46 \\ 60x60x2.54 & 0.71 & 5.60 & 0.73 & 5.55 & 0.74 & 5.46 \\ 60x60x2.54 & 0.71 & 5.60 & 0.72 & 5.75 & 0.73 & 5.64 \\ 75x75x2.54 & 0.70 & 6.03 & 0.71 & 6.12 & 0.72 & 6.06 \\ 90x90x3.175 & 0.67 & 6.43 & 0.68 & 6.53 & 0.70 & 6.31 \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ 10N20C = \begin{bmatrix} Columnas (cms) & Kl/r = 35 & Kl/r = 49 & Kl/r = 65 \\ 00x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.77 & 5.58 & 0.76 & 5.67 \\ 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.67 \\ 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.67 \\ 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.67 \\ 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.67 \\ 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.77 & 5.58 & 0.76 & 5.67 \\ 40x40x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.67 \\ 30x30x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.55 & 0.75 & 5.70 \\ 50x50x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.55 & 0.75 & 5.70 \\ 30x30x2.223 & 0.77 & 5.49 & 0.79 & 5.63 & 0.80 & 5.71 \\ 30x30x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.75 & 5.70 & 0.73 & 5.86 & 0.75 & 5.70 \\ 50x50x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.75 & 5.41 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.75 & 5.78 & 0.70 & 5.95 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 \\ 60x60x2.223 & 0.75 & 5.78 & 0.70 & 5.95 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 \\ \hline \end{array}$		50x50x1.905	0.73	5.35		0.73	5.50	0.75	5.42	
$10N12C = \frac{18x18x2.223}{25x25x2.223} 0.79 5.06}{0.79 5.07} \frac{0.84}{5.22} 0.79 5.07}{0.79 5.27} \frac{0.86}{5.13} \frac{0.81}{5.16} \frac{0.79}{0.77 5.34} 0.79 5.21}{0.77 5.34} \frac{0.81}{0.79 5.21} \frac{0.81}{0.79 5.21} \frac{0.81}{0.79 5.21} \frac{0.74}{5.40} \frac{5.32}{0.72 5.35} \frac{0.74}{5.52} \frac{5.32}{0.73 5.55} \frac{0.74}{5.40} \frac{5.32}{0.74 5.40} \frac{0.74}{5.46} \frac{5.32}{0.72 5.70} \frac{0.74}{0.73 5.59} \frac{5.42}{0.74 5.40} \frac{0.74}{0.79 5.21} \frac{0.74}{5.46} \frac{5.40}{0.72 5.70} \frac{0.74}{0.73 5.59} \frac{5.59}{70x70x2.223 0.71 5.54} \frac{0.71}{0.71 6.16} \frac{0.73}{0.73 5.59} \frac{5.22}{0.73 5.59} \frac{0.82}{0.71 6.16} \frac{0.73}{0.73 5.59} \frac{5.22}{0.73 5.59} \frac{0.82}{0.74 5.43} \frac{5.24}{0.76 5.34} \frac{0.76}{0.73 5.59} \frac{5.22}{0.74 5.43} \frac{0.76}{0.78 5.22} \frac{0.83}{5.16} \frac{5.16}{0.73 5.55 0.74 5.44} \frac{0.74}{5.43} \frac{5.22}{0.74 5.43} \frac{0.76}{0.76 5.34} \frac{5.22}{0.74 5.43} \frac{0.76}{0.74 5.43} \frac{5.64}{0.76 5.34} \frac{0.72}{5.75 0.73 5.56} \frac{0.74}{0.74 5.43} \frac{5.64}{0.72 5.75 0.73 5.64} \frac{0.72}{0.72 5.75 0.73 5.64} \frac{0.72}{0.70 5.83} \frac{0.76}{0.70 6.31} \frac{0.72}{0.72 5.75 0.73 5.64} \frac{0.76}{0.79 5.55 0.74 5.43} \frac{0.76}{0.70 6.31} \frac{0.76}{0.72 5.75 0.73 5.64} \frac{0.75}{0.75 5.70} \frac{0.73}{0.73 5.66} \frac{0.84}{0.77 5.55 0.76 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.56} \frac{0.75}{0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.60} \frac{0.74}{0.72 5.75 0.73 5.60} \frac{0.74}{0.73 5.55 0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.60} \frac{0.72}{0.72 5.75 0.73 5.80} \frac{0.76}{0.76 5.67} \frac{0.72}{0.72 5.79} \frac{0.73}{0.73 5.60} \frac{0.72}{0.73 5.55} \frac{0.75}{0.73 5.80} \frac{0.72}{0.72 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.80} \frac{0.72}{0.72 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.66} \frac{0.78}{0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.66} \frac{0.78}{0.72 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.66} \frac{0.78}{0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.66} \frac{0.75}{0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.66} \frac{0.75}{0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.66} \frac{0.75}{0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.66} \frac{0.72}{0.73 5.56} \frac{0.75}{0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.56} \frac{0.75}{0.75 5.77} \frac{0.73}{0.73 5.56} \frac{0.75}{0.75 5.77}$		60x60x1.905	0.71	5.47		0.72	5.63		0.73	5.49
$10N12C = \begin{bmatrix} 25x25x2.223 & 0.79 & 5.06 \\ 30x30x2.223 & 0.77 & 5.17 \\ 40x40x2.223 & 0.74 & 5.22 \\ 50x50x2.223 & 0.72 & 5.35 \\ 60x60x2.223 & 0.71 & 5.54 \\ 70x70x2.223 & 0.70 & 5.83 \\ \hline 0.74 & 5.40 \\ 0.72 & 5.70 \\ \hline 0.73 & 5.55 \\ 0.73 & 5.55 \\ 0.73 & 5.57 \\ \hline 0.74 & 5.43 \\ \hline 0.74 & 5.44 \\ \hline 0.72 & 5.75 \\ \hline 0.73 & 5.64 \\ \hline 0.72 & 5.75 \\ \hline 0.73 & 5.64 \\ \hline 0.72 & 5.75 \\ \hline 0.73 & 5.64 \\ \hline 0.70 & 6.31 \\ \hline 0.70 & 5.52 \\ \hline 0.72 & 5.69 \\ \hline 0.73 & 5.70 \\ \hline 0.73 & 5.67 \\ \hline 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\ \hline 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\ \hline 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\ \hline 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\ \hline 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\ \hline 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\ \hline 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\ \hline 0.75 & 5.70 \\ \hline 0.75 & 5.58 \\$		18x18x2.223	0.84	5.04		0.84	5.24		0.86	5.13
$10N12C = \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		25x25x2.223	0.79	5.06		0.79 5.27		0.81	5.16	
$10N12C = \frac{40x40x2.223}{50x50x2.223} = 0.74 + 5.22}{0.72 + 5.35} = 0.73 + 5.55} = 0.76 + 5.32 \\ \hline 0.0x00x2.223 + 0.71 + 5.54 + 0.72 + 5.70 + 0.73 + 5.59 \\ \hline 0.0x00x2.223 + 0.70 + 5.83 + 0.71 + 6.16 + 0.73 + 5.59 \\ \hline 0.0x00x2.54 + 0.82 + 5.09 + 0.82 + 5.27 + 0.83 + 5.16 \\ \hline 0.0x30x2.54 + 0.74 + 5.26 + 0.74 + 5.43 + 0.76 + 5.34 \\ \hline 0.0x00x2.54 + 0.74 + 5.26 + 0.74 + 5.43 + 0.76 + 5.34 \\ \hline 0.0x00x2.54 + 0.72 + 5.40 + 0.73 + 5.55 + 0.74 + 5.46 \\ \hline 0.0x00x2.54 + 0.71 + 5.60 + 0.72 + 5.75 + 0.73 + 5.64 \\ \hline 0.0x00x2.54 + 0.71 + 5.60 + 0.72 + 5.75 + 0.73 + 5.64 \\ \hline 0.0x00x2.54 + 0.71 + 5.60 + 0.72 + 5.75 + 0.73 + 5.64 \\ \hline 0.0x00x3.175 + 0.69 + 6.17 + 0.70 + 6.27 + 0.72 + 6.06 \\ \hline 90x90x3.175 + 0.69 + 6.17 + 0.70 + 6.23 + 0.70 + 6.31 \\ \hline 90x90x3.175 + 0.69 + 6.13 + 0.70 + 6.23 + 0.70 + 6.31 \\ \hline 90x90x3.175 + 0.69 + 6.13 + 0.70 + 6.23 + 0.70 + 6.31 \\ \hline 90x90x3.175 + 0.69 + 6.13 + 0.70 + 6.23 + 0.70 + 6.31 \\ \hline 90x90x3.175 + 0.69 + 6.13 + 0.70 + 6.23 + 0.70 + 6.31 \\ \hline 90x90x3.175 + 0.69 + 6.13 + 0.70 + 6.23 + 0.70 + 6.31 \\ \hline 90x90x3.175 + 0.69 + 5.72 + 0.77 + 5.60 + 0.78 + 5.67 \\ \hline 30x30x1.905 + 0.75 + 5.42 + 0.77 + 5.60 + 0.78 + 5.67 \\ \hline 30x30x1.905 + 0.75 + 5.42 + 0.77 + 5.60 + 0.78 + 5.67 \\ \hline 30x30x1.905 + 0.75 + 5.52 + 0.75 + 5.70 + 0.73 + 5.80 \\ \hline 0.0x30x1.905 + 0.75 + 5.22 + 0.70 + 5.88 + 0.72 + 5.95 \\ \hline 10N20C + 10000000000000000000000000000000000$		30x30x2.223	0.77	5.17	0	0.77	5.34		0.79	5.21
