

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUTO DE FÍSICA



PROPIEDADES ÓPTICAS NO LINEALES EN ANILLOS  
CUÁNTICOS DE *GaAs*

POR

RICARDO LEÓN RESTREPO ARANGO

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA EL GRADO EN MAestrÍA EN FÍSICA



**Universidad de Antioquia**  
**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
**Instituto de Física**

Los miembros del Comité de postgrado de la Universidad de Antioquia recomendamos que el Trabajo de Investigación “Propiedades ópticas no lineales en anillos cuánticos de *GaAs*”, realizado por el estudiante Ricardo León Restrepo Arango, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Física.

---

Carlos A. Duque  
Director

---

Manuk G. Barseghyan  
Co-director

---

Miguel E. Mora  
Revisor

---

Jairo H. Marín  
Jurado 1

---

Juan C. Martínez  
Jurado 2

Vo. Bo.

---

Diego Restrepo  
Instituto de Física

Medellín, Antioquia, Octubre 2012

# ÍNDICE GENERAL

---

<b>Resumen</b>	<b>VI</b>
<b>Abstract</b>	<b>VII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Preliminares</b>	<b>7</b>
2.1. Energía de electrón libre en un anillo cuántico . . . . .	7
<b>3. Propiedades ópticas no lineales en anillos cuánticos 2D</b>	<b>12</b>
3.1. Resumen . . . . .	12
3.2. Introducción . . . . .	12
3.3. Marco Teórico . . . . .	14
3.4. Resultados y discusión . . . . .	17
3.5. Conclusiones . . . . .	26
<b>4. Propiedades ópticas no lineales en anillos cuánticos 3D</b>	<b>30</b>
4.1. Resumen . . . . .	30
4.2. Introducción . . . . .	30
4.3. Marco teórico . . . . .	32
4.4. Resultados y discusión . . . . .	34
4.5. Conclusiones . . . . .	43

---

<b>5. Propiedades ópticas no lineales en anillos cuánticos dobles.</b>	<b>46</b>
5.1. Resumen . . . . .	46
5.2. Introducción . . . . .	46
5.3. Marco teórico . . . . .	50
5.4. Resultados y discusión . . . . .	53
5.5. Conclusiones . . . . .	60
<b>6. Conclusiones y perspectivas</b>	<b>65</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	65
6.2. Perspectivas . . . . .	67
<b>A. Resultados</b>	<b>69</b>
A.1. Publicaciones . . . . .	69
A.1.1. Del trabajo de grado . . . . .	69
A.1.2. Durante la maestría . . . . .	69
A.2. Eventos . . . . .	70
A.2.1. Asistidos . . . . .	70
A.2.2. Participaciones . . . . .	71

# RESUMEN

---

Ricardo León Restrepo Arango. Candidato al título de Magister en Física.

Universidad de Antioquia.

Instituto de Física.

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.

Título:

## PROPIEDADES ÓPTICAS NO LINEALES EN ANILLOS CUÁNTICOS DE *GaAs*

Se estudian los efectos de la presión hidrostática, de un campo eléctrico externo y de la concentración de aluminio en anillos cuánticos de *GaAs* con diferentes geometrías sobre los niveles de energía del electrón y de las energías de enlace de una impureza donadora poco profunda. Además se calculan la absorción óptica intra-banda de orden lineal y no lineal y los cambios relativos del índice de refracción, se utiliza el método variacional y las aproximaciones de masa efectiva y de bandas parabólicas. Para los cálculos de las propiedades ópticas no lineales se han utilizado el método de la matriz densidad compacto y un método iterativo. Las energías de los estados  $1s$  y  $2s$  se calculan como una función de las geometrías de los anillos, la posición de la impureza y los agentes externos. Para la absorción óptica intra-banda y los cambios relativos del índice de refracción asociados con las transiciones entre el estado base y la primer estado excitado, se investigó su dependencia con la energía del fotón incidente, con diferentes valores de los agentes externos y la posición de la impureza. Los resultados muestran que la energía de enlace se comporta como una función creciente/decreciente de los radios interno/externo y de la presión hidrostática, el campo eléctrico y de la concentración de aluminio. En el caso de los coeficientes de absorción óptica intra-banda los resultados muestran un desplazamiento al azul y, o un desplazamiento hacia el rojo de los picos máximos que puede ser inducido como resultado de las influencias planteadas: La geometría del anillo cuántico correspondiente, la posición de la impureza y la presión hidrostática, el campo eléctrico y la concentración de aluminio.

# ABSTRACT

---

Ricardo León Restrepo Arango. Candidate for Master's degree in Physics.

Universidad de Antioquia.

Instituto de Física.

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.

Study Title:

## NONLINEAR OPTICAL PROPERTIES IN *GaAs* QUANTUM RINGS

The effects of hydrostatic pressure, the applied electric field and the aluminum concentration in a *GaAs* quantum rings with several geometries on the electronic energy levels and the binding energies of a shallow donor impurity together with the linear and nonlinear intra-band optical absorption and the refractive index changes are studied using the variational method, the effective-mass approximation and parabolic band approximation. For the the calculations have been made using the compact-density matrix approach and an iterative method. The energies of the 1s-like and 2s-like states are calculated as a function of the geometry of the rings, impurity position and the external probes before mentioned. Besides, the intra-band optical absorption and refractive index changes associated with transitions between ground and first excited states is investigated as a function of the incident photon energies, for different values external probes and impurity position. The results show that the binding energy reveals to be an increasing/decreasing function of the inner/outer radii and external probes. In the case of the intra-band absorption coefficient the outcome of the calculation show that a blueshift and/or a redshift of the maximum line shape can be induced as a result of the influences posed by the geometry of the quantum rings, the impurity position and the external probes.

# INTRODUCCIÓN

---

El estudio de las propiedades ópticas lineales y no lineales en heteroestructuras semiconductoras cubre una variedad de fenómenos que implican la interacción de luz con la materia y ha demostrado ser una herramienta poderosa en la comprensión de las propiedades electrónicas de estos materiales. Comprender tanto las propiedades ópticas lineales y no lineales de semiconductores requiere de una detallada imagen mecánico cuántica del movimiento de los portadores (electrones y huecos) en estos materiales. Esta teoría es importante en la respuesta óptica de nanoestructuras semiconductoras tales como pozos, hilos, puntos y anillos cuánticos. Además del interés desde la perspectiva de la física aplicada, estos sistemas de baja dimensionalidad son un campo de pruebas de conceptos fundamentales en la física de materia condensada. Las diversas formas en que la luz interactúa con la materia son de interés práctico por ejemplo en fenómenos tales como absorción, transmisión, reflexión, dispersión y emisión.

En particular, la dependencia energética de las propiedades ópticas no lineales está relacionada, de una manera intrincada, con la estructura de bandas. Se pueden considerar dos contribuciones para el refinamiento de la estructura de bandas. El cálculo de los autovalores y autofunciones del operador de energía es necesario para conocer las propiedades ópticas no lineales dependientes de la energía. Cuando una onda de luz de suficiente energía incide sobre un material semiconductor se inducen transiciones de electrones desde los estados ocupados (por debajo del nivel de Fermi) hacia los estados desocupados (por encima del nivel de Fermi). Una de las propiedades ópticas más importantes es la fotoluminiscencia producida por transiciones de estados excitónicos y de impurezas en pozos, hilos, puntos y anillos cuánticos bajo la influencia de campos eléctricos, magnéticos y presiones externas.

Cuando una radiación de alta intensidad interactúa con un material se pueden presentar efectos no lineales en las propiedades ópticas. Las consecuencias de esto son una serie de fenómenos peculiares, incluida la generación de frecuencias ópticas que no se manifiestan inicialmente en el semiconductor. Este efecto permite la producción de luz en longitudes de onda del láser normalmente inalcanzables

por técnicas convencionales de foto-excitación. Los coeficientes del segundo armónico, en particular, corresponden a la aparición de un componente de frecuencia en el haz de láser que es exactamente el doble de la entrada. Esta técnica, debido a su sensibilidad a la simetría de las heteroestructuras, tiene un gran potencial como herramienta de caracterización de materiales. Las propiedades ópticas no lineales como la absorción óptica [1, 2, 3] y los cambios del índice de refracción [4] tienen gran potencial para ser aplicados en dispositivos tales como amplificadores de láser de infrarrojo lejano [5], fotodetectores [6], y los moduladores electro-ópticos de alta velocidad [7]. Investigaciones en la física fundamental y aplicada de las propiedades ópticas no lineales de pozos, hilos y puntos cuánticos semiconductores se han desarrollado en los últimos años [8, 9].

Se han reportado resultados experimentales acerca de propiedades ópticas no lineales en puntos cuánticos [10, 11, 12]. Sauvage et al. [10] observaron la generación de tercer armónico. Brunhes et al. estudiaron el coeficiente de segundo orden de la susceptibilidad óptica en puntos cuánticos autoensamblados [11]. La generación del segundo armónico resonante con la transición s-p en puntos cuánticos autoensamblados de *InAs/GaAs* también ha sido reportada [12]. Estos experimentos muestran una gran susceptibilidad en las propiedades ópticas no lineales de los puntos cuánticos comparadas con estas mismas propiedades en el material volumétrico. Esto se debe a que el efecto del confinamiento se hace más notorio de las propiedades electrónicas y ópticas si se va de pozos cuánticos a puntos cuánticos.

Los estudios de presiones hidrostáticas han sido invaluable en el contexto de las propiedades ópticas de los semiconductores y sus heteroestructuras [13, 14]. Para una estructura dada, la diferencia en energía entre transiciones del tipo I y tipo II puede ser sintonizada de manera continua y reversible mediante presiones hidrostáticas, dilucidando así las propiedades de varias transiciones inter-banda. En el mismo sentido, Duque et al. [15, 16] han calculado efectos simultáneos de presión hidrostática y campo eléctrico estacionario sobre las propiedades ópticas de impurezas donadoras en pozos cuánticos múltiples de *GaAs*. Para calcular los autovalores del operador de la energía será utilizado el método variacional dentro de la aproximación de masa efectiva. Para el cálculo de las propiedades ópticas no lineales se seguirá el método de la matriz densidad.

Estas magnitudes se han estudiado considerando principalmente los estados electrónicos para heteroestructuras simples con diferentes potenciales y geometrías de confinamiento considerando simultáneamente los efectos de campos eléctricos y magnéticos y presión hidrostática. A pesar de los estudios abundantes en óptica no lineal, no existen reportes concluyentes acerca de propiedades ópticas en sistemas de heteroestructuras altamente confinadas tales como puntos cuánticos, hilos cuánticos, y anillos cuánticos. Aún no se encuentran trabajos que traten regímenes de confinamiento intermedio. Muchos trabajos se han enfocado en regímenes de confinamiento fuerte y débil, dejando de un lado el régimen intermedio donde existen en realidad la mayoría de los sistemas

optoelectrónicos que se diseñan.

En este manuscrito para optar al título de Maestría en Física se presentan los resultados de la investigación de las propiedades eléctricas y de las propiedades ópticas lineales y no lineales de impurezas donadoras poco profundas en anillos cuánticos de diferentes configuraciones geométricas; (un anillo bidimensional en el capítulo 2 y 3, un anillo cuántico tridimensional (en el capítulo 4) y dos anillos cuánticos bidimensionales acoplados (en el capítulo 5) bajo la acción de agentes externos, la presión hidrostática (en los capítulos 3, 4 y 5) y un campo eléctrico aplicado (capítulos 4 y 5) además de considerar los efectos de la variación de la concentración de aluminio (en el capítulo 5). Se estudian los efectos cuánticos del confinamiento al cambiar el tamaño de la heteroestructuras a través de las modificaciones a las coordenadas radiales, la altura o la anchura de la barrera de acoplamiento para mencionar la geometría, se cambian también las posiciones de la impureza de modo que al moverla por la correspondiente heteroestructura se modifique la distancia electrón-impureza y por lo tanto la influencia de la interacción Coulombiana en las energías de enlace.

Los efectos descritos afectan directamente las energías de las transiciones intra-banda y a los elementos de la matriz de dipolo que son, además de la intensidad de la luz incidente, los parámetros que determinan el comportamiento de las correspondientes variables ópticas reportadas, los resultados, la discusión y las conclusiones se centran en el análisis de los efectos que tales agentes externos tienen en los picos de resonancia y hacia donde se dan los corrimientos (al rojo o al azul) en la escala de energía del fotón que permite tales transiciones.

El trabajo se presenta en el siguiente orden: la introducción que muestra los antecedentes e intereses previos de este estudio, el capítulo 2 dedicado al cálculo preliminar de las energías de electrón libre en un anillo cuántico bidimensional que es la base para las energías sin impureza, este capítulo permite entender el efectos cuánticos del confinamiento asociado al tamaño geométrico y para comprender la localización de la probabilidad de la función de onda electrónica utilizada en los demás capítulos.

En este orden de ideas, se presenta en el capítulo 3 los efectos de la presión hidrostática, del confinamiento debido al tamaño de la nanoestructura y de la posición de impureza en las energías de enlace de una impureza donadora hidrogenoide en un anillo cuántico bidimensional de  $GaAs$  y en la absorción óptica intra-banda lineal y no lineal y en los cambios relativos del índice refracción, en el capítulo 4 se calculan los coeficientes de absorción óptica intra-banda lineales y no lineales en anillos cuánticos tridimensionales de  $GaAs$  teniendo los efectos combinados de la presión hidrostática y el campo eléctrico aplicado a lo largo de la dirección de crecimiento de la heteroestructura, en el capítulo 5 se investigan los coeficientes de absorción óptica intra-banda lineales y no lineales en anillos cuánticos bidimensionales dobles concéntricos acoplados de  $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ . Teniendo en cuenta los efectos combinados de la presión hidrostática y la concentración de aluminio en las

---

energías del estado base y el primer estado excitado. Es necesario aclarar que los tres capítulos centrales (3,4 y 5) de este escrito se presentan como artículos independientes para facilitar la consulta y favorecer la lectura, finalmente se presentan las conclusiones y perspectivas asociadas a los estudios venideros en el área de las propiedades ópticas en nanoestructuras semiconductores con regímenes de confinamiento intermedio, incluyendo los efectos del acople espín-orbita o la interacción electrón-fonón.

Se anexan los resultados obtenidos durante la maestría como reconocimiento al trabajo orientado dentro del grupo de Materia Condensada-UdeA con el apoyo de la Universidad de Antioquia y la Escuela de Ingeniería de Antioquia.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] M. K. Gurnick and T. A. DeTemple, *IEEE J. Quantum Electron.* 19 (1983) 791.
- [2] D. Ahn and S. L. Dhuang, *IEEE J. Quantum Electron.* 23 (1987) 2196.
- [3] M. M. Fejer, S. J. B. Yoo, R. L. Byer, A. Harwit and J. S. Harris, *Phys. Rev. Lett.* 62 (1989) 1041.
- [4] E. Rosencher and Ph. Bois, *Phys. Rev. B* 14 (1991) 11315 .
- [5] C. Sirtori, F. Capasso, D. L. Sivco and A. F. Cho, *Phys. Rev. Lett.* 68 (1992) 1010.
- [6] Y. Huang, C. Wang, and C. Lien, *IEEE J. Quantum Electron.* 31 (1995) 1717.
- [7] G. Almogly and A. J. Yariv, *Nonlin. Opt. Phys.* 4 (1995) 401.
- [8] J. B. Khurgin, *Semicond. Semimet.* 59 (1999) 1.
- [9] I. Karabulut, H. Safak and M. Tomak, *Solid State Commun.* 135 (2005) 735.
- [10] I. Karabulut and H. Safak, *Physica B* 368 (2005) 82.
- [11] S. Sauvage, P. Boucaud, F. Glotin, R. Prazeres, J. M. Ortega, A. Lemaitre, J. M. Gerard and V. Thierry-Mieg, *Phys. Rev. B* 59 (1999) 9830.
- [12] T. Brunhes, P. Boucaud, S. Sauvage, A. Lemaitre, J. M. Gerard, F. Glotin, R. Prazeres and J. M. Ortega, *Phys. Rev. B* 61 (2000) 5562.
- [13] S. Sauvage, P. Boucaud, T. Brunhes, F. Glotin, R. Prazeres, J. M. Ortega and J. M. Gerard, *Phys. Rev. B* 63 (2001) 113312.
- [14] S. Y. López, N. Porrás-Montenegro, and C. A. Duque, *Phys. Stat. Sol. (c)* 0 (2003) 648.
- [15] A. L. Morales, A. Montes, S. Y. López, N. Raigoza, and C. A. Duque, *Phys. Stat. Sol. (c)* 0 (2003) 652.
- [16] A. L. Morales, N. Raigoza, C. A. Duque. *Phys. Stat. Sol. (c)* 42 (2007) 295.

- 
- [17] K.J. Kuhn, G.U. Lyengar, S. Yee, J. Appl. Phys. 70 (1991) 5010.
- [18] W.H. Kuan, C.S. Tang, W. Xu, J. Appl. Phys. 95 (2004) 6368.
- [19] R. Winkler, *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-dimensional Electron and Hole Systems*, (Springer, Berlin, 2003).

# PRELIMINARES

---

Se presentan los cálculos para obtener la energía del estado base de un electrón en un anillo cuántico bidimensional (2D) de GaAs, en dependencia con el radio interno  $R_1$ , el radio externo  $R_2$ . Para ello se consideran las aproximaciones de masa efectiva y de banda parabólica. Con un potencial de confinamiento infinito, se propone un Hamiltoniano en coordenadas polares y las modificaciones a las propiedades del material de la heteroestructura se introducen por la influencia de la presión hidrostática en la masa efectiva, la constante dieléctrica y las variaciones del tamaño de los radios del anillo.

## 2.1 ENERGÍA DE ELECTRÓN LIBRE EN UN ANILLO CUÁNTICO

Para un electrón confinado en un anillo cuántico, con las aproximaciones de masa efectiva y banda parabólica, bajo los efectos de un potencial  $V(r)$  (infinito cuadrado en la dirección  $\hat{r}$ ) el Hamiltoniano se puede escribir de la forma

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2 + V(r), \quad (2.1)$$

con el operador Laplaciano en coordenadas polares:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}, \quad (2.2)$$

se tiene que

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}\right) + V(r), \quad (2.3)$$

donde el potencial infinito es

$$V(r) = \begin{cases} 0, & \text{si } R_1 \leq r \leq R_2; \\ \infty, & \text{si } r < R_1 ; r > R_2. \end{cases} \quad (2.4)$$

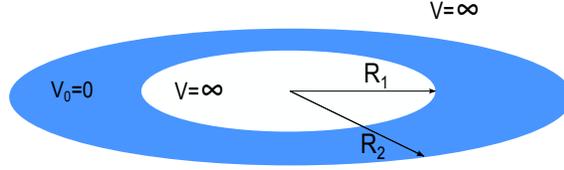


Figura 2.1: Esquema gráfico del anillo cuántico con el potencial de confinamiento y las características geométricas de la heteroestructura.

Dada la simetría azimutal del anillo cuántico y el tipo de potencial de confinamiento, a las autofunciones  $\Phi(r, \phi)$  se les puede tratar con separación de variables, una parte radial y otra angular, para encontrar la solución a la ecuación de Schrödinger

$$\hat{H}_0 \Phi(r, \phi) = E_0 \Phi(r, \phi), \quad (2.5)$$

para esta ecuación se propone

$$\Phi(r, \phi) = \mathcal{R}(r) e^{im\phi}, \quad (2.6)$$

Como la parte azimutal de la función 2.5 tiene periodicidad, es decir cumple que  $\Phi(r, \phi) = \Phi(r, \phi + 2\pi)$  o  $\mathcal{R}(r) e^{im\phi} = \mathcal{R}(r) e^{im(\phi+2\pi)}$  cuyo resultado es  $\mathcal{R}(r) e^{im\phi} e^{im2\pi} = \mathcal{R}(r) e^{im\phi}$  con  $e^{im2\pi} = 1$  dado que  $m$  es un número entero ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ).

De esta manera la ecuación 2.5 en forma explícita queda

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \mathcal{R}(r) e^{im\phi} + V(r) \mathcal{R}(r) e^{im\phi} = E_0 \mathcal{R}(r) e^{im\phi}, \quad (2.7)$$

Por la separación de variables propuesta  $\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \mathcal{R}(r) e^{im\phi} = -m^2 \mathcal{R}(r)$  introduciendo este resultado en la ecuación 2.7 y simplificando términos ahora se tienen derivadas totales

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \right) \mathcal{R}(r) + V(r) \mathcal{R}(r) = E_0 \mathcal{R}(r), \quad (2.8)$$

que se escribe

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \right) \mathcal{R}(r) + \frac{2m^*}{\hbar^2} (E_0 - V(r)) \mathcal{R}(r) = 0, \quad (2.9)$$

en la región  $R_1 \leq r \leq R_2$ , entre los radios del anillo,  $V(r) = 0$  luego la ecuación 2.9 multiplicando por  $r^2$  se convierte en

$$r^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} \mathcal{R}(r) + r \frac{\partial}{\partial r} \mathcal{R}(r) - m^2 \mathcal{R}(r) + \frac{2m^*}{\hbar^2} E_0 r^2 \mathcal{R}(r) = 0, \quad (2.10)$$

Introduciendo los cambios de variable  $k^2 = \frac{2m^*(E_0 - V(r))}{\hbar^2}$  y  $\chi = kr$  con  $\frac{d}{dr} \chi = k$ ,  $\frac{d}{dr} \mathcal{R}(r) = k \frac{d}{d\chi} \mathcal{R}(r)$  y  $\frac{d^2}{dr^2} \mathcal{R}(r) = k^2 \frac{d^2}{d\chi^2} \mathcal{R}(r)$  la ecuación 2.10 se transforma en

$$\chi^2 \frac{\partial^2}{\partial \chi^2} \mathcal{R}(\chi) + \chi \frac{\partial}{\partial \chi} \mathcal{R}(\chi) + (\chi^2 - m^2) \mathcal{R}(\chi) = 0. \quad (2.11)$$

La ecuación 2.11 es la ecuación diferencial de Bessel, la solución a esta ecuación son autofunciones que son una combinación de las funciones de Bessel de la forma

$$R(r) = c_1 J_m(kr) + c_2 Y_m(kr), \quad (2.12)$$

donde  $c_1$  y  $c_2$  son constantes que se obtiene por condiciones de frontera.

Se impone que las autofunciones de la solución radial  $\mathcal{R}(r)$  debe cumplir las condiciones de frontera  $\mathcal{R}(R_1) = \mathcal{R}(R_2) = 0$  por lo tanto la ecuación 2.12 en los extremos  $r = R_1$  y  $r = R_2$  satisface que

$$0 = c_1 J_m(kR_1) + c_2 Y_m(kR_1), \quad (2.13)$$

$$0 = c_1 J_m(kR_2) + c_2 Y_m(kR_2).$$

Desarrollando el algebra que propone la ecuación 2.13 se llega a

$$c_1 = -c_2 \frac{Y_m(kR_1)}{J_m(kR_1)}, \quad (2.14)$$

y se puede reescribir la solución radial como

$$R(r) = -c_2 \left( \frac{Y_m(kR_1)}{J_m(kR_1)} J_m(kr) - Y_m(kr) \right), \quad (2.15)$$

por conveniencia se escribe

$$R(r) = \mathcal{N} f(r), \quad (2.16)$$

con

$$f(r) = \frac{Y_m(kR_1)}{J_m(kR_1)} J_m(kr) - Y_m(kr), \quad (2.17)$$

donde  $\mathcal{N}$  es la constante de normalización, para calcularla se usa la probabilidad de  $\mathcal{R}$  entre el radio interior y exterior, integrando en estos límites

$$\int_{R_1}^{R_2} 2\pi \mathcal{R}^2(r) r dr = 1, \quad (2.18)$$

luego despejando de las ecuaciones 2.16 y 2.18 se obtiene

$$\mathcal{N}^2 = \left( \int_{R_1}^{R_2} 2\pi f^2(r) r dr \right)^{-1}, \quad (2.19)$$

Para encontrar los autovalores de la energía del electrón libre se da solución al sistema presentado en las ecuaciones 2.13 y se usa el resultado de la ecuación 2.14 para llegar a que

$$Y_m(kR_2) J_m(kR_1) - Y_m(kR_1) J_m(kR_2) = 0, \quad (2.20)$$

la energía del estado fundamental del electrón se obtiene con  $m = 0$ , entonces tomando la primera raíz de la ecuación trascendental

$$Y_0(kR_2) J_0(kR_1) - Y_0(kR_1) J_0(kR_2) = 0, \quad (2.21)$$

recordando que  $k = \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} E_0 \right)^{\frac{1}{2}}$  y de allí obtener  $E_0$ .

