



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1803

Facultad de Educación

***PARTICIPACIÓN DE ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO EN AMBIENTES DE
MODELACIÓN MATEMÁTICA. REFLEXIONES A PARTIR DE LA PERSPECTIVA
SOCIO-CRÍTICA DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA***

**UNIVERSIDAD
MÓNICA MARCELA PARRA ZAPATA
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3
MEDELLÍN

2015



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1803

Facultad de Educación

***PARTICIPACIÓN DE ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO EN AMBIENTES DE
MODELACIÓN MATEMÁTICA. REFLEXIONES A PARTIR DE LA PERSPECTIVA
SOCIO-CRÍTICA DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA***

Trabajo de investigación para optar al título de Magíster en Educación

MÓNICA MARCELA PARRA ZAPATA

Estudiante

Dr. JHONY ALEXÁNDER VILLA OCHOA

Asesor

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA

MATHEMA-FIEM

MEDELLÍN

2015

"La vida es una gran carretera llena de señales; así, cuando viajes a través de las rutas, no compliques tu mente. Escapa del odio, del agravio y de la envidia. No entierres tus pensamientos, abre los ojos a la realidad. ¡Despierta y vive!"

B.M.

A Luz Dary, Nelson, Johana, Alexander, Sofía y Sebastian.

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

ACTA DE APROBACIÓN DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

En la Sede de Investigación Universitaria-SIU- se reunieron los profesores JHONY ALEXANDER VILLA OCHOA (Presidente del Jurado), JOSÉ ORTÍZ BUITRAGO Y WALTER FERNANDO CASTRO GORDILLO en calidad de Jurados del Trabajo de Investigación titulado: **"PARTICIPACIÓN DE ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO EN AMBIENTES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA. REFLEXIONES A PARTIR DE LA PERSPECTIVA SOCIO-CRÍTICA DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA"** presentado por la estudiante Mónica Marcela Parra Zapata, de la Maestría en Educación, Línea de formación: Educación Matemática, quien hizo una presentación pública de su Trabajo de Investigación debidamente aprobado (según artículo 40 del Acuerdo Superior 122 de 1997). Una vez terminada la presentación, se firma esta Acta con la calificación de **APROBADO** por unanimidad.

Atendiendo a lo estipulado en el Artículo 46 y correspondientes párrafos del Acuerdo Superior 122 de 1997, para el presente Trabajo de Investigación:

NO PROCEDE DISTINCIÓN

SE OTORGA DISTINCIÓN MERITORIA

SE OTORGA DISTINCIÓN SOBRESALIENTE

Para constancia, se firma en Medellín al octavo (8) día del mes de septiembre del año 2015.

Jhony Alexander Villa Ochoa
JHONY ALEXANDER VILLA OCHOA
PRESIDENTE DEL JURADO

Jose Ortiz Buitrago
JOSE ORTIZ BUITRAGO
JURADO

Walter Fernando Castro Gordillo
WALTER CASTRO GORDILLO
JURADO

Por el *Ciana Jasamillo*
Coord. Linea

Agradecimientos

Este trabajo de investigación ha sido un proceso de crecimiento en mi vida personal, familiar, académica y profesional. Un proceso arduo de investigación, lleno de aciertos y desaciertos en el que me acompañaron y contribuyeron muchas personas de diferentes maneras. Agradezco en especial,

A *Dios* cuyo tiempo es perfecto y lo ha posibilitado todo.

A *Jhony Alexander Villa-Ochoa*, mi asesor, por caminar conmigo como profesor y como amigo en este proceso de aprendizaje, por sus análisis críticos y sus aportes a mis producciones, por haberme exigido siempre y estar presente en los momentos más difíciles. Mil gracias Alex.

A los profesores *Walter Fernando Castro Gordillo* y *José Ortiz Buitrago* por la lectura y crítica y propositiva realizada en la evaluación de este trabajo de investigación.

A los compañeros del grupo de investigación *Mathema-FIEM* de la Universidad de Antioquia, por las observaciones permanentes y asertivas a mi trabajo de investigación.

A *mis profesores y compañeros* de la línea en Educación Matemática, por los comentarios constantes y oportunos en el Seminario Permanente que me permitieron cualificar mi trabajo de investigación.

Al *Comité para el desarrollo de la investigación (CODI)* de la Universidad de Antioquia por el apoyo financiero al desarrollo de la investigación “la formación inicial de profesores. Aportes de la modelación matemática y las tecnologías digitales” código FPP01 febrero de 2014.

A la *Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes*, en especial a, *Edgar Darío Restrepo Gómez* (rector) y a *Andrés Felipe Parra Triana* (profesor), por posibilitar que esta investigación se llevara a cabo.

A *los estudiantes* participantes por su compromiso, su entrega y su dedicación en cada una de las acciones que emprendimos en el *Semillero de matemáticas*.

A *María Camila Ocampo-Arenas* (*Auxiliar de investigación*) por su colaboración, entrega y apoyo en esta investigación.

A *Jorge Albeiro Bañol Gutiérrez* por su colaboración en la revisión de estilo que me permitieron precisar asuntos de la presentación de la investigación con miras a una mejor divulgación.

A *Mi familia* (*Luz Dary, Nelson, Johana, Alexander y Sofía*) porque con su amor, su comprensión y su sacrificio me apoyaron para alcanzar este objetivo.

A *Sebastian Aguirre Duque*, quien con su amor, su paciencia y su entrega incondicional fue mi apoyo constante para finalizar este proceso.

Resumen

En el presente documento presento un informe sobre una investigación que indagó cómo un grupo de estudiantes de quinto grado participó en ambientes de modelación matemática en los que tuve en cuenta algunas características de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. Los análisis surgieron del proceso investigativo llevado a cabo en el marco de la Maestría en Educación, Educación Matemática, de la Universidad de Antioquia. Los protagonistas de la investigación fueron 27 estudiantes de quinto grado de la Educación Primaria, integrantes del *Semillero de matemáticas*, de la Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes de la ciudad de Medellín. Para el análisis usé como referente conceptual la modelación matemática en la perspectiva socio-crítica. Enfatice en la *participación* como un espacio social activo donde los distintos actores a partir de sus acciones toman parte en forma voluntaria y equitativa y se comprometen en los asuntos que les interesan y preocupan. Los datos referentes a la metodología cualitativa de la investigación se originaron en la observación participante, los documentos y las *entre-vistas*. Los resultados indicaron que cuando los estudiantes se involucran en ambientes de modelación matemática que favorecen la *participación*, se comprometen de acuerdo con sus historias y experiencias. Ese compromiso con respecto al ambiente de modelación matemática se hizo evidente en sus maneras de actuar y hablar, en sus producciones orales y escritas, y en sus explicaciones. Como resultado del análisis, caractericé la *participación* según las interacciones y las contribuciones de los estudiantes en los ambientes de modelación matemática. Propuse tipologías de la *participación* de acuerdo a la motivación para participar, las maneras de participar y el contenido de la *participación*.

Palabras clave: Educación Matemática, Modelación matemática, Perspectiva Socio-crítica de la modelación matemática, Educación Primaria, *Participación*.

Abstract

In this paper, I present a research report about the *participation* of a fifth-grade student group in mathematical modelling environments where I took account on some features of the socio-critical perspective of mathematical modelling. The analysis emerged from the research process conducted in my studies of Master in Education, Mathematics Education, Universidad de Antioquia. The participants of the research were 27 students from fifth grade of Primary School, members of a math seedbed from the school Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes, in Medellin city. For analyzing, I used as framework the mathematical modelling in socio-critical perspective. I emphasized in the *participation* as an active social space where the different actors take part, voluntarily and equitable, and they involve in the issues that really interest and concern them. The data referred to qualitative methodology of the research were originated in participant observation, papers and inter-views. The results suggest when students involve in mathematical modelling environments that look in favor on the *participation*, they involve according to their stories and experiences. This engagement to the mathematical modelling environment was evident in their ways of acting and speaking though their oral and written production, and their explanations. As a result of the analysis, I characterized the *participation* according to the interactions and contributions of the students in mathematical modelling environments. For this, I proposed types of student *participation* according to the motivation to participate, the ways to participate and the content of the *participation*.

Key words: Mathematics Education, Mathematical Modelling, Socio-critical Perspective of Mathematical Modelling, Primary School, *Participation*.

Tabla de contenido

Introducción	1
1. Modelación matemática en Educación Matemática. Tendencias, perspectivas y necesidades... 6	6
1.1 Modelación matemática en Educación Matemática	7
1.1.1 Maneras de concebir la modelación matemática: posibilidades al interior del aula de clase.	10
1.1.2 Perspectivas de la investigación en modelación matemática en el aula de clase.	13
1.2 La perspectiva socio-crítica de la modelación matemática	15
1.2.1 Fundamentación teórica de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática.....	17
1.2.2 Características de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática.....	19
1.3 Modelación matemática en Educación Primaria	26
1.3.1 Por qué modelación matemática en Educación Primaria.....	27
1.3.2 Tendencias en investigación en modelación matemática en Educación Primaria.	29
1.3.2.1 Word-Problems	30
1.3.2.2 Situaciones adaptadas.....	32
1.3.2.3 Situaciones sobre relaciones espaciales	33
1.3.2.4 Situaciones de contextos cercanos	35
1.3.2.5 Situaciones sobre matemáticas y sociedad.....	35
1.4 Problema de investigación	37

1.4.1 Delimitación del problema de investigación.....	37
1.4.2 Pregunta y objetivo de investigación.....	44
1.5 Fundamentos metodológicos.....	44
1.5.1 Paradigma de investigación: cualitativo.....	46
1.5.2 Enfoque de investigación: sociocrítico.....	47
1.5.2.1 Naturaleza del conocimiento.....	48
1.5.2.2 Concepción del conocimiento.....	49
1.5.2.3 Validez del conocimiento.....	50
1.5.3 Los protagonistas de la investigación.....	51
1.5.3.1 Aulas para la Convivencia y la Paz: en mi vida convivo sanamente.....	51
1.5.3.2 El Semillero de matemáticas.....	52
1.5.4 Producción conjunta de registros y datos.....	53
1.5.4.1 Observación participante.....	54
1.5.4.2 Entre-vista.....	55
1.5.4.3 Documentos.....	55
1.5.5 Desarrollo del trabajo de campo: ambientes de modelación.....	56
1.5.5.1 Ambiente de modelación 1: diseño de una Guía del Consumidor.....	60
1.5.5.2 Ambiente de modelación 2: cálculo del IMC.....	62
1.5.5.3 Ambiente de modelación 3: mi proyecto de modelación.....	64
1.5.6 Métodos de análisis e interpretación de datos.....	65

1.5.6.1 Análisis Paralelo.....	65
1.5.6.2 Análisis detallado.....	66
1.6 En resumen.....	68
1.7 Referencias bibliográficas.....	69
2. Artículos.....	76
2.1 Artículo 1. Modelación como matematización de la realidad en Educación Primaria.....	77
2.2 Artículo 2. Interacciones y contribuciones. Forma de <i>participación</i> de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática.....	90
2.3 Artículo 3. Motivación, maneras y contenido de la <i>participación</i> de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática.....	126
3. Consideraciones finales.....	161
3.1 Ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica.....	162
3.2 <i>Participación</i> de estudiantes de Educación Primaria, quinto grado, en ambientes de modelación.....	163
3.3 Implicaciones para el aula de clase.....	166
Anexos.....	167
Anexo A: Diseño de una Guía del Consumidor.....	167
Anexo B: Cálculo del <i>IMC</i>	168
Anexo C: Consentimiento informado de la Institución para publicación de registros.....	170
Anexo D: Consentimiento informado de los Padres de Familia para publicación de registros.....	171
Anexo E: Consentimiento informado de los Estudiantes para publicación de registros.....	173

Anexo F: Artículo conjunto. El Índice de Masa Corporal. Una propuesta de modelación matemática para el aula de clase. 175



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Introducción

En este documento presento el proceso de investigación que desarrollé en el marco de la Maestría en Educación, en el área de Educación Matemática, de la Universidad de Antioquia. En la investigación analicé cómo un grupo de estudiantes de quinto grado participó en ambientes de modelación matemática¹ en los que tuve en cuenta algunas características de la perspectiva socio-crítica de la modelación (Araújo, 2009; Barbosa, 2006a; Silva y Kato, 2012).

El documento lo presento en un formato *multi-paper*, formato alternativo para la presentación de disertaciones y tesis que se ha adoptado en diferentes áreas y difiere del formato tradicional en su estructura y organización. El formato *multi-paper* me permite redactar el informe de investigación en torno a una serie de artículos publicables en revistas nacionales o internacionales.

Duke y Beck (1999) argumentan que en educación debería utilizarse este formato alternativo, ya que el formato tradicional no ha sido propicio para que un público más amplio acceda a la producción académica; y que además, el formato alternativo representa un proceso formativo para el investigador, preparándolo para la escritura de un tipo de trabajo que será requerido en su carrera académica.

Por su parte, Texeira (2010) argumenta que escoger el formato *multi-paper* ofrece por lo menos seis (6) ventajas sobre los formatos tradicionales. Estas ventajas tienen que ver con que dichos formatos tienen mucha mayor visibilidad, productividad, interacción entre pares, formación del investigador, diversificación de métodos de investigación y mayor rigor. Así, los formatos *multi-paper* proporcionan una mayor contribución a la formación de los futuros

¹Emplearé a lo largo de este documento la palabra modelación para hacer alusión a la modelación matemática en Educación Matemática.

investigadores, preparándolos tanto como es posible para la práctica investigadora, que

incluye aprender a trabajar en colaboración, presentar su trabajo a la crítica de compañeros, saber asimilar las críticas cuando sea apropiado. Los formatos *multi-paper* permiten poner al estudiante en contacto con una amplia gama de técnicas y métodos de investigación, ya que cada artículo, a pesar de ser parte de un trabajo más amplio, tiene una cierta independencia de los demás.

Presentar las tesis como una colección de artículos requiere, según Barbosa (2015), por parte del estudiante de maestría el desarrollo de habilidades que se requerirán más tarde como investigador, lo que ofrece al estudiante un trabajo anticipado de cómo hacer algo que es propio de los participantes de la comunidad científica.

A pesar de que los artículos del formato *multi-paper* son los límites de un proyecto más amplio, cada uno de ellos debe tener todas las características necesarias para su publicación. Según Barbosa (2015) una de las estructuras del formato *multi-paper* está compuesta por: capítulo introductorio, capítulo de presentación de artículos en el que se encuentran los papers I-III y capítulo final. El capítulo introductorio incluye información sobre los antecedentes, la revisión de la literatura, el marco teórico, la pregunta y el objetivo de investigación y los métodos. Los paper I-III presentan los resultados de la investigación en forma de artículos. El capítulo final retoma y globaliza la información de los resultados relatados en los artículos, así como recomendaciones generales y la discusión de las limitaciones y la investigación futura. Basada en lo anterior, este documento está organizado en tres (3) capítulos.

En el primer capítulo, escrito en primera persona del singular, presento aspectos introductorios del proceso de investigación. En este capítulo desarrollo una revisión de la literatura internacional en el campo de la modelación en Educación Matemática, me centro en algunas de las perspectivas que han orientado la investigación en este campo. Presto especial atención a las

investigaciones desarrolladas en la Educación Primaria; identifiqué algunas tendencias en

la literatura internacional en el campo de la modelación en este nivel escolar, y observo algunas consideraciones sobre lo que se ha entendido por modelación y sus propósitos en los primeros niveles de escolaridad.

Basada en la revisión de la literatura, construyo y fundamento el problema de investigación que sustento en una falta de investigación empírica y teórica sobre la *participación* de los estudiantes en ambientes de modelación a partir de la perspectiva socio-crítica en la Educación Primaria. Luego describo los fundamentos metodológicos que orientaron el proceso investigativo. Incluyo el paradigma cualitativo y el enfoque socio-crítico. Presento también el contexto, los protagonistas de la investigación, los momentos abordados en el proceso investigativo y los métodos empleados para la obtención y el análisis de los datos.

En el segundo capítulo presento tres (3) artículos con diferentes objetivos que incluyen los resultados de la investigación del problema de investigación en relación con los referentes conceptuales. El objetivo del primer artículo es discutir la modelación en Educación Primaria como *matematización de la realidad*. La finalidad del segundo artículo es sistematizar y caracterizar la *participación* de los estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación. El propósito del tercer artículo es identificar y analizar la motivación para participar, las maneras de participar y el contenido de la *participación* de los estudiantes de quinto grado cuando estuvieron involucrados en ambientes de modelación.

Presento los tres (3) artículos en un formato que sigue estándares de publicación de revistas del área. Dichos artículos serán presentados dentro de la investigación antes de la sustentación de la misma y serán publicados luego de dicha sustentación. Cada artículo tiene la siguiente

estructura: resumen, introducción, revisión de la literatura, metodología, análisis, conclusiones y referencias, aunque en su titulación recibe otros nombres.

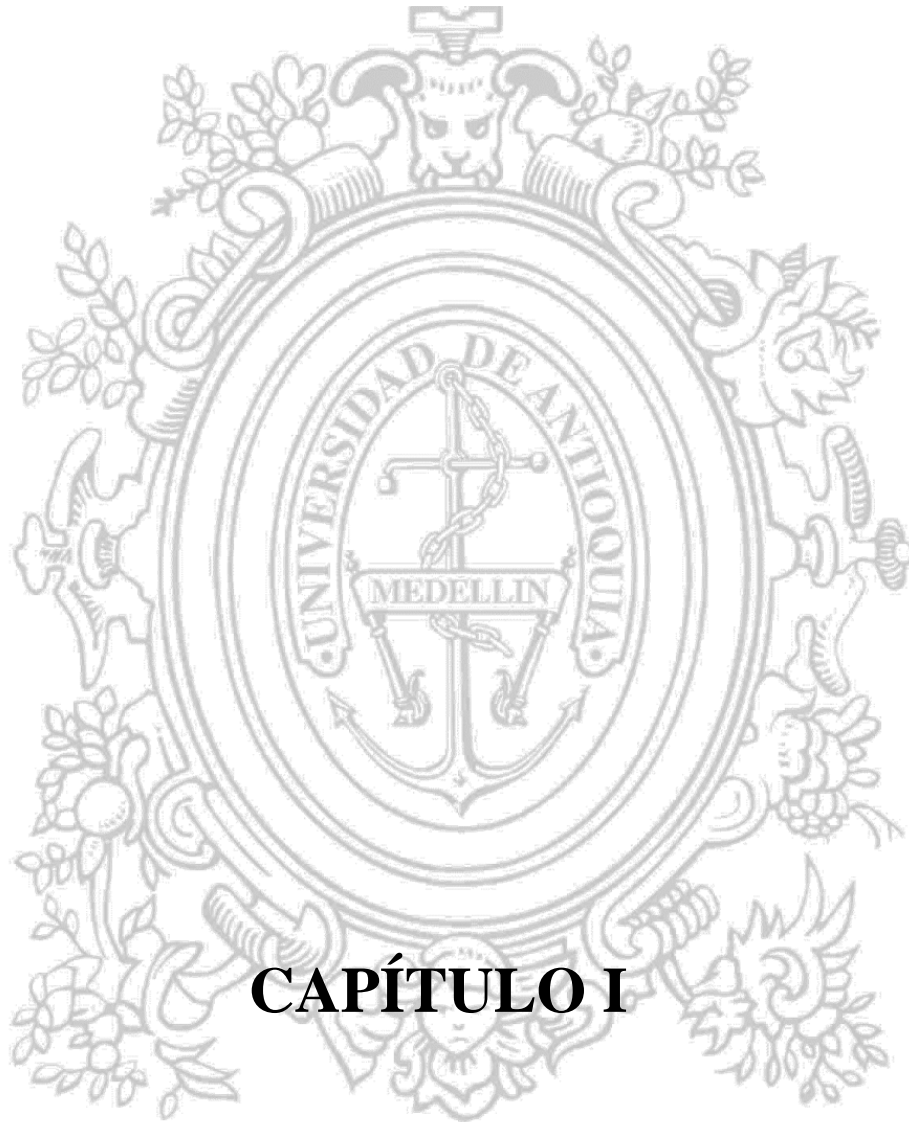
Los artículos están escritos en primera persona del plural, refiriéndose a mí como investigadora y al asesor. Dadas las características de la estructura de los artículos son inevitables, en algunos apartados de los artículos, repeticiones de partes de la investigación, como la revisión de la literatura, la metodología y el contexto.

En el tercer capítulo, escrito en primera persona del singular, desarrollo la pregunta de investigación ¿Cómo se da la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria, quinto grado, cuando se involucran en ambientes de modelación diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación? En ese capítulo sintetizo las ideas, retomo los objetivos y las discusiones de los artículos presentados, discuto mis conclusiones sobre el análisis de los datos y presento algunas de las implicaciones de los hallazgos de la investigación en el ámbito de la modelación en Educación Primaria.

Al final del documento presento, en una sección adicional, los anexos que proporcionan información extra sobre el tema de estudio. Presento las referencias bibliográficas al interior de cada capítulo.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



CAPÍTULO I

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

1. Modelación matemática en Educación Matemática. Tendencias, perspectivas y necesidades

En este capítulo describo la modelación como dominio de investigación en Educación Matemática. Inicio con el reconocimiento de las distintas maneras y perspectivas investigativas de concebir la modelación al interior del aula de clase, en especial la perspectiva socio-crítica. Apoyada en la revisión de las diferentes investigaciones, discuto algunos aspectos relativos al desarrollo e inclusión de la modelación en el aula de clase en diferentes niveles escolares, en especial en la Educación Primaria. En la revisión identifiqué algunas tendencias en la literatura internacional en el campo de la modelación en este nivel escolar, y observo algunas consideraciones sobre lo que se ha entendido por modelación y sus propósitos en los primeros niveles de escolaridad. Dichas investigaciones se convirtieron en los antecedentes a partir de los cuales argumenté la falta de investigación empírica y teórica sobre la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria en ambientes de modelación a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación.

Luego describo los fundamentos metodológicos que orientaron el proceso investigativo. Incluyo el paradigma cualitativo y el enfoque socio-crítico. Presento también el contexto, los protagonistas de la investigación, los métodos empleados para la producción conjunta de registros y datos y el proceso llevado a cabo para el análisis de los datos.

Al finalizar, presento las referencias bibliográficas que apoyan este capítulo introductorio.

1.1 Modelación matemática en Educación Matemática

Existe un aumento en la literatura internacional de investigaciones relacionadas con la modelación en Educación Matemática. Un ejemplo, son las continuas publicaciones de la serie *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, serie que editan Gabriele Kaiser y Gloria Stillman; también las publicaciones en revistas especializadas, actas de congreso, entre otros. Todas ellas evidencian el creciente interés por la modelación y el grado de consolidación como dominio de investigación al interior de la Educación Matemática (Blum, Galbraith, Henn y Niss, 2007). En este campo la modelación es estudiada en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la modelación se reconoce por las posibilidades que ofrece, y se une a la idea de involucrar en el aula de clase de matemáticas estrategias en las prácticas educativas que permiten al docente tener más herramientas que promuevan en el estudiante el avance en la construcción de los conceptos matemáticos a partir del análisis, la exploración, la comprensión y la contextualización. Así, integrar la modelación en la clase de matemáticas subyace a la idea de que cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones de su contexto cercano pueden explorar diferentes formas de representarlas en términos matemáticos.

Expongo a continuación, algunos de los argumentos que justifican la integración de la modelación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación escolar, tuve en cuenta que existen limitaciones en la implementación de la modelación en el aula de clase, pero que éstas no serán motivo de estudio de la investigación.

Biembengut y Hein (2004) afirman que el trabajo en el aula de clase de matemáticas

con la modelación se potencia el desarrollo de capacidades en los estudiantes para aprender matemáticas aplicadas a otras áreas del conocimiento; pero, sobre todo mejora en ellos la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problema. De esta manera la modelación podría permitir a los estudiantes un significado de las matemáticas para entender el mundo que nos rodea, para hacer frente a los problemas cotidianos o para preparar futuros profesionales.

Bassanezi (1994) defiende que implementar la modelación en la enseñanza de las matemáticas conlleva a un aprendizaje de conocimientos matemáticos vinculado con formas diferentes de conocimiento. Por medio del trabajo con la modelación estas formas de conocimiento tienen que ver con el desarrollo de una manera particular de pensar y de actuar, en donde los estudiantes usan el conocimiento matemático como un instrumento para la comprensión y posible modificación de su realidad.

Para Blomhøj (2004) la modelación en el aprendizaje tiene como propósito describir y analizar un fenómeno de la vida diaria, para motivar a los estudiantes a trabajar con las matemáticas. El trabajo con la modelación puede ayudar a que los estudiantes establezcan raíces cognitivas sobre las cuales se construyen conceptos matemáticos.

Por su parte, Villa-Ochoa (2013a) destaca que en los casos en que la modelación surge de situaciones específicas del contexto social en que se desarrolla, “la modelación, más allá de convertirse en un pre-texto para enseñar y/o aprender matemáticas, puede atender principalmente a otras funciones que se revierten en la cultura y no únicamente hacia los desarrollos matemáticos” (p. 211). Según lo anterior la modelación puede servir a otros fines de la Educación

Matemática, donde el profesor vincula al aula de clase aspectos como el entorno físico y

social, aspectos que le permiten abordar otras relaciones de las matemáticas con el mundo real de los estudiantes.

Las investigaciones anteriores dejan ver que la modelación puede utilizarse como una forma de trabajar con las matemáticas en el aula de clase de una manera más articulada con la cotidianidad de los estudiantes. La modelación relaciona los contextos reales de los estudiantes, con los contextos matemáticos escolares, y fortalece dentro del aula de clase la construcción y valoración de los conocimientos matemáticos. De igual manera, la modelación posibilita una variedad de elementos que dan respuesta a algunas de las necesidades concretas de los estudiantes.

Las diferentes discusiones en las investigaciones presentadas en la literatura internacional en el campo de la modelación en Educación Matemática (en especial las investigaciones presentadas en eventos y revistas internacionales como ICTMA, CIAEM, ALME, ICME, entre otros) dejan ver que no hay homogeneidad frente a la comprensión de la modelación, de sus fundamentos epistemológicos y frente a sus posibilidades y alcances en el aula de clase, lo cual ya ha sido argumentado por Kaiser y Sriraman (2006).

Kaiser y Sriraman (2006) reportaron que distintas perspectivas dan cabida a posturas variadas en la investigación sobre la modelación, lo cual genera diferentes miradas de la misma en el aula de clase. Los autores presentan una clasificación de seis (6) perspectivas, sobre los enfoques investigativos de la literatura internacional, a saber: realista, contextual, educacional, socio-crítica, epistemológica o teórica y la meta-perspectiva cognitiva. Estas perspectivas dejan ver intereses investigativos distintos con la modelación.

Por su parte, Villa-Ochoa (2013b) reconoce que al observar las posibilidades que

tiene la modelación al interior del aula de clase esta puede concebirse de distintas maneras, como un proceso, como una estrategia de los seres humanos para la explicación y producción del conocimiento y también para el aprendizaje, como una herramienta didáctica, como una competencia y una herramienta para desarrollar competencias matemáticas y para asumir posturas críticas frente a las demandas sociales y democráticas.

A continuación detallaré las aproximaciones presentadas por Villa-Ochoa (2013b) y Kaiser y Sriraman (2006).

1.1.1 Maneras de concebir la modelación matemática: posibilidades al interior del aula de clase.

Villa-Ochoa (2013b) señala que existen diferentes concepciones según los aspectos que se ponen de relieve en la investigación y que cada una de estas concepciones tiene implicaciones directas o indirectas sobre las diferentes maneras de actuar al interior del aula de clase. De allí, el autor reconoce cuatro (4) usos y formas de concebir la modelación según las posibilidades que genera al interior del aula de clase, a saber. **i.** como una estrategia de los seres humanos para la explicación y producción del conocimiento y también para el aprendizaje. **ii.** como una herramienta didáctica. **iii.** como una competencia y una herramienta para desarrollar competencias matemáticas. **iv.** como una herramienta para posicionarse de manera crítica frente a las demandas sociales y democráticas.

Aunque Villa-Ochoa (2013b) reconoce que existen diferentes perspectivas según los

aspectos que se ponen de relieve en la investigación, y menciona autores que en términos investigativos se aproximan a estas perspectivas, no realiza una profundización en las características de estas perspectivas; por lo anterior a continuación realizo una ampliación de lo propuesto por el autor. Describiré algunos elementos que podrían caracterizar las perspectivas. Resalto que la primera concepción se desarrolla en el campo de las ciencias y las últimas concepciones se abordan en la educación.

1. Como una estrategia de los seres humanos para la explicación y producción del conocimiento y también para el aprendizaje: esta concepción se basa en las ideas de D'Ambrosio (2009), quien discute que la modelación es la estrategia por excelencia de los seres humanos para crear y explicar el conocimiento; porque el trabajo con la modelación puede ayudar a identificar y formular nuevas preguntas. Como los modelos proporcionan aproximaciones del comportamiento real, pueden ayudar a reformular hipótesis e incluso formular otras nuevas y a preparar el terreno para nuevas teorías, más apropiadas para hacer frente a la pregunta original.

D'Ambrosio (2009) indica que la modelación se ha convertido en un instrumento importante en distintas áreas como la Administración de Empresas, las Ciencias de la Salud, el Medio Ambiente, de hecho, en casi todas las actividades humanas. En estas áreas la utilización de modelos matemáticos de la realidad depende del conocimiento de los hechos y fenómenos, del comportamiento reconocible de los objetos y sistemas reales, expresado por las leyes, sobre todo por las que son empíricas. Para tratar los modelos matemáticos, las matemáticas proporcionan diversas herramientas intelectuales, consideradas como el cuerpo de conceptos y teorías de

operación. Allí la modelación permite validar y hacer predicciones sobre el comportamiento del sistema que se modela y da la posibilidad de controlarlo.

2. Como un recurso en el aula de clase de matemáticas: la modelación puede considerarse como una metodología de enseñanza apta para los diferentes niveles educativos que se asume como “el proceso involucrado en la obtención de un modelo matemático” (Biembengut y Hein, 2004, p. 106). La modelación es vista también como metodología de enseñanza y de investigación que permite alcanzar el objetivo educativo de propiciar en el estudiante la adquisición de conocimientos y el desarrollo de actitudes y habilidades que favorezcan la interacción con la sociedad (Biembengut y Hein, 2004). Esta concepción se encuentra en consonancia con las perspectivas educativa y cognitiva planteadas por Kaiser y Sriraman (2006), en donde la modelación es un proceso cuyo objetivo central es permitir la producción conceptual por parte de los estudiantes.

3. Como una competencia y una herramienta para desarrollar competencias matemáticas: la modelación se aproxima a las competencias. Ella es una competencia en sí o un medio para el desarrollo de las competencias matemáticas; la preocupación aquí radica en la comprensión de los problemas del mundo real, enfocándose en las competencias. Se emplean problemas que provienen de saberes específicos y que requieren habilidades específicas de cada campo (Zöttl, Ufer, y Reiss, 2011).

4. Como una herramienta para posicionarse de manera crítica frente a las demandas sociales y democráticas: la modelación es vista como un proceso amplio, en el que se parte de los intereses de los estudiantes y van haciéndose partícipes poco a poco posicionándose de forma más crítica en sus contextos e involucrándose de manera consciente en la toma de decisiones que afectan su contexto social (Araújo, 2009).

Basándose en las investigaciones reportadas sobre la modelación en la Educación

Matemática, Villa-Ochoa (2013b) muestra una diferenciación en la manera de hacer modelación cuando se tienen diferentes intenciones de fondo. Así, se pueden identificar diferentes concepciones, que en algunos casos tienen elementos comunes, pero que presentan diferencias significativas en los focos de la investigación. Lo anterior permite ampliar la comprensión alrededor de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y que los educadores matemáticos reconozcan diferentes maneras de actuar en el aula de clase con la modelación.

1.1.2 Perspectivas de la investigación en modelación matemática en el aula de clase.

Kaiser y Sriraman (2006) destacaron diferentes enfoques o perspectivas investigativas del debate internacional al abordar la modelación. En las diferentes posturas los autores distinguieron los objetivos centrales, las intencionalidades, los antecedentes que apoyan la perspectiva y la forma de asumir la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en relación con sus finalidades. Presentaron una clasificación de seis (6) perspectivas sobre los enfoques mencionados.

1. Perspectiva realista o aplicada: sus objetivos son pragmáticos y utilitarios, se centra en la solución de problemas del mundo real para entenderlo. Promociona competencias de modelación.

2. Perspectiva contextual: sus objetivos son psicológicos, se centra en resolver problemas del mundo basándose en los contextos y las relaciones. Investigaciones que se centran en esta

perspectiva reconocen la importancia del contexto en la formulación y la solución de un problema de modelación.

3. Perspectiva educativa: sus objetivos son pedagógicos, esta perspectiva tiene dos tipos de corriente, una didáctica y la otra conceptual. La primera se centra en la estructura del aprendizaje y los procesos para su promoción. La segunda se centra en la introducción y el desarrollo de los conceptos.

4. Perspectiva socio-crítica: es una perspectiva emancipadora cuyo objetivo es la comprensión crítica del mundo circundante, se centra en la preocupación por el rol de las matemáticas en la sociedad, se apoya en perspectivas emancipadoras como la Etnomatemática y la Educación Matemática Crítica.

5. Perspectiva epistemológica o teórica: en esta perspectiva se le da menos importancia al trabajo con situaciones propias del mundo real (extramatemático); aquí cualquier actividad matemática es susceptible de ser modelada y en consecuencia la modelación no se ve limitada a cuestiones extra-matemáticas. Su objetivo es promocionar y desarrollar teoría frente a la modelación y lograr que los contenidos fundamentales de las matemáticas puedan ser re-inventados en el trabajo con la modelación de fenómenos reales, sin perder aspectos importantes de la epistemología de los conceptos.

6. Meta perspectiva (Cognitiva): su objetivo es el análisis de procesos cognitivos que se dan en la modelación. Aquí, la modelación es un proceso mental en el que se promueven los procesos de pensamiento matemático a través del uso de modelos mentales o físicos, se analizan los caminos individuales que se toman al modelar y las dificultades que presentan los estudiantes durante las actividades de modelación.

Este recorrido a través de las diferentes concepciones y perspectivas investigativas de

la modelación, me ha permitido no solo identificar diferentes acepciones del término, que en algunos casos tienen elementos en común, y en otros diferencias importantes, sino también delimitar el enfoque teórico que sirve de base a esta investigación: la perspectiva socio-crítica de la modelación.

1.2 La perspectiva socio-crítica de la modelación matemática

En el apartado anterior señalé que el artículo de Kaiser y Sriraman (2006) ubica la modelación en varias perspectivas, una de ellas, la perspectiva socio-crítica, referida a las dimensiones socioculturales de las matemáticas, centrándose de manera particular en el papel que estas desempeñan dentro del funcionamiento y la formación de la sociedad. En este sentido, esta perspectiva se enfatiza en la necesidad de apoyar el pensamiento crítico alrededor del rol de las matemáticas en la sociedad, el rol y la naturaleza de los modelos matemáticos y la función de la modelación en la sociedad (Kaiser y Sriraman, 2006).

Respecto a la perspectiva socio-crítica de la modelación, Barbosa (2006a) manifiesta que los conceptos y las habilidades matemáticas desarrolladas en la modelación, se pueden utilizar para criticar los modelos matemáticos. El autor también destaca la proximidad de la tradición brasileña con la modelación y la Etnomatemática.

Desarrollar modelación en la perspectiva socio-crítica significa promover la

participación crítica de los estudiantes como ciudadanos en la sociedad, en discusiones sobre medio ambiente, política, economía en las que las matemáticas sirven como soporte tecnológico (Araújo, 2009).

De acuerdo a lo anterior resalto que, en esta perspectiva, la modelación es un proceso en el que se discuten las ideas en el contexto social en el que aparecen, en el que el estudiante toma posturas críticas que luego le serán útiles para comprender o transformar su sociedad. La modelación va más allá de ser una estrategia de enseñanza de conceptos matemáticos o habilidades para resolver problemas del mundo real; aquí la modelación ofrece la oportunidad de que se represente, analice, y tome decisiones respecto a una situación de su cotidianidad.

A continuación pondré especial interés en la perspectiva socio-crítica de la modelación. Lo anterior basada en la preocupación existente en el campo de la Educación Matemática por la modelación de acuerdo a líneas de investigación que develé en párrafos anteriores, en los planteamientos de Araújo (2009), Barbosa (2006a) y Kaiser y Sriraman (2006), en mis intereses personales como investigadora y en el hecho de que por su misma naturaleza la modelación se cubre de matices diferentes según la intención de quien la use.

Enuncio enseguida algunos de los elementos que constituyen teórica y metodológicamente la perspectiva socio-crítica de la modelación.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

1.2.1 Fundamentación teórica de la perspectiva socio-crítica de la modelación

matemática

Araújo (2009) discute las principales características de la modelación en la perspectiva socio-crítica y deja ver que la modelación en esta perspectiva está articulada a una visión que, fruto de la investigación, se consolida día a día como un campo de investigación propio dentro de la modelación en Educación Matemática. En la discusión la autora señala que abordar la modelación en la Educación Matemática Crítica (en adelante, *EMC*) y en la Etnomatemática corresponde con la perspectiva socio-crítica propuesta por Kaiser y Sriraman (2006).

Por un lado, para la *EMC*, la Educación Matemática debe ir más allá del desarrollo de habilidades matemáticas y debe preocuparse por problematizar y liberar. Así, la modelación, al seguir la *EMC*, se preocupa por sujetos políticos que actúan de forma crítica en una sociedad en la que la presencia de las matemáticas es fuerte. Por otro lado, la Etnomatemática estudia las matemáticas más allá de los contenidos, y procura la recuperación de las matemáticas producidas por diferentes grupos culturales. Así, la modelación basada en la Etnomatemática se preocupa por unas matemáticas que construyen y entienden las prácticas culturales de la comunidad en la que se realizan los estudios.

De acuerdo con la *EMC* y la Etnomatemática, la perspectiva socio-crítica de la modelación enfatiza en el papel de las matemáticas en la sociedad y reivindica la necesidad de promover el pensamiento crítico; se preocupa por los aspectos políticos que suscita la modelación en el aula de clase y por las discusiones que giran en torno a cuestiones sobre democracia y ciudadanía.

Araújo (2012) menciona que a partir del debate, la negociación, la escucha y el

respeto a las ideas de otros, la modelación en la perspectiva socio-crítica puede dar a los estudiantes elementos para comprender de forma crítica el mundo circundante, reflexionar sobre el rol de las matemáticas en la sociedad, discutir las ideas en el contexto social en el que aparecen, adquirir el conocimiento y las habilidades necesarias para usar los conocimientos, y ofrecer la oportunidad de que se represente, analice, modele y tome decisiones respecto a una situación de su cotidianidad.

Por su parte, Barbosa (2003a) plantea que la modelación en la perspectiva socio-crítica, es vista como medio para cuestionar los roles que tienen los modelos matemáticos en la sociedad, a partir del aprendizaje de conceptos matemáticos y el desarrollo de competencias de modelación. Así, para Barbosa (2003a), es un objetivo central de la modelación en la perspectiva socio-crítica la promoción del pensamiento crítico de los estudiantes y de las discusiones reflexivas, que les permitan discutir con las matemáticas en situaciones del día a día y de otras disciplinas que no son matemáticas.

En esta misma línea, Barbosa (Barbosa, 2001a, 2006a, 2009) concibe la modelación en la perspectiva socio-crítica como un ambiente de aprendizaje asociado con la problematización y la investigación de problemas no matemáticos por medio de las matemáticas. Ambiente que, entre otros asuntos, promueve que los conceptos matemáticos y las habilidades desarrolladas se puedan utilizar para criticar los modelos matemáticos en la sociedad.

Para Costa, Caldeira, y Santos (2011) un trabajo con modelación en el aula de clase en la perspectiva socio-crítica, posibilita la reflexión y la comprensión del papel de las matemáticas en la sociedad, que hace parte de su día a día. Allí, la modelación forma parte de su aprendizaje en la vida, para leer el mundo y comprender el poder de la toma de decisiones. Cuando se trabaja con

modelación en esta perspectiva, los profesores y estudiantes son participantes de su proceso de aprendizaje, no solo en el área de las matemáticas, sino también en cuestiones relacionadas con lo cotidiano.

De acuerdo a las posturas anteriores infiero que abordar la modelación a partir de la perspectiva socio-crítica es una aproximación teórica y metodológica en términos investigativos y del aula de clase, que permite relacionar de diversas formas las situaciones del entorno de los estudiantes e incorporar aspectos democráticos, que se fundamenta en otra mirada sobre las matemáticas escolares. Por lo tanto, el uso de la modelación en el aula de clase puede generar en los estudiantes una motivación importante para el aprendizaje de las matemáticas, pero también llevarlos a reflexionar de manera crítica sobre problemas sociales.

Lo anterior conlleva a que en las prácticas de enseñanza, los estudiantes trabajen con la modelación de situaciones que tienen un carácter real, que se relacionan con problemas de tipo social, cultural o del medio ambiente. Así, el trabajo con la modelación en esta perspectiva posibilita a los estudiantes comprender el papel de las matemáticas en la sociedad. La modelación se ve aquí como un aprendizaje de vida, como una forma de leer el mundo a partir de la reflexión y el diálogo, como una forma de comprender el poder de tomar decisiones, como un instrumento mediador en el campo de la investigación social.

1.2.2 Características de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática

La perspectiva socio-crítica de la modelación ha tenido especial presencia en los trabajos desarrollados por profesores e investigadores brasileiros. En sus trabajos se ha identificado un

conjunto de características que han sido puntualizadas por Silva y Kato (2012). Estas

investigadoras tomaron como base los referentes teóricos publicados en Brasil en la VI Conferencia Nacional sobre Modelación Matemática en Educación Matemática (*CNMEM*). Silva y Kato (2012) realizaron un estudio de análisis textual discursivo y propusieron algunos elementos que caracterizan una actividad de modelación que sigue la perspectiva socio-crítica, en el estudio destacan que las características que enumeran no son exhaustivas ni únicas para la perspectiva socio-crítica y que la elección de este enfoque no implica la exclusión de elementos característicos de otras perspectivas.

Por lo tanto, las autoras presentan algunas de las acciones que caracterizan una actividad de modelación en la perspectiva socio-crítica.

1. Problema no matemático de la realidad: hace alusión a que los estudiantes escogen un problema que les genera interés, lo que hace que el problema a estudiar se torne real para ellos. El problema escogido considera la cultura del grupo y también de la comunidad a la que pertenecen, y envuelve de manera igual los conocimientos que poseen, sean matemáticos o no. De esta manera el problema se refiere a utilizar problemas no matemáticos de la realidad pero que al parecer envuelven alguna matemática.

Este tipo de problemas propicia la interpretación de los modelos matemáticos obtenidos en el contexto del que surgieron, la utilización de las matemáticas para interpretar y resolver problemas propios de la cultura y la comunidad, la discusión de las matemáticas en la sociedad, la toma de decisiones por medio de las matemáticas y el reconocimiento de que no siempre es posible encontrar una solución matemática a un problema.