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	10N12C	40x40x2.223	0.74	5.22		0.74	5.40		0.76	5.32
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		50x50x2.223	0.72	5.35		0.73	5.55		0.74	5.46
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		60x60x2.223	0.71	5.54		0.72	5.70		0.73	5.59
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		70x70x2.223	0.70	5.83		0.71	6.16		0.73	5.79
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		20x20x2.54	0.82	5.09		0.82	5.27	5.27	0.83	5.16
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		30x30x2.54	0.76	5.19	0.77 5.35 0.74 5.43 0.73 5.55 0.72 5.75	0.78	5.22			
$10N20C = \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		40x40x2.54	0.74	5.26		0.74	5.43	-	0.76	5.34
$10N20C \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $		50x50x2.54	0.72	5.40		0.73	5.55		0.74	5.46
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		60x60x2.54	0.71	5.60		5.75	0.73	0.73	5.64	
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		75x75x2.54	0.70	6.03		0.71	6.12		0.72	6.00
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		80x80x3.175	0.69	6.17		0.70	6.27		0.72	6.06
$10N20C \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		90x90x3.175	0.67	6.43		0.68	6.53		0.70	6.31
$10N20C = \begin{bmatrix} Columnas (cms) & \beta & \mu & \beta & \mu & \beta & \mu \\ 20x20x1.905 & 0.82 & 5.50 & 0.83 & 5.67 & 0.84 & 5.77 \\ 30x30x1.905 & 0.75 & 5.42 & 0.77 & 5.60 & 0.78 & 5.67 \\ 35x35x1.905 & 0.74 & 5.39 & 0.75 & 5.58 & 0.76 & 5.67 \\ 40x40x1.905 & 0.72 & 5.38 & 0.74 & 5.55 & 0.75 & 5.70 \\ 50x50x1.905 & 0.69 & 5.72 & 0.70 & 5.88 & 0.72 & 5.95 \\ \hline 18x18x2.223 & 0.83 & 5.49 & 0.84 & 5.66 & 0.85 & 5.81 \\ 25x25x2.223 & 0.77 & 5.49 & 0.84 & 5.66 & 0.85 & 5.81 \\ 25x25x2.223 & 0.77 & 5.49 & 0.76 & 5.61 & 0.78 & 5.65 \\ 40x40x2.223 & 0.72 & 5.39 & 0.73 & 5.56 & 0.75 & 5.70 \\ \hline 50x50x2.223 & 0.70 & 5.59 & 0.72 & 5.77 & 0.73 & 5.86 \\ \hline 60x60x2.223 & 0.68 & 5.78 & 0.70 & 5.95 & 0.72 & 6.02 \\ \hline \end{bmatrix}$			Kl/r	= 35		Kl/r	= 49		Kl/r	= 65
20x20x1.905 0.82 5.50 0.83 5.67 0.84 5.77 30x30x1.905 0.75 5.42 0.77 5.60 0.78 5.67 35x35x1.905 0.74 5.39 0.75 5.58 0.76 5.67 40x40x1.905 0.72 5.38 0.74 5.55 0.75 5.70 50x50x1.905 0.70 5.52 0.72 5.69 0.73 5.80 60x60x1.905 0.69 5.72 0.70 5.88 0.72 5.95 18x18x2.223 0.83 5.49 0.84 5.66 0.85 5.81 25x25x2.223 0.77 5.49 0.79 5.63 0.80 5.71 30x30x2.223 0.72 5.39 0.73 5.56 0.75 5.70 40x40x2.223 0.72 5.39 0.73 5.56 0.75 5.70 50x50x2.223 0.68 5.78 0.70 5.95 0.72 6.02 60x60x2.223 0.68		Columnas (cms)	β	μ		β	μ		β	μ
30x30x1.905 0.75 5.42 0.77 5.60 0.78 5.67 35x35x1.905 0.74 5.39 0.75 5.58 0.76 5.67 40x40x1.905 0.72 5.38 0.74 5.55 0.75 5.67 50x50x1.905 0.70 5.52 0.72 5.69 0.75 5.70 60x60x1.905 0.69 5.72 0.70 5.88 0.72 5.95 18x18x2.223 0.83 5.49 0.84 5.66 0.85 5.81 25x25x2.223 0.77 5.49 0.79 5.63 0.80 5.71 30x30x2.223 0.72 5.39 0.73 5.56 0.75 5.70 50x50x2.223 0.70 5.59 0.73 5.56 0.75 5.70 50x50x2.223 0.70 5.59 0.72 5.77 0.73 5.86 60x60x2.223 0.68 5.78 0.70 5.95 0.72 6.02		20x20x1.905	0.82	5.50		0.83	5.67		0.84	5.77
35x35x1.905 0.74 5.39 0.75 5.58 0.76 5.67 40x40x1.905 0.72 5.38 0.74 5.55 0.75 5.70 50x50x1.905 0.70 5.52 0.72 5.69 0.73 5.80 60x60x1.905 0.69 5.72 0.70 5.88 0.72 5.95 18x18x2.223 0.83 5.49 0.84 5.66 0.85 5.81 25x25x2.223 0.77 5.49 0.76 5.61 0.78 5.65 40x40x2.223 0.72 5.39 0.73 5.56 0.75 5.70 50x50x2.223 0.70 5.59 0.73 5.56 0.78 5.65 40x40x2.223 0.72 5.39 0.73 5.56 0.75 5.70 50x50x2.223 0.70 5.59 0.72 5.77 0.73 5.86 60x60x2.223 0.68 5.78 0.70 5.95 0.72 6.02		30x30x1.905	0.75	5.42		0.77	5.60		0.78	5.67
$10N20C \qquad \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		35x35x1.905	0.74	5.39		0.75	5.58		0.76	5.67
$10N20C \qquad \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		40x40x1.905	0.72	5.38		0.74	5.55		0.75	5.70
60x60x1.905 0.69 5.72 0.70 5.88 0.72 5.95 10N20C 18x18x2.223 0.83 5.49 0.84 5.66 0.85 5.81 25x25x2.223 0.77 5.49 0.79 5.63 0.80 5.71 30x30x2.223 0.75 5.41 0.76 5.61 0.78 5.65 40x40x2.223 0.72 5.39 0.73 5.56 0.75 5.70 50x50x2.223 0.70 5.59 0.72 5.77 0.73 5.86 60x60x2.223 0.68 5.78 0.70 5.95 0.72 6.02	10N20C	50x50x1.905	0.70	5.52		0.72	5.69		0.73	5.80
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		60x60x1.905	0.69	5.72		0.70	5.88		0.72	5.95
25x25x2.223 0.77 5.49 0.79 5.63 0.80 5.71 30x30x2.223 0.75 5.41 0.76 5.61 0.78 5.65 40x40x2.223 0.72 5.39 0.73 5.56 0.75 5.70 50x50x2.223 0.70 5.59 0.72 5.77 0.73 5.86 60x60x2.223 0.68 5.78 0.70 5.95 0.72 6.02		18x18x2.223	0.83	5.49		0.84	5.66		0.85	5.81
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		25x25x2.223	0.77	5.49		0.79	5.63	1	0.80	5.71
40x40x2.2230.725.390.735.560.755.7050x50x2.2230.705.590.725.770.735.8660x60x2.2230.685.780.705.950.726.02		30x30x2.223	0.75	5.41		0.76	5.61	1	0.78	5.65
50x50x2.223 0.70 5.59 0.72 5.77 0.73 5.86 60x60x2.223 0.68 5.78 0.70 5.95 0.72 6.02		40x40x2.223	0.72	5.39		0.73	5.56	1	0.75	5.70
60x60x2.223 0.68 5.78 0.70 5.95 0.72 6.02		50x50x2.223	0.70	5.59		0.72	5.77		0.73	5.86
		60x60x2.223	0.68	5.78		0.70	5.95		0.72	6.02
20x20x2.54 0.81 5.54 0.82 5.76 0.83 5.86		20x20x2.54	0.81	5.54		0.82	5.76		0.83	5.86
30x30x2.54 0.75 5.43 0.76 5.61 0.77 5.69		30x30x2.54	0.75	5.43		0.76	5.61	J	0.77	5.69
40x40x2.54 0.72 5.45 0.73 5.58 0.74 5.71		40x40x2.54	0.72	5.45		0.73	5.58]	0.74	5.71
50x50x2.54 0.70 5.63 0.71 5.79 0.73 5.87		50x50x2.54	0.70	5.63		0.71	5.79		0.73	5.87