En la figura 2.2 se presenta el resultado de la energía del electrón  $E_0$  sin presencia de la impureza donadora poco profunda en función de los radios del anillo, del interno  $R_1$  en (a) y del externo  $R_2$  en (b), en la figura 2.2(a) el radio interno  $R_1$  varía desde 0 a 10 nm y tres valores fijos del radio externo  $R_2$ : 15 nm en color negro, 20 nm en color rojo y a 25 nm en color azul, el comportamiento en general de las curvas presentan un crecimiento de la energía  $E_0$  cuando el radio interno  $R_1$  aumenta esto se debe al cambio de tamaño de la ya que la región de confinamiento  $W = R_2 - R_1$  disminuye para un radio externo  $R_2$  fijo y uno  $R_1$  creciendo, también se ve que la energía del electrón  $E_0$  disminuye cuando el radio  $R_1$  es fijo y  $R_2$  aumenta. En la figura 2.2(b) el radio externo varía desde 15 nm a 25 nm y tres valores fijos del radio interno  $R_1$ : 10 nm en color negro, 5 nm en color rojo y a 1 nm en color azul, se presenta un comportamiento aparentemente diferente al de la figura 2.2(a) aquí se puede ver, para todas las curvas en general, que la energía del electrón  $E_0$  disminuye conforme el radio externo  $R_2$  aumenta. En principio esto se debe a que para valores fijos del radio interno  $R_1$  debido a que la región de confinamiento  $W = R_2 - R_1$  aumenta, al comparar las figuras (a) y (b) se aprecia una cuasi-simetría entre las correspondientes curvas de igual color, esto se debe a que en esas curvas la región de confinamiento  $W$ , son aproximadamente iguales, se puede observar este comportamiento, revisando los valores límites a la derecha de la figura 2.2(a) con los límites a la izquierda de la figura 2.2(b), igual comportamiento se ve en los extremos opuestos de las figuras.

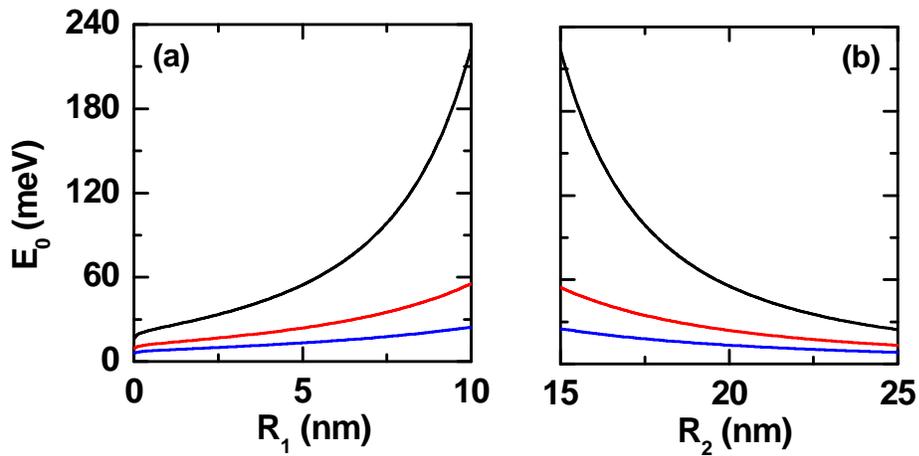


Figura 2.2: Energía del electrón en función de los radios interno en (a) y el externo en (b) del anillo cuántico. Las líneas negras corresponden a  $W = 5$  nm, las de color rojo a  $W = 10$  nm y las azules a  $W = 15$  nm.

El comportamiento de las figuras 2.2(a) y 2.2(b) realmente es el mismo, la energía del electrón aumenta si  $R_1$  aumenta manteniendo fijo  $R_2$ , y  $E_0$  disminuye si  $R_2$  aumenta manteniendo fijo  $R_1$ . El significado físico de esto es la localización de la distribución de la función de onda del electrón en

---

la región de confinamiento  $W$ . En las regiones donde  $W$  es menor se tendrá una mayor localización electrónica por la repulsión del potencial  $V(r)$ , y viceversa, cuando  $W$  es grande la función de onda electrónica se "desparrama" por toda la región de confinamiento dado que la barrera del potencial está "lejos", este hecho se usa para explicar en los capítulos siguientes el comportamiento de la energía de enlace de la impureza, el valor esperado de la distancia electrón-impureza y los elementos de la matriz de dipolo en el anillo cuántico.

# PROPIEDADES ÓPTICAS NO LINEALES EN ANILLOS CUÁNTICOS 2D

---

## 3.1 RESUMEN

Se estudian los efectos de la presión hidrostática, del confinamiento debido al tamaño de la nanoestructura y de la posición de impureza en las energías de enlace de una impureza donadora hidrogenoide en un anillo cuántico bi-dimensional de GaAs y en la absorción óptica intra-banda lineal y no lineal y en los cambios relativos del índice refracción. Para ello se utiliza el método variacional y las aproximaciones de masa efectiva y de bandas parabólicas. Las energías de enlace del estado base y el primer estado excitado son reportadas y analizadas como funciones del tamaño la estructura (radio interno y radio externo), la posición de la impureza y la presión hidrostática. También se han investigado las dependencias de los coeficientes de absorción óptica lineal, no lineal y total y los cambios relativos del índice de refracción como una función de la energía de los fotones incidentes para diferentes configuraciones geométricas, valores de la presión hidrostática y de la posición de la impureza. Se ha encontrado que la variación de los tamaños de los radios de la estructura en dependencia con las distintas posiciones de la impureza conduce tanto a un desplazamiento hacia el rojo y/o un desplazamiento hacia el azul de los picos de resonancia del espectro de la absorción óptica intra-banda y del espectro del cambio relativo del índice de refracción. Además se ha encontrado que la aplicación de una presión hidrostática en la nanoestructura conduce a un desplazamiento hacia el azul en dichos espectros.

## 3.2 INTRODUCCIÓN

El comportamiento de los anillos cuánticos fabricados con materiales semiconductores (AC) han sido tema de investigación debido a sus aplicaciones como modelo en mecánica cuántica de la

coherencia de fase [6, 7], además de sus propiedades físicas únicas tales como tener un momento dipolar gigante permanente de excitones [8] y la presencia de corrientes permanentes bajo respuesta magnética [9].

Desde hace dos décadas hay un interés en investigar los estados de impurezas en anillos cuánticos dado que la presencia de impurezas tiene un efecto bastante notorio sobre las propiedades ópticas y electrónicas de estas estructuras [10]. Monozon et al. [11] han considerado el caso de una impureza ubicada en el centro de un anillo semiconductor y calculó analíticamente la energía de un electrón de campos eléctricos y magnéticos cruzados, tomando el potencial de confinamiento como una barrera infinita. Bruno-Alfonso y A. Latgé [12, 13] también estudiaron los efectos de una impureza en un anillo cuántico sometido a un campo magnético externo. Ellos usaron el método variacional para obtener el estado fundamental de una impureza donadora poca profunda, ellos ubicaron la impureza dentro del área del anillo en el punto de la distancia media entre el radio interno y el radio externo. Dias da Silva et al. [14] reportaron el análisis de los efectos de impurezas en las oscilaciones tipo Aharonov-Bohm en anillos cuánticos y sus subsecuentes efectos en la fotoluminiscencia emitida. Monozon and Schmelcher [15] plantearon la solución numérica para el problema de la interacción electrón impureza en un anillo cuántico en presencia de una campo magnético homogéneo en la dirección axial cruzado con un campo eléctrico en la dirección radial. Farias et al. [16] han calculado los estados electrónicos de un anillo cuántico semiconductor en presencia de un campo magnético axial uniforme y de una impureza donadora. Los autores han demostrado que tanto la impureza y la rugosidad de la interfaz, rompen la simetría en el anillo cilíndrico y esto puede afectar seriamente o incluso destruir, las oscilaciones tipo Aharonov-Bohm. Barseghyan et al. [17, 18] usando el método variacional y las aproximaciones de masa efectiva y de banda parabólica, han investigado el comportamiento de la energía de enlace y de la sección transversal de fotoionización de una impureza donadora hidrogenoide en un anillo cuántico de  $InAs$  con un potencial de confinamiento Pöschl Teller a lo largo de la dirección axial. Este trabajo ha tenido en cuenta los efectos combinados de la presión hidrostática y campos eléctricos y magnéticos aplicados en la dirección de crecimiento. Por otra parte, la investigación del efecto de impurezas hidrogenoides en las propiedades ópticas lineales y no lineales en heteroestructuras semiconductoras de baja dimensión, especialmente en los puntos cuánticos, se reportaron en los trabajos de [19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26]. Recientemente se publicaron artículos de investigación relacionados con los efectos de la impureza y las influencias externas en las propiedades ópticas lineales y no lineales en anillos cuánticos [27, 28]. Xie [27] teóricamente han investigado los coeficientes de absorción óptica lineal y no lineal de una impureza donadora en un anillo cuántico. Los niveles de energía y las correspondientes funciones de onda en un anillo cuántico se obtienen en la aproximación de masa efectiva mediante el método de diagonalización de la matriz. El autor ha encontrado que las propiedades ópticas lineales y no lineales de una impureza donadora atrapado en un anillo cuántico están fuertemente afectadas por

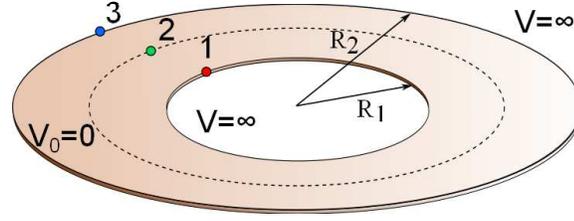


Figura 3.1: Esquema gráfico del anillo cuántico 2D con el potencial de confinamiento y las tres posiciones de la impureza en la heteroestructura.

el fuerte confinamiento, la intensidad óptica incidente y el radio del anillo. El mismo autor [28] investigó el coeficiente de no linealidad de segundo orden de la rectificación óptica asociada con las transiciones intra-banda en un anillo cuántico tipo átomo de hidrógeno en un pseudopotencial bidimensional con un campo magnético externo aplicado. Los resultados han demostrado que el coeficiente de rectificación óptica no lineal de segundo orden está fuertemente influenciada por el tamaño geométrico y el potencial químico del pseudopotencial, la impureza hidrogenoide y el campo magnético externo.

En el presente capítulo se investigan los efectos de la presión hidrostática, la posición de la impureza, así como los cambios de las dimensiones de la geometría de la heteroestructura en las transiciones ópticas intra-banda lineales y no lineales y en los cambios relativos del índice refracción en anillos cuánticos bidimensionales de *GaAs*.

### 3.3 MARCO TEÓRICO

La expresión para el Hamiltoniano de un electrón en la aproximación de masa efectiva en un anillo cuántico bidimensional de *GaAs*, en la presencia de una impureza donadora hidrogenoide y dentro de la aproximación de banda parabólica es

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*(P,T)} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] + V(\rho, P) - \frac{e^2}{\varepsilon(P,T)r}, \quad (3.1)$$

donde  $r = [(\vec{\rho} - \vec{\rho}_i)^2]^{\frac{1}{2}}$  es la distancia electrón-impureza,  $e$  es el valor absoluto de la carga del electrón. Además,  $m^*(P, T)$  y  $\varepsilon(P, T)$  son, respectivamente, la masa efectiva de los electrones y la constante dieléctrica estática dependientes de la presión hidrostática y la temperatura ( $T = 4$  K en este trabajo). Adicionalmente,  $V(\rho, P)$  es el potencial de confinamiento del anillo cuántico que se define como cero en la región del anillo e infinito en cualquier otra región.

Para describir el efecto de la impureza se usa el método variacional. El interés se centra estrictamen-

te en el estado base ( $1s$ ) y el primer estado excitado ( $2s$ ) del electrón confinado. Por lo tanto, las funciones de prueba propuestas para los estados de impurezas mencionadas consisten en productos de las funciones propias no correlacionadas confinadas de la primer subbanda, asociadas con el movimiento radial de los electrones en el anillo cuántico, y las funciones de los estados hidrogenoides  $1s$  y  $2s$  bidimensionales, [21, 30]. En consecuencia, las funciones de onda de los estados  $1s$  and  $2s$  son provistas por:

$$\Psi_i(\rho) = N_i \varphi(\rho) e^{-\alpha_i r} \quad (3.2)$$

$$\Psi_f(\rho) = N_f \varphi(\rho) (1 - \beta_f r) e^{-\alpha_f r}, \quad (3.3)$$

donde  $N_i$  y  $N_f$  son las constantes de normalización,  $\{\alpha_i, \beta_f, \alpha_f\}$  son los parámetros variacionales, los cuales se pueden determinar por la condición de que  $\Psi_i$  and  $\Psi_f$  sean un conjunto ortogonal de funciones. Y se cumple que la función de onda del estado base  $\varphi(\rho)$  en la ausencia de la impureza tiene la forma de la ecuación 2.15 y de acuerdo a [31, 32, 33] aquí se escribe:

$$\vartheta(\rho) = J_0(k\rho) + GY_0(k\rho), \quad (3.4)$$

donde  $(J_0, Y_0)$  son las funciones de Bessel primer y segundo tipo de orden cero, respectivamente;  $k = \left(\frac{2m^*(P,T)}{\hbar^2} E_\rho\right)^{1/2}$  ( $E_\rho$  es la energía del estado fundamental asociado con el confinamiento lateral). De otra parte  $G$  es la constante obtenida a partir de la imposición de condiciones de continuidad de las soluciones en las interfaces que se muestra en la ecuación 2.13. Para el estado  $1s$  el procedimiento variacional consiste en minimizar  $\langle \Psi_i | H | \Psi_i \rangle$  con respecto a  $\alpha_{1s}$  con el fin de encontrar el término impureza energía de estado  $E_{1s}$ . Hay que seguir un procedimiento similar para el estado excitado  $2s$ .

La inclusión de los efectos de la presión hidrostática implica la introducción de la dependencia de la masa efectiva del electrón, la constante dieléctrica estática del  $GaAs$  y las dimensiones (radios interior y exterior) de la heteroestructura con la presión. Estas dependencias se toman respectivamente del trabajo de [34, 35, 36]

$$m^*(P, T) = \left[ 1 + \frac{15020 \text{ meV}}{E_g(P, T)} + \frac{7510 \text{ meV}}{E_g(P, T) + 341 \text{ meV}} \right]^{-1} m_0, \quad (3.5)$$

$$\varepsilon(P, T) = 12.74 \times \exp(-1.67 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1} P) \times \exp[9.4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1} (T - 75.6 \text{ K})] \quad (3.6)$$

$$R_i(P) = R_i(0) [1 - 2P(S_{11} + 2S_{12})]^{1/2}, \quad (i = 1, 2), \quad (3.7)$$

donde  $m_0$  es la masa libre del electrón y  $E_g(P, T)$  es la brecha de energía del  $GaAs$  que depende

de la presión y la temperatura, determinada por la siguiente relación

$$E_g(P, T) = \left( 1519 + 10.7 \text{ kbar}^{-1} P - \frac{0.5405 \text{ K}^{-1} T^2}{T + 204 \text{ K}} \right) \text{ meV.} \quad (3.8)$$

En este trabajo se toman los valores  $S_{11} = 1.16 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1}$  y  $S_{12} = -3.7 \times 10^{-4} \text{ kbar}^{-1}$ .

El método de la matriz densidad permite derivar los coeficientes de primer y tercer orden de absorción óptica y la variación relativa del índice de refracción. Las expresiones para estas cantidades son, respectivamente [37, 38],

$$\alpha^{(1)}(\hbar\omega) = \frac{4\pi\omega e^2}{n_r c} \frac{\sigma_s |M_{fi}|^2 \Gamma_0}{(E_{fi} - \hbar\omega)^2 + \Gamma_0^2} \quad (3.9)$$

y

$$\begin{aligned} \alpha^{(3)}(\hbar\omega, I) &= -\frac{32\pi^2\omega e^4}{n_r^2 c^2} \frac{I \sigma_s |M_{fi}|^4 \Gamma_0}{\left[ (E_{fi} - \hbar\omega)^2 + \Gamma_0^2 \right]^2} \\ &\times \left[ 1 - \left| \frac{M_{ff} - M_{ii}}{2M_{fi}} \right|^2 \frac{(E_{fi} - \hbar\omega)^2 - (\Gamma_0)^2 + 2E_{fi}(E_{fi} - \hbar\omega)}{E_{fi}^2 + \Gamma_0^2} \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\frac{\Delta n^{(1)}(\hbar\omega)}{n_r} = \frac{2\pi e^2 \sigma_s |M_{fi}|^2 (E_{fi} - \hbar\omega)}{n_r^2 (E_{fi} - \hbar\omega)^2 + \Gamma_0^2} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta n^{(3)}(\hbar\omega, I)}{n_r} &= -\frac{16\pi^2 e^4 I \sigma_s |M_{fi}|^4 (E_{fi} - \hbar\omega)}{n_r^3 \left[ (E_{fi} - \hbar\omega)^2 + \Gamma_0^2 \right]^2} \left[ 1 - \left| \frac{M_{ff} - M_{ii}}{2M_{fi}} \right|^2 \frac{1}{E_{fi}^2 + \Gamma_0^2} \right] \\ &\times [E_{fi}(E_{fi} - \hbar\omega) - (\Gamma_0)^2 - (\Gamma_0)^2 (2E_{fi} - \hbar\omega)^2], \end{aligned} \quad (3.12)$$

donde  $\Gamma_0 (= 0.4 \text{ meV})$  es el parámetro Lorentziano de amortiguación .

En las expresiones (3.9)-(3.13) la intensidad del campo incidente es  $I$ ;  $\sigma_s$  es la densidad de los electrones en el sistema,  $n_r$  es el índice de refracción del *GaAs*,  $E_{fi} = E_f - E_i$  la energía de la transición, mientras  $M_{fi} = \langle \Psi_f | \rho \cos(\phi) | \Psi_i \rangle$  es el elemento de matriz del operador de dipolo. En los cálculos numéricos se usan los valores  $\sigma_s = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_r = 3.2$  y  $I = 10^3 \text{ W/cm}^2$ .

El coeficiente de absorción total y la variación relativa del índice de refracción se dan como sigue respectivamente:

$$\alpha(\hbar\omega) = \alpha^{(1)}(\hbar\omega) + \alpha^{(3)}(\hbar\omega) \quad (3.13)$$

y

$$\frac{\Delta n(\hbar\omega)}{n_r} = \frac{\Delta n^{(1)}(\hbar\omega)}{n_r} + \frac{\Delta n^{(3)}(\hbar\omega)}{n_r}. \quad (3.14)$$

### 3.4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La energía de enlace de la impureza del estado fundamental  $E_{B1s} = E_0 - E_{1s}$  en el anillo cuántico depende de las funciones de Bessel [1, 3, 4] (ver ecuación 2.21) y estas de los valores de  $R_1$  y  $R_2$ , al comparar el modelo que se plantea en este capítulo con el modelo de átomo de hidrógeno bidimensional común en los cursos de mecánica cuántica [5], o con los resultados del artículo titulado *The two-dimensional hydrogen atom revisited* [2] entre los cuales se tiene que

$$E_{B1s} = -\frac{1}{(n + 1/2)^2} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.15)$$

Para el nivel  $n = 0$  se tiene que  $E_{B1s}$  es igual a 4 Rydbergs, como control del modelo presentado se ha calculado la energía en un anillo convertido en disco hidrogenide bidimensional con  $R_1 \rightarrow 0$  y  $R_2 \rightarrow \infty$  es  $E_{B1s} = 3.98$  Rydbergs. Esto muestra que el modelo propuesto para encontrar  $E_0$  y el método variacional de la energía por minimización  $E_{1s}$  están en buen acuerdo con resultados analíticos recocidos.

En la figura 3.2 se presentan los resultados para la energía de enlace  $E_b$  los estados  $1s$  y  $2s$  de una impureza donadora en [3.2(a)] y el valor esperado de la distancia electrón-impureza de los mismos estados en [3.2(b)] en un bidimensional anillo cuántico *GaAs* como funciones del radio interior  $R_1$ . Los cálculos se realizan para  $R_2 = 15nm$ ,  $P = 0$  y la impureza se coloca en el centro del anillo  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Como se ve en la figura 3.2(a) las energías de enlace de ambos estados aumentan con el incremento del radio interior  $R_1$ . El comportamiento de  $E_b$  se puede explicar con los resultados presentados en la figura 3.2(b) además de las razones físicas, se presentan a continuación. De la figura 3.2 (b), está claro que el valor esperado de la distancia electrón-impureza se incrementa con el aumento del radio interior para el estado  $1s$ . Al aumentar el radio interior se hace mayor el efecto del confinamiento del electrón. La nube electrónica se acerca más a la posición de la impureza, es decir, el centro del anillo. Es por esta razón que la intensidad de la interacción Coulombiana entre el electrón y la impureza aumenta, lo que conduce a un aumento de la energía de enlace. La densidad de probabilidad electrónica del estado  $2s$  esta más deslocalizada que la correspondiente del estado  $1s$ . Así, con el incremento en el valor del radio interior de  $R_1$  el valor esperado de la distancia impureza-electrón aumenta.

Entonces, el crecimiento de la energía de enlace asociada puede ser entendido de acuerdo a los siguientes argumentos: Dado que la energía de enlace correspondiente se define como la diferencia la energía de los electrones libre  $E_0$  (sin mezclas) y la energía del electrón confinado  $E_{2s}$  relacionada con la impureza en el estado  $2s$ , y que el tamaño del anillo afecta la cuantización de manera más débil en este estado excitado, la diferencia de energías  $E_0 - E_{2s}$  crece, por lo que la energía de enlace se incrementa.