2. Actuación del profesor como mediador: esta característica se refiere a la actuación del profesor en las actividades de modelación.

El profesor aparece como un mediador que promueve en los estudiantes el trabajo en

grupo, estimula la exposición de ideas y argumentos y hace del aula de clase un espacio democrático en la que todos tienen condiciones iguales de trabajo. En tanto mediador, el profesor auxilia la escogencia de problemas a estudiar que consideren la cultura de los estudiantes, sus intereses y sus conocimientos. Además, el profesor estimula la comprensión del problema fuera del ambiente del aula de clase por medio de las implicaciones en la sociedad del modelo estudiado. El profesor no es el poseedor del conocimiento y tampoco puede interferir en sus preceptos, el profesor respeta los diferentes caminos que pueden conducir a los estudiantes a llegar al conocimiento, incluso él, considera y respeta otras formas de conocimiento.

3. *Participación* activa de los estudiantes en la construcción del modelo: cuando los estudiantes construyen un modelo matemático se da una *participación* activa por parte de ellos, dado que en la perspectiva socio-crítica de la modelación se concibe el aula de clase como un espacio democrático, en el que todos pueden exponer sus ideas y se promueve el diálogo, la reflexión, el trabajo en grupo y la escogencia de problemas de interés.

La *participación* activa en la construcción del modelo se refiere a la manera como los estudiantes se involucran con el desarrollo del modelo matemático. Hace alusión a que se involucren en las problematizaciones y discusiones, den a conocer sus ideas, sus conjeturas y sus opiniones, argumenten en defensa de lo que piensan, escuchen los argumentos de sus pares y juntos decidan cómo construir un modelo matemático; lo expongan, lo critiquen y lo reformulen para determinada situación y consideren la posibilidad de que puede servir para analizar y tomar decisiones sobre determinado problema.

4. *Participación* activa del estudiante en la sociedad: la *participación* activa en la sociedad se refiere a la manera en que se llevan allí las discusiones sobre el problema y el modelo

matemático. En este sentido, puede decirse que el estudiante pasa los límites del aula de clase y se desenvuelve en cuestiones externas a la escuela, realiza algunas acciones e intervenciones que evidencian mudanza de actitudes con relación a determinada situación, toma de decisiones de las posibles interpretaciones del modelo matemático obtenido, y se involucra en las discusiones sociales en las que aparecen inmersas situaciones similares a las discutidas en el aula de clase.

A partir de las categorías construidas, las autoras ponen de manifiesto un conjunto de acciones específicas que caracterizan una actividad de modelación en la perspectiva socio-crítica. Esas acciones pueden convertirse en puntos de referencia para apoyar a los profesores en la práctica de la modelación en el aula de clase y para estimular una mayor *participación* de los estudiantes, no sólo con el conocimiento matemático, sino también en las discusiones que surgen de este conocimiento en otras áreas del conocimiento y en la vida.

La concepción de modelación expuesta por Araújo (2002, 2012, 2009) me permite reconocer al menos cinco (5) características para que los estudiantes se involucren en la modelación a partir de la perspectiva socio-crítica.

La primera característica alude a abordar o resolver un problema no matemático de la realidad por medio de las matemáticas, lo que presupone el reconocimiento de las matemáticas como una construcción humana que no es única ni incuestionable y que está determinada por condiciones históricas y geográficas, impregnada de valores e intereses.

La segunda característica se refiere a que la situación o problema de la realidad es escogida por los estudiantes. De esta manera se tienen en cuenta sus preocupaciones e intereses; se escucha, se problematiza y se analiza en qué medida alguna matemática puede auxiliar el tratamiento de esas preocupaciones.

La tercera característica hace alusión al trabajo en grupo, a partir del cual se

promueve en el aula de clase la *participación* en asuntos políticos y democráticos. Cuando los estudiantes son invitados a trabajar en grupo, son incentivados al debate, la negociación, la discusión, la escucha y el respeto a las ideas de los demás. De esta manera, se contribuye a las reflexiones sociales causadas por las investigaciones y por el análisis de las consecuencias de los modelos desarrollos para la sociedad.

La cuarta característica destaca la inserción crítica de los estudiantes en su realidad, que se refiere a que empiecen a participar al preocuparse por el bienestar propio y el de los otros, y a cuestionar las afirmaciones dadas al legitimar cada una de ellas. Así como a la postura intelectual y crítica de los estudiantes, que se asuman como ciudadanos frente a la práctica tradicional de las matemáticas.

La quinta característica se refiere a problematizar el papel de las matemáticas en la construcción del progreso y a cuestionar el uso que se ha hecho de ella como instrumento de poder. En ese sentido, al mismo tiempo que las matemáticas se usan para resolver un problema, se cuestiona sobre la forma en la que son usadas tanto por el grupo como por la sociedad.

Apoyada en la comprensión que presenta Barbosa (2003a, 2003b, 2001a, 2001b, 2006a, 2009) sobre la modelación en la perspectiva socio-crítica reconozco al menos cuatro (4) características importantes de los ambientes de modelación en esta perspectiva.

La primera característica se refiere a que el trabajo con las situaciones se constituya un problema y no un ejercicio para los estudiantes. Para alcanzar este propósito, las situaciones deben corresponder a la cotidianidad de los estudiantes y pueden abarcar asuntos de las matemáticas o de otras áreas del conocimiento. De esta manera la modelación puede contribuir a

asociar el conocimiento matemático escolar que se aprende en la escuela con situaciones diarias del día a día.

La segunda característica se relaciona con la producción de modelos permita que los estudiantes problematicen e indaguen sobre una situación, pero más allá, cuestionen las situaciones reales por medio de los métodos matemáticos. En este sentido la modelación puede ser utilizada como un medio de cuestionamiento social.

La tercera característica precisa promover espacios de *participación* para los estudiantes en el trabajo con la situación y en la sociedad. La *participación* en el trabajo con la situación se refiere a como el estudiante se involucra en la problematización e investigación de la misma. La *participación* en la sociedad hace alusión a la posibilidad de ayudar a construir una sociedad democrática, en donde las personas se sienten capaces de intervenir en los debates basados en las matemáticas.

La cuarta característica se refiere a la posibilidad de que ocurran discusiones a través de la interacción y el diálogo entre los estudiantes, y los estudiantes con el profesor. Estas discusiones pueden ser matemáticas, técnicas y reflexivas. Matemáticas cuando abordan conceptos o ideas matemáticas. Técnicas cuando se refieren a la traducción de la situación real al lenguaje matemático y cuando envuelven habilidades para la resolución de problemas matemáticos. Reflexivas cuando consideran y analizan la naturaleza del modelo y los criterios usados para su construcción y sus consecuencias.

Barbosa (2004) reconoce tres (3) características de una configuración curricular para la modelación en la perspectiva socio-crítica, las cuales denomina casos o maneras. Los tres (3) casos son formas que el profesor tiene para implementar la modelación en el aula de clase. En

cada caso es posible identificar tareas diferentes para el profesor y para el estudiante, además ambos se asumen como participantes activos en el ambiente de modelación.

El primer caso consiste en la problematización de un episodio real, en donde la investigación inicial es del profesor, es él quien formula el problema, recoge los datos cualitativos o cuantitativos y simplifica la información. El estudiante realiza la solución a partir de la investigación. En el segundo caso el profesor formula el problema inicial y los estudiantes se enfrentan a la simplificación y a la búsqueda de datos del problema para su posterior solución. En el tercer caso se abordan proyectos, desarrollados a partir de temas no matemáticos que pueden ser escogidos por el profesor o por el estudiante. La formulación del problema, la simplificación, la recolección de los datos y la solución son tareas de los estudiantes compartida con el profesor.

La Tabla 1 representa los casos o maneras de implementar la modelación en el aula de clase y sintetiza la *participación* del profesor y el estudiante en cada caso.

Tabla 1. Casos o maneras de implementar la modelación en el aula de clase, Barbosa (2004).

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	Profesor	Profesor	Profesor/Estudiante
SIMPLIFICACIÓN	Profesor	Profesor/Estudiante	Profesor/Estudiante
RECOLECCIÓN DE LOS DATOS	Profesor	Profesor/Estudiante	Profesor/Estudiante
SOLUCIÓN	Profesor/Estudiante	Profesor/Estudiante	Profesor/Estudiante

Las posturas expuestas hasta aquí de Araújo (2002, 2012, 2009); Silva y Kato (2012); Barbosa (2003a, 2003b, 2001a, 2001b, 2006a, 2009) en relación con las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación presentan elementos comunes que tienen que ver con la situación

trabajada, con el análisis del modelo generado, con la *participación* de los estudiantes y del profesor y con el cuestionamiento de las ideas matemáticas abordadas en la situación.

Los autores destacan en sus trabajos que la modelación en la perspectiva socio-crítica posibilita la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos y trasciende a la formación democrática y política de los estudiantes. En este sentido, demuestran que el trabajo con la modelación, propicia oportunidades para que los estudiantes participen en el proceso de modelar matemáticamente y participen en su sociedad concientizándose de su papel y, en algunos casos, se provoquen cambios en su forma de ver el mundo.

1.3 Modelación matemática en Educación Primaria

Como destacué al inicio de este capítulo, vienen desarrollándose investigaciones con diferentes posturas que dejan ver las potencialidades y limitaciones de la implementación de la modelación en los diferentes niveles escolares (Blum et al., 2007). Estas investigaciones reconocen, entre otros elementos, la necesidad de su aplicación en los diferentes niveles escolares, entre ellos la Educación Primaria.

Al respecto English y Watters (2005) resaltan que la modelación en la Educación Primaria permite el desarrollo de conceptos y procedimientos matemáticos, y mejora el rendimiento matemático de los estudiantes. Según los autores, quienes experimentan las actividades de modelación a temprana edad tendrán mejores actuaciones matemáticas en actividades posteriores.

En este sentido las situaciones tomadas de la realidad generan la necesidad de interpretar, predecir y describir matemáticamente.

1.3.1 Por qué modelación matemática en Educación Primaria.

La investigación actual en modelación en Educación Primaria ha demostrado que los estudiantes pueden obtener algunos beneficios sociales y algunos avances en sus conocimientos matemáticos. Autores como Anderson (2010); Dindyal (2010); Schwarzkopf (2007); Biembengut (2007); English (2003, 2006, 2009, 2010); Caldeira (2007); Ferreira y Wodewotzki (2007); Lamon (2003); Ledrapier (2010); Luna y Alves (2007); Luna, Souza, y Santiago (2009); Mckeney y Foley (2013); Ruiz-Higueras y García (2011); Ruiz-Higueras, García, y Lendínez (2013); Seto, Thomas, Ng, Chan, y Widjaja (2012); Tortola y Almeida (2013); (Bahmaei, 2013), ponen especial interés en el trabajo con la modelación en los primeros grados de escolaridad, ya que, la interacción de los estudiantes en este nivel con situaciones reales ofrece un entorno para movilizar diversos conocimientos a través de las discusiones, que permiten que amplíen su vocabulario, sus pensamientos y sus acciones en la sociedad.

Al respecto Schwarzkopf (2007) y English (2009) reconocen que a partir de los trabajos con modelación se le permite a los estudiantes de la Educación Primaria construir e interpretar situaciones matemáticas a temprana edad, y se les brinda la posibilidad de participar al involucrarse en el qué hacer científico.

De las posturas anteriores deduzco que en las actividades de modelación, los

estudiantes construyen modelos y, a partir de ellos, pueden leer ciertos aspectos del fenómeno y tomar algunas valoraciones de lo que está ahí a la luz de los modelos. Al construir modelos en los primeros niveles el estudiante aporta a solucionar o a dar parte de la solución de una situación que es de la realidad de su contexto. Además cuando se modela matemáticamente, los conceptos matemáticos se logran abordar con más profundidad (English y Watters, 2005).

Luna y Alves (2007) reconocen que la modelación debe desarrollarse a temprana edad ya que la interacción con situaciones reales, producidas en el ambiente social, favorece el desarrollo de prácticas discursivas y genera la movilización de varios conocimientos por medio de las discusiones en el aula de clase y amplía el vocabulario matemático, los pensamientos y las acciones matemáticas.

Por su parte, Luna et al. (2009) reconocen que a partir de los trabajos de modelación en la Educación Primaria los estudiantes pueden reconocer la presencia de las matemáticas en su contexto y empezar a analizar de forma crítica el papel de los modelos matemáticos en los debates de política social, e identificar las relaciones entre matemáticas y sociedad.

Las actividades de modelación, proporcionan una forma de superar algunas de las dificultades que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los estudiantes que participan en actividades de modelación empiezan a creer en sí mismos como pensadores matemáticos, y a ser capaces de construir su conocimiento y su identidad como un estudiante matemático exitoso (Bahmaei, 2013).

En resumen, se ha puesto en evidencia que el trabajo con la modelación a temprana edad, puede darse de manera natural y potencia la creatividad e imaginación que tienen los estudiantes,

y que, a partir de ella, es posible generar interés en las diferentes actividades por las

matemáticas. En este sentido, la *participación* y el trabajo con la modelación permite que los estudiantes de la Educación Primaria se familiaricen con las matemáticas por medio de la percepción, la comprensión y la significación, de tal manera que se logre en algunos casos que las matemáticas sean vistas como una forma de comprender el mundo en el que viven (Biembengut, 2007; Ledrapier, 2010).

1.3.2 Tendencias en investigación en modelación matemática en Educación Primaria.

A continuación reviso, analizo y comento algunos resultados de investigaciones en el marco de la modelación en la Educación Primaria, publicados en diferentes revistas y eventos académicos internacionales, tales como ICTMA, CIAEM, ALME, ICME.

Para el análisis empleé una metodología de análisis de textos, que según Moraes (2003) se identifica con procedimientos orientados a centrar la atención en conceptos relevantes relacionados con un fenómeno en particular. La metodología aplicada me permitió analizar el vocabulario empleado, observar las relaciones que se establecen entre los términos y representar la estructura que estas determinan en cada uno de los documentos seleccionados.

El análisis lo fundamento en tres (3) aspectos, a saber: **i.** cómo se ha entendido la modelación, **ii.** características del proceso de modelación, **iii.** qué se espera lograr con la modelación en este nivel escolar. La clasificación que presento está centrada en la relación que puede haber en la autenticidad y cercanía del contexto usado en la situación y el contexto del estudiante.

A partir de lo anterior, presento cinco (5) aproximaciones o tendencias del trabajo

con la modelación en la Educación Primaria.

1.3.2.1 Word-Problems

Los problemas de palabras, también llamados problemas verbales, son descripciones verbales de situaciones problemáticas; por lo general, se presentan por el profesor en el ámbito escolar para describir un contexto o algún tipo de realidad que sea accesible para el estudiante. En los Word-problems se plantean una o más preguntas y la respuesta se obtiene por la aplicación de operaciones matemáticas a los datos numéricos disponibles en el enunciado del problema (Dindyal, 2010).

Estas situaciones se utilizan de forma típica para la enseñanza sobre las aplicaciones de las matemáticas y sirven como vehículo para la introducción de problemas de modelación y aplicación al aula de clase de matemáticas y proporcionan un medio excelente para que los estudiantes de primaria hagan parte de actividades de modelación (Verschaffel, Greer y Corte, 2001).

En esta tendencia la modelación podría considerarse como un proceso enmarcado en un ciclo definido con antelación, que se vincula con el análisis de un fenómeno que aparece relatado a través de un problema de palabras. Este fenómeno sería observado, interpretado y formulado a través de un modelo que conlleva al establecimiento de predicciones y conclusiones matemáticas. En este proceso se involucra al estudiante en la comprensión de la situación, la planeación, el análisis y la comunicación de sus ideas matemáticas (Dindyal, 2010).

En los Word-problems, la modelación es vista como la construcción de una

representación que vincula asuntos matemáticos y no matemáticos y que se enmarca en un ciclo o un conjunto de etapas donde sus potencialidades se agotan.

Como ciclo, la modelación se comprende como una serie de fases en las que se centra su atención en la interpretación y reinterpretación de una situación, más o menos conectada con la realidad, y lo que pasa para llegar a una solución donde las soluciones a los problemas tienen que ser interpretados en el contexto inicial en el que se describe.

El ciclo de modelación es descrito por Verschaffel et al.(2001) como un proceso que consiste en entender la situación descrita, construir un modelo matemático que describe la esencia de los elementos de la situación y las relaciones relevantes incrustadas en la situación, trabajar a través del modelo matemático para identificar lo que sigue en la situación, interpretar el resultado del trabajo para llegar a una situación práctica que dio lugar al modelo, evaluar el resultado interpretado en relación con la situación original, comunicar los resultados interpretados.

En los Word-problems, la modelación aparece como una oportunidad para explorar las aplicaciones de las matemáticas en la vida real y para el desarrollo de habilidades matemáticas, en donde se involucra al estudiante en la comprensión de la situación, la planeación, el análisis y la comunicación de ideas.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

1.3.2.2 Situaciones adaptadas

En esta tendencia se halla cierta simplificación de la realidad que no se relaciona con el contexto de los estudiantes, en donde el profesor brinda una situación de una realidad que es asumida como una realidad común a todos, pero que no se vincula de manera necesaria con los intereses y contextos cercanos a los estudiantes. En este tipo de situaciones la solución se limita a una aplicación de una estrategia para llegar a una sola respuesta por un único camino. Los problemas que involucran situaciones reales que deben ser interpretados y descritos matemáticamente; pueden ser utilizados para construir, interpretar, y describir matemáticamente una situación.

English (2010) explora el desarrollo del conocimiento matemático de los estudiantes y los procesos de razonamiento, mientras trabajaban en problemas de modelado. En la propuesta de la autora los contextos se vuelven significativos para el estudiante mientras trabaja en el problema. Cuando se presenta este tipo de situaciones del mundo real es posible describir, construir, explicar, justificar, comprobar y comunicar ideas.

La modelación, en esta tendencia, se relaciona con la resolución de problemas, que exige el uso de procesos tales como el interrogatorio, el análisis, el razonamiento y la evaluación. Y en ella, un modelo matemático se asume como un sistema de elementos, operaciones, relaciones, y reglas que se pueden utilizar para describir, explicar, o predecir el comportamiento de algún otro sistema familiarizado (Anderson, 2010).

Un trabajo con modelación que se vincule con situaciones de este tipo, requiere observar un fenómeno y delimitar el problema, conjeturar las relaciones entre los factores e interpretar

matemáticamente (matematización), analizar el modelo matemático aplicado, obtener resultados y reinterpretarlos en el contexto del fenómeno (Anderson, 2010; English, 2010).

Así, la modelación es un proceso de exploración y reconocimiento del contexto para crear soluciones y generar conocimiento matemático a partir de la construcción del modelo implicado. En este proceso, el modelo construido sirve para interpretar situaciones de contextos que son reales, aunque no cercanos. La atención se pone en el desarrollo de habilidades y el uso de las matemáticas, y se aplica un ciclo de modelación.

En esta tendencia se prioriza el desarrollo de estrategias de simbolización y representación de problemas que involucran situaciones como reales para ser descritas matemáticamente y construir, interpretar y describir el desarrollo del conocimiento matemático y de los procesos de razonamiento. Mientras el estudiante trabaja con el problema, el profesor provoca y hace que el contexto se vuelva significativo para el estudiante.

1.3.2.3 Situaciones sobre relaciones espaciales

Son situaciones vinculadas con la modelación del espacio sensible, en donde intervienen las habilidades prácticas de interacción con un medio real que les causa a los estudiantes desequilibrio para poner en acción sus habilidades y anticipar soluciones. En estas situaciones los conocimientos matemáticos deben aparecer como la solución óptima a los problemas propuestos.

Las situaciones sobre relaciones espaciales se presentan como enunciados verbales; sin embargo, a diferencia de los Word-problems, en este tipo de situaciones prima una situación extraída de la realidad próxima a los estudiantes.

La modelación es vista como un proceso de exploración directa de la realidad, donde

se genera un modelo físico que representa el mundo real y que establece conexiones justificadas entre dos mundos, el mundo sensible y su modelo.

Situaciones propuestas en espacio vivido en donde el estudiante pone en juego estrategias basadas en la construcción de esquemas de propiedades de naturaleza topológica y geométrica, en donde el modelo depende de los conocimientos geométricos y de estrategias de modelación. La solución de los problemas se busca en la interacción física con un medio real que permite poner en acción y modificar los conocimientos del espacio (Ruiz-Higueras et al., 2013).

La modelación en esta tendencia permite la construcción de conocimiento contextualizado mediante la creación de estrategias y la modificación de las mismas. Aquí la modelación se concibe como un proceso de exploración directa con la realidad, que si bien podría ser similar a las situaciones adaptadas, presenta una diferencia significativa en el modelo generado por los estudiantes, pues en estas situaciones el modelo es en la mayoría de los casos un modelo físico que representa el mundo real.

De manera general se plantea la modelación como el reconocimiento, la descripción, la fabricación y transformación de objetos. Así como la descripción y la transformación de un espacio por medio de desplazamientos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

1.3.2.4 Situaciones de contextos cercanos

Son situaciones en las que no se parte de contextos propuestos por el profesor sino que se busca que sean situaciones que los mismos estudiantes lleven o que se acerquen a sus contextos cercanos, de manera que ellos puedan explicar, interpretar y predecir un fenómeno.

La modelación fomenta que reflexionen y comprendan un fenómeno cercano a su contexto. Aquí modelar es un proceso que ayuda a la conceptualización, que consiste en analizar una situación y resolver un problema de la vida corriente a partir de las matemáticas. En esta tendencia, se parte de la idea de que no es necesario que los estudiantes lleven a cabo todo el proceso de modelación que realizaría un matemático, pues lo que importa es que se aproximen al proceso de modelación.

De esta manera, en este tipo de situaciones se produce matemáticas en el contexto que les es propio, de acuerdo a lo que necesitan en su cotidianidad y a partir de tales situaciones construyen modelos con un sentido en la realidad, toman decisiones, controlan variables en el contexto mismo, reconocen aspectos propios del fenómeno que les permite analizar y dinamizar su contexto cercano (English, 2010).

1.3.2.5 Situaciones sobre matemáticas y sociedad

A partir de estas situaciones los estudiantes pueden reconocer la presencia de las matemáticas en la sociedad y pueden empezar a analizar de manera crítica el papel de los modelos

matemáticos en los debates de política social, e identificar las relaciones que entre matemáticas y sociedad (Luna et al., 2009).

En este tipo de trabajos se propende por la formación de estudiantes críticos, consientes y reflexivos de su realidad. Se espera que la escuela sea un espacio de diálogo entre los diferentes saberes; científico, social, escolar, entre otros, que incorpore el análisis crítico y la capacidad reflexiva que conciba la ciudadanía como una práctica social cotidiana (Ferreira y Wodewotzki, 2007).

En la Tabla 2, presento una síntesis de las tendencias mencionadas.

Tabla 2. Tendencias en investigación en modelación en Educación Primaria.

TENDENCIA	CARACTERÍSTICA	TIPO DE CONTEXTO	AUTORES
Word-Problems	Relatos. Palabras. Interpretación.	Contexto artificial.	Dindyal (2010); Seto et al. (2012); Verschaffel et al. (2001).
Situaciones adaptadas	Simplificación. Aplicación de una estrategia.	Contexto artificial.	Anderson (2010); English (2006); English y Watters (2005).
Situaciones sobre relaciones espaciales	Habilidades espaciales prácticas. Aplicación de una estrategia.	Cercano a la necesidad del estudiante.	Ledrapier (2010); Ruiz-Higueras y García (2011); Ruiz-Higueras et al. (2013).
Situaciones de contextos cercanos	Explicar. Interpretar. Predecir.	Cercano a las experiencias personales.	Biembengut (2007); English (2009, 2010).
Situaciones sobre matemáticas y sociedad	Analizar. Simplificar. Cuestionar. Proponer.	Cercano a las experiencias personales, sociales y democráticas.	Ferreira y Wodewotzki (2007); Luna y Alves (2007); Luna et al. (2009); Tortola y Almeida (2013).

Destaco que las investigaciones mencionadas indican una descripción general del proceso de modelación en la Educación Primaria, a través de la integración de experiencias de los estudiantes a la clase de matemáticas y la concientización sobre problemas cercanos.

Resalto además, en estas investigaciones, las contribuciones de la modelación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en aspectos como el estímulo a la creatividad y la motivación, el desarrollo de habilidades matemáticas de razonamiento y argumentación por parte de los estudiantes.

1.4 Problema de investigación

Basada en los elementos ya expuestos sobre la modelación en Educación Matemática, en especial en la perspectiva socio-crítica y en la Educación Primaria, describo a continuación el planteamiento del problema y delimito ese problema con una pregunta y un objetivo de investigación.

1.4.1 Delimitación del problema de investigación

En los apartados anteriores presenté un conjunto de antecedentes que dejaron en evidencia que a nivel internacional vienen desarrollándose investigaciones sobre la modelación como dominio de investigación en la Educación Matemática. Sin embargo, noto en esta revisión una exigua cantidad de investigaciones empíricas y teóricas en modelación orientadas hacia la Educación Primaria.

Las pocas investigaciones que se han preocupado por la modelación en la Educación Primaria se han dedicado, ante todo, a observar cómo la modelación propicia en los estudiantes el

desarrollo de habilidades y competencias matemáticas, tales como la argumentación en matemáticas y la interpretación de problemas de la realidad.

En el caso de las investigaciones desarrolladas por English (2003, 2006, 2009), Biembengut (2007), Anderson (2010), Ledrapier (2010), Ruiz-Higueras et al. (2013), están presentes los aspectos de la modelación relacionados con solucionar, por medio de un modelo matemático, situaciones problema que parten de los contextos de los estudiantes. En estas investigaciones el foco investigativo está en el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas que les permitan mejorar el aprendizaje de los conceptos. Así mismo observo que los trabajos prestan especial atención a la construcción de modelos matemáticos de diferentes tipos sobre las situaciones reales, al desarrollo de una matematización correspondiente al nivel en el que se encuentran los estudiantes, al establecimiento de una posible solución por medio de los modelos a las situaciones planteadas, la *participación* activa en la actividad matemática y una validación de la situación que se realiza por lo general a través de procesos de comunicación oral.

Según Luna et al. (2009) las potencialidades del uso de la modelación en la Educación Primaria no se limitan al desarrollo de competencias matemáticas para la resolución de problemas sino que también puede favorecer las reflexiones de los estudiantes sobre el papel de los modelos matemáticos en la sociedad lo que les permite participar en la sociedad, las reflexiones sobre cuestiones derivadas de la realidad vivida por los estudiantes y la toma consiente de decisiones al hacer uso de las matemáticas en la sociedad es decir, competencias críticas (Bassanezi, 2002).

Así mismo, en situaciones de modelación en la perspectiva socio-crítica se ponen de manifiesto aspectos como la inserción crítica de los estudiantes en su realidad, la preocupación por el bienestar propio y de otros, el cuestionamiento a las legitimidad de las afirmaciones y el establecimiento de posturas intelectuales y críticas de los estudiantes para que se asuman como

ciudadanos y la *participación* activa del estudiante en la modelación matemática y en la

sociedad. (Silva y Kato, 2012). Los aspectos aquí mencionados no parecen estar en el centro de las investigaciones revisadas sobre modelación en el nivel de Educación Primaria; en ese sentido, es posible afirmar que respecto a la perspectiva socio-crítica de la modelación, encuentro en la literatura pocos trabajos que se preocupen por el nivel educativo en mención.

Conforme mencioné antes, autores como Barbosa (2003a, 2003b, 2001a, 2001b, 2006a, 2009), Araújo (2002, 2012, 2009), Silva y Kato (2012) destacan algunos elementos que caracterizan la modelación en la perspectiva socio-crítica. Los autores han reconocido la *participación* como una de esas características que permite que los estudiantes empiecen a darle sentido a la matemática que se trabaja en el aula de clase.

En estas investigaciones, la *participación* aparece como un aspecto fundamental, pues cuando los estudiantes participan en ambientes de modelación en los que se plantean situaciones relacionadas con problemáticas sociales, los estudiantes reflexionan sobre las matemáticas involucradas, sobre cómo las formas de construir modelos matemáticos intervienen en reflexiones sobre lo social y sobre otros aspectos y conceptos (Barbosa, 2008). Lo anterior permite observar que las matemáticas y el modelo matemático construido pueden servir para analizar y tomar decisiones sobre el contexto social y las matemáticas implicadas en él. Los ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica hacen del aula de clase un espacio donde todos pueden participar de manera igual y activa en la construcción del modelo (Silva y Kato, 2012).

Ferreira y Wodewotzki (2007) plantean algunas reflexiones respecto a la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria en situaciones de modelación. Los autores reconocen que la *participación* permite generar más entusiasmo por las matemáticas a partir de la reflexión en

torno a las problemáticas sociales. Cuando los estudiantes de primaria participan en

situaciones con modelación pueden hacer parte de una visión de un mundo más humano y solidario en el que diferentes temáticas surgen como una oportunidad para el aprendizaje de las matemáticas, para el crecimiento intelectual y para la formación crítica como ciudadanos participativos y consientes en una sociedad caracterizada por cambios sociales, culturales, económicos y tecnológicos.

En espacios sociales y educativos, la *participación* se ha resaltado también como un aspecto importante a ser estudiado.

En un sentido social, para Freire (1994), la *participación* es el “ejercicio de tener voz, de intervenir y decidir en ciertas situaciones de la sociedad” (p. 92). Para este autor, la *participación* exige repartir la capacidad de decisión, no es una cuestión de estar más o menos motivado. La expresión de las voces de los estudiantes es el punto de partida para su *participación* que permite visualizar sus propias comprensiones sobre la realidad vivida en el contexto escolar, a la vez que refleja sus esfuerzos por definir por sí mismos lo que piensan, experimentan y esperan. En este sentido, la *participación* en un ambiente de modelación se torna importante porque ofrece una comprensión de los diferentes roles y voces del estudiante, de las diferentes maneras como el estudiante actúa con el conocimiento matemático al modelar matemáticamente, con el contexto, con sus compañeros y con el profesor, en donde los estudiantes pueden, en términos de Freire, hacer y ser presencia en el mundo.

En este mismo sentido Gordillo (2006) destaca que en un sentido social, participar implica hacer parte en diferentes situaciones. Tomar parte trasciende el hecho de tomar partido. Tomar partido se hace de manera esporádica y puntual; es algo propio de la vida democrática y regulada en ella. Hacer parte es implicarse en la democracia en la vida cotidiana, como consumidores,

como habitantes de una ciudad o comunidad rural, como usuarios de servicios, como

miembros de asociaciones, como responsables de nuestro quehacer profesional. Si tomar partido es lo puntual y episódico, hacer parte es lo continuo y permanente, es aprender a convivir, a compartir, a cooperar, a disentir, a discrepar, a discutir, a confrontar, a negociar, a consensuar y a decidir (Gordillo, 2006).

Wenger (1998) define la *participación* como el desenvolvimiento del individuo en una práctica que constituye una experiencia social, en torno a procesos activos de un grupo de personas que se reúnen para realizar algún tipo de tarea (de la vida cotidiana, el trabajo o la escuela), en acoplamiento mutuo. Entre los miembros del grupo hay un esfuerzo común para llevar a cabo una práctica en la que desarrollan un repertorio compartido de recursos, lenguaje, estilos y rutinas, a través del cual expresan su *participación*.

En el campo de las tecnologías, Malinen (2015) expone que la forma más común de conceptualizar la *participación* es la visibilidad en el desarrollo de una actividad. Visibilidad que, por lo general, ha sido operacionalizada en términos de la cantidad. A pesar de que la investigación se ha centrado en la cantidad de la *participación*, es decir, se ha centrado en la suma de tomar partido en la actividad; en la práctica, la *participación* es entendida como el ser un miembro y haber iniciado sesión en el sistema, incluidos los usuarios pasivos, quienes con la sola presencia en el servicio muestran una forma de *participación*. Sin embargo, participar alude al pertenecer, que es el hacer parte. Esta pertenencia trasciende la dicotomía activo-pasivo que se basa en la visibilidad de la actividad, pues se entiende en términos de la calidad de la *participación*, de la influencia y de hacer contribuciones a la comunidad Malinen (2015).

En el aula de clase de matemáticas, la *participación* se concreta en las contribuciones que el estudiante realiza cuando se propone una actividad, que se discute o resuelve de forma conjunta,

en busca de significados matemáticos, siempre que exista una implicación cognitiva del

estudiante en esas tareas matemáticas y una mínima capacidad comunicativa (Gorgorió y Prat, 2008). En este sentido afirmo que hacer parte implica contribuir.

Por su parte Planas y Gorgorió (2004) destacan en la Educación Matemática la *participación* como la intervención de los estudiantes en la toma de decisiones en clase, en sustancial relación con lo que se dialoga, se decide y se hace en el aula.

Al igual que Barbosa (2003a, 2003b, 2001a, 2001b, 2006a, 2009), Araújo (2002, 2012, 2009), Silva y Kato (2012), ponen de relieve que la *participación* en la modelación se vincula con la intervención de los estudiantes en la toma de decisiones en el aula de clase. Esta toma de decisiones se relaciona con el trabajo cotidiano del aula de clase que deberá estar impregnado de la sistemática codecisión de profesor y de los estudiantes. La *participación* depende de la actividad que se propone y de la gestión que se hace de ella, basada en el contraste de pareceres, en el debate entre puntos de vista de estudiantes activos.

Los párrafos precedentes muestran que la literatura ha puesto de relieve la importancia de la *participación* en ambientes sociales, tecnológicos y educativos. En particular, en ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica y en la Educación Primaria, se reconoce la importancia de la *participación* de los estudiantes en la construcción del modelo y en la sociedad al discutir basados en el modelo construido, mas no se detalla ni se evidencia una preocupación por ella como objeto de investigación. Por lo tanto, la *participación* queda supeditada a una idea general y homogénea en modelación.

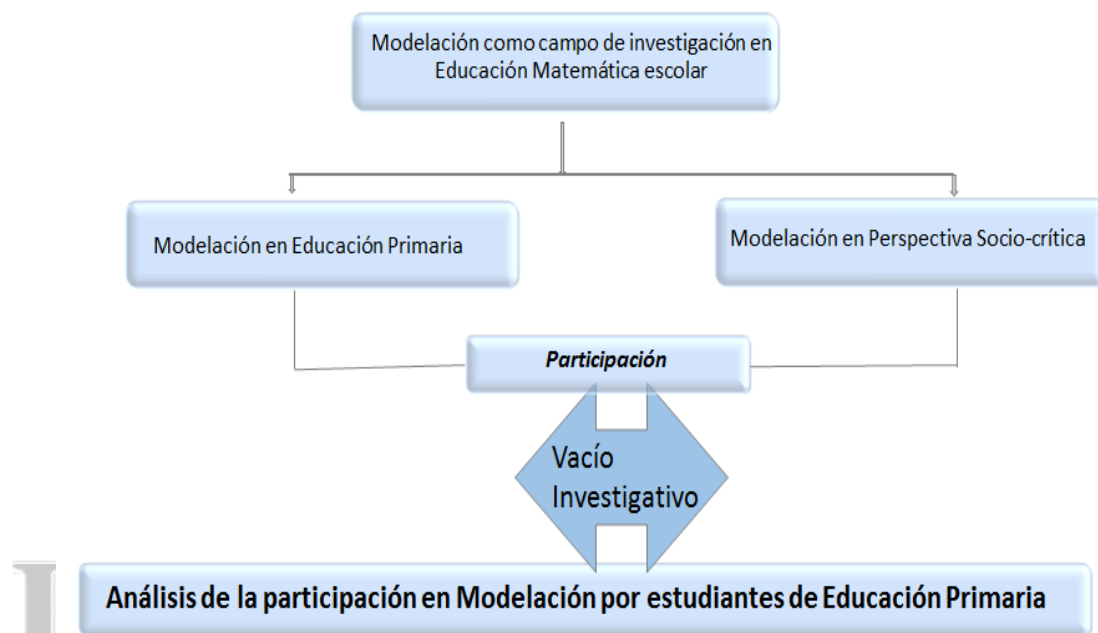
En consecuencia, observo problemático que haya una exigua cantidad de investigaciones en la Educación Primaria orientadas a conocer cómo se da la *participación* de los estudiantes en ambientes de modelación diseñados con algunas características de la perspectiva socio-crítica.

En este sentido, en esta investigación, estudio y discuto la manera en que un conjunto

de estudiantes de quinto grado participó en ambientes de modelación los cuales fueron diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación. La investigación la orienté hacia la creación de ambientes de modelación que les permitieron a los estudiantes, relacionar el contexto socio-cultural en el cual están inmersos con las matemáticas y de esta manera desarrollar habilidades que permitan tener reacciones críticas ante situaciones en las que las matemáticas aparecen inmersas.

En la Ilustración 1 presento de forma general el problema que abordé en esta investigación.

Ilustración 1. Problema de investigación.



1.4.2 Pregunta y objetivo de investigación

De acuerdo al vacío teórico descrito en los apartados anteriores, observo la necesidad de ofrecer una respuesta a la pregunta: ¿cómo se da la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria, quinto grado, cuando se involucran en ambientes de modelación diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación?

A partir de la pregunta formulada focalizo la atención en el objetivo: analizar cómo se da la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria, quinto grado, cuando se involucran en ambientes de modelación diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación.

1.5 Fundamentos metodológicos

Como he mencionado, en esta investigación enfoqué mi trabajo en la Educación Primaria a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación.

El problema de investigación descrito surgió de una revisión de la literatura en la que mostré que existen trabajos de investigación que han integrado la modelación en la Educación Primaria a través de perspectivas como la contextual, la realista y la educativa; sin embargo, he observado exiguas investigaciones de modelación que planteen reflexiones sobre la integración de la perspectiva socio-crítica en dicho nivel escolar, en particular, que se preocupen por el estudio de la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria en la modelación según la perspectiva socio-crítica.

Según lo mencioné, la inclusión de situaciones enfocadas en la perspectiva socio-

crítica ponen en evidencia en el aula de clase otras características que resaltan miradas alternativas de las matemáticas escolares y posibilitan espacios de discusión y *participación* entre los estudiantes donde se cuestiona lo que se hace y se proponen nuevas rutas a partir de las experiencias.

También destaqué en esta perspectiva que el trabajo en el aula de clase propende por el crecimiento intelectual del estudiante y su formación crítica, de tal manera que empiece a preocuparse por el bienestar propio y el de los otros, a partir del cuestionamiento de las afirmaciones dadas al legitimar cada una de ellas; y la postura intelectual y crítica de los estudiantes que se asumen como ciudadanos, frente a la práctica tradicional de las matemáticas (Barbosa, 2003b, 2001a, 2006a; Araújo, 2012, 2009).

Por lo tanto, busco una armonía entre el problema y los demás elementos de la investigación. Destaco en este apartado los elementos centrales del diseño metodológico: el paradigma, los supuestos filosóficos acerca de la concepción del conocimiento, las etapas de desarrollo de la investigación, la descripción del contexto, el proceso de selección de los participantes, los procedimientos e instrumentos de la producción y del análisis de los datos y los recursos utilizados para maximizar la confiabilidad de los resultados. Los elementos descritos me permiten mostrar las interrelaciones de los niveles tomados dentro del proceso investigativo (Alves-Mazzotti y Gewandsznajder, 1999).

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

1.5.1 Paradigma de investigación: cualitativo

Mi investigación está basada en un paradigma cualitativo entendido como “un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones. [Su propósito] consiste en reconstruir la realidad, tal como la observan los actores de un sistema social previamente definido” (Hernández, Fernández, y Baptista, 2010, p. 9). En la investigación cualitativa puede verse un dinamismo constante entre los hechos y su interpretación; además, se fundamenta en la lógica interna del proceso y en los métodos que explicitan la dinámica, las contradicciones, las relaciones hombre-naturaleza, la reflexión-acción, la teoría-práctica. Es este tipo de investigación a partir de la intervención y el discurso se desea transformar la práctica.

Una investigación en este paradigma se basa en una lógica y proceso inductivo de explorar, describir y generar perspectivas teóricas, se conduce en ambientes cercanos a los participantes de la investigación, comienza con la revisión del mundo social, analiza múltiples realidades subjetivas, extrae significados de los datos y en este proceso desarrolla una teoría coherente con los datos, de acuerdo con lo que observa que ocurre (Hernández et al., 2010).

En la investigación cualitativa se busca la transformación en la práctica al comprender el fenómeno, al entender bien qué significado tiene el fenómeno para los actores en un momento y lugar histórico específico. En esta comprensión del fenómeno social hay una identificación permanente de la relación sujeto-objeto y el investigador se vuelve parte activa del fenómeno.

En este paradigma el protagonismo de los estudiantes con respecto a su propio aprendizaje es alto, y autónomo, se va más allá del aprendizaje de conceptos o conocimientos declarativos, en pos del conocimiento estratégico, es decir, del conocimiento con el cual se puede producir

conocimiento. Así, esta investigación se caracterizó por tener el entorno natural como fuente de datos descriptivos, y por interesarse más en el proceso que en el resultado final.

1.5.2 Enfoque de investigación: sociocrítico

He orientado mi fundamentación epistemológica hacia el enfoque sociocrítico pues esta investigación se centró en la perspectiva socio-crítica de la modelación

En este enfoque se busca que con la *participación* en diferentes situaciones los seres humanos se tornen más conscientes de sus propias realidades, más críticos de sus posibilidades y alternativas, más confiados en su potencial creador e innovador, más activos en la transformación de sus propias vidas (Creswell, 2009).

El enfoque sociocrítico considera las realidades como estructuras que son construidas en la historia por las acciones humanas. Así, una investigación fundamentada en este enfoque pretende investigar lo que ocurre en las instituciones al relacionar las estructuras sociales y comprender como los mecanismos de poder son producidos y transformados (Alves-Mazzotti y Gewandsznajder, 1999).

Adoptar el enfoque sociocrítico implicó para mi investigación el reconocimiento de los estudiantes de la Educación Primaria como sujetos que, en conjunto conmigo, su profesor y con la auxiliar de investigación, hicieron parte de ambientes de *participación* crítica en los que se compartieron responsabilidades en la toma de decisiones.

A continuación abordaré tres (3) cuestiones que tienen que ver con el enfoque

epistemológico que asumo y con la fundamentación del conocimiento matemático. En primer lugar abordo asuntos referentes a la naturaleza del conocimiento, en donde me interrogaré sobre la naturaleza de la realidad, la relación entre la realidad y el conocimiento, y las relaciones entre sujeto/investigador y sujeto/investigado. En segundo lugar, me cuestiono sobre cómo se construye el conocimiento. En tercer lugar, adherida a mi postura epistemológica, defino los criterios de validez que me permitieron someter el conocimiento adquirido a la comunidad científica para su aceptación.

1.5.2.1 Naturaleza del conocimiento

Según los fundamentos epistemológicos sociocríticos el investigador dinamiza procesos de descubrimiento y cambio en comunidades críticas, no para obtener información, sino para lograr en ellas procesos de experiencia y transformación, a partir de la praxis y hacia la praxis. En estas posturas, el conocimiento y la investigación se encaminan hacia la resolución de problemas en la acción, que poco a poco se vuelvan en soluciones críticas que contribuyan a la propia emancipación del sujeto.