Capítulo 5

	60x60x2.54	0.68	5.78	0.70	5.94	l	0.71	6.08
	75x75x2.54	0.66	5.89	0.68	6.09		0.69	6.14
	80x80x3.175	0.64	5.86	0.66	6.05		0.67	6.07
	90x90x3.175	0.63	5.89	0.65	6.06		0.66	6.10
	Columnas (ama)	Kl/r	= 35	Kl/r	= 49		Kl/r	= 66
	Columnas (cms)	β	μ	β	μ		β	μ
10N40C	20x20x1.905	0.82	5.19	0.83	5.28		0.84	5.34
	40x40x1.905	0.72	4.97	0.73	5.07	1	0.75	5.13
	60x60x1.905	0.69	5.31	0.70	5.41		0.72	5.53
	30x30x2.223	0.75	5.00	0.76	5.07		0.77	5.10
	40x40x2.223	0.72	4.98	0.73	5.09		0.74	5.14
	60x60x2.223	0.68	5.41	0.70	5.53		0.71	5.58
	40x40x2.54	0.71	5.01	0.73	5.11		0.74	5.16
	60x60x2.54	0.68	5.47	0.70	5.59	1	0.71	5.65
	75x75x2.54	0.66	5.60	0.68	5.76		0.69	5.79
	80x80x3.175	0.64	5.61	0.66	5.70		0.67	5.72
	90x90x3.175	0.63	5.58	0.65	5.68		0.66	5.69

Evaluación de marcos planos

En la figura 5.4 se exponen las gráficas que muestran la tendencia general de los resultados obtenidos de los análisis realizados (tabla 5.3). El porcentaje de contribución del sistema de contravientos (parámetro β) se muestra en porcentaje; de manera que en las curvas, el extremo izquierdo con $\beta = 0.0$ representa el caso de un marco momento – resistente (sin contravientos), mientras que el extremo derecho con $\beta = 1.0$ representa el caso hipotético de una armadura (únicamente contravientos).



Capítulo 5

KL/r = 5510N8C 8.5 10N12C KL/r = 498.5 KL/r = 77Ductilidad (μ) - KL/r = 61KL/r = 967.5 7.5 KL/r = 73Ductilidad (μ) 6.5 6.5 ŀ. 5.5 5.5 4.5 4.5 0.7 0.5 0.6 0.8 0.9 1 ^{0.7} Beta ^{0.8} 0.5 0.6 0.9 1 Beta 10N20C 8.5 8.5 10N40C KL/r = 35Ductilidad (μ) KL/r = 49KL/r = 35Ductilidad (m) 7.5 7.5 • KL/r = 49KL/r = 69 $\cdot \cdot KL/r = 66$ 6.5 6.5 5.5 5.5 4.5 4.5 ^{0.7}Beta 0.6 0.5 0.8 0.5 0.6 0.8 0.9 0.7 0.9 1 Beta

Evaluación de marcos planos

Figura 5.4 Resultados de modelos realizados.

Con base en los resultados, en todos los modelos, independientemente de la relación de esbeltez del sistema de contravientos, se observa que la tendencia de los resultados es función de la contribución al cortante lateral resistente de los contravientos. Se nota una tendencia, los modelos relacionados con una menor aportación de los contravientos al cortante lateral resistente (β) están relacionados con un aumento en la ductilidad que puede desarrollar el marco.

Este incremento en la ductilidad del sistema deja de ser tan significativo a partir de una magnitud de β particular para cada modelo, pero se aprecia que la disminución en la capacidad de desarrollar ductilidad ocurre en un intervalo 0.70 < β < 0.85. Esta tendencia puede estar ligada a la transición que existe entre un marco con un comportamiento tipo armadura a un comportamiento tipo marco rígido.

En la figura 5.5 se muestra un resumen de los resultados discutidos anteriormente donde se pretende hacer notar la influencia de la altura de los modelos. Con este propósito, los resultados obtenidos se han agrupado en dos graficas distintas, una con los resultados de los modelos de 6 niveles y otra con los resultados de los modelos de 10 niveles. Los resultados se discuten en la misma escala y son función de la relación de esbeltez del sistema de contravientos KL/r definido por las curvas para distintas proporciones del parámetro β y de la ductilidad que desarrolló el sistema en los análisis inelásticos ante carga estática monótona creciente.

Capítulo 5

Evaluación de marcos planos



Figura 5.5 Comparación de resultados en función de la altura de los modelos

Una de las observaciones más evidentes de la figura 5.5 es el cambio que se observa en la pendiente de las curvas conforme aumenta la relación de aspecto o la altura de los marcos evaluados. La relación de aspecto de cada marco se presenta en la tabla 5.4 y se define como el cociente entre la altura total de la estructura con la longitud de la base.

Eva	luación	de	marcos	pl	lanos
-----	---------	----	--------	----	-------

Marco	Altura del modelo	Ancho del modelo	Relación de
6N4C		20 m	1.20
6N8C	24 m	44 m	0.55
6N18C		104 m	0.23
6N40C		232 m	0.10
10N8C		44 m	0.91
10N12C	40 m	68 m	0.59
10N20C		116 m	0.34
10N40C		232 m	0.17

Tabla 5.4 Relación de aspecto de cada modelo.

Este comportamiento señala que la influencia que tiene el parámetro β en la ductilidad (μ) desarrollada por los marcos disminuye conforme aumenta la relación de aspecto de los marcos. Es decir, una disminución de la altura del marco o de la relación de aspecto está asociada con una menor influencia del parámetro β (aportación al cortante resistente de los contravientos).