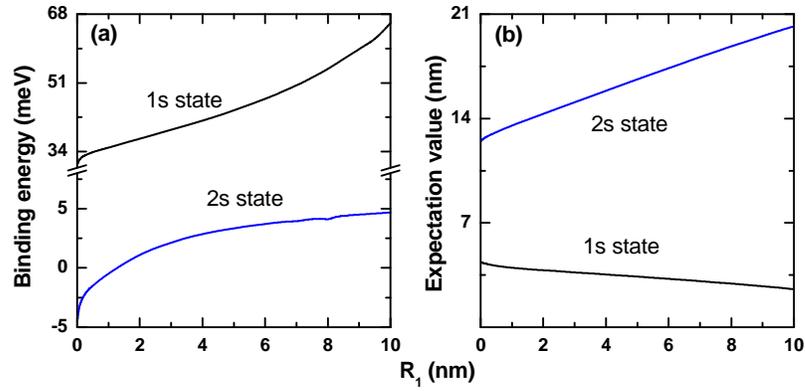


Figura 3.2: Energía de enlace del estado base 1s y el primer estado excitado 2s de una impureza donadora en (a) y los valores esperados de la distancia electrón-impureza de tales estados en (b) en función del radio interior  $R_1$  en un anillo cuántico bidimensional de GaAs. Los resultados son para  $R_2 = 15$  nm,  $P = 0$  y la impureza se coloca en el centro del anillo cuántico  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

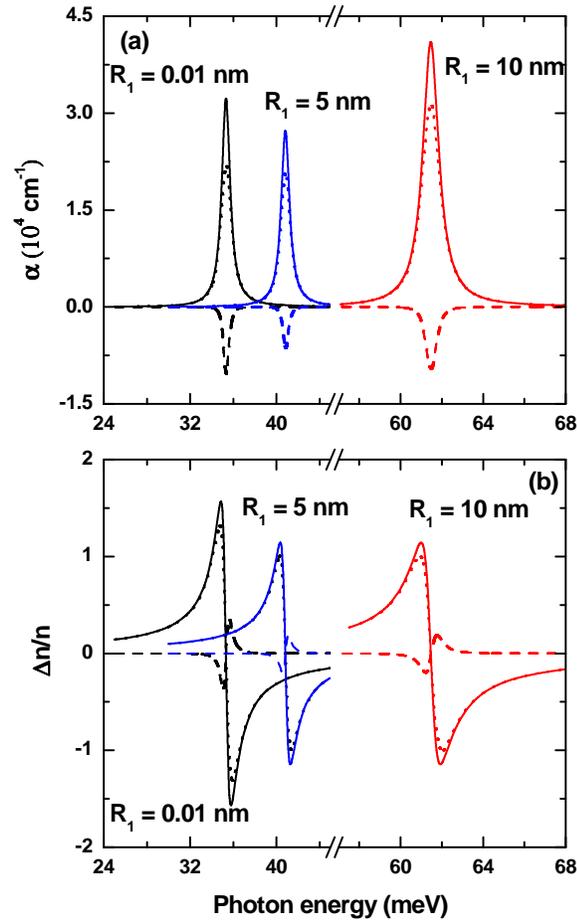


Figura 3.3: Coeficiente de absorción (a) y la variación relativa del índice de refracción (b) como funciones de la energía del fotón incidente: las líneas continuas son para  $\alpha^{(1)}$  y  $\Delta n^{(1)}/n_r$ , las líneas discontinuas son para  $\alpha^{(3)}$  y  $\Delta n^{(3)}/n_r$ , y las líneas de punteadas son para  $\alpha$  y  $\Delta n/n_r$ . Se han considerado tres diferentes

valores del radio interior  $R_1$  con  $R_2 = 15$  nm,  $P = 0$ , y la impureza se coloca en el centro del anillo cuántico  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

Se muestra la dependencia del coeficiente de absorción en la(Figura 3.3 (a)) y de la variación relativa del índice de refracción en la(Figura 3.3 (b)) con la energía del fotón incidente para diferentes valores del radio interior  $R_1$ , se observa el corrimiento hacia el azul de los picos de resonancia cuando se aumenta el tamaño del radio. Los resultados son para  $R_2 = 15$  nm,  $P = 0$ , y la impureza se coloca en el centro del anillo cuántico  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Como puede verse en las figuras el aumento de  $R_1$  provoca un corrimiento hacia el azul tanto en el espectro de absorción como en la variación relativa del índice de refracción. Esto se puede explicar por el hecho de que para los valores crecientes de  $R_1$  la distancia entre las energía de los estados  $1s$  y  $2s$  (véase la figura 3.2 (a)) aumenta. Por lo tanto, se requiere una energía de fotón más grande para dichas transiciones del electrón. Observe que las variaciones de las amplitudes, no lineal y total, de los picos resonantes de los coeficientes de absorción y en los cambios relativos del índice de refracción no sólo dependen de la intensidad de la luz incidente sino también principalmente de la magnitud de los elementos de matriz,  $M_{fi}$ . Así, se puede afirmar que el valor de picos de resonancia pueden aumentar o disminuir dependiendo de qué término (elementos de matriz o la diferencia de energía) tiene la mayor contribución a las expresiones del coeficiente de absorción y en la variación relativa del índice de refracción.

Los resultados que se muestra en la figura 3.4 corresponden a la dependencia con el radio exterior,  $R_2$ , de la energía de enlace de los estados  $1s$  y  $2s$  en 3.4(a) de una impureza donadora y del valor esperado de la distancia electrón-impureza asociada a los mismos estados en 3.4(b), en un anillo cuántico bidimensional de *GaAs*. Los resultados presentados corresponden a la configuración en la que  $R_1 = 5$  nm,  $P = 0$ , con la impureza colocada en el centro de la heteroestructura, esto es en  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Como se puede ver en la Figura 3.4(a) las energías de enlace de los estados  $1s$  y  $2s$  disminuyen en función del radio exterior. Este comportamiento de la energía de enlace  $E_b$  se puede explicar, en ambos casos, si además se revisan los resultados mostrados en la figura 3.4(b), así: Con el aumento de radio exterior ocurre el debilitamiento de la cuantización por el tamaño del anillo, en ambos casos la nube de electrones se mueve lejos de la posición de la impureza y los valores esperados de la distancia de electrón-impureza disminuye para los estados  $1s$  y  $2s$ , que a su vez conduce a una reducción en el valor de la energía de enlace.

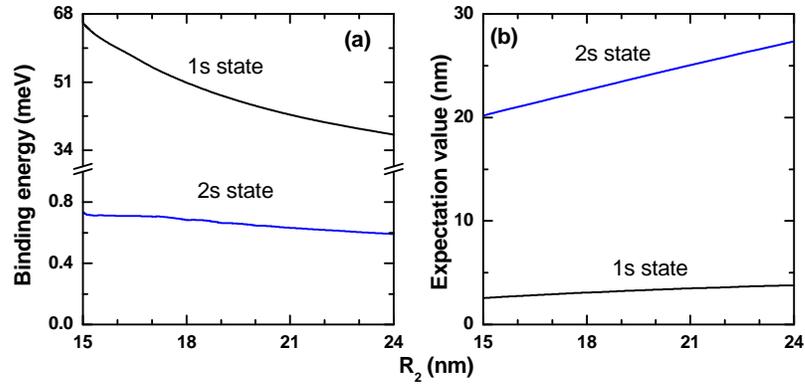


Figura 3.4: Energía de enlace del estado base  $1s$  y el primer estado excitado  $2s$  de una impureza donadora en (a) y los valores esperados de la distancia electrón-impureza de tales estados en (b) en función del radio interior  $R_2$  en un anillo cuántico bidimensional de GaAs. Los resultados son para  $R_1 = 10$  nm,  $P = 0$  y la impureza se localiza en el centro del anillo cuántico  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

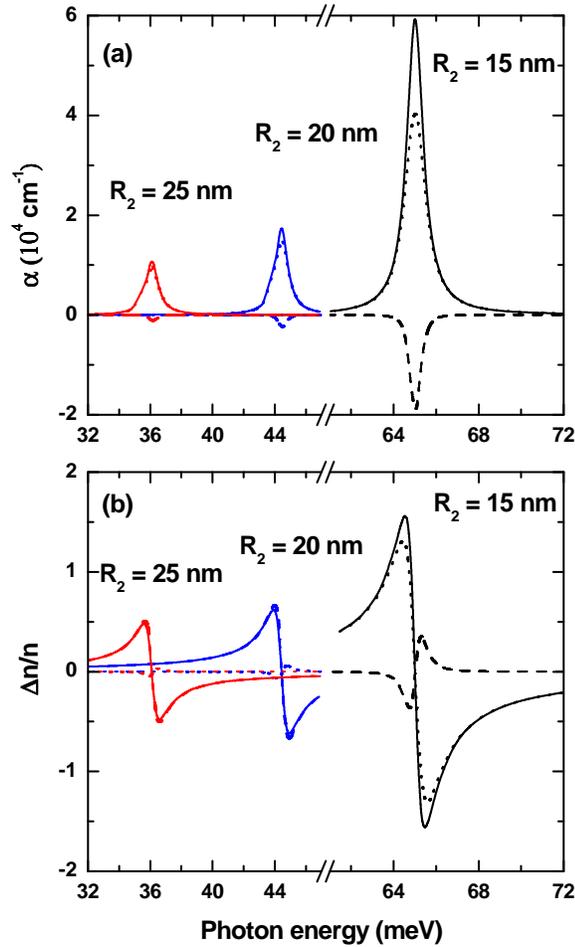


Figura 3.5: Coeficiente de absorción (a) y la variación relativa del índice de refracción (b) como funciones de la energía del fotón incidente: las líneas continuas son para  $\alpha^{(1)}$  y  $\Delta n^{(1)}/n_r$ , las líneas discontinuas son

para  $\alpha^{(3)}$  y  $\Delta n^{(3)}/n_r$ , y las líneas de punteadas son para  $\alpha$  y  $\Delta n/n_r$ . Se han considerado tres diferentes valores del radio exterior  $R_2$  con  $R_1 = 10$  nm,  $P = 0$ , y la impureza se localiza en el centro del anillo cuántico  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

La dependencia del coeficiente de absorción y de la variación relativa del índice de refracción con la energía del fotón incidente se muestran en la figura 3.5(a) y en la figura 3.5(b) respectivamente para diferentes valores del radio exterior,  $R_2$ , los resultados muestran un corrimiento hacia el rojo en las posiciones de los picos de resonancia de la energía que es consecuencia del debilitamiento de la cuantización por el aumento del tamaño de  $R_2$  que causa el incremento de la localización espacial de la función onda del electrón. Para los valores reportados de  $R_2$  la diferencia de energía entre los niveles de energía correspondientes a los estados implicados disminuye, dado que las transiciones intra-banda  $1s \rightarrow 2s$  del electrón requieren menos energía. También se puede ver una reducción de la amplitud del pico de resonancia cuando el radio exterior del anillo se hace más grande. En este caso el valor del pico de resonancia está determinada principalmente por el valor de elemento de la matriz  $M_{fi}$ , que es una función decreciente de  $R_2$  en el caso de la configuración elegida:  $R_1 = 10$  nm,  $P = 0$ , y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

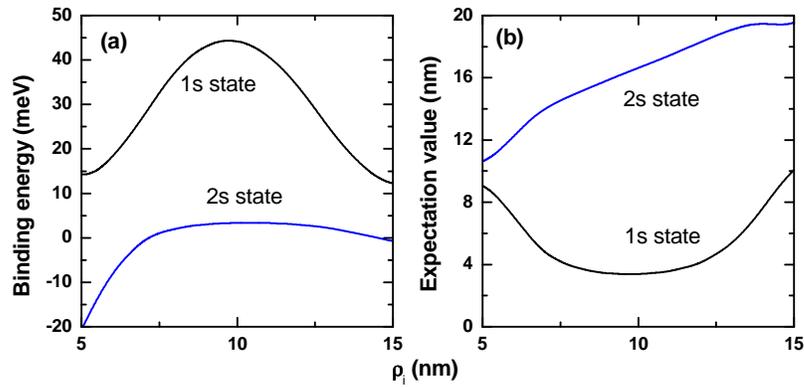


Figura 3.6: Energía de enlace del estado base  $1s$  y el primer estado excitado  $2s$  de una impureza donadora en (a) y los valores esperados de la distancia electrón-impureza de tales estados en (b) en función de la posición de la impureza  $\rho_i$  en un anillo cuántico bidimensional de GaAs. Los resultados son para  $R_1 = 5$  nm,  $R_2 = 15$  nm y  $P = 0$ .

La influencia del cambio en la posición de la impureza donadora en la energía de enlace en un anillo cuántico bidimensional *GaAs* se presenta en la figura 3.6(a), junto con la variación de la esperada de distancia electrón-impureza en dependencia con  $\rho_i$  en figura 3.6(b). Los cálculos corresponden a la configuración en la que  $R_1 = 5$  nm,  $R_2 = 15$  nm y  $P = 0$ . El comportamiento de la energía de enlace se puede explicar con los resultados mostrados en la figura 3.6(b) junto con el comportamiento de los niveles de energía de electrones, con y sin la presencia de la impureza. Observe que en el caso de un anillo cuántico la densidad de probabilidad de un electrón no correlacionado se desplaza

fuera del centro,  $(R_1 + R_2)/2$ . Como se puede ver en la figura 3.6(b), en el caso de  $\rho_i = R_1$  el valor esperado de la distancia electrón-impureza del estado  $1s$  es ligeramente inferior a la obtenida cuando la impureza se coloca en  $\rho_i = R_2$ , pero en los valores intermedios esta distancia media es siempre más pequeña, con el mínimo en  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . En consecuencia, la energía de enlace muestra el máximo en este valor en la figura 3.6(a). Los resultados obtenidos para el estado  $2s$  difieren significativamente. Esto sucede porque en este estado la deslocalización electrónica es más fuerte que en el estado  $1s$ . Por otro lado, la asimetría de la energía de enlace y el valor esperado de la distancia de electrón-impureza, como funciones de la posición de impureza, son también más grandes. La razón para el aumento o la disminución de la energía de enlace como una función de la posición de impureza se encuentra sólo en el comportamiento de la energía del estado  $2s$ . Es necesario notar que en este caso la energía de enlace del estado  $2s$  tiene una región de valores negativos en  $5 \text{ nm} \leq (\rho_i) \leq 7.2 \text{ nm}$ . Esto significa que cuando la impureza se mueve en esta región el estado excitado de la impureza donadora es mayor que la energía del estado fundamental del electrón no correlacionado.

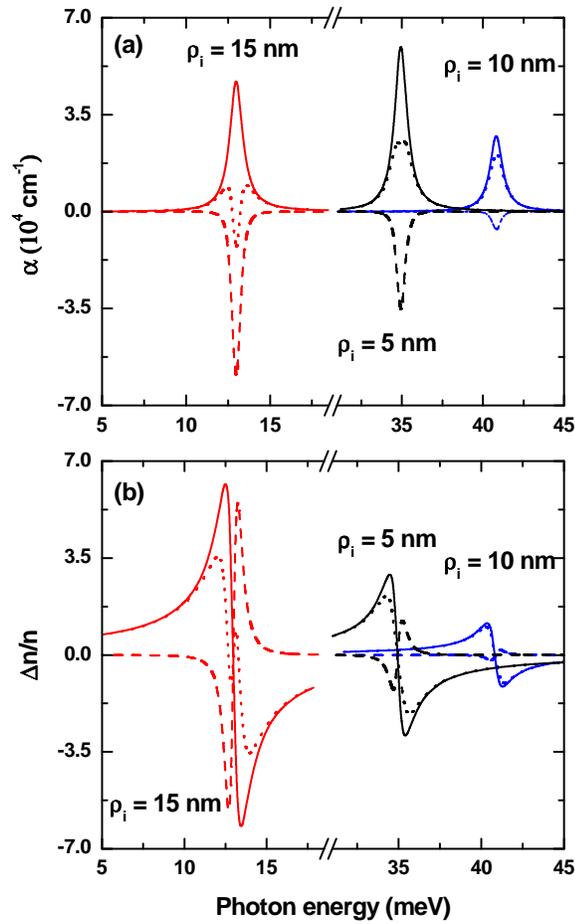


Figura 3.7: Coeficiente de absorción (a) y la variación relativa del índice de refracción (b) como funciones de la energía del fotón incidente: las líneas continuas son para  $\alpha^{(1)}$  y  $\Delta n^{(1)}/n_r$ , las líneas discontinuas son

para  $\alpha^{(3)}$  y  $\Delta n^{(3)}/n_r$ , y las líneas de punteadas son para  $\alpha$  y  $\Delta n/n_r$ . Se han considerado tres diferentes valores de la posición de la impureza  $\rho_i$  con  $R_1 = 5$  nm,  $R_2 = 15$  nm y  $P = 0$ .

En la figura 3.7 se presentan las dependencias del coeficiente de absorción intra-banda en la figura 3.7(a) y de la variación relativa del índice de refracción en la figura 3.7(b) con la energía del fotón incidente para tres diferentes valores de la posición de la impureza,  $\rho_i$ . Los resultados corresponden a la configuración en la que  $R_1 = 5$  nm,  $R_2 = 15$  nm y  $P = 0$ . De las figuras 3.7 (a) y (b) es evidente que en los espectros de la absorción intra-banda y del cambio relativo del índice de refracción puede darse tanto desplazamientos hacia el azul y como al rojo. Como ya se menciona la justificación de este fenómeno radica en las diferencias de energía entre los estados  $1s$  y  $2s$  obtenidos en cada situación. Se ve fácilmente que el valor máximo de la energía necesaria para un fotón para que haya transición intra-banda corresponde al caso en que la impureza se coloca en el borde izquierdo del anillo cuántico. Vale la pena registrar que varios autores [39, 40, 41, 42, 43] han estado investigando la dependencia del coeficiente de absorción total como una función de la energía incidente de los fotones para diferentes valores de la intensidad de la luz. Ellos han demostrado que a partir de ciertos valores de  $I$  del pico de resonancia del coeficiente de absorción se divide en dos partes. La razón de esto puede encontrarse en la dependencia lineal del coeficiente de absorción óptica de tercer orden con la intensidad de la luz incidente. Como se puede ver en la figura 3.7(a) (línea punteada roja), se obtiene aquí el mismo tipo de efecto. Pero hay que destacar que en este caso el valor de  $I$  se ha mantenido fijo. Así, la razón de la oscilación del coeficiente de absorción total, así como la oscilación adicional del cambio relativo del índice de refracción de la tercer orden [véase la figura 3.7(b), línea punteada roja] es debido a el crecimiento en el valor del elemento de matriz dipolar  $M_{fi}$  (véase, por ejemplo, que la amplitud del pico de absorción de tercer orden significativamente crece cuando  $\rho_i$  aumenta). Como resultado de este crecimiento es posible obtener incluso un coeficiente negativo de absorción total. En este punto, vale la pena discutir el resultado matemático para el coeficiente de absorción óptica total que aparece en la figura 3.7(a) cuando  $\rho_i$  coincide con el radio exterior QR. Como se puede observar, el valor de este coeficiente en la frecuencia resonante luz y resulta ser negativa.

Esto es una consecuencia del rol dominante del factor  $I$  (intensidad de la luz incidente) en la magnitud de la contribución de tercer orden. Desde el punto de vista físico, en este sistema de un electrón y un sistema estacionario, tal resultado puede ser espuria. Sin embargo, en realidad es posible tener un desvanecimiento a fuga del coeficiente de absorción total a través de la creciente influencia de la respuesta no lineal, dando lugar a lo que se conoce como blanqueo. Es decir, el sistema llegará a ser transparente para la propagación de una señal de luz cuya frecuencia coincide con la de la transición de la energía implicada.

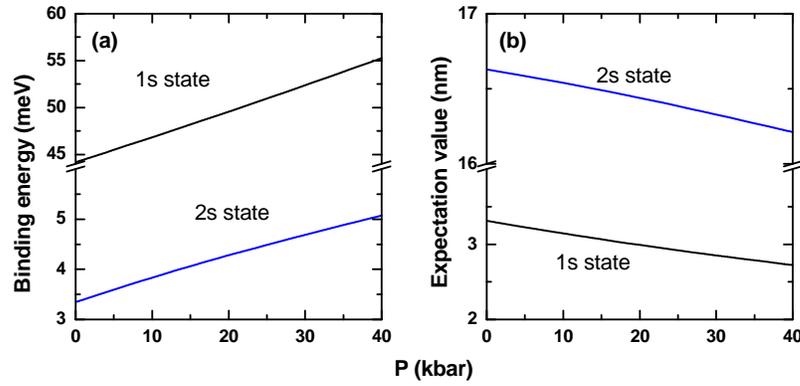


Figura 3.8: Energía de enlace del estado base  $1s$  y el primer estado excitado  $2s$  de una impureza donadora en (a) y los valores esperados de la distancia electrón-impureza de tales estados en (b) en función de la presión hidrostática  $P$  en un anillo cuántico bidimensional de GaAs. Los resultados son para  $R_1 = 5$  nm,  $R_2 = 15$  nm y la impureza se localiza en el centro del anillo cuántico  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

La variación de las energías de enlace de una impureza donadora  $1s$  y  $2s$  en un anillo cuántico bidimensional de  $GaAs$  como funciones de la presión hidrostática  $P$  se muestran en la figura 3.8(a), mientras que la correspondiente variación del valor esperado de la distancia electrón-impureza de los estados estudiados aquí aparecen en la figura 3.8(b). Los cálculos se hacen para  $R_1 = 5$  nm,  $R_2 = 15$  nm y la impureza se coloca en el centro del anillo  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Se ve fácilmente que en todos los casos, la influencia de la presión hidrostática conduce a un aumento en la energía de enlace de ambos estados, véase la figura 3.8(a), con una reducción asociada del valor esperado de distancia electrón-impureza con el aumento de  $P$ , ver figura 3.8(b). El aumento de  $P$  supone el crecimiento de la masa efectiva de los electrones y una caída en el valor de la constante dieléctrica. Con el aumento de la masa efectiva, la energía del primer estado del electrón no correlacionado confinado baja. Por otra parte, la reducción de la constante dieléctrica conduce al debilitamiento del apantallamiento electrostático con el consiguiente refuerzo de la interacción de Coulomb y el crecimiento del valor de la energía de enlace. Por otra parte, la reducción de las dimensiones efectivas de los radios en la reducción del tamaño de la estructura acerca o mejor reduce la distancia electrón-impureza, véase la figura 3.8(b), que también conduce a un aumento de las energías de enlace.

Figura 3.9(a) y 3.9(b) exhibe los resultados para el coeficiente de absorción intra-banda y el cambio del índice de refracción relativo, respectivamente, como función de la energía del fotón incidente. En este caso, el parámetro elegido para variar es la presión hidrostática  $P$  y los resultados son para  $R_1 = 5$  nm,  $R_2 = 15$  nm y la impureza localiza en el centro de la heteroestructura semiconductor,  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Como puede verse en las figuras el incremento en  $P$  produce un desplazamiento hacia el azul tanto en el espectro de la absorción óptica intra-banda y como en la variación relativa del índice de refracción. Esto se explica por el hecho de que para los valores considerados de  $P$ , la

distancia entre las energías de los estados  $1s$  y  $2s$  aumenta, véase la figura 3.8(a), y por lo tanto las transiciones de los electrones requiere un valor más grande de la energía del fotón. También se puede observar que las amplitudes de los picos de resonancia lineales y no lineales de las dos propiedades ópticas consideradas siempre disminuye con  $P$ . Esto es una consecuencia de la variación decreciente del elemento de matriz dipolar  $M_{fi}$  como una función de  $P$ . Se puede notar también que las amplitudes de los picos de resonancia de tercer orden son más fuertemente afectados por la presión, ya que, a pesar de la caída de  $M_{fi}(P)$ , la magnitud del término  $|(M_{ss} - M_{ii})/M_{fi}|$  también se reduce debido a la disminución en la diferencia de  $|M_{ff} - M_{ii}|$  cuando aumenta la presión hidrostática aplicada.