La naturaleza del conocimiento en un enfoque sociocrítico precisa la duda, el cuestionamiento de las afirmaciones y su posterior comprobación. Es un conocimiento social, que pertenece a un sujeto, es él quien conduce el proceso. De igual forma los problemas parten de situaciones reales y tiene por objeto transformar la realidad, para el mejoramiento de los grupos o individuos implicados en ella. En correspondencia, construí la pregunta de investigación la en términos del

cómo pues la intención fue comprender los procesos en los que la *participación* aconteció y se constituyó.

Como base ontológica en este enfoque, el conocimiento se construye y se transforma en la realidad de los sujetos, una realidad que es individual y social, producto construido por las personas a través de sus interrelaciones e interacciones, donde el diálogo cumple un rol relevante.

La comunicación como diálogo para la acción que permite el debate de ideas, el consenso y la toma de decisiones para acciones concretas en función del bien común, la realidad entendida como el mundo de la vida y el sistema como espacio de *participación*, solidaridad, cooperación, organización y producción cultural.

1.5.2.2 Concepción del conocimiento

En este enfoque, la investigación contribuye a la *participación* socio-política de los participantes. En esta medida los participantes tienen voz unida para reformar y cambiar, para hacer emerger una conciencia que permita cambiar o mejorar sus vidas (Creswell, 2009).

En esa línea y de acuerdo con el enfoque sociocrítico, asumí el conocimiento como una construcción política y social que inicia con problemas de la sociedad, a partir de los cuales se generan debates y discusiones para generar un cambio frente a algunas situaciones particulares de los estudiantes. Así en la línea de lo planteado por (Creswell, 2009), el conocimiento construido por mí en esta investigación y el que los estudiantes producen en ambientes de modelación, lo veo como una acción reflexiva de las acciones e intuiciones a partir de las cuales se construyen

nuevas comprensiones del objeto de estudio, una práctica reflexiva que se emprende para cambiar con miras a la generación de una transformación social permanente.

En la articulación entre el enfoque sociocrítico y mi problema de investigación, mi visión del conocimiento fue más allá de una transmisión lineal de contenidos, donde el conocimiento no puede ser encasillado y debe ser colaborativo, construido de forma social y encaminado al cambio.

Así mismo, el conocimiento fue asumido como una forma de trabajar asuntos políticos y democráticos en el aula de clase, en donde el debate y la negociación son constantes en la clase y a partir de ellos se construye en conjunto. Asuntos que se abordaron en la investigación a partir de la *participación* de los estudiantes en ambientes de modelación.

1.5.2.3 Validez del conocimiento

En un enfoque sociocrítico de la investigación, el conocimiento es y se valida en la acción y en las prácticas propias del sujeto en su contexto histórico, social y cultural. Así, el conocimiento se valida en la intersubjetividad y en la potencia de acuerdo con los otros.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

1.5.3 Los protagonistas de la investigación

Esta investigación se desarrolló en la Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes, de la ciudad de Medellín, Colombia, en donde se constituyó un *Semillero de matemáticas* ligado al proyecto institucional *Aulas para la Convivencia y la Paz: en mi Vida Convivo Sanamente*.

1.5.3.1 Aulas para la Convivencia y la Paz: en mi vida convivo sanamente

El proyecto *Aulas para la Convivencia y la Paz: en mi Vida Convivo Sanamente* es un proyecto institucional de sana convivencia en el aula de clase para los estudiantes de la Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes (sede central). El proyecto surgió como una iniciativa que promueve en los estudiantes, a través del juego y de la academia, prácticas de auto control de sus emociones, de escucha, de respeto y de autocrítica.

El proyecto asume para su aplicación que la base que impulsa todo desarrollo en el aula de clase es un ambiente escolar cálido, seguro y estimulante; el cual sólo es posible de construir con la intervención de las diferencias de todos los miembros del establecimiento educativo y en las diferentes áreas del currículo. *Aulas para la Convivencia y la Paz* está enmarcado, dentro de la propuesta institucional de brindarle a los estudiantes espacios de aprendizaje, en los que sea más ameno y agradable el proceso en el aula de clase; espacios de crítica y reflexión profunda, en los que a través de la cordialidad se potencialicen la paz y la armonía entre los miembros de la comunidad educativa y en los que las diferentes áreas del currículo sirvan como instrumento para generar conciencia ciudadana y actuar de forma crítica en la sociedad.

La metodología que se trabaja en el proyecto propone utilizar estrategias que

promuevan una acción activa, participativa y crítica, que estimule la reflexión, la construcción individual y grupal de los saberes, para posibilitar un cambio de actitudes personales y un mejoramiento de las relaciones en la institución. Las estrategias metodológicas implementadas en el proyecto son espacios complementarios en el contexto escolar institucional, entre las estrategias empleadas en el proyecto se encuentran la conmemoración de fechas representativas, la creación de semilleros para las áreas de Ciencias naturales y Matemáticas, la constitución del grupo de sana convivencia de la institución, la conformación de los delegados escolares para la *participación* ciudadana, entre otros.

1.5.3.2 El Semillero de matemáticas

La primera versión del *Semillero de matemáticas* se realizó en mayo del año 2014. En él participamos 27 estudiantes de quinto grado, el profesor de matemáticas de dicho grado, una auxiliar de investigación y Yo, la investigadora. El *Semillero de matemáticas* se vinculó al proyecto institucional *Aulas para la Convivencia y la Paz: en mi Vida Convivo Sanamente* y fue visto como un espacio complementario en el que, a través de las matemáticas, se apoya el estudio de los temas conflicto, convivencia, reflexión y criticidad a nivel personal y grupal.

El *Semillero de matemáticas* respondió a la necesidad de involucrar a los estudiantes en ambientes en los que ellos fueran los protagonistas de su proceso de aprendizaje; que se parta de la motivación y el interés personal, para promover la *participación*. Se trató de constituir un espacio que les permitiera a los estudiantes indagar, experimentar, reflexionar y discernir sobre temas de trascendencia relacionados con las matemáticas y con la vida misma.

En la primera versión del *Semillero de matemáticas* se propició e impulsó la

creatividad, el desarrollo del espíritu investigativo, la cooperación, la *participación* y el fomento por el respeto y la sana convivencia en los estudiantes participantes.

En esta versión del *Semillero de matemáticas* abordamos las matemáticas fuera del aula de clase, con el fin de involucrar a los estudiantes en espacios complementarios que les permitieran aproximarse al conocimiento matemático, que propendan por la formación de las matemáticas escolares, así la esta formación no quedó circunscrita sólo a las horas semanales instauradas en el currículo de la institución. Los estudiantes asistieron durante cuatro (4) meses de su calendario académico a 20 sesiones de dos horas cada una.

El *Semillero de matemáticas* continúa activo, en una segunda versión, en la institución para el año 2015 y es liderado por los docentes de matemáticas de la institución y por algunos de los estudiantes que participaron en la primera versión.

1.5.4 Producción conjunta de registros y datos

Planteé los métodos de producción conjunta de registros y datos en relación directa con la pregunta y el objetivo de investigación. Empleé estrategias que me permitieron observar a los participantes de la investigación en diferentes momentos de su cotidianidad escolar. Recurrí a la observación participante, las *entre-vistas* y los documentos como métodos de producción conjunta de registros y datos.

1.5.4.1 Observación participante

Según Alves-Mazzotti y Gewandsznajder (1999) el observador participante se torna parte de la situación observada e interactúa por grandes periodos de tiempo con los sujetos. El observador participante busca compartir el cotidiano de los participantes de la investigación para sentir lo que significa estar en su situación. Se asocia la observación participante con la inmersión total del investigador en el contexto observado. El nivel de *participación* del observador es bastante variable.

El observador participante es capaz de establecer una relación de confianza con los sujetos implicados, de tener sensibilidad con las personas, ser un buen oyente, formular buenas preguntas, tener familiaridad con las cuestiones investigadas, tener flexibilidad para adaptarse a situaciones inesperadas, no precipitarse a identificar patrones o atribuir significados a los fenómenos observados. Los comportamientos son observados y no son predeterminados por la teoría, son relatados en la forma como ocurren y busca describir y comprender lo que ocurre en una situación.

La observación de las prácticas de los estudiantes de quinto grado cuando se involucraron en ambientes de modelación permitió analizar las maneras en que la *participación* emergió de los estudiantes.

Las observaciones fueron materializadas mediante el diario de campo que construí en compañía de la auxiliar de investigación.

1.5.4.2 Entre-vista.

El término *entre-vista* es asumido por los autores Skovsmose, Scandiuzzi, Valero, y Alrø (2011) como un proceso de comunicación que “se desarrolla como una conversación donde los involucrados ‘ven juntos’ (*entre-ven*) y co-construyen ideas sobre temas seleccionados” (p. 109). Una *entre-vista* tiene como objetivo obtener descripciones del mundo vital de la persona entrevistada con respecto a su interpretación del significado de los fenómenos presentes en la investigación (Kvale 1996, citado por Skovsmose et al., 2011).

En esta investigación asumí la *entre-vista* como una interacción verbal que permite la obtención de discursos entre sujetos determinados por condiciones sociales, históricas, políticas y económicas. El discurso lo obtuve por medio de intercambios verbales. En la *entre-vista* observé de manera especial las reacciones del investigado frente al investigador, que revelaron sus historias de vida.

Así, en esta investigación formulé con anterioridad unas preguntas en las que destacué la información relevante del contexto mismo de los participantes e hice una exploración de respuestas a través de la conversación.

1.5.4.3 Documentos

Según Alves-Mazzotti y Gewandsznajder (1999) puede considerarse como un documento cualquier registro escrito que pueda ser usado como fuente de información que se utiliza como técnica de exploración.

En esta investigación tomé como documentos los diarios de campo de la investigación y las producciones escritas de los estudiantes.

1.5.5 Desarrollo del trabajo de campo: ambientes de modelación

Desarrollé el trabajo de campo en el *Semillero de matemáticas*, nombrado por los estudiantes *cosechando la futura matemática*. Durante cuatro (4) meses, los integrantes del *Semillero de matemáticas* hicieron parte de tres (3) fases de trabajo, propuestas como una serie de maneras de actuar, de sucesos, de conocimientos no disyuntos, no lineales, no rígidos. Las fases 1 y 3 tuvieron que ver con asuntos propios de un espacio educativo, mientras que la fase 2 tuvo que ver con la puesta en práctica de tres (3) ambientes de modelación. En la Ilustración 2 enuncio las fases asumidas en el trabajo de campo de esta investigación.

Ilustración 2. Fases del trabajo de campo.



A continuación describo, de manera detallada, la segunda fase del trabajo de campo concerniente a los ambientes de modelación.

En la segunda fase del trabajo de campo los integrantes del *Semillero de matemáticas* hicieron parte de tres (3) ambientes de modelación llamados *Diseño de una Guía del Consumidor*, *Cálculo del IMC* y *Mi proyecto de Modelación*. Los ambientes de modelación fueron pensados como espacios para problematizar e investigar una situación y para actuar de manera crítica.

Para el diseño de los ambientes de modelación tuve en cuenta algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación destacadas por Araújo (2002, 2012, 2009); Barbosa (2006b, 2003a, 2003b, 2009, 2008, 2006a, 2001b, 2001a, 2004); Silva y Kato (2012), características que presenté en el apartado 1.2.2 de este capítulo (denominado: *características de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática*). En especial, consideré las siguientes características en los ambientes de modelación llevados:

Las situaciones fueron tomadas de la cotidianidad de los estudiantes y abarcaron asuntos y conocimientos de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento. El análisis y la comprensión de las situaciones constituyó uno de los puntos centrales del proceso de modelación.

1. Se promovieron asuntos políticos y democráticos a partir del trabajo en grupo en el *Semillero de matemáticas*. Los participantes pudieron debatir, negociar, discutir, escuchar y respetar las ideas de los demás.
2. Los modelos matemáticos construidos permitieron problematizar, discutir e indagar sobre la situación abordada. Los estudiantes dieron a conocer sus ideas, sus conjeturas y sus opiniones, argumentaron en defensa de lo que pensaban, escucharon los argumentos de sus pares y juntos decidieron cómo construir un modelo matemático. Así mismo, los participantes expusieron, criticaron y reformularon los modelos creados para determinada situación y consideraron la

posibilidad de que el modelo construido sirviera para analizar y tomar decisiones sobre determinada situación.

3. Se promovieron espacios de *participación* en el trabajo con la situación y en la sociedad.

Los estudiantes se preocuparon por analizar y cuestionar la situación lo que hizo que ellos se involucraran de manera activa en la situación y que el trabajo realizado pasara, en algunos casos, límites del aula de clase. Lo anterior se evidenció en algunas acciones e intervenciones que evidenciaron mudanza de actitudes con relación a determinada situación, y en la toma de decisiones de las posibles interpretaciones del modelo matemático obtenido.

4. El papel de la profesora investigadora fue el de mediadora que promovió en los estudiantes el trabajo en conjunto, estimuló la exposición de ideas y argumentos e hizo del aula de clase un espacio democrático en el que todos tuvieran las mismas condiciones de trabajo.

En términos curriculares los ambientes de modelación siguieron, con algunas modificaciones, la propuesta sobre los casos para implementar la modelación en el aula de clase, desarrollada por Barbosa (2004). Los casos los presenté en el apartado 1.2.2 de este capítulo (denominado: *características de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática*). Según el autor, en los casos mencionados se trabaja en algunos momentos con problemas estructurados y propuestos por los profesores y en otros con problemas en los cuales las informaciones y soluciones son responsabilidad de los estudiantes acompañados por las orientaciones del profesor.

Según Barbosa (2001a) la organización de la modelación depende de la experiencia del profesor y de los estudiantes con la modelación, de los intereses de los estudiantes y del contexto escolar. En esta investigación la falta de experiencia de los estudiantes con la modelación y las características de su contexto escolar se convirtieron en aspectos condicionantes de la manera como se propusieron los ambientes de modelación. El grupo participante fue involucrado de

forma gradual en los tres (3) ambientes de modelación presentados *Diseño de una Guía del Consumidor*, *Cálculo del IMC* y *Mi proyecto de Modelación* que estuvieron en correspondencia con los casos uno, dos y tres propuestos por Barbosa (2004).

Cada uno de los ambientes de modelación se desarrolló en cinco (5) momentos en los que los estudiantes se vieron enfrentados a modelar matemáticamente. Los momentos se relacionan con la secuencia de actividades que se propusieron didácticamente en el *Semillero de matemáticas* para llevar a cabo el proceso de modelación. Los momentos consistieron en describir e interpretar la situación a estudiar, simplificar asuntos a considerar en la situación, recolectar información pertinente para la situación, proponer una solución o unas soluciones a la situación por medio de la matematización de relaciones propias de la situación y a través de la interpretación y evaluación de resultados, y comunicar los resultados.

Analicé en cada uno de los ambientes de modelación, cómo los estudiantes participaron, a partir de la acción, al involucrarse, comprometerse y apropiarse de la situación, al reflexionar sobre su entorno, sus necesidades y sobre las decisiones que debían tomar respecto a la situación, a la matematización y al modelo, y, al generar sus ideas y procesos matemáticos.

En cada uno de los ambientes de modelación fue posible que la *participación* hiciera parte de la clase, en particular, cuando tenía que ver con la decisión de lo que deberían hacer en cada situación y con las acciones y el compromiso.

En la Ilustración 3 sintetizo el trabajo realizado durante la implementación de los ambientes de modelación y puntualizo los asuntos que transversalizaron los tres (3) ambientes de modelación.

Ilustración 3. Ambientes de modelación propuestos en el Semillero de matemáticas



1.5.5.1 Ambiente de modelación 1: diseño de una Guía del Consumidor.

En el primer ambiente de modelación los estudiantes diseñaron una guías del consumidor² para decidir qué aspectos tener en cuenta a la hora de elegir un producto. Este ambiente de modelación corresponde al primer caso propuesto por Barbosa (2004) en donde, como profesora, formulé la situación, recogí los datos y simplifiqué la información. Por su parte, los estudiantes propusieron diferentes soluciones, al generar sus propias guías del consumidor, a partir de la problematización y la investigación.

²Algunos cambios se realizaron sobre el original que se encuentra en English (2006)

El ambiente de modelación propuesto se desarrolló en cinco (5) momentos en los que

los estudiantes modelaron matemáticamente **i.** ¿Qué es una guía del consumidor? **ii.** Observación de los paquetes de mecato³. Criterios previos de clasificación **iii.** Búsqueda de información sobre los criterios previos **iv** Diseño de las guías del consumidor **v.** Comunicar los resultados.

En el primer momento presenté a los estudiantes un documento sobre las guías del consumidor en nuestro país emitido por la Superintendencia de Industria y Comercio (*SIC*)⁴. En el documento se proponen aspectos como la noción de consumidor y de guía del consumidor, artículos de consumo y los criterios para tener en cuenta a la hora de comprar un producto. A la lectura del documento, prosiguieron dos (2) preguntas que se discutieron con los estudiantes.

En el segundo momento, en grupos de trabajo, los estudiantes observaron cinco (5) paquetes distintos de mecato. Cada grupo decidió qué aspectos observar en el mecato. Tras la observación de cada grupo de trabajo, los integrantes del *Semillero de matemáticas* definieron 10 criterios previos de clasificación, los cuales podrían considerarse a la hora de diseñar la guía. Los criterios son: fecha de vencimiento, carga nutricional, peso neto, atención al cliente, tabla de alimentos o ingredientes, contenido del producto, precio por unidad, modo de fabricación, sabor y país de fabricación.

En el tercer momento, los estudiantes buscaron información sobre los 10 criterios previos; recurrieron a entrevistas a sus profesores y familiares y a consultas en internet. Las indagaciones de los estudiantes se pusieron en común y se realizó una discusión en torno a la información

³ Los estudiantes de la institución entienden que mecato es un dulce, golosina o comida ligera de diferentes sabores.

⁴ Documento recuperado el 30 de mayo de 2014. Disponible en:
http://www.sic.gov.co/recursos_user/documentos/atencion_usuario/Guia_Consumidor.pdf

encontrada. Basados en la discusión, cada grupo de trabajo eligió cuatro (4) criterios de clasificación para la elaboración de la guía del consumidor.

En el cuarto momento, cada grupo de trabajo diseñó una guía del consumidor, que incluyó cuatro (4) criterios que debería tener en cuenta un consumidor a la hora de hacer una compra.

En el quinto momento, se dio un espacio para compartir y discutir las guías diseñadas y su importancia para el consumidor.

1.5.5.2 Ambiente de modelación 2: cálculo del IMC.

El segundo ambiente de modelación se diseñó a partir de los análisis a la *participación* de los estudiantes en el primer ambiente de modelación. Por lo anterior, indagué en el grupo de estudiantes sobre los aspectos que les generan motivación y preocupación, así identifiqué que los estudiantes participantes consideran que la apariencia física es un aspecto crucial de su día a día. Para darle una trascendencia a esta preocupación más allá de lo estético se discutieron temas nutricionales. De esta manera, los participantes estudiaron el índice de Quetelet o Índice de Masa Corporal (*IMC*)⁵, que es el indicador más utilizado para evaluar el nivel de obesidad o delgadez de una persona o comunidad.

Este ambiente de modelación corresponde al segundo caso propuesto por Barbosa (2004) en donde, como profesora, sugerí la situación, para lo que tuve en cuenta la preocupación de los

⁵Las necesidades que emergieron en el diseño del ambiente de modelación en la perspectiva socio-crítica, me llevaron como investigadora a convocar a una auxiliar de investigación y a una nutricionista y en diálogo con el asesor, juntos formulamos el ambiente de modelación propuesto.

estudiantes por un tema de relevancia para ellos. Los estudiantes se enfrentaron a la simplificación, el análisis y a la búsqueda de datos del problema para su posterior solución.

El ambiente de modelación propuesto se desarrolló en cinco (5) momentos **i.** Obesidad y delgadez en el país **ii.** Cálculo del *IMC* **iii.** Diálogo con una *nutricionista dietista*. Clasificación del *IMC*. **iv.** Estudio del modelo matemático del *IMC* **v.** Comunicación de los resultados.

El primer momento lo orienté a partir de reflexiones sobre el *IMC*, para qué y cómo puede ayudar en el diario vivir de los estudiantes, y sobre los índices de obesidad y delgadez en Colombia.

El segundo momento tuvo como objetivo calcular el *IMC* propio y el *IMC* de un niño colombiano de cinco (5) años llamado Mateo, que había sido diagnosticado con obesidad. El caso de Mateo apareció publicado el día 5 de marzo de 2011 en el periódico el tiempo⁶.

En el tercer momento los estudiantes sostuvieron un diálogo con una *nutricionista dietista* quien orientó las reflexiones hacia la composición corporal y la relación de tener un peso en los rangos normales con un adecuado estado de salud.

El cuarto momento permitió que los estudiantes analizarán el modelo empleado para calcular el *IMC*. Los análisis se fundamentaron en aspectos matemáticos y nutricionales.

El quinto momento permitió que los estudiantes, profesores investigadores y la nutricionista dietista entablaran una discusión sobre el *IMC* y lo que una persona debería tener en cuenta a la hora de interpretarlo para tomar acciones preventivas o correctivas y contrarrestar dichas problemáticas.

⁶ Noticia tomada el 01 de octubre de 2014 de: <http://informe21.com/bicicleta/obesidad-morbida-historia-mateo-nino-cinco-anos-pesa-45-kilos>

1.5.5.3 Ambiente de modelación 3: mi proyecto de modelación.

En el tercer ambiente de modelación, los estudiantes iniciaron el trabajo sobre su propio proyecto de modelación a partir de una situación de su entorno, que para ellos era problemática. Este ambiente de modelación corresponde al tercer caso propuesto por Barbosa (2004) en donde la formulación de la situación, la simplificación, la recolección de los datos y la solución fueron tareas de los estudiantes, que compartieron conmigo como profesora.

Para el desarrollo del proyecto los estudiantes formaron pequeños grupos de trabajo (tres o cuatro estudiantes), en los grupos discutieron una situación problemática que cada uno llevó al *Semillero de matemáticas*. A partir del diálogo y las discusiones en los grupos de trabajo, los estudiantes eligieron una de las situaciones problemáticas que resultó ser de interés común al grupo de trabajo. Esta elección se realizó a partir de la presentación de argumentos por parte de cada estudiante y del fomento de espacios de diálogo, negociación y respeto por las ideas del otro.

El ambiente de modelación propuesto se planeó en cinco (5) momentos **i.** Describir la situación **ii.** Simplificar asuntos de la situación **iii.** Recolección de la información **iv** Solución de la situación **v.** Comunicar los resultados.

Como he mencionado, el *Semillero de matemáticas* fue realizado dentro del calendario académico de la Institución. Por asuntos del tiempo y de otras actividades curriculares de fin de año escolar en la institución, los estudiantes no pudieron participar en los tres (3) últimos momentos propuestos para este ambiente de modelación.

1.5.6 Métodos de análisis e interpretación de datos

Según Miles y Huberman (1994) (citado por Alves-Mazzotti y Gewandsznajder, 1999) el análisis de los datos se configura dentro de un proceso de reducción, focalización, organización e interpretación de los datos sobre el fenómeno que se estudia.

Para dar sentido a los planteamientos antes mencionados, el análisis de los datos de esta investigación lo realicé de dos (2) maneras: el análisis paralelo y el análisis detallado. El análisis paralelo consistió en una primera exploración a los datos recogidos, realizado en simultáneo a su producción (Creswell, 2008). El análisis detallado fue un proceso iterativo de producción y preparación de los datos, de revisión y organización de los datos, de determinación de unidades de análisis, de codificación de las unidades, y de generación de explicaciones, interpretaciones y teorías (Coffey y Atkinson, 2005).

1.5.6.1 Análisis Paralelo.

Consistió en una fase inicial de exploración de los datos recogidos que me permitieron identificar temas y relaciones, construir interpretaciones y generar nuevas cuestiones. Este tipo de análisis ha sido sugerido por Creswell (2008) y para esta investigación sirvió como *carta de navegación*.

El análisis paralelo lo realicé en compañía de mi asesor y de la auxiliar de investigación quienes me ayudaron a determinar asuntos importantes en la línea del problema de investigación.

El análisis paralelo que realizamos consistió en analizar cada uno de los ambientes de modelación cuando se terminaban.

Al finalizar cada uno de los momentos del primer ambiente de modelación de manera independiente, la auxiliar de investigación y Yo, revisamos las anotaciones del diario de campo, las transcripciones de los audios y videos y los documentos de las estudiantes. Luego cruzamos la información para, una vez realizado el primer ambiente de modelación, analizar los asuntos que en él se presentaron; de esa manera, pudimos determinar que la *participación* inicial del grupo es poca y que es preciso involucrar a los estudiantes en espacios que nazcan de asuntos que les interesen. De este análisis surgió la necesidad de proponer en el *Semillero de matemáticas* una situación más cercana al grupo, que partiera de los intereses y necesidades de los estudiantes. Al observar un asunto que los motiva y cuestiona propuse el segundo ambiente de modelación, en compañía de mi asesor, la auxiliar de investigación y una nutricionista dietista.

Al concluir cada uno de los momentos del segundo ambiente de modelación, recurrimos a la revisión de las anotaciones, las transcripciones de los audios y videos y los documentos de las estudiantes. Así, al finalizar el segundo ambiente de modelación pudimos identificar esquemas y presentar una primera categorización según la temática.

1.5.6.2 Análisis detallado

El análisis detallado fue un proceso iterativo de producción, preparación, de revisión y organización de los datos, de determinación de unidades de análisis, de categorización y

codificación de las unidades, y de generación de explicaciones, interpretaciones y teorías (Coffey y Atkinson, 2005).

En el proceso de análisis de los datos en la investigación, en primer lugar realicé, junto con la auxiliar de investigación, la organización, transcripción y selección de los datos, a partir de las observaciones, las *entre-vistas* y los documentos que surgieron en la implementación de los tres (3) ambientes de modelación. Para cada sesión del *Semillero de matemáticas*, realizamos la transcripción del video, de las grabaciones de audio y de las *entre-vistas* grabadas. A partir de los materiales transcritos y de los registros escritos por los estudiantes en sus notas personales y por mí en el diario de campo, hice la lectura para relacionarme con su contenido. Luego seleccioné momentos importantes referentes al objetivo de la investigación para que fueran delimitados en los episodios, entendidos como momentos importantes extraídos de los datos recolectados que me ayudaron a responder el problema de investigación.

En segundo lugar, realicé un análisis parcial, a partir de los extractos provenientes de los documentos y las transcripciones de las observaciones y de las *entre-vistas*. Fruto de este análisis atribuí códigos preliminares a los extractos que ofrecieron indicios de solución al problema de investigación y establecí como unidades de análisis las acciones, explicaciones y las manifestaciones orales y escritas de los estudiantes.

En tercer lugar, categoricé y codifiqué las unidades. El proceso de codificación consistió en la identificación y atribución de códigos que integraron características convergentes en los datos. En seguida analicé y sintetice los códigos preliminares en categorías descriptivas que explican los tipos de *participación* y su caracterización y que me posibilitaron el análisis a partir de la literatura discutida y de los datos encontrados.

Por último, realicé un análisis más profundo de los datos, a partir de la relación y la

confrontación de la *participación* de los estudiantes con la literatura del área, los comentarios y sugerencias de los profesores y compañeros del Seminario Permanente⁷ y mis interpretaciones, a partir de lo anterior establecí relaciones entre los conceptos y los resultados hallados. Después, generé explicaciones, interpretaciones y teorías que resultan ser comprensiones para el objetivo de la investigación e integran los resultados al campo científico.

1.6 En resumen

En este capítulo puse en diálogo la literatura sobre Modelación, la perspectiva socio-crítica de la modelación y la modelación en la Educación Primaria. Apoyada en la revisión de la literatura evidencí la falta de investigación empírica y teórica sobre la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria en ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica. Presenté por último el problema de investigación, el contexto y la metodología utilizada en la investigación.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

⁷ El Seminario Permanente es un espacio académico diseñado por el programa de Maestría en Educación, Educación Matemática, de la Universidad de Antioquia (Medellín-Colombia). En el espacio en mención se abordan aspectos relacionados con la investigación en Educación Matemática.

1.7 Referencias bibliográficas

- Alves-Mazzotti, A., y Gewandsznajder, F. (1999). *O Método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira.
- Anderson, J. (2010). Collaborative problem solving as modelling in the primary years of schooling. En B. Kaur y J. Dindyal. (Ed.), *Mathematical applications and modelling: Yearbook 2010* (pp. 78-93). Singapore: World Scientific Publishing.
- Araújo, J. (2002). *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. (Tese de doutorado). Instituto de geociências e ciências exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.
- Araújo, J. (2009). Uma abordagem socio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria revista de educação em ciências e tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de educação matemática*, 26(43), 839-860.
- Bahmaei, F. (2013). Mathematical modelling in primary school, advantages and challenges. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(9), 3-13.
- Barbosa, J. (2001a). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Reunião anual da ANPED*, 24, 1-15.
- Barbosa, J. (2001b). Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, 15, 5-23.
- Barbosa, J. (2003a). What is mathematical modelling? En S. Lamon, W. Parker y S. Houston. (Ed.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA 11* (pp. 227-234). England: Horwood Publishing Limited.
- Barbosa, J. (2003b). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva, Erechim (RS)*, 27(98), 65-74.
- Barbosa, J. (2004). Modelagem Matemática na Sala de Aula. En VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Universidade federal de Pernambuco.
- Barbosa, J. (2006a). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38(3), 293-301.

- Barbosa, J. (2006b). A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática. Em: Seminário internacional de pesquisa em educação matemática. Recife: Águas de Lindóia.
- Barbosa, J. (2008). As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. *Acta scientiae: Revista de ensino de ciências e matemática*, 10(1), 47-58.
- Barbosa, J. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. En M. Blomhøj, S. Carreira. (Eds.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* (pp. 133-144). Dinamarca: Roskilde University.
- Barbosa, J. (2015). Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. En B. D'Ambrósio, C. Lopes. (Org.), *Insubordinação criativa na produção científica em Educação Matemática*. Campinas: Mercado das Letras.
- Bassanezi, R. (1994). Modelling as a teaching-learning strategy. *For the learning of mathematics*, 14(2), 31–35.
- Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.
- Biembengut, M. (2007). Modelling and applications in primary education. En W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss. (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 451-456). New York: Springer.
- Biembengut, M., y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.
- Blomhøj, M. (2004). Modelización matemática: una teoría para la práctica. Traducción de M. Mina. En B. Clarke, D. Clarke, B. Johnansson, D. Lambdin, F. Lester, A. Walby, y K. Walby. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* (pp. 145-159). Suecia: National Center for Mathematics Education.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. W., y Niss, M. A. (Eds.) (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York: Springer.
- Caldeira, A. (2007). Etnomodelagem e Suas Relações Com a Educação Matemática Na Infância. *Modelagem Matemática Na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas E Práticas Educacionais*. 81–97.
- Coffey, A., y Atkinson, P. (2005). *Encontrar el sentido a los datos cualitativos: estrategias complementarias de investigación*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia.

- Costa, J., Caldeira, A., y Santos, A. (2011). A modelagem na educação matemática. Em J. Costa, A. Caldeira y A. Santos. (Ed.), *Modelagem em educação matemática* (pp. 107-110). Belo Horizonte: Auténtica.
- Creswell, J. (2008). *Educational research. Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. New Jersey: Pearson, Prentice Hall.
- Creswell, J. (2009). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. California: Sage publications.
- D'Ambrosio, U. (2009). Mathematical modeling: cognitive, pedagogical, historical and political dimensions. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 89-98.
- Dindyal, J. (2010). Word problems and modelling in primary school mathematics. En B. Kaur y J. Dindyal. (Ed.), *Mathematical applications and modelling: Yearbook 2010* (pp. 94-111). Singapore: World Scientific Publishing.
- Duke, N., y Beck, S. (1999). Education should consider alternative forms for the dissertation. *Educational researcher*, Washington, 28(3), 31-36.
- English, S. (2003). Mathematical modelling with young learners. En S. Lamon, W. Parker y S. Houston. (Ed.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA 11* (pp. 19-33). England: Horwood Publishing Limited.
- English, L. (2006). Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide. *Educational studies in mathematics*, 63(3), 303-323.
- English, L. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM-The international journal of mathematics education*, 41(1-2), 161-181.
- English, L. (2010). Mathematical modelling in the primary school. En I. Putt, R. Faragher, y M. McLean. (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (pp. 207-214). Australia: Cook University.
- English, L., y Watters, J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics education research journal*, 16(3), 58-79.
- Ferreira, D., y Wodewotzki, L. (2007). Modelagem Matemática e Educação Ambiental: uma Experiência com Alunos do Ensino Fundamental. *Zetetike*, 15(28), 63-85.
- Freire, P. (1994). Educación y participación comunitaria. En: Autores Varios. (Ed.), *Nuevas perspectivas críticas en educación* (pp. 85-96). Barcelona: Paidós.

Gordillo, M. (2006). Conocer, manejar, valorar, participar: los fines de una educación para la ciudadanía. *Revista Iberoamericana de Educación*, (42), 69-84.

Gorgorió, N., y Prat, M. (2008). Jeopardizing learning opportunities in multicultural mathematical classrooms. En K. Kumpulainen, y M. Cesar. (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in Multicultural Settings* (pp. 145-170). Sense Publishers.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Editorial Mc Graw Hill.

Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.

Lamon, S. (2003). Modelling in elementary school: helping young students to see the world mathematically. En S. Lamon, W. Parker y S. Houston. (Ed.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA 11* (pp. 19-33). England: Horwood Publishing Limited.

Ledrapier, C. (2010). Les enjeux d'une éducation scientifique dès l'école maternelle. En: Actes du congrès de l'actualité de la recherche en éducation et en formation. Francia: Université de Genève.

Luna, A. y Alves, J. (2007). Modelagem matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. En V Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática, 5, 855-876.

Luna, Souza, y Santiago. (2009). A modelagem matemática nas séries iniciais: o germém da criticidade. *Alexandria revista de educação em ciências e tecnologia*, 2(2), 135-157.

Malinen, S. (2015). Understanding user participation in online communities: a systematic literature review of empirical studies. *Computers in human behavior*, 46(22), 8-38.

Mckeny y Foley. (2013). Tales, tasks, tools, and talk. NCTM. *Teaching children mathematics*, 19(5), 326-323.

Moraes, R. (2003). Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. *Ciência y Educação*, 9(2), 191-211.

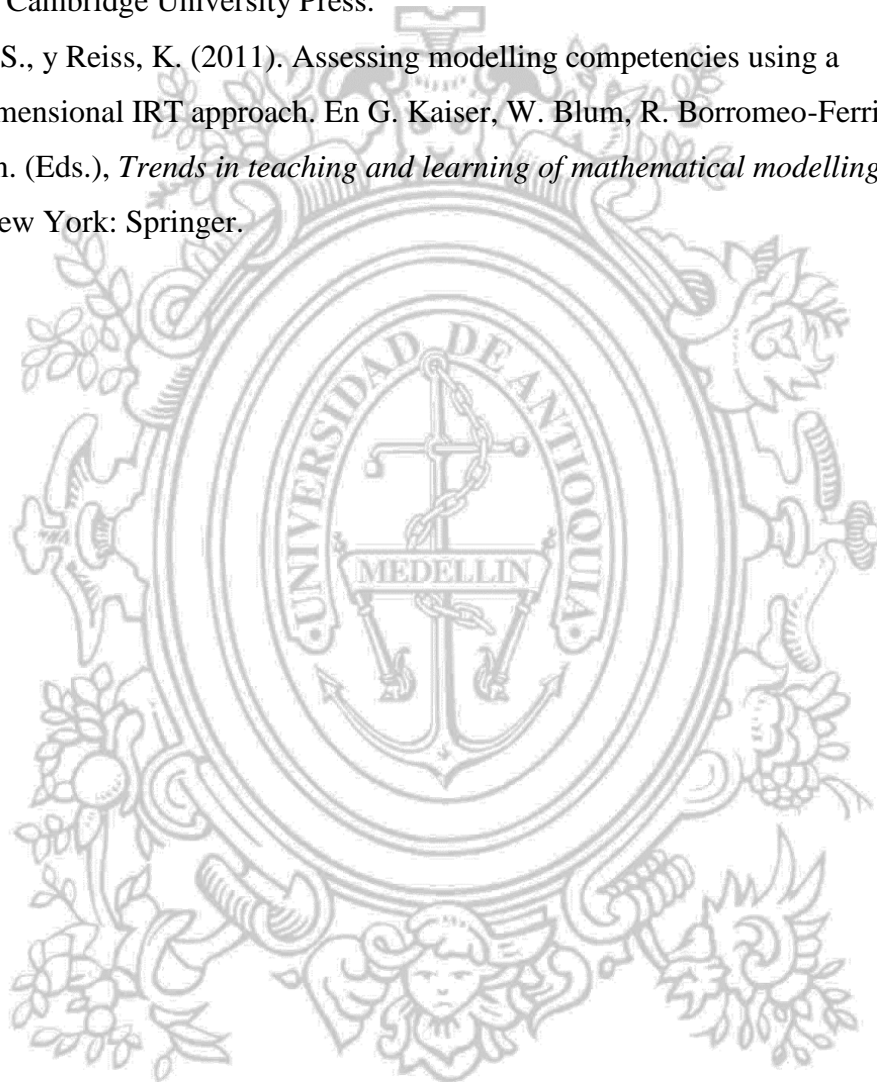
Planas, N., y Gorgorió, N. (2004). Interacción, negociación y diálogo en el aula de matemáticas. *Aula de innovación educativa*, 132, 22-26.

Ruiz-Higueras, I., y García, F. (2011). Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 14(1), 41-70.

- Ruiz-Higueras, L., García, F., Lendínez, E. (2013). La actividad de modelización en el ámbito de las relaciones espaciales en la educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 95-118.
- Schwarzkopf, R. (2007). Elementary modelling in mathematics lessons: the interplay between “real-world” knowledge and “mathematical structures”. En W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss. (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 209-216). New York: Springer.
- Seto, C., Thomas, M., Ng, D., Chan, E., y Widjaja, W. (2012). Mathematical Modelling for Singapore Primary Classrooms: From a Teacher’s Lens. En J. Dindyal, L. Cheng, y S. Ng. (Eds.), *Mathematics education: expanding horizons (Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)*. Singapore: Merga.
- Silva, C., y Kato, L. (2012). Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica?. *Boletim de educação matemática*, 26(43), 817–838.
- Skovsmose, O., Scandiuzzi, P., Valero, P. y Alrø, H. (2011). Aprender matemáticas en posición de frontera: los porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasileira. *Revista Educación y Pedagogía*, 23, 103-124.
- Texeira, E. (2010). Argumentação e abordagem contextual no ensino de física (Tese de doutorado). Universidade Federal da Bahia, Bahia, Brasil.
- Tortola, E., y Almeida, L. (2013). Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. *Editoria científica*, 94(237), 619–642.
- Verschaffel, L., Greer, B., y Corte, E. (2001). Making Sense of Word Problems. *ZDM*, 33(1), 27-29.
- Villa-Ochoa, J. (2013a). Contextos, intereses y sentido de realidad en la modelación matemática: una experiencia con el profesor de matemáticas. En VIII Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática (Junio 5 al 7 de 2013). Santa Maria-RS, Brasil.
- Villa-Ochoa, J. (2013b). Miradas y actuaciones sobre la modelación matemática en el aula de clase. En VIII Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática (Junio 5 al 7 de 2013). Santa Maria-RS, Brasil.

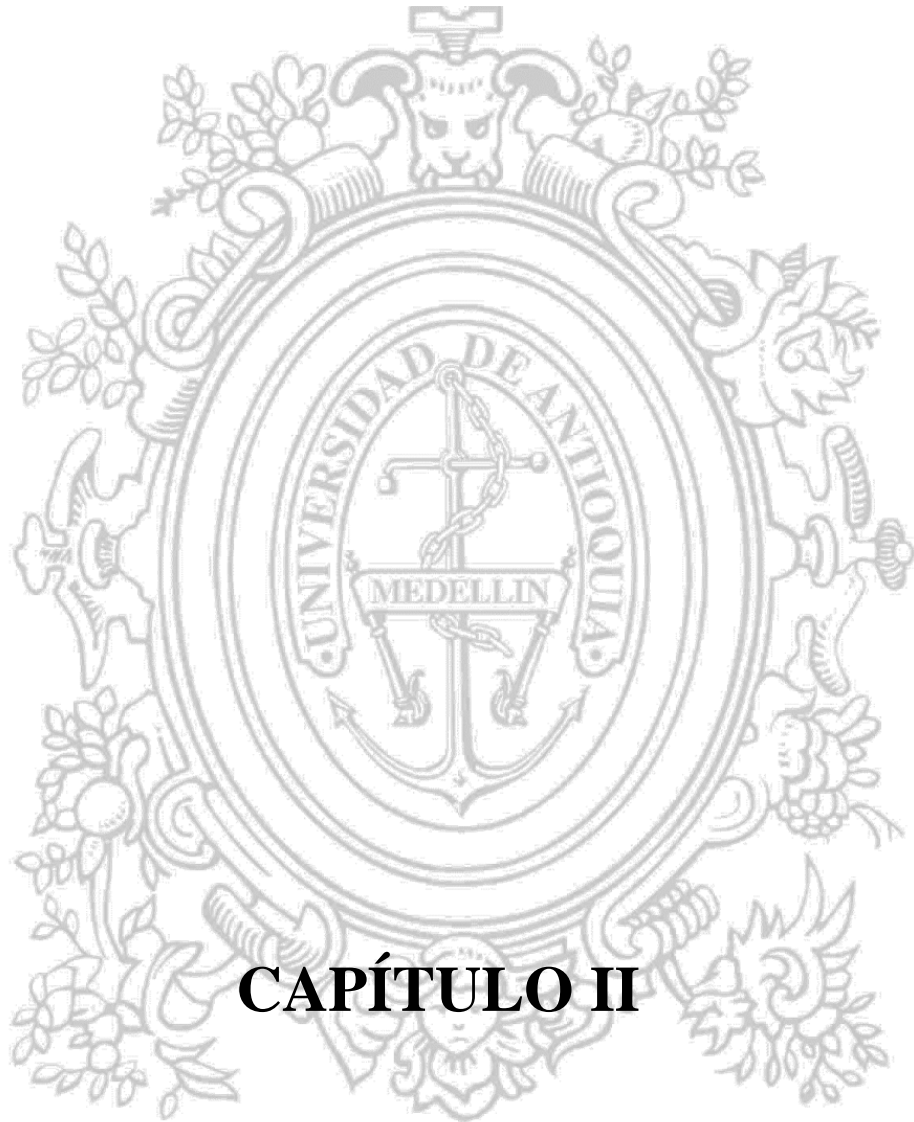
Wenger, E. (1998). *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. New York: Cambridge University Press.

Zöttl, L., Ufer, S., y Reiss, K. (2011). Assessing modelling competencies using a multidimensional IRT approach. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, y G. Stillman. (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 427-437). New York: Springer.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



CAPÍTULO II

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

2. Artículos

En la investigación analicé la *participación* de los estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación diseñados con algunas características de la perspectiva socio-crítica de la modelación. En este capítulo, presento los resultados de la investigación en tres artículos.