En la figura 5.5 también se muestra el límite propuesto por las NTCA-2017 para la magnitud del parámetro β sobre sistemas duales con marcos de acero con contravientos concéntricos. Para estos sistemas, la máxima ductilidad permitida es Q = 3.0, en cuyo caso se debe verificar que el marco sea capaz de resistir por lo menos el 30 % de las cargas sísmicas, que en términos del parámetro β equivale a 0.70. Así la magnitud del parámetro β = 0.7 aparenta ser un límite razonable dentro del conjunto de modelos evaluados en este estudio.

Para evaluar este comportamiento se utilizó la pendiente promedio de cada curva obtenida. Está pendiente promedio se definió como la pendiente que existe entre el punto inicial y final de cada una de las curvas, que se muestra en la figura 5.6.



Figura 5.6 Tendencia de pendientes promedio.

La diferencia principal entre los modelos de seis y diez niveles, con base en la tendencia de la pendiente en la figura 5.6, es la variabilidad que existe en la pendiente promedio. Además se observa que para las magnitudes de relación de aspecto pequeñas (H/B < 0.50) se observa menor influencia del parámetro β . La figura 5.6 se puede interpretar como entre mayor pendiente (cercana a 0) menor influencia del parámetro β . Con base en los resultados, los modelos de seis niveles reportan curvas que tienen una mayor variación entre las pendientes.

Evaluación de marcos planos

Adicionalmente, en la figura 5.5, cuando se compararon los resultados en función de la altura de los modelos, también se estudió la influencia de la relación de esbeltez de los contravientos en la respuesta de los modelos. Con base en los resultados, la esbeltez de los contravientos influye apreciablemente en el comportamiento no lineal de la estructura cuando la relación de aspecto es mayor a H/B> 0.50 como ocurre en los modelos 6N4C, 6N8C, 10N8C y 10N12C. Por otra parte la aportación al cortante lateral de los contravientos β tiene una influencia considerable en la capacidad dúctil de los marcos esbeltos (modelos con H/B > 0.50), donde a pesar de que los modelos tienen la misma relación de esbeltez en los contravientos, la disminución del parámetro β conlleva una reducción de la ductilidad μ que desarrolla el modelo.

En cambio, cuando la relación de aspecto de los modelos es menor a H/B< 0.50, la magnitud de la ductilidad desarrollada por los marcos es prácticamente la misma independientemente de la relación de esbeltez de contravientos y del parámetro β .

Para intentar aislar el efecto que tiene la relación de esbeltez en los contravientos en el comportamiento de los marcos analizados, en la figura 5.7 se muestra el intervalo de ductilidad obtenida en términos de la relación de esbeltez. Es valioso hacer notar que en este estudio, la respuesta del conjunto de modelos que tienen la misma relación de esbeltez de contravientos varía en un intervalo muy corto, debido a que la modificación del parámetro β se basa en el rediseño de las secciones transversales de las columnas.



Figura 5.7 Comparación de resultados en función de KL/r y μ .

Evaluación de marcos planos

Se realizaron ocho configuraciones distintas de marcos y en cada una de estas configuraciones se utilizaron tres esbelteces distintas (tabla 5.3). En cada una de las relaciones de esbeltez propuestas se varió el parámetro β , modificando la sección transversal de las columnas que conforman el marco. Entonces en la figura 5.7, se muestra la media (± una desviación estándar) de la ductilidad obtenida por cada grupo de análisis en función de la relación de esbeltez *KL/r* del sistema de contravientos de cada marco evaluado.

En la figura 5.7 se nota que los modelos con relaciones de aspecto mayor a H/B>0.5 (6N4C, 6N8C, 10N8C y 10N12C) están relacionados con un intervalo grande de posibles ductilidades que podrían desarrollar. Mientras que otros modelos como 6N18C y 6N40C desarrollaron prácticamente la misma magnitud de ductilidad independientemente de la relación de esbeltez del sistema de contravientos KL/r.

En la figura 5.7 no se observa una tendencia predominante del efecto de la esbeltez KL/r sobre la ductilidad que desarrollan los modelos. Se hace notar que las NTCA-17 solicitan que la relación de esbeltez máxima para marcos con contravientos concéntricos dúctiles con acero, que tenga un esfuerzo de fluencia F_y = 3,515 kg/cm², sea igual a KL/r = 96 (capítulo 1). Así, en general, los marcos que tienen contravientos robustos tienden a desarrollar una ductilidad ligeramente mayor a la que desarrollaron modelos con contravientos esbeltos. Es importante mencionar que estos resultados no toman en cuenta el efecto de cargas cíclicas y tampoco el efecto de la fractura en el contraviento, lo cual se ha demostrado tiene una influencia en la ductilidad desarrollada por los contravientos (ver capítulo 1.2).



Figura 5.8 Diferencia en ductilidades en función de los niveles.

Con base en los resultados (figura 5.5) igualmente se notó una dependencia de los resultados en función de la altura de los modelos. En la figura 5.8 se muestra la diferencia que se obtuvo en las ductilidades en función de los niveles de los modelos. La altura de las barras indica la media de todas las ductilidades obtenidas para cada caso de niveles en particular. Las marcas de error muestran las magnitudes máximas y mínimas de ductilidad desarrolladas en cada caso para hacer notar la variabilidad de los resultados. Se aprecia que los modelos de 10 niveles tuvieron una tendencia hacia un comportamiento menos dúctil que los modelos de 6 niveles, independientemente de la relación de aspecto H/B.

Evaluación de marcos planos

La tendencia de estos resultados está de acuerdo al planteamiento propuesto en la norma Canadiense (CSA-06), donde se restringe la ductilidad de diseño para marcos con contravientos concéntricos dúctiles a partir de los 40 metros de altura a una magnitud de 2. En la figura 5.9 se muestra las magnitudes de ductilidad permitida por la norma Canadiense para marcos con contravientos concéntricos dúctiles (MD) y marcos con contravientos concéntricos regulares (LD).



Figura 5.9 Variación de ductilidad en función de altura según CSA-06.

De hecho, otras investigaciones en marcos de acero con contraventeo concéntrico han reportado una dependencia entre la altura de los edificios y la ductilidad que puede desarrollar el sistema como Tapia y Tena (2011), Izvernari *et al.* (2007) y Tremblay y Robert (2001). Esta observación no está actualmente incluida en los reglamentos internacionales vigentes (con excepción del Canadiense).

5.4 Conclusiones

En este capítulo se evaluó la respuesta ante carga monótona creciente de cuatro marcos de seis niveles y cuatro marcos de diez niveles, donde se varió la relación de esbeltez del sistema de contravientos y la contribución al cortante lateral resistido por los contravientos que se definió por medio de un parámetro β . En total se realizaron 432 análisis no lineales ante carga estática monótona creciente para intentar identificar la influencia de la relación de esbeltez en la ductilidad desarrollada por marcos con contravientos concéntricos en función de la esbeltez de los contravientos y además el parámetro β . Los puntos principales se muestran a continuación.

• Se identificó una relación entre la contribución del sistema de contravientos al cortante lateral resistente y la ductilidad que puede desarrollar el sistema, que es especialmente notoria cuando la relación de aspecto de los marcos es mayor a H/B>0.50, donde H es la altura del modelo y B es la base.