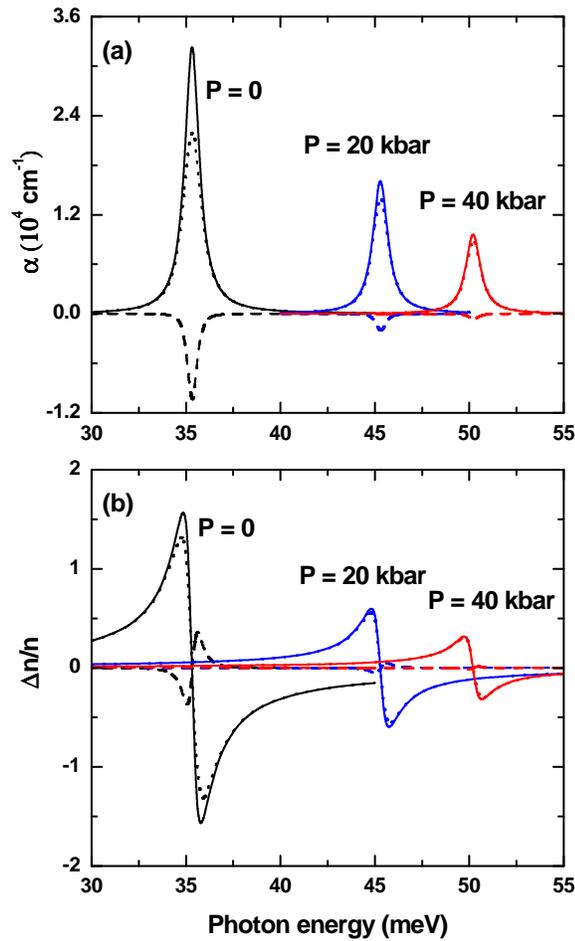


Figura 3.9: Coeficiente de absorción (a) y la variación relativa del índice de refracción (b) como funciones de la energía del fotón incidente: las líneas continuas son para  $\alpha^{(1)}$  y  $\Delta n^{(1)}/n_r$ , las líneas discontinuas son para  $\alpha^{(3)}$  y  $\Delta n^{(3)}/n_r$ , y las líneas de punteadas son para  $\alpha$  y  $\Delta n/n_r$ . Se han considerado tres diferentes valores de  $P$  con  $R_1 = 5 \text{ nm}$ ,  $R_2 = 15 \text{ nm}$ , y la impureza se localiza en el centro del anillo cuántico  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

### 3.5 CONCLUSIONES

En este capítulo se ha estudiado la influencia combinada del tamaño de las dimensiones radiales, la posición de la impureza y la presión hidrostática sobre la absorción óptica intra-banda lineal y no lineal y la variación relativa del índice de refracción relacionado con una impureza donadora en un anillo cuántico bidimensional de *GaAs*. Los resultados obtenidos muestran que las energías de enlace de los estados base y primer excitado son bastante sensibles a la variación de la geometría del anillo cuántico a través de la modificación del tamaño de radios interno y externo. En consecuencia, ambas energías de enlace, del  $1s$  y  $2s$  están aumentando en función del incremento del radio interior, mientras que los mismos estados exhiben la disminución de sus valores de energía con respecto al incremento en el radio exterior del anillo cuántico. Por otro lado, en una configuración donde se fije el valor del radio exterior, aumentando el tamaño del radio interior conduce al desplazamiento hacia el azul de la posición del pico de energía de la absorción óptica y el cambio relativo del índice de refracción. Sin embargo, al mantener fijo el valor del radio interior y aumentar el valor del radio exterior hace que se presente el desplazamiento hacia el rojo de las respuestas ópticas estudiadas.

El cambio en la posición radial de la impureza donadora, que pasa de ser colocada en el radio interior para pasar a localizar en el radio exterior, tiene un efecto mixto en la posición de los máximos de energía correspondiente a los coeficientes ópticos. En primer lugar, hay un desplazamiento hacia el azul y, para las posiciones de impureza por encima del radio medio del anillo cuántico, estas cantidades están desplazada hacia el rojo. Los resultados de la influencia de la presión hidrostática exhiben que ambos estados de impureza estudiados han aumentando sus energías de enlace, con un aumento simultáneo de la energía de transición, que se refleja en el desplazamiento hacia el azul de las respuestas ópticas lineales y no lineales. Los resultados presentados pueden ser útiles en la comprensión de las influencias de la presión hidrostática y de impureza donadora hidrogenoide en las propiedades ópticas no lineales de los anillos cuánticos.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics (Non-relativistic Theory)* (Pergamon Press, Oxford, 1977)
- [2] D. G. W. Parfitt, M. E. Portnoi, J. of Math. Phys. 43 (2002) 4681.
- [3] J. Mathews and R. Walker, *Mathematical Methods of Physics (Benjamin/Cummings, California, 1970)*
- [4] I. Gradshteyn and I. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products (Academic Press, San Diego, 2000)*
- [5] G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists (Academic Press, London, 1985)*
- [6] R. A. Webb, S. Washburn, C. P. Umbach and R. B. Laibowitz, Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 2696.
- [7] G. Timp, A. M. Chang, J. E. Cunningham, T. Y. Chang, P. Mankiewich, R. Behringer, R. E. Howard, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 2814.
- [8] R. J. Warburton, C. Schulhauser, D. Haft, C. Schäflein, K. Karrai, J. M. Garcia, W. Schoenfeld, P. M. Petroff, Phys. Rev. B 65 (2002) 113303.
- [9] D. Mailly, C. Chapelier and A. Benoit, Phys. Rev. Lett. 70 (1993) 2020.
- [10] A. D. Yoffe, Adv. Phys. 50 (2001) 1.
- [11] B. S. Monozon, Mikhail V. Ivanov and P. Schmelcher, Phys. Rev. B 70 (2004) 205336.
- [12] A. Bruno-Alfonso and A. Latgé, Phys. Rev. B 61 (2000) 15887.
- [13] A. Bruno-Alfonso and A. Latgé, Phys. Rev. B 71 (2005) 125312.
- [14] L. G. G. V. Dias da Silva, S. E. Ulloa, and A. O. Govorov, Phys. Rev. B 70 (2004) 155318.
- [15] B. S. Monozon and P. Schmelcher, Phys. Rev. B 67 (2003) 045203.

- 
- [16] G. A. Farias, M. H. Degani, J. A. K. Freire, J. Costa e Silva, and R. Ferreira, *Phys. Rev. B* 77 (2008) 085316.
- [17] M. G. Barseghyan, M. E. Mora-Ramos and C. A. Duque, *Eur. Phys. J. B* 84 (2011) 265.
- [18] M. G. Barseghyan, A. Hakimyfar, M. Zuhair, C. A. Duque, and A. A. Kirakosyan, *Physica E* 44 (2011) 419.
- [19] I. Karabulut and S. Baskoutas, *J. Appl. Phys.* 103 (2008) 073512.
- [20] W. F. Xie, *Phys. Lett. A* 372 (2008) 5498.
- [21] B. Li, K. -X. Guo, Z. -L. Liu, Y. -B. Zheng, *Phys. Lett. A* 372 (2008) 1337.
- [22] W. F. Xie, *Phys. Status Solidi B* 245 (2008) 101.
- [23] W. F. Xie, *Physica B* 405 (2010) 3436.
- [24] B. Çakir, Y. Yakar, A. Özmen, M. Özgür Sezer, *Superlatt. and Microstruct.* 47 (2010) 556.
- [25] L. Zhang, Z. Yu, W. Yao, Y. Liu, H. Ye, *Superlatt. and Microstruct.* 48 (2010) 434.
- [26] W. F. Xie, *Superlatt. and Microstruct.* 48 (2010) 239.
- [27] W. F. Xie, *Phys. Status Solidi B* 246 (2009) 2257.
- [28] W. F. Xie, *Phys. Scr.* 85 (2012) 055702.
- [29] A. Latgé, M. de Dios-Leyva, and L. E. Oliveira, *Phys. Rev. B* 49 (1994) 10450.
- [30] C. A. Duque, A. L. Morales, A. Montes, and N. Porrás-Montenegro, *Phys. Rev. B* 55 (1997) 10721.
- [31] Z. Barticevic, M. Pacheco, and A. Latgé, *Phys. Rev. B* 62 (2000) 6963.
- [32] J. M. Llorens, C. Trallero-Giner, A. García-Cristóbal, and A. Cantarero, *Phys. Rev. B* 64 (2001) 035309.
- [33] L. A. Lavenère-Wanderley, A. Bruno-Alfonso and A. Latgé, *J. Phys.: Condens. Matter* 14 (2002) 259.
- [34] N. Raigoza, A. L. Morales, A. Montes, N. Porrás-Montenegro, C. A. Duque. *Phys. Rev. B* 69 (2004) 045323.
- [35] M. G. Barseghyan, A. A. Kirakosyan, and C. A. Duque, *Eur. Phys. J. B* 72 (2009) 521.
- [36] F. J. Culchac, N. Porrás-Montenegro, J. C. Granada and A. Latgé, *J. Appl. Phys.* 105 (2009) 094324.

- 
- [37] D. Ahn and S. -L. Chuang, *IEEE J. Quantum Electron.* 23 (1987) 2196.
- [38] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics (Academic Press, San Diego, 2003)*.
- [39] Wenjie Yao, Zhongyuan Yu, Yumin Liu, Boyong Jia, *Physica E* 41 (2009) 1382.
- [40] V. Prasad, P. Silotia, *Physics Letters A* 375 (2011) 3910.
- [41] M. Kirak, S. Yilmaz, M. Şahin, and M. Gençaslan, *J. Appl. Phys.* 109 (2011) 094309.
- [42] B. Çakir, Y. Yakar, and A. Özmen, *J. Luminescence* 132 (2012) 2659.
- [43] H. Hassanabadi, H. Rahimov, L. Lu, and C. Wangc, *J. Luminescence* 132 (2012) 1095.

# PROPIEDADES ÓPTICAS NO LINEALES EN ANILLOS CUÁNTICOS 3D

---

## 4.1 RESUMEN

Se calculan los coeficientes de absorción óptica intra-banda lineales y no lineales en anillos cuánticos tridimensionales de *GaAs* teniendo en cuenta los efectos combinados de la presión hidrostática y el campo eléctrico aplicado a lo largo de la dirección de crecimiento de la heteroestructura, se han encontrado las energías del estado base y del primer estado excitado de una impureza donadora usando la aproximación de masa efectiva y un método variacional. Las energías de estos estados son analizadas como funciones de las dimensiones de la heteroestructura, la presión hidrostática y el campo eléctrico. También se ha investigado las dependencias de los coeficientes de absorción óptica lineales, no lineales, y el total en función de la energía de los fotones incidentes para varias configuraciones del sistema. Se ha encontrado que la variación de los distintos tamaños de la heteroestructura conduce a ya sea un desplazamiento hacia el rojo y/o un desplazamiento hacia el azul de los picos de resonancia del espectro óptico intra-banda. Además, los resultados muestran que la aplicación de un campo eléctrico conduce a un desplazamiento hacia el rojo, mientras que la influencia de la presión hidrostática conduce a un desplazamiento hacia el azul (en el caso de la impureza donadora tenga su posición en el centro del anillo cuántico) de los picos de resonancia en el espectro óptico intra-banda.

## 4.2 INTRODUCCIÓN

Las propiedades ópticas no lineales de sistemas de semiconductores de baja dimensionalidad, tales como pozos cuánticos, puntos cuánticos, anillos cuánticos, y otras nanoestructuras han atraído mucha atención en algunas áreas de física aplicada [1, 2, 3, 4]. La razón es que las propiedades

ópticas no lineales típicos de los materiales de baja dimensionalidad tienen un gran potencial para aplicaciones de dispositivos en amplificadores de láser [5], foto detectores [1], moduladores electro-ópticos de alta velocidad [2], etcétera.

Por otra parte, la investigación de las propiedades electrónicas de impurezas hidrogenoides en heteroestructuras semiconductoras de baja dimensionalidad también tiene bastante interés. Esto se explica por la mayor posibilidad de manipulación útil de la energía de impureza de enlace por medio de las influencias externas y, por lo tanto, la posibilidad de controlar las propiedades electrónicas y ópticas de los dispositivos funcionales basados en tales heteroestructuras [6].

El efecto simultáneo de impurezas y de las influencias de agentes externos sobre las propiedades ópticas lineales y no lineales de nanoestructuras semiconductoras ha atraído mucha atención en los últimos años, de acuerdo con investigaciones tanto fundamentales y como aplicadas [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18].

Algunos reportes en artículos de investigación relacionados con los efectos de la impureza y de las influencias externas sobre las propiedades ópticas lineales y no lineales de las restricciones cuantitativas se tiene por [11, 19].

Espectros de absorción óptica lineal y no lineal de tercer orden de una impureza donadora confinado dentro de un anillo cuántico con un potencial parabólico se han investigado en el trabajo de [11]. Los cálculos se realizaron con el uso de la diagonalización de la matriz y del método de matriz densidad compacto en el marco de la aproximación de masa efectiva. Los autores han encontrado que las modificaciones en el confinamiento, la densidad óptica incidente, y el radio del anillo tienen un gran efecto en los espectros de absorción lineal, no lineal de tercer orden, y el total. Además, se investigó en [19] el coeficiente de rectificación óptica no lineal de segundo orden asociada con transiciones intersubbanda en el sistema de un anillo cuántico hidrogenoide con un pseudopotencial bidimensional en la presencia de un campo magnético externo. En ese caso, los cálculos se realizan utilizando el método de perturbaciones y los enfoques de matriz densidad compacto y de la masa efectiva. Según los resultados, el coeficiente de rectificación óptica no lineal de segundo orden es fuertemente afectado por el tamaño geométrico del anillo y el potencial químico del pseudopotencial, la impureza hidrogenoide, y el campo magnético externo.

En este capítulo, se investigan los efectos de la presión hidrostática, el campo eléctrico aplicado en la dirección de crecimiento del anillo, y los cambios de las diferentes dimensiones de la geometría de la heteroestructura sobre las transiciones ópticas intra-banda lineales y no lineales en un anillo cuántico cilíndrico tridimensional de *GaAs*.

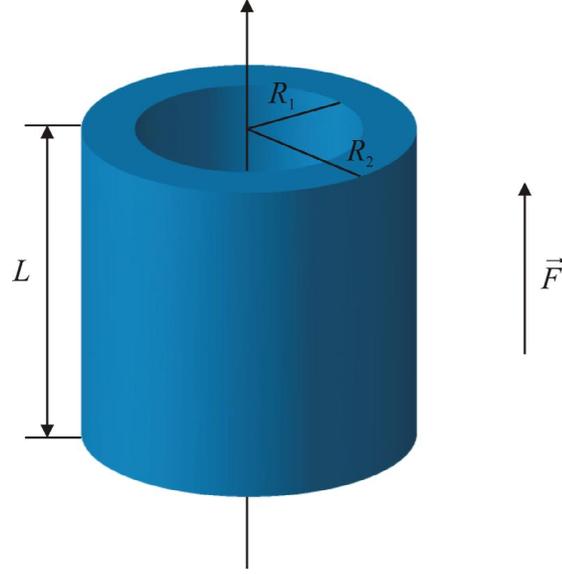


Figura 4.1: Anillo cuántico tridimensional:  $R_1$  y  $R_2$  son los radios interno y externo del anillo,  $L$  es la altura del anillos, se muestra la dirección del campo eléctrico  $F$ . La impureza se coloca en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

### 4.3 MARCO TEÓRICO

El hamiltoniano del electrón en un anillo cuántico tridimensional de *GaAs* dentro de las aproximaciones de masa efectiva y de banda parabólica, teniendo en cuenta la influencia de un campo eléctrico aplicado en la dirección crecimiento del semiconductor, viene dado por la expresión

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*(P,T)} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + V(\rho, z, P) + |e| F z - \frac{e^2}{\varepsilon(P,T)r}, \quad (4.1)$$

donde  $r = [(\vec{\rho} - \vec{\rho}_i)^2 + (z - z_i)^2]^{\frac{1}{2}}$  es la distancia desde el electrón hasta el sitio donde se localiza la impureza (con  $(z_i, \vec{\rho}_i)$  and  $(z, \vec{\rho})$  siendo las coordenadas de la impureza y el electrón, respectivamente). Además,  $F$  es la magnitud del campo eléctrico tipo dc, mientras  $e$  es el valor absoluto de la carga eléctrica del electrón. Adicionalmente,  $m^*(P,T)$  y  $\varepsilon(P,T)$  son, respectivamente, la masa efectiva del electrón y la constante dieléctrica estática en dependencia con la presión hidrostática y la temperatura ( $T = 4\text{K}$ ).  $V(\rho, z, P) = V(z, P) + V(\rho, P)$  es el potencial de confinamiento del anillo cuántico, dado por

$$V(\rho, z, P) = \begin{cases} 0, & \text{en } R_1(P) \leq \rho \leq R_2(P), |z| < L(P)/2 \\ \infty, & \text{en otra región.} \end{cases} \quad (4.2)$$

Para describir el efecto de la impureza se utilizará el método variacional. El interés de este capítulo son los estados base  $1s$  y primer excitados  $2s$  del electrón confinado tres dimensiones a diferencia del capítulo anterior donde sólo se tenían dos. Por lo tanto, las funciones de prueba para los estados de impurezas mencionadas pueden ser escritos como los productos de las funciones propias no correlacionadas de la primera subbanda del confinamiento, asociado con el movimiento de los electrones en el anillo cuántico tridimensional, y las funciones hidrogenoides  $1s$  y  $2s$  de carácter esférico, respectivamente [21, 22, 20, 23, 24]. Se han elegido las siguientes funciones de prueba como las funciones de onda de los estados  $1s$  y  $2s$ :

$$\Psi_i(\rho, z) = N_i \vartheta(\rho) f(z) e^{-\alpha_i r}, \quad (4.3)$$

$$\Psi_f(\rho, z) = N_f \vartheta(\rho) f(z) (1 - \beta_f) e^{-\alpha_f r}, \quad (4.4)$$

donde  $N_i$  y  $N_f$  son las constantes de normalización, y  $\{\alpha_i, \beta_f, \alpha_f\}$  son los parámetros variacionales, los cuales pueden calcularse por la condición que  $\Psi_i$  and  $\Psi_f$  forman un conjunto de funciones ortogonales. Las funciones de onda del estado base  $\vartheta(\rho)$  tiene la forma de la ecuación 2.15 y  $f(z)$  para la contribución del confinamiento en la dimensión  $z$  sin la impureza, de acuerdo a [25, ?] que aquí se escribe:

$$\vartheta(\rho) = J_0(k\rho) + G_1 Y_0(k\rho), \quad (4.5)$$

$$f(z) = Ai(Z) + G_2 Bi(Z), \quad (4.6)$$

donde  $(J_0, Y_0)$  son las funciones de Bessel primer y segundo tipo de orden cero, respectivamente;  $k = \left(\frac{2m^*(P,T)}{\hbar^2} E_\rho\right)^{1/2}$ ,  $E_\rho$  es la energía del estado base asociada al confinamiento lateral. de otra parte,  $(Ai, Bi)$  son las funciones de Airy, y  $G_1$  y  $G_2$  son las constantes obtenidas de las condiciones de continuidad de las soluciones a las funciones en las fronteras;  $Z = [2m^*(P,T)eF/\hbar^2]^{1/3} [z - E_z/(eF)]$ ,  $E_z$  es la energía del estado base asociada con el confinamiento perpendicular. Para el estado  $1s$  hidrogenoide, el método variacional provee la minimización  $\langle \Psi_i | H | \Psi_i \rangle$  con respecto a  $\alpha_{1s}$  para hallar la energía de enlace del estado fundamental de la impureza donadora  $E_{1s}$ . Para el primer estado excitado  $2s$ , se sigue un procedimiento similar. Los efectos de la presión hidrostática se realiza a través de la dependencia de la masa efectiva del electrón, la constante dieléctrica estática del  $GaAs$  y en las dimensiones (radios interior y exterior y la altura) de la heteroestructura. Se dan, respectivamente, por [26, 27]

$$m^*(P, T) = \left[ 1 + \frac{15020 \text{ meV}}{E_g(P, T)} + \frac{7510 \text{ meV}}{E_g(P, T) + 341 \text{ meV}} \right]^{-1} m_0, \quad (4.7)$$

$$\varepsilon(P, T) = 12.74 \times \exp(-1.67 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1} P) \times \exp[9.4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1} (T - 75.6 \text{ K})], \quad (4.8)$$

$$L(P) = L(0)[1 - P(S_{11} + 2S_{12})], \quad (4.9)$$

y

$$R_i(P) = R_i(0)[1 - 2P(S_{11} + 2S_{12})]^{1/2}, (i = 1, 2), \quad (4.10)$$

donde  $m_0$  es la masa libre del electrón, y  $E_g(P, T)$  es la brecha de energía del *GaAs* dependiente de la presión hidrostática y la temperatura, determinada por la siguiente relación:

$$E_g(P, T) = \left( 1519 + 10.7 \text{ kbar}^{-1} P - \frac{0.5405 \text{ K}^{-1} T^2}{T + 204 \text{ K}} \right) \text{ meV}. \quad (4.11)$$

En los cálculos, se toman los valores  $S_{11} = 1.16 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1}$  y  $S_{12} = -3.7 \times 10^{-4} \text{ kbar}^{-1}$ .

Con el uso de la aproximación de matriz densidad, los coeficientes de absorción óptica lineal y no lineal de tercer orden pueden escribirse, respectivamente, como se propone en [28, 29]

$$\alpha^{(1)}(\hbar\omega) = \frac{4\pi\omega e^2}{\varepsilon(P, T)^{1/2} c} \frac{\sigma_s |M_{fi}|^2 \Gamma_0}{(E_{fi} - \hbar\omega)^2 + \Gamma_0^2} \quad (4.12)$$

y

$$\begin{aligned} \alpha^{(3)}(\hbar\omega, I) &= -\frac{32\pi^2\omega e^4}{\varepsilon(P, T) c^2} \frac{I \sigma_s |M_{fi}|^4 \Gamma_0}{[(E_{fi} - \hbar\omega)^2 + \Gamma_0^2]^2} \\ &\times \left[ 1 - \left| \frac{M_{ff} - M_{ii}}{2M_{fi}} \right|^2 \frac{(E_{fi} - \hbar\omega)^2 - (\Gamma_0)^2 + 2E_{fi}(E_{fi} - \hbar\omega)}{E_{fi}^2 + \Gamma_0^2} \right], \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde  $\Gamma_0$  ( $= 0.4 \text{ meV}$ ) es el parámetro Lorentziano de amortiguación.

En las expresiones (4.12)-(4.14) la intensidad del campo incidente es  $I$ ;  $\sigma_s$  es la densidad de los electrones en el sistema,  $n_r$  es el índice de refracción del *GaAs*,  $E_{fi} = E_f - E_i$  la energía de la transición, mientras  $M_{fi} = \langle \Psi_f | \rho \cos(\phi) | \Psi_i \rangle$  es el elemento de matriz del operador de dipolo. En los cálculos numéricos se usan los valores  $\sigma_s = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_r = 3.2$  y  $I = 2 \times 10^4 \text{ W/cm}^2$ .

El coeficiente de absorción total es:

$$\alpha(\hbar\omega) = \alpha^{(1)}(\hbar\omega) + \alpha^{(3)}(\hbar\omega) \quad (4.14)$$

## 4.4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se presentan los resultados de los cálculos de los niveles de energía de la impureza donadora y de las propiedades ópticas de los correspondientes. En aras de la ilustración, las figuras que contienen los resultados de las energías muestran también, inserciones de los correspondientes diferencias de energía  $E_{2s} - E_{1s}$ , que se asocian con las posiciones de los pico resonancia de los

coeficientes de absorción. Entonces, la discusión con respecto a los resultados en las figuras 5, 6, 7, 8 y 9 hará uso de los contenidos en las inserciones de las figuras 1, 2, 3, y 4.

Los resultados obtenidos para el estado base y la energía del primer estado excitado de una impureza donadora en un anillo cuántico tridimensional de *GaAs* se muestran en la figura 4.2 como funciones del radio interior en (a) y del radio exterior en (b). La altura del anillo se toma como  $L = 20$  nm, con  $P = 0$  y  $F = 0$ . La impureza se coloca en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ .

Para un valor fijo del radio exterior, en la figura 4.2(a), el espesor de la región radial del anillo  $W = R_2 - R_1$  disminuye al tiempo que el radio interior es aumentado con el consiguiente el incremento en el tamaño de la cuantización. Como resultado de esto, habrá un aumento de las energías tanto del estados base como del primer estado excitado. Por otra parte, un crecimiento en el valor del radio exterior del anillo se refleja en la disminución de las energías, debido a que esto debilita el efecto de la cuantización, véase La Figura 4.2(b). Como puede verse en las figuras (a) y (b), la influencia del tamaño en la cuantización es mucho más fuerte para los estados excitados. Este hecho era de esperar porque el estado excitado es más extendido en el interior de la región del anillo que el estado fundamental.

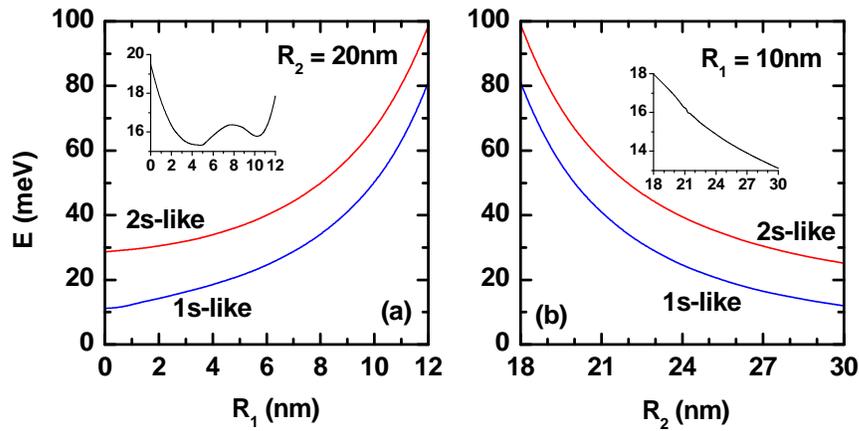


Figura 4.2: Energía del estado base y del primer excitado del electrón en función de los radios interno en (a) y el externo en (b) del anillo cuántico con  $L = 20$  nm,  $P = 0$ , and  $F = 0$ . La impureza se coloca en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . El inserto muestra la diferencia entre las energías de los estados 1s y 2s.

Los resultados respecto al efecto de la presión hidrostática en las energías de los estados 1s y 2s de una impureza en un donadora en un anillo cuántico tridimensional de *GaAs* se pueden encontrar en la figura 4.3. En este caso, el cálculo se realiza tomando  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $L = 20$  nm, y  $F = 0$  y de nuevo la impureza se coloca en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Es claro que en todos los casos, la influencia de la presión hidrostática tiene el efecto de reducir las energías del estado considerado. Hay varios factores que son responsables de tal comportamiento, es decir que

mientras existe un incremento en la presión hidrostática ocurre que: (1) la constante dieléctrica estática del *GaAs* disminuye, (2) la masa efectiva del electrón se incrementa, y (3) las dimensiones de la heteroestructura decrecen. Con el aumento de la masa efectiva, en ambos estados baja la energía. Por otra parte, la reducción de la constante dieléctrica está relacionada con el refuerzo de la interacción Coulombiana y la disminución de las energías. La reducción de las dimensiones efectivas de la estructura semiconductor se traducirá en una reducción del valor esperado de la distancia electrón–impureza, esto tiene como consecuencia la disminución de las energías de ambos estados. Como se ve en las figuras 4.3(a) y 4.3(b), la influencia de la presión hidrostática no modifica el comportamiento global asociada con las curvas de energías de los estados de impureza donadoras.

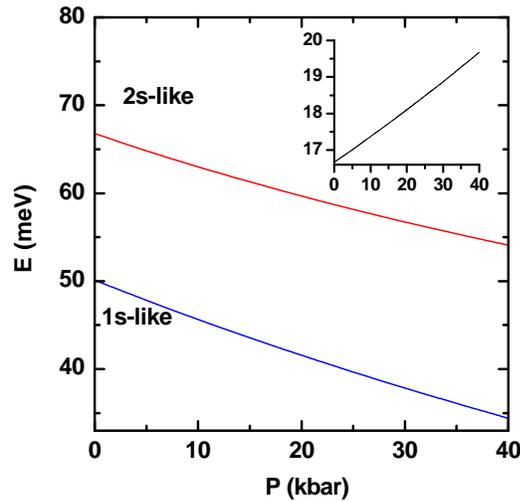


Figura 4.3: Energía del estado base y del primer excitado del electrón en función de la presión hidrostática. Los cálculos son para  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $L = 20$  nm, and  $F = 0$ . La impureza se coloca en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . El inserto muestra la diferencia entre las energías de los estados  $1s$  y  $2s$ .

El efecto de un campo eléctrico aplicado en las energías de los estados base y primer excitado de una impureza donadora que se coloca en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$  dentro de un anillo cuántico tridimensional de *GaAs* se presenta en la figura 4.4. Los resultados son, en este caso, para  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $L = 20$  nm, y  $P = 0$ . De la figura se puede observar que con el aumento de la intensidad de campo eléctrico de las energías de los estados base y el primer excitado del electrón se reducen. Esto se puede explicar por el hecho siguiente: Con el aumento del campo eléctrico la nube electrónica se desplaza lejos de la impureza (a lo largo de  $-F$ ), con un debilitamiento de la localización del electrón. Por esta razón, hay una disminución en las energías de ambos estados. También es evidente que la influencia del campo eléctrico en el estado excitado es mayor que en el estado fundamental. Esto es porque el estado fundamental de electrones está más fuertemente localizado.

En la figura 4.5 se presentan los resultados para las energías estado del fundamental y primer estado excitado de una impureza donadora puesta en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$  dentro un anillo cuántico tridimensional de *GaAs* como una función de su altura. Los resultados son para  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $F = 0$ , y  $P = 0$ . Con el aumento de la altura del anillo, el aumento del tamaño debilita la cuantización y el confinamiento, como consecuencia la reducción de la energía en cada caso. Es importante anotar que este efecto causa la diferencia notable en los valores de los niveles de energía reportados en las figuras 3.2 y 3.4 del anillo cuántico bidimensional tratado en el capítulo anterior.

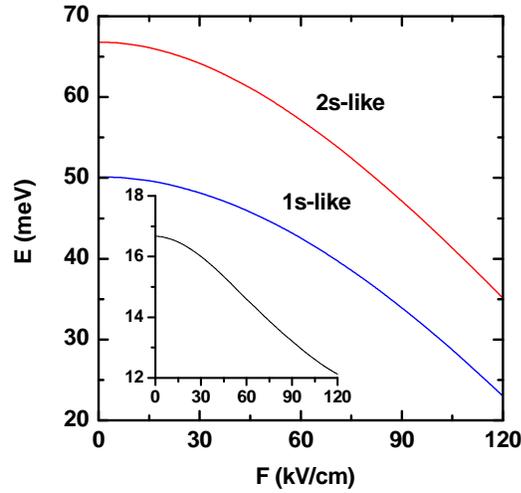


Figura 4.4: Energía del estado base y del primer excitado del electrón en función del campo eléctrico aplicado. Los cálculos son para  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $L = 20$  nm, and  $P = 0$ . La impureza se coloca en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . El inserto muestra la diferencia entre las energías de los estados 1s y 2s.

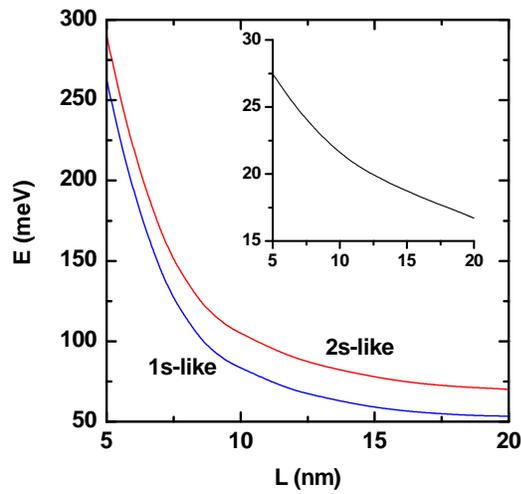


Figura 4.5: Energía del estado base y del primer excitado del electrón en función de la altura del anillo  $L$ . Los cálculos son para  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $F = 0$ , y  $P = 0$ . La impureza se coloca en  $z_i = 0$  y

$\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . El inserto muestra la diferencia entre las energías de los estados  $1s$  y  $2s$ .

En la Tabla 4.1 se reportan los cálculos de los elementos de la matriz intra-banda para varias configuraciones de las dimensiones de la estructura, el campo eléctrico aplicado, y la presión hidrostática.

Tabla 4.1: Elementos de la matriz intra-banda

$R_1$	$R_2$	$L$	$F$	$P$	$M_{if}$	$M_{ff}$	$M_{ii}$
0	20	20	0	0	0.85	8.34	6.45
6	20	20	0	0	1.54	0.90	10.8
12	20	20	0	0	1.44	10.06	14.50
10	18	20	0	0	1.46	9.80	12.40
10	24	20	0	0	1.63	10.90	15.20
10	30	20	0	0	1.73	12.60	18.00
10	20	5	0	0	1.12	9.11	13.83
10	20	12.5	0	0	1.41	9.55	13.54
10	20	20	0	0	1.76	10.14	12.83
10	20	20	0	0	1.52	9.71	13.30
10	20	20	0	20	1.37	9.41	13.40
10	20	20	0	40	1.22	9.14	13.50
10	20	20	0	0	1.52	9.71	13.30
10	20	20	50	0	1.60	9.84	13.10
10	20	20	100	0	1.76	10.10	12.80

Las dimensiones de la heteroestructura y los elementos de la matriz se reportan en nanómetros (nm); el campo eléctrico, en kilovolts por centímetro (kV/cm); y , la presión hidrostática en kilobar (kbar).

Para el elemento  $M_{if}$  los resultados muestran que: 1) es una función creciente de cada una de las dimensiones de la estructura y del campo eléctrico aplicado, y 2) es una función decreciente de la presión hidrostática.

Los coeficientes de absorción lineal, no lineal, y el total en el anillo cuántico tridimensional de  $GaAs$  se muestra en la figura 4.6 como funciones de la energía del fotón incidente para tres diferentes valores del radio interior del anillo  $R_1$ . Los resultados se obtiene para  $R_2 = 20$  nm,  $L = 20$  nm,  $P = 0$ ,  $F = 0$ ,  $I = 2 \times 10^4$  W/cm<sup>2</sup>, y la impureza donadora se localiza en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Como se puede ver es esta figura, para un valor de  $R_1 = 6$  nm el pico de absorción resonante se desplaza hacia regiones de pequeñas energías del fotón. Es decir, hay un desplazamiento al rojo de los picos de resonancia del espectro óptico intra-banda. Para un valor del radio interno de

$R_1 = 12$  nm, el pico de absorción resonante se desplaza hacia regiones de grandes energías del fotón. En otras palabras se da un desplazamiento hacia el azul de los picos resonantes de del espectro óptico intra-banda. Este fenómeno es debido al hecho de que la diferencia de energías entre los estados  $1s$  y  $2s$  es más grande para  $R_1 = 12$  nm que para el caso de  $R_1 = 6$  nm véase figura 4.2(a). Hay que hacer notar que, con la disminución de la diferencia de energías entre los estados  $1s$  y  $2s$ , el elemento de matriz de dipolo es más grande y, por esta razón, el máximo valor del coeficiente de absorción lineal y no lineal tendrán un aumento.

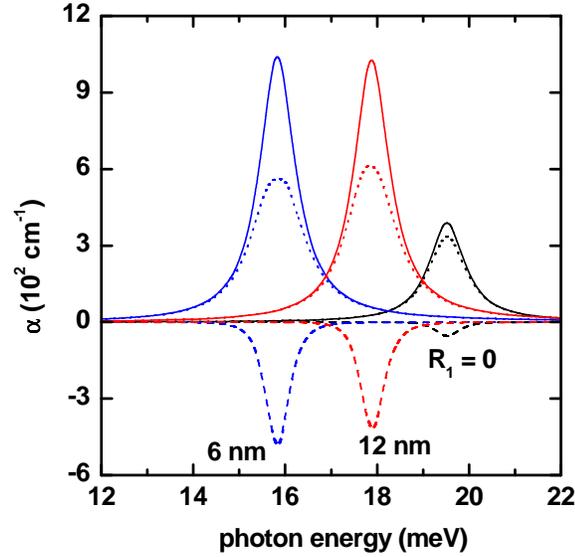


Figura 4.6: Coeficientes de absorción en función de la energía de los fotones incidentes: las líneas sólidas son para  $\alpha_1(\hbar\omega)$ , los segmentos de línea  $\alpha_3(\hbar\omega, I)$ , y las líneas punteadas para  $\alpha(\hbar\omega, I) = \alpha_1(\hbar\omega) + \alpha_3(\hbar\omega, I)$ . Los resultados son para  $R_2 = 20$  nm,  $L = 20$  nm,  $P = 0$ ,  $F = 0$ . Con la impureza en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Diferentes valores del radio internos del anillo se han considerado.

El efecto del cambio del valor del radio exterior del anillo semiconductor se presenta en la figura 4.7. Allí se muestran, las variaciones de los coeficientes de absorción lineal, no lineal y el total en función de la energía del fotón incidente, con  $R_2$  como un parámetro. En los cálculos, los datos fijos de entrada son  $R_1 = 10$  nm,  $L = 20$  nm,  $P = 0$ ,  $F = 0$ ,  $I = 2 \times 10^4 \text{ W/cm}^2$ , y una vez más la impureza donadora se localiza en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . De la figura 4.7, está claro que con el aumento de  $R_2$  el pico de resonancia del espectro de absorción se desplaza a valores más pequeños de la energía incidente de fotones, esto es desplazamiento hacia el rojo. También se observa que hay un crecimiento del valor máximo del pico de resonancia. En este caso, dentro de todo el rango de aumento del radio exterior del anillo, las diferencias entre las energías de los estados  $1s$  y  $2s$  es monótonamente decreciente, véase figura 4.7(b), por esta razón se tiene un corrimiento hacia el rojo. Dada la caída en el valor de esta diferencia de energía, se obtienen valores más grandes de la matriz de elemento de dipolo. Por lo tanto, los valores máximos de los pico de absorción lineal y

no lineal de resonancia son más grandes.

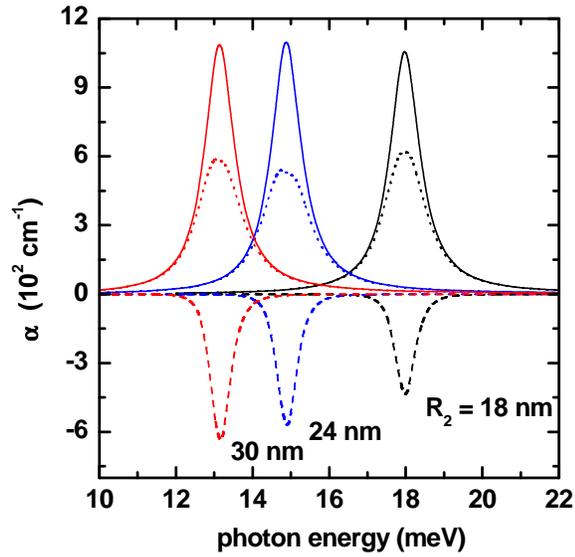


Figura 4.7: Coeficientes de absorción en función de la energía de los fotones incidentes: las líneas sólidas son para  $\alpha_1(\hbar\omega)$ , los segmentos de línea  $\alpha_3(\hbar\omega, I)$ , y las líneas punteadas para  $\alpha(\hbar\omega, I) = \alpha_1(\hbar\omega) + \alpha_3(\hbar\omega, I)$ . Los resultados son para  $R_1 = 10$  nm,  $L = 20$  nm,  $P = 0$ ,  $F = 0$ . Con la impureza en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Diferentes valores del radio externo del anillo se han considerado.

El efecto de la presión hidrostática sobre los coeficientes de absorción lineal, no lineal y el total se presentan en la figura 4.8. Los resultados se presentan para  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $L = 20$  nm,  $F = 0$ , y  $I = 2 \times 10^4$  W/cm<sup>2</sup>. Es evidente la aparición de un desplazamiento hacia el azul inducido por la presión hidrostática sobre los picos de resonancia del espectro óptico intra-banda. Esto es causado por el incremento en la diferencia de energía entre los dos estados involucrados como consecuencia del aumento de los valores de la presión, véase la figura ???. Hay que hacer notar que en este caso los valores máximos de las amplitudes de absorción lineal y no lineal de coeficientes disminuyen, esto es causado por el decrecimiento de los valores de los elementos de matriz de dipolo calculadas entre los estados  $1s$  y  $2s$ .

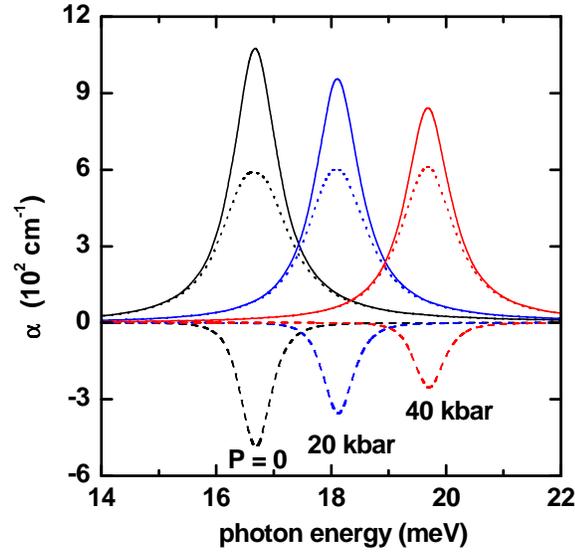


Figura 4.8: Coeficientes de absorción en función de la energía de los fotones incidentes: las líneas sólidas son para  $\alpha_1(\hbar\omega)$ , los segmentos de línea  $\alpha_3(\hbar\omega, I)$ , y las líneas punteadas para  $\alpha(\hbar\omega, I) = \alpha_1(\hbar\omega) + \alpha_3(\hbar\omega, I)$ . Los resultados son para  $R_1 = 10 \text{ nm}$ ,  $R_2 = 20 \text{ nm}$ ,  $L = 20 \text{ nm}$ ,  $F = 0$ . Con la impureza en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Diferentes valores de la presión hidrostática se han considerado.

En la figura 4.9 se presentan los coeficientes de absorción lineal, no lineal, y el total en función de la energía del fotón incidente para tres diferentes valores de intensidad de campo eléctrico. Con el aumento de la intensidad de campo eléctrico la localización del electrón se debilita porque se cambia el perfil del potencial de confinamiento, como se puede observar en la figura 4.4, la distancia entre las energías del estado base y primer estado excitado disminuye. Utilizando este hecho, el desplazamiento hacia el rojo en el espectro de absorción óptica intra-banda puede entenderse directamente.

En la figura 4.10 se muestran los coeficientes de absorción lineal, no lineal, y el total en función de la energía del fotón incidente para tres diferentes valores de la altura del anillo cuántico tridimensional. El aumento de la altura del anillo se debilita la localización del electrón al disminuir en la tercera dimensión el efecto del confinamiento, en la figura 4.5 se puede observar que la distancia entre las energías del estado base y primer estado excitado disminuye. De allí puede explicarse directamente, el desplazamiento hacia el rojo en el espectro de absorción óptica intra-banda.

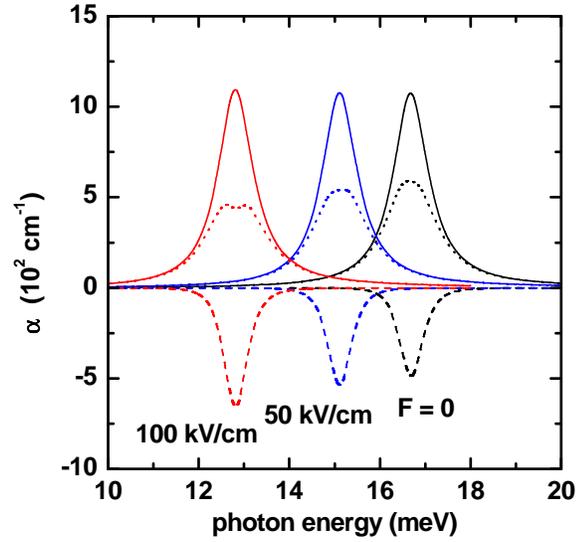


Figura 4.9: Coeficientes de absorción en función de la energía de los fotones incidentes: las líneas sólidas son para  $\alpha_1(\hbar\omega)$ , los segmentos de línea  $\alpha_3(\hbar\omega, I)$ , y las líneas punteadas para  $\alpha(\hbar\omega, I) = \alpha_1(\hbar\omega) + \alpha_3(\hbar\omega, I)$ . Los resultados son para  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $L = 20$  nm,  $P = 0$ . Con la impureza en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Diferentes valores del campo eléctrico aplicado se han considerado.

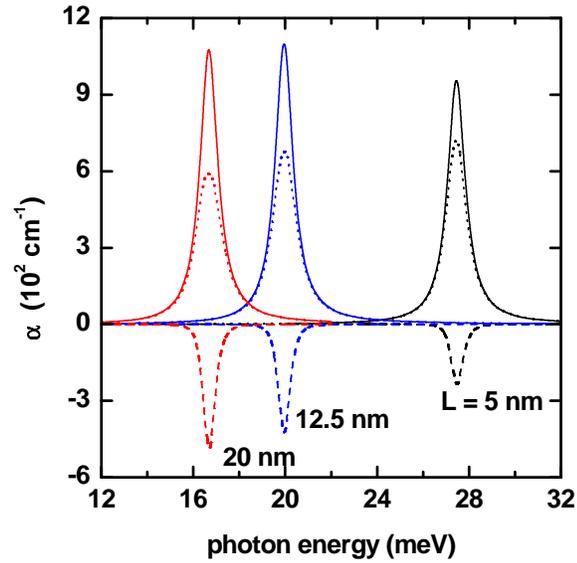


Figura 4.10: Coeficientes de absorción en función de la energía de los fotones incidentes: las líneas sólidas son para  $\alpha_1(\hbar\omega)$ , los segmentos de línea  $\alpha_3(\hbar\omega, I)$ , y las líneas punteadas para  $\alpha(\hbar\omega, I) = \alpha_1(\hbar\omega) + \alpha_3(\hbar\omega, I)$ . Los resultados son para  $R_1 = 10$  nm,  $R_2 = 20$  nm,  $F = 0$ ,  $P = 0$ . Con la impureza en  $z_i = 0$  y  $\rho_i = (R_1 + R_2)/2$ . Diferentes valores de la altura del anillo se han considerado.