Los artículos están escritos en primera persona del plural, refiriéndose a mí como investigadora y al asesor. Los tres (3) artículos serán presentados para publicación en revistas nacionales e internacionales una vez realice la defensa de esta investigación.

En el primer artículo parto de la idea de modelación en la perspectiva socio-crítica de la modelación como ambiente de aprendizaje. A partir del trabajo realizado con la modelación por los estudiantes de quinto grado y de los planteamientos de Israel (1996) presento una idea de modelación en Educación Primaria como *matematización de la realidad*.

En el segundo artículo propongo una caracterización de la *participación* de los estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación, a partir de las interacciones y las contribuciones en los ambientes de modelación.

En el tercer artículo presento un análisis sobre las diferentes maneras en que los estudiantes se comprometen con el ambiente de modelación según sus experiencias. Ese compromiso con respecto al ambiente de modelación se hace evidente en sus diálogos, sus maneras de actuar y en sus producciones. A partir del análisis ello propongo unas tipologías de la *participación*.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

2.1 Artículo 1. Modelación como matematización de la realidad en Educación

Primaria

Mónica Marcela Parra-Zapata⁸

Jhony Alexander Villa-Ochoa⁹

Resumen. Basados en los planteamientos de Barbosa (2001, 2003) y de Israel (1996), en este artículo presentamos una idea de modelación matemática en Educación Primaria como *matematización de la realidad*, la cual parte de la comprensión de la modelación matemática como un ambiente de aprendizaje que se enmarca en la perspectiva socio-crítica de la modelación.

Palabras clave: Educación Matemática, Modelación matemática, Educación Primaria, Ambientes de modelación, *Matematización de la realidad*.

1. Modelación Matemática como Ambiente de Aprendizaje

Las discusiones con relación a la presencia de la modelación¹⁰ en el aula de clase han tomado especial atención en las investigaciones que se realizan en este dominio (Blum et al., 2007). En estas investigaciones se evidencia la necesidad de la presencia de la modelación en los diferentes

⁸Magíster en Educación. Línea Educación Matemática. Universidad de Antioquia.
E-mail: monica.parra@udea.edu.co

⁹Doctor en Educación. Línea Educación Matemática. Universidad de Antioquia.
E-mail: jhony.villa@udea.edu.co

¹⁰Emplearemos a lo largo de este artículo la palabra modelación para hacer alusión a la modelación matemática en Educación Matemática.

niveles escolares de manera que los estudiantes puedan emplear las matemáticas en

diversos contextos y situaciones. La multiplicidad de investigaciones en este dominio muestra que según las intencionalidades del investigador, la modelación se cubre de diferentes matices.

Kaiser y Sriraman (2006) presentan una clasificación de los trabajos de investigación refiriéndose a criterios de tipo epistemológico y a sus posibilidades en el aula de clase. Los investigadores destacan la realista, educativa, contextual, socio-crítica, epistemológica y una metaperspectiva denominada cognitiva.

Barbosa (2003) argumenta la presencia de la modelación en el currículo en el aula de clase, porque posibilita que los estudiantes distingan cómo las matemáticas pueden ser utilizadas para resolver situaciones del cotidiano y de otras disciplinas. En particular, argumenta que la comprensión del papel sociocultural de las matemáticas puede permitir la comprensión de cómo las matemáticas son utilizadas en los debates sociales.

De acuerdo a lo anterior, asumimos la modelación como un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes problematizan situaciones con referencia en la realidad por medio de las matemáticas (Barbosa, 2007). El ambiente de aprendizaje alude a las condiciones sobre las cuales los estudiantes desarrollan sus tareas en el aula de clase, que parte de una invitación del profesor para formular cuestiones y buscar explicaciones (Skovsmose, 2000). Así, en la visión de Barbosa (2001), la modelación es un ambiente que está asociado a la problematización y la investigación, la modelación puede invitar a los estudiantes a discutir las matemáticas en situaciones del día a día o de otras disciplinas que no son matemáticas, es decir, sobre un contexto diferente de su área específica.

Al explorar la modelación en el aula de clase “el profesor proporciona a los

estudiantes la oportunidad de vivir con contenidos vivos, prácticos, útiles y con bastante significado” (Jacobini e Wodewotzki, 2006, p. 73, original en portugués).

La modelación debe servir para que los estudiantes indaguen y cuestionen sobre situaciones reales por medio de los métodos matemáticos, lo que evidencia el carácter cultural y social de las matemáticas. La modelación puede ser utilizada como un medio para el cuestionamiento social, pues discutimos sobre los aspectos socio-culturales de la vida diaria por medio de las matemáticas (Barbosa, 2001).

Unidos a la idea de modelación como ambiente de aprendizaje en el que se invita a problematizar e investigar y apoyados en su aparición histórica, proponemos la idea de modelación en Educación Primaria como *matematización de la realidad*.

2. Matemización de la realidad

En la actualidad se utiliza el término modelación de manera natural, como toda forma de descripción matemática de una clase de fenómenos de la realidad. Sin embargo, este término es una forma de matemización específica que surgió en el siglo XX, con ciertas características que la distinguen de otras formas de matemización utilizadas con anterioridad (Israel, 1996). Entre estas características se encuentran la renuncia a cualquier tentativa de llegar a una visión unificada de la naturaleza, dado que un modelo matemático se aplica a un pedazo de la realidad, y el método de modelación por analogías matemáticas, en el que se considera que una forma de

matematización específica, unifica sólo los fenómenos que puede representar, por diversos que sean, pero no todos los fenómenos.

Basados en los planteamientos de Israel (1996), en este apartado pretendemos comprender cómo se llegó en el transcurrir histórico al uso de los modelos matemáticos para describir el mundo y explicar la realidad.

Las distintas civilizaciones utilizaban las matemáticas para las representaciones de los objetos y fenómenos. Esas representaciones o modelos continuaron desarrollándose con el transcurrir del tiempo. Así la modelación, como método del conocimiento científico, ha evolucionado a partir de formas muy simples hasta los métodos actuales teóricos del conocimiento científico.

Hace varios siglos, las matemáticas, además de ser útiles para actuar sobre la realidad y modificarla, fueron sobre todo un instrumento importante para comprenderla. A través de los años se ha dado un procedimiento que puede denominarse *matematización de la realidad* que consiste en el uso de las matemáticas para describir, comprender y modificar las estructuras de la realidad y analizar al mundo, para desarrollar técnicas y tecnologías que intervienen sobre éste de manera activa (Israel, 1996).

El proceso de *matematización de la realidad* es una idea inicial para explicar la realidad con las matemáticas; según Israel (1996) es una “invasión de las matemáticas en los procesos de descripción y análisis del mundo como en las técnicas de intervención activas sobre él” (p. 9, original en francés). La *matematización de la realidad* se puede definir, como el fenómeno peculiar de penetración de los conceptos, leyes, principios y métodos de las diferentes ramas de las matemáticas en el desarrollo de las restantes formas de pensamiento científico.

Este proceso ha evolucionado en el transcurrir histórico; en un primer momento se ha

abordado un estudio matemático de la naturaleza, en el que se da una explicación de los fenómenos físicos; para tratar la naturaleza y modificarla, en donde las matemáticas fueron consideradas “no solo como útiles sino también como la fuente de la verdad”. (Israel, 1996, p. 10, original en francés). A partir del siglo XVII se dio una invasión de las matemáticas en los procesos de descripción y análisis del mundo. En este siglo se plantearon una serie de técnicas de intervención que actuaron sobre el mundo; en donde las estructuras del mundo se consideraron representaciones determinadas por los números y por una red compleja y misteriosa de armonías y asociaciones.

Israel (1996) define que la forma de intentar entender la realidad a través de las matemáticas ha aparecido en el devenir histórico en tres (3) etapas que son secuenciales en términos cronológicos:

- 1. La época de los pitagóricos en la Grecia antigua:** en este periodo, el uso de las matemáticas se asociaba con una descripción del mundo a partir de una idea numerológica siempre cualitativa, asociada a sucesos y características místicas o religiosas. “Los números son la forma perfecta para describir el universo” (Israel, 1996, p.10, original en francés). Los primeros matematizadores de la naturaleza no descartaron las cualidades de la realidad, es decir, incluyeron los aspectos cualitativos y cuantitativos de los entes, en el que las estructuras del mundo fueron representadas y determinadas por los números y por una red complicada y misteriosa de armonías y asociaciones. Aquí se dio un razonamiento especulativo en el que se consideró como natural, razonable y suficiente lo concreto para entender la realidad, es decir “era necesario aproximarse a lo concreto para comprender lo concreto” (Israel, 1996, p.115, original en francés).



2. **La revolución científica:** la revolución científica fue una época asociada a los

siglos XVI y XVII en los que nuevas ideas y conocimientos transformaron las visiones antiguas sobre la naturaleza y sentaron las bases de la ciencia moderna. En esta época los estudiosos empezaron a preguntarse cómo ocurrían los sucesos y generaron un método nuevo, que consistió en una actitud nueva ante la ciencia, la cual se fundamentó en investigar la naturaleza con los propios sentidos y expresar las observaciones científicas en un lenguaje matemático exacto.

La ciencia moderna se configuró cuando las leyes que se descubrieron mediante la observación y la experimentación se pudieron formular de manera cuantitativa, es decir, se pudieron matematizar: lo que implicó también que las matemáticas mismas tuvieran que evolucionar de descripciones cualitativas a refinadas formas de representación de las cantidades y de los objetos. El descubrimiento de la tradición pitagórica impulsó la idea, abandonada por el rigor dogmático de la iglesia, de que el universo posee una estructura y ordenación matemática, y por tanto, las leyes que rigen los fenómenos naturales se pueden formular matemáticamente que supuso la consolidación del método científico (Israel, 1996).

El complejo diseño de la relación entre lo abstracto y lo concreto en Galileo, inició el espíritu de ataque a lo tradicional de la época, su ruptura propició después el camino de Newton, en el que se ofreció el proyecto newtoniano de la mecánica clásica para toda la ciencia. La evolución de la ciencia se apoyó también en nuevas corrientes del pensamiento aportadas por Descartes y Bacon (Israel, 1996). Describimos a continuación el trabajo de Galileo y Newton.

a. La matematización en Galileo Galilei: la revolución científica de Galileo demarcó una visión diferente de las matemáticas, objetivista, racionalista y cuantitativa. En la visión de Galileo “el mundo no puede ser comprendido si no se conoce el lenguaje en el que ha sido escrito, a

saber, las matemáticas”. (Israel, 1996, p. 9, original en francés). Así que las reglas del

mundo son regidas por el lenguaje matemático y es tarea vital comprender y sacar a la luz esas leyes matemáticas escondidas que lo regulan.

Galileo comenzó a ver a la naturaleza con ojos de géometra, es decir, comenzó a relacionar la experiencia sensible de nuestro mundo circundante con el campo objetivo, coherente y con potencial infinito, de las matemáticas, para lograrlo invirtió la postura platónica: el mundo ideal geométrico, de formas-límites, se fundó en la percepción sensible, para luego independizarse.

En la *matematización de la realidad* que realizó Galileo, la naturaleza se idealizó y se transformó en una nueva multiplicidad matemática, que se basó en la observación y la experimentación. Esta *matematización* de la naturaleza fue un proceso que consistió en partir de la experiencia del mundo circundante, del mundo de la vida, aquel que nos es dado, para construir y dar sentido a la geometría, y luego a la ciencia natural.

b. La mecánica de Isaac Newton: visión mecanicista del universo. Reforzó en un principio los planteamientos de Galileo, y adoptó, una postura objetivista y racionalista dominada por el pensamiento científico. Newton describió un universo ordenado según un plan matemático ordenado y preestablecido. En esta visión todos los fenómenos en la naturaleza se dieron gracias al movimiento de los cuerpos; lo cual se sintetizó en las leyes de la mecánica de Newton en las que se expresó una relación del movimiento de los cuerpos con las matemáticas.

La ciencia ofreció una imagen unificada y objetiva del universo circundante “las matemáticas no son ni un lenguaje ni una técnica separada de la naturaleza, sino que se desprenden de ésta y están en ésta” (Israel, 1996, p. 19, original en francés). Las matemáticas no son subordinadas a la física, ellas tienen un *rol constitutivo*. “no hay ni modelos, ni matemáticas aplicadas, pues sería negar la unicidad de la ciencia” (Israel, 1996, p. 20, original en francés).

En esta etapa aparecieron números infinitamente pequeños o infinitamente grandes

que describieron los fenómenos de una manera más precisa que la que se tenía antes con los números enteros, así se alcanzó un tipo diferente de matematización hubo allí “un intento de disminuir explicaciones mecánicas y teorías matemáticas a principios únicos de tipo platónico que denotan una realidad ideal aislada de las realidades concretas” (Israel, 1996, p. 39, original en francés). Lo que ocurrió con esta visión es que los conocimientos abordados fueron números, cantidades, que en la realidad y en la observación diaria no existen.

3. Principios del siglo XX: en este periodo histórico se hizo alusión a una fuerte crisis en la que entraron las tendencias numerológicas, objetivistas y unitarias de la ciencia clásica. Esta crisis hizo referencia a que la ciencia no es única y que existen otras posibles explicaciones de las teorías planteadas, en este punto la *matematización de la realidad* aportó otra visión en contra posición a estas tendencias, en concreto frente a la aparición de los modelos matemáticos y de las matemáticas aplicadas como “un punto de vista opuesto a toda concepción unitaria de la ciencia”. (Israel, 1996, p. 19, original en francés).

A inicios del siglo XX apareció el término modelación como una forma reciente de *matematización de la realidad*, entendida como “una forma de matematización casi sin precedentes típica de nuestro siglo” (Israel, 1996, p. 1, original en francés) que acompañó el desarrollo de la matematización de las ciencias no físicas, las características no físicas de esta modelación son descritas por Israel (1996) como:

a. Reconocimiento de abolir una imagen unificada de la naturaleza: un modelo matemático es un fragmento de matemáticas aplicadas a un fragmento de realidad. Un solo modelo puede describir diferentes situaciones reales y el mismo fragmento de la realidad puede ser representado con la ayuda de modelos diferentes.

b. El método fundamental de la modelación: es *la analogía matemática*. Donde

el fragmento de matemáticas unifica todos los fenómenos que se van a representar. O *la analogía mecánica* que ha sido por largo tiempo la procedencia principal de la Matematización. (Original en Francés. Traducción propia)

La modelación es la representación de un sistema con otro. Puede ser un sistema matemático o físico. El modelo entonces es numérico o analógico. La modelación numérica es la construcción de un conjunto de enunciados matemáticos que describen el fenómeno. La modelación analógica implica la construcción de un sistema físico que se reproduce más o menos un fenómeno a estudiar. La observación del comportamiento del modelo permite aprender sobre el fenómeno de interés (Israel, 1996).

La modelación, como método para la obtención del modelo, exige de un proceso con sus métodos, formas y caminos que permita abordar y explicar los fenómenos de la naturaleza. Precisamos que en este recorrido histórico, la modelación como método también permite describir, concretar y expresar la esencia de las relaciones que llevan al conocimiento con su explicación lógica, su fundamentación teórica, la práctica o ambas en función de la creación o conformación de una representación de los objetos reales. De esta manera y en la línea de los planteamientos de Israel (1996), la modelación como un proceso se centra el desarrollo de modelos por medio de la *matematización de la realidad*.

Los modelos matemáticos surgieron en la historia a medida que las investigaciones buscaban soluciones a múltiples situaciones problemas de nuestra vida cotidiana. Un modelo matemático describe de forma teórica un objeto que existe fuera del campo de las Matemáticas. Su éxito o fracaso depende de la precisión con la que se construya la representación y la fidelidad con la que se concreten hechos y situaciones naturales en forma de variables relacionadas entre sí.

En la construcción de un modelo matemático destacamos al menos tres (3) fases: la

construcción en donde se convierte el objeto a lenguaje matemático, el análisis o estudio del modelo confeccionado y la interpretación de dicho análisis donde se aplican los resultados del estudio al objeto del cual se partió.

Del recorrido anterior vemos como las matemáticas surgieron en relación directa con el mundo de nuestra experiencia sensible. El origen de sus ideas es el resultado de un proceso, *matematización de la realidad*, que buscó entender y explicar hechos y fenómenos de la realidad. La *matematización de la realidad* fue entonces una práctica de resolución de problemas, de búsqueda de problemas, pero también una actividad de organización de un tema. En la que se toma un asunto de la realidad la cual tiene que ser organizada de acuerdo con patrones matemáticos si los problemas de la realidad tienen que ser resueltos. Matematizar una situación real implica utilizar las matemáticas para construir o usar las matemáticas que permita comprender, estudiar y analizar la situación dada en el inicio, también es razonar matemáticamente para enfrentar una situación y resolverla (Israel, 1996).

3. Modelación en Educación Primaria como *matematización de la realidad*

A partir de la concepción de la modelación como ambiente de aprendizaje para investigar y problematizar y de acuerdo con la idea de modelación como una idea inicial de explicar la realidad con las matemáticas, proponemos la modelación en Educación Primaria como *matematización de la realidad*. Entendida esta *matematización de la realidad* en el sentido de la matemática inicial que realizaron los primeros matemáticos, en especial en la revolución

científica de Galileo y Newton, y vista como herramienta de conexión entre el hombre y su entorno.

Entendemos esta *matematización de la realidad* como toda práctica en la que se observa, experimenta, indaga, investiga y valida con las matemáticas actividades que son parte del día a día, del cotidiano de las personas (Israel, 1996).

En la *matematización de la realidad* se hace énfasis en utilizar y construir matemáticas a partir del estudio y el análisis de un fenómeno o situación problema que parte de las analogías y de varios problemas de la vida real.

La *matematización* obedece a un proceso de investigación científica que se relaciona con observar, experimentar, conjeturar, sistematizar, validar, entre otros. Aquí el enfoque no está en traducir en términos matemáticos, como suelen presentarse las tareas contextualizadas en los libros de texto, si no en los procesos que se llevan a cabo para lograr algunos desarrollos matemáticos. Máxime si se tiene en cuenta que *matematizar* no se reduce a cuantificar, ni el número es el referente de la *matematización*.

Los conceptos matemáticos más que ser parte de un conocimiento teórico se convierten en herramientas para resolver problemas del día a día, es decir, las relaciones y procedimientos matemáticos existen para la solución de problemas prácticos cercanos a la cotidianidad de los estudiantes. Donde se recurre de manera constante a la observación para postular teorías.

Así los desarrollos matemáticos inmersos en la modelación de los estudiantes inician gracias a que ellos se preguntan por lo que ocurre a su alrededor. En donde se resaltan las cualidades de los objetos y se busca en ellas para tratar de explicar la realidad.

De esta manera, proponemos que en la Educación Primaria se retome este concepto de *matematización de la realidad* para que la modelación vaya en caminata en la pregunta por

comprender el mundo, en donde la matematización de la naturaleza sea un proceso de transformación de las intuiciones básicas sobre el mundo sensible. Por ejemplo, en Galileo este proceso iría a partir de la observación y la experimentación, el mundo natural concreto, hacia el mundo de las matemáticas.

4. Conclusiones

Resaltamos en esta breve descripción histórica que la modelación, como la conocemos en la actualidad, es una denominación y un refinamiento. Es producto de una larga trayectoria y de una constante preocupación por matematizar lo real. Una comprensión de tales consideraciones y una revisión más detallada de las investigaciones actuales en Educación Matemática, deberá permitirnos una mirada más crítica sobre las maneras en que se implementa y podría implementarse la modelación en los diferentes grados de escolaridad.

En la actualidad notamos los resultados de la matematización a lo largo de la historia. Si bien este proceso nos ha permitido un gran avance en cuanto a lo que conocemos del mundo y cómo podemos aproximarnos a él, también existen consecuencias poco favorables, producto de la matematización moderna, por ejemplo, una excesiva abstracción del conocimiento donde la ciencia ha ocupado el lugar del mundo real, lo cual hace que ésta pierda su objeto de estudio que es la naturaleza (Israel, 1996). La modelación como *matematización de la realidad* no se agota en la producción de representaciones matemáticas (vistas como modelos).

La noción de modelo matemático se presenta en dos aspectos: en primer lugar, las matemáticas pueden modelar, es decir, pueden representar todo tipo de situaciones, objetos y

estructuras del mundo real. En segundo lugar, los modelos establecen un vínculo claro

entre los objetos sintácticos (fórmulas) y las estructuras matemáticas y productos en forma de todos los tipos de información sobre la naturaleza.

Las situaciones del mundo real o problemas contextuales sirven de punto de partida para aprender matemáticas. Con el tiempo, estas situaciones significativas son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas. De esta manera, los estudiantes deben iniciarse en la *matematización de la realidad* por medio de temas cercanos a ellos, para analizar luego su propia actividad matemática.

5. Referencias bibliográficas

- Barbosa, J. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Reunião anual da ANPED*, 24, 1-15.
- Barbosa, J. (2003). What is mathematical modelling?. En S. Lamon, W. Parker y S. Houston. (Ed.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA 11* (pp. 227-234). England: Horwood Publishing Limited.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. W., y Niss, M. A. (Eds.) (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York: Springer.
- Israel, G. (1996). *La Mathématisation du Réel. Essai Sur La Modélisation Mathématique*. Paris: Du Seui.
- Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Jacobini, R., y Wodewotzki, M. (2006). Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. *Bolema*, 19(25), 71-88.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 13(14), 66-91.

2.2 Artículo 2. Interacciones y contribuciones. Forma de *participación* de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática

INTERACTIONS AND CONTRIBUTIONS. WAY OF *PARTICIPATION* OF FIFTH-GRADE STUDENTS IN MATHEMATICAL MODELLING ENVIRONMENTS

*Mónica Marcela Parra-Zapata*¹¹

*Jhony Alexander Villa-Ochoa*¹²

Resumen. El presente artículo hace parte de una investigación cuyo propósito fue analizar cómo un grupo de estudiantes de quinto grado participó en ambientes de modelación matemática diseñados con algunas características de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. Centrar la atención en las manifestaciones orales y escritas, las acciones y las explicaciones de los estudiantes en dos (2) episodios ocurridos en ambientes de modelación matemática permitieron identificar que cuando los estudiantes se involucran en ambientes que promueven su *participación*, se comprometen con la descripción e interpretación de las situaciones a estudiar, la matematización de relaciones propias de la situación y la interpretación y el análisis de las soluciones propuestas; en consecuencia pudimos analizar las interacciones y las contribuciones como una forma de *participación*. Los resultados ofrecen una comprensión de la *participación* de los estudiantes en ambientes de modelación matemática, y por lo tanto, algunas nociones y aportes teóricos en Educación Matemática.

Palabras clave: Modelación matemática, Educación Primaria, Ambientes de modelación, Perspectiva Socio-crítica, *Participación*.

Abstract. This article is part of a research intended to analyze how a group of fifth-grade students participated in environments designed with some socio-critical perspective features of mathematical modelling. Focusing on oral or written manifestations, actions and explanations of students in two (2) episodes happened in mathematical modelling environments, allowed us to identify that when students involve in environments that promote their *participation*, they commit to the description and interpretation of the studied situations, to the mathematization of relations appropriated to the situation and to the interpretation and analysis of the proposed solutions; consequently we could analyze the interactions and contributions as a way of *participation*. The results provide an understanding of the student *participation* in mathematical modelling environments, and therefore, some notions and theoretical contributions to Mathematics Education.

Keywords: Mathematical Modelling, Primary Education, Modelling Environments, Socio-critical Perspective, *Participation*.

¹¹Magíster en Educación. Línea Educación Matemática. Universidad de Antioquia. Colombia.
E-mail: monica.parra@udea.edu.co

¹²Profesor vinculado. Doctor en Educación. Línea Educación Matemática. Universidad de Antioquia. Colombia.
E-mail: jhony.villa@udea.edu.co

1. Introducción

Existe un aumento de investigaciones en la literatura internacional relacionadas con la modelación matemática¹³ en Educación Matemática. Estas evidencian el nivel de consolidación que tiene la modelación como un dominio de investigación al interior de la Educación Matemática (Blum et al., 2007).

Estas investigaciones reportan, entre otros asuntos, que algunas maneras de hacer modelación en los diferentes niveles escolares posibilitan formas de producir matemáticas en el aula de clase de una manera más articulada con la cotidianidad de los estudiantes y a través de la relación de los contextos reales de los estudiantes, con los contextos matemáticos escolares (Araújo, 2002; Barbosa, 2001a; Biembengut y Hein, 2004).

Las investigaciones indican que la modelación en Educación Primaria permite el desarrollo de las habilidades matemáticas de los estudiantes, el razonamiento matemático y la interpretación de los problemas de la realidad (Bahmaei, 2013; Biembengut, 2007; English, 2003, 2006, 2009, 2010; Ferreira y Wodewotzki, 2007).

Por su parte, Luna y Alves (2007) destacan que a través de la modelación, los estudiantes de Educación Primaria interactúan con conocimientos matemáticos, con sus usos y reflexionan de forma crítica y reflexiva sobre los mismos a partir de diferentes contextos.

Investigaciones en modelación permiten observar que no hay homogeneidad frente a la comprensión del tema en sus fundamentos epistemológicos y frente a sus posibilidades en el aula de clase (Kaiser y Sriraman, 2006). Kaiser y Sriraman (2006) muestran que las distintas

¹³Emplearemos a lo largo de este artículo la palabra modelación para hacer alusión a la modelación matemática en Educación Matemática.

perspectivas dan lugar a posturas variadas en la investigación sobre la modelación en el

aula de clase. Los autores presentan una categorización de seis (6) perspectivas: la realista o aplicada, la contextual, la educativa, la socio-crítica, la cognitiva y la epistemológica y teórica. Estas perspectivas dejan ver intereses investigativos distintos en la modelación, por ejemplo, la realística centra su atención en la solución de problemas del mundo real para entenderlo; la contextual en resolver problemas del mundo basándose en los contextos y las relaciones; la educativa en la estructura del aprendizaje y los procesos para su promoción, y en la introducción y el desarrollo de los conceptos; la epistemológica en promocionar y desarrollar teoría frente a la modelación y la cognitiva en el análisis de procesos cognitivos resultantes de la modelación. En contraste, la modelación socio-crítica se centra en la preocupación por el rol de las matemáticas en la sociedad.

La perspectiva socio-crítica reportada por Kaiser y Sriraman (2006) destaca que las potencialidades de la modelación están no sólo en enseñar y aprender matemáticas, sino también en la formación ciudadana de los estudiantes.

En esa perspectiva, Barbosa (2006) sugiere el uso del término socio-crítico para referirse a una forma de ver la modelación en Educación Matemática, como un reconocimiento a las prácticas pedagógicas que comprenden los ambientes de aprendizaje como una oportunidad para que los estudiantes discutan la naturaleza y papel de los modelos matemáticos en la sociedad.

Silva y Kato (2012) sugieren que la modelación en la perspectiva socio-crítica puede proporcionar oportunidades para que los estudiantes lleven los debates del aula de clase a su vida cotidiana, para crear conciencia sobre su papel en la sociedad y lograr cambios en la manera que tienen ellos de ver el mundo.

Por su parte, Araújo (2009) se refiere a la modelación en la perspectiva socio-crítica

como un espacio donde se propone a los estudiantes, reunidos en grupos, utilizar las matemáticas para resolver algún problema con origen en la realidad, de tal manera que esa resolución sea problematizada y cuestionada. En este sentido, a través de la modelación se promueve en los estudiantes reflexiones constantes sobre las matemáticas que se utilizan, cómo ellas ayudan o pueden ayudar a resolver la situación y cómo están inmersas en un sin número de problemáticas con las que los estudiantes se enfrentan a diario.

Autores como Barbosa (2003a, 2003b, 2001a, 2001b, 2009, 2006), Araújo (2002, 2012, 2009), Silva y Kato (2012) destacan algunos elementos que caracterizan la modelación en la perspectiva socio-crítica en los diferentes niveles escolares. Los autores han reconocido la *participación* como una de esas características.

La *participación* aparece en sus investigaciones como un aspecto fundamental, pues para actuar de forma matemática y crítica frente a las diversas demandas y acontecimientos sociales se requiere del concurso, compromiso y actuaciones de los diferentes actores involucrados, es decir, se requiere de su *participación*.

El aula de clase, como una unidad del sistema social, ha de propender porque los estudiantes *vivan* experiencias en las que participen de situaciones en las que se estudien y analicen fenómenos propios de la sociedad y de su cultura, en ese sentido, en el aula de clase de matemáticas la modelación fundamentada en la perspectiva socio-crítica ha de cobrar sentido ya que cuando los estudiantes participan en ambientes de modelación en los que se plantean situaciones relacionadas con problemáticas sociales, los estudiantes reflexionan sobre las matemáticas involucradas, sobre cómo las formas de construir modelos matemáticos intervienen en reflexiones sobre lo social y sobre otros aspectos y conceptos Barbosa (2008). Por lo tanto, las

matemáticas y los modelos matemáticos construidos pueden servir para analizar y tomar decisiones sobre las situaciones, problemas y fenómenos presentados en el contexto social.

Por su parte Ferreira y Wodewotzki (2007) plantean algunas reflexiones al respecto de la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria en situaciones de modelación. Los autores reconocen que cuando los estudiantes participan en situaciones de modelación, se involucran con situaciones próximas a su vida, lo que permite generar más entusiasmo por las matemáticas a partir de la reflexión en torno a las problemáticas sociales.

En particular en ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica y en la Educación Primaria se reconoce la importancia de la *participación* de los estudiantes en la construcción del modelo y en la sociedad, mas no se detalla y no se evidencia una preocupación por ella como objeto de investigación.

De las posturas planteadas en los párrafos precedentes, observamos como problemático que a pesar de llamarse la atención sobre la importancia de la *participación* en modelación en la perspectiva socio-crítica y en la Educación Primaria, hay una exigua cantidad de investigaciones en la Educación Primaria orientadas a conocer cómo se da la *participación* de los estudiantes en este marco.

En este sentido, desarrollamos una investigación para estudiar y discutir la manera en que un conjunto de estudiantes de quinto grado participó en ambientes de modelación que fueron diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación. En particular, en este artículo analizamos las interacciones y las contribuciones como una forma de *participación* de los estudiantes en ambientes de modelación. Para realizar tal análisis iniciamos el artículo con una discusión teórica sobre la modelación como ambiente de aprendizaje y sobre la *participación* de manera general y en la perspectiva socio-crítica de la modelación. Enseguida

presentamos los aspectos metodológicos de la investigación, y damos un papel especial

el contexto en el que fue realizada, el enfoque metodológico y los procedimientos para la producción conjunta de registros y datos y para realizar el análisis. Por último, caracterizamos la *participación* de los estudiantes al involucrarse en ambientes de modelación.

2. Referente teórico. La *participación* en ambientes de modelación matemática en la perspectiva socio-crítica

De acuerdo con Barbosa (2001a), la modelación se considera un ambiente de aprendizaje que promueve la investigación en otras áreas del conocimiento a través del desarrollo de modelos matemáticos. Así, en ese ambiente se “invita a los estudiantes a indagar y/o investigar, por medio de las matemáticas, situaciones de referencia en la realidad” (Barbosa, 2001a, p. 31, original en portugués). En este sentido, la modelación permite a los estudiantes incluir diferentes modos de explicar y comprender la realidad presente en el problema y, luego, abordar y relacionar otras situaciones que se le presenten en su cotidianidad (Barbosa, 2009).

Los ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica tienen presente el interés de formar sujetos capaces de actuar de manera activa en la sociedad y de analizar la forma en que las matemáticas son usadas en los debates sociales (Araújo, 2009).

Silva y Kato (2012) caracterizaron los ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica con relación a una serie de acciones que los constituyen, a saber: **i.** *participación* activa de los estudiantes en la construcción del modelo. **ii.** *Participación* activa del estudiante en la sociedad. **iii.** Problema no matemático de la realidad. **iv.** Actuación del profesor como mediador.

En los trabajos de Araújo (2002, 2012, 2009) colegimos cinco (5) características de

la modelación en la perspectiva socio-crítica: **i.** abordar o resolver un problema no matemático de la realidad por medio de las matemáticas. **ii.** la situación o problema de la realidad es escogida por los estudiantes. **iii.** promoción del trabajo en grupo para generar asuntos políticos y democráticos en el aula de clase. **iv.** inserción crítica de los estudiantes en su realidad. **v.** problematizar el papel de las matemáticas en la construcción del progreso y cuestionar el uso que se ha hecho de ella como instrumento de poder.

Apoyados en la comprensión que presenta Barbosa (2003a, 2003b, 2001a, 2001b, 2006, 2009) sobre la modelación en la perspectiva socio-crítica reconocemos al menos cuatro (4) características importantes de los ambientes de modelación en esta perspectiva, a saber: **i.** situaciones tomadas del cotidiano de los estudiantes que pueden abarcar asuntos de las matemáticas o de otras áreas del conocimiento. **ii.** producción de modelos para problematizar e indagar sobre una situación, pero más allá de eso que cuestionen las situaciones reales por medio de los métodos matemáticos. **iii.** promover espacios de *participación* de los estudiantes en el trabajo con la situación y en la sociedad. **iv.** posibilidad de que ocurran discusiones a través de la interacción y el diálogo entre los estudiantes, y los estudiantes con el profesor.

Las características que hemos expuesto hasta este momento en este artículo presentan elementos comunes que tienen que ver con la situación trabajada, con el análisis del modelo generado, con la *participación* de los estudiantes y del profesor y con el cuestionamiento de las ideas matemáticas abordadas en la situación.

En las investigaciones arriba mencionadas, la *participación* aparece como un aspecto fundamental, pues cuando los estudiantes hacen parte de ambientes de modelación en los que se plantean situaciones relacionadas con problemáticas sociales, reflexionan sobre las matemáticas

involucradas, sobre cómo las formas de construir modelos matemáticos intervienen en reflexiones sobre lo social y sobre otros aspectos y conceptos (Barbosa, 2009).

En el ámbito educativo, el estudio de la *participación* ha estado como centro de diversidad de estudios y ha tenido diversas comprensiones, por ejemplo, en un sentido social, la *participación* se reconoce como la actuación conjunta de un grupo que comparte los mismos objetivos e intereses, es un proceso que reúne al mismo tiempo aprendizaje y enseñanza pues todos los participantes tienen algo que aportar y algo que recibir, en tal sentido es a la vez una acción concientizadora y socializante, pues produce una movilización de la conciencia al respecto de las circunstancias de vida, de sus causas y de sus efectos, a la vez que transmite patrones de comportamiento y nuevas formas de aprender esas circunstancias (Montero, 1993).

Wenger (1998) define la *participación* como el desenvolvimiento del individuo en una práctica, en torno a procesos activos de un grupo de personas que se reúnen para realizar algún tipo de tarea (de la vida cotidiana, el trabajo o la escuela), en acoplamiento mutuo. Entre los miembros del grupo hay un esfuerzo común para llevar a cabo una práctica en la que desarrollan un repertorio compartido de recursos, lenguaje, estilos y rutinas, a través del cual expresan su *participación*.

En los ambientes educativos con el apoyo de tecnologías, Malinen (2015) ha informado que la forma más común de conceptualizar la *participación* es la visibilidad en el desarrollo de una actividad. Visibilidad que, por lo general, ha sido operacionalizada en términos de cantidad. La autora reporta que a pesar de que la literatura se ha centrado en la cantidad de la *participación*, en la práctica, la *participación* puede entenderse como *ser un miembro* y haber iniciado sesión en un sistema, incluidos los usuarios pasivos, quienes con la sola presencia en el servicio muestran una forma de *participación*. Sin embargo participar alude al pertenecer. Esta pertenencia trasciende la

dicotomía activo-pasivo que se basa en la visibilidad de la actividad, pues se entiende en términos de la calidad de la *participación*, de la influencia y de hacer contribuciones a la comunidad (Malinen, 2015).

En el aula de clase de matemáticas, de manera particular en el enfoque sociocultural, la *participación* se centra en el estudiante y en las características del contexto de aprendizaje. La *participación* ha sido vista como una especie de puesta en común en las prácticas matemáticas que se centra en el uso del discurso y de algunos de sus contenidos (normas, valores, valorizaciones) como herramientas mediadoras cruciales con el fin de interpretar y aprender las matemáticas en su contexto (Civil y Planas, 2004).

En este artículo, el escenario elegido son los ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica centrándonos en la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria. En el siguiente apartado presentamos los aspectos metodológicos de este escenario.

3. Metodología. El contexto de la investigación y el camino metodológico

La investigación se desarrolló en una Institución Educativa de la ciudad de Medellín, Colombia, en donde se constituyó un *Semillero de matemáticas*, nombrado por los estudiantes protagonistas *Cosechando la futura matemática*. El *Semillero de matemáticas* funcionó unido a un proyecto institucional denominado *Aulas para la Convivencia y la Paz: en mi vida convivo sanamente*. En el *Semillero de matemáticas* participamos de forma permanente 27 estudiantes de quinto grado, el profesor de matemáticas del grado, los investigadores y una auxiliar de investigación.

Nos preocupamos por analizar cómo se dio la *participación* de los estudiantes de

quinto grado cuando se involucraron en ambientes de modelación que siguieron algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación. Para lograr este objetivo, reconocimos, describimos y analizamos las manifestaciones orales y escritas, acciones y explicaciones de los estudiantes; por tanto, fue importante comprender los asuntos relacionados con el comportamiento de los sujetos en su entorno natural, lo cual dio sentido al uso de un enfoque cualitativo.

Asumimos el paradigma de investigación cualitativa como un conjunto de prácticas que permiten comprender el comportamiento de los sujetos en relación con el contexto natural al que pertenecen (Bogdan y Biklen, 2007). Aquí, los fenómenos se estudian en el lugar donde se producen, el investigador trata de entenderlos, y luego asume una posición frente a ellos.

Empleamos la observación participante, los documentos y las *entre-vistas* para la producción conjunta de registros y datos. La observación participante es una técnica de investigación de contacto con lo real donde el observador participante se torna parte de la situación observada e interactúa por grandes periodos de tiempo con los sujetos (Alves-Mazzotti y Gewandsznajder, 1999). Los documentos son cualquier registro escrito que pueda ser usado como fuente de información y fueron producidos de forma paralela a las observaciones (Alves-Mazzotti y Gewandsznajder, 1999). Tomamos como documentos los diarios de campo de la investigación y las producciones escritas de los estudiantes. La *entre-vista* es un proceso de comunicación que tiene como objetivo obtener descripciones del mundo de la persona entrevistada con respecto a su interpretación del significado de los fenómenos presentes en la investigación y “se desarrolla como una *conver-sación* donde los involucrados ven juntos (*entre-ven*) y co-construyen ideas sobre temas seleccionados” (Skovsmose, Scanduzzi, Valero, y Alrø, 2011, p. 109).

La producción conjunta de registros y datos se llevó a cabo en un periodo de cuatro

(4) meses, tiempo durante el cual los estudiantes hicieron parte de tres (3) ambientes de modelación llamados *Diseño de una Guía del Consumidor*, *Cálculo del IMC* y *Mi proyecto de Modelación*.

En términos curriculares, los tres (3) ambientes de modelación estuvieron en correspondencia con los planteamientos de Barbosa (2004) sobre los casos o maneras de implementar la modelación en el aula de clase en la perspectiva socio-crítica. Lo anterior ya que según Barbosa (2001a), la organización de la modelación depende de la experiencia del profesor y de los estudiantes con la modelación, de los intereses de los estudiantes y del contexto escolar.

El primer caso consiste en la problematización de un episodio real, en donde la investigación inicial es del profesor; es él quien formula el problema, recoge los datos cualitativos o cuantitativos y simplifica la información. El estudiante encuentra la solución a partir de la investigación. En el segundo caso, el profesor formula el problema inicial y los estudiantes se enfrentan a la simplificación y a la búsqueda de datos del problema para su posterior solución. En el tercer caso, se abordan proyectos desarrollados a partir de temas no matemáticos que pueden ser escogidos por el profesor o por el estudiante. La formulación del problema, la simplificación, la recolección de los datos y la solución son tareas de los estudiantes que se comparten con el profesor.

En correspondencia con los planteamientos de Silva y Kato (2012), Araújo (2002, 2012, 2009), Barbosa (2003a, 2003b, 2001a, 2001b, 2006, 2009, 2004), asumimos cinco (5) características de la perspectiva socio-crítica de la modelación para el diseño de los ambientes de modelación.

La primera hace referencia a que las situaciones fueron tomadas de la cotidianidad de

los estudiantes y abarcaron de manera igual asuntos y conocimientos de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento. La segunda hace alusión a la promoción de asuntos políticos y democráticos al interior del aula de clase a partir del trabajo en grupo. La tercera se refiere a cómo los modelos matemáticos construidos permitieron a los estudiantes problematizar, discutir e indagar sobre la situación abordada; los estudiantes expusieron, criticaron y reformularon los modelos creados para determinada situación y consideraron la posibilidad de que el modelo construido sirviera para analizar y tomar decisiones sobre determinada situación. La cuarta característica se refiere a espacios de *participación* de los estudiantes en el trabajo con la situación y en la sociedad. Los estudiantes se preocuparon por analizar y cuestionar la situación lo que hizo que ellos se involucraran de manera activa en la situación y que el trabajo realizado pasara, en algunos casos los límites del aula de clase. La quinta alude al papel de los investigadores como mediadores que promovieron en los estudiantes el trabajo en conjunto, estimularon la exposición de ideas y argumentos e hicieron del aula de clase un espacio democrático en el que todos tienen condiciones iguales de trabajo.

En cada uno de los ambientes de modelación, analizamos cómo los estudiantes participaron al involucrarse, comprometerse y apropiarse de la situación, al reflexionar sobre su entorno, sus necesidades y sobre las decisiones que debían tomar respecto a algo, y al generar sus ideas y procesos matemáticos.

En el primer ambiente de modelación los estudiantes diseñaron guías del consumidor¹⁴ para decidir cuáles aspectos deberían tener en cuenta a la hora de elegir un producto. En el segundo ambiente de modelación los estudiantes analizaron el modelo del índice de Quetelet o Índice de

¹⁴ Algunos cambios se realizaron sobre el original, el cual se encuentra en: English (2006).

Masa Corporal (*IMC*)¹⁵, que es el indicador más utilizado para evaluar el nivel de

obesidad o delgadez de una persona o comunidad. En el tercer ambiente de modelación, los estudiantes formaron grupos de trabajo, en los que propusieron una situación problema de su interés para ser estudiada por medio de las matemáticas.

Cada uno de los ambientes de modelación se desarrolló en cinco (5) momentos en los que los estudiantes se vieron enfrentados a modelar matemáticamente. Los momentos fueron: describir e interpretar la situación, simplificar asuntos en la situación, recolectar información pertinente para la situación, proponer una solución o soluciones a la situación y comunicar los resultados. Mostramos en la Tabla 1 la secuencia completa de los ambientes de modelación. En los diferentes momentos de los tres (3) ambientes de modelación propuestos buscamos la problematización y la investigación. Problematizar es crear preguntas y levantar cuestiones sobre problemas de la realidad. Investigar es un proceso de búsqueda, selección, organización y manipulación (Barbosa, 2004).