Evaluación de marcos planos

- En esta investigación, se definió el último paso en los análisis considerando la capacidad real de las estructuras y no por el colapso matemático basado en la cantidad máxima de iteraciones que el programa puede resolver. En esta investigación se definió el último paso de la curva de capacidad como el paso donde alguna de las conexiones de los marcos momento resistente superaba una rotación de 0.045 radianes. Esta magnitud se estableció con base en pruebas experimentales. Pese a esto, las ductilidades obtenidas son más altas de las capacidades que se estiman en los reglamentos.
- La disminución de la relación de aspecto del marco tiende a ocasionar una disminución en el efecto que tiene el parámetro β sobre la ductilidad desarrollada. De hecho, cuando la relación de aspecto de los marcos H/B es baja aún para una misma relación de esbeltez de los contravientos KL/r, la ductilidad que puede desarrollar el sistema es prácticamente la misma aunque se haya modificado el parámetro β . Esto puede ser debido a la mayor redundancia que se tuvo en los marcos con baja relación de aspecto.
- A pesar de no haber realizado análisis cíclicos para tomar en cuenta los efectos histeréticos en la respuesta inelástica de los contravientos, se obtuvieron resultados que señalan que existe una ligera influencia de la relación de esbeltez de los contravientos en la ductilidad desarrollada por los marcos contraventeados. Con base en los resultados, los marcos que tienen contravientos robustos son capaces de desarrollar ligeramente más ductilidad que la que pueden desarrollar marcos con contravientos esbeltos, independientemente de la aportación del parámetro β.
- Se identificó una dependencia entre la altura de los modelos H y la ductilidad que pueden desarrollar independientemente de la relación de esbeltez de los contravientos y el parámetro β . Esta observación ya había sido identificada anteriormente por otros estudios y no está actualmente incluida en los reglamentos especializados vigentes.
- Con base en los resultados, se notó que sin importar la relación de esbeltez de los contravientos, los sistemas se relacionaban con una reducción de su capacidad dúctil cuando la aportación de los contravientos es mayor al 70% (β = 0.70). Estos resultados están en concordancia con el límite establecido en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del 2017.

CAPÍTULO 6 Conclusiones

Conclusiones

6 Conclusiones

6.1 Conclusiones generales

En esta investigación se estudia el comportamiento de marcos de acero dúctiles con contravientos concéntricos. Los marcos se diseñaron siguiendo estrictamente los criterios del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal vigente para la máxima ductilidad permitida y se ubicaron virtualmente en suelo blando. El estudio pretende evaluar la influencia de la relación de esbeltez del sistema de contravientos en la respuesta inelástica de las estructuras. Por esta razón, se realizaron análisis inelásticos ante carga estática monótona creciente en el programa *OpenSees*, a través de detallados modelos que tomaron en cuenta los resultados de un estudio paramétrico.

Desde el punto de vista del comportamiento del contraviento como elemento aislado en esta investigación se estableció que su respuesta inelástica es compleja y se hizo notar que existen varios estudios experimentales que lo demuestran. Una de las más importantes complicaciones es el comportamiento asimétrico que tienen los contravientos ante ciclos inelásticos, debido a que la respuesta en tensión es diferente a la respuesta en compresión. Entre mayor sea la esbeltez del contraviento (KL/r), mayor será la diferencia entre la resistencia a compresión y la resistencia a tensión del contraviento, lo cual es ocasionado por el fenómeno de pandeo. Precisamente, por esta razón se restringe en varios reglamentos la esbeltez de los contravientos a un límite máximo como se discutió en esta investigación.

Otro aspecto importante es que debido a la falla por pandeo en compresión, el contraviento tiende a concentrar deformaciones inelásticas al centro del claro. Esto conlleva eventualmente a la fractura del mismo, lo que es difícil de modelar adecuadamente en los programas de análisis. La cantidad de ciclos (compresión-tensión) que resiste el contraviento antes de fracturarse es función de la relación ancho – espesor de la sección utilizada y de la esbeltez del contraviento. Se ha observado que disminuir la relación ancho – espesor y/o aumentar la esbeltez retardan la fractura.

Ahora, desde el punto de vista del comportamiento global, el marco con contravientos concéntricos también desarrolla una respuesta inelástica compleja. Evidentemente, esto está asociado directamente al comportamiento del contraviento, el cual depende significativamente de la resistencia a compresión donde la falla es por pandeo global. Se ha observado en diversas investigaciones que los mecanismos de colapso en estos sistemas estructurales están asociados a concentraciones de daño en niveles inferiores. De hecho, como se discute más adelante, en este estudio se observó la misma tendencia pese a que se siguió estrictamente un diseño por capacidad (capítulo 4).

En este estudio se discute una comparativa de distintas propuestas para la definición de la ductilidad entre diferentes reglamentos especializados. Se observa que existe un consenso en el hecho de que los marcos con contraventeo concéntrico son capaces de desarrollar una ductilidad limitada en comparación con otros sistemas como los marcos con contravientos excéntricos. Además, se hizo notar que algunos reglamentos definen la expectativa del comportamiento inelástico esperado en función de la relación de esbeltez del sistema de contravientos, la

Conclusiones

configuración geométrica, la altura total de la estructura, la contribución al cortante lateral resistente del marco (trabes y columnas), entre otros. Así, la determinación de la capacidad dúctil de este sistema estructural cambia considerablemente de un reglamento a otro.

Se realizaron análisis inelásticos en el programa de análisis no lineal *OpenSees*. Este programa fue desarrollado en la Universidad de California y tiene acceso libre con uso de investigación. En él se pueden realizar modelos no lineales y cuenta con extensas librerías de elementos, materiales, algoritmos de solución numérica, entre otras. Además, existe una gran cantidad de información sobre cómo utilizar el programa. En múltiples estudios internacionales se utiliza esta herramienta debido a su accesibilidad, precisión y capacidad.

En esta investigación se realizó un detallado estudio paramétrico que pretendía favorecer la toma de decisiones sobre el modelado en *OpenSees* de marcos con contravientos concéntricos. Con este propósito, se realizó un estudio del estado del arte sobre el modelado de estos sistemas. Así, se determinaron los parámetros que afectan la respuesta no lineal de los contravientos concéntricos ante cargas estáticas monótonas crecientes y ante análisis dinámicos. Entre los factores principales que se identificaron esta la discretización del contraviento en subelementos, la deformación inicial al centro del claro del contraviento, la influencia del tipo de apoyo que se utiliza para los contravientos, el modelo constitutivo del material, los puntos de integración en cada elemento y la utilización de modelos matemáticos para replicar la fatiga del contraviento.

Para determinar la influencia de estos parámetros se utilizaron dos modelos distintos, uno que representa un contraviento aislado y otro que representa un marco contraventeado de dos pisos que se diseñó mediante la filosofía de diseño por capacidad. Así, el estudio paramétrico se basa en las modificaciones que se fueron planteando a estos dos modelos ante demandas estáticas y dinámicas, de manera que se fueron variando los parámetros para evaluar su influencia y, por ende, calibrar los modelos que se usaron en esta investigación.

En el proceso, fue necesario asegurarse que la propuesta de modelado concuerde con los resultados obtenidos en pruebas experimentales para obtener resultados coherentes y realistas. Por ejemplo, la discretización longitudinal del contraviento en subelementos permite representar la inestabilidad del pandeo global y los efectos de segundo orden, por lo que en este estudio se establecieron los criterios para encontrar un equilibrio entre precisión necesaria de carga de pandeo y el tiempo de ejecución de análisis en una computadora personal. Por otra parte, la deformación inicial al centro se utiliza para propiciar la inestabilidad por pandeo en el modelo analítico y su magnitud está directamente relacionada a la resistencia de compresión que desarrolla el contraviento.

En el ámbito de la ingeniería estructural práctica no es común realizar análisis complejos no lineales. Esto conlleva a que los marcos con contravientos concéntricos sean diseñados con los requerimientos de la norma vigente, sin necesidad estudiar más detalladamente el comportamiento de estos sistemas. Por ende es de suma importancia que los reglamentos planteen soluciones prácticas y seguras para el diseño de los contravientos concéntricos. Por ejemplo promover mecanismos de falla que retarden el colapso de estas estructuras, exigir la utilización de secciones adecuadas para evitar fallas locales en los elementos, requerir que las conexiones sean adecuadas para el desempeño correcto de los contravientos, ofrecer ayudas de diseño para la determinación de la capacidad en comprensión, entre otros.