## 4.5 CONCLUSIONES

En este capítulo, se ha estudiado la influencia combinada de la presión hidrostática y del campo eléctrico aplicado hacia la dirección de crecimiento del material semiconductor en la absorción óptica lineal y no lineal intra-banda relacionado con una impureza donadora en un anillo cuántico tridimensional de *GaAs*. Los resultados obtenidos muestran que el comportamiento de las energías de los estados fundamental y excitado, y, como consecuencia, la posición del máximo de la absorción óptica intra-banda relacionado con las transiciones desde el estado fundamental al primer estado excitado, dependen fuertemente de la presión hidrostática, la magnitud del campo eléctrico aplicado y los tamaños de los radios y de la altura de la heteroestructura. Los presentes resultados pueden ser útiles en la comprensión de las influencias de la presión hidrostática y de campo eléctrico aplicado en los estados de impureza y propiedades ópticas no lineales de los anillos cuánticos.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] F. Capasso, K. Mohammed, A. Y. Cho, IEEE J. Quantum Electron QE-22 (1986) 1853.
- [2] A. B. Miller, Int J. High Speed Electron Syst 1 (1991) 19.
- [3] E. Rosencher, Ph. Bois, Phys. Rev. B 44 (1991) 11315.
- [4] L. Zhang, H. -j. Xie, Phys. Rev. B 68 (2003) 235315.
- [5] R. F. Kazarinov, R. A. Suris, Sov. Phys. Semicond 5 (1971) 707.
- [6] A.D. Yoffe, Adv Phys 50 (2001) 1.
- [7] I. Karabulut, S. Baskoutas, J. Appl. Phys. 103 (2008) 073512.
- [8] K. -X. Guo, C. -Y. Chen, Solid-State Electron 43 (1999) 709.
- [9] W. Xie, Phys. Lett. A 372 (2008) 5498.
- [10] B. Li, K. -X. Guo, Z. -L. Liu, Y. -B. Zheng, Phys. Lett. A 372 (2008) 1337.
- [11] W. Xie, Phys. Stat. Sol. B 246 (2009) 1313.
- [12] M. R. K. Vahdani, G. Rezaei, Phys. Lett. A 373 (2009) 3079.
- [13] W. Xie, Physica B 405 (2010) 3436.
- [14] L. Zhang, Z. Yu, W. Yao, Y. Liu, H. Ye, Superlat and Microstruct 44 (2010) 434.
- [15] L. Lu, W. Xie, Superlat and Microstruct 50 (2011) 40.
- [16] V. I. Boichuk, I. V. Bilynskyi, R. Y. Leshko, L. M. Turyanska, Physica E 44 (2011) 476.
- [17] K. M. Kumar, A. J. Peter, C. W. Lee, Superlat and Microstruct 51 (2012) 184.
- [18] G. Rezaei, B. Vaseghi, N. A. Doostimotlagh, Commun. Theor. Phys. 57 (2012) 485.
- [19] W. Xie, Phys. Scr. 85 (2012) 055702.

- 
- [20] M. G. Barseghyan, M. E. Mora-Ramos, C. A. Duque, Eur. Phys. J. B 84 (2011) 265.
- [21] A. Latgé, M. de Dios-Leyva, L. E. Oliveira, Phys. Rev. B 49 (1994) 10450.
- [22] C. A. Duque, A. L. Morales, A. Montes, N. Porrás-Montenegro, Phys. Rev. B 55 (1997) 10721.
- [23] M. G. Barseghyan, A. Hakimyard, M. Zuhair, C.A. Duque, A.A. Kirakosyan, Physica E. 44 (2011) 419.
- [24] M. G. Barseghyan, A. Hakimyard, A. A. Kirakosyan, M. E. Mora-Ramos, C. A. Duque, Superlatt. and Microstruct. 51 (2012) 119.
- [25] Z. Barticevic, M. Pacheco, A. Latgé, Phys. Rev. B 62 (2000) 6963.
- [26] M. G. Barseghyan, A. A. Kirakosyan, C. A. Duque, Eur. Phys. J. B 72 (2009) 521.
- [27] F. J. Culchac, N. Porrás-Montenegro, J. C. Granada, A. Latgé, J. Appl. Phys. 105 (2009) 094324.
- [28] D. Ahn , S. -L. Chuang, IEEE J. Quantum Electron 23 (1987) 2196.
- [29] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics (Academic Press, San Diego, 2003)*.

# PROPIEDADES ÓPTICAS NO LINEALES EN ANILLOS CUÁNTICOS DOBLES.

---

## 5.1 RESUMEN

Se investigan los coeficientes de absorción óptica intra-banda lineales y no lineales en anillos cuánticos bidimensionales dobles concéntricos acoplados de  $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ . Teniendo en cuenta los efectos combinados de la presión hidrostática y la concentración de aluminio en las energías del estado base ( $n = 1, l = 0$ ) y el primer estado excitado ( $n = 2, l = 1$ ) y se han encontrado usando la aproximación de masa efectiva y el formalismo de la matriz de transferencia. Las energías de estos estados y el correspondiente umbral de energía de las transiciones ópticas intra-banda se examinan como una función de la presión hidrostática y la concentración de aluminio para diferentes tamaños de la nanoestructura. También se investigó las dependencias de los coeficientes de absorción óptica lineal, no lineal, y total como funciones de la energía del fotón incidente para diferentes valores de la presión hidrostática, la concentración de aluminio, los tamaños de la estructura y la intensidad óptica incidente. Se encontró que los efectos de la presión hidrostática y la concentración de aluminio pueden conducir a un desplazamiento de los picos de resonancia del espectro óptico intra-banda.

## 5.2 INTRODUCCIÓN

Para la física de la materia condensada es de gran interés entender los efectos relacionados con el intercambio y la correlación electrónica, la interacción de Coulomb entre los electrones y los portadores de la banda de valencia, así como los efectos de confinamiento y la tensión en puntos cuánticos. Todos estos temas desempeñen un papel vital para llevar a cabo posibles modificaciones a las propiedades cuánticas por sus características especiales. Dado que los puntos cuánticos poseen

niveles discretos de energía, pueden presentar novedosos fenómenos físicos que son completamente diferentes a los de sus materiales en el volumen. El cambio de la forma y del tamaño de los puntos cuánticos proporciona grandes ventajas pues se puede manipular dichas propiedades para obtener dispositivos optoelectrónicos deseados. Estudios teóricos sobre puntos cuánticos acoplados verticalmente se han reportado recientemente por [1, 2, 3, 4, 5, 6]. En las referencias [1, 2] se reportan los espectros de energía del electrón, el hueco, y del excitón confinados en una molécula tipo punto cuántico, el estudio consistente de un arreglo de tres puntos cuánticos verticales auto-ensamblados tipo-II de  $InP/In_{0.49}Ga_{0.51}P$  modelado con la teoría  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ . Los estados del excitón se obtienen a partir de un método de diagonalización exacta, y los autores también calculan el esfuerzo de oscilador para procesos de recombinación. Las propiedades de los excitones confinados en un punto cuántico tipo-II bajo la influencia del campo magnético aplicado perpendicular se estudian en la referencia [4]. El efecto Stark en estados excitónicos en un punto cuántico y en puntos cuánticos acoplados verticalmente de tipo-I y de tipo-II han sido investigado por Janssens et al. [5]. Kuskovsky y co-autores [6] reportaron excitones en puntos cuánticos apilados verticalmente de tipo-II el hallazgo que muestran es que este sistema muestra una fase topológica magnética; también demuestran la presencia de oscilaciones Aharonov-Bohm en la intensidad de emisión. En el mismo trabajo, se mide la fotoluminiscencia de puntos cuánticos verticalmente acoplados de  $ZnTe/ZnSe$  en presencia de campos magnéticos de hasta 31 T. Su estudio de las posiciones de la intensidad de los picos de emisión están en buen acuerdo con las simulaciones numéricas de excitones en puntos cuánticos acoplados. Por otro lado, en el trabajo de Mora-Ramos et al. [7] se consideran los efectos de la presión hidrostática y del campo magnético aplicado sobre las propiedades de excitones en puntos cuánticos de  $GaAs - (Ga, Al)As$ .

Desde que los primeros anillos cuánticos de tamaño nanoscópico fueron fabricados [8, 9], estos fascinantes sistemas han llamado la atención debido al interés de fenómenos físicos, tales como el efecto Aharonov-Bohm [10, 11, 12, 13] y la aparición de corrientes persistentes [14]. Estudios teóricos sobre anillos cuánticos dobles acoplados verticalmente [15, 16, 17, 18] y lateralmente [19, 20] han revelado las propiedades moleculares de estos sistemas. Los anillos cuánticos pueden también ser acoplados en forma concéntrica. En las referencias [21, 22] los autores demostraron tal formación. Cuando se comparan las propiedades de un solo anillo cuántico con las obtenidas en estos complejos sistemas de anillos acoplados, previsto por el uso de geometrías novedosas, se abre una ruta prometedora para la medición de los efectos de interferencia cuántica, como por ejemplo en [23, 24]. Una serie investigaciones recientes se han ocupado de sus propiedades electrónicas [25, 26, 27, 28, 29, 30] y de su respuesta de infrarrojo lejano [31, 32]. Se ha demostrado por ejemplo que el espectro de energía de un sistema de dos anillos concéntricos acoplados, ambos con un confinamiento similar, corresponde aproximadamente a la superposición de los espectros de dos anillos independientes, aunque se debe prestar interés a los anti-cruces entre los diferentes estados de los anillos individuales, con el

momento angular mismo, este comportamiento se puede observar en [26]. Culchac et al. [33] quienes han investigado la influencia del campo magnético axial y el confinamiento geométrico en los estados electrónicos en anillos cuánticos acoplados en dos dimensiones, encontrando un comportamiento interesante de la amplitud de probabilidad del estado electrónico que refleja la competencia entre los confinamientos geométrico y magnético. El efecto túnel electrónico entre anillos acoplados pueden ser reforzado o suprimido convenientemente por la modulación del tamaño de la barrera que separa los dos anillos, lo que conduce a un cambio drástico en la distribución de carga electrónica a través de la nanoestructura. En la referencia [34], se publicó el estudio teórico de la respuesta de dos anillos cuánticos bidimensionales de  $GaAs/(Al,Ga)As$  en una campo magnético aplicado perpendicular a las heteroestructuras. Aquí se adopta la aproximación de una sola banda de masa efectiva tanto para los estados del electrón y como los del hueco, y se obtienen soluciones analíticas. Los autores han demostrado que el esfuerzo de oscilador para las transiciones inter-bandas se reduce fuertemente cerca de cada anti-cruce y también que el efecto óptico excitónico Aharonov-Bohm puede ocurrir en los anillos cuánticos.

Las influencias de la presión hidrostática y el campo magnético sobre los estados electrónicos fundamental y excitado y las transiciones de energía de electrones asociados con huecos-pesados en anillos cuánticos dobles acoplados de  $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$  se han investigado y reportado por Culchac et al. en [35]. Para anillos cuánticos con simetría y antisimetría, se encuentra que los electrones de hueco-pesado la energía de la transición aumenta con el aumento de la presión hidrostática, esto es principalmente debido al aumento de la banda prohibida (brecha de energía) del  $GaAs$  inducido por la presión.

Baghrmryan et al. [36, 37] presentaron su trabajo teniendo en cuenta los efectos combinados de campo eléctrico, la presión hidrostática, la temperatura y la concentración de aluminio en la energía del estado fundamental de un electrón en anillos cuánticos dobles acoplados de  $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ . Las dependencias de la energía del estado fundamental con los factores externos mencionados han sido reportados para diferentes valores de los tamaños de los anillos. Los autores encontraron que los efectos considerados dependen principalmente de las dimensiones de los anillos cuánticos.

Entre las propiedades ópticas no lineales, la absorción óptica [38, 39], ha mostrado un alto potencial para aplicaciones de dispositivos cuánticos como los amplificadores de láser de infrarrojo lejano [40], los foto-detectores [41], y los moduladores de alta velocidad opto-electrónicos [42]. Las investigaciones fundamentales y aplicadas de las propiedades ópticas no lineales de heteroestructuras semiconductoras cuánticas han atraído mucha atención en los últimos años de autores como [43, 44, 45, 46, 47, 48]. Los efectos de asimetría y del campo eléctrico aplicados sobre las propiedades electrónicas y la absorción óptica inter-subbanda no lineal en los pozos cuánticos de GaAs con potencial de confinamiento Pöschl-Teller han sido estudiados por Yildirim y Tomak [43].

Karabulut y Baskoutas [44] han investigado los efectos de impurezas donadoras poco profundas y del campo eléctrico externo y de la intensidad de la radiación incidente, sobre las propiedades ópticas de puntos cuánticos esféricos con confinamiento parabólico. Los resultados mostraron que con el aumento del campo eléctrico y/o la distancia electrón-impureza, y/o el radio del punto cuántico, inducirá un corrimiento hacia el azul y/o un desplazamiento hacia el rojo de las posiciones de los picos del coeficiente de absorción total.

El estudio del efecto de las impurezas sobre la absorción óptica lineal y no lineal en un punto cuántico de forma de disco parabólico se ha realizado por Xie [45]. El autor ha demostrado que el coeficiente total de absorción óptica está fuertemente afectado por la intensidad óptica incidente y por el confinamiento. Se reporta el estudio teórico de Yuan et al. [46], quienes utilizaron técnicas de diagonalización exacta, para calcular los estados más bajos de un excitón y las absorción óptica lineal y no lineal en un punto cuántico en forma de disco. Sus resultados muestran que el coeficiente total de absorción óptica es aproximadamente dos veces mayor que el correspondiente obtenido sin considerar los efectos excitón. Además, encontraron que la intensidad de la absorción de saturación óptica puede ser controlada por la intensidad óptica incidente. Los coeficientes de absorción óptica lineales y no lineales han sido calculados por [47] en un anillo cuántico aislado teniendo en cuenta la interacción electrón-electrón. El autor informó que la absorción óptica inter-subbanda depende fuertemente del radio del anillo cuántico, la interacción electrón-electrón, y la intensidad óptica incidente. Los efectos del excitón y del campo magnético en la absorción óptica lineal y no lineal en un anillo cuántico aislado ha sido investigado por [48]. Sus resultados muestran la posibilidad de controlar la absorción óptica no lineal en un anillo cuántico cambiando las dimensiones del radio exterior y del radio interior. Además, los autores han encontrado que las propiedades ópticas no lineales pueden ser moduladas por el flujo del campo magnético a través del área del anillo. Informes recientes sobre la influencia de la presión hidrostática sobre las propiedades ópticas no lineales en nanoestructuras cuánticas de *GaAs* se pueden leer en las referencias [49, 50].

En el presente capítulo se presentan los resultados del estudio de los efectos de la presión hidrostática, de la concentración de aluminio, y de los tamaños de la heteroestructura en las transiciones ópticas intra-banda lineal y no lineal en anillos cuánticos dobles acoplados bidimensionales de *GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As*.

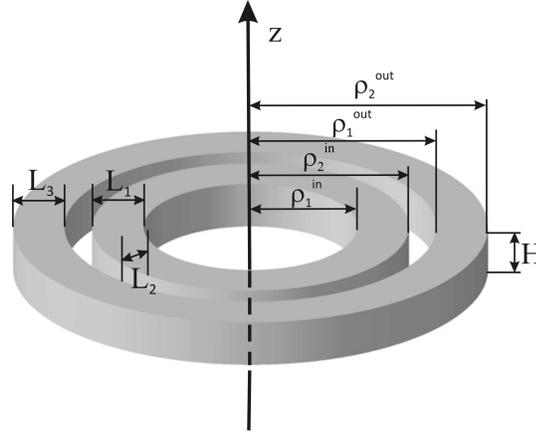


Figura 5.1: La heteroestructura:  $L_1$  es el ancho del anillo interno,  $L_2$  es el ancho de la barrera de acoplamiento,  $L_3$  es el ancho del anillo externo,  $\rho_1^{in}$  y  $\rho_2^{in}$  son los radios interno y externos del anillo interno;  $\rho_1^{out}$  y  $\rho_2^{out}$  son los radios interno y externos del anillo externo, y  $H$  es el espesor de los anillos.

### 5.3 MARCO TEÓRICO

En la figura se presenta una vista en perspectiva de la geometría de los anillos cuánticos dobles acoplados bidimensionales considerado en este capítulo. Las dimensiones de la heteroestructura (radios, anchos, y el espesor de los anillos) son mostrados allí. Por lo general, el espesor del anillo es más pequeña que las dimensiones radiales. Así, el sistema puede ser considerado como una estructura de dos dimensiones con el electrón confinado en el plano  $z = 0$  y ( $H \rightarrow 0$ ).

Los tamaños radiales de la estructura dependen de la presión hidrostática ( $P$ ) según la expresión[35, 51, 52]

$$\rho(P) = \rho(0)[1 - 2(S_{11} + 2S_{12})P]^{1/2}, \quad (5.1)$$

donde  $S_{11}$  y  $S_{12}$  son las componentes del tensor de compresión del  $GaAs$  ( $S_{11} = 1.16 \times 10^{-3} \text{ kbar}^{-1}$  and  $S_{12} = -3.7 \times 10^{-4} \text{ kbar}^{-1}$ ).

El hamiltoniano del electrón confinado en un sistema compuesto de dos anillos cuánticos dobles acoplados bidimensionales con las aproximaciones de masa efectiva y de banda parabólica, bajo los efectos de la presión hidrostática temperatura, y de la concentración de aluminio  $x$  es dado según [37]

$$\hat{H}_{\rho\varphi} = -\frac{\hbar^2}{2} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\rho}{m(x, P, T)} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{m(x, P, T)} \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] + V(\rho, x, P, T), \quad (5.2)$$

donde  $m(x, P, T)$  es la masa efectiva del electrón que depende de la concentración de aluminio, de la temperatura ( $T = 4$  K en este trabajo), y de la presión hidrostática, tomada como [53]

$$m(x, P, T) = m_0 \left[ 1 + \frac{\Pi^2(x)}{3} \left( \frac{2}{E_g^\Gamma(x, P, T)} + \frac{1}{E_g^\Gamma(x, P, T) + \Delta_0(x)} \right) + \delta(x) \right]^{-1}. \quad (5.3)$$

Aquí  $m_0$  es la masa del electrón libre,  $\Pi(x)$  es el elemento de la matriz inter-banda [ $\Pi^2(x) = (28900 - 6290x)$  meV] y  $\Delta_0(x)$  es el término de la banda de valencia del desdoblamiento del acople espín-orbita [ $\Delta_0(x) = (341 - 66x)$  meV]. Los efectos debido a las bandas remotas se tienen en cuenta a través del parámetro  $\delta(x)$ , que viene dado por la expresión  $\delta(x) = -3.935 + 0.488x + 4.938x^2$ .

Por otra parte, la brecha de energía en el punto- $i$  ( $i = \Gamma, X$ ) de la banda de conducción está dado por

$$E_g^i(x, P, T) = a_i + b_i x + c_i x^2 + \alpha_i P - \frac{\beta_i T^2}{\gamma_i + T}, \quad (5.4)$$

los valores de los parámetros  $a_i, b_i, c_i, \alpha_i, \beta_i$ , y  $\gamma_i$  se dan en la Tabla 5.1. Se han tomado de medidas de la fotoluminiscencia [53].

Tabla 5.1 Parámetros de la brecha de energía

$\Gamma$ - mínimo	$X$ - mínimo
$a_\Gamma = 1519.4$ meV	$a_X = 1981$ meV
$b_\Gamma = 1360$ meV	$b_X = 207$ meV
$c_\Gamma = 220$ meV	$c_X = 55$ meV
$\alpha_\Gamma = 10.7$ meV/kbar	$\alpha_X = -1.35$ meV/kbar
$\beta_\Gamma = 0.5405$ meV/K	$\beta_X = 0.46$ meV/K
$\gamma_\Gamma = 204$ K	$\gamma_X = 204$ K

Los potenciales de confinamiento se definen teniendo en cuenta el cruce entre los mínimos de la bandas de conducción  $\Gamma$  y  $X$  [37, 53, 54] inducido por la presión hidrostática. Luego, con la inclusión del efecto del cruce de las bandas el potencial de confinamiento está dada por

$$V(\rho, x, P, T) = \begin{cases} 0, & \text{si } \rho_1^{in} \leq \rho \leq \rho_2^{in} \text{ y } \rho_1^{out} \leq \rho \leq \rho_2^{out}, \\ V(x, P, T), & \text{si } \rho < \rho_1^{in}, \rho_2^{in} < \rho < \rho_1^{out} \text{ y } \rho > \rho_2^{out}, \end{cases} \quad (5.5)$$

donde

$$V(x, P, T) = r \begin{cases} E_g^\Gamma(x, P, T) - E_g^\Gamma(0, P, T), & \text{si } P \leq P_1(x, T), \\ E_g^X(x, P, T) - E_g^\Gamma(0, P, T) + S_{\Gamma X}(x, P, T), & \text{si } P_1(x, T) < P \leq P_2(x, T). \end{cases} \quad (5.6)$$

Aquí,  $r$  es la fracción de la discontinuidad de la banda prohibida asociado con el potencial de confinamiento para los electrones,  $P_1(x, T)$  es el valor crítico de la presión hidrostática en el que el cruce entre las bandas  $\Gamma$  y  $X$  que ocurre en la barrera del  $Ga_{1-x}Al_xAs$ , y  $P_2(x, T)$  que corresponde al cruce entre las banda  $\Gamma$  del pozo de  $GaAs$  y la banda  $X$  de la barrera de  $Ga_{1-x}Al_xAs$ .

Las funciones propias del hamiltoniano de la ecuación 5.2 se pueden presentar en la forma  $\Phi(\rho, \varphi) = N e^{il\varphi} f_{n,l}(\rho)$ , donde  $N$  es la constante de normalización, y  $n = 1, 2, \dots$ , y  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  son los números cuánticos. Las autofunciones  $f_{n,l}(\rho)$ , con autovalores  $E_{n,l}$ , se obtienen a partir de una combinación lineal adecuada de las funciones de Bessel. Para encontrar las energías  $E_{n,l}$  y las correspondientes funciones de onda, el formalismo de la matriz de transferencia se utiliza [55].

Utilizando el método de matriz densidad, los coeficientes de absorción óptica de primer y tercer orden se puede escribir, respectivamente, como se presentan en [39, 56]

$$\alpha^{(1)}(\hbar\omega) = \frac{4\pi\omega}{\varepsilon(P, T)^{1/2} c} \frac{\sigma_s |M_{fi}|^2 \Gamma_0}{(E_{fi} - \hbar\omega)^2 + \Gamma_0^2} \quad (5.7)$$

y

$$\begin{aligned} \alpha^{(3)}(\hbar\omega, I) &= -\frac{32\pi^2\omega}{\varepsilon(P, T) c^2} \frac{I \sigma_s |M_{fi}|^4 \Gamma_0}{\left[(E_{fi} - \hbar\omega)^2 + \Gamma_0^2\right]^2} \\ &\times \left[ 1 - \left| \frac{M_{ff} - M_{ii}}{2M_{fi}} \right|^2 \frac{(E_{fi} - \hbar\omega)^2 - (\Gamma_0)^2 + 2E_{fi}(E_{fi} - \hbar\omega)}{E_{fi}^2 + \Gamma_0^2} \right], \end{aligned} \quad (5.8)$$

donde  $\Gamma_0$  ( $= 0.4 \text{ meV}$ ) es el parámetro Lorentziano de amortiguación,  $\varepsilon(P, T)$  es la constante dieléctrica estática del  $GaAs$  dependiente de la presión y la temperatura, que para  $T \leq 200 \text{ K}$  se toma como

$$\varepsilon(P, T) = 12.74 \exp[-16.7 \times 10^{-4} P + 9.4 \times 10^{-5} (T - 75.6)]. \quad (5.9)$$

En las ecuaciones 5.7 y 5.9,  $I$  representa la intensidad del campo incidente,  $\sigma_s$  ( $= 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) es la densidad de electrones,  $E_{fi} = E_f - E_i$ , y  $M_{fi} = \langle n', l' | e \rho \cos(\varphi) | n, l \rangle = \langle 2, 1 | e \rho \cos(\varphi) | 1, 0 \rangle$  es el elemento de matriz del operador de dipolo, donde  $e$  es la carga del electrón. En este caso, las

reglas de selección para el elemento de matriz del operador de dipolo indican que las transiciones son permitidas para  $\Delta l = \pm 1$ .