Tabla No. 1
Secuencia de ambientes de modelación

Momentos	Diseño de una Guía del Consumidor	Cálculo del <i>IMC</i>
Descripción e Interpretación de la Situación a Estudiar	¿Qué es una guía del consumidor?	Obesidad y delgadez en el país
Simplificación de asuntos a considerar en la situación	Observación de los paquetes de mecato. Criterios previos de clasificación	Cálculo del <i>IMC</i>
Buscar información pertinente para la situación	Buscar información pertinente para la situación	Diálogo con una nutricionista. Clasificación del <i>IMC</i>
Proponer una solución o unas soluciones a la situación	Diseño de las guías del consumidor	Análisis del modelo matemático del <i>IMC</i>
Comunicar los resultados	Comunicar los resultados	Comunicar los resultados

Fuente: Elaboración propia de los autores (2015)

¹⁵ Las necesidades que emergieron en el diseño del ambiente de modelación en la perspectiva socio-crítica, nos llevaron a convocar a una auxiliar de investigación y a una nutricionista dietista. Juntos diseñamos el ambiente de modelación propuesto.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Según Miles y Huberman (1994, citados por Alves-Mazzotti y Gewandsznajder,

1999), el análisis de los datos se configura dentro de un proceso de reducción, focalización, organización e interpretación de los datos sobre el fenómeno que se estudia.

La información que recogimos se estudió y se organizó con el propósito de identificar la *participación* de los estudiantes en los ambientes de modelación. En este artículo, seleccionamos dos (2) episodios que, seguidos de un análisis, nos ayudaron a responder cómo se dio la *participación* de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación. Asumimos como unidades de análisis las manifestaciones orales y escritas, las acciones y las explicaciones de los estudiantes cuando se involucraron en los ambientes de modelación.

4. Resultados y su análisis: formas de *participación* de los estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática

En este apartado presentamos los resultados del análisis de la información sobre las características de la *participación* de los estudiantes cuando modelan matemáticamente. Modelar matemáticamente se refiere a la descripción e interpretación de las situaciones o fenómenos a estudiar, la matematización de relaciones propias de la situación, la interpretación y el análisis de los resultados.

4.1 La descripción e interpretación del ambiente de modelación matemática como generadora de interacciones

1 8 0 3

Cada uno de los ambientes de modelación inició con una descripción e interpretación

de la situación que se deseaba estudiar, esta descripción es un proceso que consistió en que los estudiantes reconocieran las características propias de las situaciones o fenómenos a estudiar y a partir de ello reconocieran el problema a estudiar.

La descripción e interpretación de la situación se nombró en el primer ambiente ¿Qué es una guía del consumidor? y en el segundo ambiente obesidad y delgadez en el país.

A continuación describiremos cómo se dio este proceso en los dos (2) primeros ambientes de modelación.

4.1.1 ¿Qué es una guía del consumidor?

El primer ambiente de modelación inició con la lectura del documento sobre las guías del consumidor en Colombia, expedido por la Superintendencia de Industria y Comercio (SIC)¹⁶. Una vez terminada la lectura del documento, realizamos un diálogo con los estudiantes frente a ¿Qué es un consumidor?, ¿Qué se considera un artículo de consumo?, ¿Qué criterios puede considerar una persona a la hora de adquirir un producto?, ¿Qué es una guía del consumidor? En la Tabla 2 mostramos respuestas dadas por algunos estudiantes:

Tabla No. 2
Diálogos de la descripción e interpretación de la situación a estudiar

¿Qué es un consumidor?	¿Qué se considera un artículo de consumo? ¿Quiénes consumen?	¿Qué criterios puede considerar una persona a la hora de adquirir un producto?	¿Qué es una guía del consumidor?
	Profe todas las cosas de la tierra, porque todo se va acabando.		Entonces ahí van a escribir una lista de todas las cosas que debe de tener en cuenta.
			Mariana

¹⁶ El documento se encuentra disponible en la página de la Superintendencia de Industria y Comercio (SIC): http://www.sic.gov.co/recursos_user/documentos/atencion_usuario/Guia_Consumidor.pdf

Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática.
Reflexiones a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Es el que gasta, como agua, y le dicen cuánta agua consumió. Es alguien que adquiere algo, que disfruta de algo y eso se va acabando.

El que compra y gasta el dinero.

Profe, mirar bien las cosas del producto.

Profe sí, además si los alimentos de los que está hecho nos hacen daño.

Las calorías, los precios.

Profe eso no es así, hay recursos renovables, nos enseñó el profe en clase, o sea hay cosas que no se acaban y vuelven a nacer.

Profe es la persona que adquiere algún beneficio.

El sol consume energía, las plantas consumen al sol, los gatos consumen agua, las personas consumimos cosas como la ropa, profe todos consumimos.

Profe, pues según lo que leímos que nos respeten los derechos, a que no nos obliguen qué comprar. De qué está hecho, si está bueno, si cumplió las normas.

La plata, el valor de producto.

Cosas que debe tener en cuenta un consumidor.

Una orientación para comprar.

Juan José

Tomás

Paulina

Valentina

Fuente: Elaboración propia de los autores (2015)

En las intervenciones algunos estudiantes respondieron a la pregunta de la investigadora y plantearon de manera abierta sus conocimientos, al describir y explicar los diferentes asuntos que intervienen en la situación que modelaban. Mientras otros optaron por el silencio, pero evidenciaron atención al trabajo realizado.

En este primer momento se evidenció un compromiso parcial de los estudiantes con el tema, que se relaciona con una reacción natural de los estudiantes a las preguntas presentadas por la investigadora. Aquí la *participación* está caracterizada por una marcada influencia de la profesora quien plantea las preguntas y los estudiantes pueden reaccionar de diferentes maneras, el acto participativo es propuesto por la profesora que impulsa a los estudiantes a participar.

Para organizar el trabajo y ampliar el conocimiento de los estudiantes frente a la

situación, delimitamos los consumidores a consumidores de mecato¹⁷. En este momento se organizaron en grupos de trabajo (3 o 4 estudiantes) y cada estudiante recibió un (1) paquete distinto de mecato para que decidiera qué aspectos observar en él y luego escribiera los elementos que identificara con relación al producto. Algunas de las producciones escritas se muestran en la

Tabla 3.

Tabla No. 3
Observaciones a los paquetes de mecato

Escriban los elementos que identifican con relación al producto.	Realicen una lluvia de ideas con algunos criterios, que ustedes tendrían en cuenta a la hora de adquirir un producto.
Observamos el peso, el lote y la fecha de vencimiento. Porque hace poco una compañera se comió algo que estaba pasado [vencido] y la tuvieron que llevar al médico.	Fecha de vencimiento, peso, sabor. Grupo 2
Nosotros pensamos que lo importante es tener en cuenta el tipo de alimentos que tiene el producto, y saber cuánta grasa aporta, para así saber si nos hace daño o no.	Carga nutricional, fecha de vencimiento, tabla de alimentos o ingredientes, modo de fabricación. Grupo 3
A nosotros nos gusta mucho el medio ambiente, por eso observamos que el paquete tiene harina de trigo fortificada, aceite vegetal y una invitación a cuidar el medio ambiente.	Atención al cliente, fecha de vencimiento, contenido del producto. Grupo 4
No sabíamos cómo escoger las categorías, pero Paulina sabe mucha matemática y ella nos explicó. Entonces nos fijamos en el precio al que lo venden.	Precio por unidad, fecha de vencimiento, país de fabricación. Grupo 8

Fuente: Elaboración propia de los autores (2015)

En este momento los estudiantes participaron al dar sugerencias de qué observar, qué considerar y qué analizar frente al diseño de una guía del consumidor. Los estudiantes tomaron decisiones sobre qué observar y argumentaron las decisiones, para lo que tuvieron en cuenta lo que han escuchado en la escuela o fuera de ella o lo que ellos y sus padres hacen en casa. También, según lo que observan, no saben y les genera curiosidad.

¹⁷ Los estudiantes de la institución comprenden que mecato es un dulce, golosina o comida ligera de diferentes sabores.

Aquí se dio un compromiso más amplio, los estudiantes empezaron a configurar sus

criterios de elección (Gordillo, 2006) cuando comenzaron a tomar parte en las decisiones de compra o las realizaron de forma directa.

Las observaciones realizadas por los estudiantes fueron dadas a conocer en el *Semillero de matemáticas* y, a partir de ellas, cada grupo de trabajo estableció criterios que podrían considerarse a la hora de diseñar la guía para la compra de los mecatos.

En la puesta en común surgieron diferentes criterios para considerar en el diseño de la guía, así que algunos grupos de trabajo propusieron unificar los criterios, situación que fue avalada por el común del grupo.

Así, cuestionamos a los estudiantes sobre qué criterios incluir a la hora de diseñar la guía y por qué. En la Tabla 4 presentamos algunas de las manifestaciones del grupo.

Tabla No. 4
Criterios previos de clasificación

¿Qué criterios incluirías en el diseño de la guía del consumidor?	¿Por qué eliges ese criterio?	
Fecha de vencimiento.	Porque yo me comí algo que ya estaba vencido, entonces sería bueno que las personas se fijen en eso.	Sofía
Tabla de alimentos.	Debemos saber qué tipo de alimentos contiene para saber si es saludable para nosotros o no, y así saber cuánto podemos comer.	Valentina
Carga nutricional	Porque esto nos indica el consumo calórico y la cantidad de energía que esto nos aporta en nuestra vida.	Santiago
Atención al cliente	Porque como compradores tenemos derecho a que nos escuchen nuestras quejas e inquietudes.	Paulina
Precio por unidad	Para poder saber qué es más económico para nosotros.	Juan José

Fuente: Elaboración propia de los autores (2015)

Se eligieron 10 criterios previos de clasificación comunes a todo el *Semillero de matemáticas*: fecha de vencimiento, carga nutricional, peso neto, atención al cliente, tabla de alimentos o ingredientes, contenido del producto, precio por unidad, sabor, modo de fabricación y país de fabricación.

Los estudiantes argumentaron sus posturas sobre los criterios a incluir. Lo anterior

demonstró una motivación para actuar. Las contribuciones y el ser propositivos frente a una situación dio cuenta en los estudiantes de una *participación* más activa (Gorgorió y Prat, 2008).

Al compartir sus ideas se animó a los estudiantes a negociar, discutir, escuchar a los demás y respetar sus ideas. “Esta es una forma de trabajar los temas políticos y de la democracia en la micro sociedad del aula” (Araújo, 2009, p. 65, original en portugués).

Esta *participación* fomenta en los estudiantes la expansión de la autonomía, que tiene como objetivo proporcionar la lectura y expansión de la visión del mundo, el desarrollo del pensamiento autónomo y contribuir al pleno ejercicio de la ciudadanía (Araújo, 2009).

4.1.2 Obesidad y delgadez en el país

En el segundo ambiente de modelación pretendimos concientizar a los estudiantes sobre los problemas de obesidad y delgadez en Colombia y su prevención, así como discutir alcances y usos de los modelos matemáticos.

El ambiente inició con discusiones en torno a las estadísticas reportadas sobre la cantidad de personas en Colombia con obesidad. Al respecto, algunos estudiantes manifestaron: “profes lo que pasa en el país es grave, las encuestas dicen que uno (1) de cada dos (2) colombianos es obeso, esto es un valor muy alto para el país, porque es la mitad”, “profe el porcentaje nos indica lo que valen esos departamentos relacionados con Colombia”, “profe tenemos un gran problema por la obesidad, entonces las personas se van a enfermar más”. “profes debería hacerse algo sobre esto, que todos estemos más comprometidos a alimentarnos bien para tener una buena salud”. (Verbalizaciones de los estudiantes, 14 de Octubre del 2014).

Lo anterior permitió reconocer los riesgos para la salud y la problemática por la que

pasa el país a nivel nutricional, así como identificar algunos asuntos matemáticos como el porcentaje y la estadística. A partir de las estadísticas presentadas reconocimos el *IMC* como un índice que proporciona una medida del sobrepeso y la delgadez y que sirve como factor para determinar los rangos presentados.

Una vez discutidos los primeros asuntos los estudiantes realizaron el cálculo del *IMC* propio. Para el cálculo del *IMC* los estudiantes trabajaron en grupos y emplearon el modelo matemático de Quetelet, modelo igual para todas las personas:

$$IMC = \frac{\text{Peso (Kg)}}{\text{Estatura}^2 (m)}$$

Aquí reflexionamos sobre lo que es el *IMC*, para qué y cómo puede ayudar en el diario vivir de los estudiantes. Así discutimos por ejemplo, que el *IMC* es el índice de masa corporal, kilogramos por metro cuadrado, que es el índice que mide la dimensión corporal, el cual indica el área ocupada por el cuerpo en el espacio.

En este cálculo los estudiantes se confundieron al tomar su estatura al cuadrado y el peso en kilogramos, y expresaron asuntos como: “vamos a medir nuestro *IMC* en kilogramos o cuadrados” (Verbalizaciones de los estudiantes, 16 de Octubre del 2014). Sin embargo, hubo otros estudiantes que comprendieron la medición en centímetros o metros y en kilogramos. Lo anterior permitió que se diera un diálogo para tomar decisiones y llegar a acuerdos en cuanto a las unidades de medida del *IMC*. Una vez obtenido el valor numérico para el *IMC* los estudiantes se inquietaron por conocer cuál significado tienen los valores.

Para interpretar el número obtenido al calcular el *IMC* presentamos a los estudiantes los valores de clasificación de la Organización Mundial de la Salud (*OMS*), que describen el *IMC* en la población de hombres y mujeres mayor de 18 años; por ser las interpretaciones más

encontradas en los medios. En este punto uno de los estudiantes manifiesta: “pero todos

nosotros estamos muy, muy abajo del *IMC adecuado*, ¿por qué pasa esto?” (Verbalizaciones de los estudiantes, 21 de Octubre del 2014), los estudiantes notaron que su *IMC* es muy bajo en comparación con los valores dados, y que al parecer se encuentran bajos de peso.

En este momento preguntamos a los estudiantes si ¿existen interpretaciones diferentes para el valor obtenido en el cálculo del *IMC*? Para resolver esta inquietud fue necesario que los estudiantes indagaran sobre otros criterios generados por la *OMS*. Al respecto, uno de los estudiantes indagó y contó al grupo: “la *OMS* tiene tablas diferentes para las edades y los géneros, nosotros debemos usar otras tablas” (Verbalizaciones de los estudiantes, 21 de Octubre del 2014).

Con ayuda de la nutricionista dietista, los estudiantes reportaron que la *OMS* utiliza el *IMC/Edad* como único parámetro para analizar la relación del peso y la estatura en el grupo de edades de 5 a 18 años. El valor hallado para el *IMC* es analizado en las gráficas de *IMC/Edad*, las cuales varían según la edad y el género. Esta variación se da porque existen diferencias relacionadas con el sexo, que son evidentes en el momento de nacer y en la pubertad. De esta manera fue posible que los estudiantes clasificaran los valores obtenidos por ellos, involucrándose en la indagación de los estándares establecidos por la *OMS* para determinar sus principales características.

A partir de este trabajo, reflexionaron en torno a problemáticas sociales en donde las matemáticas son fundamentales para dar respuesta a muchos interrogantes, entre ellos el *IMC*. Lo anterior les demandó tomar datos auténticos de la situación, procesar dichos datos, aplicar un modelo matemático y dar a conocer los procedimientos y los resultados con sus compañeros de clase. En este sentido, el grupo se involucró de manera directa en la búsqueda de la solución del

problema sobre el peso y al alimentación y en las discusiones del mismo, más allá de los

límites de la clase, lo que implicó un mayor compromiso de los estudiantes con problemas externos a la escuela (Araújo, 2009).

Los estudiantes encontraron en el cálculo del *IMC* asuntos matemáticos y nutricionales en torno a los cuales hicieron una reflexión con el fin de aproximarse a una posible solución a las problemáticas presentadas. De esta manera, identificaron que las matemáticas pueden dar indicios sobre si una persona presenta obesidad o delgadez, sin dejar de lado la idea de que el modelo no es absoluto, pues tiene, como todos los modelos, un campo de aplicación y campos en los cuales no puede ser aplicado. Frente a lo anterior la perspectiva socio-crítica según Barbosa (2001a) enfatiza en reconocer hasta qué punto pueden o no usarse los modelos en la sociedad.

4.2 Proponer una solución o soluciones a la situación. Contribuciones a partir de la matematización

En los ambientes de modelación que se desarrollaron, los estudiantes iniciaron procesos de matematización. Todo el proceso dio lugar a una preocupación por las matemáticas como una forma de entender la situación y de ofrecer una solución que sirva en la realidad. A continuación describiremos cómo se dio el proceso tanto en la situación de la guía del consumidor, como en la del *IMC*.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

4.2.1 ¿Qué es una guía del consumidor?

En el primer ambiente de modelación, los estudiantes resaltaron que el nombre de los criterios por si solo es insuficiente para construir la guía, que es necesario indagar qué significado tienen los criterios. Los estudiantes buscaron información adicional sobre los criterios para tomar decisiones sobre qué criterios usar o no. Indagaron en grupos de trabajo sobre los 10 criterios previos a partir de entrevistas a sus profesores y familiares y de consultas en Internet.

Al hacer las investigaciones, los grupos de trabajo identificaron, entre otros elementos, que en el país existen leyes que reglamentan los criterios previos que elegimos y se interesaron en algunos. A continuación ejemplificamos las indagaciones que realizaron los estudiantes y la problematización que se generó.

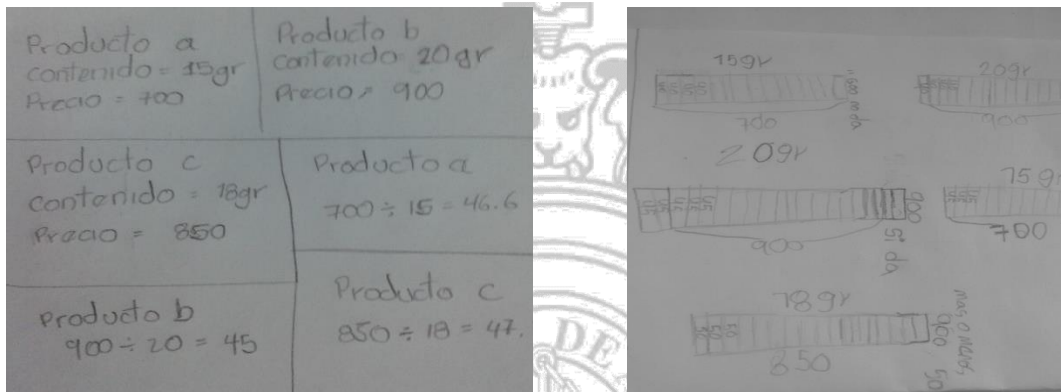
Un grupo de estudiantes descubrió que algunos de los criterios que presentamos en el aula de clase son tenidos en cuenta por la *SIC* para generar guías para consumidores; por ejemplo, frente al criterio precio por unidad encontraron que “en la actualidad, todos los bienes susceptibles de ser vendidos por unidad de medida, es decir, por cantidad de masa, volumen o longitud deben indicar el precio por unidad de medida” (*SIC*, p. 26).

En esta indagación reflexionamos con los estudiantes que el precio por unidad de medida es útil cuando, por ejemplo, un mismo producto es vendido en presentaciones de diferentes tamaños, pues permite identificar el más económico, que no implica que sea el que aparece con un precio de venta inferior. Los estudiantes discutieron sobre esta afirmación y presentaron sus argumentos al respecto.

En la Figura 1 mostramos la comparación realizada por dos (2) grupos de trabajo sobre un producto que es ofrecido en el país en tres (3) presentaciones diferentes.

Figura No. 1

Comparación de productos. Producción escrita de los grupos 1 y 3.



Fuente: Producciones de los estudiantes (2014)

Ambos grupos de trabajo reconocieron que para saber la relación entre el precio y el contenido es necesario comparar el costo del producto y la cantidad ofrecida en el producto, para determinar cuánto vale la unidad de esa cantidad ofrecida. En la comparación los estudiantes emplearon las matemáticas como una herramienta para dar respuesta a su problema.

Otro de los grupos discutió sobre la carga nutricional que aparece en los productos. Indagaron que allí se explicita la información del contenido y las propiedades nutricionales del alimento.

En este punto, cuestionamos a los estudiantes sobre las características generales que deben ir en el rotulador nutricional. Juntos construimos una tabla, mostrada en la Figura 2, que contiene las características nutricionales comunes en todos los paquetes. Al estudiar la significación de cada uno de los componentes de la tabla, cuestionamos las características de cada uno de ellos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Figura No. 2
Valores de referencia de nutrientes (VRN)

¿Qué es valor energético?
¿Qué son las Kcal... y los Kj?

Nutrientes:
¿Qué son?
¿Para qué sirven?
¿En qué alimentos se encuentran?

INFORMACIÓN NUTRICIONAL		
Porción ... g o ml (medida casera)	Cantidad por porción	
	...kcal=...kil	% VD (*)
Valor energético		
Carbohidratos	...g	
Proteínas	...g	
Grasas totales	...g	
Grasas saturadas	...g	
Grasas trans	...g	(No declarar)
Fibra alimentaria	...g	
Sodio	...mg	
No aporta cantidades significativas de.... (Valor energético y/o		
El/los nombre/s del/de los nutriente/s) (Esta frase se puede emplear cuando se utilice la declaración nutricional simplificada)		
(*) % Valores con base a una dieta de 2.000 k/cal. Sus valores diarios pueden ser mayores o menores dependiendo de sus necesidades energéticas.		

¿Qué significa porción?

¿Qué es % VD?
¿Para qué me sirve esa información?

Fuente: Producciones de los estudiantes (2014)

Uno de los grupos manifestó interés por los Valores de Referencia de Nutrientes (VRN), así que preguntamos a los estudiantes por el significado de los valores, en especial, por el porcentaje que cubre una porción del alimento que contiene cinco (5) gramos de fibra. Un grupo realizó una representación simbólica para analizar la situación propuesta. En los estudiantes que aquí mencionamos, la idea de incógnita aparece como una manera de modelar una relación de proporcionalidad entre dos (2) cantidades. Mostramos dicha representación en la Tabla 5.

Tabla No. 5
VRN para un producto. Transcripción del trabajo realizado por el grupo 2

$$\begin{aligned}
 &25 \text{ gramos de fibra} = 100\% \text{ del VRN} \\
 &5 \text{ gramos de fibra} = x \\
 &x = \frac{100 * 5}{25} = 20
 \end{aligned}$$

Fuente: Elaboración propia de los autores (2015)

La búsqueda de información y el trabajo en equipo fueron importantes en la preparación del modelo que requirió una actitud participativa en la que se mostraron curiosidad y creatividad.

Durante la matematización dimos voz a los estudiantes, lo que les hace sentir que su

participación es importante para el desarrollo de la actividad y para la comprensión entre sus compañeros.

La *participación* aparece al tomar parte de la situación, cuando los estudiantes se implicaron en el análisis de la información que se les ofreció (Gordillo, 2006). En este caso, participaron con el compromiso como consumidores, al procurar conocer todas las alternativas existentes de productos, clasificar de forma correcta cada una en términos de ventajas y desventajas, e identificar las mejores alternativas.

Basados en la discusión sobre las investigaciones de los 10 criterios previos, cada grupo de trabajo eligió cuatro (4) criterios de clasificación y elaboró la guía que debería tener en cuenta un consumidor a la hora de hacer una compra. Para esta elección tuvieron en cuenta las matemáticas como una herramienta para dar explicación al porqué incluir cada criterio.

Los estudiantes asumieron la creación de las guías como un problema que cualquier persona podría enfrentar en el día a día. Esta experiencia favoreció su motivación y su interés para ofrecer una posibilidad de orientar a un consumidor. Lo anterior se consolidó como una forma de *participación*.

Se puede ver en el trabajo de los estudiantes que la modelación propició la construcción de diferentes representaciones que están vinculadas a asuntos matemáticos y a su contexto cercano, lo que indica que la modelación puede ayudar en la exploración y construcción de significado a los conceptos matemáticos.

4.2.2 Obesidad y delgadez en el país

En el segundo ambiente de modelación se contó con la presencia de una profesional en Nutrición y Dietética con quien problematizamos los valores numéricos obtenidos con el cálculo del *IMC* y clasificamos los resultados numéricos del *IMC* en las gráficas *IMC/Edad* para hombres y mujeres entre los 5 y los 18 años, establecidas por la *OMS*.

Para clasificar esta información, en primer lugar, explicamos el cálculo de la edad, según el número de años y meses cumplidos; este cálculo fue de fácil comprensión por los estudiantes. A continuación, mostramos en la Tabla 6 el cálculo realizado por Tomás.

Tabla No. 6
Cálculo de la edad. Transcripción de producción escrita de Tomás el 21 de octubre de 2014

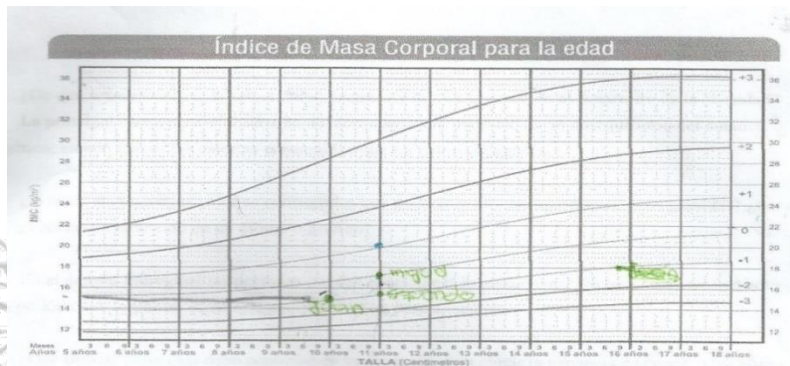
Cálculo de mi edad
Nací el 30 de junio del 2002
El 30 de junio de 2014 cumplí 12 años.
30 julio pasa 1 mes
30 agosto pasan 2 meses
30 septiembre pasan 3 meses
30 octubre pasan 4 meses
Entonces tengo 12 años y 3 meses porque hoy es 21 de octubre.

Fuente: Elaboración propia de los autores (2015)

Al clasificar la información en las gráficas, los estudiantes realizaron discusiones matemáticas y nutricionales en torno a los resultados del cálculo del *IMC*.

En segundo lugar, dialogamos con los estudiantes sobre la lectura de las gráficas; ellos expresaron la similitud entre las gráficas de crecimiento con el plano cartesiano. Con el cálculo de los componentes se trazaron las líneas que salen de cada eje y se procedió a verificar el punto donde se interceptaron. La relación se muestra en la Figura 3.

Figura No. 3.
Ubicación del IMC. Producción de los estudiantes



Fuente: Producciones de los estudiantes (2014)

Algunos estudiantes notaron que su peso corporal era diferente al arrojado por los cálculos; y muchos manifestaron que iban a realizar el ejercicio con otros compañeros y con familiares, ya que les pareció algo fácil de hallar y que sería útil que diferentes personas lo conocieran.

Algunos estudiantes presentaron cuestionamientos sobre sus prácticas alimenticias, lo que los llevó a pensar y actuar sobre sus hábitos en pro de una mejor salud.

Sus interacciones pusieron en evidencia una *participación* espontánea, que generó discusiones matemáticas grupales.

Basados en las lecturas e interpretaciones realizadas por los estudiantes frente a la clasificación de su *IMC*, problematizamos el modelo matemático para el cálculo del *IMC*, y los cuestionamos por asuntos como ¿será útil este cálculo para todas las personas?, ¿el cálculo es exacto?, ¿es suficiente este cálculo para determinar si una persona tiene sobrepeso o delgadez?, ¿qué cuestiones hay que tener en cuenta a la hora de dar un diagnóstico sobre una persona?, ¿qué asuntos matemáticos son cuestionables en el cálculo?

De acuerdo con el análisis del modelo para el cálculo *IMC*, a las discusiones con los investigadores y al cálculo de su propio *IMC*, los estudiantes plantearon diversos asuntos

matemáticos y nutricionales en torno al modelo matemático de Quetelet, los cuales

detallamos en la Tabla 7.

Tabla No. 7
Asuntos analizados al modelo del IMC

Asuntos nutricionales	Asuntos matemáticos
El modelo plantea criterios de delgadez y obesidad sin tener en cuenta la composición corporal; o sea, los componentes del peso corporal.	El modelo no es muy preciso y podría presentar errores pues relaciona medidas de dimensiones distintas, ya que, el peso es tridimensional y la altura es de una dimensión y aunque se eleve al cuadrado, no se iguala la dimensión, y por lo tanto los cálculos realizados no son correctos.
El modelo crea un impedimento cuando tenemos que evaluar deportistas de alto rendimiento, que pueden tener un alto valor en el peso corporal; pero a partir de un alto porcentaje de músculos y de masa corporal activa en general y bajos niveles de grasa.	Los instrumentos de medida que empelamos no son los más adecuados, y generan margen de error alto.
Como nutricionalmente se sabe que el cálculo no es exacto, es necesario recurrir a otros asuntos nutricionales, como la composición corporal, para determinar si el peso obtenido es dado por tejido muscular o por tejido graso.	Es necesario desarrollar otro índice de masa corporal que sea más exacto.

Fuente: Elaboración propia de los autores (2015)

El modelo matemático usado apareció como una manera de generar primeros indicios del estado nutricional, pero se definió que requiere de una valoración profunda por los especialistas. Además, la precisión del modelo se relaciona con dos (2) aspectos: el primero en relación con la no precisión de los instrumentos de medida, y el segundo en relación con la falibilidad que tienen por naturaleza los modelos matemáticos.

En los asuntos planteados por el grupo se hizo evidente que empezaron a reflexionar sobre nociones matemáticas, preocupándose por las matemáticas como forma de entender asuntos propios de su realidad, lo que promovió en ellos la *participación*.

Es de anotar que a pesar de que los estudiantes encontraron algunas dificultades con el modelo, comprendieron la importancia del análisis más allá del resultado que arroja el cálculo del *IMC*, para tomar posición con respecto a lo que nos compete; en este caso, si se sufre de obesidad o delgadez.

También, experimentaron que a través del análisis de un modelo matemático pueden

establecerse parámetros para la salud. Los parámetros se definen a nivel individual al hallar y clasificar el *IMC*; a nivel grupal al analizar los porcentajes epidemiológicos propuestos por la *OMS*. Aquí, la modelación apareció como una estrategia para analizar y valorar los modelos, lo que empezó a generar en los estudiantes una postura diferente frente a las matemáticas en situaciones cercanas a ellos.

5. Conclusiones

El objetivo de este artículo fue analizar, a partir de las manifestaciones orales y escritas, las acciones y las explicaciones de los estudiantes, las interacciones y las contribuciones como una forma de *participación*. La *participación* fue analizada en las formas de actuar y de comprometerse de los estudiantes cuando se enfrentaron a la modelación en la perspectiva socio-crítica de la modelación.

Del análisis de los momentos surgió que cuando los estudiantes son involucrados en este tipo de ambientes de modelación su *participación* se caracteriza por las interacciones y las contribuciones que se asumen como elementos que ayudan a construir las comprensiones necesarias para el aprendizaje en el discurso matemático del aula de clase.

De lo anterior concluimos que la interacción es la acción de socializar ideas y compartir con los demás puntos de vista, conocimientos, reflexiones, sentimientos, hallazgos y posturas con respecto a un objeto de estudio. Cabe aclarar que la interacción no consiste simplemente en un mensaje y una respuesta, sino en una serie de discusiones espontáneas y coherentes entre

estudiantes, con o sin la participación del profesor, para lo cual es necesario que la

actividad se oriente a fomentar el análisis de diversos puntos de vista y la toma de posición al respecto. Por su parte las contribuciones se conciben como los aportes a las discusiones y a la actividad que se realiza, estas van más allá de *estoy de acuerdo* o *no me parece*; y se vinculan mucho más con los aportes productivos, que agregan valor a lo que se discute, que ayudan a otros a expresar lo que piensan y a explorar nuevas áreas.

Los resultados de este estudio muestran que los ambientes de modelación en Educación Primaria diseñados en la perspectiva socio-crítica favorecen espacios de diálogo y acción hacia una *participación* reflexiva y propositiva de los estudiantes. Para que la *participación* sea cada vez más reflexiva y propositiva y llegue a incidir en la realidad de los estudiantes, se necesita promover y facilitar ambientes que favorezcan la comunicación, el diálogo, y el compromiso entre los participantes.

Las diferentes formas de actuar y de comprometerse de los estudiantes en los ambientes de modelación propuestos dejan ver cómo comunican sus ideas al grupo de modo que sean comprensibles y como poco a poco aprenden a escuchar las ideas de los compañeros, incluso cuando no coinciden con su perspectiva.

En este contexto, los estudiantes participaron en grupo, al explicar sus ideas y contrastarlas con las de los demás. De este modo, como afirma Araújo (2009) los estudiantes negocian, discuten, escuchan a los demás y respetan sus ideas. Esta es una forma de trabajar los temas políticos y de la democracia en la micro sociedad del aula de clase.

Las características del diseño de los ambientes de modelación propuestos en esta

investigación posibilitó la *participación* en tanto que promueve que los estudiantes se consideren entre sí como voces fundamentales en la construcción del conocimiento propio y del de los demás.

Por otra parte, en cuanto a la *participación* en los procesos de aprendizaje matemáticos se hace evidente que se trasciende el contenido concreto y se generan actitudes que pueden variar de una disposición favorable y comprometida hacia el aprendizaje matemático.

Los estudiantes se involucraron en los ambientes de modelación, al desarrollar procesos matemáticos que les permitieron comunicar el proceso y el producto de su actividad y la valoración de la calidad de los procesos, mediante sus actuaciones.

En los dos (2) ambientes de modelación mencionados en este artículo se produjo una transformación en relación con la *participación* de los estudiantes en la práctica de las matemáticas (Wenger, 1998) ya que no había, en un principio, actitudes de discusión, diálogo y reflexión en torno a asuntos propios de las matemáticas y a problemáticas sociales en donde las matemáticas son fundamentales para dar respuesta a muchos interrogantes.

Los participantes, lograron movilizar su *participación* al resolver situaciones de su contexto cercano. Lo anterior se evidencia en el incremento de actuaciones como: expresarse en público de manera oral y escrita; compartir y desarrollar el significado matemático con sus compañeros de forma oral y escrita; expresar, discutir y compartir de forma oral o escrita sus ideas y significados matemáticos. La *participación* en este tipo de ambientes de modelación les permitió a los estudiantes comunicar, discutir y argumentar significados matemáticos en la clase.

En este artículo mostramos que existen casos en los cuales la *participación*, a pesar

de sus múltiples manifestaciones y características, se torna en un factor protagónico para propender por los objetivos trazados en la perspectiva socio-crítica de la modelación.

En otras palabras, en ambientes de modelación en donde la *participación* de los estudiantes se torna pasiva y se basa en el seguimiento de instrucciones dadas por los profesores, con dificultad se tendrán experiencias en las cuales los estudiantes se identifiquen como sujetos capaces de producir matemáticas e interpretar y reconocer su rol en la sociedad. Por el contrario, en ambientes de modelación como los descritos en este artículo, se promueven formas de *participación* más activa en las cuales los estudiantes reflexionan, dialogan, toman decisiones y asumen posturas críticas; todo ello coincide con los propósitos de la perspectiva socio-crítica de la modelación.

6. Agradecimientos

Aunque no sean responsables por los elementos acá expuestos, agradecemos a los profesores Walter Fernando Castro Gordillo y Jorge Bañol Gutiérrez por la lectura y crítica realizadas a versiones preliminares de este artículo. Agradecemos también a la Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes por permitir que la investigación se llevara a cabo con los miembros de su comunidad, y al Comité para el desarrollo de la investigación (CODI) de la Universidad de Antioquia por el apoyo financiero al desarrollo de la investigación “la formación inicial de profesores. Aportes de la modelación matemática y las tecnologías digitales” código FPP01 febrero de 2014.



7. Referencias bibliográficas

- Alves-Mazzotti, A., y Gewandsznajder, F. (1999). *O Método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira.
- Araújo, J. (2002). *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. (Tese de doutorado). Instituto de geociências e ciências exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.
- Araújo, J. (2009). Uma abordagem socio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria revista de educação em ciências e tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de educação matemática*, 26(43), 839-860.
- Bahmaei, F. (2013). Mathematical modelling in primary school, advantages and challenges. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(9), 3–13.
- Barbosa, J. (2001a). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Reunião anual da ANPED*, 24, 1-15.
- Barbosa, J. (2001b). Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, 15, 5-23.
- Barbosa, J. (2003a). What is mathematical modelling?. En S. Lamon, W. Parker y S. Houston. (Ed.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA 11* (pp. 227-234). England: Horwood Publishing Limited.
- Barbosa, J. (2003b). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva, Erechim (RS)*, 27(98), 65-74.
- Barbosa, J. (2004). Modelagem Matemática na Sala de Aula. En VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Universidade federal de Pernambuco.
- Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38(3), 293-301.
- Barbosa, J. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. En M. Blomhøj, S. Carreira. (Eds.), *Mathematical applications and*

modelling in the teaching and learning of mathematics (pp. 133-144). Dinamarca:
Roskilde University.

- Biembengut, M. (2007). Modelling and applications in primary education. En W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss. (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 451-456). New York: Springer.
- Biembengut, M., y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. W., y Niss, M. A. (Eds.) (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York: Springer.
- Bogdan, R., y Biklen, S. (2007). *Research for education. An introduction to theories and methods*. New York: Pearson.
- Civil, M., y Planas, N. (2004). Participation in the mathematics classroom: does every student have a voice?. *For the learning of mathematics*, 7-12.
- English, S. (2003). Mathematical modelling with young learners. En S. Lamon, W. Parker y S. Houston. (Ed.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA 11* (pp. 19-33). England: Horwood Publishing Limited.
- English, L. (2006). Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide. *Educational studies in mathematics*, 63(3), 303-323.
- English, L. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM-The international journal of mathematics education*, 41(1-2), 161-181.
- English, L. (2010). Mathematical modelling in the primary school. En I. Putt, R. Faragher, y M. McLean. (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (pp. 207-214). Australia: Cook University.
- Ferreira, D., y Wodewotzki, L. (2007). Modelagem matemática e educação ambiental: uma experiência com alunos do ensino fundamental. *Zetetike*, 15(28), 63-85.
- Gordillo, M. (2006). Conocer, manejar, valorar, participar: los fines de una educación para la ciudadanía. *Revista Iberoamericana de Educación*, (42), 69-84.
- Gorgorió, N., y Prat, M. (2008). Jeopardizing learning opportunities in multicultural mathematical classrooms. En K. Kumpulainen, y M. Cesar. (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in Multicultural Settings* (pp. 145-170). Sense Publishers.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.

Luna, A. y Alves, J. (2007). Modelagem matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. En V Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática, 5, 855-876.

Malinen, S. (2015). Understanding user participation in online communities: a systematic literature review of empirical studies. *Computers in human behavior*, 46(22), 8–38.

Montero, M. (1993). La participación: significado, alcances y límites. *Participación: ámbitos, retos y perspectivas*, 7-20.

Silva, C., y Kato, L. (2012). Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica?. *Boletim de educação matemática*, 26(43), 817–838.

Skovsmose, O., Scanduzzi, P., Valero, P. y Alrø, H. (2011). Aprender matemáticas en posición de frontera: los porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasilera. *Revista Educación y Pedagogía*, 23, 103-124.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. New York: Cambridge University Press.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

2.3 Artículo 3. Motivación, maneras y contenido de la *participación* de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática

Mónica Marcela Parra-Zapata¹⁸
Jhony Alexander Villa-Ochoa¹⁹

Resumen. En este artículo presentamos los resultados de una investigación cualitativa que analizó la *participación*, en tres (3) episodios, de un grupo de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática diseñados con algunas características de la perspectiva socio-crítica. Como resultado del análisis, proponemos unas tipologías que ayudan a entender la *participación* de los estudiantes en ambientes de modelación matemática. Inferimos que cuando se involucran en dichos ambientes que favorecen la *participación*, se comprometen de maneras diferentes acorde con sus experiencias. El compromiso con respecto a este ambiente se hace evidente en sus diálogos, sus maneras de actuar y sus producciones.

Palabras clave: Educación Matemática, Modelación matemática, Educación Primaria, Ambiente de modelación, *participación*.

1. Introducción

Existe un aumento de investigaciones en la literatura universal relacionadas con la modelación²⁰ en Educación Matemática. Una muestra de ello son las continuas publicaciones de la serie *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* editada por Kaiser y Stillman, las publicaciones en revistas especializadas, actas de congreso, etc.

¹⁸Magíster en Educación. Línea Educación Matemática. Universidad de Antioquia.

E-mail: monica.parra@udea.edu.co

¹⁹Doctor en Educación. Línea Educación Matemática. Universidad de Antioquia.

E-mail: jhony.villa@udea.edu.co

²⁰Emplearemos a lo largo de este artículo la palabra modelación para hacer alusión a la modelación matemática en Educación Matemática.

Todo ello evidencia el creciente interés en la modelación y el grado de consolidación

que tiene como un dominio de investigación en los procesos de la enseñanza y el aprendizaje de la Educación Matemática (Blum et al., 2007).

En este campo, la modelación se reconoce a partir de las posibilidades que ofrece, y se une a la idea de involucrar en el aula de clase de matemáticas, estrategias en las prácticas educativas que permitan al docente tener una mayor gama de herramientas que promuevan en el estudiante el avance en la construcción de los conceptos matemáticos a partir del análisis, la exploración, la comprensión y la contextualización de situaciones que les son cercanas. Así, incorporar la modelación en la clase de matemáticas subyace a la idea de que cuando los estudiantes se enfrentan a algunas situaciones de su contexto pueden explorar diferentes formas de representarlas en términos matemáticos.

Las diferentes discusiones en las investigaciones presentadas en la literatura internacional en el campo de la modelación en Educación Matemática (en especial las investigaciones presentadas en eventos y revistas internacionales como ICTMA, CIAEM, ALME, ICME, entre otros) permiten observar que no hay homogeneidad frente a la comprensión del tema en sus fundamentos epistemológicos y frente a sus posibilidades en el aula de clase, Kaiser y Sriraman (2006).

Kaiser y Sriraman (2006) reportaron que distintas perspectivas dan cabida a posturas variadas en la investigación sobre la modelación en el aula de clase y presentaron una clasificación de seis (6) perspectivas, sobre los enfoques investigativos de la literatura internacional: realista, contextual, educacional, socio-crítica, epistemológica o teórica y la meta-perspectiva cognitiva.

Estas perspectivas ponen en evidencia intereses investigativos distintos.

Luna y Alves (2007) destacan que, a través de la modelación, los estudiantes de

Educación Primaria interactúan con conocimientos matemáticos, con sus usos y reflexionan de forma crítica y reflexiva sobre los mismos a partir de diferentes contextos.

Araújo (2012) menciona que a partir del debate, la negociación, la escucha y el respeto a las ideas de otros, la modelación en la perspectiva socio-crítica puede dar a los estudiantes elementos para comprender de forma crítica el mundo circundante, para reflexionar sobre el rol de las matemáticas en la sociedad, para discutir las ideas en el contexto social en el que aparecen, para adquirir el conocimiento y las habilidades necesarias para usar los conocimientos, y para ofrecer la oportunidad de que se represente, analice, modele y tome decisiones respecto a una situación de su cotidianidad.