Conclusiones

Como parte del proceso de análisis y diseño de los marcos de acero con contraventeo concéntrico, en el Capítulo 3 de este trabajo, se discute el planteamiento de la filosofía de diseño por capacidad. Esta filosofía tiene la premisa de inducir en la estructura un mecanismo de falla, que distinga líneas de defensa conforme a las necesidades del proyecto y el criterio del diseñador estructural. Existe documentación amplia sobre la necesidad de diseñar estructuras donde se promuevan mecanismo de falla que retarden el colapso y permitan un daño controlado de la estructura. En este capítulo se discute cual es el mecanismo más favorable para estructuras con contravientos concéntricos y se realiza un ejemplo de diseño.

El comportamiento esperado de los marcos con contravientos concéntricos se basa en que el daño inicie mediante el pandeo por compresión o la fluencia por tensión de los contravientos. Posteriormente, se pueden formar articulaciones plásticas en las trabes y, finalmente, se espera que haya poco o nulo daño en las columnas. Evidentemente, este mecanismo intenta retardar el fallo de las columnas que soportan las cargas gravitacionales. Para lograr este comportamiento es necesario tomar en cuenta varios conceptos fundamentales de la filosofía de diseño por capacidad.

El concepto de sobrerresistencia del material tiene un papel importante dentro del planteamiento de diseño por capacidad. En el proceso de fabricación de los materiales existe una variabilidad inherente en la resistencia real de los materiales. En la práctica se utilizan magnitudes conocidas como resistencias nominales que son magnitudes obtenidas de algún parámetro estadístico que permite garantizar cierto nivel de confianza en que se cumpla dicha resistencia. Este planteamiento está relacionado con la posibilidad de que en la práctica se reporten magnitudes de resistencia superiores a la resistencia nominal. Este fenómeno se le conoce como sobrerresistencia y debe ser tomado en cuenta en el diseño por capacidad. Su relevancia en el diseño por capacidad se debe a que si se pretende estimar un mecanismo de falla específico, es necesario contar con una estimación real de las capacidades máximas de los elementos estructurales. En caso contrario, podrían existir situaciones donde los elementos que debían desarrollar algún daño permanezcan con un comportamiento predominantemente elástico.

Una vez que se establecieron los parámetros para realizar el estudio, se analizó la respuesta de la estructura en un marco de seis niveles que tenía el propósito de mostrar el procedimiento que se emplearía en la investigación.

Para determinar la relación de esbeltez de los contravientos se utilizó un método iterativo donde es necesario empezar con ciertas suposiciones del sistema de contravientos (magnitud del factor de longitud efectiva K y la longitud no arriostrada L) para, posteriormente, determinar la resistencia del contraviento y revisar si satisface las demandas impuestas. El proceso iterativo se debe a que es necesario corregir las suposiciones iniciales hasta alcanzar un equilibrio entre la sección transversal del contraviento que satisface la demanda y la geometría final de sus conexiones. Si se pretende obtener resultados realísticos de análisis no lineales de marcos con contravientos concéntricos es fundamental contar con una representación real de la esbeltez del contraviento. Como se ha discutido, en este estudio fue necesario diseñar una gran cantidad de secciones de contravientos mediante la filosofía de diseño por capacidad. Con base en los resultados, se sugiere que la longitud no arriostrada como parte del proceso inicial de diseño se considere como un 79 por ciento de la longitud a ejes.

Conclusiones

Con base en los análisis de los marcos de seis niveles evaluados, fue posible asegurar que los análisis inelásticos ante carga estática monótona creciente modelados en *OpenSees* tenían congruencia con el mecanismo de colapso supuesto y que la respuesta del sistema coincidía con los resultados de pruebas experimentales. Además, cuando se estudió la evolución del daño en los elementos estructurales que conforman el marco, se observó que el incremento de carga axial en las columnas, asociada a la respuesta de los contravientos, sobreestima la magnitud que finalmente deberán soportar las columnas. Esta observación apunta a que la filosofía de diseño por capacidad es conservadora en la estimación de la axialización de las columnas y existe la posibilidad de realizar estudios adicionales para intentar disminuir esta diferencia.

Adicionalmente, con el propósito de que los resultados tuvieran congruencia con la capacidad real que pueden desarrollar las estructuras, se limitó la respuesta de las conexiones trabe – columna de los marcos a una rotación inelástica igual a 0.045 radianes. Esta magnitud se estableció a partir de los resultados de pruebas experimentales desarrolladas en estudios previos. Así, el último paso de las curvas de capacidad estudiadas se estableció cuando alguna de las conexiones trabe – columna superaba esa magnitud, aunque el programa empleado tuviera capacidad para desarrollar matemáticamente más iteraciones. La definición de la ductilidad del sistema se estableció siguiendo los criterios del FEMA 356. Con base en esto, la capacidad máxima de los marcos no está definida mediante el colapso matemático o la capacidad del programa para realizar iteraciones sino por la capacidad real de los elementos que conforman la estructura.

Cuando se estudió la evolución de demanda en los elementos que conformaban el marco, en algunos casos, la demanda por carga axial en las trabes quedó subestimada con la que se consideró en la etapa de diseño. A pesar de esta discrepancia no se observó un cambio en la respuesta global del marco analizado debido a esa axialización de las trabes. La necesidad de realizar análisis futuros para determinar alguna metodología más apropiada para la estimación de la axialización en las trabes quedó fuera de los alcances del proyecto, pero será necesario que sea reevaluada en otros proyectos de investigación.

Con base en todo lo anterior, se diseñaron ocho marcos de acero con contraventeo concéntrico para evaluar su respuesta ante carga estática monótona creciente. Se analizaron cuatro marcos como parte de una edificación de seis niveles de altura y cuatro marcos como parte de una edificación de seis niveles de altura y cuatro marcos como parte de una edificación de diez niveles con distintas cantidades de crujías cada uno. La necesidad de aumentar la cantidad de crujías pretendía disminuir la participación al cortante lateral resistente del sistema de contravientos, que en este estudio se definió mediante el parámetro β . De manera que, un parámetro β = 0.0 representa el caso hipotético de un marco momento – resistente sin contravientos, mientras que un parámetro β =1.0 representa el caso de una armadura.

Además, para cada uno de los marcos diseñados se consideraron tres posibles soluciones del sistema de contravientos con tres distintas relaciones de esbeltez para los contravientos. Para cada una de ellas, se modificó la sección transversal de las columnas del marco para variar en cada caso el parámetro β (aportación del sistema de contravientos al cortante lateral resistente). Con este panorama, se realizaron 432 distintas combinaciones dentro de los ocho marcos diseñados. En especial, se estudió la ductilidad que era capaz de desarrollar el sistema en función de la relación de esbeltez del sistema de contravientos y su contribución lateral, a partir del parámetro β .

Conclusiones

Las principales conclusiones de la investigación se resumen en lo siguiente:

• Se identificó una relación entre la contribución del sistema de contravientos al cortante lateral resistente (parámetro β) y la ductilidad que puede desarrollar el sistema. Especialmente, esta observación es notoria cuando la relación de aspecto de los modelos es mayor a H/B> 0.50. En esos modelos, el aumento del parámetro β está relacionado con una disminución de la ductilidad que pueden desarrollar los marcos. Esa disminución súbita ocurre cuando la magnitud del parámetro está en el intervalo 0.70 < β < 0.85. Entonces, la definición de la ductilidad objetivo que pueden desarrollar los modelos debe estar limitada en función de la aportación al cortante lateral resistente que proporciona el sistema de contravientos.

Actualmente, las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del 2017 solicitan que la aportación de las columnas del marco sea al menos del 30 por ciento ($\beta = 0.70$), lo que coincide con la tendencia de los resultados obtenidos en esta investigación y justifica la relevancia del parámetro β en estructuras dúctiles. Por otra parte, cuando la relación de aspecto es menor a H/B< 0.50, se nota poca influencia entre la contribución al cortante lateral resistente del sistema de contravientos y la ductilidad que puede desarrollar el sistema.