El coeficiente de absorción total es:

$$\alpha(\hbar\omega) = \alpha^{(1)}(\hbar\omega) + \alpha^{(3)}(\hbar\omega) \quad (5.10)$$

## 5.4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las figuras 5.2(a) y 5.2(b) se muestran las energías del estado fundamental ( $n = 1, l = 0$ ) y del primer estado excitado ( $n = 2, l = 1$ ) en dependencia con la presión hidrostática para diferentes valores de la anchura del anillo exterior  $L_3$  y de la barrera de acoplamiento  $L_2$ . De las figuras se puede observar que ambas energías son funciones decrecientes de presión hidrostática. Tal comportamiento puede ser explicado como sigue: Para  $P \leq P_1$  la altura de potencial del confinamiento radial es constante y la disminución de la energía se debe sólo al aumento de la masa efectiva del electrón con la presión. Para  $P_1 < P < P_2$  habrá una disminución más rápida en la energía del electrón con la presión; porque además de la disminución asociada con el crecimiento en el valor de la masa efectiva del electrón, ahora hay una reducción adicional en la energía. Esto se asocia con la caída en la altura de la barrera del potencial radial. Aquí, se puede observar que la energía disminuye con el incremento de la anchura del anillo exterior  $L_3$  como resultado del debilitamiento de la cuantización. Además, mediante la comparación de las curvas correspondientes en las figuras 5.2(a) y 5.2 (b), se observa que la energía de los estados base y excitado están disminuyendo en función del tamaño de la barrera de acoplamiento así. Esto es una consecuencia del hecho de que con el aumento de la anchura de la barrera de acoplamiento la superposición entre los estados de los anillos interior y exterior se hace más pequeño, y la energía de cada estado refleja su tendencia hacia la condición más estable, que es independiente de cualquier aumento de la anchura de la barrera de acoplamiento.

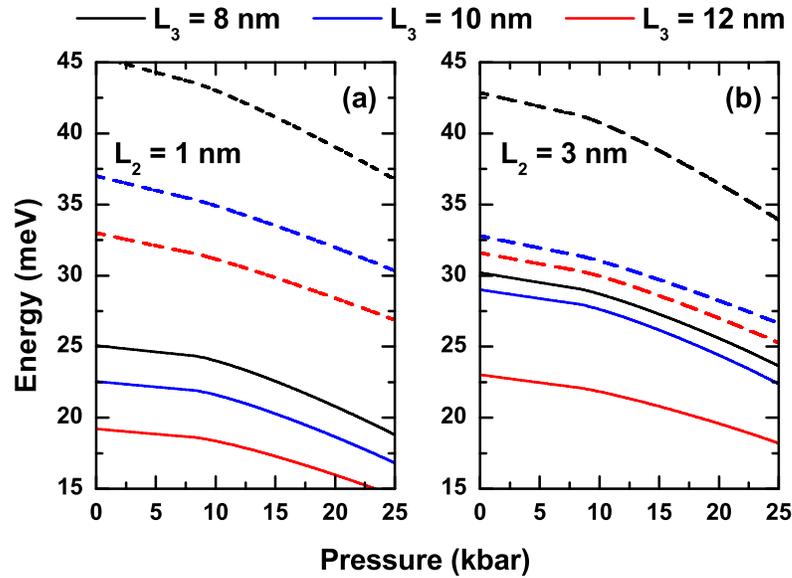


Figura 5.2: Energía del electrón en función de la presión hidrostática: líneas continuas son para el estado fundamental mientras que las líneas discontinuas son para el primer estado excitado. Los resultados son para  $x = 0.3$ ,  $L_1 = 10$  nm con  $L_2 = 1$  nm (a) y con  $L_2 = 3$  nm (b). Diferentes valores de la anchura del anillo exterior  $L_3$  han sido considerados.

La energía del estado fundamental y del primer estado excitado en función de la concentración de aluminio para diferentes valores de la anchura de barrera de acoplamiento se presentan en la figura 5.3. Aquí se nota el mismo comportamiento del estado base y el primer estado excitado en relación con el incremento en el ancho de barrera de acoplamiento, así como el comportamiento decreciente de la distancia entre los niveles de energía de los estados mencionados, si el sistema pasa de la simetría con  $L_3 = 10$  nm a la asimetría con  $L_3 = 12$  nm de la geometría de la heteroestructura. Se observa también la evolución de la energía como una función creciente de la concentración de aluminio  $x$ , dado el fortalecimiento correspondiente del potencial de confinamiento radial para valores mayores de la barrera, aunque la masa efectiva en la región de barrera es más grande, así, se induce una disminución de la energía, la influencia de la variación del valor del potencial de confinamiento es más fuerte y con toda claridad es dominante. También se nota la fuerte influencia de la variación de  $x$  sobre dependencia con la energía con el correspondiente  $L_2$ , que es el resultado combinado de la creciente de la masa efectiva en la región de barrera y el aumento de la altura radial del potencial de confinamiento.

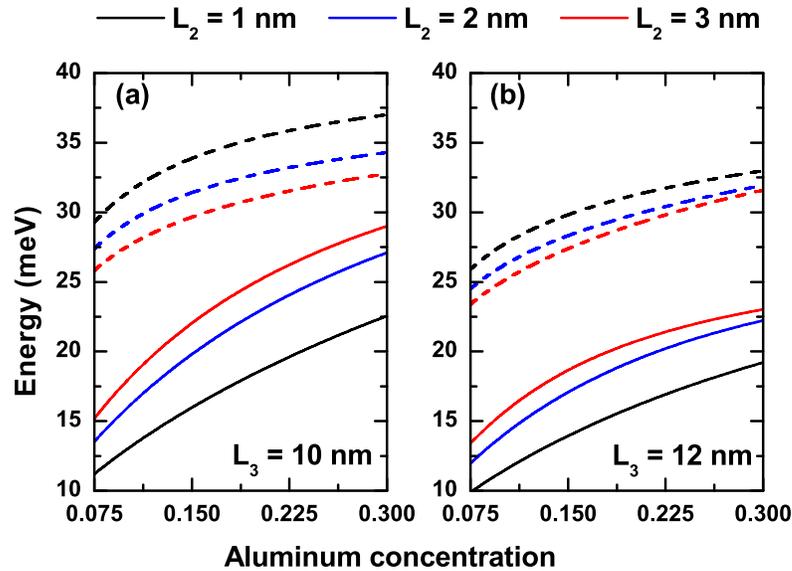


Figura 5.3: Energía del electrón en función de la concentración de aluminio: líneas continuas son para el estado fundamental mientras que las líneas discontinuas son para el primer estado excitado. Los resultados son para  $P = 0$ ,  $L_1 = 10$  nm con  $L_3 = 10$  nm (a) y con  $L_3 = 12$  nm (b). Diferentes valores del ancho de la barrera de acoplamiento  $L_2$  han sido considerados.

Las figuras 5.4(a) y 5.4(b) contienen la variación de la diferencia de energía ( $E_{2,1} - E_{1,0}$ ) asociada a la transición entre el estado fundamental ( $n = 1, l = 0$ ) y el primer estado excitado ( $n = 2, l = 1$ ) en función de la presión hidrostática, para diferentes valores de la anchura del anillo exterior  $L_3$ . Se puede ver que la diferencia de energía es una función decreciente de la presión entre los valores  $L_3 = 8$  nm y  $L_3 = 12$  nm pero se observa un comportamiento tanto de disminución y de aumento de en el caso de  $L_3 = 10$  nm. Esto está asociado con el cambio en la tasa de disminución de las energías del estado base y del primer estado excitado como se puede ver en la figura 5.2. También se observa un comportamiento diferente de la diferencia de energía en función de  $L_3$  en los casos  $L_2 = 1$  nm y  $L_2 = 3$  nm, lo que también se entenderá a partir del espectro de energía mostrado en la figura 5.2.

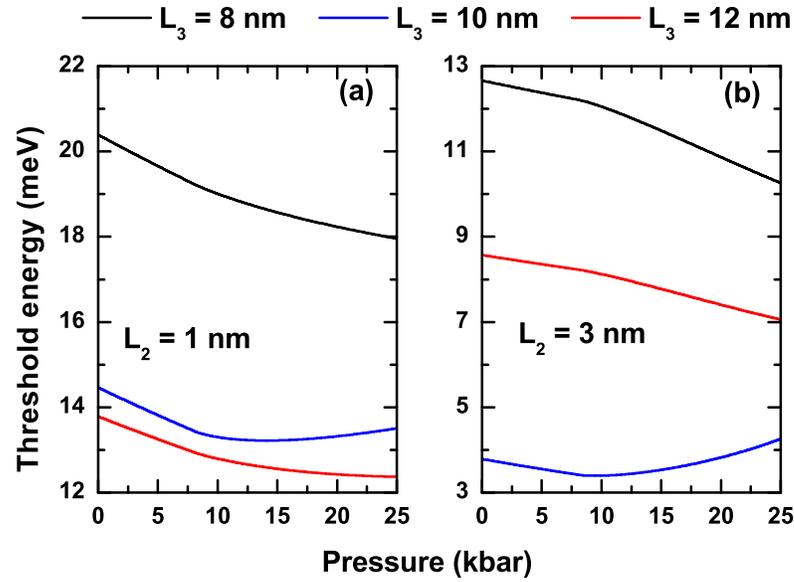


Figura 5.4: Diferencia de energía de la transición óptica intra-banda entre el estado base y el primer estado excitado en función de la presión hidrostática. Los resultados son para  $x = 0.3$ ,  $L_1 = 10$  nm con  $L_2 = 1$  nm (a) y con  $L_2 = 3$  nm (b). Diferentes valores de la anchura del anillo exterior  $L_3$  han sido considerados.

En la figura 5.5 se muestra la variación de la diferencia de energía que se obtiene con el cambio en la concentración de aluminio, para varios valores de la barrera de acoplamiento  $L_2$ . Se puede observar que la diferencia de energía disminuye con el aumento de  $L_2$  y que la dependencia de  $x$  tiene una fuerte influencia de la variación de  $L_2$ : en la figura 5.5(a) la diferencia de energía es una función decreciente de la concentración de aluminio  $x$  entre  $L_2 = 2$  nm y  $L_2 = 3$  nm pero cambia este tipo de comportamiento en  $L_2 = 1$  nm cerca del punto  $x = 0.1$  y el mismo comportamiento que vemos en la figura 5.5(b). Todas estas variaciones de la diferencia de energía se puede entender a partir de las dependencias de la energía con  $x$  en la figura 5.3.

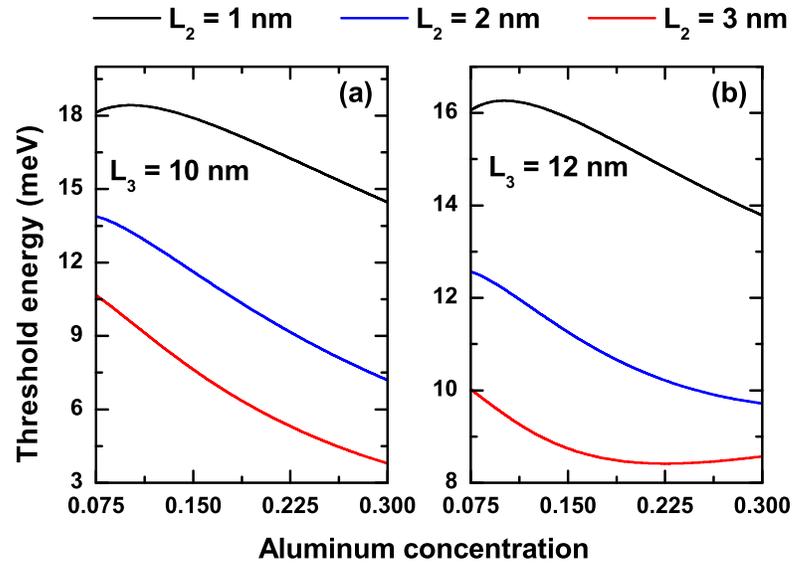


Figura 5.5: Diferencia de energía de la transición óptica intra-banda entre el estado base y el primer estado excitado en función de la concentración de aluminio. Los resultados son para  $P = 0$ ,  $L_1 = 10$  nm con  $L_3 = 10$  nm (a) y con  $L_3 = 12$  nm (b). Diferentes valores del ancho de la barrera de acoplamiento  $L_2$  han sido considerados.

En la figura 5.6 los coeficientes de absorción lineal, no lineal, y el total se muestran en función de la energía del fotón incidente para varios valores de la presión hidrostática. El corrimiento hacia el rojo se observa si se pasa de  $P = 0$  a  $P = 15$  kbar mientras que un desplazamiento hacia el azul aparece en la región de  $P = 15$  kbar a 25 kbar. Esto sucede porque, con el aumento de la presión hidrostática, la diferencial de energía de transición intra-banda que se muestra en la figura 5.4(a) se reduce para bajas presiones y luego se aumenta los cuando  $P$  se hace más grande.

En la figura 5.7 representa los coeficientes de absorción lineal, no lineal y total en función de la energía del fotón incidente para varios valores de la anchura de la barrera de acoplamiento  $L_2$ . De la figura, es posible observar el desplazamiento hacia el rojo de los coeficientes de absorción con el aumento de  $L_2$ , de acuerdo con la figura 5.5(a).

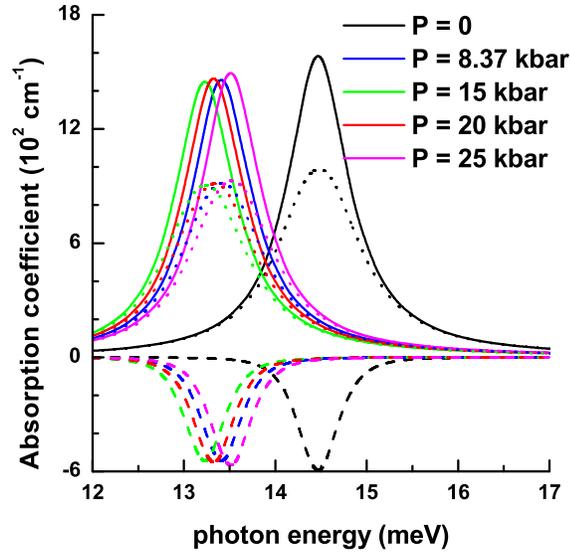


Figura 5.6: Coeficientes de absorción en función de la energía de los fotones incidentes: las líneas sólidas son para  $\alpha_1(\hbar\omega)$ , los segmentos de línea  $\alpha_3(\hbar\omega, I)$ , y las líneas punteadas para  $\alpha(\hbar\omega, I) = \alpha_1(\hbar\omega) + \alpha_3(\hbar\omega, I)$ . Los resultados son para  $L_1 = 10 \text{ nm}$ ,  $L_2 = 1 \text{ nm}$ ,  $L_3 = 10 \text{ nm}$ ,  $x = 0.3$ , e  $I = 5 \times 10^3 \text{ W/cm}^2$ . Diferentes valores de la presión hidrostática han sido considerados.

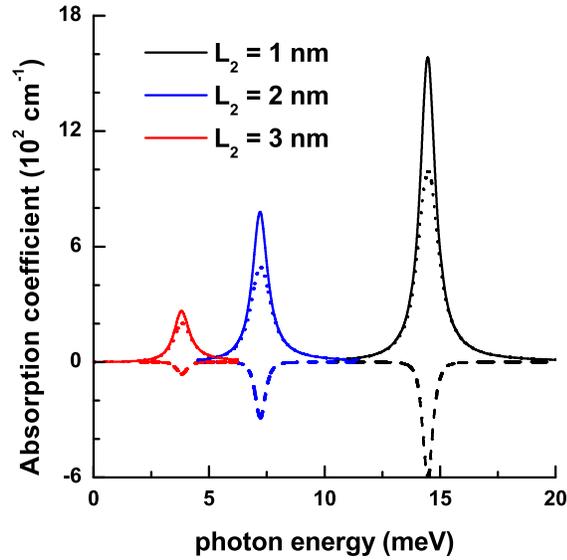


Figura 5.7: Coeficientes de absorción en función de la energía de los fotones incidentes: las líneas sólidas son para  $\alpha_1(\hbar\omega)$ , los segmentos de línea  $\alpha_3(\hbar\omega, I)$ , y las líneas punteadas para  $\alpha(\hbar\omega, I) = \alpha_1(\hbar\omega) + \alpha_3(\hbar\omega, I)$ . Los resultados son para  $P = 0$ ,  $L_1 = 10 \text{ nm}$ ,  $L_3 = 10 \text{ nm}$ ,  $x = 0.3$ , e  $I = 5 \times 10^3 \text{ W/cm}^2$ . Diferentes valores del ancho de la barrera de acoplamiento  $L_2$  han sido considerados.

Además, en la figura 5.8 se presentan las variaciones de los coeficientes de absorción lineal, no lineal

y total en función de la energía del fotón incidente para diferentes valores de la concentración de aluminio. Aquí se puede observar que existe un desplazamiento hacia el azul cuando la concentración de aluminio de la pasa de  $x = 0.03$  a  $x = 0.1$ , mientras que la aparición de un desplazamiento hacia el rojo se hace evidente cuando este parámetro cambia de  $x = 0.1$  a  $x = 0.3$ , de acuerdo con lo que se muestra en la figura 5.5(a). Además de eso, vemos que el coeficiente de absorción total se divide en dos picos, que es la consecuencia de la absorción va a cero, se explica porque para valores más pequeños de la concentración de aluminio  $x$  la distancia entre los niveles de energía se hace pequeña y esto conduce a la disminución del coeficiente de absorción lineal de manera que, con la elección adecuada de la intensidad óptica incidente, la influencia del coeficiente de tercer orden puede llevar a esta división.

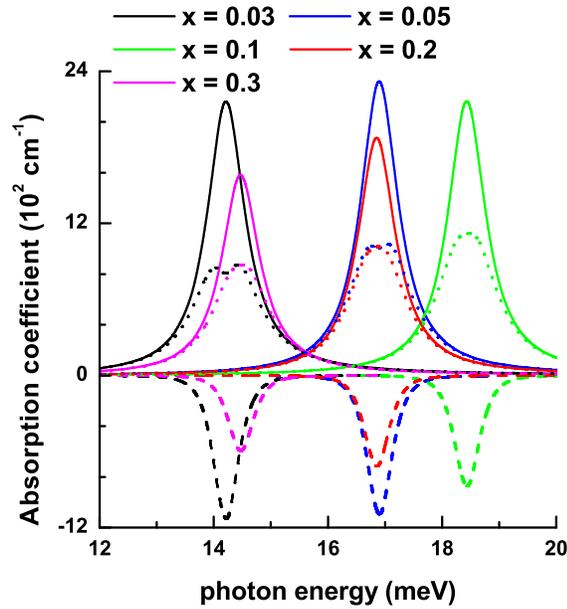


Figura 5.8: Coeficientes de absorción en función de la energía de los fotones incidentes: las líneas sólidas son para  $\alpha_1(\hbar\omega)$ , los segmentos de línea  $\alpha_3(\hbar\omega, I)$ , y las líneas punteadas para  $\alpha(\hbar\omega, I) = \alpha_1(\hbar\omega) + \alpha_3(\hbar\omega, I)$ . Los resultados son para  $P = 0$ ,  $L_1 = 10$  nm,  $L_2 = 1$  nm,  $L_3 = 10$  nm e  $I = 6 \times 10^3$  W/cm<sup>2</sup>. Diferentes valores de la concentración de aluminio  $x$  han sido considerados.

Como se puede ver en todas las figuras que contienen los resultados de absorción óptica, no hay un fuerte comportamiento monótono del pico de absorción en función de los tamaños de la heteroestructura, la presión hidrostática o la concentración de aluminio. Esto, de hecho, es un resultado esperado, teniendo en cuenta los numerosos factores que pueden afectar a los coeficientes de absorción tanto en el lineal y el no lineal (la constante dieléctrica estática dependiente presión hidrostática y de la temperatura, el elemento de matriz de dipolo dependiente de la presión hidrostática, la concentración de aluminio, y las dimensiones de la estructura).

Por último, en la figura 5.9 se muestra la dependencia del coeficiente de absorción total de la energía del fotón incidente para diferentes valores de intensidad óptica incidente. Como se puede apreciar en la figura, el coeficiente de absorción disminuye con el aumento de la intensidad  $I$  y la absorción está fuertemente llevada cerca al cero para intensidades ópticas incidentes altas. Además de eso, se puede de notar una fuerte saturación de la absorción que comienza a ocurrir en alrededor una intensidad de  $I = 0.7 \times 10^4 \text{ W/cm}^2$ .

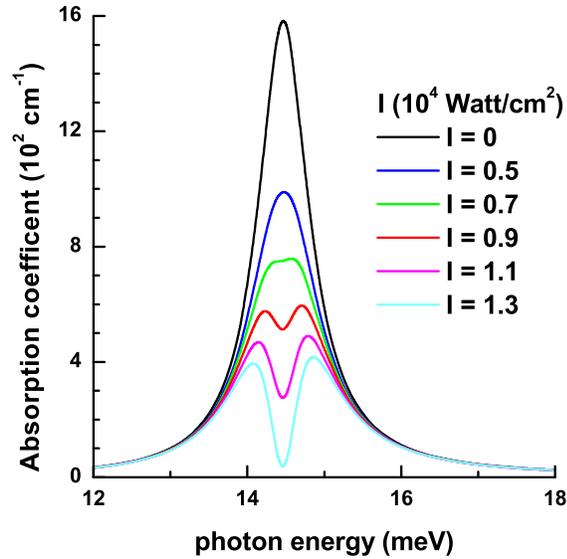


Figura 5.9: Coeficiente de absorción total en función de la energía de los fotones incidentes. Los resultados son para  $P = 0$ ,  $L_1 = 10 \text{ nm}$ ,  $L_2 = 1 \text{ nm}$ ,  $L_3 = 10 \text{ nm}$ , y  $x = 0.3$ . Diferentes valores de la intensidad óptica incidente han sido considerados.

## 5.5 CONCLUSIONES

En este capítulo se ha estudiado la influencia combinada de la presión hidrostática y la concentración de aluminio en la absorción óptica intra-banda lineal y no lineal en anillos cuánticos dobles concéntricos acoplados bidimensionales de  $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ . Los resultados obtenidos muestran que el comportamiento de la diferencia energía y la posición del máximo de la absorción óptica intra-banda, causada por las transiciones desde el estado fundamental al primer estado excitado, dependen en gran medida de los efectos de la concentración de aluminio, de la presión hidrostática, y de la variación del tamaño de la estructura. La influencia de la presión hidrostática y la concentración de aluminio tiene como consecuencia en un desplazamiento mixto de la posición de pico resonante: valores bajos de presión hidrostática inducen un desplazamiento hacia el rojo, mientras que para valores de presión alta la posición del pico se desplaza hacia energías más altas. Por el

contrario, aumentar la fracción molar del Al en la región de los valores más pequeños de esta cantidad conduce a un desplazamiento hacia el azul, pero este cambio en la posición del pico invierte hacia energías más bajas si  $x > 0.1$  .

Si la influencia de la geometría se tiene en cuenta a través de la modificación de la anchura de barrera de acoplamiento, para valores fijos de las dimensiones del anillo interior y exterior, se puede concluir que el aumento en tal cantidad induce un desplazamiento hacia el rojo en la posición del pico de resonancia.