Por su parte, Barbosa (2003a) plantea que la modelación en la perspectiva socio-crítica es vista como medio para cuestionar los roles que tienen los modelos matemáticos en la sociedad, a partir del aprendizaje de conceptos matemáticos y el desarrollo de competencias de modelación. Así, para el autor, la promoción del pensamiento crítico de los estudiantes y de las discusiones reflexivas, que les permitan discutir con las matemáticas y otras disciplinas en situaciones del día a día, son un objetivo central de la modelación en la perspectiva socio-crítica.

De acuerdo a lo anterior resaltamos que, en esta perspectiva, la modelación es un proceso en el que se discuten las ideas en el contexto social en el que aparecen, en el que el estudiante toma posturas críticas que quizás le serán útiles para comprender o transformar su sociedad. Por lo tanto, va más allá de ser una estrategia de enseñanza de conceptos matemáticos o habilidades para resolver problemas del mundo real; aquí la modelación ofrece la oportunidad de que se represente, analice, y tome decisiones respecto a una situación de su cotidianidad.

Respecto a la perspectiva socio-crítica de la modelación encontramos en la literatura

pocos trabajos que se preocupen por tales aspectos en la Educación Primaria.

En particular, en ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica y en la Educación Primaria, se reconoce la importancia de la *participación* de los estudiantes en la construcción del modelo y en la sociedad, mas no se detalla ni se evidencia una preocupación por ella como objeto de investigación. No tomar la *participación* como objeto de estudio dentro de la investigación puede dejarla supeditada a una idea general y homogénea en modelación.

Por lo anterior, en esta investigación nos ocupamos de estudiar y discutir la manera en que un conjunto de estudiantes de quinto grado participó en ambientes de modelación diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación; los modos de *participación* han de ofrecer ideas sobre la actividad matemática desarrollada al interior de la modelación. De forma especial, en este artículo nos preocupamos por analizar la *participación* a partir del compromiso con respecto al ambiente de modelación; este compromiso se hizo evidente en los diálogos, maneras de actuar y en las producciones de los estudiantes.

Iniciamos el artículo con una discusión teórica sobre la modelación como ambiente de aprendizaje y sobre la *participación* de manera general y en la perspectiva socio-crítica de la modelación. Luego detallamos el contexto y la metodología de este estudio y presentamos tres (3) episodios que ocurren durante la puesta en marcha de los ambientes de modelación. Así como los resultados del análisis de los episodios.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

2. *La participación en ambientes de modelación matemática en la perspectiva socio-crítica*

Partimos de la idea de modelación como un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes son invitados a problematizar e investigar situaciones con referencia en la realidad por medio de las matemáticas. . Problematizar es crear preguntas y levantar cuestiones sobre problemas de la realidad. Investigar es un proceso de búsqueda, selección, organización y análisis para resolver problemas de la realidad (Barbosa, 2001a).

A partir de una invitación del profesor, los estudiantes pueden formular cuestiones o crear preguntas sobre un tema de interés fuera de las matemáticas escolares y procurar explicaciones para el problema y para eso deberá seleccionar, organizar y manipular informaciones, construir soluciones y reflexionar sobre ellas. La invitación es la forma en la que el profesor presenta y acompaña la tarea escolar de los estudiantes de modo que no represente una obligación (Barbosa, 2007).

Los ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica tienen presente el interés de formar sujetos capaces de actuar de manera activa en la sociedad y de analizar la forma en que las matemáticas son usadas en los debates sociales (Araújo, 2009).

Silva y Kato (2012) caracterizaron los ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica con relación a una serie de acciones que los constituyen, a saber: i. *participación* activa de los estudiantes en la construcción de modelos. ii. *participación* activa del estudiante en la sociedad. iii. La situación o fenómeno a modelar ha de ser un problema no matemático de la realidad. iv.

Actuación del profesor como mediador.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Las investigaciones de Araújo (2002, 2012, 2009) nos permiten deducir cinco (5)

características de la perspectiva socio-crítica: i. abordar o resolver un problema no matemático de la realidad por medio de las matemáticas. ii. la situación o problema de la realidad es escogida por los estudiantes. iii. promoción del trabajo en grupo para generar asuntos políticos y democráticos en el aula de clase. iv. inserción crítica de los estudiantes en su realidad. v. problematizar el papel de las matemáticas en la construcción del progreso y cuestionar el uso que se ha hecho de ella como instrumento de poder.

Apoiados en la comprensión que presenta Barbosa (2003a, 2003b, 2001a, 2001b, 2006, 2009) sobre la modelación en la perspectiva socio-crítica, reconocemos al menos cuatro (4) características importantes de los ambientes de modelación en esta perspectiva, a saber: i. situaciones tomadas del cotidiano de los estudiantes que pueden abarcar asuntos de las matemáticas o de otras áreas del conocimiento. ii. producción de modelos para problematizar e indagar sobre una situación, pero más allá de eso, que los estudiantes cuestionen las situaciones reales por medio de los métodos matemáticos. iii. promover espacios de *participación* de los estudiantes en el trabajo con la situación y en la sociedad. iv. posibilidad de que ocurran discusiones a través de la interacción y el diálogo entre los estudiantes, y los estudiantes con el profesor.

En las investigaciones mencionadas en los párrafos anteriores hemos mostrado como la *participación* aparece como un aspecto común, que se vuelve fundamental en tanto permite a los estudiantes plantearse situaciones relacionadas con problemáticas sociales, reflexionar sobre las matemáticas involucradas y sobre cómo las formas de construir modelos matemáticos intervienen en reflexiones sobre lo social.

1 8 0 3

Para Freire (1994) la *participación* es el ejercicio de tener voz, de intervenir y decidir

en ciertos niveles de poder. Para este autor, la *participación* exige repartir la capacidad de decisión, no es una cuestión de estar más o menos motivado. La expresión de las voces de los estudiantes es el punto de partida para su *participación* que permite visualizar sus propias comprensiones sobre la realidad vivida en el contexto escolar, a la vez que refleja sus esfuerzos por definir por sí mismos lo que piensan, experimentan y esperan. En este sentido proponemos, la *participación* en un ambiente de modelación como asunto importante porque ofrece una comprensión de los diferentes roles y voces del estudiante, de las diferentes maneras como el estudiante actúa con el conocimiento matemático al modelar matemáticamente, con el contexto, con sus compañeros y con el profesor, en donde los estudiantes pueden, en términos de Freire, hacer y ser presencia en el mundo.

Para Wenger (1998), la *participación* describe una experiencia social de vivir en el mundo en términos de un grupo de personas que comparten una misma práctica. En este sentido, se concibe como la manera en que nos proyectamos en el mundo, y se caracteriza por la posibilidad de reconocimiento mutuo. La *participación* implica: saber, conocer, actuar y pertenecer.

En el aula de clase de matemáticas, la *participación* se concreta en las contribuciones que el estudiante realiza cuando se propone una actividad que se discute o resuelve de forma conjunta en busca de significados matemáticos, siempre que exista una implicación cognitiva del estudiante en esa tarea matemática y una mínima capacidad comunicativa (Gorgorió y Prat, 2008).

La *participación* en el aula de clase de matemáticas tienen que ver con la intervención y la toma de decisiones de los estudiantes en clase, en sustancial relación con lo que se dialoga, se decide y se hace en el aula de clase; es decir, el trabajo cotidiano del aula de clase deberá estar

impregnado de la sistemática codecisión del profesor y de los estudiantes. La

participación depende de la actividad que se propone y de la gestión que se hace de ella, basada en el contraste de pareceres, en el debate entre dos planteamientos de estudiantes activos (Planas y Gorgorió, 2004).

Barbosa (2009) reconoce que cuando se participa en ambientes de modelación en los que se plantean situaciones relacionadas con problemáticas sociales, los estudiantes reflexionan sobre las matemáticas involucradas, sobre cómo las formas de construir modelos matemáticos intervienen en reflexiones sobre lo social y sobre otros aspectos y conceptos.

Para posibilitar esta *participación* es necesario diseñar un ambiente en el cual se reconozca las ya mencionadas características de la perspectiva socio-crítica.

En esta investigación asumimos la *participación* como las formas de actuación, como el compromiso que los estudiantes adquieren cuando se enfrentan a la modelación en la perspectiva socio-crítica, así como las posturas que asumen los estudiantes y a partir de las cuales toman decisiones y contribuyen en el mejoramiento de su contexto. Lo anterior se vincula con asuntos como la descripción e interpretación de las situaciones o fenómenos a estudiar, la matematización de relaciones propias de la situación, la interpretación y el análisis de los resultados, entre otros.

De acuerdo a lo planteado por Parra-Zapata y Villa-Ochoa (2015) la *participación* la comprendemos y analizamos en términos de las interacciones y las contribuciones. Las interacciones son las acciones en las que los sujetos comparten con los demás ideas y puntos de vista, conocimientos, reflexiones, sentimientos, hallazgos y posturas con respecto a un objeto de estudio. Cabe aclarar que la interacción no consiste simplemente en un mensaje y una respuesta, sino en una serie de discusiones espontáneas y coherentes entre estudiantes, con o sin la participación del profesor, para lo cual es necesario que la actividad se oriente a fomentar el

análisis de diversos puntos de vista y la toma de posición al respecto. Las

contribuciones se conciben como los aportes a las discusiones y a la actividad que se realiza, estas van más allá de estoy de acuerdo o no me parece; y se vinculan mucho más con los aportes productivos, que agregan valor a lo que se discute, que ayudan a otros a expresar lo que piensan y a explorar nuevas áreas (Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2015).

A continuación presentaremos los aspectos que nos permiten caracterizar la *participación* de los estudiantes en un ambiente de modelación.

3. Contexto del estudio y organización de los ambientes de modelación

Esta investigación se desarrolló en una Institución de la ciudad de Medellín, Colombia, en donde se constituyó un *Semillero de matemáticas*, nombrado por los estudiantes protagonistas *Cosechando la futura matemática*.

En la investigación adoptamos el enfoque de investigación cualitativo que asumimos como un conjunto de prácticas que permiten comprender el comportamiento de los sujetos en relación con el contexto natural al que pertenecen (Bogdan y Biklen, 2007). Aquí, los fenómenos se estudian en el lugar donde se producen, el investigador trata de entenderlos, y luego asume una posición frente a ellos.

En la segunda fase del trabajo de campo los estudiantes integrantes del *Semillero de matemáticas* hicieron parte de tres (3) ambientes de modelación llamados *Diseño de una Guía del Consumidor*, *Cálculo del IMC* y *Mi proyecto de Modelación*. Los ambientes de modelación fueron pensados como espacios para problematizar e investigar una situación y para actuar de manera crítica.

Para el diseño de los ambientes de modelación tuvimos en cuenta algunas de las

características de la perspectiva socio-crítica de la modelación destacadas por Silva y Kato (2012), Araújo (2002, 2009, 2012) y Barbosa (2001a, 2001b, 2003a, 2003b, 2004, 2006, 2007 y 2009). Las características de los ambientes de modelación son sintetizadas en la Tabla 1.

Tabla 1. Características de los ambientes de modelación

Características	
Primera	Las situaciones provienen de la cotidianidad de los estudiantes y abarcaron asuntos y conocimientos de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento. El análisis y la comprensión de las situaciones constituyeron uno de los puntos centrales del proceso de modelación.
Segunda	Se promovieron asuntos políticos y democráticos al interior del aula de clase, a partir del trabajo en grupo. Fue posible que los estudiantes negociaran, discutieran, escucharan, debatieran y respetaran las ideas de los demás a través de la interacción y el diálogo.
Tercera	Los modelos matemáticos construidos permitieron problematizar, discutir e indagar sobre la situación abordada. Los estudiantes dieron a conocer sus ideas, sus conjeturas y sus opiniones, argumentaron en defensa de lo que pensaban, escucharon los argumentos de sus pares y juntos decidieron cómo construir un modelo matemático. Así mismo, expusieron, criticaron y reformularon los modelos creados para determinada situación y consideraron la posibilidad de que el modelo construido sirviera para analizar y tomar decisiones sobre tal situación.
Cuarta	Se promovieron espacios de <i>participación</i> en el trabajo con la situación y en la sociedad. Los estudiantes se preocuparon por analizar y cuestionar la situación lo que hizo que se involucraran de manera activa en la situación y que el trabajo realizado pasara, en algunos casos, límites del aula de clase. Lo anterior se evidenció en algunas acciones e intervenciones que evidencian mudanza de actitudes con relación a determinada situación, y en la toma de decisiones de las posibles interpretaciones del modelo matemático obtenido.
Quinta	El papel de la profesora investigadora fue el de mediadora que promovió en los estudiantes el trabajo en equipo, estimuló la exposición de ideas y argumentos e hizo del aula de clase un espacio democrático en el que todos tenían condiciones iguales de trabajo.

En términos curriculares, los ambientes de modelación siguieron la propuesta sobre

los casos para implementar la modelación en el aula de clase, desarrollada por Barbosa (2004), en donde se va, aunque no de forma secuencial, de problemas estructurados y propuestos por los profesores a problemas en los cuales las informaciones y soluciones son responsabilidad de los estudiantes acompañados por el profesor que los orienta.

Según Barbosa (2001a) la organización de la modelación en el aula de clase depende de la experiencia del profesor y de los estudiantes, de los intereses de los estudiantes y del contexto escolar. En esta investigación se observó poca experiencia de los estudiantes con la modelación y las características de su contexto escolar se convirtieron en aspectos condicionantes de la manera en que se propusieron los ambientes de modelación. Así, el grupo fue involucrado de forma gradual en los tres (3) ambientes de modelación presentados *Diseño de una Guía del Consumidor*, *Cálculo del IMC* y *Mi proyecto de Modelación* que estuvieron en correspondencia con los casos uno, dos y tres (3) propuestos por Barbosa (2004).

Según Miles y Huberman (1994) (citado por Alves-Mazzotti y Gewandszajder 1999) el análisis de los datos se configura dentro de un proceso de reducción, focalización, organización e interpretación de los datos sobre el fenómeno que se estudia. En este estudio, seleccionamos episodios que, seguidos de un análisis, nos ayudaron a responder el problema de investigación. Las unidades de análisis fueron las manifestaciones orales y escritas, las acciones y las explicaciones de los estudiantes cuando se involucraron en los ambientes de modelación.

En cada uno de los ambientes de modelación analizamos cómo los estudiantes participaron al involucrarse, comprometerse y apropiarse de la situación, al reflexionar sobre su entorno, sus necesidades y sobre las decisiones que debían tomar respecto a la situación, a la matematización y al modelo, y, al generar sus ideas y procesos matemáticos.

En este artículo seleccionamos tres episodios que nos permitieran dar cuenta de

cómo un grupo de estudiantes de quinto grado participó en ambientes de modelación. Los episodios son sucesos en el tiempo, que enlazados con otros episodios constituyen los ambientes de modelación propuestos. En ellos analizamos fragmentos de manifestaciones orales y escritas, acciones y explicaciones de los estudiantes.

Los tres episodios los denominamos: *pertenencia al Semillero de matemáticas*, *descripción e interpretación de la situación*, y *solución de la situación*. El primer episodio, que no se relaciona de manera directa con la modelación matemática pero que se vincula con un ambiente educativo, lo tomamos de lo que ocurrió cuando los estudiantes ingresaron al *Semillero de matemáticas*; en ese momento indagamos sobre su interés por pertenecer a él. Ellos explicaron frente al grupo la razón que tuvieron para hacer parte de este espacio. El segundo episodio se relaciona con la comprensión de la situación en los tres ambientes de modelación, ellos intentaron comprender el fenómeno involucrado con la situación, al releer la información presentada, emprender búsquedas asociadas con la situación y discutir en grupos los asuntos que allí se mencionaban. En el tercer episodio los estudiantes abordaron la solución de la situación en los dos primeros ambientes de modelación.

4. Análisis de los resultados y discusión: *participación* de estudiantes de Educación Primaria en ambientes de modelación

En este apartado describiremos y analizaremos tipologías de la *participación* de los estudiantes cuando modelan matemáticamente en ambientes de modelación diseñados con algunas características de la perspectiva socio-crítica de la modelación.



En los episodios siguientes mostramos las manifestaciones orales y escritas, las

acciones y las explicaciones de algunos de los estudiantes cuando se indagó en ellos por los intereses para pertenecer al *Semillero de matemáticas*, cuando ellos se involucraron en asuntos matemáticos y no matemáticos para comprender la situación sobre el diseño de guías del consumidor, sobre el cálculo del *IMC* y sobre su proyecto de modelación y cuando ellos propusieron soluciones a la situación. A partir de lo anterior proponemos una tipología de la *participación* que es emergente al trabajo realizado en los ambientes de modelación.

4.1 Aspectos relacionados con la motivación para participar en los ambientes de modelación

En este apartado pretendemos comprender algunos aspectos que motivaron y contribuyeron a la *participación* de los estudiantes en ambientes de modelación. Lo anterior lo mostramos a partir de los tres (3) episodios seleccionados.

Los autores, proponemos que la motivación de los estudiantes para participar está relacionada con aspectos que se relacionan con su experiencia escolar y extraescolar.

Tabla 2. Episodio 1: pertenencia al Semillero de matemáticas

Episodio 1: Pertenencia al Semillero de matemáticas		
	¿Por qué quiso entrar al Semillero de matemáticas?	¿Qué es para ti aprender/saber matemáticas?
Kevin	Entré porque en el Semillero vamos a aprender matemáticas.	O sea, escribir las sumas, las multiplicaciones, las divisiones y el resultado.
Paulina	Entré al Semillero porque me gustan mucho las matemáticas, y porque sé matemáticas y me va muy bien en matemáticas.	Es que yo sé matemáticas, porque cuando el profe pone ejercicios de esos difíciles yo los hago muy rápido, y le explico a mi amiga.

Experiencia escolar

Experiencia escolar



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Juan José	Porque vamos a estudiar matemáticas y así yo puedo aprender más y quiero aprender más matemáticas porque uno hay veces hace unas burradas, unos garabatos que uno no entiende y quiero ser un gran profesional como algunas personas de mi familia.	Experiencia extraescolar	Aprender de cosas de los números y las operaciones de las que hacemos en clase.	Experiencia extraescolar
Valentina	Entré al Semillero porque yo soy muy bruta para la matemática, entonces quiero aprender matemática.		Como mi mamá, que trabaja con devueltas muy grandes y ella sabe cuánto devolver siempre.	

Tabla 3. Episodio 2: descripción e interpretación de la situación (Guía del consumidor)

Episodio 2: Descripción e interpretación de la situación				
¿Qué es un consumidor? Da un ejemplo de un consumidor.		¿Qué es una guía del consumidor? ¿Cómo podría elaborarse una guía del consumidor?		
Juanita	El que consume y acaba las cosas. Por ejemplo como nosotros en la casa que nos gastamos la comida que compramos.	Experiencia extraescolar	Una hoja donde van a escribir una lista de todas las cosas que debe de tener en cuenta. Para hacerla podemos pensar en preguntarles a las personas qué les gustaría saber para comprar las cosas.	Experiencia extraescolar
Juan José	Es el que gasta, como agua, y le dicen cuánta agua consumió. Es alguien que adquiere algo, que disfruta de algo y eso se va acabando. Digamos mi mamá y yo hacemos esto.		Cosas que debe tener en cuenta un consumidor para poder comprar. Yo lo que haría sería buscar las normas de la constitución, en sociales estamos hablando de nuestros derechos como personas. Así sabría qué debo saber para comprar.	Experiencia escolar
Valentina	Profe, es la persona que adquiere algún beneficio. Como decía en la lectura que hicimos [refiriéndose a la guía del consumidor de la SIC], y eso se parece a lo que hacemos con el profesor en clase de naturales.	Experiencia escolar	Una orientación para comprar. Para hacerla debemos hacer lo que decía en esa hojita [la guía del consumidor de la SIC] tener en cuenta nuestros derechos como personas y lo que nos deben dar los que les compramos.	Experiencia extraescolar



Juan Fernando	Que el consumidor es el que consume. O sea el que se acaba las cosas, como nosotros en el salón que vamos gastando las hojas, los lápices, los alcos, el tiempo.	No profe no sé, dígame qué tenemos que poner. El profe en clase siempre nos dice qué tenemos que hacer.	Experiencia escolar
----------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------

Tabla 4. Episodio 2: descripción e interpretación de la situación (Mi proyecto de modelación)

Episodio 2: Descripción e interpretación de la situación			
	¿Qué problema deseas abordar?	¿Por qué deseas trabajar en ese problema?	
Miguel	Entrenamiento de Judo		Experiencia extraescolar
Paulina	Ayuda a perros callejeros		Experiencia escolar
Valentina	Compras en el centro comercial		Experiencia escolar

Tabla 3. Episodio 3: solución de la situación (Guía del consumidor)

Episodio 3: Solución de la situación				
	Grupo 2	Grupo 4	Grupo 3	Grupo 8
Escriban los elementos que identifican con relación al producto	Lo que más observamos fue el peso, el lote y la fecha de vencimiento, porque hace poco ella [Sofía] se comió algo que estaba pasado [vencido] y la tuvieron que llevar al médico.	A María Fernanda le gusta mucho el medio ambiente, por eso observó que el paquete tiene harina de trigo fortificada, aceite vegetal y una invitación a cuidar el medio ambiente. Por eso todos observamos esto.	Nosotros pensamos que lo importante es tener en cuenta el tipo de alimentos que tiene el producto, y saber cuánta grasa aporta, para así saber si nos hace daño o no. Por al s vitaminas que nos puede aportar. Esto lo hemos visto en clase de ciencias.	Profe no sabíamos cómo escoger las categorías, pero Paulina sabe mucha matemática y ella nos explicó.
	Experiencia extraescolar		Experiencia escolar	



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Fragmento de información indagada para elaborar la guía del consumidor

Los contenidos nutricionales son importantes para el buen funcionamiento del cuerpo. En casa las mamás hablan de esto todo el tiempo.	Los porcentajes de los Valores de Referencia de Nutrientes (VRN). La mamá de Kevin tiene una tienda y ella nos ha hablado de eso. Hicimos un cuadro.	El precio por unidad es importante para poder comprar y pagar el alimento. El profesor nos habla de gastar según lo que tenemos. Encontramos que “En la actualidad, todos los bienes susceptibles de ser vendidos por unidad de medida, es decir, por cantidad de masa, volumen o longitud- deben indicar el precio por unidad de medida”	La relación precio-cantidad. Esto sirve para saber cuál me conviene más, o sea cuál me sale más barato. En algunas clases ya hemos hecho algo así pero de ir a la tienda.
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	Experiencia extraescolar	Experiencia escolar
¿Qué criterios tendrán en cuenta para diseñar la guía del consumidor? ¿Por qué?	Contenidos nutricionales, fecha de vencimiento, tabla de alimentos y atención al cliente. Escogimos estos porque no queremos que nadie se enferme por consumir un mecato, y esos son los criterios que nos ayudan a evitar esto.	Fecha de vencimiento, modo de fabricación, contenidos del producto, sabor. Estos porque todos estuvimos de acuerdo, ya que con esos cualquier persona haría una muy buena compra.
	Experiencia extraescolar	Experiencia escolar
	Contenidos nutricionales, fecha de vencimiento, sabor y fecha de vencimiento. Estos criterios porque el documento habla de ellos como unos de los derechos de los consumidores.	Precio por unidad, atención al cliente, sabor y fecha de vencimiento. Precio por unidad y cantidad, contenido del producto, sabor y país de fabricación. Porque, como nos dice el profe, siempre hay que considerar que lo que compramos si nos convenga de acuerdo a lo que tenemos.
	Experiencia extraescolar	Experiencia escolar

En la Tabla 2 puede observarse que los estudiantes determinan su pertenencia al Semillero de matemáticas basados en sus experiencias escolares o extraescolares. A partir de sus experiencias los estudiantes se motivan a participar en el *Semillero de matemáticas*, al reconocer que su *participación* podría permitirles mejores desempeños futuros.

En la Tabla 3 mostramos parte de los diálogos que sostienen los estudiantes, allí se evidencia como ellos recurren a la investigadora para comprender la situación propuesta y las acciones para

resolverla, buscan posibles representaciones matemáticas y usan como estrategia

comparar la situación presentada con situaciones vividas.

En cada momento de la interacción se evidencian acciones en las que es posible identificar que recurren a conocimiento de experiencias que determinan su *participación* en la comprensión de la situación.

En la Tabla 4 mostramos las razones que tuvieron los estudiantes para escoger ciertos aspectos al diseñar la guía, como la fecha de vencimiento, por ejemplo, la mayoría planteaba que si esta no era tomada en cuenta podría traer consecuencias negativas para su salud, por lo cual fue uno de los aspectos más constante en las guías.

En los fragmentos de diálogo mostrados antes fue posible observar que los estudiantes propusieron aspectos que debería tener una guía del consumidor. Los aspectos aparecen después de las reflexiones generadas en las experiencias, en donde la modelación sirvió para reconocer, por medio de las matemáticas, situaciones del día a día de los estudiantes. Lo anterior concuerda con los planteamientos de Barbosa (2003b) quien destaca que a partir del trabajo con la modelación y de acuerdo a los conocimientos matemáticos y no matemáticos de los estudiantes, es posible que ellos indaguen y expliquen situaciones de su contexto por medio de las matemáticas.

En las discusiones de los estudiantes se manifiestan los diferentes saberes que traen al aula de clase a partir de sus prácticas escolares y extraescolares; trajeron a colación sus conocimientos sobre los consumidores en su contexto social, lo cual da valor a las experiencias vividas. Lo anterior es argumentado por Freire (1994) como aspecto importante para unificar la teoría y la práctica; según el autor, las experiencias en las que participamos antes, como aquellas en las que nos encontramos involucrados hoy, nos enseñan que ellas no pueden solo ser trasplantadas, de

esta manera para Freire (1994), las experiencias son válidas sólo en la medida que se

exploran, se discuten y se comprenden de manera crítica en diferentes contextos, sin importar la experiencia vivida por las personas que son parte de ella.

Los estudiantes interactuaron entre sí y con los investigadores en los episodios, realizaron interpretaciones de la situación y opciones de solución. Durante las manifestaciones orales y escritas, las acciones y las explicaciones del grupo permitieron documentar que muchas de sus decisiones están informadas por sus experiencias.

Los procesos de interacción en cada momento del ambiente de modelación evidenciaron la presencia de experiencias escolares y extraescolares. Los fragmentos presentados dejaron ver que el grupo de estudiantes inició un proceso de cooperación, producto de la interacción entre ellos. En este sentido, para interpretar la situación y proponer un modelo, los estudiantes compararon la situación presentada con situaciones externas ya vivenciadas y estimaron en grupo, en interacción con los investigadores, cuáles son los aspectos que debían tenerse en cuenta al comprar un producto.

Al trabajar en el ambiente de modelación los estudiantes manifestaron diversas ideas matemáticas para proponer una solución a la situación en cuestión y recurrieron a la selección de factores que crearon y constataron con sus experiencias.

Las distintas manifestaciones orales y escritas, acciones y explicaciones de los estudiantes se generaron cuando los estudiantes hicieron parte de ambientes de modelación diseñados con características particulares, destacamos que la *participación* de los estudiantes se determinó por aspectos diferentes de sus experiencias; a saber: i. experiencia escolar. ii. experiencia extra escolar.

4.2 Maneras de participar

En este apartado pretendemos comprender las maneras de actuar con las que los estudiantes se comprometieron en el ambiente de modelación. En los episodios observamos cuatro maneras en las que actuaron cuando se comprometieron en el ambiente de modelación. Proponemos, que según la iniciativa, la *participación* es espontánea o no espontánea y que, según a quién va dirigida, la *participación* es grupal o personal.

En los fragmentos siguientes mostramos algunas de las maneras en que participaron al indagar por sus intereses para pertenecer al *Semillero de matemáticas*, basados en las acciones emprendidas por ellos en la búsqueda de la comprensión de la información presentada para el diseño de la guía del consumidor, el cálculo del *IMC* y en los diferentes diálogos que establecimos con los estudiantes y con una nutricionista dietista²¹.

Tabla 4. Episodio 1: pertenencia al Semillero de matemáticas

Episodio 1: Pertenencia al Semillero de matemáticas	
	Acción
Juan Fernando	Habla en voz baja
Isabella	Se tapa la boca para hablar
Juanita	Habla en voz baja, mueve la cabeza de arriba abajo, mueve los pies
Kevin	Responde entre risas y parece estar nervioso
Tomas	Habla bajo, se enreda la lana en su mano.
Alejandro	No desea hablar, luego de esto

Grupal

No espontánea

²¹ Las necesidades que emergieron en el diseño del ambiente de modelación en la perspectiva socio-crítica, nos llevaron a convocar a una auxiliar de investigación y a una nutricionista. Juntos diseñamos el ambiente de modelación propuesto.

	[Silencio, mira al piso].	
Loren	Habla fuerte y sonríe mientras habla	Espontánea
Sofía	Levanta la mano, pide empezar	
Juan José	Levanta la mano, pide participar, mira al frente y sonríe.	

Tabla 5. Episodio 2: descripción e interpretación de la situación (Cálculo del IMC)

Episodio 2: Descripción e interpretación de la situación	
Diálogo con Santiago	Santiago: Levanta la mano
	Investigadora: Da la palabra a Santiago
	Santiago: Profe, venga por favor yo se lo digo a usted
	Investigadora: Se dirige a Santiago
	Santiago: Profe, hay algo que no entiendo sobre lo que leímos
	Investigadora: Claro Santiago, cuéntame
	Santiago: Es que dice que en el país uno de cada dos colombianos de 18 a 64 años presenta sobrepeso, que equivale a un 52,2% de la población. Entonces lo que me pregunto es ¿por qué si uno es la mitad de dos, y el porcentaje se mide sobre el 100%, el resultado da 52,2% y no 50% que es la mitad de 100?
Personal y espontánea	
Diálogo con Juan José	Nutricionista: El sobrepeso en la zona urbana, representa un 52.5% del sobrepeso que sufren las personas de nuestro país.
	Juan José: [Levanta la mano y empieza a hablar]. Profe eso es porque en la ciudad hay más cantidad de puntos donde se venden comidas rápidas y por eso las personas de la ciudad tenemos malos hábitos alimenticios.
Grupal y espontánea	
Diálogo con Miguel	Investigadora: ¿En qué unidades de medida expresamos el resultado obtenido al calcular el IMC? Miguel tú ¿qué piensas?
	Miguel: Mmm, profe según la división del peso y la estatura.
	Investigadora: Al hacer esa división. ¿Cuál es nuestra nueva unidad de medida?
	Miguel: Profe como decía en la fórmula kilogramos dividido la estatura al cuadrado.
Grupal y no espontánea	

Tabla 6. Episodio 3: solución de la situación (Cálculo del IMC)

Episodio 3: Solución de la situación	
Preguntas orientadoras	¿Qué resultado obtuvieron al calcular el <i>IMC</i> ? ¿Qué te dice ese número? ¿En qué parte de la gráfica está tu <i>IMC</i> ? ¿Qué indica lo anterior?
Diálogo con Tomás	Tomás: Levanta la mano
	Investigadora: Da la palabra a Tomás
	Tomás: Yo quiero compartir mi ejemplo. Yo nací el 30 de junio del 2002 y el 30 de junio del 2014, cumplí 12 años. Desde ese día han pasado tres meses porque el cuarto mes se cumple el 30 de octubre. Entonces tengo 12 años y 3 meses.
	Tomás: Con esa edad y la fórmula calculé mi <i>IMC</i> que me dio 24, lo que significa que en la gráfica me pasé y estoy gordito. Grupal y espontánea
Diálogo con Paulina	Nutricionista: Se dirige al grupo de Alejandra, Paulina y Marly.
	Nutricionista: Señoritas según el valor de su <i>IMC</i> , ¿en qué punto de la gráfica se ubica?
	Alejandra y Marly: Señalan a Paulina.
	Paulina: Mmm... bueno. Profe a mí me dio 16, y yo tengo 11 años exactos, entonces me da aquí [Indica un punto en la gráfica] Personal y no espontánea
Diálogo con Santiago y Loren	Santiago: Levanta la mano
	Investigadora: Da la palabra a Santiago
	Santiago: Eso se parece al plano cartesiano que nos enseñaron en matemáticas.
	Loren: [Interrumpe a Santiago]. ¡Ay sí! Pero en este plano no es tan complicado encontrar la unión de las líneas, en otros ejercicios que hemos hecho en clase nos da más dificultad. Grupal y espontánea

En la Tabla 4 es posible observar que los estudiantes se dirigen al grupo de manera no espontánea, sus maneras de actuar tienen una influencia marcada por la profesora, es decir, responden por indicación las preguntas que formula, dirigiéndose al colectivo en general y a través de la aprobación visual u oral.

En la Tabla 7 ocurre un momento de interacción en el que la investigadora inició una

conversación matemática que pretende cuestionar la información presentada en la situación, para su comprensión. En este episodio, hay una *participación* espontánea dirigida al grupo o a los compañeros cercanos. Aquí la *participación* se caracteriza por una mayor preocupación de los estudiantes por ser parte del discurso que se ha iniciado. Al propiciar la expresión de sus propias ideas y opiniones, toman la iniciativa e inician el discurso.

En la Tabla 8 mostramos las interacciones que los estudiantes pusieron en evidencia y que dieron cuenta de una *participación* espontánea constante entre ellos, los investigadores y la nutricionista dietista, lo que generó una discusión matemática grupal. Lo anterior se reflejó en el cuestionamiento del modelo matemático presentado para calcular el *IMC* de una persona. Este tipo de interacción puede haber contribuido a que los estudiantes consolidaran algunas ideas matemáticas y nutricionales implícitas en la situación estudiada (Barbosa, 2006).

Algunos estudiantes participaron con su silencio pero siempre atentos y dispuestos a trabajar, otros recurren a compartir lo que piensan y sienten con el compañero más cercano o con el grupo. Hay quienes levantan la mano para intervenir o quienes solo la levantan si se les solicita su *participación*. Hasta llegar a los que participan de manera espontánea.

De acuerdo a los fragmentos presentados concluimos que en la medida en que los estudiantes fueron comprometidos con la situación, es decir, la hicieron *suya*, próxima a sus contextos, se comprometieron también con el trabajo en grupo, es decir, con una *participación* más *profunda*, más *comprometida*. De allí inferimos que cuando una tarea o situación de modelación se presenta a los estudiantes, hay quienes participan de manera espontánea dada su naturaleza, pero cuando la tarea es cercana al estudiante, cuando el ambiente en el que se desenvuelve hace que los estudiantes *vivan* la situación, lo que hace también que la *participación* que no era espontánea se

haga más familiar, es decir, más comprometida pues se propicia el trabajo, la confrontación y la discusión en grupo.

A partir de las normas sociales implícitas que reinan en el ambiente de clase, los estudiantes empezaron a involucrarse en el ambiente de modelación a través de la reflexión de asuntos matemáticos. Sin embargo a medida que ellos *hacen suya* la situación, es decir, experimentan y *viven* la situación, se empoderan y, por tanto, participan de una manera más detallada.

Todo el proceso dio lugar a preocupación por las matemáticas como una forma de entender la realidad y de cuestionar asuntos de su contexto que los afecta (Araújo, 2009).

El grupo deja ver en sus manifestaciones orales y escritas, sus acciones y sus interacciones diferentes manifestaciones de *participación*. Observamos cuatro acciones o maneras de actuar de los estudiantes cuando se comprometen en el ambiente de modelación. i. según la iniciativa: *participación* espontánea, *participación* no espontánea. ii. según a quién se dirige: *participación* grupal, *participación* personal.

4.3 Contenido de la *participación*

En este apartado pretendemos comprender el contenido de la *participación* de los estudiantes. En los episodios a continuación, mostramos algunas acciones que dan cuenta de las producciones matemáticas y no matemáticas en cada uno de los episodios analizados. Mostramos que los cálculos matemáticos los llevan a reflexionar sobre asuntos matemáticos y no matemáticos. En los tres (3) episodios analizados identificamos que cuando los estudiantes se involucran en ambientes de modelación, surgen al menos tres (3) maneras diferentes en el contenido de la

participación de los estudiantes. Proponemos definir las tres (3) maneras así:

informativa, reflexiva y propositiva.

Tabla 7. Episodio 1: pertenencia al Semillero de matemáticas

Episodio 1: Pertenencia al Semillero de matemáticas.	
Instrucción: Vamos todos a ponernos de pie y a organizarnos en círculo. Al recibir la lana cada uno dirá su nombre, su color preferido y por qué decidió entrar al Semillero de matemáticas.	Todos los estudiantes responden nombre, color favorito, por qué entró al Semillero de matemáticas.
Informativa	

Tabla 8. Episodio 2: descripción e interpretación de la situación

Episodio 2: Descripción e interpretación de la situación.		
Ambiente 1	Ambiente 2	Ambiente 3
¿Qué se considera un artículo de consumo? ¿Quiénes consumen?	¿Cómo podría representarse los datos suministrados?	¿Qué asuntos propones para abordar la situación?
<p>Mariana</p> <p>Profe todas las cosas de la tierra, porque todo se va acabando. También todos consumimos.</p>	<p>Mariana</p> <p>Profe podríamos escribir en una hoja los números.</p>	<p>Paulina</p> <p>Profe debo realizar una consulta sobre: la cantidad de perros callejeros, los lugares que más frecuentan, las ayudas puede dar la Junta de Acción Comunal y con qué se les puede ayudar (comida, hogar)</p>
<p>Valentina</p> <p>Una cosa que se desgasta. El sol consume energía, las plantas consumen al sol, los gatos consumen agua, las personas consumimos cosas como la ropa, profe todos consumimos.</p>	<p>Valentina</p> <p>Profe podemos hacer una tabla y mirar en ella cómo se organiza lo que nos diste.</p>	<p>Miguel</p> <p>Profe tendría que buscar: el vestuario, las condiciones físicas, las exigencias del deporte y de pronto algo de la historia del Judo.</p>
<p>Sara</p> <p>Profe hay recursos renovables, nos enseñó el profe en clase, o sea hay cosas que no se acaban y vuelven</p>	<p>Juan José</p> <p>Profe podemos hacer gráficos de barras y a partir de ellos interpretar la información.</p>	<p style="text-align: right;">Propositiva</p>



Facultad de Educación

Juan José	a nacer. Todos podríamos llegar a consumir algo.
Samuel	<p>Profe que tal si buscamos en internet la guía del consumidor de Colombia completa, de pronto ahí hay información. [Busca en internet y responde]. Profe son productos destinados a acabarse y todos podemos consumir.</p> <p>Profe es un artículo que se acaba, que tal si cogemos eso [Señala una vela dentro del salón] y la prendemos ¿Qué pasa? Se agota con el tiempo, así es también un artículo de consumo.</p>

Propositiva

Tabla 9. Episodio 3: solución de la situación

Episodio 3: Solución de la situación	
¿Qué resultado obtuvieron al calcular el IMC y ubicarlo en las gráficas?	
Diálogo con Isabella	<p>Isabella: Profe nos da un número, a mí me dio 15,8.</p> <p>Nutricionista: ¿Qué te dice ese número?</p> <p>Isabella: Que mi IMC es 15,8.</p>
	Informativa

1 8 0 3



Diálogo con Tomás	Tomás	Profe mi <i>IMC</i> me da 24	Propositiva
	Nutricionista:	¿Qué significado tiene ese número?	
	Tomás	Profe que se pasó o sea está en alerta. Profe como mi <i>IMC</i> está en alerta, yo quisiera que mi mamá supiera y que ella me ayudara a hacer algo. ¿Podríamos llamar a mi mamá y explicarle juntos lo que pasa?	
Diálogo con Juan José	Juan José: Nutricionista:	Profe me da 16. ¿Esto qué quiere decir?	Reflexiva
	Juan José:	Profe que estoy como en el límite, o sea que me tengo que cuidar, al hallar el <i>IMC</i> aprendí que debo estar más atento en mis hábitos alimenticios, yo a veces dejo de comer o como mucho. Y esto podría hacerme daño.	
¿Qué asuntos matemáticos no son claros en el modelo que usamos?			
Diálogo con Santiago	Santiago:	Profe esa fórmula tiene errores, yo digo que no es algo exacto.	Reflexiva
	Investigadora:	¿Por qué piensas eso Santiago?	
	Santiago:	Profe pues porque además de los errores en la medición, que ustedes nos explicaron, las dimensiones son distintas, el peso es en tercera dimensión y la altura es en una dimensión.	
Diálogo con Juanita	Juanita:	Profe yo creo que la fórmula es incompleta, según lo que nos explicó Johana.	Reflexiva
	Investigadora:	¿Por qué piensas eso Juanita?	
	Juanita:	Profe porque tenemos impedimentos cuando tenemos que decir el <i>IMC</i> de deportistas de alto rendimiento, que pueden tener mucho peso corporal; pero a partir de un alto porcentaje de músculos y de masa corporal. Pero tener bajos niveles de grasa.	

La *participación* es inducida en el episodio de la Tabla 9. Los estudiantes participan

de manera individual al proporcionar información y al responder a cuestionamientos planteados en la investigación. Sin embargo, no toman decisiones sobre cómo proceder en la situación. Este tipo de *participación* se convierte en una reproducción de los mismos modelos, pues se hace una transferencia de información sobre un determinado tema y no se participa en la toma de decisiones (Gordillo, 2006).

En la Tabla 10 puede evidenciarse que los estudiantes tuvieron mayor interés en el ambiente de modelación propuesto, se volvieron protagonistas a partir de la observación, el análisis y la reflexión. Así mismo cuestionaron, generaron posturas, opiniones, tomaron decisiones y las dieron a conocer a los otros, asuntos que empiezan a dar cuenta de una actitud crítica del grupo frente a los asuntos matemáticos. Esta actitud crítica, según Araújo (2012), se relaciona con la inserción crítica de los estudiantes en su realidad al cuestionar los asuntos que les son cercanos y en los que intervienen las matemáticas; y el apoyo en las certezas matemáticas para establecer conclusiones.

En el episodio 3 presentado en la Tabla 10 se evidencia una *participación* propositiva basada en el empoderamiento de la situación. Los estudiantes plantearon problemas que no utilizaban normalmente en el aula de clase y empezaron a buscar cómo las matemáticas podrían ayudarles en diferentes asuntos. De esta manera ellos trascienden el uso de las matemáticas en el aula de clase a un uso en situaciones más cercanas a sus intereses y contextos.

En los episodios puede verse como, a partir del trabajo en el ambiente, se empezó a configurar un colectivo de trabajo, es decir, se convirtió en un espacio para poner en común las ideas que posibilitaron un ambiente de trabajo más tranquilo. Lo anterior se relaciona con la *participación*,

pues se genera un ambiente propicio para que se den múltiples modos de *participación* dinámica, reflexiva, propositiva, entre otras.

En los episodios la *participación* es informativa, reflexiva y propositiva. Inició de una forma individual pero llegó a ser más colectiva. Lo anterior puede verse en las preguntas y la argumentación realizada por los estudiantes quienes expresaron con claridad sus opiniones y puntos de vista, contribuyeron al desarrollo de las situaciones y aportaron con sus reflexiones.