- Con base en los resultados de este estudio, la relación de esbeltez de los contravientos tienen poca influencia en la ductilidad que puede desarrollar el sistema. En los marcos estudiados, los contravientos robustos están asociados con una respuesta de marcos más dúctiles, mientras que los modelos con contravientos esbeltos están relacionados con una reducción de la capacidad inelástica.
- Cuando se estudiaron los resultados en función de la altura de los modelos, se notó una tendencia en la que los modelos de menor altura eran capaces de desarrollar una mayor ductilidad; mientras que los marcos de mayor altura estaban asociados a una menor ductilidad. Esta interdependencia entre la altura de los modelos y la ductilidad que pueden desarrollar, coincide con los resultados de otras investigaciones y, de hecho, ya ha sido reconocida en el Reglamento sísmico de Canadá.

Esas condiciones, sugieren incorporar a los reglamentos actuales una limitación en la ductilidad esperada desde la etapa de diseño en función de la altura, donde modelos de baja altura serían capaces de desarrollar en forma estable incursiones inelásticas de lo que podrían alcanzar estructuras altas con las mismas condiciones y sistema estructural.

Conclusiones

6.2 Futuros estudios

El paso siguiente más evidente para esta línea de investigación es evaluar los resultados en modelos de edificios estructurados con marcos con contravientos en tres dimensiones. Con esto, se pretende que los resultados confirmen los resultados de este estudio o en dado caso los refuten. Además, sería recomendable incluir en el modelo los efectos de fatiga del acero ante demandas cíclicas, a partir de los resultados propuestos por algunos autores (ver capítulo 2.3.1).

Igualmente, se sugiere que se efectúen análisis no lineales ante demandas como el cíclico, dinámico paso a paso o dinámico paso a paso incremental (IDA por sus siglas en inglés). Con estos tipos de análisis se pueden obtener resultados que incluyan los efectos de degradación que existen en estructuras de acero.

BIBLIOGRAFÍA

7 Bibliografía:

- 1. AISC 303-10 (2010). "Code of standard practice for steel buildings and bridges". *American Institute of Steel Construction.* Estados Unidos de América.
- 2. AISC 360-10 (2010). "Specification for Structural Steel Buildings". *American Institute of Steel Construction*. Estados Unidos de América.
- 3. AISC 341-10 (2010). "Seismic Provisions for Structural Steel Buildings". *American Institute of Steel Construction*. Estados Unidos de América.
- 4. AISC 341-16 (2016). "Seismic Provisions for Structural Steel Buildings". *American Institute of Steel Construction*. Estados Unidos de América.
- 5. ASCE/SEI 7-10 (2010). "Minimum design loads for buildings and other structures". *American Society of Civil Engineers.* Estados Unidos de América.
- 6. ASCE/SEI 7-16 (2016). "Minimum design loads for buildings and other structures". *American Society of Civil Engineers.* Estados Unidos de América.
- 7. Astaneh-Asl, A., Cochran, M.L. y Sabelli, R. (2006). "Seismic detailing of gusset plates for special concentrically braced frames". Steel tips, technical information and product service. Structural steel educational council. July.
- 8. Astaneh-Asl, A., Goel, S.C., and Hanson, R.D. (1982). "Cyclic behavior of double angle bracing members with end gusset plates," *Research report UMEE 82R7*, Department of Civil Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI.
- Astaneh-Asl, A., Goel, S.C., and Hanson, R.D. (1982). "Earthquake-resistant design of double angle bracing," *Engineering Journal*, American Institute of Steel Construction, Vol. 23, No 4, pp.133-147.
- 10. Bruneau, M., Uang, C., y Sabelli, R. (2011). "Ductile design of steel structures". McGraw-Hill.
- 11. CSA 2005. CSA-S16S1-05 suplemento No. 1 a CAN/CSA-S16-01. "Limit states design of steel structures". *Canadian standard association*, Toronto, ON.
- 12. D'Aniello, M., La Manna Ambrosino, G., Portili, F., y Landolfo, R. (2015). "The influence of out-of-straightness imperfection in physical theory models of bracing members on seismic performance assessment of concentric braced structures". *The structural design of tall and special buildings*, Vol. 24, pp. 176-197.
- 13. De Souza, R. M. (2000). "Force-based finite element for large displacement inelastic analysis of frames". *Tesis doctoral*, Universidad de California, Berkeley.
- 14. Denavit, D. M. y Hajjar, F. J. (2013). "Description of geometric nonlinearity for beamcolumn analysis in OpenSees", *Report No. NEU-CEE-2013-02*. Department of Civil and Environmental Engineering, Northeastern University, Boston Massachusetts.
- 15. Dicleli, M. y Calik, E.E. (2008). "Physical theory hysteretic model for steel braces". Journal of structural engineering, 134, No 7, 1215-1228.

- EC8-03 (2003) Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. *European committee for standardization*. Unión Europea.
- Fell, B., Kanvinde, A., Deierlein, G. y Myers, A. (2009). "Experimental investigation of inelastic cyclic buckling and fracture of steel braces". *Journal of structural engineering*. ASCE, Vol. 135, No 1, pp. 19-32.
- 18. FEMA-355A (2000). "State of the art report on base metals and fracture". *Federal emergency management agency*. Estados Unidos de América.
- 19. FEMA-356 (2000). "Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings". *Federal emergency management agency*. Estados Unidos de América.
- 20. FEMA-P695- ATC-63 (2008). "Quantification of building seismic performance factors". *Federal emergency management agency*. Estados Unidos de América.
- 21. Galambos, T.V. y Surovek, A.E. (2008). "Structural stability of steel: concepts and applications for structural engineers". New Jersey, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- 22. Haddad, M., Brown, T. y Shrive, N. (2011). "Experimental cyclic loading of concentric HSS braces". *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 38, pp. 110-123.
- 23. Han, S-W., Kim, W. T. y Foutch, D. A. (2007). "Seismic behavior of HSS bracing members according to width-thickness ratio under symmetric cyclic loading". *Journal of structural engineering* ASCE, Vol. 133, No 2, pp. 264-273.
- 24. Hsiao, P.-C., Lehman, D. E., y Roeder, C. W. (2013). "A model to simulate special concentrically braced frames beyond brace fracture". *Earthquake engineering & structural dynamics*, Vol. 42, pp. 183-200.
- 25. Hsiao, P.-C., Lehman, D. E., y Roeder, C. W. (2012). "Improved analytical model for special concentrically braced frames". *Journal of constructional steel research*, Vol. 73, pp. 80-94.
- 26. IMCA (2014). "Manual de construcción en acero". 5ª Edición. Instituto Mexicano de la construcción en Acero. Editorial LIMUSA.
- 27. Izvernari, C., Lacerte, M. y Tremblay, R. (2007). "Seismic performance of multi-storey concentrically braced steel frames designed according to the 2005 Canadian seismic provisions". *Proceedings Ninth Canadian Conference on Earthquake Engineering*. Ottawa.
- 28. Jain, A. K., Hanson, R. D., y Goel, S. C. (1978). "Inelastic response of restrained steel tubes". *Journal of structural division*, Vol. 104, No 6, pp. 897-910.
- 29. Lee, K. y Bruneau, M. (2005). "Energy dissipation of compression members in concentrically braced frames: review of experimental data". *Journal of structural engineering* ASCE, Vol. 131 No 4, pp. 552-559.
- 30. Marino, E. M. y Nakashima, M. (2005). "Seismic performance and new design procedure for chevron-braced frames". *Earthquake engineering and structural dynamics*, 35, 433-452.
- Martin del Campo, I. T. (2013). "Estudio experimental de conexiones de acero a momento de vigas I con columna rectangular HSS". Tesis de maestría. Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco.