Además, se ha encontrado que la absorción óptica total está fuertemente afectada por la intensidad óptica incidente y por la concentración de aluminio. Los presentes resultados pueden ser útiles en la comprensión de la influencia de la presión hidrostática y la concentración de aluminio en los estados electrónicos y propiedades ópticas no lineales en anillos cuánticos dobles concéntricos.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] M. Tadić and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 70 (2004) 195302.
- [2] M. Tadić and F. M. Peeters, *J. Phys.: Condens. Matter* 16 (2004) 8633.
- [3] K. L. Janssens, B. Partoens, and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 69 (2004) 235320.
- [4] K. L. Janssens, B. Partoens, and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 66 (2002) 075314.
- [5] K. L. Janssens, B. Partoens, and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 65 (2002) 233301.
- [6] I. L. Kuskovsky, W. MacDonald, A. O. Govorov, L. Mourokh, X. Wei, M. C. Tamargo, M. Tadić, and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* 76 (2007) 0353421.
- [7] M. E. Mora-Ramos, A. H. Rodríguez, S. Y. López, and C. A. Duque, *PIERS Online* 4 (2008) 263.
- [8] J. M. García, G. Medeiros-Ribeiro, K. Schmidt, T. Ngo, J. L. Feng, A. Lorke, J. Kotthaus, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* 71 (1997) 2014.
- [9] A. Lorke, R. J. Luyken, A. O. Govorov, J. P. Kotthaus, J. M. Garcia, and P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000) 2223.
- [10] T. Chakraborty and P. Pietiläinen, *Phys. Rev. B* 50 (1994) 8460.
- [11] U. F. Keyser, C. Fühner, S. Borck, R. J. Haug, M. Bichler, G. Abstreiter, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003) 196601.
- [12] S. Viefers, P. Koskinen, P. S. Deo, and M. Manninen, *Physica E* 21 (2004) 1.
- [13] P. Offermans, P. M. Koenraad, J. H. Wolter, D. Granados, J. M. García, V. M. Fomin, V. N. Gladilin, and J. T. Devreese, *Appl. Phys. Lett.* 87 (2005) 131902.
- [14] N. A. J. M. Kleemans, I. M. A. Bominaar-Silkens, V. M. Fomin, V. N. Gladilin, D. Granados, A. G. Taboada, J. M. García, P. Offermans, U. Zeitler, P. C. M. Christianen, J. C. Maan, J. T. Devreese, and P. M. Koenraad, *Phys. Rev. Lett.* 99 (2007) 146808.

- 
- [15] L. G. G. V. Dias da Silva, J. M. Villas-Bôas, and S. E. Ulloa, Phys. Rev. B 76 (2007) 155306.
- [16] M. Royo, F. Malet, M. Barranco, M. Pi, and J. Planelles, Phys. Rev. B 78 (2008) 165308.
- [17] L. K. Castelano, G.-Q. Hai, B. Partoens, and F. M. Peeters, Phys. Rev. B 78 (2008) 195315.
- [18] L. K. Castelano, G.-Q. Hai, B. Partoens, and F. M. Peeters, J. Appl. Phys. 106 (2009) 073702.
- [19] J. Planelles, F. Rajadell, J. I. Climente, M. Royo, and J. L. Movilla, J. Phys.: Conf. Ser. 61 (2007) 936.
- [20] T. Chwiej and B. Szafran, Phys. Rev. B 78 (2008) 245306.
- [21] T. Mano, T. Kuroda, S. Sanguinetti, T. Ochiai, T. Tateno, J. Kim, T. Noda, M. Kawabe, K. Sakoda, G. Kido, and N. Koguchi, Nano Lett. 5 (2005) 425.
- [22] T. Kuroda, T. Mano, T. Ochiai, S. Sanguinetti, K. Sakoda, G. Kido, and N. Koguchi, Phys. Rev. B 72 (2005) 205301.
- [23] M. V. Berry, Proc. R. Soc. London A 392 (1984) 45.
- [24] A. Shapere and F. Wilczek, *Geometric Phases in Physics; Advanced Series in Mathematical Physics 5 (World Scientific Pub. Co. Inc.: Singapore, 1988)*.
- [25] J. I. Climente, J. Planelles, M. Barranco, F. Malet, and M. Pi, Phys. Rev. B 73 (2006) 235327.
- [26] G. Fuster, M. Pacheco, and Z. Barticevic, Braz. J. Phys. 34 (2004) 666.
- [27] B. Szafran and F. M. Peeters, Phys. Rev. B 72 (2005) 155316.
- [28] F. J. Culchac, N. Porrás-Montenegro, and A. Latgé, J. Phys.:Condens. Matter 20 (2008) 285215.
- [29] L. Colletti, F. Malet, M. Pi, and F. Pederiva, Phys. Rev. B 79 (2009) 125315.
- [30] J. M. Escartín, F. Malet, M. Barranco, and M. Pi, Physica E 42 (2010) 841.
- [31] J. M. Escartín, F. Malet, A. Emperador, and M. Pi, Phys. Rev. B 79 (2009) 245317.
- [32] J. M. Escartín, F. Malet, M. Pi, and M. Barranco, Phys. Status Solidi C 7 (2010) 2608.
- [33] F. J. Culchac, N. Porrás-Montenegro, J. C. Granada, and A. Latgé, Microelectronics J. 39 (2008) 402.
- [34] V. Aroski, M. Tadić, and F. M. Peeters, Acta Phys. Pol. 117 (2010) 733.
- [35] F. J. Culchac, N. Porrás-Montenegro, and A. Latgé, J. Appl. Phys. 105 (2009) 094324.

- 
- [36] H. M. Baghranyan, M. G. Barseghyan, C. A. Duque, and A. A. Kirakosyan, Proc. of SPIE 8414 (2011) 84140C-1.
- [37] H. M. Baghranyan, M. G. Barseghyan, C. A. Duque, and A. A. Kirakosyan, J. Physics: Conference Series 350 (2012) 012016.
- [38] E. M. Goldys and J.-J. Shi, Phys. Status Solidi B 210 (1998) 237.
- [39] D. Ahn and S.-L. Chuang, IEEE J. Quantum Electron. 23 (1987) 2196.
- [40] R. F. Kazarinov and R. A. Suris, Sov. Phys. Semicond. 5 (1971) 707.
- [41] D. A. B. Miller, Int. J. High Speed Electron. Syst. 1 (1990) 19.
- [42] T. H. Hood, J. Lightwave Technol. 6 (1988) 743.
- [43] H. Yildirim and M. Tomak, Eur. Phys. J. B 50 (2006) 559.
- [44] I. Karabulut and S. Baskoutas, J. Appl. Phys. 103 (2008) 073512.
- [45] W. F. Xie, Phys. Lett. A 372 (2008) 5498.
- [46] J. -Hui Yuan, J. -S. Huang, M. Yin, Q. -J. Zeng, J.-P. Zhang, Opt.Comm. 283 (2010) 3529.
- [47] W. F. Xie, Phys. Lett. A 374 (2010) 1188.
- [48] S. Liang, W. F. Xie, H. A. Sarkisyan, A. V. Meliksetyan, and H. Shen, J. Phys.: Condens. Matter 23 (2011) 415302.
- [49] C. M. Duque, M. E. Mora-Ramos, and C. A. Duque, Physica E 43 (2011) 1002.
- [50] I. Karabulut, M. E. Mora-Ramos, and C. A. Duque, J. Lumin. 131 (2011) 1502.
- [51] M. G. Barseghyan, A. A. Kirakosyan, and C. A. Duque, Eur. Phys. J. B 72 (2009) 521.
- [52] M. G. Barseghyan, M. E. Mora-Ramos, and C. A. Duque, Eur. Phys. J. B 84 (2011) 265.
- [53] E. Reyes-Gómez, N. Raigoza, and L.E. Oliveira, Phys. Rev. B 77 (2008) 115308.
- [54] A. M. Elabsy, J. Phys.: Condens. Matter 6 (1994) 10025.
- [55] A. Wojs, P. Hawrylak, S. Farard, and L. Jacak, Phys.Rev. B 54 (1996) 5604.
- [56] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics (Academic Press, San Diego, 2003)*.

# CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

---

## 6.1 CONCLUSIONES

Se ha presentado el estudio de los efectos de agentes externos: La presión hidrostática, el campo eléctrico y la concentración de aluminio, además de las diferentes configuraciones geométricas sobre la energía del electrón, la energía de enlace de una impureza donadora poco profunda y las propiedades ópticas lineales y no lineales de transiciones intra-banda en anillos cuánticos semiconductores, para ello se han considerado las aproximaciones de masa efectiva y de banda parabólica. En los capítulos anteriores se trató el estudio de la energía del electrón en un anillo cuántico bidimensional de  $GaAs$ , en el tercer capítulo la energía de enlace y las propiedades ópticas correspondientes relacionadas con impurezas y los efectos de la presión hidrostática, para diferentes posiciones de la impureza, en el cuarto capítulo se analizó el resultado de los efectos combinados de la presión hidrostática y un campo eléctrico aplicado en la dirección de crecimiento de la nanoestructura, en las propiedades electrónicas y ópticas no lineales con impurezas en anillos cuánticos tridimensionales de  $GaAs$ , finalmente se mostraron los efectos del acoplamiento, la presión y la concentración de aluminio sobre las energías de enlace y la absorción óptica intra-banda lineal y no lineal en anillos cuánticos dobles bidimensionales de  $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ , en general se encuentra que los agentes externos permiten modificar los espectros de la absorción óptica intra-banda lineal y no lineal y los cambios relativos del índice de refracción para distintas intensidades de la luz incidente, dependiendo de cada configuración geométrica, o de la combinación de ellos que puede mover los picos de los máximos hacia el azul o hacia el rojo. Al igual que los efectos de dichos agentes sobre las energías por el tamaño de la cuantización, los elementos de la matriz de dipolo y las energías de transiciones entre los estados fundamental y el primer excitado.

En el capítulo 2 se presentaron los cálculos de la energía del electrón en un anillo cuántico bidimensional, se utilizó la solución de la ecuación trascendental que se deriva de las condiciones de frontera de función de onda radial para el electrón, se obtuvo que la energía del electrón aumenta cuando el radio interno aumenta y disminuye cuando el radio externo aumenta, además la localización de la

probabilidad de la función de onda es mayor cuando la región entre los radios es menor que cuando está se aumenta, los resultados presentados permitieron entender el comportamiento de las curvas de energía exhibidas en los capítulos posteriores.

Los resultados de los cálculos de la energía de enlace y las propiedades ópticas no lineales relacionadas con impurezas en anillos cuánticos bidimensionales se presentaron en el capítulo 3, se estudiaron los efectos de la presión hidrostática, los cambios en las dimensiones del anillo y de la posición de la impureza, se encontró que muestran que las energías de enlace del estados base y primer excitado son muy sensibles al tamaño de radios interno y externo, para obtenerlas se implementó el método variacional, también se vio que aumentando el tamaño del radio interior se da el desplazamiento hacia el azul de la posición del pico de la absorción óptica y del cambio relativo del índice de refracción y aumentar del valor del radio exterior hace que se presente el desplazamiento hacia el rojo. La presión hidrostática afecta las energías de enlace de ambos estados aumentando su valor cuando esta aumenta, además del corrimiento al azul de las correspondientes propiedades ópticas. Las posiciones de impureza por encima del radio medio del anillo cuántico llevan a un desplazamiento hacia el rojo, por debajo del radio medio se detecta un desplazamiento hacia el azul.

En el capítulo 4, se investigaron los efectos de la presión hidrostática, el campo eléctrico aplicado en la dirección de crecimiento de la nanoestructura semiconductor y los cambios de las dimensiones de la heteroestructura sobre la energía del electrón y las propiedades ópticas lineales y no lineales en un anillo cuántico tridimensional. Además de las dependencias de los coeficientes de absorción óptica en función de la energía de los fotones incidentes. Para los cálculos de las energías de enlace se implementó el método variacional. Se observó que un campo eléctrico conduce a un desplazamiento hacia el rojo, mientras que la influencia de la presión hidrostática conduce a un desplazamiento hacia el azul en los picos de resonancia de tales propiedades ópticas. Se notó también que dado el efecto del confinamiento tridimensional hace que las energías de transición sean menores que en el caso del anillo bidimensional, esto influyó en el corrimiento hacia el rojo en los picos de la absorción óptica intra-banda, es decir se necesita menos energía de la luz incidente para lograr dichas transiciones, en un anillo tridimensional que en uno bidimensional.

El capítulo 5, se presentaron los resultados del estudio de los efectos de la presión hidrostática, de la concentración de aluminio, y de los tamaños de la heteroestructura en la energía del electrón y en las transiciones ópticas intra-banda lineal y no lineal en anillos cuánticos dobles acoplados bidimensionales. para calcular la energía del electrón se utilizó el formalismo de la matriz de transferencia. Valores bajos de presión hidrostática inducen un desplazamiento hacia el rojo, mientras que para valores de presión alta la posición del pico se desplaza hacia energías más altas, se encontró que aumentar la fracción molar del aluminio conduce a un desplazamiento hacia el azul en los picos de

resonancia de la absorción óptica intra-banda. Uno de los resultados más sobresalientes es acerca de la dependencia de la energía de transición y las propiedades ópticas con el tamaño de la barrera de acoplamiento, se obtuvo el desplazamiento hacia el rojo de los coeficientes de absorción con el aumento de la anchura de la barrera. También se ha encontrado que la absorción óptica total está fuertemente afectada por la intensidad óptica incidente.

## 6.2 PERSPECTIVAS

Se pueden considerar dos contribuciones para el refinamiento de la estructura de bandas: la interacción espín-órbita que acopla el grado de libertad de rotación de un electrón a su movimiento orbital y es uno de los fenómenos más atractivos en el estudio de nanoestructuras semiconductoras porque juega un papel crucial en el campo de la espintrónica. Y las correcciones a los niveles de energía que aporta la interacción electrón-fonón que explica como la red cristalina del semiconductor responde a las oscilaciones periódicas del electrón que afectan el campo del potencial, de igual manera variaciones del campo de potencial produce variaciones de las interacciones de los electrones de la red.

Los efectos del acople espín-órbita en las energías de enlace de estados excitónicos y de impureza en nanoestructuras han mostrado las correcciones a los valores de los niveles de energía [17, 18, 19]. Más reciente se encuentran trabajos de tales efectos en las propiedades ópticas no lineales: Varsegi et al. [1, 2, 3] han calculado y analizado la competencia entre el confinamiento, el campo eléctrico aplicado y el acople espín-órbita en la rectificación óptica de primer y segundo orden, encontrando que los picos se mueven a valores bajos de energía por el acople, además de disminuir su magnitud, y a valores altos por el efecto del confinamiento o la intensidad del campo eléctrico.

De gran interés son los reportes de los efectos de la interacción electrón-fonón en los niveles de energía en nanoestructuras semiconductoras [4, 5, 6]. Efectos de la interacción electrón-fonón sobre las propiedades ópticas no lineales en puntos e hilos cuánticos se han publicado en los dos últimos años, distintos autores [7, 8, 9, 10, 11] encontraron que al aumentar el confinamiento, la interacción electrón-fonón aumenta las alturas de los picos de resonancia aunque el corrimiento en los valores de energía no sean considerables, la conclusión general es que no son despreciables estos efectos pero aportan mejor comprensión de los mecanismos físicos del comportamiento de los electrones en la red cristalina.

En ambos casos se implementará el método de perturbaciones a primer y segundo orden para hacer las correcciones que estas dos contribuciones introducen tanto en los niveles de energía como en las propiedades ópticas lineales y no lineales.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] B. Vaseghi, G. Rezaei, M. Malian, *Physics Letters A* 375 (2011) 2747.
- [2] B. Vaseghi, G. Rezaei, V. Azizi, F. Taghizadeh, *Physica E* 43 (2011) 1080.
- [3] B. Vaseghi, G. Rezaei, V. Azizi, S.M. Azami, *Physica E* 44 (2012) 1241.
- [4] I. Zutic, J. Fabian, S. DasSarma, *Reviews of Modern Physics* 76 (2004) 323.
- [5] H.-J. Xie, *Physica E* 22 (2004) 906.
- [6] P. Villamil, C. Cabra, N. Porrás-Montenegro, *Microelec. J.* 39 (2008) 466.
- [7] Zhang Min and Ban Shiliang, *J. Semicond.* 30 (2009) 032001-1.
- [8] W.F. Xie *Physica B* 406 (2011) 2858.
- [9] L.L. Lu, W.F. Xie. *Phys. Scr.* 84 (2011) 025703.
- [10] G. Liu, K.X. Guo. C. Wang. *Physica B.* 407 (2012) 2334.
- [11] G. Liu K.X. Guo. Q.J. Wu. *Superlatt. Microstruct* 52 (2012) 183.

# RESULTADOS

---

## A.1 PUBLICACIONES

### A.1.1 DEL TRABAJO DE GRADO

- R. L. Restrepo, M. G. Barseghyan, M. E. Mora-Ramos, C. A. Duque. **Effects of hydrostatic pressure on the nonlinear optical properties of a donor impurity in a *GaAs* quantum ring.** Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, en línea octubre 10 (2012) DOI:10.1016/j.physe.2012.09.030
- Manuk Barseghyan, Ricardo Restrepo, Miguel Mora-Ramos, Albert Kirakosyan and Carlos Duque. **Donor impurity-related linear and nonlinear intraband optical absorption coefficients in quantum ring: effects of applied electric field and hydrostatic pressure.** Nanoscale Research Letters 2012, en línea 28 septiembre (2012) DOI:10.1186/1556-276X-7-538
- H. M. Baghranyan, M. G. Barseghyan, A. A. Kirakosyan, R. L. Restrepo, C. A. Duque. **Linear and nonlinear optical absorption coefficients in *GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As* concentric double quantum rings: Effects of hydrostatic pressure and aluminum concentration.** Journal of Luminescence, en línea agosto 1 (2012) DOI:10.1016/j.jlumin.2012.07.024

### A.1.2 DURANTE LA MAESTRÍA

- C. M. Duque, R. L. Restrepo, C. A. Duque. **Tilted electric field effects on the electronic states in a *GaAs* quantum disk.** Superlattices and Microstructures, 52 (2012) 1078.
- R. L. Restrepo, Guillermo L. Miranda, C. A. Duque, M.E. Mora-Ramos. **Simultaneous effects of hydrostatic pressure and applied electric field on the impurity-related self-polarization in *GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As* multiple quantum wells.** Journal of Luminescence, 131 (2011) 1016.

- Guillermo L. Miranda, R. L. Restrepo, C. A. Duque. **Combined effects of electric field and hydrostatic pressure on electron states in asymmetric  $GaAs/(Ga, Al)$  triple quantum dots.** Superlattices and Microstructures, 49 (2011) 269.
- R. L. Restrepo, G. L. Miranda, C. A. Duque. **Electronic states in double quantum well-wires with potential W-profile: combined effects of hydrostatic pressure and electric field** Journal of Materials Science, 45 (2010) 5045.
- R. L. Restrepo, E. Giraldo, G. L. Miranda, W. Ospina, C. A. Duque. **Hydrogenic donor impurity in parallel-triangular quantum wires: Hydrostatic pressure and applied electric field effects.** Physica B: Condensed Matter, 404 (2009) 516.

## A.2 EVENTOS

### A.2.1 ASISTIDOS

- XXI International Materials Research Congress. Cancún, México. Agosto 12-17 (2012). Contribuciones: 1. *Effects of hydrostatic pressure on the nonlinear optical properties of a donor impurity in a GaAs quantum ring.* (oral)  
2. *The nonlinear intersubband optical absorptions in coupled double quantum wells.* (poster)
- Nanomex 2012, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México, Junio 12-16 (2012). Contribuciones: 1. *Absorción óptica no lineal de impurezas donadoras en anillos cuánticos semiconductores.*(poster)  
2. *Efectos del campo eléctrico y la concentración de aluminio en la energía de electrones y huecos en pozos cuánticos dobles acoplados.* (poster)
- Jornadas de Investigación EIA. Envigado, Colombia. Septiembre (2011). Contribución: *Non-linear optical rectification of a single electron in quantum rings.* (Oral)
- 7th International Conference on Low Dimensional Structures and Devices. Telchac, Nuevo Yucatán, México. Mayo 22-27 (2011). Contribuciones: 1. *Nonlinear intersubband optical absorptions in asymmetric double quantum wells: aluminum concentration and applied electric field effects.* (poster)  
2. *Hydrostatic pressure and magnetic field effects and nonlinear optical rectification of a single electron in quantum rings.* (poster)
- Seminario Internacional Nanociencia. Barranquilla, Colombia. Octubre 21-23 (2010). Contribución: *Exciton states in asymmetric double quantum wells: aluminum concentration and electric fields effects.* (poster)

- Jornadas de Investigación EIA. Envigado, Colombia. Octubre 1 (2010). Contribución: *Física en la era nano: Excitones en pozos cuánticos semiconductores.*(oral)
- X International Conference on Nanostructured Materials. Roma, Italia. Septiembre 13-17 (2010). Contribución: *Effects of hydrostatic pressure on the self-polarization in GaAs/Ga<sub>1-x</sub>As<sub>x</sub>Al double and triple quantum wells under applied electric field.* (poster)
- Jornadas de Investigación EIA. Envigado, Colombia. Octubre 4-5 (2009). Contribución: *Ideas grandes para un mundo diminuto: Puntos cuánticos de GaAs – (Ga, Al)As.* (oral)
- XXIII Congreso Nacional de Física. Santa Marta, Colombia. Octubre 5-9 (2009). Contribuciones: 1. *Efectos de la presión hidrostática y de los campos eléctrico y magnético en los estados electrónicos de hilos cuánticos dobles paralelos trapezoidales.* (oral)  
2. *Energía de picos de fotoluminiscencia de excitones en pozos cuánticos triples bajo efectos de la presión hidrostática y campos eléctricos externos.* (poster)
- 11th International Conference on Advanced Materials. Rio de Janeiro, Brasil. Septiembre 20-25 (2009). Contribuciones: 1. *Electronic states in double quantum wells-wires with potential W-profile: Combined effects of the hydrostatic pressure an electric field.* (poster)  
2. *Hydrostatic pressure and electric field effects on excitons in coupled double quantum wells.* (poster)

### A.2.2 PARTICIPACIONES

- International Conference on Superlattices, Nanostructures, and Nanodevices. Dresden, Alemania. Julio 22-27 (2012). Contribución: *Donor impurity related linear and nonlinear intraband optical absorption in quantum ring: Effects of applied electric field and hydrostatic pressure.* (poster)
- Primer Taller de Propiedades Electrónicas, Ópticas y Magnéticas de Materiales. Universidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas, México. Junio 8-10 (2011). Contribuciones: 1. *Hydrostatic pressure and nonlinear optical rectification of a single electron magnetic field effects and in quantum rings.* (poster)  
2. *Nonlinear intersubband optical absorption in asymmetric double quantum wells: aluminum concentration and applied electric field effects.*(poster)
- 13th International Conference on the Formation of Semiconductors Interfaces. Praga, República Checa. Julio 3-8 (2011). Contribuciones: 1. *Nonlinear optical rectification of a single electron in quantum rings under hydrostatic pressure and magnetic field.* (poster)

2. *Combined effects of aluminum concentration and applied electric field on the nonlinear intersubband optical absorptions in asymmetric double quantum wells.*(poster)
- Cuarto Taller de Física de la Materia Condensada y Molecular. Universidad Autónoma del Estado de Morelos Cuernavaca, México. Enero 10-13 (2011). Contribución: *Efectos de la presión hidrostática en la autopolarización de impurezas en pozos cuánticos.* (poster)
  - The European Materials Research Society 2010 Fall Meeting. Varsovia, Polonia. Septiembre (2010). Contribución: *The two-dimensional square and triangular photonic lattice under the combined effects of hydrostatic pressure, temperature, and magnetic field.*
  - 10th Physics of Light-Matter Coupling in Nanostructures. Cuernavaca, México. Mayo (2010). Contribución: *Combined effects of electric field and hydrostatic pressure on electron states in asymmetric GaAs/(Ga, Al) triple quantum dots.* (poster)
  - 25th International Conference on Defects in Semiconductors, San Petersburgo, Rusia. (2009). Contribución: *Hydrogenic donor impurity in parallel-triangular quantum wires: Engineering of the quantum confinement under hydrostatic pressure and applied electric field.*(poster)
  - The European Materials Research Society Fall Meeting. Varsovia, Polonia. Septiembre (2009). Contribución: *Binding energy of a hydrogenic impurity in vertical-coupled wurtzite GaN/AlGaIn quantum-dots under hydrostatic pressure and external applied electric field.*(poster)