En la Tabla 11 hacemos referencia a sucesos en lo que los estudiantes participaron en la toma de decisión en el ambiente de modelación, al tomar iniciativas propias, independientes de las decisiones de la investigadora, para generar nuevas producciones coherentes.

El ambiente de modelación generado proporcionó a los estudiantes participar de diferentes maneras, lo que se hizo evidente cuando ellos informaron, reflexionaron o propusieron diferentes asuntos de la situación. Sus producciones matemáticas y no matemáticas dejaron ver como dieron cuenta de una búsqueda por el conocimiento hasta entonces desconocido.

Frente a los modelos desarrollados y los mecanismos para llegar a ellos, los estudiantes utilizaron diferentes estrategias, lo que ratifica la idea de que un modelo matemático es una construcción subjetiva que tiene valores e intereses personales, económicos, políticos y sociales para quien lo construye (Barbosa, 2001).

En las discusiones sobre cómo construir una guía del consumidor y sobre el análisis del modelo usado para calcular el *IMC*, los estudiantes realizaron discusiones matemáticas, es decir, un conjunto de discusiones relacionadas con el uso de nociones matemáticas para abordar la situación; las cuales se hicieron presente cuando los estudiantes buscaron comprender una situación próxima a su contexto; estas discusiones matemáticas se observaron como ideas matemáticas que les ayudaron a comprender la situación (Barbosa, 2007); allí los estudiantes

precisaron buscar diferente información para construir el modelo. Además las

discusiones de los estudiantes fueron reflexivas cuando ellos consideraron y analizaron la naturaleza del modelo y los criterios utilizados para su construcción y sus consecuencias.

Cuando los estudiantes se involucraron en ambientes de modelación, surgieron al menos tres maneras diferentes en el contenido de su *participación*. i. *participación* informativa. ii. *participación* reflexiva. iii. *participación* propositiva.

5. Conclusiones

El objetivo de este artículo fue proponer tipologías de la *participación* para ayudar a entender la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria en ambientes de modelación, diseñados con algunas características de la perspectiva socio-crítica de la modelación. La modelación fundamentada en la perspectiva socio-crítica implica que el aula de clase se inscriba en ambientes en donde los estudiantes puedan discutir, dialogar, conjeturar. En este tipo de ambientes se constituyen micro sociedades en las que estudian situaciones (planteadas por el profesor o por los mismos estudiantes según sus intereses) en los cuales las matemáticas cumplen un papel para describir, controlar o prescribir aspectos claves del fenómeno. Como pudo observarse a lo largo de este artículo, en este tipo de ambientes, la actividad matemática surgió articulada de las necesidades que emergieron del fenómeno o situación estudiados y de las interacciones que los estudiantes llevaron a cabo entre ellos mismos, con el contexto estudiado y con el profesor.

En ambientes de modelación como los descritos a lo largo del artículo, en los que se llevan situaciones propias de la cotidianidad, cercanas a la cultura del estudiante, su *participación* no se restringe a seguir o aplicar un conjunto de procedimientos para afrontar una tarea. Al contrario, se

promueven espacios para que participen, se comprometan, vivan la situación y se

empoderen; lo cual hace que su *participación* sea más dinámica y más profunda en términos matemáticos.

En el estudio y el análisis de las situaciones de la vida real los estudiantes realizan procesos de matematización. Ésta se hizo evidente en su *participación*, en la observación, la problematización, la investigación, y la validación de las diferentes situaciones.

En este artículo, para estudiar la *participación*, presentamos una serie de episodios de los que pudimos colegir que en ambientes de clase como los ya descritos, la experiencia personal y los conocimientos de las situaciones y fenómenos se convierten en una pieza clave para lograr el compromiso que los estudiantes manifiestan en el desarrollo de las actividades de clase. Así mismo, el compromiso con respecto al ambiente de modelación se hace evidente en sus maneras de actuar y en el contenido de su *participación*.

Los resultados de este estudio muestran que los ambientes de modelación en Educación Primaria diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica favorecen el diálogo y la acción hacia una *participación* reflexiva y propositiva de los estudiantes. Para que la *participación* sea cada vez más reflexiva y propositiva se necesita, entre otros, promover y facilitar ambientes que favorezcan la comunicación, el diálogo, y el compromiso entre los participantes.

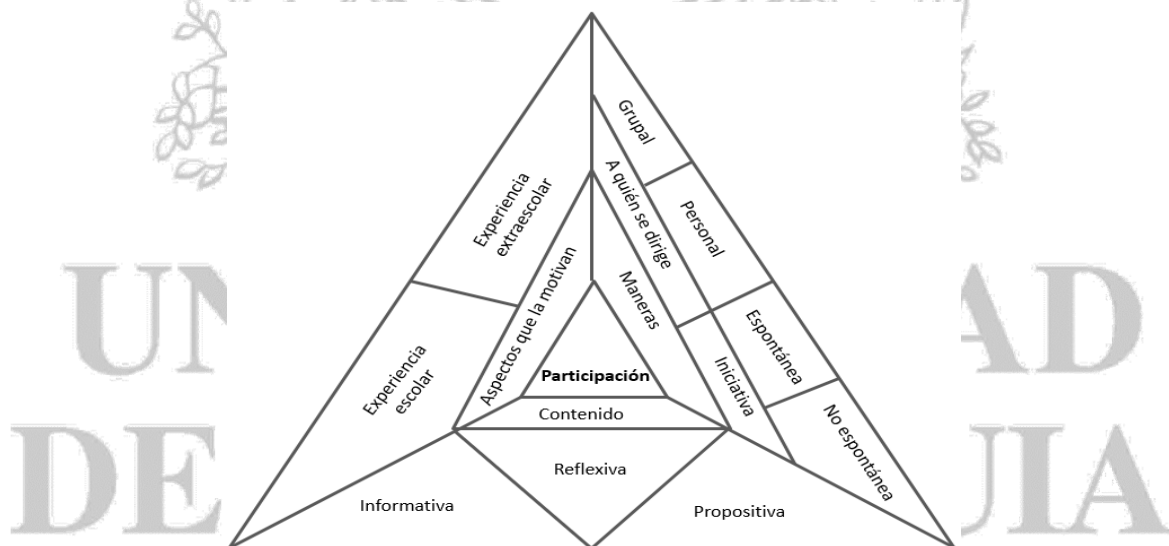
Basados en los episodios presentados, establecimos las relaciones entre las manifestaciones orales y escritas, las acciones y las explicaciones de los estudiantes en cada momento del ambiente de modelación. En las diferentes formas de actuar y en el compromiso que tienen los estudiantes identificamos, analizamos y proponemos maneras, contenido de la *participación* y aspectos que motivaron la *participación* de los estudiantes de quinto grado cuando estuvieron

involucrados en ambientes de modelación diseñados con algunas características de la perspectiva socio-crítica.

La motivación de los estudiantes para participar está relacionada con aspectos que se relacionan con su experiencia escolar y extraescolar. Las maneras de *participación* de los estudiantes se dan de acuerdo a la iniciativa, en donde la *participación* es espontánea o no espontánea y de acuerdo a quién va dirigida, la *participación* es grupal o personal. El contenido de la *participación* de los estudiantes se evidencia en tres (3) maneras de participar así: informativa, reflexiva y propositiva.

De lo anterior, en la Ilustración 1 detallamos el modelo que construimos y proponemos sobre las diferentes maneras, contenido y aspectos de motivación de la *participación* de los estudiantes cuando se involucran y se comprometen con el ambiente de modelación.

Ilustración 1. Formas, contenidos y aspectos que determinan la participación.



Concluimos que la *participación* puede adquirir distintas funciones, contenidos y responsabilidades según el grado de implicación considerado. Los autores, proponemos que las

tipologías de *participación* acá propuestas se determinan en la complementariedad de

los tipos de *participación* de la siguiente forma: los aspectos que la motivan (experiencia escolar, experiencia extraescolar), según el contenido (informativa, reflexiva, propositiva) y de acuerdo con las maneras (A quien se dirige: grupal, personal. Iniciativa: espontánea, no espontánea)

6. Referencias bibliográficas

- Alves-Mazzotti, A., y Gewandszajder, F. (1999). *O Método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira.
- Araújo, J. (2002). *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. (Tese de doutorado). Instituto de geociências e ciências exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.
- Araújo, J. (2009). Uma abordagem socio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria revista de educação em ciências e tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de educação matemática*, 26(43), 839-860.
- Barbosa, J. (2001a). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Reunião anual da ANPED*, 24, 1-15.
- Barbosa, J. (2001b). Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, 15, 5-23.
- Barbosa, J. (2003a). What is mathematical modelling?. En S. Lamon, W. Parker y S. Houston. (Ed.), *Mathematical modelling: a way of life. ICTMA 11* (pp. 227-234). England: Horwood Publishing Limited.
- Barbosa, J. (2003b). Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva, Erechim (RS)*, 27(98), 65-74.
- Barbosa, J. (2004). Modelagem Matemática na Sala de Aula. En VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Universidade federal de Pernambuco.

Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38(3), 293-301.

Barbosa, J. (2007). A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. En J. Barbosa, A. Caldeira, y J. Araújo. (Org.), *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. (pp. 161-174). Recife: Biblioteca do Educador Matemático.

Barbosa, J. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. En M. Blomhøj, S. Carreira. (Eds.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* (pp. 133-144). Dinamarca: Roskilde University.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. W., y Niss, M. A. (Eds.) (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York: Springer.

Bogdan, R., y Biklen, S. (2007). *Research for education. An introduction to theories and methods*. New York: Pearson.

Freire, P. (1994). Educación y participación comunitaria. En: Autores Varios. (Ed.), *Nuevas perspectivas críticas en educación* (pp. 85-96). Barcelona: Paidós.

Gordillo, M. (2006). Conocer, manejar, valorar, participar: los fines de una educación para la ciudadanía. *Revista Iberoamericana de Educación*, (42), 69-84.

Gorgorió, N., y Prat, M. (2008). Jeopardizing learning opportunities in multicultural mathematical classrooms. En K. Kumpulainen, y M. Cesar. (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in Multicultural Settings* (pp. 145-170). Sense Publishers.

Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.

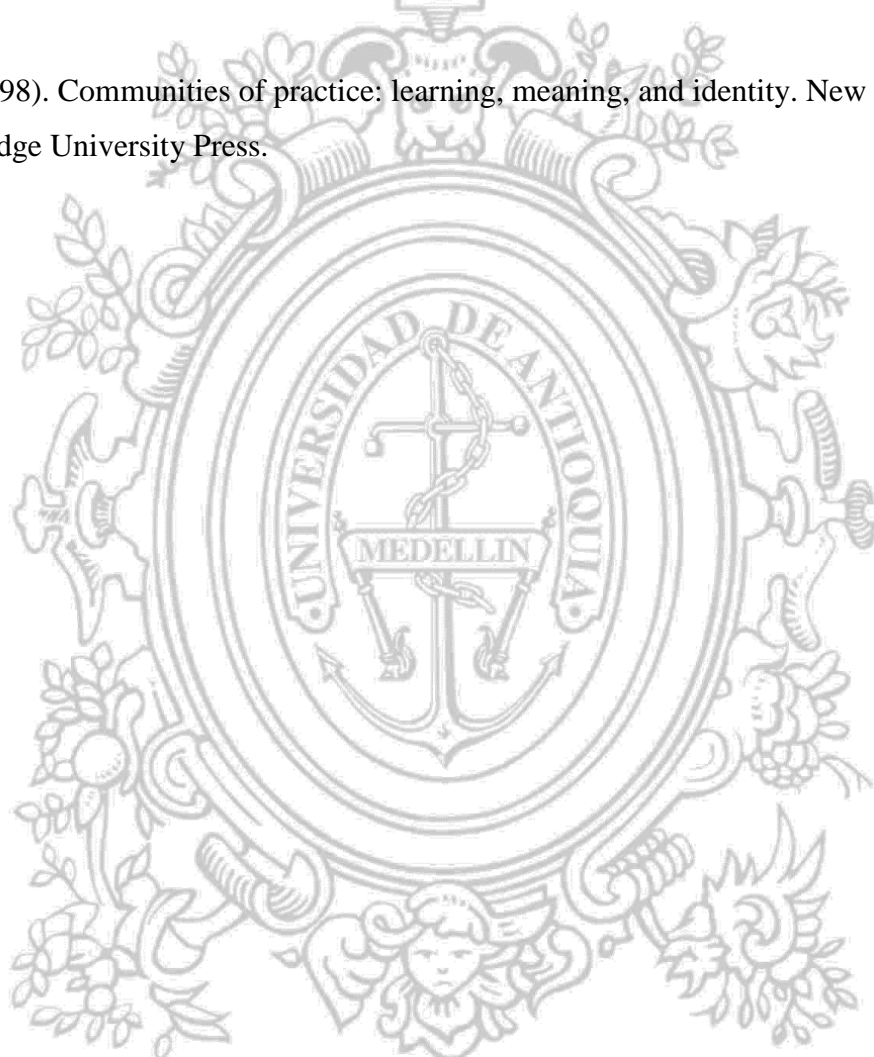
Luna, A. y Alves, J. (2007). Modelagem matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. En V Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática, 5, 855-876.

Parra-Zapata, M. y Villa-Ochoa, J. (2015). Interacciones y contribuciones. Forma de participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática (Artículo sin publicar).

Planas, N., y Gorgorió, N. (2004). Interacción, negociación y diálogo en el aula de matemáticas. *Aula de innovación educativa*, 132, 22-26.

Silva, C., y Kato, L. (2012). Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica?. *Boletim de educação matemática*, 26(43), 817–838.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. New York: Cambridge University Press.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



CAPÍTULO III

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



3. Consideraciones finales

Con el propósito de dar respuesta a la pregunta de esta investigación, retomo los objetivos y los resultados presentados en los artículos del capítulo II, elaborados a partir del análisis de los datos recolectados. El objetivo de esta investigación fue analizar cómo se dio la *participación* de un conjunto de estudiantes de Educación Primaria, de quinto grado, cuando se involucraron en ambientes de modelación diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación. Este objetivo fue orientado por la pregunta de investigación ¿cómo se da la *participación* de los estudiantes de Educación Primaria, quinto grado, cuando se involucran en ambientes de modelación diseñados con algunas de las características de la perspectiva socio-crítica de la modelación?

En el primer artículo presenté aportes teóricos a la modelación en la Educación Primaria. El objetivo de este artículo fue discutir la modelación en la Educación Primaria a partir de la perspectiva socio-crítica como una *matematización de la realidad*. En el segundo y tercer artículo presenté aportes teóricos, metodológicos y didácticos a la *participación* en ambientes de modelación. La finalidad del segundo artículo fue sistematizar y caracterizar la *participación* de los estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación, centré la atención en analizar las interacciones y las contribuciones de los estudiantes. El propósito del tercer artículo fue identificar y analizar tipologías de la *participación*, para ayudar a entender la *participación* de los estudiantes en ambientes de modelación.

Para investigar la *participación*, analicé las acciones, explicaciones y las manifestaciones orales y escritas de un grupo de 27 estudiantes de quinto grado (9-11 años) miembros del

Semillero de matemáticas de la Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes, cuando

se involucraron y comprometieron en tres (3) ambientes de modelación.

Para dar cuenta de los resultados de la investigación fundamento los hallazgos en el alcance de la pregunta y el objetivo de investigación, presento estas consideraciones finales de acuerdo a las características que debería tener el diseño de un ambiente de modelación en la perspectiva socio-crítica, a cómo se da la *participación* de los estudiantes en el ambiente de modelación y a algunas implicaciones para el aula de clase.

3.1 Ambientes de modelación en la perspectiva socio-crítica

El análisis de los datos mostró además que los ambientes de modelación en Educación Primaria en la perspectiva socio-crítica de la modelación favorecen espacios de diálogo y acción hacia una *participación* reflexiva y propositiva de los estudiantes. Para que la *participación* sea cada vez más reflexiva y propositiva y llegue a incidir en la realidad de los estudiantes, se necesita, entre otros asuntos, promover y facilitar ambientes que favorezcan la comunicación, el diálogo, y el compromiso entre los participantes.

Con base en los resultados, un ambiente de modelación debe adquirir formas en las que se reconozca la experiencia de los estudiantes y los conocimientos (matemáticos y no matemáticos) que poseen sobre el contexto, la situación o el fenómeno. Reconocer estas experiencias permitirá también identificar modos de *participación* y por tanto, maneras de comprometerse con la actividad matemática en el ambiente de modelación.



La naturaleza de los ambientes de modelación posibilitó que los estudiantes actuaran

en diferentes funciones. Por un lado eso parece representar una división de tareas, lo que no siempre es deseable en actividades de este tipo. Por otro lado puede ofrecer a los estudiantes un mayor número de posibilidades de acción y, en consecuencia, nos pueden proporcionar informaciones más ricas sobre su *participación* en ambientes que demandan conocimientos matemáticos.

La investigación develó que para promover la participación de los estudiantes, los ambientes de modelación deben salirse de los esquemas convencionales y deben ser ambientes en los que se promueva y trabaje con: el estudio de situaciones cercanas a la cultura del estudiante, el trabajo en grupo el dialogo y las reflexiones en el aula de clase, los asuntos y conocimientos de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento, las formas en las que se reconozca la experiencia de los estudiantes y los conocimientos (matemáticos y no matemáticos) que poseen sobre el contexto, la situación o el fenómeno.

3.2 Participación de estudiantes de Educación Primaria, quinto grado, en ambientes de modelación

Las formas de actuar y de comprometerse de los estudiantes en los ambientes de modelación dejaron ver cómo comunican sus ideas al grupo de modo que fueran comprensibles y como, poco a poco, aprende a escuchar las ideas de los compañeros, incluso cuando no coincide con su perspectiva. En cuanto a la *participación* de los estudiantes en los procesos de aprendizaje matemáticos se hizo evidente, en los artículos dos (2) y tres (3) de esta investigación, que se

trascendió el contenido concreto y se generaron actitudes que pueden variar de una

disposición favorable y comprometida hacia el aprendizaje matemático, hasta una actitud pasiva en la que siempre se esperará que sea otro quien produzca ese conocimiento para luego adquirirlo.

En el estudio y el análisis de las situaciones de la vida real, los estudiantes realizaron procesos de matematización que corresponden con una idea de *matematización de la realidad* que no se agotó en la producción de representaciones matemáticas (vistas como modelos). La matematización evidenció diferentes maneras de participar de los estudiantes. La *participación* estuvo presente en la observación, la problematización, la investigación, y la validación de las diferentes situaciones.

Del análisis de los ambientes de modelación se desprendió que, cuando los estudiantes son involucrados en este tipo de ambientes de modelación, su *participación* se caracteriza por las interacciones y las contribuciones. Las interacciones se relacionan con formar parte del grupo y aportar a la producción de conocimiento, entre ellos, el matemático, para el estudio de cada situación. Las contribuciones se vinculan con las interacciones que se asumen como elementos que ayudan a construir las comprensiones necesarias para el aprendizaje en el discurso matemático del aula de clase.

Cuando los estudiantes se comprometen con el estudio de un fenómeno en el que utilizan, construyen o producen matemáticas, el contenido de sus producciones y acciones tienen una presencia marcada de aspectos de sus experiencias. Cuando los estudiantes empiezan a participar en la discusión de los asuntos matemáticos y no matemáticos, sus maneras de actuar y sus producciones se enfocan cada vez más hacia la toma de iniciativas propias. Basada en los episodios presentados establecí algunas relaciones entre las manifestaciones orales y escritas, las

acciones y las explicaciones de los estudiantes en cada momento de ejecución del ambiente de modelación.

El análisis de las actitudes y comportamientos ofrece varios puntos de referencia que permiten estudiar el fenómeno de la *participación* de los estudiantes, clasificándola así: si la iniciativa de la *participación* es del maestro o del estudiante (no espontánea o espontánea), si está dirigida a todo el grupo o a un compañero, al interior del grupo de compañeros más cercanos o al profesor (grupal o personal).

Por lo tanto, determiné que la *participación* de los estudiantes emerge por las interacciones y las contribuciones en los ambientes de modelación, lo que da cuenta de un empoderamiento frente a las nociones matemáticas y frente a la situación misma, lo que demostró su capacidad para decidir y responsabilizarse de sus propias acciones. Este empoderamiento supuso adquirir confianza en sí mismos.

A partir de la *participación* en los ambientes de modelación los estudiantes de Educación Primaria pudieron discutir, dialogar y reflexionar en torno a asuntos propios de las matemáticas y a problemáticas sociales en donde las matemáticas son fundamentales para dar respuesta a los interrogantes.

Así pues, la *participación* debe estar enfocada a la discusión de asuntos matemáticos y no matemáticos, de esta manera ella trasciende el contenido mismo para posibilitar en los estudiantes espacios de posicionamiento crítico. Así mismo, la *participación* está presente en la observación, la problematización, la investigación, y la validación de las diferentes situaciones. Emerge por las interacciones y las contribuciones y se enfoca en la discusión de los asuntos

matemáticos y no matemáticos, allí las maneras de actuar y las producciones de los estudiantes se enfocan cada vez más hacia la toma de iniciativas propias.

3.3 Implicaciones para el aula de clase

Las características evidenciadas en el acto participativo de los estudiantes en el aula de clase, permiten al profesor plantear estrategias para una adecuada interacción durante el desarrollo de las clases.

Los resultados de esta investigación señalan que la implementación de la modelación en Educación Primaria, por medio de la *participación* en ambientes de modelación diseñados con características de la perspectiva socio-crítica de la modelación, permite que los estudiantes discutan asuntos matemáticos que hacen parte de problemas reales, dialoguen y reflexionen con sus compañeros y su profesora sobre el contexto social en el que están inmersos.

La modelación en esta perspectiva tendría que incluir asuntos que permitan discutir dialogar y conjeturar en el aula de clase sobre diferentes situaciones. La modelación fundamentada en la perspectiva socio-crítica implica que el aula de clase se inscriba en ambientes en donde los estudiantes puedan discutir, dialogar, conjeturar. En este tipo de ambientes, la actividad matemática surge articulada de las necesidades que emergen de la situación estudiada y de las interacciones y contribuciones que los estudiantes tienen entre ellos mismos, con el contexto estudiado y con el profesor.

Anexos

Anexo A: Diseño de una Guía del Consumidor



Universidad de Antioquia
Red Colombiana de Modelación en Educación
Matemática
Ambiente de Modelación:
Diseño de una Guía del Consumidor²²



Realizada por: Mónica Marcela Parra-Zapata

Momento 1: ¿Qué es una guía del consumidor?

Materiales: Documento “Guía del consumidor” de la Súper Intendencia de Industria y Comercio de Colombia.

Después de la lectura del apartado de la “Guía del consumidor” de la Superintendencia de Industria y comercio, y de acuerdo a sus percepciones respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es un consumidor?
2. ¿Qué se considera un artículo de consumo?
3. ¿Qué factores puede considerar una persona a la hora de adquirir un producto?
4. ¿Cuáles serían los ítems que ustedes tendrían en cuenta a la hora de adquirir un producto?
5. ¿Qué criterios surgen la hora de comprar un producto?
6. ¿Qué es una guía para el consumidor?

Momento 2: Observación de los paquetes de mecato. Criterios previos de clasificación

Materiales: 2 paquetes de mecato de diferentes marcas, hojas en blanco.

Tomen los paquetes de mecato y observen en ellos características comunes y no comunes.

- Escriban los elementos que identifican con relación al producto.
- Realicen una lluvia de ideas con algunos factores o criterios, que considerarían cuando tratan de descubrir cuál es el mejor mecato para comprar.
 1. ¿Cómo podrían clasificar los factores?
 1. ¿Cómo podrían calificar los factores para que ayuden a determinar qué paquete de mecato deberían comprar las personas?

Momento 3: Búsqueda de información sobre los criterios previos

Tomen los criterios que encontraron y delimiten cuatro (4), sobre ellos realicen indagaciones pertinentes sobre su consideración en el país.

Momento 4: Diseño de las guías del consumidor

Materiales: Hojas en blanco.

A partir de la indagación anterior elaboren una guía para el consumidor, es decisión de ustedes en qué factores van a enfocar la guía del consumidor, la cual debe ayudar a las personas en la elección de cualquier paquete de mecato, no sólo los que se utilizan en esta actividad. Escriban instrucciones claras para el consumidor en cómo usar la guía para comprar diferentes tipos de mecatos.

Momento 5: Comunicar los resultados

Materiales: Hojas en blanco.

Preparen un reporte corto para los miembros de la clase, en el que expliquen por qué la guía que desarrollaron es adecuada.

1 8 0 3

²²Algunos cambios se realizaron sobre el original, el cual se encuentra en: English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303-32

Anexo B: Cálculo del IMC



Universidad de Antioquia
Red Colombiana de Modelación en Educación
Matemática
Ambiente de Modelación:
Cálculo del IMC



Realizada por: Mónica Marcela Parra-Zapata
Johana Natalia Parra-Zapata
María Camila Ocampo-Arenas
Jhony Alexander Villa-Ochoa

Momento 1: Obesidad y delgadez en el País

Según la encuesta nacional de la Situación Nutricional en Colombia del 2010, en el país uno de cada dos colombianos de 18 a 64 años presenta sobrepeso; que equivale a un 52,2% de la población. A su vez, también revela la encuesta que uno de cada seis niños y adolescentes entre 0 y 7 años presentan esta situación.

1. ¿Cómo puedes explicar lo presentado antes?

Dicha encuesta, también señala que **la mayor prevalencia de exceso de peso se presenta en el área urbana (52,5%), esta misma proporción se presenta en 22 departamentos del país, con principal foco en las zonas de San Andrés y Providencia (65,0%), Guaviare (62,1%), Guainía (58,9%), Vichada (58,4%) y Caquetá (58,8%). Además, el sobre peso en la zona urbana, representa un 52.5% del sobrepeso que sufren las personas de nuestro país.**

2. ¿Cuál será el porcentaje de sobrepeso en la zona rural?
3. ¿Por qué crees que se presenta esta situación en la zona urbana?
4. ¿Cómo podría representarse los datos suministrados en el párrafo anterior?

El sobrepeso es una señal de alerta, que si sigue en aumento puede convertirse en obesidad, definida como una patología por ganancia de peso anormal debido al exceso de grasa. Esta patología puede llevar a complicaciones cardiovasculares entre otras que afectan la salud física de nuestro cuerpo.

La principal causa para el desarrollo del sobrepeso y la obesidad, es un desequilibrio del balance energético; en donde son mayores las calorías consumidas que las calorías gastadas. El sobrepeso y la obesidad, así como las enfermedades producidas por él, que no se transmiten, son en gran parte prevenibles. Los estilos de vida saludable, como los son la alimentación saludable, y la actividad física son fundamentales para la prevención del exceso de peso en los individuos.

5. ¿Cómo crees que son tus hábitos alimenticios?
6. ¿Crees que la energía proporcionada por los alimentos que comes es gastada en su totalidad?
7. ¿Qué es alimentación saludable?
8. ¿Cuántas veces a la semana consumes alimentos que no son tan saludables para tu cuerpo?
9. ¿Cuáles crees que son los alimentos? ¿Por qué?

Momento 2: Cálculo del IMC

El índice de masa corporal (*IMC*) es un indicador simple, que permite relacionar el peso y la estatura, según tu edad, para ayudarte a determinar si tienes un peso adecuado para tu edad. El *IMC* tiene en cuenta toda la composición corporal de la persona, la composición de corporal está conformada por la masa libre de grasa y la masa grasa.

10. ¿Qué es la composición corporal?
11. ¿Alguna vez has calculado tu *IMC*?
12. ¿Cómo puedes calcular tu *IMC*?

El índice de masa corporal (*IMC*) fue desarrollado por el matemático Lambert Adolphe Quetelet en el siglo XIX, basándose en el peso y la talla de cada sujeto. Este indicador se calcula al dividir el peso de una persona en kilos por el cuadrado de su estatura en metros (kg/m²).

$$IMC = \frac{\text{Peso (Kg)}}{\text{Estatura}^2 (m)}$$

13. ¿Cómo se relacionan tu estatura y tu peso en este cálculo?
14. ¿Es adecuada la relación de estatura y peso en este cálculo?
15. ¿Qué información te arroja este cálculo?

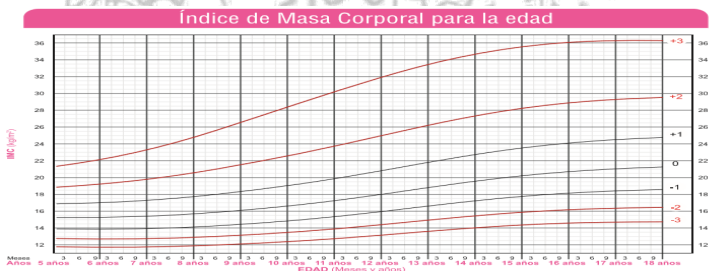
Participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática.
Reflexiones a partir de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática



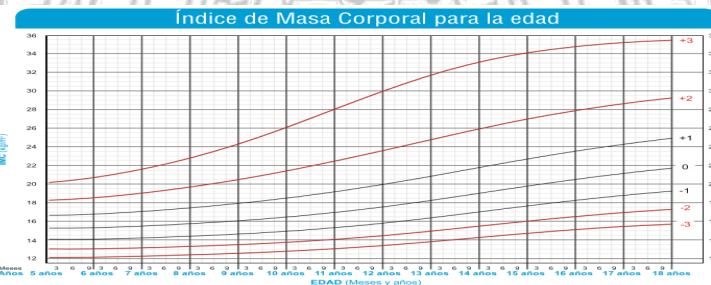
Momento 3: Diálogo con una nutricionista dietista. Clasificación del IMC

Los siguientes gráficos son basados en un estudio de la OMS y adaptados para la población colombiana según la resolución 2121 de 2010, para analizar el IMC de niños y niñas entre los 5 y los 18 años, allí se puede ubicar esta relación del peso y la estatura mediante puntos que indican al nutricionista el estado de tu desarrollo, y si tienes un peso adecuado.

Con base en los gráficos reflexionemos de acuerdo con las siguientes preguntas:



IMC/Edad para niñas entre los 5 y los 18 años



IMC/Edad para niños entre los 5 y los 18 años

16. ¿Qué representan las líneas que se encuentran de color rojo?
17. ¿Por qué crees que la edad es un factor importante para ubicar el IMC?
18. ¿Qué significa que un niño de 5 años y 3 meses tenga un IMC de 20? Y ¿Qué pasa cuando este mismo niño pasa a un IMC de 24?
19. ¿Cuál es el vínculo entre el IMC de una persona y una vida saludable?

Ahora podrás ubicar los datos que corresponden a tu IMC y tu edad, para determinar cuál es el estado de tu peso. Ubica en la tabla un punto que represente la relación entre tu IMC y tu edad. Pensemos y escribamos:

20. ¿Qué interpretación puedes dar de acuerdo a lo dibujado en la gráfica?
21. ¿En qué parte de la gráfica está tu IMC? ¿Qué indica lo anterior?

Recordemos la noticia de Mateo y determinemos su veracidad y cómo podríamos ayudarle, iniciemos con argumentar:

22. ¿Qué recuerdas sobre la noticia?
23. ¿Qué información hay que conocer para determinar la veracidad de la noticia?
24. ¿Cómo podríamos alertar a otros niños para que no lleguen a un estado de obesidad?

Momento 4: Análisis del modelo matemático del IMC

A partir del trabajo que acabamos de realizar respondan las siguientes preguntas:

25. ¿Será útil este cálculo para todas las personas?
26. ¿El cálculo es exacto?
27. ¿Es suficiente con hacer este cálculo para determinar si una persona tiene sobrepeso o delgadez?
28. ¿Qué otras cuestiones hay que tener en cuenta a la hora de dar un diagnóstico sobre una persona?
29. ¿Qué asuntos matemáticos son cuestionables en el cálculo?

Momento 5: Comunicar los resultados

Materiales: Hojas en blanco.

Preparen un reporte corto para los miembros de la clase, en el que expliquen el trabajo que realizaron.

Anexo C: Consentimiento informado de la Institución para publicación de

registros



DESDE 1959
FORMANDO
INTEGRALMENTE

FUNDACIÓN EDUCATIVA
COLEGIO SAN JUAN EUDES

NIT 900074607-2
DANE 305001012181

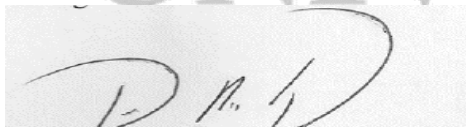
RESOLUCIONES M.E.N 9084-9085 DE NOV. 12 - 1974
Y EDUCAME 0656 ENE. 19 - 2006

Medellín, 30 de abril de 2014

Autorización de la Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes para la *participación* de algunos de sus estudiantes en la Investigación de Maestría titulada “La Modelación Matemática en la Educación Primaria. Una Aproximación a Través de la Perspectiva Socio-crítica”

Por este medio, en respuesta a la solicitud escrita de la docente de la Fundación Mónica Marcela Parra Zapata, en la que solicita autorización para realizar un trabajo de investigación con algunos estudiantes de la Fundación, sobre “**La Modelación Matemática en la Educación Primaria. Una Aproximación a Través de la Perspectiva Socio-crítica**” le comunicamos que cuenta con el aval de la institución, para el desarrollo de la citada investigación. La investigadora debe comprometerse a:

1. Explicar a la Fundación, con anterioridad al inicio de la investigación, los objetivos y las finalidades que se pretenden alcanzar, así como las características y condiciones de la misma.
2. Informar a la Fundación el estado o evolución de la investigación, a lo largo de las diferentes etapas del proceso investigativo.
3. Entregar las conclusiones a todos los implicados en la investigación para que puedan servir de mejora y favorezcan la calidad de los procesos educativos de la Fundación.
4. Solicitar autorización por escrito para el desarrollo de la investigación a los estudiantes y a sus familias.
5. El trabajo de investigación se llevará a cabo con el profesorado y los estudiantes que con anterioridad hayan manifestado interés en participar.
6. Al final de la investigación se enviará a la rectoría de la Fundación una memoria de las conclusiones obtenidas.



Edgar Darío Restrepo Gómez
Cédula Ciudadanía 70.045.804 de Medellín
Rector

1 8 0 3

Anexo D: Consentimiento informado de los Padres de Familia para publicación

de registros



DESDE 1959

FORMANDO

INTEGRALMENTE

FUNDACIÓN EDUCATIVA COLEGIO SAN JUAN EUDES

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



Permiso de padres, madres y/o acudientes para la participación de su hijo o hija en la Investigación de Maestría titulada “La Modelación Matemática en la Educación Primaria. Una Aproximación a Través de la Perspectiva Socio-crítica”

Por este medio deseamos solicitarles su permiso para que su hijo o hija haga parte de una Investigación que se adelanta en conjunto en el marco del proyecto de investigación del colegio nombrado “Aulas Para la Convivencia y la Paz: En mi Vida Convivo Sanamente” y la Investigación de Maestría de la Facultad de Educación titulado “La Modelación Matemática en la Educación Primaria. Una Aproximación a Través de la Perspectiva Socio-crítica”

En el marco de ambos trabajos de investigación se ha consolidado en el colegio un *Semillero de matemáticas* en el que sus hijos se inscribieron de manera voluntaria; con el objetivo de participar en un espacio en el que se aborden las matemáticas de manera diferente, y se complemente el trabajo realizado en el aula de clase regular.

¿Por qué se realiza esta Investigación?

Esta investigación se realiza en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia y entre uno de sus objetivos pretende propiciar espacios de interacción en los que los estudiantes participantes puedan relacionar las matemáticas con sus vivencias y su entorno a partir de la creatividad, el desarrollo del espíritu investigativo, la cooperación, la *participación* y el fomento por el respeto. El *Semillero de matemáticas* responde a la necesidad de involucrar a los estudiantes en ambientes de aprendizaje diferentes, en los que el estudiante sea protagonista de su propio proceso de aprendizaje; que se parta de la motivación y el interés personal, para promover la *participación*. Se trata de constituir un espacio que les permita a los estudiantes de la institución indagar, experimentar, reflexionar y discernir sobre temas de trascendencia relacionados con las matemáticas y con la vida misma.

¿Qué procedimientos están implicados?

La Investigación trae consigo varios procedimientos, en particular sus hijos harán parte del *Semillero de matemáticas* en el que se trabajará con los estudiantes durante 15 sesiones de acuerdo con los siguientes momentos de intervención:

Momento 1: Familiarización con el ambiente de aprendizaje. Se llevarán al *Semillero de matemáticas* algunas situaciones de modelación matemática abordadas por otras personas, con ellas se busca que los estudiantes analicen modelos ya construidos y se familiaricen un poco con situaciones problemáticas en las que las matemáticas contribuyeron a la solución.

Momento 2: Diseño de un proyecto. Los estudiantes traerán al *Semillero de matemáticas* una situación problemática de su cotidianidad en la que ellos consideren que las matemáticas puedan contribuir a la solución. Se busca que los estudiantes propongan una solución o posibles soluciones a esta situación a partir de las matemáticas, desarrollarán pequeños Proyectos de Investigación.

Momento 3: Evaluación del programa. Los estudiantes realizarán una evaluación del desarrollo del *Semillero de matemáticas*.

¿Existen probables riesgos y/o incomodidades para su hijo o hija?

Los riesgos a los estudiantes en esta Investigación son bajos. En el *Semillero de matemáticas* se procurará que los estudiantes proporcionen sus pensamientos sobre el trabajo que realizan. Se realizarán entrevistas enfocadas a sus percepciones y sentires, se tomarán fotos y se realizarán grabaciones de audio y video.

Si los estudiantes no desean participar en alguna de las actividades que se propongan estará en libertad de hacerlo. Si los estudiantes se sienten incómodos con alguna pregunta durante la entrevista de grupo, no tienen que contestarla. También, no tienen que preocuparse de decir algo “equivocado”. Además, el proceso del grupo será administrado por los investigadores que se entrenan para ayudar a estudiantes a escuchar de manera respetuosa cada una de las opiniones. Los investigadores escucharán con cuidado y se cerciorarán de que su hijo o hija se sienta cómodo. Se invitará a los participantes también que hablen con los entrevistadores en privado si desean discutir las experiencias que no desean compartir delante de otros estudiantes.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

¿Qué pasará con la privacidad de su hijo o hija?

No se divulgará ninguna información sobre su hijo o hija a cualquier persona fuera del proceso de la investigación. Los nombres de los estudiantes serán reemplazados por seudónimos. El personal de investigación mantendrá la información de su hijo o hija confidencial y no se revelará su nombre en cualquier material o documento. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no hay información incluida que puede revelar la identidad de su hijo o hija de cualquier manera. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad.

¿Puede su hijo o hija retirarse o ser sacado del estudio?

Usted y su hijo o hija pueden elegir estar en esta Investigación o no. Si su hijo o hija se ofrece de forma voluntaria a estar en esta investigación, él o ella pueden retirarse en cualquier momento sin consecuencia alguna. Su hijo o hija puede también rechazar contestar cualquier pregunta que él o ella no desee contestar y todavía permanecer en la Investigación. El retiro de su hijo o hija será dejado en evidencia en un acta.

¿A quién pregunto si tengo alguna duda?

Si usted o su hijo o hija tienen preguntas que no sean tratadas por esta forma del consentimiento, se puede comunicar con la Investigadora principal Mónica Marcela Parra Zapata, Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, Estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia. Avalada por el grupo de Investigación Mathema-Fiem; a través del correo electrónico: monica.parra@udea.edu.co

La Investigadora estará disponible para discutir cualquier pregunta que usted desee plantear.

¿Cuáles son mis derechos en la Investigación?

Si usted o su hijo o hija tienen cualquier pregunta sobre los derechos de ser un participante de la investigación, usted puede comunicarse al correo electrónico mathema.fiem@gmail.com.

¿Desea su hijo o hija participar de la Investigación?

En días anteriores se dio a conocer a su hijo o hija toda la información correspondiente a la *participación* en la investigación, a la cual su hijo o hija ha manifestado de manera voluntaria querer participar.

Permiso para que su hijo o hija participe de la Investigación

Si usted acuerda permitir que su hijo o hija participe en esta Investigación, por favor firme y escriba en letra legible su nombre en la línea proporcionada para el "padre o Acudiente".

Informaremos a su hijo o hija sobre las fechas requeridas para el desarrollo de la Investigación.

FIRMA DEL PADRE O TUTOR: Acuerdo permitir que mi hijo o hija _____ participe en esta Investigación.
Manifiesto entender que mi hijo o hija puede elegir el no participar en la Investigación incluso después de que haya concedido este permiso.

Nombre del padre o del tutor _____

C.C: _____

Correo electrónico: _____

Firma del padre o del tutor _____

Teléfono de contacto: _____

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexo E: Consentimiento informado de los Estudiantes para publicación de registros

FUNDACIÓN EDUCATIVA COLEGIO SAN JUAN EUDES

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



DESDE 1959



FORMANDO

INTEGRALMENTE

Permiso de estudiantes para la *participación* en la Investigación de Maestría titulada “La Modelación Matemática en la Educación Primaria. Una Aproximación a Través de la Perspectiva Socio-crítica”

Por este medio deseamos solicitarte tu permiso para que hagas parte de la Investigación que se adelanta en conjunto en el marco del proyecto de investigación del colegio nombrado “*Aulas Para la Convivencia y la Paz: En mi Vida Convivo Sanamente*” y la Investigación de Maestría de la Facultad de Educación titulado “*La Modelación Matemática en la Educación Primaria. Una Aproximación a Través de la Perspectiva Socio-crítica*”

En el marco de ambos trabajos de investigación se ha consolidado en el colegio un *Semillero de matemáticas* en el que te inscribiste de manera voluntaria; con el objetivo de participar en un espacio en el que se aborden las matemáticas de manera diferente, y se complemente el trabajo que realizas en el aula de clase regular.

¿Por qué se realiza esta Investigación?

Esta investigación se realiza en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia y entre uno de sus objetivos pretende propiciar espacios de interacción en los que los estudiantes participantes puedan relacionar las matemáticas con sus vivencias y su entorno a partir de la creatividad, el desarrollo del espíritu investigativo, la cooperación, la *participación* y el fomento por el respeto. El *Semillero de matemáticas* responde a la necesidad de involucrar a los estudiantes en ambientes de aprendizaje diferentes, en los que el estudiante sea protagonista de su propio proceso de aprendizaje; que se parta de la motivación y el interés personal, para promover la *participación*. Se trata de constituir un espacio que les permita a los estudiantes de la institución indagar, experimentar, reflexionar y discernir sobre temas de trascendencia relacionados con las matemáticas y con la vida misma.

¿Qué procedimientos están implicados?

La Investigación trae consigo varios procedimientos, en particular harás parte del *Semillero de matemáticas* en el que trabajaremos durante 15 sesiones a partir de los siguientes momentos de intervención:

Momento 1: Familiarización con el ambiente de aprendizaje. La investigadora llevará al *Semillero de matemáticas* algunas situaciones de modelación matemática abordadas por otras personas, con ellas se busca que los estudiantes analicen modelos ya contruidos y se familiaricen un poco con situaciones problemáticas en las que las matemáticas contribuyeron a la solución.

Momento 2: Diseño de un proyecto. Traerás al *Semillero de matemáticas* una situación problemática de tu cotidianidad en la que ellos consideren que las matemáticas puedan contribuir a la solución. Se busca que propongas una solución o posibles soluciones a esta situación a partir de las matemáticas, desarrollarán pequeños Proyectos de Investigación.