- 32. Mazzoni, S., McKenna, F., Scott, M. y Fenves, G. (2006), "Open system for earthquake engineering simulation, user command-language manual", *Report NEES grid-TR 2004-*21. Pacific Earthquake Engineering Research, University of California, Berkeley, CA. http://opensees.berkeley.edu.
- 33. NTCM-DF-2004 (2004). Normas técnicas complementarias para el diseño y construcción de estructuras metálicas. Gaceta oficial del Distrito Federal. Octubre, México.
- 34. NTCA-2017 (2017). Normas técnicas complementarias para el diseño y construcción de estructuras de acero. En prensa, México.
- 35. NTCS-2017 (2017). Normas técnicas complementarias para el diseño por sismo. En prensa. México.
- 36. Salawdeh, S. y Goggins, J. (2013). "Numerical simulation for steel brace members incorporating a fatigue model". *Engineering structures*, Vol. 46, pp. 332-349.
- Shaback, B. y Brown, T., (2003). "Behaviour of square hollow structural steel braces with end connections under reversed cyclic axial loading". *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 30, pp. 745-753.
- 38. SAP2000 v14.1 (2014). "Computers and Structures Inc." Berkeley, California.
- Spacone, E., Filippou, F.C. y Taucer, F.F. (1996). "Fibre beam-column model for nonlinear analysis of R/C frames: part I. formulation". *Earthquake engineering and structural* dynamics, Vol. 25, pp. 711-725.
- 40. Tada, M., Fukui, T., Nakashima, M. y Roeder, C.W. (2003). "Comparison of strength capacity for steel building structures in the United States and Japan". *Earthquake engineering and engineering seismology*. Vol. 4. No. 1. Pp. 37-49.
- 41. Tapia, E., García, J.S. y Del Rincón, A. (2016). "Estudio paramétrico del modelado inelástico de contravientos de acero". *Revista de ingeniería sísmica*, Vol. 94, pp. 49-74. México.
- 42. Tapia-Hernández E y S. Gutiérrez Muñoz (2016). "Respuesta inelástica de marcos dúctiles de acero ante patrones de carga". *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*. Vol. 21. No. 1. Pp. 105-122.
- 43. Tapia Hernández E. y Tena Colunga, A. (2011). "Factores de ductilidad y sobrerresistencia en marcos de acero con contraventeo chevrón". *Revista de Ingeniería Sísmica*, Vol. 84, pp. 47-68. México.
- 44. Tapia, E., Tremblay, R., Tena-Colunga, A., Izvernari, C. y Lacerte, M. (2009). "Estudio de la axialización de columnas en marcos de acero con contraventeo concéntrico en suelo firme". *Memorias, XVII Congreso nacional de ingeniería sísmica*. Puebla, Puebla.
- 45. Terzic, V (2013). "Modeling SCB frames using beam-column elements". OpenSees Seminar. *Pacific earthquake engineering research center*.
- 46. Tirca, L. y Chen, L. (2014). "Numerical simulation of inelastic cyclic response of HSS braces upon fracture". *Advanced Steel Construction*, Vol. 10, No 4, 442-462.
- 47. Tremblay, R. (2002). "Inelastic seismic response of steel bracing members". Journal of constructional steel research, Vol. 58, pp. 665-701.

- Tremblay, R. (2008). "Influence of brace slenderness on the fracture life of rectangular tubular steel bracing members subjected to seismic inelastic loading". *Structures Congress*, pp. 1-10.
- 49. Tremblay, R. y Robert, N. (2001). "Seismic performance of low- and medium-rise chevron braced steel frames". *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 28, pp. 699-714.
- 50. Tremblay, R. (2002). "Inelastic seismic response of steel bracing members". Journal of constructional steel research, Vol. 58, pp. 665-701.
- 51. Uriz, P., Filippou, F. C., y Mahin, S. A. (2008). "Model for cyclic inelastic buckling of steel braces". *Journal of structural engineering* ASCE, Vol. 134 No 4, ppp. 619-628.
- 52. Uriz, P. y Mahin, S.A. (2008). "Toward earthquake-resistant design of concentrically braced steel-frame structures". *Report 2008/08*, Pacific earthquake engineering research center. PEER
- 53. Wijesundara, K.K., Nascimbene, R. y Rassati, G.A. (2014). "Modeling of different bracing configurations in multi-storey concentrically braced frames using a fiber-beam based approach". *Journal of constructional steel research*, Vol. 101, pp. 426-436.

APÉNDICE A

Estimación de longitud efectiva

Estimación de longitud efectiva

A. Estimación de longitud efectiva

Durante el desarrollo de este estudio se diseñaron las conexiones del contraviento al marco rígido. Como se menciona en el capítulo 4, el proceso de este diseño es iterativo ya que al inicio es necesario suponer una longitud no arriostrada del contraviento para determinar su resistencia a compresión. Una opción es suponer la longitud nodo a nodo del elemento (longitud a ejes), lo cual implica recalcular la capacidad del contraviento debido a que la dimensión de la columna, la trabe y la placa de conexión se diseñan en una etapa posterior. Entonces, utilizando los diseños realizados, en este apéndice se discute una propuesta para estimar la longitud no arriostrada de un contraviento desde la etapa de prediseño.

En la figura A.1 se muestra un esquema de las dimensiones de longitud efectiva (L_{ef}) y longitud a ejes (L_{ejes}) de un contraviento. La relación entre estas magnitudes (L_{ef}/L_{ejes}) es el parámetro que se propone en este apéndice. Con el propósito de facilitar la discusión, a la proporción entre las longitudes se le denominará $\eta = L_{ef}/L_{ejes}$.



Figura A.1 Esquema de longitud efectiva y longitud a ejes.

Con base en los diseños de las columnas, trabes y placas de conexión efectuados en esta investigación, los resultados se usaron para intentar identificar alguna tendencia y proponer alguna magnitud adecuada.



Apéndice A

Estimación de longitud efectiva

Con base en los resultados, se consideraron las longitudes de 24 contravientos diseñados y con el propósito de establecer una referencia de la posible variación del parámetro η , se realizó un estudio estadístico (figura A.2). Mediante una distribución log-normal, se obtuvieron $\lambda = -0.2402$ y $\xi = 0.0668$ (ecuaciones A.1 y A.2).

$$\xi = \sqrt{Ln(1 + CV^2)} \tag{A.1}$$

$$\lambda = Ln(\mu) - \xi^2/2 \tag{A.2}$$

Donde μ es la media de los datos y CV es la desviación estándar. Con base en los resultados, se identifica que una magnitud conservadora de la longitud no arriostrada de los contravientos ocurre en la media iguala a $\eta = 0.79$.

Por otra parte, para realizar una mejor aproximación al parámetro η se estudió si este parámetro muestra alguna dependencia de la relación de esbeltez del contraviento KL/r. En la figura A.3 se observan las magnitudes de η en función de la esbeltez.



Figura A.3 Distribución de resultados de η en función de la esbeltez de los contravientos

Como se aprecia (figura A.3), existe una ligera relación entre el parámetro η y la esbeltez del elemento KL/r, donde contravientos robustos tienden a una menor longitud, seguramente por la dimensión de la placa de conexión. Mediante una regresión lineal, se calculó la tendencia de la curva lineal que queda definida por la ecuación A.3.

$$\eta = 0.667 + \left(1.682 \times 10^{-3} \left(\frac{KL}{r}\right)\right)$$
 (A.3)

Apéndice A

Estimación de longitud efectiva

En los intervalos de esbeltez utilizados (35 < KL/r < 135) esta ecuación podría utilizarse para aproximar una magnitud de η para iniciar un proceso de prediseño. Si no se desea utilizar la ecuación, utilizar la magnitud de la media η = 0.79 es una buena aproximación.

Igualmente, es importante mencionar que estos resultados únicamente consideran el diseño de las conexiones de los contravientos en los marcos estudiados en esta investigación con una única configuración del sistema de contravientos (figura 5.1); de manera que es probable que configuraciones y condiciones distintas puedan estar relacionadas con resultados diferentes de la magnitud propuesta para el parámetro η .