Momento 3: Evaluación del programa. Realizarás una evaluación del desarrollo del *Semillero de matemáticas*.

¿Existen probables riesgos y/o incomodidades para ti?

Los riesgos para ti en esta Investigación son bajos. En el *Semillero de matemáticas* se procurará que proporciones tus pensamientos sobre el trabajo que realices. Se realizarán entrevistas enfocadas a tus percepciones y sentires, se tomarán fotos y se realizarán grabaciones de audio y video.

Si no deseas participar en alguna de las actividades que se propongan estarás en libertad de hacerlo. Si te sientes incómodo con alguna pregunta durante la entrevista de grupo, no tienes que contestarla. También, no tienes que preocuparte de decir algo “equivocado”. Además, el proceso del grupo será administrado por los investigadores que se entrenan para ayudar a estudiantes a escuchar de manera respetuosa cada una de las opiniones. Los investigadores escucharán con cuidado y se cerciorarán de que te sientas cómodo. Se te invitará a que hables con los entrevistadores en privado si desean discutir las experiencias que no desean compartir delante de otros estudiantes.



Facultad de Educación

¿Qué pasará con tu privacidad?

No se divulgará ninguna información tuya a cualquier persona fuera del proceso de la investigación. Tu nombre será reemplazado por seudónimo solo si así lo deseas. El personal de investigación mantendrá la información confidencial y no se revelará en cualquier material o documento. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no hay información incluida que puede revelar tu identidad de cualquier manera. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad.

¿Puedes retirarte del estudio?

Puedes elegir estar en esta Investigación o no. Puedes retirarte en cualquier momento sin consecuencia alguna. Puedes también rechazar contestar cualquier pregunta que no desees contestar y todavía permanecer en la Investigación. El retiro de la investigación será dejado en evidencia en un acta.

¿A quién pregunto si tengo alguna duda?

Si tienes preguntas que no sean tratadas por esta forma del consentimiento, te puedes comunicar con la Investigadora principal Mónica Marcela Parra Zapata, Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, Estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia. Avalada por el grupo de Investigación Mathema-Fiem; a través del correo electrónico: monica.parra@udea.edu.co

La Investigadora estará disponible para discutir cualquier pregunta que usted desee plantear.

¿Cuáles son mis derechos en la Investigación?

Si tienes cualquier pregunta sobre los derechos de ser un participante de la investigación, puedes comunicarte al correo electrónico mathema.fiem@gmail.com.

¿Deseas participar de la Investigación?

Si deseas participar en la investigación de manera voluntaria y aceptas lo mencionado antes, por favor firma y escribe en letra legible tu nombre en la línea que aparece abajo.

Informaremos en su momento las fechas requeridas para el desarrollo de la Investigación.

FIRMA DEL ESTUDIANTE: Acuerdo querer participar en esta Investigación.
Manifiesto entender que puedo elegir el no participar en la Investigación incluso después de que haya concedido este permiso.

Nombre del estudiante _____

D.I.: _____

Correo Electrónico: _____

Firma del estudiante _____

Teléfono de contacto: _____

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexo F: Artículo conjunto. El Índice de Masa Corporal. Una propuesta de modelación matemática para el aula de clase.

El presente artículo es un artículo de divulgación de profesores que reporta la experiencia de modelación para el aula de clase en el ambiente 2 (Cálculo del *IMC*). Es escrito en conjunto por la investigadora, el asesor de investigación, la auxiliar de investigación y la nutricionista dietista. El artículo se encuentra en proceso de evaluación para publicación en una revista de Educación.

El Índice de Masa Corporal. Una propuesta de modelación matemática para el aula de clase

Mónica Marcela Parra-Zapata (Universidad de Antioquia. Colombia)

Johana Natalia Parra-Zapata (Universidad de Antioquia. Colombia)

María Camila Ocampo-Arenas (Universidad de Antioquia. Colombia)

Jhony Alexander Villa-Ochoa (Universidad de Antioquia. Colombia)

Resumen

En este artículo presentamos una experiencia de modelación matemática para la Educación Primaria, orientada por la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. La experiencia tuvo como propósito que los estudiantes trabajaran en el aula de clase con problemas de su realidad, para lo que propusimos el uso y análisis del modelo matemático usado para calcular el Índice de Masa Corporal. A partir del trabajo realizado en el aula de clase los estudiantes reflexionaron con relación al papel de algunos conceptos matemáticos en la actividad realizada y en la sociedad, además establecieron relaciones de los conceptos matemáticos involucrados en la situación con algunas de sus prácticas cotidianas, lo que les permitió cuestionarse al respecto de las prácticas de su contexto, especialmente las que se relacionan con hábitos alimenticios.

Palabras clave

Educación Matemática, modelación matemática, perspectiva socio-crítica, participación, índice de masa corporal.



1. Introducción

Generalmente en las clases de matemáticas se favorece la resolución de problemas matemáticos rutinarios, que se limitan a técnicas y algoritmos, en ambientes que se alejan de los contextos cercanos de los estudiantes. Como lo plantean Santos y Bisognin (2007) este tipo de problemas no son significativos para los estudiantes porque no les permiten conectar las necesidades de los contextos en los que se desenvuelven con los problemas trabajados en el aula de clase.

En algunas ocasiones, cuando un problema de la vida real se discute en el aula, suele ser un problema bastante artificial creado con el propósito de introducir un tema o de aplicar algún contenido ya estudiado. Este tipo de prácticas hace que sea difícil mostrar a los estudiantes otras aplicaciones del área que los lleven a reflexionar acerca de sus contextos y situaciones más cercanas (Santos y Bisognin, 2007).

En interés por estudiar fenómenos de la *realidad* en las aulas de clase de matemática ha conllevado a que la modelación matemática se consolide como una alternativa para que los estudiantes a partir de situaciones de su vida cotidiana se involucren de manera activa en su proceso de aprendizaje. De esta manera, se deja de lado la idea de que el docente es el único poseedor del conocimiento y el aula de clase se convierte en un espacio en el cual dialogan las ideas. Las condiciones expuestas permiten que las ideas de los sujetos involucrados en este proceso aporten en la producción de conocimiento matemático. La modelación, en este sentido, se entiende como un ambiente en el que se propicia que los estudiantes indaguen o investiguen cuestiones propias de su realidad mediante las matemáticas (Barbosa, 2001); en ese ambiente se promueve la interacción de los estudiantes con sus pares y la reflexión y discusión en torno a la resolución de problemas de la realidad (Araújo, 2009).

En nuestras búsquedas por integrar la modelación en las aulas de clase hemos encontrado diversidad de formas, diseños y actuaciones para la gestión de la clase con modelación. También hemos reconocido que en ese propósito establecer relaciones entre la “realidad y las matemáticas” no siempre los estudiantes se deben involucrar en la producción de modelos, sino también en el uso y estudio de

modelos matemáticos ya existentes en la literatura o en las diferentes profesiones. En

coherencia con estas ideas propusimos a un grupo de estudiantes de quinto grado (10-12 años) participar en un ambiente en el que se usó y estudió el modelo de Índice de Masa Corporal (IMC) de Quetelet. El ambiente partió de la preocupación constante del grupo de estudiantes por su apariencia física, así que para trascender esta preocupación más allá de lo estético decidimos usar el modelo IMC, discutir temas nutricionales y reflexionar acerca de los usos de las matemáticas en la sociedad.

Para dar cuenta de lo anterior este artículo se compone de cuatro apartados. En el primer apartado presentamos los referentes conceptuales que apoyan la experiencia de modelación matemática. En el segundo apartado reportamos el camino metodológico de la experiencia de modelación matemática. En el tercer apartado presentamos elementos del trabajo realizado por los estudiantes, y mostramos las discusiones y los análisis que surgen. Por último, en el cuarto apartado presentamos las consideraciones finales.

2. Modelación matemática en la perspectiva socio-crítica y el cálculo del IMC

A menudo las matemáticas son consideradas por los estudiantes como un conjunto de distintos temas que están fragmentados y no se les presentan situaciones en las que tengan la necesidad de relacionar diferentes contenidos. En la vida real, sin embargo, las situaciones problemáticas que se nos presentan no están generalmente bien definidas y frecuentemente tenemos que aplicar ideas y conceptos de un área para resolver los problemas que surgen en otro (Santos y Bisognin, 2007). A partir de la elección de un fenómeno o tema a estudiar, se hace una exploración, comprensión, análisis e investigación, y así la modelación y los modelos matemático posibilitan, entre otros asuntos, que los estudiantes generen interrogantes de situaciones de su contexto y presenten diferentes formas de representar las problemáticas en términos matemáticos, y que a partir de esto se acerquen a ideas para ofrecer una solución o posible solución del problema.

Para hablar de modelación matemática en el aula de clase, centramos nuestros intereses

hacia la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática (Kaiser y Sriraman, 2006). Abordar la modelación matemática a partir de la perspectiva socio-crítica es una aproximación teórica y metodológica que permite relacionar de diversas formas diferentes situaciones del entorno de los estudiantes.

Conforme mencionamos anteriormente, comprendemos la modelación matemática como aquel “ambiente de aprendizaje que invita a los estudiantes a indagar o investigar, por medio de la matemática, con situaciones de referencia en la realidad” (Barbosa, 2001, p. 31). En este sentido la modelación matemática permite a los estudiantes incluir diferentes modos de explicar y entender la realidad presente en el problema. Explicaciones y comprensiones que posteriormente el estudiante puede utilizar para abordar y relacionar otras situaciones que se le presenten en su cotidianidad.

Los ambientes de modelación matemática reconocidos en la perspectiva socio-crítica son espacios en los que se propone a los estudiantes, reunidos en grupos, utilizar las matemáticas para resolver algún problema con origen en la realidad; de tal manera que esa resolución sea problematizada y cuestionada (Araújo, 2009). En este sentido los ambientes de modelación matemática permiten que se generen con los estudiantes reflexiones constantes vinculadas con las matemáticas que utilizan. Dicha reflexión permite reconocer cómo las matemáticas pueden ayudar a resolver la situación o problemáticas con las que los estudiantes se enfrentan a diario.

Conforme ya mencionamos, en esta experiencia diseñamos una situación en la que usamos el IMC. Este índice fue desarrollado por el matemático Lambert Adolphe Quetelet en el siglo XIX. Este matemático se basó en el peso y la talla de los sujetos para determinar si el peso de la persona es adecuado. El IMC es un indicador simple que permite analizar el estado nutricional de un sujeto, pero que no define la composición corporal del mismo, es decir, puede arrojar el déficit o el exceso de peso,



pero no diferencia la masa grasa y la masa libre de grasa. Este indicador se calcula al dividir el peso de una persona en kilogramos por el cuadrado de su estatura en metros (kg/m^2).

La Organización Mundial de la Salud (OMS) entre los años 1997 y 2003 realizó un estudio multicéntrico, que tuvo como objetivo suministrar datos que describieran cómo deben crecer todos los niños y niñas hasta los cinco (5) años de edad en óptimas condiciones de nutrición, medio ambiente y cuidado en salud. En el año 2007, la OMS publicó un patrón de referencia para el grupo de 5 a 18 años, en el cual se fusionaron los datos del patrón internacional de crecimiento del NCHS / OMS de 1977, con la muestra transversal de los patrones de crecimiento para menores de 5 años. En este estudio se relaciona el IMC con la edad y se interpreta según la desviación estándar arrojada. En Colombia se adopta este estudio para su población por medio de la resolución 2121 de 2010 del Ministerio de Protección Social. Para una mejor visualización de la interpretación de la desviación estándar el Instituto Colombiano de Bienestar Familiar (ICBF) en el 2012 generó gráficas que relacionan el IMC/Edad.

Para analizar la relación del peso y la estatura en el grupo de edades de 5 a 18 años, el único parámetro que se utiliza es el IMC/Edad. El valor hallado para el IMC es analizado en las gráficas de IMC/Edad, las cuales varían según la edad y el género. Esta variación se da porque existen diferencias relacionadas con el sexo que son evidentes en el momento de nacer.

Cattani, 2007 plantea que generalmente, el género masculino tienen talla y peso mayores que el femenino; sin embargo, esta diferencia disminuye después progresivamente y casi no se aprecia al año de edad. Las variaciones más notables en cuanto a sexo son las que ocurren durante la pubertad que es el período final del crecimiento y maduración del niño en el que se alcanza la capacidad reproductiva. La aceleración del crecimiento lineal es una de las manifestaciones en el desarrollo puberal en las niñas. Hay además, aumento de peso y de proporción de grasa corporal. Las niñas alcanzan un pico máximo de crecimiento de 8,5 cm al año al inicio de la pubertad. Mientras que el pico de máxima velocidad de



crecimiento en los niños ocurre hacia la mitad de la pubertad y la velocidad de crecimiento es aproximadamente de 9,5 cm/año.

Una vez calculado el IMC se emplean gráficas que muestran canales de crecimiento, los que están destacados con curvas. Las gráficas las presentamos en las figuras 1 y 2.

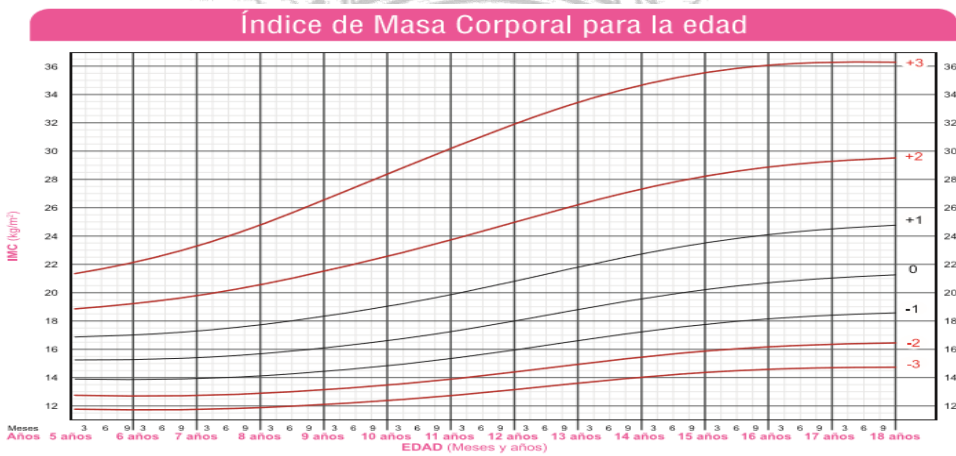


Figura 1. IMC/Edad para niñas entre los 5 y los 18 años. Tomado de ICBF (2012)

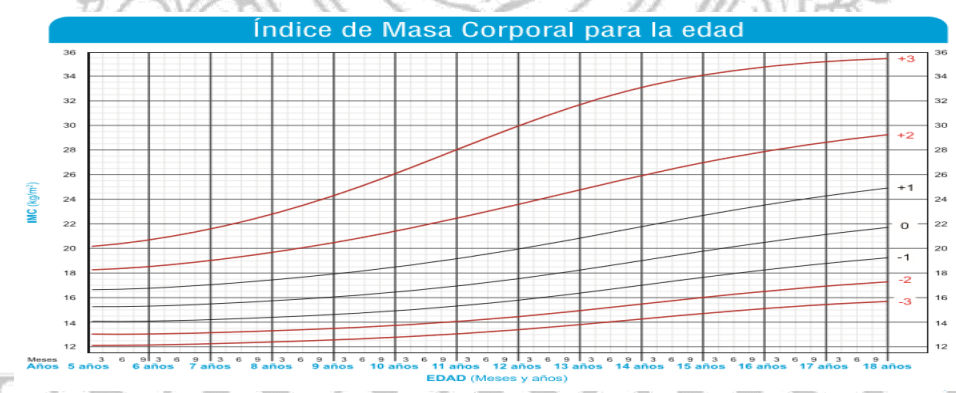


Figura 2. IMC/Edad para niños entre los 5 y los 18 años. Tomado de ICBF (2012)

La mediana de cada indicador de acuerdo a la referencia OMS (2007) aparece representada en la gráfica por una línea más gruesa y se identifica por el número cero (0). Las líneas más finas situadas sobre la mediana corresponden a desviación estándar de +1, +2 y +3 y por debajo de la mediana Desviación Estándar de -1, -2 y -3. La zona de desviación estándar entre + 1 y – 1 corresponde al rango en el que se espera ubicar la mayor parte de los niños (Ministerio de la Protección Social de Colombia,

2010). La interpretación de las gráficas se realiza a partir la desviación estándar que se ubicó

en las gráficas y a partir de la información que se presenta en la Tabla 1.

IMC/Edad según Desviación Estándar	INTERPRETACIÓN
<-2	Delgadez
-2 a <-1	Riesgo para delgadez
-1 a = 1	Adecuado para la edad
> 1 a = 2	Sobrepeso
> 2	Obesidad

Tabla 1. Puntos de corte de la Desviación Estándar para interpretación de las gráficas IMC/Edad

3. El camino metodológico de la experiencia en el aula de clase

3.1. El contexto

La experiencia que presentamos se desarrolló durante cinco sesiones en el segundo semestre del año 2014 con 27 estudiantes de quinto grado de Educación Primaria de la Fundación Educativa Colegio San Juan Eudes en la ciudad de Medellín (Colombia). El trabajo fue producto de un trabajo colectivo entre dos profesoras, una profesional en nutrición y dietética, y un investigador en Educación Matemática. La experiencia tuvo como propósito que los estudiantes trabajaran en el aula de clase con problemas de su realidad, para lo que se propuso el uso del modelo matemático de Quetelet para calcular su Índice de Masa Corporal (IMC).

Frente a la modelación matemática tuvimos la intención de que los estudiantes iniciaran por la aplicación y la verificación del modelo, de tal manera que los estudiantes pudieran usar, reflexionar, comprender el fenómeno y articularlo con su realidad. De este modo, los estudiantes se enfrentaron a la aplicación de las variables del modelo, a datos de la realidad y determinaron si se ajustaba a las condiciones de la situación mediante la evaluación del modelo. Además, se pretendió que los estudiantes emplearan otros datos e interpretaran el modelo para determinar si era suficiente o no.

Ligado a la perspectiva socio-crítica la intención fue que los estudiantes problematizaran e

investigaran diferentes cuestiones que aparecen en la situación estudiada (Barbosa, 2001; Araujo, 2012).

El problema trabajado en la experiencia fue la preocupación del grupo de estudiantes por su buena apariencia física. Esta preocupación se había convertido en uno de los aspectos cruciales de su día a día y los había motivado por temas nutricionales y por aspectos estéticos. Problematicamos el modelo del IMC y contamos con la presencia de una nutricionista dietista que nos ayudó a comprender asuntos del problema y a validar la información.

3.2. El proceso de uso y estudio del modelo

El ambiente se desarrolló en cinco (5) momentos que se relacionaron con la secuencia de actividades que propusimos didácticamente en el aula de clase para llevar a cabo el proceso de modelación matemática: obesidad y delgadez en Colombia, cálculo del IMC, clasificación del IMC, estudio del modelo matemático del IMC y comunicación de los resultados. Durante los cinco (5) momentos, los estudiantes usaron herramientas matemáticas para resolver ese problema, interpretaron los resultados obtenidos en términos de la situación o problema inicial, analizaron y criticaron el modelo a partir de sus resultados.

El primer momento, obesidad y delgadez en el país, se orientó a partir del problema de obesidad en Colombia y a partir de las reflexiones acerca del IMC, para qué y cómo puede ayudar en el diario vivir de los estudiantes.

El segundo momento, cálculo del IMC, tuvo como objetivo calcular el IMC propio y el IMC de un niño colombiano de 5 años llamado Mateo, que había sido diagnosticado con obesidad.

En el tercer momento, clasificación del IMC, los estudiantes sostuvieron un diálogo con la nutricionista dietista quien orientó las reflexiones hacia la composición corporal y la relación de tener un peso en los rangos normales con un adecuado estado de salud.

El cuarto momento, estudio del modelo matemático del IMC, permitió que los estudiantes

realizaran un análisis del modelo empleado para calcular el IMC. Los análisis se fundamentaron en aspectos matemáticos y nutricionales.

El quinto momento, comunicación de los resultados, permitió que los estudiantes, maestros investigadores y la nutricionista entablaran una discusión en relación con el IMC y lo que una persona debe tener en cuenta a la hora de interpretarlo para tomar acciones preventivas o correctivas y contrarrestar dichas problemáticas.

4. El trabajo realizado por los estudiantes. Discusiones y análisis

El objetivo planteado a los estudiantes en el ambiente de modelación fue verificar y analizar el modelo matemático empleado para calcular el IMC. Los estudiantes trabajaron en grupos y atendieron a los diálogos establecidos con los profesores y la nutricionista para calcular su IMC. A partir de estas mediciones se involucraron en cálculos matemáticos que los llevaron a reflexionar con relación a su estado nutricional y el de otras personas.

4.1. Obesidad y delgadez en el país

Al iniciar el ambiente de modelación presentamos a los estudiantes los resultados de la Encuesta Nacional de la Situación Nutricional en Colombia (ENSIN) de 2010, la cual informa que en el país uno de cada dos colombianos entre 18 y 64 años presenta sobrepeso; dicho de otro modo, el ENSIN señala que un 52,2% de la población presenta sobrepeso. A su vez, también revela la encuesta que uno de cada seis niños y adolescentes entre 0 y 7 años presentan esta situación.

Problematizamos la información presentada en la encuesta a través de preguntas como ¿Qué significa la información presentada por la ENSIN?, ¿Cómo podría representarse los datos suministrados

en el párrafo anterior?, ¿Cómo crees que son tus hábitos alimenticios?, ¿Crees que la energía proporcionada por los alimentos que comes es gastada en su totalidad?

Frente a los interrogantes los estudiantes manifestaron asuntos como “Profes lo que pasa en el país es grave, las encuestas dicen que uno (1) de cada dos (2) colombianos es obeso, esto es un valor muy alto para el país, porque es la mitad”, “Profe tenemos un gran problema por la obesidad, entonces las personas se van a enfermar más”, “Profe el porcentaje nos indica lo que valen esos Departamentos relacionados con Colombia” (Producciones de los estudiantes, 21 de octubre del 2014).

Resaltamos en lo anterior que los estudiantes empezaron a interpretar la información suministrada por la encuesta e iniciaron a realizarse cuestionamientos relacionados con su significado y con cómo puede intervenir en la situación presentada allí.

4.2. El cálculo del IMC

De acuerdo con las reflexiones que se suscitaron en el momento anterior, solicitamos a los estudiantes tomar en casa las medidas de su peso y de su estatura. Para el cálculo del IMC los estudiantes trabajaron en grupos de 2 o 3 estudiantes y emplearon el modelo matemático de Quetelet, modelo igual para todas las personas:

$$IMC = \frac{\text{Peso (kg)}}{\text{Estatura}^2 (m^2)}$$

Al calcular el IMC se hizo necesario precisar aspectos matemáticos como las unidades de medida del peso y la estatura, las operaciones con decimales, la lectura de números decimales, la interpretación del cuadrado de la estatura en la fórmula del IMC y con qué unidades de medida se expresaría el resultado obtenido al realizar el cálculo del IMC, el cual depende de las unidades de medida del peso y la estatura, como se muestra en las Figuras 3 y 4 en las que se evidencia que los estudiantes tienen una comprensión de las unidades de medida; sin embargo, en el modelo no asimilan completamente qué unidades irían allí y por qué.

En el cálculo del IMC fue necesario precisar las unidades de medida con las que se

expresaría el resultado obtenido puesto que, tales unidades dependen del peso y la estatura. En este proceso se evidenció que los estudiantes tienen una comprensión de las unidades de medida; sin embargo, en el modelo no se comprende completamente qué unidades eran correspondientes y porqué. Observamos que los estudiantes se confundieron al tomar su estatura al cuadrado y el peso en kilogramos, y hasta expresaron asuntos como: “vamos a medir nuestra masa en kilogramos o cuadrados” (Producciones de los estudiantes, 21 de octubre del 2014). Sin embargo otros estudiantes, comprendieron la medición en centímetros o metros y en kilogramos. Esta situación permitió que se diera un diálogo para tomar decisiones y llegar a acuerdos en cuanto a las unidades de medida más convenientes para expresar el IMC.

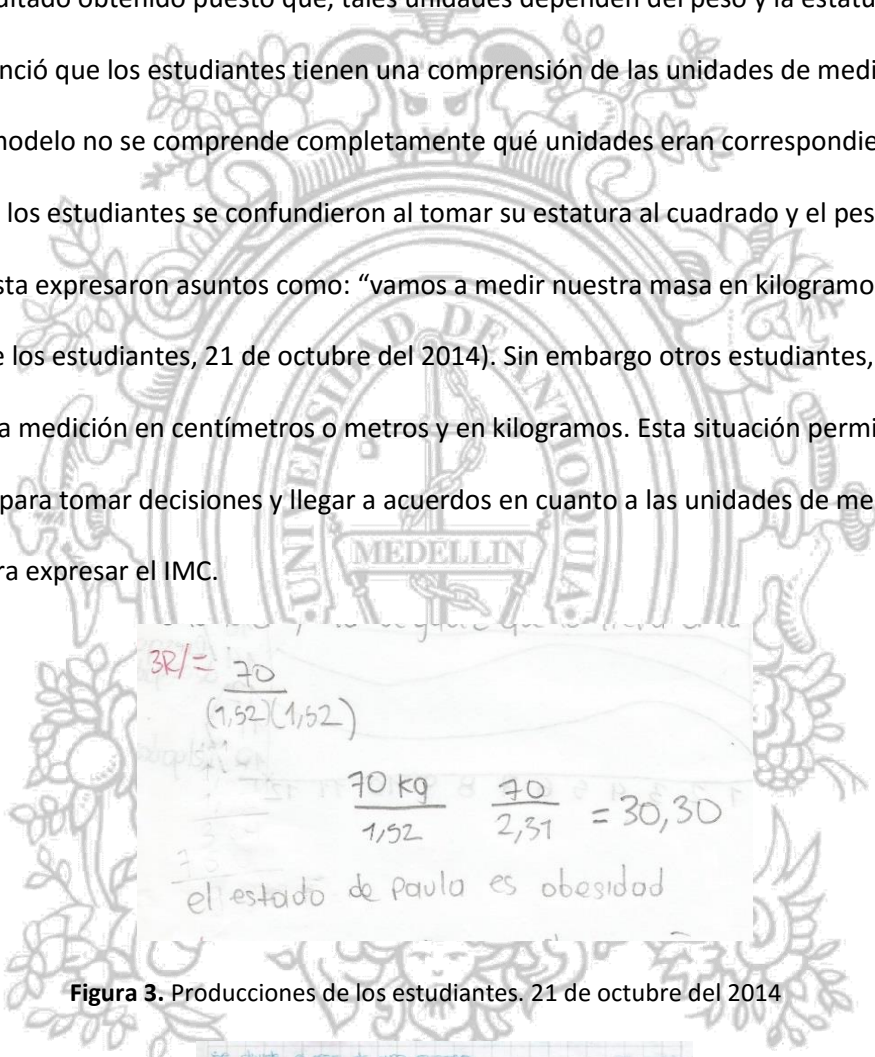


Figura 3. Producciones de los estudiantes. 21 de octubre del 2014

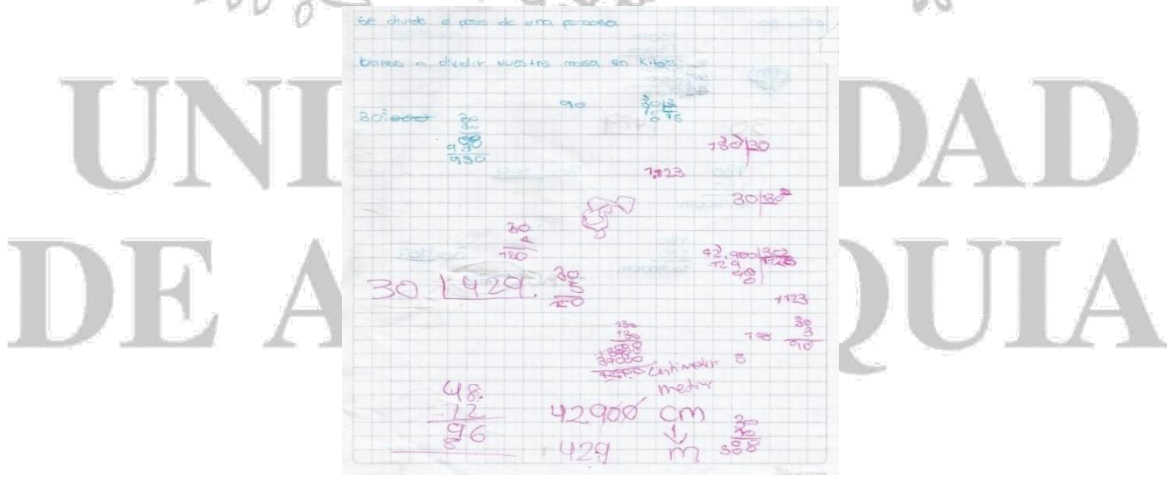


Figura 4. Producciones de los estudiantes. 21 de octubre del 2014

Una vez que los estudiantes obtuvieron el valor numérico para el IMC, se motivaron por

conocer el significado de los valores. Antes de la interpretación de los significados, la nutricionista indagó a los estudiantes por la manera en que obtuvieron las mediciones. Los estudiantes manifestaron que las mediciones se realizaron en casa con sus padres y que utilizaron metros y balanzas. En algunos casos los estudiantes recurrieron a la estimación, pues no contaban con los instrumentos de medida que permitieran calcular el IMC.

Dado lo anterior fue necesario que la nutricionista precisara al grupo que para el cálculo del IMC es fundamental cómo y con qué instrumentos se tomaron las medidas, pues los errores en estas mediciones ocasionan interpretaciones incorrectas del IMC. Esto permitió que los estudiantes percibieran en hecho que cuando medimos, en matemáticas o en otro campo se presentan errores ocasionados por las formas de medir y por los instrumentos empleados. Sin embargo, al hacer uso de algunas técnicas y herramientas es posible disminuir los errores obtenidos. Así se hizo énfasis en que para la toma de las medidas de peso y estatura para calcular el IMC se requieren dos asuntos fundamentales. Primero que la persona que realice las medidas esté estandarizada²³ recientemente. Segundo que se empleen equipos adecuados, que en este caso son el tallímetro y las básculas previamente calibradas.

Una vez realizada la discusión de los instrumentos de medidas, se volvió a la significación de los datos numéricos obtenidos en el IMC, recurrimos a valores de clasificación de la OMS que describe el IMC en la población mayor de 18 años; por ser las interpretaciones comúnmente encontradas en los medios. En este punto los estudiantes notaron que su IMC es muy bajo en comparación con los valores dados, por lo

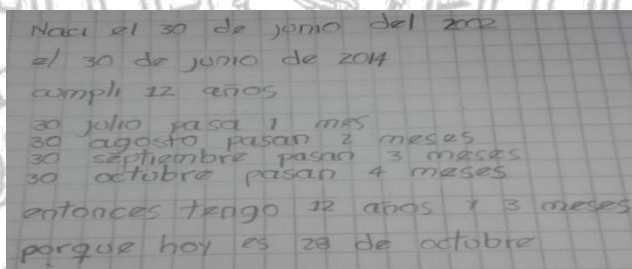
²³ Estandarizarse hace alusión a la garantía que tiene la persona que toma los datos antropométricos, de que los valores obtenidos tienen el mínimo margen de error.

que precisamos que los valores son estándares establecidos para las personas adultas y que es necesario recurrir a valores acordes a su edad.

4.3. Clasificación del IMC

Al problematizar los valores numéricos obtenidos con el cálculo del IMC procedimos con los estudiantes a clasificar el IMC en las gráficas. En este momento los estudiantes realizaron discusiones matemáticas y nutricionales en torno a los resultados del cálculo del IMC.

En primer lugar explicamos el cálculo de la edad, a partir de los años y meses cumplidos por los estudiantes. Este cálculo fue comprendido por los estudiantes y lo realizaron rápidamente. En la Figura 5 indicamos el cálculo de la edad realizado por uno de los estudiantes.



Naci el 30 de junio del 2002
el 30 de junio de 2014
cumpli 12 años
30 julio pasan 1 mes
30 agosto pasan 2 meses
30 septiembre pasan 3 meses
30 octubre pasan 4 meses
entonces tengo 12 años y 3 meses
porque hoy es 28 de octubre

Figura 5. Producciones de los estudiantes. 28 de octubre del 2014

En segundo lugar, dialogamos con los estudiantes asuntos vinculados con la lectura de las gráficas. Los estudiantes expresaron la similitud entre las gráficas de crecimiento (Figura 6), con el plano cartesiano, allí el *eje X* representa la edad y el *eje Y* el IMC. Con el cálculo de los componentes los estudiantes trazaron las líneas que salen de cada eje y procedieron a verificar el punto en el que se interceptan. Los estudiantes habían trabajado con las representaciones gráficas en el plano cartesiano, por esta razón no se presentaron dificultades al realizar la tarea.

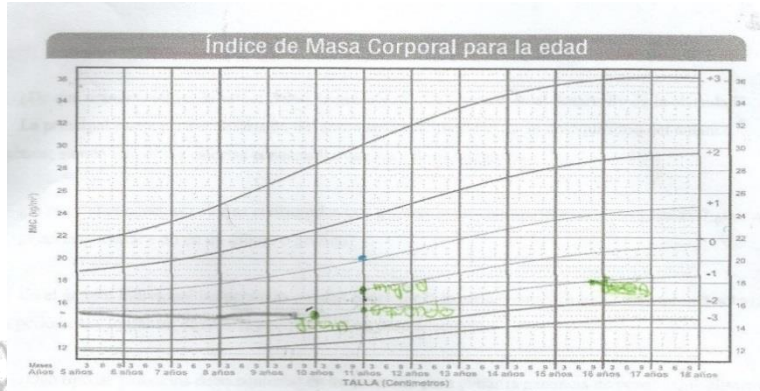


Figura 6. Producciones de los estudiantes. 28 de octubre del 2014

Durante el trabajo con las gráficas los estudiantes expresaron asuntos como: “ya vemos qué utilidad puede tener el plano cartesiano”, “en ese plano no es tan complicado encontrar la intersección de las líneas; en otros ejercicios que hemos hecho en clase nos da más dificultad (Producciones de los estudiantes, 28 de octubre del 2014).

Finalmente, los estudiantes analizaron en cual Desviación Estándar se ubica el punto encontrado y realizaron la clasificación del IMC. Este fue el paso que mayor dificultad presentó para la mayoría de los estudiantes, ya que algunos no analizaron en cual Desviación Estándar se encontraba el punto graficado y qué significaba esto. Esta situación implicó que se debiera explicar nuevamente el análisis de la Desviación Estándar (Figura 7). A cada grupo de estudiantes se le entregaron las tablas de clasificación nutricional según la Desviación Estándar. Se aclaró que no era necesario memorizar la interpretación, ya que era más importante comprender de dónde se obtenía dicha información.



Figura 7. Producciones de los estudiantes. 28 de octubre del 2014

Observamos diferentes reacciones de sorpresa ya que algunos estudiantes percibían que su

peso corporal era diferente a lo arrojado por los cálculos; y muchos de ellos manifestaron que iban a realizar el ejercicio con otros compañeros, ya que les pareció algo fácil de hallar y que sería útil que diferentes personas lo conocieran.

En el trabajo se presenta en algunos estudiantes cuestionamientos vinculados con sus prácticas alimenticias, lo que los lleva a pensar y actuar en relación con sus hábitos en pro de una mejor salud.

4.4. Estudio del modelo matemático del IMC

Basados en las lecturas e interpretaciones realizadas por los estudiantes a la clasificación de su IMC, problematizamos el modelo matemático para el cálculo del IMC. Preguntamos a los estudiantes por asuntos como ¿Será útil este cálculo para todas las personas? ¿El cálculo es exacto? ¿Es suficiente con hacer este cálculo para determinar si una persona tiene sobrepeso o delgadez? ¿Qué asuntos matemáticos son cuestionables en el cálculo?

Los estudiantes plantearon los siguientes argumentos en torno al modelo matemático de Quetelet:

- El modelo emite criterios de delgadez y obesidad sin tener en cuenta la composición corporal; o sea, los componentes del peso corporal. Así, el modelo crea un impedimento cuando tenemos que evaluar deportistas, especialmente de alto rendimiento, que pueden tener un alto valor en el peso corporal; pero a partir de un alto porcentaje de músculos y de masa corporal activa en general y bajos niveles de grasa.
- Para realizar un análisis más confiable y seguro que nos lleve a determinar si una persona tiene obesidad o delgadez es necesario acudir a un especialista que proporcione un diagnóstico acertado.
- El modelo del IMC habla del peso bajo o elevado, pero no dice si esto es exactamente por grasa o por músculos, por lo tanto el IMC necesita ser corroborado con otras medidas para dar un diagnóstico más certero, antes de determinar una enfermedad.
- El modelo no es muy preciso y podría presentar errores pues relaciona medidas de dimensiones distintas, ya que, el peso es tridimensional y la altura es de una dimensión y aunque se eleve al cuadrado, los estudiantes consideran que no se iguala la dimensión, y que por lo tanto los cálculos realizados no son correctos.

Lo anterior permitió a los estudiantes participar al reconocer el IMC como modelo

matemático, que aunque tiene limitaciones, proporciona una medida del sobrepeso y la delgadez y que sirve como factor para establecer parámetros para la salud tanto a nivel individual como a nivel grupal.

4.5. Comunicación de los resultados

En los asuntos planteados por los estudiantes al preguntarles que habían aprendido de la actividad realizada, vemos que ellos empezaron a reflexionar con respecto a algunas nociones matemáticas, preocupándose por las matemáticas como forma de entender asuntos propios de su realidad, lo anterior debido a que consideran que sin ellas no hubieran podido acercarse un poco a sus condiciones y relacionar lo que pesan con respecto a lo que miden y a la edad que tienen. Es de anotar que los estudiantes a pesar de que encontraron algunas dificultades con el modelo, como las antes mencionadas, comprendieron la importancia de analizar más allá del resultado que nos arroja el cálculo del IMC, para tomar posición con respecto a lo que nos compete, en este caso si se tiene obesidad o delgadez.

5. Consideraciones finales

En este artículo nos propusimos reportar una experiencia de modelación matemática en el aula de clase que tuvo como propósito que los estudiantes trabajaran con problemas de su realidad, a través del uso del modelo matemático para calcular el IMC. La experiencia nos permitió reconocer el análisis y estudio de modelos como una estrategia para usarlos y comprenderlos, a su vez, estos elementos empiezan a posicionar a los estudiantes de manera diferente frente a las matemáticas en situaciones cercanas a ellos.

El trabajo en el aula a través del estudio de modelos y de la modelación matemática, fundamentado en situaciones cercanas de la realidad de los estudiantes, permitió que ellos reflexionaran e indagaran

con relación a un tema de la realidad como es el IMC. Abordar esta situación les demandó a los

estudiantes tomar datos reales del fenómeno, procesar dichos datos, reflexionar acerca de un modelo matemático y dar a conocer los procedimientos y resultados con sus compañeros de clase. En este sentido, los estudiantes se involucraron de manera directa en la búsqueda de la solución del problema y asumieron una participación activa, reflexiva y propositiva.

A partir del trabajo realizado en el aula de clase los estudiantes reflexionaron críticamente asuntos relacionados con el papel de algunos conceptos matemáticos en la actividad realizada y en la sociedad, además establecieron relaciones de los conceptos matemáticos involucrados en la situación con algunas de sus prácticas cotidianas, lo que les permitió cuestionar las prácticas de su contexto, especialmente las que se relacionan con hábitos alimenticios.

El trabajo realizado permitió diferenciar la percepción manifestada por los estudiantes acerca de la imagen corporal, y el resultado de cada cálculo; así mismo las consecuencias en la salud que puede generar el tener un IMC por encima o por debajo de lo establecido. Por lo que enfocamos el trabajo hacia el cálculo del IMC y diferenciamos la percepción manifestada por los estudiantes acerca de la imagen corporal y el resultado de cada cálculo; así mismo las consecuencias en la salud que puede generar el tener un IMC por encima o por debajo de lo establecido.

Es así como los estudiantes problematizaron y cuestionaron los elementos que consideraron pertinentes, además encontraron en el cálculo del IMC asuntos matemáticos significativos en torno a los cuales hicieron una reflexión con el fin de acercarse a una posible solución a las problemáticas presentadas. De esta manera identificaron que las matemáticas pueden ayudar a dar indicios de si una persona presenta obesidad o delgadez, sin dejar de lado la idea de que el modelo no es completamente preciso.

Los estudiantes vivenciaron que a partir de un modelo matemático se pueden establecer

parámetros para la clasificación de criterios para la salud a nivel individual al hallar el IMC y su clasificación y a nivel grupal y nacional al analizar los porcentajes epidemiológicos propuestos en la ENSIN 2010.

6. Agradecimientos

Aunque no sean responsables de los planteamientos acá descritos, queremos agradecer a Paula Andrea Rendón-Mesa, Sebastian Aguirre Duque y David José Polo Díaz por las lecturas y sugerencias realizadas a las versiones preliminares de este documento. A la Facultad de Educación y al CODI de la Universidad de Antioquia por el apoyo a la investigación “La formación del futuro profesor de Matemáticas. Aportes de la modelación y las Tecnologías digitales.” (FPP01)

7. Referencias bibliográficas

Araújo, J. (2012). Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, 2, (2), 55-68.

Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de educação matemática*, 26(43), 839-860.

Barbosa, J. (2001) *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. (Tese Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Cattani, A. (2007). Características del crecimiento y desarrollo físico. En Guiraldes E, Ventura Juncá P. *Manual de Pediatría*. Santiago de Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile, 65-82.

Colombia (2010). Resolución 2121 del Ministerio de Protección Social. 9 de junio de 2010.

Instituto Colombiano de Bienestar Familiar-ICBF. (2012). Guía técnica y operativa sistema de seguimiento nutricional. 13 de marzo de 2012.

Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.

Organización Mundial de la Salud. OMS. (2007). Curso de capacitación sobre la evaluación del crecimiento del niño. Abril de 2007.

Santos, L. y Bisognin, V. (2007). Experiências de ensino por meio da modelagem matemática na educação fundamental. *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas e práticas educacionais*. Recife, SBEM, 99-114.

Mónica Marcela Parra-Zapata. Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia. Magíster en Educación, línea Educación Matemática. Profesora de la Institución Educativa Villa Flora de la ciudad de Medellín.
Email: monica.parra@udea.edu.co.

Johana Natalia Parra-Zapata. Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia. Nutricionista Dietista. Nutricionista dietista de Fe y Alegría de la ciudad de Bello.
Email: joha9019@gmail.com.

María Camila Ocampo-Arenas. Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia. Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Profesora de la Centro Educativo Don Bosco de la ciudad de Medellín.
Email: macaocar08@gmail.com.

Jhony Alexander Villa-Ochoa. Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia. Doctor en Educación, línea Educación Matemática. Coordinador del Grupo MATHEMA-Formación e investigación en Educación Matemática. Coordinador de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática.
Email: jhony.villa@udea.edu.co.